

Міністерство освіти і науки  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки

# **КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА В СИСТЕМІ AUTOCAD**

**(з елементами математичних основ і  
програмування)**

**Підручник**

*Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як підручник для здобувачів ступеня бакалавра  
за освітньою програмою «Прикладна фізика»  
спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали*

Електронне мережне навчальне видання

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2023

**Автори:**

Ванін В. В., докт. техн. наук, проф. (вступ, розділ 1, 2); Вірченко Г. А., докт. техн. наук, проф. (розділи 1–4); Яблонський П. М., канд. техн. наук, доц. (розділ 3, додатки); Надкернична Т. М. (розділ 3, додатки); Лебедева О. О. (розділ 3, додатки).

**Рецензенти:**

Ботвіновська С. І., докт. техн. наук, проф., завідувачка кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Київського національного університету будівництва і архітектури.

Корнага Я. І., докт. техн. наук, проф., декан факультету інформатики та обчислювальної техніки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

Несвідомін В. М., докт. техн. наук, проф., професор кафедри нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну Національного університету біоресурсів і природокористування України.

**Відповідальний редактор:**

Голова О. О., канд. техн. наук, доц., Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

*Гриф надано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 7 від 03.07.2023 р.)*

Подано загальні теоретичні положення сучасного комп'ютерного формоутворення, зокрема, щодо застосовуваних геометричних моделей, методів побудов різноманітних ліній, поверхонь і тіл. Проілюстровано належні засоби графіки на прикладі системи AutoCAD, можливість підвищення рівня їх автоматизації шляхом використання мови програмування Visual Basic for Applications. Розглянутий матеріал пов'язано з наведеними в додатках навчальними завданнями. Порівняно з іншими літературними джерелами перевага даного видання полягає в тісній інтеграції викладених математичних основ комп'ютерного формоутворення з практичними прийомами їх реалізації та автоматизованого виконання за допомогою розроблених користувачами власних засобів програмування.

Обсяг 23,7 авт. арк.

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056  
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© В. В. Ванін, Г. А. Вірченко, П. М. Яблонський,  
Т. М. Надкернична, О. О. Лебедева  
© КПІ ім. Ігоря Сікорського (ФМФ), 2023

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	9
1. ВВЕДЕННЯ В КОМП'ЮТЕРНУ ІНЖЕНЕРНУ ГРАФІКУ .....	15
1.1. Технічні засоби .....	15
1.2. Види зображень .....	16
1.2.1. Растрова графіка .....	17
1.2.2. Векторні зображення.....	17
1.3. Використання кольору .....	18
1.3.1. Модель RGB.....	18
1.3.2. Спосіб CMY .....	19
1.4. Прикладне програмне забезпечення комп'ютерної графіки .....	19
1.5. Загальний опис комп'ютерного геометричного моделювання .....	20
1.5.1. Базові положення.....	20
1.5.2. Геометричні об'єкти.....	21
1.5.3. Методи побудов.....	21
1.6. Перспективні напрямки застосування комп'ютерної графіки в сучасних САПР .....	22
1.7. Висновки.....	24
Контрольні запитання.....	24
2. МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ.....	26
2.1. Загальні відомості з теорії кривих і поверхонь .....	27
2.1.1. Векторна функція скалярного аргументу .....	27
2.1.2. Похідна векторної функції .....	27
2.1.3. Правила диференціювання векторів.....	28
2.1.4. Інтеграл векторної функції скалярного аргументу .....	30
2.1.5. Крива лінія та її параметричне рівняння .....	31
2.1.6. Дотична до кривої .....	33
2.1.7. Довжина дуги як параметр кривої .....	33
2.1.8. Кривина параметричної лінії.....	35
2.1.9. Супроводжуючий тригранник кривої .....	38
2.1.10. Формули Серре-Френе.....	40
2.1.11. Скрут кривої.....	41
2.1.12. Параметричне визначення поверхні.....	43
2.1.13. Криві на поверхні .....	44
2.1.14. Дотична пряма і площина до поверхні.....	44

2.2. Точки та перетворення координат .....	45
2.2.1. Точки.....	45
2.2.2. Відображення на площині .....	46
2.2.3. Перетворення координат у тривимірному просторі .....	51
2.3. Лінії та поверхні .....	55
2.3.1. Елементи аналітичної геометрії.....	57
2.3.2. Криві другого порядку в параметричній формі .....	57
2.3.3. Складені криві.....	59
2.3.3.1. Загальні відомості про методи інтерполяції .....	59
2.3.3.2. Метод Ерміта.....	60
2.3.3.3. Криві Фергюсона та Безьє .....	61
2.3.3.4. В-сплайни .....	67
2.3.3.5. Неоднорідні раціональні В-сплайни.....	69
2.3.4. Параметричні поверхні .....	72
2.3.4.1. Деякі аспекти класифікації .....	72
2.3.4.2. Лінійчасті поверхні .....	73
2.3.4.3. Поверхні обертання на основі різноманітних ліній.....	76
2.3.4.4. Поверхні Кунса .....	77
2.3.4.5. Оболонки Фергюсона та Безьє .....	79
2.3.4.6. В-сплайнові та NURBS-поверхні.....	80
2.4. Твердотільне моделювання .....	81
2.4.1. Основні положення .....	82
2.4.2. Приклади моделей .....	83
2.4.2.1. Прямокутний паралелепіпед .....	84
2.4.2.2. Циліндр .....	85
2.4.2.3. Конус .....	87
2.4.2.4. Куля .....	88
2.5. Типові методи та прийоми формоутворення в САПР .....	89
2.5.1. Загальні відомості про формоутворення в САПР .....	89
2.5.2. Основні методи побудов.....	89
2.5.2.1. Видавлювання та обертання .....	90
2.5.2.2. Зсув і згин .....	91
2.5.2.3. Інші методи .....	91
2.5.3. Параметричне геометричне моделювання.....	92
2.6. Висновки.....	94
Контрольні запитання.....	95

3. КОМП'ЮТЕРНЕ ФОРМОУТВОРЕННЯ В СИСТЕМІ AUTOCAD..	96
3.1. Початок роботи з програмою .....	96
3.1.1. Вимоги до комп'ютера.....	96
3.1.2. Файли AutoCAD .....	96
3.1.3. Запуск програми .....	96
3.2. Інтерфейс AutoCAD.....	100
3.2.1. Графічна область .....	101
3.2.2. Меню застосунку.....	101
3.2.3. Панель швидкого доступу .....	103
3.2.4. Стрічка.....	105
3.2.5. Вікно команд.....	106
3.2.6. Вкладки простору моделі та листів кресленика.....	107
3.2.7. Рядок стану.....	108
3.2.8. Контекстне меню .....	111
3.3. Двовимірне моделювання.....	113
3.3.1. Система координат.....	113
3.3.2. Одиниці вимірювання .....	115
3.3.3. Межі кресленика.....	117
3.3.4. Керування відображенням на екрані .....	118
3.3.5. Властивості об'єктів.....	119
3.3.6. Управління шарами .....	120
3.3.7. Вибір фігур.....	124
3.3.8. Визначення координат .....	125
3.3.9. Побудова геометричних примітивів.....	126
3.3.9.1. Точки .....	126
3.3.9.2. Відрізки прямих .....	127
3.3.9.3. Кола та їх дуги.....	128
3.3.9.4. Еліпси та їх дуги .....	130
3.3.9.5. Полілінії.....	132
3.3.9.6. Прямокутники .....	133
3.3.9.7. Багатокутники .....	134
3.3.9.8. Кільця.....	135
3.3.9.9. Сплайни .....	136
3.3.9.10. Области .....	137
3.3.10. Редагування об'єктів .....	138
3.3.10.1. Переміщення фігур.....	138

3.3.10.2. Поворот об'єктів .....	139
3.3.10.3. Симетрія .....	140
3.3.10.4. Копіювання.....	141
3.3.10.5. Видалення об'єктів.....	142
3.3.10.6. Масштабування.....	142
3.3.10.7. Grips .....	143
3.3.10.8. Побудова подібних фігур .....	144
3.3.10.9. Формування фасок.....	144
3.3.10.10. Спряження .....	145
3.3.10.11. Обрізання та подовження.....	146
3.3.10.12. Розривання.....	147
3.3.10.13. Розтягування.....	148
3.3.10.14. Масиви геометричних об'єктів .....	148
3.3.11. Написи .....	150
3.3.11.1. Текстові стилі .....	150
3.3.11.2. Створення тексту .....	151
3.3.11.3. Редагування тексту .....	153
3.3.11.4. Розмірні стилі .....	153
3.3.11.5. Нанесення розмірів.....	155
3.3.11.6. Редагування розмірів .....	156
3.3.12. Файли-шаблони креслеників.....	157
3.3.13. Приклади побудови контурів деталей.....	158
3.3.13.1. Кронштейн опори .....	158
3.3.13.2. Опора .....	165
3.3.14. Параметричні залежності .....	168
3.3.14.1. Геометричні обмеження .....	168
3.3.14.2. Автоматична параметризація .....	169
3.3.14.3. Розмірні залежності.....	170
3.3.15. Проекційне креслення.....	173
3.3.15.1. Спосіб відстеження .....	173
3.3.15.2. Використання команд Xline та Ray .....	174
3.3.15.3. Штрихування.....	175
3.3.15.4. Приклад побудови проєкційного кресленика .....	181
3.4. Твердотільне моделювання .....	187
3.4.1. Робочий простір 3D моделювання.....	187

3.4.2. Засоби управління видовими екранами .....	187
3.4.3. Видовий куб .....	190
3.4.4. Тривимірні координати.....	190
3.4.5. Управління системою координат .....	191
3.4.6. Керування візуалізацією геометричних об'єктів .....	192
3.4.7. Створення примітивів .....	193
3.4.7.1. Box (паралелепіпед) .....	194
3.4.7.2. Cylinder (циліндр).....	195
3.4.7.3. Cone (конус) .....	196
3.4.7.4. Sphere (куля).....	196
3.4.7.5. Pyramid (піраміда) .....	197
3.4.7.6. Wedge (клин) .....	198
3.4.7.7. Torus (тор).....	199
3.4.8. Проекційні види тривимірного об'єкта у просторі аркуша .....	200
3.4.9. 3D примітиви та розроблення їх креслеників .....	201
3.4.10. Команди побудови складних об'єктів.....	205
3.4.10.1. Extrude (виштовхування) .....	205
3.4.10.2. Revolve (обертання).....	207
3.4.10.3. Presspull (витягування).....	208
3.4.11. Булеві операції.....	209
3.4.11.1. Union (об'єднання) .....	209
3.4.11.2. Subtract (віднімання).....	210
3.4.11.3. Intersect (перетин) .....	211
3.4.12. Редагування 3D об'єктів .....	211
3.4.12.1. Використання Gizmo .....	211
3.4.12.2. 3D Mirror (віддзеркалення).....	214
3.4.12.3. Команда Chamfer Edge (фаска).....	214
3.4.12.4. Команда Fillet Edge (спряження).....	215
3.4.13. Приклад створення твердотільної моделі за її проєкціями.....	216
3.5. Висновки.....	219
Контрольні запитання.....	220
<b>4. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОБУДОВ ЗАСОБАМИ VISUAL BASIC FOR</b>	
<b>APPLICATIONS .....</b>	<b>221</b>
4.1. Visual Basic в AutoCAD.....	221
4.2. Створення базових фігур .....	227
4.2.1. Точки.....	228

4.2.2. Відрізки прямих.....	231
4.2.3. Прямокутники.....	234
4.2.4. Багатокутники.....	236
4.2.5. Кола та їх дуги.....	245
4.2.6. Еліпси та їх дуги.....	248
4.2.7. Сплайни.....	252
4.3. Модифікація геометричних об'єктів.....	260
4.3.1. Паралельне перенесення.....	261
4.3.2. Поворот.....	262
4.3.3. Масштабування.....	264
4.3.4. Композиції перетворень координат.....	266
4.3.5. Властивості та методи геометричних об'єктів у Visual Basic.....	268
4.4. Висновки.....	269
Контрольні запитання.....	270
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	272
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	273
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК.....	275
ДОДАТОК А. ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНИКІВ.....	277
ДОДАТОК Б. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ.....	289
Б.1. Контур деталі.....	289
Б.2. Проекційне креслення.....	301
Б.3. Тривимірні побудови.....	313
Б.4. Створення твердотільної деталі за її проєкціями.....	317



## ВСТУП

### *Про дисципліну «Комп'ютерна графіка»*

*Комп'ютерна графіка* в широкому розумінні цього терміна охоплює доволі багатоманітні види людської діяльності, що пов'язані з використанням комп'ютерів для створення, змінювання та зберігання графічних зображень.

Існує *художня графіка*, як вид мистецтва; *наукова графіка* – як засіб вирішення відповідних задач; *ділова графіка* – для візуального представлення бізнес-процесів; *рекламна графіка* і т. д. Для успішного підготовки фахівців природничо-технічного профілю особливо важлива *інженерна графіка*, що використовується в роботі винахідників, конструкторів, технологів та інших спеціалістів. Тому *комп'ютерна інженерна графіка* є предметом опису даного підручника.

Зазначені засоби становлять обов'язковий компонент практично всіх сучасних систем автоматизованого проектування (САПР). До найбільш популярних нині таких пакетів відносяться AutoCAD, SolidWorks, NX, CATIA та ін. Ці програми забезпечують створення різноманітних комп'ютерних моделей. Графічні засоби дозволяють отримувати зображення та виконувати докладні дослідження як уже відомих, так ще й не існуючих об'єктів та процесів. Не тільки визначати їх характеристики, а й оптимізувати певні проєктні параметри з метою раціонального застосування при виробництві та експлуатації технічної продукції.

Відповідно до стандарту вищої освіти України спеціальності з прикладної фізики та наноматеріалів *об'єкт вивчення й діяльності* даних фахівців становлять природні явища, їх технологічні застосування, фізичні основи розроблення приладів, апаратури й обладнання. *Метою навчання* є підготовка спеціалістів, здатних розв'язувати задачі, пов'язані з дослідженням фізичних систем, їх технічним використанням. *Теоретичний зміст предметної області* полягає в опрацюванні природних явищ, їх застосуванні для розроблення нових технологій, матеріалів, приладів, апаратури та обладнання. Для досягнення вказаних цілей широко вживане не тільки проведення натурних експериментів, а й математичне моделювання фізичних об'єктів та процесів, виконання обчислювальних дослідів, автоматизоване проектування, комп'ютерне конструювання.

З розглянутого переліку вимог стандарту вищої освіти України до спеціалістів із прикладної фізики та наноматеріалів видно, що комп'ютерна інженерна графіка забезпечує належні передумови для успішної практичної реалізації багатьох проаналізованих вище завдань. Тому опанування студентами цієї дисципліни на високому рівні доволі важливе для їх подальшої ефективної професійної діяльності.

*Роль комп'ютерної інженерної графіки в сучасному розвитку  
науки та техніки*

Нинішнє існування людства тісним чином пов'язане з комп'ютерними інформаційними технологіями. Останнє стосується практично всіх сфер життя. При цьому більше половини відомостей про оточуючий світ ми отримуємо завдяки зору. Також усі речі навколишнього середовища розташовуються певним чином у просторі, мають форму та розміри, тобто належні геометричні параметри й характеристики.

Сучасний стрімкий розвиток науки та техніки важко уявити без багатоманітних САПР. Одну з їх фундаментальних основ становить комп'ютерна інженерна графіка, що базується на математичних засобах геометричного моделювання. Провідна роль останнього обумовлена тим, що неможливо проектувати й виготовляти технічні об'єкти, не визначивши їх розміри та форму. Також доволі важливим моментом є їх інтегруюча роль стосовно узгодження доволі часто суперечливих вимог різних дисциплін під час комплексної оптимізації створюваної промислової продукції.

*Основні завдання дисципліни «Комп'ютерна графіка»*

Головна мета даного підручника полягає в забезпеченні отримання здобувачами ступеня бакалавра за спеціальністю «Прикладна фізика та наноматеріали» наступних компетентностей щодо:

- розв'язування складних фахових задач прикладної фізики із застосуванням комп'ютерної інженерної графіки;
- отримання базових теоретичних основ геометричного моделювання технічних об'єктів і процесів;
- розроблення комп'ютерних моделей для різноманітних приладів та наукоємних технологій;
- опанування проєкційних методів побудови та дослідження просторових об'єктів за їх плоскими зображеннями на креслениках;

- наявних вимог існуючих стандартів, які застосовуються при розроблянні технічної документації;
- отримання навичок створення та використання власних програмних засобів у середовищі сучасних САПР;
- належного прийняття участі у проєктуванні, конструюванні та виготовленні приладів, апаратури й обладнання;
- самостійного освоєвання нових знань, у тому числі з суміжних галузей, для успішного розв'язання багатьох наукових та виробничих задач;
- здатності до постійного розвитку компетентностей у сфері комп'ютерних інформаційних технологій.

### *Короткий зміст викладеного матеріалу*

Після обґрунтування актуальності вивчення комп'ютерної графіки, підкреслення її інтегруючої ролі для освоєння інших навчальних предметів та визначення завдань цієї дисципліни, стисло опишемо зміст даного підручника. Зазначений матеріал наведено в розділах «Введення в комп'ютерну інженерну графіку», «Математичні основи моделювання геометричних об'єктів», «Комп'ютерне формоутворення в системі AutoCAD», «Автоматизація побудов засобами Visual Basic for Applications», а також у додатках.

Перша частина подає базову інформацію щодо використовуваного технічного обладнання комп'ютерної графіки, застосовуваних зображень і способів відтворення кольору. Розглядає найбільш популярні нині відповідні програми, наводить загальний опис автоматизованого формоутворення, належних моделей (*каркасних, поверхневих, об'ємних*) та методів їх побудов, перспектив комп'ютерної графіки в середовищі САПР.

У другому розділі викладено відомості з теорії кривих і поверхонь, перетворення координат точок на площині та у тривимірному просторі, геометричного моделювання різноманітних ліній, поверхонь і тіл, здійснення їх модифікацій. Проаналізовано розробляння варіаційних зв'язків між фігурами для реалізації продуктивних параметричних комп'ютерних побудов технічних об'єктів.

Третій розділ присвячено безпосередньо комп'ютерній графіці в системі AutoCAD. Подано питання інсталяції даної програми, особливостей її інтерфейсу. Описано команди двовимірному і тривимірному твердотільного формоутворення, способи розробляння конструкторської документації.

У четвертому розділі наведено основи використання засобів Visual Basic for Applications для автоматизації геометричного моделювання різних фігур та виконання їх модифікацій. Представлено належний редактор вихідних текстів, застосовувану концепцію програмування, використувані типи даних, команди, оператори.

Додатки містять відомості про вимоги стандартів щодо оформлення конструкторської документації, вправи за варіантами для самостійної роботи студентів з автоматизованого створення контурів деталей, проєкційного креслення та твердотільних побудов.

Наведена структура підручника дозволяє на підставі системного підходу достатньо ґрунтовно і всебічно висвітлити зміст дисципліни комп'ютерна інженерна графіка.

#### *Особливості даного видання*

Аналіз доступних україномовних літературних джерел [1–16], що видані за останні 5–10 років із комп'ютерної та інженерної графіки в системі AutoCAD, показав наступне.

У навчальному посібнику [1] подано основи практичного застосування AutoCAD. Це включає запуск даної програми, налаштування необхідного робочого середовища, використання команд двовимірного геометричного моделювання, редагування побудованих фігур, створення комп'ютерних креслеників деталей на засадах методів нарисної геометрії та інженерної графіки.

Видання [2] присвячено організації роботи в системі AutoCAD, побудові та редагуванню двовимірних об'єктів, створенню креслеників, їх друкуванню, а також операціям твердотільного моделювання. Розглянуто керування робочим середовищем AutoCAD.

Публікація [4] приділяє особливу увагу розвитку вмінь геометричного моделювання виробів, читання інженерних креслеників, напрацювання навичок двовимірного та тривимірного формоутворення в системі AutoCAD.

У конспекті лекцій [5] подано питання нарисної геометрії та інженерної графіки як однієї з теоретичних основ комп'ютерної інженерної графіки, але без прив'язування викладеного матеріалу до застосування в конкретних САПР. Працею [6] акцентовано увагу на загальних аспектах комп'ютерної графіки. Проаналізовано растрові та векторні зображення,

використовувані формати графічних файлів, їх переваги, недоліки, сфери раціонального вжитку тощо. Описано роботу в належних програмних середовищах.

Курс лекцій [7] наводить відомості стосовно створення креслеників, зокрема, форматів, масштабів, ліній, шрифтів, нанесення розмірів, видів, розрізів, перерізів, аксонометричних проєкцій, розроблення рознімних та нерознімних з'єднань деталей. Але відповідна їх комп'ютерна реалізація не розглядається.

Навчальні посібники [8, 9] спрямовані на такі особливості комп'ютерної графіки, як сучасні апаратні засоби, використання кольорів, перетворення координат, застосування різних геометричних моделей, алгоритми растеризації фігур, видалення невидимих ліній та поверхонь, стиснення графічних файлів, опис належних відомих програм. Наприклад, Photoshop, CorelDraw, 3ds Max, Maya.

Видання [10] розкриває питання растрової та векторної графіки, форматів файлів комп'ютерних зображень, інтерфейсу AutoCAD, автоматизованої побудови різноманітних геометричних об'єктів, нанесення розмірів, написів і штрихування на креслениках. Приділяється увага підготовленню програмної документації, оформленню графічної частини інженерних проєктів. Подано лабораторний практикум для ознайомлення з можливостями середовища AutoCAD.

Літературні джерела [11–16] містять методичні рекомендації для виконання самостійних завдань. Це може бути корисним для отримання належних практичних навичок після опрацювання викладеного навчального матеріалу в даному підручнику.

Особливістю останнього, порівняно з проаналізованими вище виданнями, є більш широке, ґрунтовне та інтегроване охоплення відомостей щодо комп'ютерної інженерної графіки в системі AutoCAD. Це стосується не тільки використання команд дво- і тривимірного формоутворення, автоматизованого розроблення креслеників на засадах методів нарисної геометрії та інженерної графіки, опису растрових і векторних зображень, форматів графічних файлів, різних геометричних моделей тощо. Подано також належні математичні основи відповідних засобів, розглянуто підвищення їх продуктивності за рахунок написання власних прикладних програм, зокрема, за допомогою Visual Basic for Applications [3, 17].

Матеріали монографії [18] можуть бути застосовані надалі при опануванні другого та третього рівнів вищої освіти.

Отже, головна мета підручника полягає в забезпеченні ефективного освоєння студентами комп'ютерної графіки в сучасних САПР на більш фаховому, ніж для звичайного користувача рівні. Це реалізовано не тільки розглядом функціональних можливостей конкретної системи (в даному випадку Autodesk AutoCAD версії 2023), а й попереднім викладанням необхідних математичних основ формоутворення та наступним описом програмних засобів автоматизації на прикладі Visual Basic for Applications.

Зазначений підхід дозволяє отримувати ґрунтовні знання та продуктивно використовувати їх на практиці під час геометричного моделювання, зокрема, у процесі виконання курсових і дипломних робіт.

Подані в підручнику теоретичні відомості щодо комп'ютерного формоутворення достатньо інваріантні стосовно певної застосовуваної САПР, тому сприяють успішному оволодінню іншими, більш складними ніж AutoCAD, схожими програмними пакетами (SolidWorks, NX, CATIA і т. д.).

# 1. ВВЕДЕННЯ В КОМП'ЮТЕРНУ ІНЖЕНЕРНУ ГРАФІКУ

Як уже вказувалось у вступі, інженерна графіка широко використовується в роботі багатьох технічних фахівців, наприклад, проєктувальників, конструкторів, технологів та ін. Цим суттєво вирізняється від інших складових комп'ютерної графіки, таких як художня, наукова, рекламна, ділова тощо.

Однак для всіх перерахованих вище різновидів існують певні спільні засоби у вигляді належного застосовуваного обладнання, видів комп'ютерних зображень, способів моделювання кольору і т. д. Зазначені інваріантні компоненти є предметом короткого огляду даного розділу підручника.

## 1.1. Технічні засоби

Технічне забезпечення комп'ютерної графіки являє собою пристрої, за допомогою яких формуються потрібні зображення, здійснюється їх візуалізація, редагування та документування, тобто виготовлення твердих копій. Існує багато різних засобів вказаного плану, найбільш поширеними серед яких є графічні дисплеї, клавіатури, комп'ютерні миші, інші маніпулятори, сканери, цифрові фотоапарати та відеокамери, плотери, принтери і т. д.

*Графічні дисплеї (монітори)*, що поділяються на *векторні* та *растрові*, забезпечують отримання тимчасових зображень на екрані, які можна змінювати необхідним чином.

У комп'ютерах застосовуються кольорові дисплеї, що відтворюють графіку за допомогою електронно-променевих трубок, газорозрядних (плазмових), електролюмінісцентних, рідкокристалічних та інших панелей.

Основними технічними характеристиками моніторів є розміри екранів, кількість світлових точок (пікселів), тобто растр, мінімальні габарити останніх і відстані між ними, частота регенерації зображення, число відтворюваних кольорів.

*Клавіатури* являють собою сукупності клавіш, що помічені певними символами (стандартного набору друкарської машинки, маніпулювання курсором і т. д.) та призначені для введення до комп'ютера як текстової, так і графічної інформації.

*Комп'ютерні миші* – це пристрої для динамічного керування різноманітними даними на екрані дисплея. Головним елементом механічної миші є куля, що знаходиться всередині зручної для переміщення користувачем оболонки. Змінювання положення останньої відстежується відповідною позицією курсора на екрані. Кнопки цього пристрою дозволяють обирати необхідні об'єкти. Нині найбільш розповсюджені миші, в яких більшість механічних деталей замінені оптичним обладнанням.

*Шарові маніпулятори* являють собою, по суті, перевернуті на 180 градусів миші, де куля обертається не оболонкою, а безпосередньо людиною. У ноутбуках (переносних комп'ютерах) застосовуються сенсорні панелі, які перетворюють переміщення пальців у потрібний рух курсора на екрані.

*Сканери* – це пристрої, що дозволяють переводити в електронний формат графічні зображення з паперових або подібних носіїв інформації.

Існуюче програмне забезпечення реалізує достатньо простий для користувача інтерфейс між *цифровими фотоапаратами* та *відеокамерами* й обчислювальною технікою.

Раніш для виготовлення креслеників значних розмірів широко застосовувались векторні перові плотери планшетного або барабанного типу. Нині тверді копії зображень отримують за допомогою *принтерів*, у тому числі й великоформатних, найпопулярнішими серед яких є *струминні* та *лазерні*.

Головними характеристиками зазначених засобів є розмір робочого поля, можливість отримання не тільки монохромних, а й кольорових зображень, їх якість, швидкість друку тощо.

Нині доволі популярні *багатофункціональні пристрої*, які одночасно поєднують у собі кілька різних, наприклад, сканер та принтер.

## **1.2. Види зображень**

Максимальний обсяг відомостей про оточуючий нас світ людина зазвичай одержує за допомогою зору. Завдяки іншим своїм органам, таким як слух, дотик і т. д., наявна картина об'єктивної реальності лише доповнюється.

Тому для нас, як правило, найбільш ефективним є візуальне сприйняття інформації. Ось чому її графічне подання стало обов'язковим



компонентом практично всіх сучасних САПР, а належна форма інтерфейсу – стандартом для програмного забезпечення, який поширюється, навіть, на операційні системи.

Розглянемо далі два види комп'ютерних зображень згідно зі способом їх формування: *растрові* та *векторні*.

### 1.2.1. Растрова графіка

На екрані монітора зображення подається певною сукупністю окремих точок, тобто *пікселів*, круглої, квадратної або іншої форми.

Загальна кількість останніх утворює прямокутну решітку розміром  $(n+1) \times (m+1)$ , де  $0 \dots n$  та  $0 \dots m$  – відповідно номер рядка та стовпчика поточного пікселя, кожен із яких може мати свій власний *колір*. Така матриця, що покриває весь екран дисплея, іменується *растром*. Звідси й назва цих зображень, основним недоліком яких є потреба в значних обсягах комп'ютерної пам'яті для забезпечення високої їх якості.

Растрова графічна інформація створюються скануванням, цифровими фотоапаратами та відеокамерами, спеціальними програмами, під час друку на принтерах тощо. Для її оброблення застосовують відповідні графічні редактори, які дозволяють зберігати отримувані результати в різних комп'ютерних форматах (GIF, JPEG, PNG, TIFF та ін.). Останні мають певні свої переваги й недоліки. Але ці питання виходять за рамки задач даного підручника.

### 1.2.2. Векторні зображення

На відміну від растрової графіки, що являє собою матриці точок, основу векторних зображень складають *лінії*, яким притаманні певні *атрибути*, тобто властивості, наприклад: *товщина*, *стиль* (суцільна, пунктирна тощо), *колір* і т. д. Додатково для замкнутих контурів застосовується можливість заповнення внутрішніх областей потрібними відтінками, текстурою й т. п. Отже, у векторній графіці зображення є сукупністю деяких геометричних примітивів (точок і ліній), які описуються належними *аналітичними описами* у векторній формі.

Завдяки цьому значно зменшуються обсяги потрібної комп'ютерної пам'яті, що не залежать від абсолютних розмірів модельованих фігур.

Також до переваг векторної графіки можна віднести:

- пристосованість до збільшення масштабу без втрати якості зображення, що дозволяє уточнювати дрібні елементи;
- зручність та продуктивність редагування завдяки роботі з окремими примітивами.

Наведені особливості доволі важливі для нинішніх САПР.

Головним недоліком векторного підходу є обмежені можливості щодо створення художніх та фотореалістичних зображень.

### 1.3. Використання кольору

У природі барви утворюються випромінюючими світло об'єктами або внаслідок поглинання й відбивання останнього оточуючими нас предметами.

При цьому різна довжина хвилі світла сприймається людиною як певний колір.

#### 1.3.1. Модель RGB

Даний спосіб використовує здатність наших очей розпізнавати випромінювання трьох основних кольорів: *червоного* (R-red), *зеленого* (G-green) та *синього* (B-blue).

Конкретне забарвлення об'єктів виникає внаслідок аналізу мозком людини співвідношення рівнів збудження відповідних зорових рецепторів.

Модель RGB широко застосовується для формування потрібної кольорової гами в технічних пристроях, які створюють графічні зображення за допомогою випромінювання (наприклад, у дисплеях комп'ютерів).

Один із прийомів реалізації зазначеного підходу полягає в наступному.

Кожний піксель на екрані має по три зони – червону, зелену та синю, в залежності від наявного балансу інтенсивності яких і складається потрібне забарвлення.

Якщо всі компоненти дорівнюють нулю, то результуючим є чорний колір, а коли три наведені величини максимальні – білий.

Змішуванням червоного та зеленого отримують жовтий, червоного й синього – фіолетовий.

Отже, певний колір  $C$  відтворюється радіусом-вектором  $C(R, G, B)$  у прямокутній системі координат  $Orgb$  з додатними променями, де  $O$  – її початок;  $r, g, b$  – осі для значень потужності червоного, зеленого, синього.

У цьому випадку вектор  $C$  своїм напрямом визначає обраний колір, а довжиною – інтенсивність останнього. Якщо кодування забарвлення здійснюється трьома байтами на один піксель, тобто по вісім біт для  $R$ ,  $G$  і  $B$  відповідно, то яскравість кожної зазначеної складової задається значенням від 0 до 255 ( $2^8=256$ ). Таким чином, забезпечується можливість відображення на екрані монітора більш ніж 16 млн. кольорів ( $256 \times 256 \times 256$ ). Під час додавання, тобто змішування, розглянутих компонентів інтенсивність результуючого забарвлення збільшується. У зв'язку з чим модель  $RGB$  називають адитивною (*additive*).

### 1.3.2. Спосіб CMY

Базується на поглинанні невипромінюючими об'єктами частини білого сонячного світла, що містить усі кольори. Залежно від того, які довжини хвиль відбиваються, утворюється результуюче забарвлення даних предметів.

У моделі  $CMY$  (Cyan – блакитний, Magenta – фіолетовий, Yellow – жовтий) наведені головні кольори формуються шляхом віднімання від білого основних адитивних барв моделі  $RGB$ , тобто: блакитний = білий – червоний, фіолетовий = білий – зелений, жовтий = білий – синій.

Отже, метод  $CMY$  застосовує властивість поглинання з білого світла певних кольорів. Тому дана модель називається субтрактивною (*subtract*). Забезпечує добрий перегляд зображень у відбитих променях. Ось чому широко використовується для друку в поліграфії. На практиці досягти чорного кольору змішуванням інших барв дорого, тому додатково застосовують чорну фарбу (black). Тоді модель називається  $CMYK$ .

Відтворення кольору не обмежується тільки  $RGB$  і  $CMY$  способами. Існують ще й інші прийоми, ознайомитись з якими можна у спеціалізованій літературі.

## 1.4. Прикладне програмне забезпечення комп'ютерної графіки

Згідно з розглянутими в пунктах 1.2.1 та 1.2.2 видами зображень відповідні графічні програми умовно поділяються на два класи: растрові й векторні. Важливо правильно розуміти головні їх відмінності, переваги та недоліки.

Сформоване растровим пакетом зображення, зазвичай, містить велику кількість (сотні тисяч і більше) пікселів, для кожного з яких можна обрати

довільний колір (як правило, більш ніж із 16 мільйонів варіантів). Завдяки цьому якість отриманої графіки доволі висока, відповідає фотографіям об'єктів реального світу. Недолік растрових програм, окрім розглянутої вище потреби в значних обсягах комп'ютерної пам'яті, полягає також у складності та трудомісткості редагування зображень, для виконання якого користувачам потрібно мати певні художні здібності. Прикладами пакетів даного класу є Microsoft Paint, PhotoFiltre, Photoshop та ін.

Як зазначалося вище, у програмах векторної графіки для визначення геометричних об'єктів широко застосовуються математичні формули, а не тільки координати пікселів. Це дозволяє доволі легко маніпулювати потрібними примітивами (точками, лініями, текстом і т. д.), змінюючи їх форму, розміри, положення, такі атрибути, як колір, стиль тощо. Наведені дії виконуються з досить високою точністю. Векторні програми становлять основу комп'ютерної графіки сучасних САПР. Однією з них є пакет AutoCAD, практичному застосуванню якого присвячено даний підручник.

## **1.5. Загальний опис комп'ютерного геометричного моделювання**

Відтворення об'єктів і процесів графічними засобами, тобто *геометричне моделювання*, займає, як правило, центральне місце в сучасних САПР. Останнє пов'язано з тим, що параметри форми, розмірів і положення широко застосовуються при розроблянні, виготовленні та експлуатації різноманітної технічної продукції. Так, наприклад, геометричні дані потрібні для розрахунків на міцність методом скінчених елементів, опрацювання креслеників, виробництва на верстатах із числовим програмним керуванням і т. д.

Розглянемо далі основні підходи, терміни, методи та прийоми сучасного комп'ютерного геометричного моделювання.

### **1.5.1. Базові положення**

Практично у всіх нинішніх САПР реалізовано можливість роботи з *каркасною, поверхневою й об'ємною геометрією*.

Історично першими з'явилися *каркасні моделі* (wireframe models), до складу яких входять точки та лінії. Головним недоліком цих засобів є невизначеність побудованих об'єктів між елементами каркаса. Звідси неточні розрахунки, зокрема, таких характеристик, як площа, об'єм, маса,

центр тяжіння і т. д. Перевагою ж є доволі простий застосований математичний апарат, незначні потреби в обчислювальних ресурсах (швидкодії процесора, комп'ютерній пам'яті тощо).

*Поверхневі моделі* (surface models) більш досконалі, оскільки додатково до точок та ліній містять ще й поверхні. Для останніх існують різноманітні способи визначення, огляд яких наведено в пункті 1.5.3. Головна вада поверхневих моделей полягає в неспроможності ефективно імітувати реальні фізичні тіла та їх властивості.

*Об'ємні* (твердотільні) *моделі* (solid models) є найпрогресивнішими, бо, з одного боку, певною мірою узагальнюють два розглянуті вище підходи, з іншого – дозволяють достатньо правдоподібно відтворювати об'єкти та явища навколишнього світу. Зазначені успіхи – це результат сучасних досягнень прикладної геометрії й обчислювальної техніки.

Нині найбільш популярною сферою застосування комп'ютерного твердотільного моделювання є процеси проектування, виробництва та експлуатації в багатьох галузях промисловості.

### **1.5.2. Геометричні об'єкти**

У САПР, що оперують з об'ємними моделями, базові геометричні фігури умовно поділяються на чотири групи:

– *точки* (points), які є найдрібнішими елементами, не мають розмірів і характеризуються лише своїм розташуванням у просторі;

– *лінії* (lines), що розглядаються як траєкторії руху окремих точок. Визначальною властивістю цих компонентів є їх довжина. Лінії, що лежать в одній площині називаються плоскими, інакше – просторовими;

– *поверхні* (surfaces), які описуються переміщенням певних ліній, досить часто змінюваних під час руху. Головною характеристикою поверхонь виступає їх площа;

– *тіла* (solids), основною відмінністю яких від проаналізованих вище геометричних фігур є наявність об'єму.

### **1.5.3. Методи побудов**

У цьому пункті зробимо стислий огляд найпоширеніших у сучасних САПР способів визначення наведених вище геометричних об'єктів (більш докладно зазначена інформація подається в наступному розділі).

Точки можна визначити їх координатами (декартовими, сферичними, циліндричними і т. п.), за допомогою параметрів розміщення на лініях або поверхнях, в характерних місцях геометричних об'єктів (центрі фігури, перетині деяких примітивів і т. д.) тощо.

Лінії створюються з використанням належних рівнянь, інтерполяцією, апроксимацією або екстраполяцією множин точок, рухом останніх, розрахунком перетину поверхонь, спряженням кривих і т. п. прийомами.

Поверхні визначаються введенням своїх аналітичних виразів, інтерполяцією, апроксимацією або екстраполяцією вихідних точок і ліній, кінематичним способом (змінюванням положення, форми та розмірів кривих у просторі) тощо.

Тіла моделюється застосуванням наперед опрацьованих примітивів (призм, циліндрів, конусів, куль, торів і т. д.), їх оброблянням операціями теорії множин (об'єднання, різниці, перетину), породженням потрібної товщини для обраних поверхонь, переміщенням останніх у просторі та іншими методами.

Універсальними прийомами побудови елементів усіх чотирьох вищеназваних груп є модифікація (змінювання форми, розмірів, положення) вже існуючих геометричних об'єктів. Зауважимо, що за допомогою цього засобу з екземплярів вищого рівня можна виділити простіші компоненти, наприклад: поверхні та криві – з тіла, точки – з лінії.

Нині в САПР найпоширенішим є використання геометричних об'єктів у параметричній формі. Це стосується не тільки окремих примітивів, таких як лінії, поверхні, тіла, а й більш складних утворень, наприклад деталей машин. У даному випадку інженер визначає форму та розміри створюваних предметів за допомогою параметрів й обмежень. Цілеспрямоване змінювання останніх дозволяє йому автоматизованим способом продуктивно одержувати чисельні різноманітні варіанти досліджуваних об'єктів, здійснювати їх оптимізацію. Такий підхід, що називається *параметричним моделюванням*, розглядається далі.

## **1.6. Перспективні напрямки застосування комп'ютерної графіки в сучасних САПР**

Ще кілька десятиліть тому майже єдиним ефективним засобом для передачі геометричних даних про технічні вироби були *кресленики*, де для

подання просторової інформації використовувались проєкції зазначених об'єктів на певні площини.

Тому проєктувальник, сформувавши у своїй уяві тривимірний предмет, створював на папері його проєкції, розтини та перерізи. Тільки у такий спосіб задум інженера ставав зрозумілим для оточуючих. Це був досить трудомісткий шлях від просторової уявної моделі до її плоскої реалізації. Правильне сприйняття креслеників, особливо складних об'єктів, також потребує відповідних зусиль та фахової підготовки.

Поява вже перших двовимірних (2D) CAD (Computer-Aided Design) пакетів, серед яких найвідомішим був AutoCAD (нині це система тривимірного (3D) твердотільного моделювання), дозволила конструктору звільнитись від кульмана й досить продуктивно розробляти графічну технічну документацію за допомогою комп'ютера. Але потреба відображувати просторовий світ у плоскому вигляді залишалась.

Тепер автоматизовані системи 3D конструювання (SolidWorks, NX, CATIA та інші) забезпечують можливість користувачам працювати з об'ємними геометричними моделями, що досить натурально відтворюють реальні об'єкти проєктування.

Крім CAD пакетів до САПР відносяться й CAE (Computer-Aided Engineering) програми інженерних розрахунків, наприклад, ANSYS, NASTRAN та ін. Зазначені продукти вважаються фактичними світовими стандартами щодо аналізу на міцність, досліджень теплофізичних явищ, електромагнетизму, динаміки рідин та газів і т. д. Як основу CAE пакети теж застосовують геометричні моделі, що можуть формуватися власними засобами з використанням таких примітивів, як точки, лінії, поверхні, тіла, а також імпортуватися з інших середовищ. Нині існує стала тенденція до інтеграції CAD та CAE програм.

Завдяки високоякісній візуалізації зображень САПР дозволяють для розроблюваних зразків продукції створювати доволі реалістичні віртуальні макети замість значно дорожчих натурних.

Природним є поєднання CAD/CAE пакетів із CAM (Computer-Aided Manufacturing) системами автоматизації виготовлення технічних об'єктів. У цьому випадку комп'ютерні геометричні моделі становлять основу для опрацювання процесів виробництва деталей, застосування верстатів із числовим програмним керуванням і т. д.

Подальший розвиток CAD/CAM/CAE засобів пов'язаний із PDM (Product Data Management) та PLM (Product Life-cycle Management) технологіями, що реалізують оптимальне автоматизоване управління всім життєвим циклом (проектуванням, виробництвом, експлуатацією) технічної продукції.

Асоціативний зв'язок між тривимірними об'єктами і креслениками дає можливість формувати значну частину конструкторської та іншої технічної документації в автоматичному режимі.

Характерною особливістю нинішніх САПР є їх дружній графічний інтерфейс, якісна довідкова документація та відкритість, тобто забезпечення користувачів ефективними програмними засобами для застосування своїх власних алгоритмів опрацювання даних.

Таким чином, геометричні моделі займають особливе місце в САПР, що обумовлено їх використанням як основи для розв'язування багатьох задач під час розроблення, виготовлення та експлуатації різноманітної промислової продукції.

## **1.7. Висновки**

У цьому розділі підручника наведено загальні відомості про комп'ютерну інженерну графіку. Зокрема, стосовно використовуваних технічних засобів, видів зображень, моделей відтворення кольору, застосовуваного прикладного програмного забезпечення. Подано базову інформацію про основні методи побудов різноманітних геометричних фігур, окреслено перспективні напрямки комп'ютерної графіки в середовищі САПР.

Розглянуті питання дозволяють комплексно, з позицій системного підходу, сприймати навчальний матеріал, який викладається далі.

### **Контрольні запитання**

1. Охарактеризуйте призначення комп'ютерної інженерної графіки, розгляньте приклади її практичного застосування.
2. Опишіть роль дисплеїв, сканерів, принтерів, цифрових фотоапаратів та відеокамер в автоматизованому створенні різноманітних геометричних об'єктів.
3. Розкрийте сутність растрової та векторної графіки.



4. Наведіть види комп'ютерних зображень, сформулюйте їх переваги й недоліки.
5. Проаналізуйте існуючі математичні моделі відтворення кольору, сфери їх раціонального використання.
6. Зробіть стислий огляд найбільш популярних програмних пакетів комп'ютерної графіки.
7. Визначте базові теоретичні засади сучасного геометричного моделювання.
8. Назвіть групи фігур за вимірністю, основні методи їх побудов у нинішніх САПР.
9. Охарактеризуйте каркасні, поверхневі та твердотільні моделі.
10. Обґрунтуйте особливу роль геометрії в інтеграції CAD/CAM/CAE систем.
11. Поясніть на конкретних прикладах переваги параметричних моделей.
12. Доведіть важливість забезпечення користувачів САПР ефективними програмними засобами для застосування своїх власних алгоритмів опрацювання даних.
13. Визначте деякі перспективні напрямки розвитку комп'ютерної інженерної графіки, аргументуйте свої твердження.

## 2. МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Як показує практика, швидкому освоєванню та подальшому продуктивному використанню нових САПР сприяє якісна теоретична підготовка користувачів, що формує правильні фундаментальні уявлення про основи функціонування даних графічних пакетів.

Цей розділ підручника присвячено математичному апарату сучасного комп'ютерного геометричного моделювання, яке базується на засадах аналітичної та диференціальної геометрії, теорії множин, кривих і поверхонь, обчислювальних методах, положеннях автоматизованого проектування. Далі розглядаються наступні теми: *загальні відомості з теорії кривих і поверхонь; точки та перетворення координат на площині й у тривимірному просторі; лінії та поверхні; твердотільне моделювання; типові методи та прийоми формоутворення в САПР.*

Для цілісного сприйняття поданого матеріалу нагадаємо, що предметом геометричного моделювання є математичні методи, способи та прийоми, які відтворюють форму, розміри й положення у просторі досліджуваних об'єктів, забезпечують можливість здійснення над ними потрібних модифікацій.

У нинішніх графічних комп'ютерних системах поширені растрові та векторні зображення. Перші використовуються в дисплеях, під час друку на принтерах, сканування, в цифрових фотоапаратах і відеокамерах тощо, а другі – у плотерах. Таким чином, геометричне моделювання технічних об'єктів у САПР здійснюється за допомогою векторної форми, а його результати назовні відображуються в растровому (дисплеї, принтери) або векторному (плотери) вигляді.

Для комп'ютерного формоутворення найпоширенішим є застосування параметричних геометричних фігур. Це стосується не тільки ліній, поверхонь та тіл, а й їх різноманітних комбінацій, наприклад, у вигляді деталей машин. За таких умов інженер визначає форму, розміри, положення створюваних ним об'єктів за допомогою певних параметрів та обмежень, цілеспрямоване змінювання яких дозволяє йому автоматизованим шляхом отримувати потрібні варіанти опрацьовуваних виробів і процесів, ефективно здійснювати їх оптимізацію. Тому надалі геометричні фігури розглядаються, як правило, в параметричній формі.

Отже, основна мета цього розділу підручника полягає у викладенні математичних основ комп'ютерного геометричного моделювання, добре оволодіння якими забезпечує ефективну фахову роботу в середовищі різноманітних сучасних САПР.

## 2.1. Загальні відомості з теорії кривих і поверхонь

### 2.1.1. Векторна функція скалярного аргументу

Умовно у векторному численні можна виділити дві частини, а саме, *векторну алгебру* та *векторний аналіз*. У першому випадку вектори (направлені відрізки) вважаються сталими величинами, а у другому – змінними. Питання векторної алгебри розглядаються під час вивчення аналітичної геометрії, а векторного аналізу – в курсі диференціальної геометрії.

Якщо у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$  радіус-вектор  $\mathbf{r}(x, y, z)$  деякої рухомої точки  $P$  змінюється як функція певної скалярної величини  $u$  (наприклад, часу), то таку залежність можна подати у формі

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u), \quad (2.1)$$

де  $u$  – параметр.

З виразу (2.1) випливає, що для дефініції радіус-вектора  $\mathbf{r}(x, y, z)$  у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$ , змінюваного відповідно до величини скалярного аргументу  $u$ , потрібно визначити залежності

$$x=x(u), \quad y=y(u), \quad z=z(u). \quad (2.2)$$

### 2.1.2. Похідна векторної функції

Похідною векторної функції  $\mathbf{r}$  скалярного аргументу  $u$  називається границя відношення приросту  $\Delta \mathbf{r}$  цієї функції та прямуючого до нуля приросту  $\Delta u$  її аргументу

$$\dot{\mathbf{r}} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta u}. \quad (2.3)$$

Оскільки при діленні вектора  $\Delta \mathbf{r}$  на число  $\Delta u$  отримуємо також вектор, то і границя (2.3), тобто похідна векторної функції скалярного аргументу, теж є вектором, який залежить від параметра  $u$

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}(u) = \frac{d\mathbf{r}}{du}. \quad (2.4)$$

Далі для функції (2.4) можна знову обчислити похідну. У такий спосіб отримуємо похідну другого, третього і т. д. порядків, тобто

$$\ddot{\mathbf{r}}(u) = \frac{d^2\mathbf{r}}{du^2} = \frac{d\dot{\mathbf{r}}}{du}, \quad \ddot{\mathbf{r}}(u) = \frac{d^3\mathbf{r}}{du^3} = \frac{d\ddot{\mathbf{r}}}{du}.$$

### 2.1.3. Правила диференціювання векторів

*Теорема 2.1. Похідна суми векторів дорівнює сумі похідних цих векторів.*  
*Доведення.* Нехай

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2,$$

де вектори  $\mathbf{r}_1$  та  $\mathbf{r}_2$  визначаються функціями, що диференціюються по параметру  $u$ .

Тоді приріст вектора  $\mathbf{r}$  можна подати через прирости векторів  $\mathbf{r}_1$  та  $\mathbf{r}_2$

$$\Delta\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \Delta\mathbf{r}_2) - (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) = \Delta\mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r}_2.$$

Далі

$$\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta u} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta\mathbf{r}_1}{\Delta u} + \frac{\Delta\mathbf{r}_2}{\Delta u} \right) = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}_1}{\Delta u} + \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}_2}{\Delta u},$$

тобто

$$\frac{d(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)}{du} = \frac{d\mathbf{r}_1}{du} + \frac{d\mathbf{r}_2}{du}, \quad (2.5)$$

що і треба було довести.

Для довільних векторних функцій  $\mathbf{r}_1(u)$ ,  $\mathbf{r}_2(u)$  та скалярної функції  $\lambda(u)$ , де  $u$  – параметр, мають місце, на додаток до виразу (2.5), наступні правила диференціювання

$$\frac{d(\lambda\mathbf{r}_1)}{du} = \frac{d\lambda}{du}\mathbf{r}_1 + \lambda \frac{d\mathbf{r}_1}{du}, \quad (2.6)$$

$$\frac{d(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2)}{du} = \frac{d\mathbf{r}_1}{du}\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1 \frac{d\mathbf{r}_2}{du}, \quad (2.7)$$

$$\frac{d[\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2]}{du} = \left[ \frac{d\mathbf{r}_1}{du} \mathbf{r}_2 \right] + \left[ \mathbf{r}_1 \frac{d\mathbf{r}_2}{du} \right]. \quad (2.8)$$

Обґрунтування формул (2.6) ... (2.8) виконується подібно до розглянутого вище доведення похідної суми двох векторів.

Наприклад, для похідної векторного добутку маємо наступну теорему.

*Теорема 2.2. Похідна векторного добутку векторів  $\mathbf{r}_1$  та  $\mathbf{r}_2$  дорівнює*

$$\frac{d[\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2]}{du} = \left[ \frac{d\mathbf{r}_1}{du} \mathbf{r}_2 \right] + \left[ \mathbf{r}_1 \frac{d\mathbf{r}_2}{du} \right].$$

*Доведення.* Нехай

$$\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2],$$

де вектори  $\mathbf{r}_1$  та  $\mathbf{r}_2$  визначаються функціями, що диференціюються по параметру  $u$ .

Тоді приріст вектора  $\mathbf{r}$  можна подати через прирости векторів  $\mathbf{r}_1$  та  $\mathbf{r}_2$

$$\Delta\mathbf{r} = [(\mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r}_1)(\mathbf{r}_2 + \Delta\mathbf{r}_2)] - [\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2] = [\Delta\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2] + [\mathbf{r}_1\Delta\mathbf{r}_2] + [\Delta\mathbf{r}_1\Delta\mathbf{r}_2].$$

Далі

$$\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta u} = \left[ \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}_1}{\Delta u} \mathbf{r}_2 \right] + \left[ \mathbf{r}_1 \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}_2}{\Delta u} \right] + \left[ \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}_1}{\Delta u} \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \Delta\mathbf{r}_2 \right] = \left[ \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}_1}{\Delta u} \mathbf{r}_2 \right] + \left[ \mathbf{r}_1 \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}_2}{\Delta u} \right],$$

оскільки

$$\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \Delta\mathbf{r}_2 = 0.$$

Отже,

$$\frac{d\mathbf{r}}{du} = \frac{d[\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2]}{du} = \left[ \frac{d\mathbf{r}_1}{du} \mathbf{r}_2 \right] + \left[ \mathbf{r}_1 \frac{d\mathbf{r}_2}{du} \right],$$

що і треба було довести.

*Теорема 2.3. Похідна сталого вектора дорівнює нулю.*

*Доведення.* Оскільки приріст  $\Delta\mathbf{r}$  сталого вектора  $\mathbf{r}$  завжди є нулем, то

$$\dot{\mathbf{r}} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta u} = 0, \quad (2.9)$$

що і треба було довести.

Відповідно до залежностей (2.6) ... (2.8) і (2.9) бачимо, що сталий скалярний або векторний множник можна виносити за знак похідної:

$$\frac{d(\lambda \mathbf{r}_1)}{du} = \lambda \frac{d\mathbf{r}_1}{du}, \text{ де } \lambda = \text{const};$$

$$\frac{d(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2)}{du} = \mathbf{r}_1 \frac{d\mathbf{r}_2}{du}, \text{ де } \mathbf{r}_1 = \text{const};$$

$$\frac{d[\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2]}{du} = \left[ \mathbf{r}_1 \frac{d\mathbf{r}_2}{du} \right], \text{ де } \mathbf{r}_1 = \text{const}.$$

З формули (2.7) випливає

$$\frac{d(\mathbf{r}^2)}{du} = 2\mathbf{r} \frac{d\mathbf{r}}{du}. \quad (2.10)$$

Аналіз виразу (2.10) показує, що коли вектор  $\mathbf{r}(u)$  зберігає довжину, то він перпендикулярний до вектора своєї похідної.

Також маємо співвідношення

$$\frac{d(\mathbf{r}(\lambda(u)))}{du} = \frac{d\mathbf{r}}{d\lambda} \frac{d\lambda}{du}.$$

Згідно з теоремою 2.1, висновком про можливість винесення за знак похідної постійного вектора та залежностями (2.2) для радіус-вектора  $\mathbf{r}$  у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$

$$\mathbf{r} = xi + yj + zk$$

отримуємо

$$\frac{d\mathbf{r}}{du} = \frac{dx}{du} \mathbf{i} + \frac{dy}{du} \mathbf{j} + \frac{dz}{du} \mathbf{k}. \quad (2.11)$$

Вираз (2.11) свідчить, що координати похідної векторної функції дорівнюють похідним скалярних залежностей відповідних координат.

#### 2.1.4. Інтеграл векторної функції скалярного аргументу

Невизначеним інтегралом векторної функції  $\mathbf{r}(u)$  є вираз

$$\mathbf{f}(u) = \int \mathbf{r}(u) du,$$

якщо

$$\frac{d\mathbf{f}(u)}{du} = \mathbf{r}(u).$$

Визначеним інтегралом векторної функції  $\mathbf{r}(u)$  називається постійний вектор

$$\int_a^b \mathbf{r}(u) du = \mathbf{f}(b) - \mathbf{f}(a).$$

Інтеграл суми векторних функцій дорівнює сумі інтегралів від доданків. Постійний векторний або скалярний множник можна виносити за знак інтеграла.

На підставі цього для векторної функції вигляду

$$\mathbf{r}(u) = x(u)\mathbf{i} + y(u)\mathbf{j} + z(u)\mathbf{k}$$

будемо мати

$$\int \mathbf{r}(u) du = \int x(u) du \mathbf{i} + \int y(u) du \mathbf{j} + \int z(u) du \mathbf{k}.$$

### 2.1.5. Крива лінія та її параметричне рівняння

На відміну від елементарної та аналітичної геометрії, де вивчається обмежена кількість типів ліній (прямі і криві другого порядку), в топології та диференціальній геометрії, що входять до теоретичних основ сучасного комп'ютерного формоутворення, застосовують більш загальний клас ліній.

Тому дамо визначення кривої в термінах теорії множин і відображень, базуючись на дефініції *топологічної (неперервної) відповідності* між елементами двох точкових множин, при якій довільним двом нескінченно наближеним точкам однієї множини відповідають нескінченно наближені точки іншої. Такі множини вважаються топологічно еквівалентними.

*Проста дуга* – це множина точок, топологічно еквівалентна відрізу прямої. Дві такі дуги є *прилеглими*, якщо їх кінці (одна або дві пари) збігаються.

*Крива лінія* – це множина точок, що містить скінченне число простих прилеглих дуг.

Нехай довільна проста дуга  $AB$  є топологічним відображенням прямолінійного відрізка  $A_0B_0$ , при якому кожній точці  $P_0$  відрізка відповідає

точка  $P$  дуги. Вважатимемо, що положення точок відрізка визначається за допомогою певної величини (наприклад,  $u$ ) в обраній на ньому прямолінійній системі координат. За наявності аналітичної залежності між цією величиною (числами) та точками дуги кажуть, що остання є параметризованою, а  $u$  називають параметром даної дуги.

Вихідний відрізок можна топологічно відобразити на задану дугу кількома різними способами. Наприклад, якщо при одному з них точці  $P$  дуги відповідає точка  $P_0$  зі значенням  $u$ , а при другому – точка  $P_0$  з величиною  $t$ .

Тоді наведені параметри  $u$  та  $t$  будуть пов'язані співвідношенням

$$u=f(t). \quad (2.12)$$

Зауважимо, що залежність (2.12) повинна бути однозначною та неперервною функцією разом із своєю оберненою функцією

$$t=f^{-1}(u). \quad (2.13)$$

За описаних умов радіус-вектор  $\mathbf{r}$  довільної точки  $P$  простої дуги може бути поданий, згідно з формулами (2.1), (2.2), (2.12) та (2.13), у вигляді

$$\mathbf{r}=\mathbf{r}(u)=\mathbf{r}(f(t)), \quad (2.14)$$

де  $u, t$  – параметри.

Вираз (2.14) називається параметричним рівнянням дуги у векторній формі. Як бачимо, функціональна залежність  $\mathbf{r}(u)$  відрізняється від  $\mathbf{r}(t)$ , однак крива  $\mathbf{r}$  залишається тією ж самою, оскільки проміжок для  $t$  забезпечує належне змінювання  $u$ .

Виконавши диференціювання формули (2.14) по  $t$ , отримуємо

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \dot{\mathbf{r}}(u) \dot{f}(t). \quad (2.15)$$

Співвідношення (2.15) свідчить, що похідна радіус-вектора кривої по параметру  $t$  відрізняється від похідної по  $u=f(t)$  тільки скалярним множником  $\dot{f}(t)$ . Це значить, що характер змінювання напряму вектора похідної залишається попереднім і не залежить від вибору параметра, а трансформується лише модуль похідної.



### 2.1.6. Дотична до кривої

Дотичною до кривої в даній її точці називається пряма, яка є граничним положенням січної, що проходить через цю та іншу точку кривої, коли остання необмежено наближається до даної точки.

На рис. 2.1 показано лінію, яку визначено згідно з формулою (2.1). Оскільки приріст  $\Delta \mathbf{r}$  вектора  $\mathbf{r}$  збігається з хордою  $PP'$ , то вектор  $\Delta \mathbf{r}/\Delta u$  теж направлений уздовж прямої  $PP'$ .

Коли  $P'$  необмежено наближається до  $P$ , то січна  $PP'$  обертається навколо точки  $P$ , намагаючись зайняти положення дотичної.

За цих умов вектор  $\Delta \mathbf{r}/\Delta u$  прямує до похідної  $\dot{\mathbf{r}}$  як своєї границі, див. вираз (2.3).

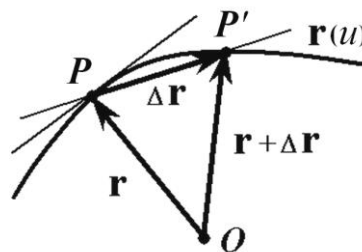


Рис. 2.1. Дотична до кривої  $\mathbf{r}(u)$

Отже, похідна по параметру радіус-вектора параметрично визначеної кривої є вектором, направленим уздовж дотичної до цієї лінії.

Векторне параметричне рівняння дотичної до кривої (2.1) записується наступним чином

$$\mathbf{t}(\lambda) = \mathbf{r}(u) + \lambda \dot{\mathbf{r}}(u), \quad (2.16)$$

де  $\lambda$  – параметр дотичної.

Точки лінії  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u)$ , в яких  $\dot{\mathbf{r}}(u) \neq 0$ , називаються звичайними, а інші – особливими. Для останніх рівняння (2.16) не застосовується.

### 2.1.7. Довжина дуги як параметр кривої

Для лінії вигляду (2.1)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u), \quad u \in [u_n, u_k], \quad (2.17)$$

її довжина  $L$  визначається виразом

$$L = \int_{u_n}^{u_k} |\dot{\mathbf{r}}(u)| du \quad (2.18)$$

або

$$L = \int_{u_n}^{u_k} \sqrt{\dot{\mathbf{r}}(u) \cdot \dot{\mathbf{r}}(u)} du. \quad (2.19)$$

Для кривої (2.17), використовуючи співвідношення (2.2), залежність (2.19) подамо наступним чином

$$L = \int_{u_n}^{u_k} \sqrt{\dot{x}(u)^2 + \dot{y}(u)^2 + \dot{z}(u)^2} du.$$

Довільний вибір параметризації може вносити певні ускладнення в дослідження ліній та відображувати як суто геометричні їх властивості, так і пов'язані з вибором параметра. Уникнути цього можна шляхом використання в якості параметра довжини дуги кривої.

Для довільної точки  $\mathbf{P}(u)$  на лінії (2.17), згідно з формулою (2.18), запишемо відповідну довжину дуги

$$s = \int_{u_n}^u |\dot{\mathbf{r}}(u)| du. \quad (2.20)$$

Виконавши диференціювання залежності (2.20), отримуємо

$$\dot{s}(u) = |\dot{\mathbf{r}}(u)|. \quad (2.21)$$

Помноживши ліву та праву частини співвідношення (2.21) на  $du$ , маємо

$$\dot{s}(u) du = |\dot{\mathbf{r}}(u)| du.$$

Узявши по модулю ліву та праву частину останнього виразу, одержуємо

$$|ds| = |d\mathbf{r}|, \quad (2.22)$$

тобто, модуль диференціала довжини дуги дорівнює модулю диференціала радіус-вектора.

Поділивши обидві частини формули (2.22) на  $|ds|$ , дістаємо

$$\left| \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right| = 1. \quad (2.23)$$

Рівняння (2.23) свідчить, що похідна радіус-вектора по параметру-дузі є одиничним вектором.

Подання кривої (2.17) у вигляді

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(s), \quad s \in [0, L], \quad (2.24)$$

де  $s$  – довжина її дуги,

$L$  – загальна довжина кривої,

називається векторним рівнянням кривої з натуральною параметризацією.

Залежність (2.24) зручна для проведення теоретичних досліджень, оскільки суттєво спрощує отримувані при цьому математичні співвідношення. Однак, із практичної точки зору не завжди ефективна, бо вимагає розрахунків довжини дуги кривої.

### 2.1.8. Кривина параметричної лінії

Кривиною  $k$  лінії  $\mathbf{r}(u)$  вигляду (2.1) у точці  $P$  (рис. 2.2) називається границя

$$k = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s}, \quad (2.25)$$

де  $\Delta \theta$  – кут між дотичними до  $\mathbf{r}(u)$  в точках  $P'$  і  $P$ ,

$\Delta s$  – довжина дуги  $PP'$ .

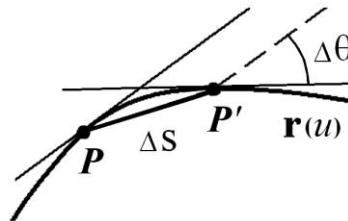


Рис. 2.2. Кривина лінії  $\mathbf{r}(u)$  в точці  $P$

У формулі (2.25) вираз  $\Delta \theta / \Delta s$ , що є відношенням кута  $\Delta \theta$  між дотичними на кінцях дуги до її довжини  $\Delta s$ , характеризує скривленість лінії  $\mathbf{r}(u)$  на ділянці цієї дуги й називається *середньою кривиною* даної дуги. Кут  $\Delta \theta$ ,

завичай, визначається в радіанах. Тому кривина вимірюється в одиницях, обернених до довжини.

Середня кривина відрізка прямої лінії є нулем, оскільки дотичні на його кінцях збігаються з цією прямою. Середня кривина дуги кола радіуса  $R$  дорівнює  $1/R$ .

**Теорема 2.4.** *Двічі неперервно диференційована крива  $\mathbf{r}(s)$  з натуральною параметризацією має кривину*

$$k = |\ddot{\mathbf{r}}(s)|.$$

*Доведення.* Оскільки, див. рис. 2.3, кут між одиничними дотичними векторами  $\boldsymbol{\tau}(s+\Delta s)=\dot{\mathbf{r}}(s+\Delta s)$  і  $\boldsymbol{\tau}(s)=\dot{\mathbf{r}}(s)$  дорівнює  $\Delta\theta$ , то

$$|\boldsymbol{\tau}(s+\Delta s) - \boldsymbol{\tau}(s)| = 2 \sin \frac{\Delta\theta}{2},$$

звідки

$$\frac{|\boldsymbol{\tau}(s+\Delta s) - \boldsymbol{\tau}(s)|}{\Delta s} = \frac{2 \sin \frac{\Delta\theta}{2}}{\Delta s} = \frac{\sin \frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}} \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta s}. \quad (2.26)$$

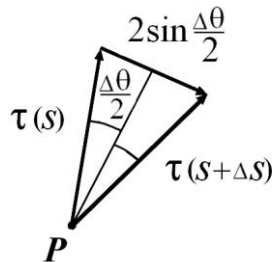


Рис. 2.3. Кривина лінії  $\mathbf{r}(s)$  у точці  $P$

Розглядаючи границю виразу (2.26) при  $\Delta s \rightarrow 0$  та, відповідно,  $\Delta\theta \rightarrow 0$ , одержуємо

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{|\boldsymbol{\tau}(s+\Delta s) - \boldsymbol{\tau}(s)|}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{\Delta\theta}{2}} \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta s}. \quad (2.27)$$

На основі залежностей (2.27) і (2.25) маємо

$$|\ddot{\mathbf{r}}(s)| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = k, \quad (2.28)$$

що і треба було довести.

Визначимо вираз для обчислення кривини у випадку довільної параметризації лінії.

На підставі співвідношення (2.20) запишемо

$$\frac{ds}{du} = |\dot{\mathbf{r}}(u)| = \sqrt{\dot{\mathbf{r}}(u)^2}. \quad (2.29)$$

Тоді для довільно параметризованої кривої вигляду (2.17), з урахуванням формули (2.29), маємо

$$\dot{\mathbf{r}}(u) = \frac{d\mathbf{r}}{du} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{du} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \sqrt{\dot{\mathbf{r}}(u)^2}. \quad (2.30)$$

Виконавши диференціювання залежності (2.30) по параметру  $u$ , одержуємо

$$\ddot{\mathbf{r}}(u) = \frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} \cdot \dot{\mathbf{r}}(u)^2 + \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{\dot{\mathbf{r}}(u) \cdot \ddot{\mathbf{r}}(u)}{\sqrt{\dot{\mathbf{r}}(u)^2}}. \quad (2.31)$$

Підносимо до квадрата ліву і праву частини рівності (2.31) та, зважаючи на співвідношення

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2}\right)^2 = k^2, \quad \left(\frac{d\mathbf{r}}{ds}\right)^2 = 1,$$

а також на те, що вектори  $\frac{d\mathbf{r}}{ds}$  і  $\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2}$  є ортогональними, отримуємо

$$\ddot{\mathbf{r}}(u)^2 = k^2 \cdot (\dot{\mathbf{r}}(u)^2)^2 + \frac{(\dot{\mathbf{r}}(u) \cdot \ddot{\mathbf{r}}(u))^2}{\dot{\mathbf{r}}(u)^2},$$

звідки

$$k^2 = \frac{\dot{\mathbf{r}}(u)^2 \cdot \ddot{\mathbf{r}}(u)^2 - (\dot{\mathbf{r}}(u) \cdot \ddot{\mathbf{r}}(u))^2}{(\dot{\mathbf{r}}(u)^2)^3}. \quad (2.32)$$

На підставі тотожності Лагранжа, яка для векторів  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$  має вигляд

$$[\mathbf{ab}] \cdot [\mathbf{cd}] = (\mathbf{ac}) \cdot (\mathbf{bd}) - (\mathbf{bc}) \cdot (\mathbf{ad}),$$

формулу (2.32) подаємо як

$$k^2 = \frac{[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]^2}{(\dot{\mathbf{r}}(u)^2)^3} = \frac{[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]^2}{|\dot{\mathbf{r}}(u)|^6}. \quad (2.33)$$

Узявши квадратний корінь від лівої та правої частини виразу (2.33), одержуємо залежність для кривини довільно параметризованої кривої  $\mathbf{r}(u)$

$$k(u) = \frac{[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]}{|\dot{\mathbf{r}}(u)|^3}. \quad (2.34)$$

У випадку плоскої кривої, яка визначається у прямокутній декартовій системі координат  $Oxy$  рівняннями вигляду

$$x=x(u), \quad y=y(u),$$

де  $u$  – параметр,

співвідношення (2.34) має вигляд

$$k(u) = \frac{|\dot{x}(u) \cdot \ddot{y}(u) - \ddot{x}(u) \cdot \dot{y}(u)|}{(\dot{x}^2(u) + \dot{y}^2(u))^{3/2}}.$$

### 2.1.9. Супроводжуючий тригранник кривої

З матеріалів пункту 2.1.6 та формул (2.20) ... (2.23) видно, що для точки  $P(u)$  кривої  $\mathbf{r}(u)$  вигляду (2.17), див. рис. 2.4, похідна  $d\mathbf{r}/ds$ , де  $s$  – параметр-дуга, є одиничним дотичним вектором

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}, \quad \boldsymbol{\tau}^2 = 1. \quad (2.35)$$

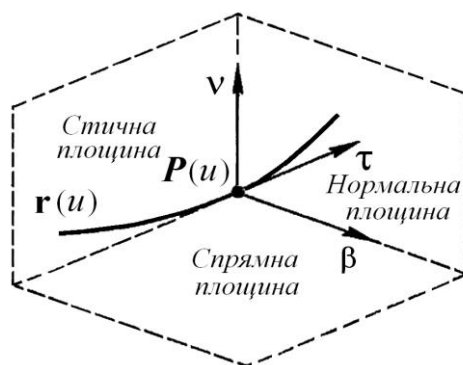


Рис. 2.4. Супроводжуючий тригранник кривої  $\mathbf{r}(u)$

Здійснвши диференціювання першого виразу (2.35) по параметру  $s$ , з урахуванням співвідношення (2.28) отримуємо

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} = k\mathbf{v}, \quad (2.36)$$

де  $\mathbf{v}$  – одиничний вектор, перпендикулярний вектору  $\boldsymbol{\tau}$ .

Вектор  $\mathbf{v}$  визначає *головну нормаль* кривої  $\mathbf{r}(u)$  в точці  $P(u)$ . До  $\boldsymbol{\tau}$  та  $\mathbf{v}$  додається одиничний вектор  $\boldsymbol{\beta}$  *бінормалі* таким чином, щоб трійка  $(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\beta})$  векторів була правою (рис. 2.4).

Тоді їх скалярні квадрати задовольняють рівнянню

$$\boldsymbol{\tau}^2 = \mathbf{v}^2 = \boldsymbol{\beta}^2 = 1,$$

попарні скалярні добутки

$$\boldsymbol{\tau}\mathbf{v} = \mathbf{v}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\tau} = 0,$$

а векторні добутки

$$[\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}] = \boldsymbol{\beta}, \quad [\mathbf{v}\boldsymbol{\beta}] = \boldsymbol{\tau}, \quad [\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\tau}] = \mathbf{v}. \quad (2.37)$$

Отже, дотична, головна нормаль і бінормаль у кожній поточній точці кривої визначають тригранник із прямими кутами при вершині, яка збігається з поточною точкою даної кривої. Цей тригранник називається *супроводжуючим (натуральним)*. Його гранями є нормальна, стична і спрямна площини.

Позначивши через  $P$  та  $\mathbf{r}(u)$  відповідно радіус-вектор довільної точки цих площин та поточної точки параметрично визначеної кривої, маємо наступні рівняння:

– *нормальної площини*, що проходить через  $\mathbf{r}(u)$  та перпендикулярна  $\boldsymbol{\tau}$ , тобто ортогональна  $\dot{\mathbf{r}}(u)$  згідно з виразами (2.35) і (2.30),

$$(\mathbf{P} - \mathbf{r}(u)) \cdot \dot{\mathbf{r}}(u) = 0;$$

– *стичної площини*, яка проходить через  $\mathbf{r}(u)$  й вектори  $\boldsymbol{\tau}$  та  $\mathbf{v}$ , тобто перпендикулярна вектору  $[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]$  згідно з виразами (2.35), (2.36), (2.28), (2.30) і (2.31),

$$(\mathbf{P} - \mathbf{r}(u)) \cdot [\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)] = 0;$$

– *спрямної площини*, що проходить через  $\mathbf{r}(u)$  й перпендикулярна до вектора  $[[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]\dot{\mathbf{r}}(u)]$ , напрям якого збігається з головною нормаллю згідно з поясненнями до двох попередніх рівнянь,

$$(\mathbf{P} - \mathbf{r}(u)) \cdot [[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]\dot{\mathbf{r}}(u)] = 0.$$

### 2.1.10. Формули Серре-Френе

Основне призначення цих формул полягає в тому, щоб охарактеризувати обертання супровідного тригранника, утвореного одиничними векторами  $\boldsymbol{\tau}$ ,  $\mathbf{v}$  та  $\boldsymbol{\beta}$ , під час руху відповідної точки вздовж просторової кривої. Зміст цих залежностей зводиться до визначення похідних даних одиничних векторів по натуральному параметру.

Для похідної вектора дотичної маємо співвідношення (2.36).

Розглянемо похідну вектора бінормалі, для чого скористаємося виразами (2.37) і (2.36):

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{ds} = \frac{d[\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}]}{ds} = \left[ \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} \mathbf{v} \right] + \left[ \boldsymbol{\tau} \frac{d\mathbf{v}}{ds} \right] = k[\mathbf{v}\mathbf{v}] + \left[ \boldsymbol{\tau} \frac{d\mathbf{v}}{ds} \right] = \left[ \boldsymbol{\tau} \frac{d\mathbf{v}}{ds} \right]. \quad (2.38)$$

З формули (2.38) бачимо, що похідна  $d\boldsymbol{\beta}/ds$  перпендикулярна дотичній  $\boldsymbol{\tau}$ . Але, одночасно,  $\boldsymbol{\beta}$  – це одиничний вектор і його похідна перпендикулярна йому самому. Звідси випливає, що  $d\boldsymbol{\beta}/ds$  має напрям головної нормалі. Отже, застосувавши деякий коефіцієнт пропорційності  $\chi$ , одержуємо

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{ds} = -\chi\mathbf{v}. \quad (2.39)$$

Для похідної вектора  $\mathbf{v}$  використовуємо вирази (2.37), (2.36) і (2.39). Тоді

$$\frac{d\mathbf{v}}{ds} = \frac{d[\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\tau}]}{ds} = \left[ \frac{d\boldsymbol{\beta}}{ds} \boldsymbol{\tau} \right] + \left[ \boldsymbol{\beta} \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} \right] = -\chi[\mathbf{v}\boldsymbol{\tau}] + k[\boldsymbol{\beta}\mathbf{v}] = -k\boldsymbol{\tau} + \chi\boldsymbol{\beta}. \quad (2.40)$$

Об'єднавши залежності (2.36), (2.39) і (2.40), отримуємо *формули Серре-Френе*



$$\begin{cases} \frac{d\tau}{ds} = k\nu, \\ \frac{d\nu}{ds} = -k\tau + \chi\beta, \\ \frac{d\beta}{ds} = -\chi\nu. \end{cases} \quad (2.41)$$

### 2.1.11. Скрут кривої

У виразі (2.39) було застосовано коефіцієнт пропорційності  $\chi$ , який називається *скрутом*. Покажемо, що його абсолютна величина в даній точці кривої дорівнює границі відношення кута повороту бінормалі до довжини дуги, яка стягується в дану точку.

Згідно з третім рівнянням системи (2.41) маємо

$$|\chi| = \left| \frac{d\beta}{ds} \right|,$$

проте

$$\left| \frac{d\beta}{ds} \right| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{|\Delta\beta|}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\phi}{\Delta s},$$

де  $\Delta s$  – довжина дуги, яка стягується в дану точку;

$\Delta\beta$  – приріст одиничного вектора бінормалі;

$\phi$  – кут повороту вектора  $\beta$  на дузі  $\Delta s$ .

Таким чином,

$$|\chi| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\phi}{\Delta s}.$$

Оскільки бінормаль плоскої лінії має сталий напрям, то скрут останньої у всіх її точках дорівнює нулю.

Враховуючи перпендикулярність бінормалі стичній площині, бачимо, що скрут також характеризує обертання стичної площини по відношенню до пройденого шляху вздовж кривої.

Щоб отримати формули для розрахунку скруту, на підставі виразів (2.35) ... (2.37), знаходимо спочатку

$$[\dot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)] = k[\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}] = k\boldsymbol{\beta}. \quad (2.42)$$

З використанням співвідношень (2.36) і (2.41), одержуємо

$$\ddot{\mathbf{r}}(s) = \dot{k}(s)\mathbf{v} + k(-k\boldsymbol{\tau} + \chi\boldsymbol{\beta}) = -k^2\boldsymbol{\tau} + \dot{k}(s)\mathbf{v} + k\chi\boldsymbol{\beta}. \quad (2.43)$$

На підставі залежностей (2.42) і (2.43) визначаємо

$$(\dot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)) = [\dot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)]\ddot{\mathbf{r}}(s) = k\boldsymbol{\beta}(-k^2\boldsymbol{\tau} + \dot{k}(s)\mathbf{v} + k\chi\boldsymbol{\beta}) = k^2\chi. \quad (2.44)$$

Формула (2.44) дозволяє розрахувати скрут  $\chi$  на основі відомої кривини  $k$  та похідних радіус-вектора  $\mathbf{r}$  по натуральному параметру  $s$ . Наприклад, застосувавши вираз (2.28), отримуємо

$$\chi = \frac{(\dot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s))}{\ddot{\mathbf{r}}(s)^2}.$$

Для обчислення скриту кривої  $\mathbf{r}$  з параметром  $u=u(s)$ , використаємо наступні рівняння

$$\dot{\mathbf{r}}(s) = \dot{\mathbf{r}}(u)\dot{u}(s), \quad (2.45)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}(s) = \ddot{\mathbf{r}}(u)\dot{u}(s)^2 + \dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{u}(s), \quad (2.46)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}(s) = \ddot{\mathbf{r}}(u)\dot{u}(s)^3 + 3\dot{\mathbf{r}}(u)\dot{u}(s)\ddot{u}(s) + \dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{u}(s). \quad (2.47)$$

Векторний добуток залежностей (2.45) і (2.46) дає

$$[\dot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)] = [\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]\dot{u}(s)^3, \quad (2.48)$$

а скалярний добуток співвідношень (2.48) і (2.47) дорівнює

$$(\dot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)\ddot{\mathbf{r}}(s)) = (\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u))\dot{u}(s)^6. \quad (2.49)$$

На підставі формули (2.44) з виразу (2.49) маємо

$$k^2\chi = (\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u))\dot{u}(s)^6. \quad (2.50)$$

Відповідно до залежності (2.21) запишемо

$$\dot{u}(s) = \frac{1}{|\dot{\mathbf{r}}(u)|}. \quad (2.51)$$

Тоді рівняння (2.50), з використанням співвідношень (2.33) і (2.51), подамо як

$$\frac{[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]^2}{|\dot{\mathbf{r}}(u)|^6} \chi = \frac{(\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u))}{|\dot{\mathbf{r}}(u)|^6},$$

звідки

$$\chi = \frac{(\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u))}{[\dot{\mathbf{r}}(u)\ddot{\mathbf{r}}(u)]^2}. \quad (2.52)$$

Таким чином, формула (2.52) дозволяє розрахувати скрут  $\chi$  кривої  $\mathbf{r}(u)$  при довільному параметрі  $u$ .

### 2.1.12. Параметричне визначення поверхні

Проаналізуємо параметричні поверхні, що є топологічним відображенням деякої плоскої області, при якому її довільній точці  $P_0(u, v)$ , де  $u$  та  $v$  – прямокутні координати, відповідає точка  $P(u, v)$  поверхні. Вважатимемо, що при цьому зазначена поверхня *параметризована*, а величини  $u$  та  $v$  називатимемо *криволінійними координатами* точки  $P$ .

За таких умов лінії на площині відповідає певна лінія на поверхні. Зокрема, прямі  $u=const$  і  $v=const$  площини відображуються в лінії поверхні, які називаються *координатними лініями* даної параметризації.

Як наслідок однозначної відповідності, через довільну точку поверхні проходить тільки одна лінія з кожної сім'ї  $u=const$  та  $v=const$ . Ці дві групи ліній утворюють *координатну сітку* на поверхні.

Величини криволінійних координат  $u$  та  $v$  точки  $P$  параметризованої поверхні визначають положення цієї точки у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$ , тобто її радіус-вектор

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v), \quad (2.53)$$

де  $u, v$  – параметри.

Залежності (2.53), яка називається *векторним параметричним рівнянням поверхні*, відповідають три координатні рівняння

$$x=x(u,v), \quad y=y(u,v), \quad z=z(u,v). \quad (2.54)$$

З останніх формул видно, що коли параметри  $u$  та  $v$  проходять область свого змінювання, то точка  $P$  з координатами (2.54), тобто радіус-вектор (2.53), описує у просторі деяке геометричне місце точок (поверхню).

### 2.1.13. Криві на поверхні

Якщо у виразі (2.53) розглядати параметри  $u$  та  $v$  як співвідношення

$$u=u(t), \quad v=v(t),$$

де  $t$  – параметр,  
то отримаємо

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u(t), v(t)). \quad (2.55)$$

Формула (2.55) є функцією одного аргументу. Коли параметр  $t$  проходить область свого змінювання, то радіус-вектор  $\mathbf{r}$  описує деяку криву у просторі, що належить поверхні (2.53).

### 2.1.14. Дотична пряма і площина до поверхні

Дотичний вектор до лінії (2.55) знайдемо диференціюванням даної залежності по параметру  $t$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{du} \frac{du}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dv} \frac{dv}{dt}. \quad (2.56)$$

Застосуємо позначення

$$\frac{d\mathbf{r}}{du} = \mathbf{r}_u, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dv} = \mathbf{r}_v. \quad (2.57)$$

Вважатимемо, що для векторів (2.57), які називатимемо *координатними векторами*,  $[\mathbf{r}_u, \mathbf{r}_v] \neq 0$ , тобто розглядатимемо лише звичайні точки. Покажемо, що координатні вектори є дотичними до координатних ліній.

Нехай перша з них має вигляд

$$u=t, \quad v=const,$$

тоді, згідно з формулою (2.56),

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{r}_u.$$

За аналогією для другої координатної лінії

$$u = \text{const}, \quad v = t,$$

тоді

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{r}_v.$$

З виразу (2.56) випливає, що дотична в певній точці кривої, яка лежить на поверхні, знаходиться у площині, утвореній координатними векторами. Тобто, коли через задану точку  $\mathbf{P}(u, v)$  параметрично визначеної поверхні проводити різноманітні лінії цієї поверхні, то дотичні до них будуть розташовуватися в одній площині, яка формується векторами  $\mathbf{r}_u$  та  $\mathbf{r}_v$  й називається *дотичною площиною*.

Нормальний вектор до останньої

$$\mathbf{N} = [\mathbf{r}_u \mathbf{r}_v]$$

є також *нормальним вектором поверхні* в даній точці.

Пряма, що проходить через неї та має напрям зазначеного вектора, називається *нормаллю поверхні* в точці, що розглядається.

Позначивши через  $\mathbf{P}$  та  $\mathbf{r}(u)$  відповідно радіус-вектор довільної точки дотичної площини та поточної точки параметрично визначеної поверхні, одержимо рівняння цієї площини

$$(\mathbf{P} - \mathbf{r}(u)) \cdot \mathbf{N} = 0.$$

## 2.2. Точки та перетворення координат

### 2.2.1. Точки

Більшість алгоритмів комп'ютерної графіки зводиться до маніпулювання найбільш простими, але одночасно й найчисельнішими, геометричними об'єктами – точками. Останні не мають розмірів і тому характеризуються тільки своїми координатами у просторі.

Важливість даного матеріалу обумовлена тим, що згідно з системним підходом довільну фігуру завжди можна розглядати як деяку множину точок. Таким чином, застосовані для них певні перетворення координат (паралельні перенесення, повороти тощо) забезпечують потрібні модифікації геометричних об'єктів на площині та у тривимірному просторі.

### 2.2.2. Відображення на площині

Якщо, див. рис. 2.5, у прямокутній декартовій системі координат  $Oxy$  для деякої точки  $P(x, y)$  задано вектор паралельного перенесення  $T(Tx, Ty)$ , то нове її положення  $P'(x', y')$  визначається рівняннями

$$x' = x + Tx; \quad y' = y + Ty. \quad (2.58)$$

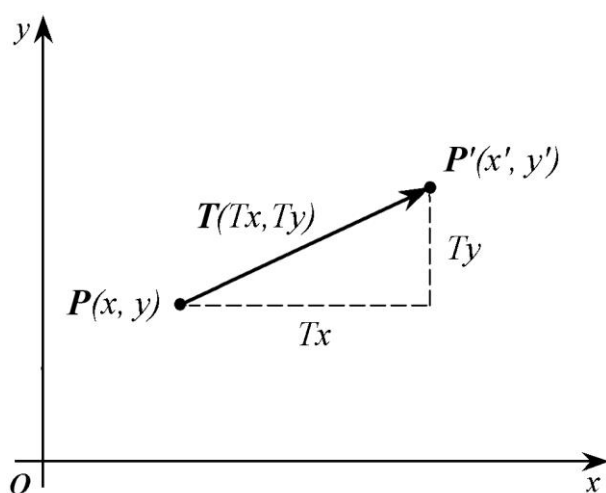


Рис. 2.5. Паралельне перенесення точки

Застосування матриць

$$P' = [x' \ y'], \quad P = [x \ y], \quad T = [Tx \ Ty] \quad (2.59)$$

дозволяє записати вирази (2.58) у формі

$$P' = P + T. \quad (2.60)$$

Точку  $P(x, y)$  може бути повернуто на кут  $\gamma$  відносно початку координат (рис. 2.6). У цьому випадку застосовуються залежності

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \gamma - y \sin \gamma; \\ y' &= x \sin \gamma + y \cos \gamma. \end{aligned} \quad (2.61)$$

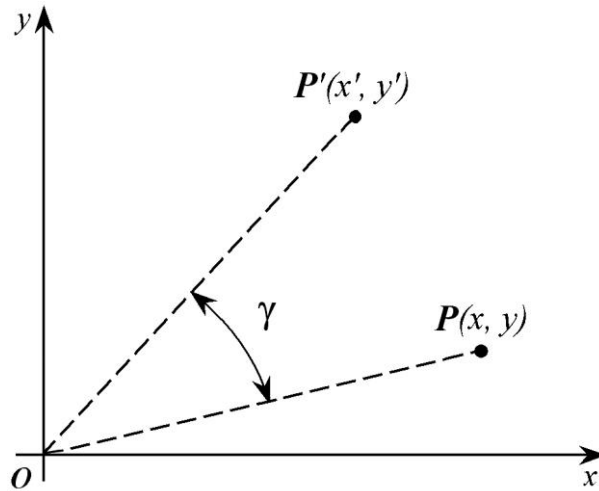


Рис. 2.6. Поворот точки

З використанням формул (2.59) та матриці повороту

$$R = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

рівняння (2.61) отримують вигляд

$$P' = P \cdot R. \quad (2.63)$$

Щоб модифікувати відстань від початку координат до точки  $P(x, y)$  у  $Sx$  і  $Sy$  разів відповідно вздовж осей  $x$  та  $y$  і розрахувати нове її положення  $P'(x', y')$  потрібно виконати перетворення

$$x' = x \cdot Sx; \quad y' = y \cdot Sy. \quad (2.64)$$

Застосовуючи матрицю змінювання відстані (масштабу)

$$S = \begin{bmatrix} Sx & 0 \\ 0 & Sy \end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

одержуємо

$$P' = P \cdot S. \quad (2.66)$$

На рис. 2.7 показано два варіанти таких трансформацій для квадрата  $ABCD$ . У даному випадку використано те, що змінювання відстаней від початку координат до точок відрізка можна виконати потрібними перетвореннями лише його кінців та наступною побудовою між ними нового відрізка (це вірно також і для паралельного перенесення та повороту).

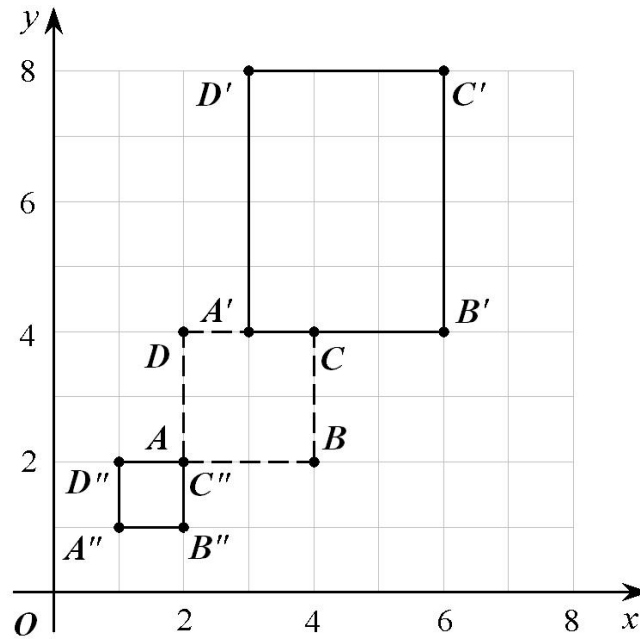


Рис. 2.7. Змінювання масштабу об'єкта

Перший різновид  $A'B'C'D'$  отримано за допомогою коефіцієнтів  $S_x=1,5$  та  $S_y=2$ .

Зауважимо, що оскільки обидва масштабні множники перевищують одиницю, то результуюча фігура стає більшою за вихідну й віддаляється від початку координат. У протилежному випадку, коли  $0 < S_x < 1$  та  $0 < S_y < 1$ , то модифіковане зображення зменшується й наближається до зазначеної точки. Відповідним прикладом слугує варіант  $A''B''C''D''$ , який подано на рис. 2.7, де  $S_x=S_y=0,5$ . Отже, бачимо, що під час розглянутих перетворень пропорції геометричних об'єктів зберігаються лише у випадку  $S_x=S_y$ .

Застосування від'ємних значень даних коефіцієнтів призводить до відображення предмета відносно координатних осей. Аналіз математичних виразів паралельного перенесення (2.60), повороту (2.63) та змінювання масштабу (2.66) показує, що перший, на відміну від решти, містить не множення матриць, а їх додавання.

З метою уніфікованого подання наведених перетворень скористаємось однорідними координатами точок  $P(x, y)$  і  $P'(x', y')$ . Відтак, маємо  $P(x \cdot w, y \cdot w, w) = P(X, Y, w)$  та  $P'(x' \cdot w', y' \cdot w', w') = P'(X', Y', w')$ , де скалярні множники  $w \neq 0$  і  $w' \neq 0$ . Приймемо  $w=w'=1$ . Тоді  $x=X, y=Y, x'=X', y'=Y'$ .

Тепер рівняння (2.60) можна записати як

$$P' = P \cdot T, \tag{2.67}$$



де

$$P' = [x' \ y' \ 1]; \quad P = [x \ y \ 1]; \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Tx & Ty & 1 \end{bmatrix} = T(Tx, Ty). \quad (2.68)$$

Проаналізуємо застосування виразів (2.67) і (2.68) у випадку кількох послідовних паралельних перенесень. Нехай за допомогою  $T_1 (Tx_1, Ty_1)$  точка  $P(x, y)$  зміщується в  $P'(x', y')$ , а остання, шляхом  $T_2 (Tx_2, Ty_2)$ , переходить у  $P''(x'', y'')$ .

Отже,

$$P' = P \cdot T_1 (Tx_1, Ty_1); \quad P'' = P' \cdot T_2 (Tx_2, Ty_2). \quad (2.69)$$

Таким чином,

$$\begin{aligned} P'' &= P' \cdot T_2 (Tx_2, Ty_2) = (P \cdot T_1 (Tx_1, Ty_1)) \cdot T_2 (Tx_2, Ty_2) = \\ &= P \cdot (T_1 (Tx_1, Ty_1) \cdot T_2 (Tx_2, Ty_2)) = P \cdot T (Tx_1 + Tx_2, Ty_1 + Ty_2), \end{aligned} \quad (2.70)$$

де

$$T (Tx_1 + Tx_2, Ty_1 + Ty_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Tx_1 + Tx_2 & Ty_1 + Ty_2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

Розглянутий підхід, поданий формулами (2.69) ... (2.71), поширюється на довільне число паралельних перенесень.

Для залежностей (2.61) ... (2.63) в однорідних координатах отримуємо

$$P' = P \cdot R, \quad (2.72)$$

де

$$P' = [x' \ y' \ 1]; \quad P = [x \ y \ 1]; \quad R = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = R(\gamma). \quad (2.73)$$

Покажемо, аналогічно дослідженій вище конкатенації паралельних перенесень, що композиція поворотів є також адитивною.

Згідно з формулами (2.72) і (2.73) для  $R_1 (\gamma_1)$  та  $R_2 (\gamma_2)$  запишемо

$$\begin{aligned} P'' &= P' \cdot R_2 (\gamma_2) = (P \cdot R_1 (\gamma_1)) \cdot R_2 (\gamma_2) = \\ &= P \cdot (R_1 (\gamma_1) \cdot R_2 (\gamma_2)) = P \cdot R (\gamma_1 + \gamma_2), \end{aligned} \quad (2.74)$$

де

$$R(\gamma_1 + \gamma_2) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_1 + \gamma_2) & \sin(\gamma_1 + \gamma_2) & 0 \\ -\sin(\gamma_1 + \gamma_2) & \cos(\gamma_1 + \gamma_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.75)$$

Вирази (2.74) і (2.75) правильні для будь-якої кількості послідовних поворотів.

Залежності (2.64)...(2.66) в однорідних координатах мають вигляд

$$P' = P \cdot S, \quad (2.76)$$

де

$$P' = [x' \ y' \ 1]; \quad P = [x \ y \ 1]; \quad S = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = S(Sx, Sy). \quad (2.77)$$

Обґрунтуємо мультиплікативний характер композиції двох змінювань масштабу  $S_1(Sx_1, Sy_1)$  і  $S_2(Sx_2, Sy_2)$ .

Відповідно до формул (2.76) та (2.77)

$$\begin{aligned} P'' &= P' \cdot S_2(Sx_2, Sy_2) = (P \cdot S_1(Sx_1, Sy_1)) \cdot S_2(Sx_2, Sy_2) = \\ &= P \cdot (S_1(Sx_1, Sy_1) \cdot S_2(Sx_2, Sy_2)) = P \cdot S(Sx_1 \cdot Sx_2, Sy_1 \cdot Sy_2), \end{aligned} \quad (2.78)$$

де

$$S(Sx_1 \cdot Sx_2, Sy_1 \cdot Sy_2) = \begin{bmatrix} Sx_1 \cdot Sx_2 & 0 & 0 \\ 0 & Sy_1 \cdot Sy_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.79)$$

Залежності (2.78) і (2.79) поширюються на довільне число змінювань масштабу.

Для виконання повороту навколо будь-якої точки  $O_1(x_1, y_1)$  розглянемо дану задачу у вигляді трьох уже відомих перетворень:

- паралельного перенесення від  $O_1(x_1, y_1)$  до початку координат;
- здійснення повороту;
- паралельного перенесення від початку координат до  $O_1(x_1, y_1)$ .

Як наслідок, одержуємо

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_1 - y_1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ x_1(1 - \cos \gamma) + y_1 \sin \gamma & y_1(1 - \cos \gamma) - x_1 \sin \gamma & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.80)
\end{aligned}$$

За допомогою подібного підходу розраховуємо матрицю для змінювання відстаней (масштабу) з центром у довільній точці  $O_1(x_1, y_1)$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_1 - y_1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ x_1(1 - Sx) & y_1(1 - Sy) & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.81)
\end{aligned}$$

Добуток виразів (2.80) та (2.81) дозволяє визначити відповідну математичну залежність для вказаної композиції перетворення координат.

Отже, якщо, наприклад, потрібно для квадрата  $ABCD$  на рис. 2.7 відносно точки перетину його діагоналей  $O_1(x_1, y_1)$  змінити масштаб  $S(Sx, Sy)$ , повернути  $R(\gamma)$  отриману фігуру та перенести її потрібним чином  $T(Tx, Ty)$ , то результуюча матриця перетворень для вершин чотирикутника, що модифікується, розраховується наступним чином

$$T(-x_1, -y_1) \cdot S(Sx, Sy) \cdot R(\gamma) \cdot T(x_1 + Tx, y_1 + Ty).$$

Більш докладно питання геометричних побудов на площині подаються у спеціальній літературі.

### 2.2.3. Перетворення координат у тривимірному просторі

Довільну точку простору у прямокутній декартовій системі  $Oxyz$  можна позначити як  $P(x, y, z)$ , а її образ, після виконаних перетворень, через  $P'(x', y', z')$ . Тоді в однорідних координатах маємо  $P(x \cdot w, y \cdot w, z \cdot w, w) = P(X, Y, Z, w)$  та  $P'(x' \cdot w, y' \cdot w, z' \cdot w, w) = P'(X', Y', Z', w')$ , де скалярні множники  $w \neq 0$  і  $w' \neq 0$ . Використовуватимемо значення  $w = w' = 1$ . Звідки  $x = X$ ,  $y = Y$ ,  $z = Z$ ,  $x' = X'$ ,  $y' = Y'$ ,

$z'=Z'$ . Для тривимірного простору, порівняно з відображеннями на площині, збільшимо розмір застосовуваних матриць із  $3 \times 3$  до  $4 \times 4$ .

На підставі залежностей (2.67) і (2.68) отримуємо

$$P' = P \cdot T, \quad (2.82)$$

де

$$P' = [x' \ y' \ z' \ 1]; \quad P = [x \ y \ z \ 1]; \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ Tx & Ty & Tz & 1 \end{bmatrix} = T(Tx, Ty, Tz). \quad (2.83)$$

Аналогічно, згідно з виразами (2.76) і (2.77),

$$P' = P \cdot S, \quad (2.84)$$

де

$$P' = [x' \ y' \ z' \ 1]; \quad P = [x \ y \ z \ 1]; \quad S = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = S(Sx, Sy, Sz). \quad (2.85)$$

Поворот у площині  $Oxy$ , описаний співвідношеннями (2.73), одночасно є просторовим рухом навколо осі  $z$ . У цьому випадку маємо

$$R(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.86)$$

За аналогією з рис. 2.6, формулами (2.61), (2.62), (2.72), (2.73) і (2.86) одержуємо матрицю для обертання навколо осі  $y$

$$R(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

та  $x$

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.88)$$

Вирази (2.82) і (2.83) є адитивними у випадку кількох послідовних паралельних перенесень, а формули (2.84) і (2.85) – мультиплікативними для композиції змінювань масштабу. Наведені залежності комутативні.

Поворот у тривимірному просторі визначається шляхом добутку матриць (2.86) ... (2.88). Оскільки на значення цієї операції впливає порядок її складових, то, зазвичай, першим виконується обертання для осі  $x$ , останнім – навколо  $z$ .

Отже,

$$P' = P \cdot R, \quad (2.89)$$

де

$$P' = [x' \ y' \ z' \ 1]; \quad P = [x \ y \ z \ 1]; \quad R = R(\alpha) \cdot R(\beta) \cdot R(\gamma) = R(\alpha, \beta, \gamma) =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \cos \beta \sin \gamma & -\sin \beta & 0 \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \cos \beta & 0 \\ \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.90)$$

Подібно до формул (2.89) і (2.90) можна перемножувати довільне число поданих у цьому пункті матриць повороту, змінювань масштабу та паралельного перенесення, але завжди в підсумку отримуємо таблицю розміром  $4 \times 4$ . Отже, однорідні координати дозволяють здійснювати потрібну комбінацію з наведених елементарних геометричних перетворень за допомогою тільки однієї результуючої матриці.

Наприклад, на рис. 2.8 показано модифікацію одиничного куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  у прямокутний паралелепіпед  $A' B' C' D' A'_1 B'_1 C'_1 D'_1$ , яка полягає у змінюванні масштабу вздовж осі  $x$  ( $Sx=2$ ), повороту навколо неї проти годинникової стрілки на  $30$  градусів та наступного вертикального паралельного перенесення вгору на  $3$  одиниці.

Для вершин даного багатогранника розглянуте перетворення реалізується наступним чином.

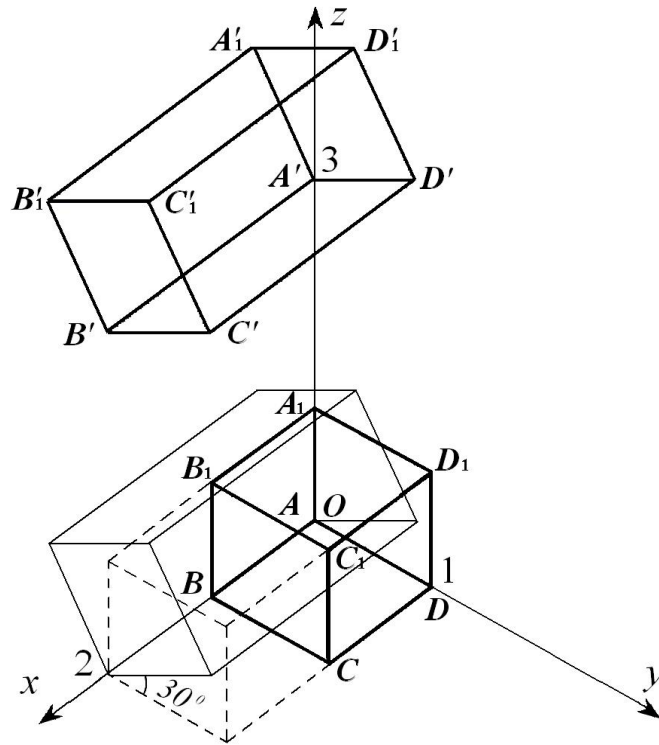


Рис. 2.8. Тривимірне перетворення одиничного куба

$$\begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & \sqrt{3}/2 & 3,5 & 1 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 3,5 & 1 \\ 0 & -1/2 & \sqrt{3}/2 + 3 & 1 \\ 2 & -1/2 & \sqrt{3}/2 + 3 & 1 \\ 2 & \sqrt{3}/2 - 1/2 & \sqrt{3}/2 + 3,5 & 1 \\ 0 & \sqrt{3}/2 - 1/2 & \sqrt{3}/2 + 3,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} A' \\ B' \\ C' \\ D' \\ A_1' \\ B_1' \\ C_1' \\ D_1' \end{matrix} \quad (2.91)$$

Вираз (2.91) повністю визначає потрібну модифікацію вихідного геометричного об'єкта.

### 2.3. Лінії та поверхні

Після розгляду загальних відомостей з теорії кривих і поверхонь, питань перетворення координат точок на площині та у тривимірному просторі, ознайомимося із застосовуваними в сучасних САПР конкретними різноманітними *лініями та поверхнями*.

Будемо використовувати для них підходи кінематичного формоутворення. Так лінію розглядатимемо як траєкторію руху точки. Під поверхнею розумітимемо сукупність всіх послідовних положень деякої лінії, що переміщується у просторі та може змінюватися при цьому.

В обчислювальній геометрії фігурам відповідають певні рівняння, що встановлюють залежності між координатами точок досліджуваних об'єктів.

Згідно з функціями опису лінії та поверхні поділяються на *алгебраїчні*, які визначаються поліномами й ірраціональними виразами, та *трансцендентні*, що подаються іншими залежностями, наприклад, логарифмічними, тригонометричними і т. д. Перші більш поширені в сучасних САПР. Тому їх вивчення становить одну з важливих наших задач.

Розрізняють *плоскі лінії*, всі точки яких належать одній площині, та *просторові* – у протилежному випадку.

Наведемо форми дефініції об'єктів, що аналізуються, у прямокутній декартовій системі координат ( $Oxy$  – на площині,  $Oxyz$  – у просторі).

- *Плоскі лінії:*

- явне подання

$$y=f(x), \quad (2.92)$$

- неявний опис

$$f(x, y)=0, \quad (2.93)$$

- параметрична форма

$$x=x(u), \quad y=y(u), \quad (2.94)$$

де  $u$  – параметр.

- *Просторові лінії:*

- явне подання

$$y=f_1(x), \quad z=f_2(x), \quad (2.95)$$

– неявний опис (перетин двох поверхонь)

$$\begin{cases} f_1(x, y, z) = 0, \\ f_2(x, y, z) = 0, \end{cases} \quad (2.96)$$

– параметрична форма

$$x=x(u), \quad y=y(u), \quad z=z(u), \quad (2.97)$$

де  $u$  – параметр.

- *Поверхні:*

– явне подання

$$z=f(x, y), \quad (2.98)$$

– неявний опис

$$f(x, y, z)=0, \quad (2.99)$$

– параметрична форма

$$x=x(u, v), \quad y=y(u, v), \quad z=z(u, v), \quad (2.100)$$

де  $u, v$  – параметри.

Згідно з виразами (2.92) ... (2.100) стосовно форми опису криві та поверхні поділяються на два типи – *параметричні* й *непараметричні*. Останні бувають *явного* та *неявного* виду. Кожний наведений спосіб має свої переваги й недоліки.

Явне подання зручне для розрахунків значень функцій згідно з їх аргументами. Проте не кожену криву та поверхню можна визначити таким чином. Наприклад, коло або сфера потребує двох виразів цього виду (окремо для верхньої й нижньої частини). Інша вада явних рівнянь полягає в певних обмеженнях щодо їх застосування. Так у випадку прямої, яка описана у площині  $Oxy$  коефіцієнтом кутового нахилу та ординатою точки перетину з віссю  $y$ , неможливо побудувати вертикальні її варіанти. Неявні функції не дозволяють за частиною координат достатньо просто обчислювати решту невідомих, однак добре пристосовані для перевірки приналежності довільних точок лініям і поверхням. Використання цього підходу також знімає акцентовані вище проблеми для прямих, кіл і сфер.



У САПР нині найпопулярніші параметричні криві та поверхні, головними перевагами яких є однотипність подання у дво- і тривимірному просторі, зручність генерування зображень на графічних пристроях, стійкість до будь-яких змінювань форми, розмірів та положення відтворюваних геометричних фігур.

Тому, згідно з наведеними міркуваннями, головну увагу далі приділено математичним основам моделювання параметричних кривих і поверхонь.

### 2.3.1. Елементи аналітичної геометрії

Предмет даної дисципліни становлять найпростіші фігури (прямі, площини, криві та поверхні другого порядку), які досліджуються алгебраїчними засобами за допомогою методу координат. Вважаємо, що читачеві повинна бути відома зазначена інформація. Тому зупинятися на ній у даному підручнику не будемо.

Однак, питанням визначення кривих і поверхонь другого порядку в параметричній формі, яка широко застосовується в сучасних САПР, приділимо належну увагу.

### 2.3.2. Криві другого порядку в параметричній формі

Доволі популярні для автоматизованого геометричного моделювання дуги *кривих другого порядку* (еліпсів, парабол та гіпербол), які визначаються своїми кінцевими точками й дотичними в них. Цей спосіб досить зручний для побудови складених обводів (із кількох частин) першого порядку гладкості.

Розглянемо далі функцію, що є відношенням двох квадратичних поліномів,

$$P(u) = \frac{w_0(1-u)^2 P_0 + 2w_1u(1-u)P_1 + w_2u^2 P_2}{w_0(1-u)^2 + 2w_1u(1-u) + w_2u^2}, \quad (2.101)$$

де  $u \in [0, 1]$  – параметр;

$w_0 \dots w_2$  – сталі;

$P$  та  $P_0 \dots P_2$  – відповідно поточна й характеристичні точки, координати яких, наприклад, у прямокутній системі  $Oxy$

$$P = [x \ y], P_0 = [x_0 \ y_0], P_1 = [x_1 \ y_1], P_2 = [x_2 \ y_2] \quad (2.102)$$

У літературі обґрунтовано можливість подання за допомогою залежності (2.101) прямої, еліпсів, парабол та гіпербол, див. рис. 2.9. При цьому  $w_0 = w_2 = 1, w_1 > 0$ .

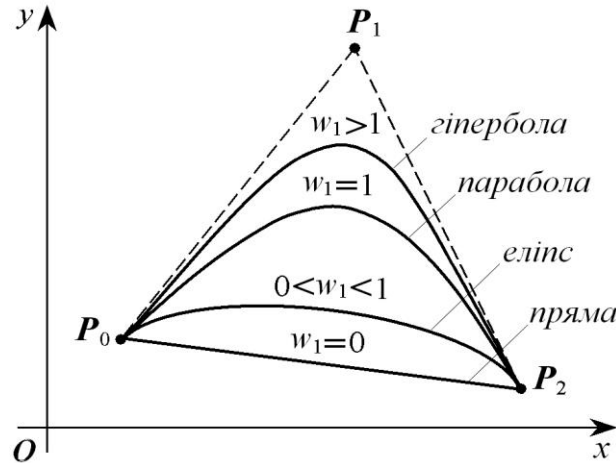


Рис. 2.9. Дуги кривих другого порядку

Покажемо, що значенню  $w_1 = 0$  відповідає частина прямої між точками  $P_0$  і  $P_2$ .

Для  $P(x, y), P_0(x_0, y_0)$  та  $P_2(x_2, y_2)$  запишемо рівняння відрізка  $P_0P_2$  у векторній параметричній формі наступним чином

$$P(u) = P_0 + (P_2 - P_0)u, \quad (2.103)$$

де  $u \in [0, 1]$  – параметр.

Подамо залежність (2.103), застосовуючи допоміжну змінну  $t \in [0, \infty)$ , як

$$P(t) = P_0 + (P_2 - P_0) \frac{t}{t+1} = \frac{P_0 + tP_2}{t+1}. \quad (2.104)$$

Робимо у співвідношенні (2.104) заміну  $t = u^2/(1-u)^2$  й одержуємо

$$P(u) = \frac{(1-u)^2 P_0 + u^2 P_2}{(1-u)^2 + u^2},$$

що є значенням виразу (2.101) при  $w_0 = w_2 = 1, w_1 = 0$ .

З використанням для точок (2.102) однорідних координат

$$P = [xw \ yw \ w]; P_i = [x_i w_i \ y_i w_i \ w_i]; i = 0 \dots 2,$$

де  $w=w_0(1-u)^2+2w_1u(1-u)+w_2u^2$ , формула (2.101) приймає простіший вигляд

$$P(u) = (1-u)^2 P_0 + 2u(1-u)P_1 + u^2 P_2. \quad (2.105)$$

Підставивши  $u=0$  та  $u=1$  (початкове й кінцеве значення параметра) до виразу (2.105) і  $\dot{P}(u) = dP(u)/du$ , маємо

$$P(0) = P_0; P(1) = P_2; \dot{P}(0) = 2(P_1 - P_0); \dot{P}(1) = 2(P_2 - P_1). \quad (2.106)$$

Залежності (2.106) свідчать, що дуги досліджуваних кривих виходять із  $P_0$ , входять у  $P_2$  та мають у зазначених точках відповідно дотичні  $P_0P_1$  і  $P_1P_2$ .

Отже, нами розглянуто параметричне визначення відрізків прямих та дуг еліпсів, парабол і гіпербол у формі, яка доволі поширена в сучасних САПР. Популярність цих кривих обумовлена їх математичною простотою, гнучкістю та передбачуваністю форми, відсутністю небажаних точок перегину, іншими корисними властивостями.

### 2.3.3. Складені криві

#### 2.3.3.1. Загальні відомості про методи інтерполяції

З геометричної точки зору багато технічних задач характеризуються тим, що аналітичні залежності застосовуваних ліній наперед невідомі. Однак існують певні вихідні точки, які приблизно подають потрібні криві. Отже, в математичному аспекті маємо справу з *інтерполяцією* та *апроксимацією*. У першому випадку створювана крива обов'язково повинна проходити через усі визначені положення, інакше – лише поблизу них.

Існуючі класичні підходи до вирішення окреслених питань способами інтерполяції Лагранжа, Ньютона та ін. не дають бажаних практичних результатів. Це обумовлено тим, що для значного числа вихідних точок маємо високі степені поліномів, схильних до небажаних осциляцій.

Розглянемо задачу інтерполяції, постановку якої сформулюємо наступним чином. Для наявної множини точок з номерами  $i=0 \dots n$  та радіус-векторами  $P_i$  потрібно визначити лінію  $\mathbf{r}(t)$ , що для значень параметра  $t_i$  забезпечує  $\mathbf{r}(t_i)=P_i$ . Для інтерполяційної кривої точки  $P_i$  називаються характеристичними,  $t_i$  – вузловими.

Нехай на площині  $Oxy$  маємо впорядкований, згідно зі зростанням абсцис, набір  $P_i(x_i, y_i)$ , де  $i=0 \dots n$ . Застосування в цьому випадку, наприклад, *методу Лагранжа* дає поліном

$$r(x) = \sum_{i=0}^n \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} y_i,$$

ступінь якого сягає  $n$ .

З іншого боку, інтерполяційну криву можна побудувати зовсім просто – шляхом послідовного з'єднання початкових точок прямолінійними відрізками та отримання, з використанням формули (2.103), в результаті ламаної

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_i(u_i) = \mathbf{P}_i(1 - u_i) + \mathbf{P}_{i+1}u_i, \quad t \in [t_0, t_n], \quad i = 0 \dots n-1, \quad (2.107)$$

де параметр  $u_i = (t - t_i) / (t_{i+1} - t_i)$ ,  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ .

Для такої лінійної інтерполяції ступінь всіх  $n$  одержаних поліномів дорівнює одиниці. Проте недоліком цього способу є відсутність гладкості першого порядку (за дотичною) для вузлових точок. У практиці комп'ютерного геометричного моделювання широко застосовуються компромісні варіанти, які прагнуть поєднати в собі переваги двох проаналізованих вище, так би мовити, крайніх прийомів інтерполяції.

### 2.3.3.2. Метод Ерміта

Ідея цього способу полягає в побудові гладких складених ліній (сплайнів) з окремих сегментів кривих Ерміта (поліномів, що визначаються певними множинами радіус-векторів та дотичними в них). Останні, у випадку  $m+1$  точок, описуються виразами степеня  $2m+1$ . Використаємо далі в якості дуг створюваного сплайна кубічні поліноми ( $m=1$ ).

Визначимо складену лінію Ерміта, що проходить через точки  $\mathbf{P}_i$  ( $i=0 \dots n$ ) та має в них вектори дотичних (похідних)  $\mathbf{D}_i$  для значень параметра  $t_i$  ( $t_i < t_{i+1}$ ).

Отже, подібно до залежностей (2.107), запишемо

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_i(u_i) = \mathbf{a}_{0_i} + \mathbf{a}_{1_i}u_i + \mathbf{a}_{2_i}u_i^2 + \mathbf{a}_{3_i}u_i^3, \quad t \in [t_0, t_n], \quad i = 0 \dots n-1, \quad (2.108)$$

де  $u_i = (t - t_i) / (t_{i+1} - t_i)$ ,  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ ,  $u_i \in [0, 1]$ .

Для забезпечення сплайну нульового (за положенням) та першого (за дотичною) порядку гладкості визначимо відповідні умови на кінцях кривих (2.108)

$$\begin{aligned} P_i = \mathbf{r}_i(0) = \mathbf{a}_{0i}; \quad P_{i+1} = \mathbf{r}_i(1) = \mathbf{a}_{0i} + \mathbf{a}_{1i} + \mathbf{a}_{2i} + \mathbf{a}_{3i}; \\ D_i = \dot{\mathbf{r}}_i(0) = \mathbf{a}_{1i}; \quad D_{i+1} = \dot{\mathbf{r}}_i(1) = \mathbf{a}_{1i} + 2\mathbf{a}_{2i} + 3\mathbf{a}_{3i}, \end{aligned} \quad (2.109)$$

де  $i=0 \dots n-1$ ,

а точка над символом використовується для позначення диференціювання по параметру, в даному випадку  $u$ .

Розв'язок рівнянь (2.109) відносно  $\mathbf{a}_{0i}$ ,  $\mathbf{a}_{1i}$ ,  $\mathbf{a}_{2i}$ ,  $\mathbf{a}_{3i}$  сприяє наданню зазначеним коефіцієнтам геометричної інтерпретації

$$\mathbf{a}_{0i} = P_i; \quad \mathbf{a}_{1i} = D_i; \quad \mathbf{a}_{2i} = -3P_i + 3P_{i+1} - 2D_i - D_{i+1}; \quad \mathbf{a}_{3i} = 2P_i - 2P_{i+1} + D_i + D_{i+1}.$$

Таки чином, із застосуванням останніх залежностей, маємо

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_i(u_i) = (1 - 3u_i^2 + 2u_i^3)P_i + (3u_i^2 - 2u_i^3)P_{i+1} + (u_i - 2u_i^2 + u_i^3)D_i + (-u_i^2 + u_i^3)D_{i+1}, \quad (2.110)$$

де  $t \in [t_0, t_n]$ ,  $i=0 \dots n-1$ ,

а розрахунок  $u_i$  виконується відповідно до співвідношень (2.108).

Позначення  $f_{1i}(u_i)=1-3u_i^2+2u_i^3$ ,  $f_{2i}(u_i)=3u_i^2-2u_i^3$ ,  $f_{3i}(u_i)=u_i-2u_i^2+u_i^3$ ,  $f_{4i}(u_i)=-u_i^2+u_i^3$  для формули (2.110) дозволяють розглядати ці вирази як функції спряження граничних умов  $P_i$ ,  $P_{i+1}$ ,  $D_i$ ,  $D_{i+1}$  поміж собою.

Досить часто, коли точки  $P_i$  розташовані рівномірно, то для них приймається  $t_i=i$ , інакше – забезпечується пропорційність між  $t_{i+1}-t_i$  та  $|P_{i+1}-P_i|$ .

Перевагою подання сплайна у вигляді (2.110), порівняно з залежністю (2.108), є можливість передбачення змінювання його форми під час варіювання величин  $P_i$  і  $D_i$ . Основний недолік проаналізованої лінії становить відсутність у її вузлових точках гладкості другого порядку (за кривиною). Розглянемо далі ще обводи, які мають неперервні першу та другу похідні радіус-вектора.

### 2.3.3.3. Криві Фергюсона та Безьє

Незважаючи на трансформацію поліномів (2.108) у (2.110), що дозволяє передбачувати працювати з даними лініями, остання форма також не повністю задовольняє потреби інженерів. Це пов'язано з тим, що за допомогою неї, зокрема, досить важко доволі точно прогнозувати змінювання кривої внаслідок варіювання дотичних  $D_i$  та  $D_{i+1}$ .

Кубічну параметризацію у вигляді (2.110) для визначення кривих під час проектування в літакобудуванні вперше запровадив у 1963 році Фергюсон. Безьє, співробітник французької автомобільної компанії «Рено», в 1970 році, з метою надання більш очевидного геометричного змісту векторним коефіцієнтам, удосконалив це рівняння. Застосував у системі UNISUF для автоматизованого моделювання поверхонь, після чого зазначена крива отримала його ім'я.

Для її аналітичного подання використаємо параметричне рівняння відрізка прямої між точками з радіус-векторами  $P_i$  та  $P_{i+1}$

$$P(u) = (1-u)P_i + uP_{i+1}, \quad (2.111)$$

де  $u \in [0, 1]$ .

Залежність (2.111) можна розглядати як поділ за допомогою  $P(u)$  відстані  $P_iP_{i+1}$  на дві частини, що пропорційні  $(1-u)$  та  $u$ , а останні вирази – як вагові коефіцієнти для  $P_i$  та  $P_{i+1}$ .

Рекурентне обчислення координат довільної точки  $P(u)$  кривої Безьє  $n$ -го порядку має наступний вигляд

$$P(u) = P_{0_n}; \quad P_{i_m} = (1-u)P_{i_{m-1}} + uP_{i+1_{m-1}}, \quad (2.112)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$$m=1 \dots n,$$

$$i=0 \dots n-m,$$

$$k=0 \dots i+1,$$

$P_{k_0} = P_k$  – характеристичні точки.

Формули (2.112) показують, що радіус-вектори  $P_{i_m}$  розраховуються на основі точок  $P_{i_{m-1}}$  і  $P_{i+1_{m-1}}$  доки не буде одержано значення  $P_{0_n}$ . Випадок  $n=1$  відповідає виразу (2.111), де  $i=0$ .

Виконаємо далі (рис. 2.10) аналіз послідовності  $P_0, P_1, P_2$  ( $n=2$ ).

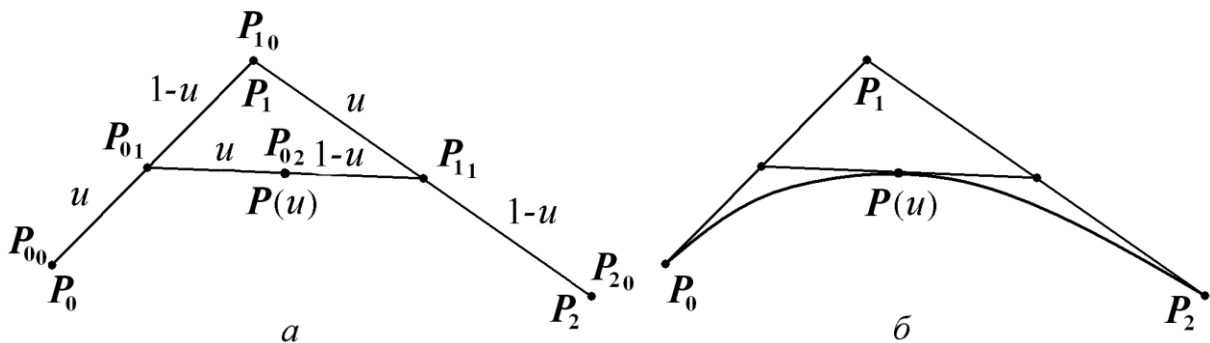


Рис. 2.10. Крива Безьє другого порядку

На першому зображенні показано радіус-вектори згідно із залежностями (2.112), на другому – отриману лінію для проміжку параметра  $u \in [0, 1]$ .

Її рівняння знайдемо за допомогою викладок

$$\begin{aligned} P_{0_1} &= (1-u)P_0 + uP_1; \quad P_{1_1} = (1-u)P_1 + uP_2; \quad P(u) = (1-u)P_{0_1} + uP_{1_1}; \\ P(u) &= (1-u)^2 P_0 + 2u(1-u)P_1 + u^2 P_2. \end{aligned} \quad (2.113)$$

Співвідношення (2.113) визначають квадратичну криву Безьє.

Шляхом застосування розглянутого підходу до вихідних даних  $P_0, P_1, P_2, P_3$  одержимо кубічний поліном

$$P(u) = (1-u)^3 P_0 + 3u(1-u)^2 P_1 + 3u^2(1-u)P_2 + u^3 P_3. \quad (2.114)$$

У формулах (2.113) і (2.114) кожній характеристичній точці притаманна певна вага, що є поліномом Бернштейна.

У загальному вигляді крива Безьє  $n$ -го степеня подається як

$$P(u) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} P_i, \quad (2.115)$$

де  $P_i$  – радіус-вектори вершин характеристичної ламаної,  $u \in [0, 1]$  – параметр.

При цьому

$$P(0) = P_0; \quad P(1) = P_n; \quad \dot{P}(0) = n(P_1 - P_0); \quad \dot{P}(1) = n(P_n - P_{n-1}). \quad (2.116)$$

З виразів (2.115) і (2.116) випливає, що досліджувана лінія проходить через першу та останню вихідні точки, дотичні в яких збігаються з векторами  $P_0P_1$  і  $P_{n-1}P_n$ . У справедливості наведених тверджень можна переконатись на прикладі розглянутих вище квадратичної ( $n=2$ ) та кубічної ( $n=3$ ) кривих Безьє.

Подані на рис. 2.10 побудови засвідчують приналежність створюваної лінії трикутнику  $P_0P_1P_2$ . У літературі доводиться подібний факт і для тетраедра  $P_0P_1P_2P_3$ , який відповідає виразу (2.114). Крива Безьє завжди розміщується всередині найбільшого багатогранника (багатокутника у плоскому випадку) з вершинами в її характеристичних точках.

Залежність (2.112) доцільно застосовувати для апроксимації ліній (2.115) відрізками прямих. Так, зокрема, на рис. 2.10 бачимо більш точне

відтворення кривої Безьє ламаною  $P_0 P_{0_1} P_{1_1} P_2$ , ніж початковим обводом  $P_0 P_1 P_2$ .

Можна також обґрунтувати, див. зазначений рисунок, що положенням  $P(u)$  на вихідній лінії остання поділяється на два сегменти з характеристичними точками відповідно  $P_0, P_{0_1}, P(u)$  та  $P(u), P_{1_1}, P_2$ . При цьому відрізок  $P_{0_1} P_{1_1}$  є спільною дотичною отриманих частин. З виразу (2.115) витікає невід'ємність значень наведених у даній формулі вагових коефіцієнтів. Використання бінома Ньютона показує, що сума останніх завжди дорівнює одиниці.

Зупинимось далі на деяких моментах забезпечення гладкості другого порядку складених кривих Фергюсона та Безьє. Спочатку розглянемо загальний підхід, інваріантний до виду застосовуваних параметричних ліній.

Нехай потрібно поєднати два сегменти  $\mathbf{r}_i(u_i)$  і  $\mathbf{r}_{i+1}(u_{i+1})$ , де  $u_i \in [0, 1]$ ,  $u_{i+1} \in [0, 1]$ .

Для отримання в точці їх стикування гладкості першого порядку потрібно виконати умови

$$\mathbf{r}_{i+1}(0) = \mathbf{r}_i(1) \quad (2.117)$$

та

$$\dot{\mathbf{r}}_{i+1}(0) = k_{i+1} \boldsymbol{\tau}_{i+1}, \quad \dot{\mathbf{r}}_i(1) = k_i \boldsymbol{\tau}_i, \quad (2.118)$$

де  $k_{i+1}$  і  $k_i$  – константи,

$\boldsymbol{\tau}_{i+1} = \boldsymbol{\tau}_i = \boldsymbol{\tau}$  – одиничний вектор спільної дотичної.

На підставі співвідношення (2.34) формулюємо вимоги щодо неперервності кривини

$$\frac{\dot{\mathbf{r}}_{i+1}(0) \times \ddot{\mathbf{r}}_{i+1}(0)}{|\dot{\mathbf{r}}_{i+1}(0)|^3} = \frac{\dot{\mathbf{r}}_i(1) \times \ddot{\mathbf{r}}_i(1)}{|\dot{\mathbf{r}}_i(1)|^3},$$

звідки, згідно з виразом (2.118), маємо

$$\boldsymbol{\tau} \times \ddot{\mathbf{r}}_{i+1}(0) = \alpha_i^2 \boldsymbol{\tau} \times \ddot{\mathbf{r}}_i(1), \quad (2.119)$$

де  $\alpha_i = k_{i+1}/k_i$ .

Формулі (2.119) задовольняє подана нижче залежність другої похідної на початку сегмента  $\mathbf{r}_{i+1}$  від наявних диференціальних характеристик на кінці попередньої ділянки складеної кривої



$$\ddot{\mathbf{r}}_{i+1}(0) = \alpha_i^2 \ddot{\mathbf{r}}_i(1) + \beta_i \dot{\mathbf{r}}_i(1), \quad (2.120)$$

де  $\beta_i$  – довільна константа.

Варіювання значень сталих  $\alpha_i$  і  $\beta_i$  забезпечує певну ступінь свободи під час геометричного моделювання. Так Фергюсон у виразі (2.110), де  $P_i = \mathbf{r}_i(0)$ ,  $P_{i+1} = \mathbf{r}_i(1)$ ,  $D_i = \dot{\mathbf{r}}_i(0)$ ,  $D_{i+1} = \dot{\mathbf{r}}_i(1)$ , обчислює значення  $\mathbf{r}$ ,  $\dot{\mathbf{r}}$ ,  $\ddot{\mathbf{r}}$  в точках з'єднання сегментів згідно з виконанням умов (2.117) ... (2.120), приймає  $k_{i1} = k_{i+10}$ , тобто  $\alpha_i = 1$ , і  $\beta_i = 0$ .

У цьому випадку, з урахуванням

$$\ddot{\mathbf{r}}_i(u_i) = (-6 + 12u_i)\mathbf{r}_i(0) + (6 - 12u_i)\mathbf{r}_i(1) + (-4 + 6u_i)\dot{\mathbf{r}}_i(0) + (-2 + 6u_i)\dot{\mathbf{r}}_i(1),$$

співвідношення (2.120) отримує вигляд

$$-6\mathbf{r}_{i+1}(0) + 6\mathbf{r}_{i+1}(1) - 4\dot{\mathbf{r}}_{i+1}(0) - 2\dot{\mathbf{r}}_{i+1}(1) = 6\mathbf{r}_i(0) - 6\mathbf{r}_i(1) + 2\dot{\mathbf{r}}_i(0) + 4\dot{\mathbf{r}}_i(1). \quad (2.121)$$

Зважаючи на  $\mathbf{r}_{i+1}(0) = \mathbf{r}_i(1)$  і  $\dot{\mathbf{r}}_{i+1}(0) = \dot{\mathbf{r}}_i(1)$ , застосувавши позначення  $\mathbf{r}_0 \dots \mathbf{r}_n$  для положень, через які проходить складена крива Фергюсона, та  $\tau_0 \dots \tau_n$  для похідних у них, запишемо залежність (2.121) як

$$\tau_{i-1} + 4\tau_i + \tau_{i+1} = 3(\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_{i-1}), \quad i = 1 \dots n-1. \quad (2.122)$$

Вираз (2.122) є формулою, що пов'язує поміж собою дотичні у трьох послідовних точках і радіус-вектори у крайніх із них. Дефініція  $\tau_0$  та  $\tau_n$  дозволяє отримати систему рівнянь для обчислення решти похідних, які забезпечують неперервність кривини досліджуваної лінії, що проходить через точки  $\mathbf{r}_0 \dots \mathbf{r}_n$ .

Розглянемо далі реалізацію гладкості другого порядку складених обводів Безьє на прикладі кубічних сегментів (2.114), де будемо застосовувати позначення  $\mathbf{r}(u) = \mathbf{P}(u)$ ,  $\mathbf{r}_n = \mathbf{P}_n$ ,  $n = 0 \dots 3$ .

Нехай (рис. 2.11) треба поєднати поточні ділянки  $\mathbf{r}_i(u_i)$  та  $\mathbf{r}_{i+1}(u_{i+1})$ , які мають проміжки змінювання параметрів  $u_i \in [0, 1]$  та  $u_{i+1} \in [0, 1]$ .

Для неперервності першого порядку в точці стикування існуючої частини  $\mathbf{r}_i(u_i)$  та створюваної  $\mathbf{r}_{i+1}(u_{i+1})$  необхідно, згідно з формулою (2.117), забезпечити

$$\mathbf{r}_{0i+1} = \mathbf{r}_{3i} \quad (2.123)$$

та, відповідно до залежностей (2.116) і (2.118),

$$\mathbf{r}_{1\ i+1} - \mathbf{r}_{0\ i+1} = \alpha_i (\mathbf{r}_{3\ i} - \mathbf{r}_{2\ i}), \quad (2.124)$$

де  $\alpha_i$ , як у виразі (2.119), це відношення величини похідної на початку наступного сегмента до її значення в кінці попереднього.

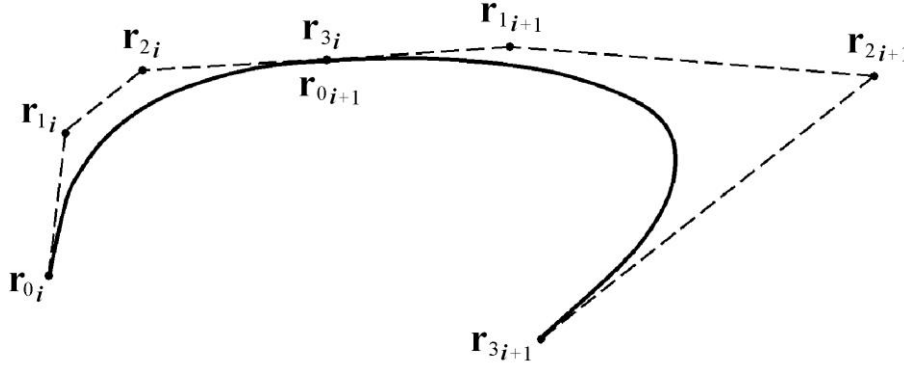


Рис. 2.11. Складена кубічна крива Безьє

Наведені умови (2.123) і (2.124) виконуються якщо  $\mathbf{r}_{2\ i}$ ,  $\mathbf{r}_{3\ i} = \mathbf{r}_{0\ i+1}$ ,  $\mathbf{r}_{1\ i+1}$  належать одній прямій (спільній дотичній у місці стикування сегментів).

Враховуючи

$$\ddot{\mathbf{r}}_i(1) = 6(\mathbf{r}_{1\ i} - 2\mathbf{r}_{2\ i} + \mathbf{r}_{3\ i}); \quad \ddot{\mathbf{r}}_{i+1}(0) = 6(\mathbf{r}_{0\ i+1} - 2\mathbf{r}_{1\ i+1} + \mathbf{r}_{2\ i+1}),$$

рівняння (2.119) записуємо як

$$6(\mathbf{r}_{0\ i+1} - 2\mathbf{r}_{1\ i+1} + \mathbf{r}_{2\ i+1}) = 6\alpha_i^2 (\mathbf{r}_{1\ i} - 2\mathbf{r}_{2\ i} + \mathbf{r}_{3\ i}) + 3\beta_i (\mathbf{r}_{3\ i} - \mathbf{r}_{2\ i}),$$

звідки, на підставі виразів (2.123) і (2.14), маємо

$$\mathbf{r}_{2\ i+1} = \alpha_i^2 \mathbf{r}_{1\ i} - (2\alpha_i^2 + 2\alpha_i + 0,5\beta_i) \mathbf{r}_{2\ i} + (\alpha_i^2 + 2\alpha_i + 0,5\beta_i + 1) \mathbf{r}_{3\ i}. \quad (2.125)$$

Таким чином,  $\mathbf{r}_{2\ i+1}$  обчислюється з наявними радіус-векторами  $\mathbf{r}_{1\ i}$ ,  $\mathbf{r}_{2\ i}$ ,  $\mathbf{r}_{3\ i}$  та обраними значеннями  $\alpha_i$  та  $\beta_i$ . Довільно визначати можна вершину  $\mathbf{r}_{3\ i+1}$  характеристичної ламаної сегмента  $\mathbf{r}_{i+1}(u_{i+1})$ .

Якщо від обох частин формули (2.125) відняти  $\mathbf{r}_{3\ i}$ , то

$$\mathbf{r}_{2\ i+1} - \mathbf{r}_{3\ i} = -\alpha_i^2 (\mathbf{r}_{2\ i} - \mathbf{r}_{1\ i}) + (\alpha_i^2 + 2\alpha_i + 0,5\beta_i) (\mathbf{r}_{3\ i} - \mathbf{r}_{2\ i}).$$

Останнє рівняння свідчить про те, що вектор  $\mathbf{r}_{3\ i} \mathbf{r}_{2\ i+1}$  лежить у площині, яка визначається положеннями  $\mathbf{r}_{1\ i}$ ,  $\mathbf{r}_{2\ i}$ ,  $\mathbf{r}_{3\ i}$ , а отже, відповідно до виразів (2.123) і (2.124), усі точки  $\mathbf{r}_{1\ i}$ ,  $\mathbf{r}_{2\ i}$ ,  $\mathbf{r}_{3\ i} = \mathbf{r}_{0\ i+1}$ ,  $\mathbf{r}_{1\ i+1}$ ,  $\mathbf{r}_{2\ i+1}$  є компланарними.

На даний момент читачеві може здаватися, що криві Безьє найзручніші для комп'ютерного геометричного в САПР. Проте й цим засобам притаманні певні недоліки. Одна з головних вад наведених ліній полягає в тому, що степінь кривої Безьє залежить від кількості визначаючих її точок. Під час апроксимації складних обводів це призводить до використання поліномів високих порядків, які схильні до осциляцій, чутливі до похибок розрахункових заокруглень та потребують суттєвих обчислювальних ресурсів. Напрямок подання такої кривої деякою множиною окремих сегментів Безьє нижчих степенів призводить до труднощів забезпечення неперервності похідних у точках стикування зазначених частин. Серйозним недоліком вважається проблема локальної модифікації розглянутої кривої, що являє собою досить типову задачу інженерного конструювання. У даному випадку очевидною є потреба переміщення характеристичної точки поблизу змінюваної ділянки. На жаль, це призводить до небажаного варіювання всієї лінії. Подальший розвиток сучасних засобів комп'ютерного геометричного моделювання, в аспекті подолання наведених вад, розглянуто далі.

#### 2.3.3.4. *B-сплайни*

Описані вище недоліки кривих Безьє пов'язані з вибором функцій спряження (у літературі застосовуються також терміни вагові функції, базисні, змішування та ін. Назва *B-сплайн* походить від базисний сплайн – basis spline). Отже, потрібно сформулювати нові вагові вирази, степінь яких би не залежала від кількості точок, що визначають обвід. Також, на відміну від кривих Безьє, необхідно забезпечити нульові величини базисних функцій на окремих проміжках змінювання параметра. Останнє, як показано нижче, дозволяє простіше здійснювати локальні модифікації кривих.

У 1972 році Кокс і де Бур запропонували використовувати параметричні залежності  $N_{i,k}(u)$ , що формуються рекурсивним чином

$$N_{i,l}(u) = \begin{cases} 1, & u \in [t_i, t_{i+1}] \\ 0, & u \notin [t_i, t_{i+1}] \end{cases}; \quad N_{i,k}(u) = \frac{(u-t_i)}{t_{i+k-1}-t_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{(t_{i+k}-u)}{t_{i+k}-t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u), \quad (2.126)$$

та визначають *B-сплайн*

$$P(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) P_i, \quad u \in [t_{k-1}, t_{n+1}], \quad (2.127)$$

де  $P_i$  – радіус-вектори вершин характеристичної ламаної;

$(t_0, \dots, t_{n+k})$  – кортеж вузлів параметра, для яких  $t_i \leq t_{i+1}$ ;

$2 \leq k \leq n+1$  – порядок В-сплайна.

У другому рівнянні (2.126) вважається, що  $0/0=0$ . Вираз (2.127) є поліномом степеня  $k-1$  на кожному проміжку  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ . Максимальний порядок В-сплайна збігається з кількістю його характеристичних точок.

Для всіх допустимих значень  $u$  вагові функції додатні або дорівнюють нулю, тобто  $N_{i,k}(u) \geq 0$ , а також

$$\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) = 1. \quad (2.128)$$

Згідно з формулами (2.127) і (2.128) крива, яка розглядається, повністю лежить усередині опуклої оболонки радіус-векторів  $P_i$ , де  $i=0 \dots n$ . Аналіз наведених вище залежностей показує, що форму ділянки В-сплайна з величинами параметра  $[t_i, t_{i+1}]$  визначають ті характеристичні точки, базисні функції яких (степеня  $k-1$ ) на даному відрізку відмінні від нуля, тобто  $N_{i-(k-1),k} \dots N_{i,k}$ . Іншими словами, на зазначену частину кривої впливають лише  $k$  вершин ( $P_{i-(k-1)} \dots P_i$ ).

Геометрія В-сплайна залежить також від вузлового вектора параметра з  $n+k+1$  компонентами, що повинні утворювати зростаючу послідовність дійсних чисел. Остання може бути *рівномірною* (однорідною, *Uniform knots*), коли вузлові значення розташовуються на однаковій відстані, або *нерівномірною* (неоднорідною, *Non-Uniform knots*) у протилежному випадку. Згідно з цим В-сплайни мають відповідну назву (*Uniform* та *Non-Uniform*).

Для певного порядку  $k$  рівномірні вузлові кортежі породжують періодичні базисні функції, кожна з яких утворюється паралельним перенесенням іншої. У *відкритого* (*open*) вектора параметрів кількість однакових вузлових значень на кінцях дорівнює порядку В-сплайна. Таке повторення призводить до того, що дана лінія, подібно до кривої Безьє, обов'язково проходить через першу та останню характеристичні точки (періодичний В-сплайн не інтерполює зазначені положення). Через це в САПР більш поширені відкриті В-сплайни.

Стандартний вузловий вектор такого геометричного об'єкта  $k$ -го порядку з  $n+1$  характеристичною точкою має:

– довжину в  $n+k+1$  елементів, що позначаються як  $t_0 \dots t_{n+k}$ ;

- $k$  перших нульових вузлів  $t_0 \dots t_{k-1}$ ;
- зростаючі з одиничним кроком від 1 до  $n-k+1$  величини  $t_k \dots t_n$ ;
- $k$  останніх вузлів  $t_{n+1} \dots t_{n+k}$ , які дорівнюють  $n-k+2$ .

Відкритий однорідний В-сплайн збігається з кривою Безьє, визначеною тими ж характеристичними точками, якщо його порядок  $k$  дорівнює їх кількості. Тоді стандартний вузловий вектор являє собою послідовність із  $k$  нулів та стількох же одиниць. Таким чином, крива Безьє є окремим випадком В-сплайна.

Останній може складатися як з однієї, так і кількох частин, що поєднуються у вузлах із неперервністю  $k-2$ , де  $k$  – порядок ( $k-1$  степінь) цієї лінії. На довільний сегмент  $P_i(u)$  впливає  $k$  характеристичних точок, причому кожна з них діє не більш ніж на  $k$  сусідніх ділянок.

Зробимо деякі зауваження стосовно гнучкості В-сплайнів, геометрію яких можна змінювати шляхом варіювання:

- вузлових векторів параметра;
- порядку  $k$  базисних функцій;
- положення характеристичних точок.

### 2.3.3.5. Неоднорідні раціональні В-сплайни

Зазначені лінії, що мають прийняту в САПР аббревіатуру *NURBS* (*Non-Uniform Rational B-Splines*), є узагальненням розглянутих вище В-сплайнів і розраховуються на підставі залежностей (2.126) та (2.127) як

$$P(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u)w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u)w_i}, \quad (2.129)$$

де  $w_i$  – вагові коефіцієнти (*weights*), що, зазвичай, обираються невід’ємними для виключення випадку нульового знаменника у формулі (2.129) і призначені для підвищення ефективності керування формоутворенням (збільшення  $w_i$  притягує створювану криву до відповідної характеристичної точки).

У поданому рівнянні кожна базисна функція є відношенням (*ratio*) поліномів, звідки й походить назва «раціональний В-сплайн». Вирази (2.126), (2.127), (2.129) свідчать про успадковування NURBS наступних властивостей своїх нерациональних аналогів:

- для всіх допустимих величин параметра  $u$  сума функцій спряження дорівнює одиниці;
- максимальний порядок кривої збігається з кількістю її характеристичних точок;
- сплайн степеня  $k-1$  має неперервність  $k-2$ ;
- форма створюваної лінії повторює обриси характеристичної ламаної (для відкритого вузлового вектора NURBS проходить через першу та останню вершини та має в них дотичні, що збігаються з відповідними ланками).

Однакові величини  $w_i$  перетворюють залежність (2.129) у (2.127), а для значення  $n=2$  одержуємо вираз (2.101), який дозволяє моделювати відрізки прямих та конічні перерізи.

Таким чином, раціональні В-сплайни забезпечують можливість однотипного представлення всіх згаданих вище ліній. Завдяки цьому поданий математичний апарат широко використовується в сучасних САПР. З 1983 року NURBS становлять основу стандарту IGES (*Initial Graphics Exchange Specification*) з обміну графічною інформацією між CAD/CAM/CAE пакетами.

Проаналізуємо приклад точного відтворення кола раціональним В-сплайном. За допомогою формули (2.101), яка є окремим випадком співвідношення (2.129), зі значеннями вагових коефіцієнтів  $w_0=w_2=1$  і  $w_1=\cos(\theta/2)$  формується дуга кола з кутовою величиною  $0<\theta<\pi$ . Розглянемо таку апроксимацію на прикладі застосування чотирьох дуг по  $90^\circ$ . Тоді (рис. 2.12) маємо дев'ять наступних характеристичних точок

$$P_0(R, 0); P_1(R, R); P_2(0, R); P_3(-R, R); P_4(-R, 0);$$

$$P_5(-R, -R); P_6(0, -R); P_7(R, -R); P_8(R, 0),$$

де  $R$  – радіус кола, що моделюється.

Для першого сегмента В-сплайна з характеристичними точками  $P_0, P_1, P_2$  одержуємо послідовність вузлових значень параметра  $0, 0, 0, 1, 1, 1$  ( $n=2, k=3$ ) та вагові коефіцієнти  $w_0=1, w_1=\sqrt{2}/2, w_2=1$ .

Подібним чином розраховується й наступна ділянка з характеристичною ламаною  $P_2 P_3 P_4$ , але, для забезпечення подальшого об'єднання частин сплайна, її вузловий вектор зсувається на одиницю й отримує вигляд  $(1, 1, 1, 2, 2, 2)$ .

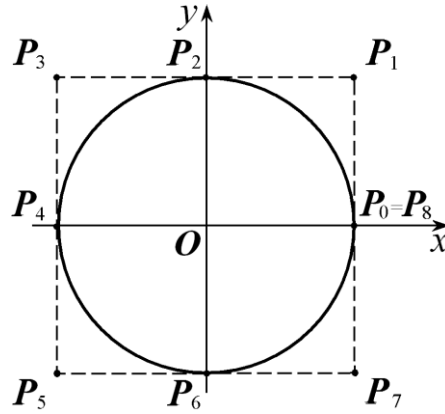


Рис. 2.12. Коло у вигляді раціонального B-сплайна з чотирьох частин

За аналогією обчислюються третій та четвертий сегменти, в результаті чого остаточно маємо наведені нижче кортежі вузлів параметра та вагових коефіцієнтів

$$(0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4);$$

$$(1, \sqrt{2}/2, 1, \sqrt{2}/2, 1, \sqrt{2}/2, 1, \sqrt{2}/2, 1).$$

Доведемо, на прикладі першої частини сплайна, що остання абсолютно точно збігається з відповідною ділянкою кола.

Рівнянням зазначеного сегмента NURBS є

$$P(u) = \frac{(1-u)^2 P_0 + \sqrt{2}u(1-u)P_1 + u^2 P_2}{(1-u)^2 + \sqrt{2}u(1-u) + u^2}. \quad (2.130)$$

Якщо співвідношення (2.130) це дуга радіуса R у площині Oxy, то повинна виконуватись залежність  $x(u)^2 + y(u)^2 = R^2$ , тобто

$$\frac{[(1-u)^2 R + \sqrt{2}u(1-u)R]^2 + [\sqrt{2}u(1-u)R + u^2 R]^2}{[(1-u)^2 + a]^2} = R^2, \quad (2.131)$$

де  $a = \sqrt{2}u(1-u) + u^2$ .

Згідно з формулою (2.131)

$$(1 - 2u + a)^2 + a^2 = ((1 - u)^2 + a)^2.$$

Далі

$$a^2 = u^2 (u^2 + 2(1 - 2u + a)).$$

Підставляємо в отриманий вираз значення a

$$2u^2(1-u)^2 + 2\sqrt{2}u^3(1-u) + u^4 = u^4 + 2u^2(1-2u) + 2u^2(\sqrt{2}u(1-u) + u^2)$$

та здійснюємо скорочення

$$1 \equiv 1.$$

Що і треба було довести.

Коли замість поданого вище проміжку  $[0, 4]$  для варіювання параметра потрібно мати діапазон  $[0, 2\pi]$ , то використовується вузловий вектор

$$(0, 0, 0, \pi/2, \pi/2, \pi, \pi, 3\pi/2, 3\pi/2, 2\pi, 2\pi, 2\pi).$$

Таким чином, на даний момент, нами проаналізовано основні види кривих, що застосовуються в сучасних САПР. Тому перейдемо до питань геометричного моделювання поверхонь.

### **2.3.4. Параметричні поверхні**

Для забезпечення цілісного сприйняття наступного матеріалу виконаємо спочатку певну систематизацію зазначених об'єктів.

#### *2.3.4.1. Деякі аспекти класифікації*

Форма й розміри відіграють доволі важливу роль під час проєктування, виготовлення та експлуатації різноманітних технічних об'єктів. До широкого застосування на практиці комп'ютерних засобів складні з геометричної точки зору вироби, наприклад корпуси літаків, створювались за допомогою наборів плоских поперечних і поздовжніх перерізів (сіток ліній), які імітували належні обводи. Тобто використовувались каркасні моделі поверхонь, див. пункт 1.5.1.

Сучасні параметричні методи автоматизованого опрацювання технічних поверхонь в основному базуються на двох ідеях, що пов'язані з іменами Кунса та Безьє. При цьому потрібний математичний образ відповідно будується на вже достатньо докладно визначеному каркасі або, навпаки, за невеликою кількістю початкових геометричних обмежень.

Оскільки для формоутворення в САПР популярний кінематичний підхід, то скористаємося ним і для проведення класифікації поверхонь. Досліджувані об'єкти розглядатимемо як послідовності всіх положень деяких ліній (складених у загальному випадку), що переміщуються у просторі й здатні змінюватися при цьому.



Таким чином, *кінематична поверхня* в сукупності умов, що її визначають, містить твірні та в певному вигляді напрямні лінії. Останні можуть бути довільними кривими, серед яких існують дві найбільш прості – відрізок прямої та дуга кола, що становлять основу для виділення поверхонь *видавлювання й обертання*.

До подання математичних залежностей наведемо визначення ще двох видів кінематичних поверхонь – *зсуву та згину*. Для перших характерним є те, що під час руху вздовж напрямних (довільних кривих у загальному випадку) твірні завжди можна сумістити з їх початковим положенням за допомогою певного вектора. Для других, у даному разі, додатково потрібно застосувати ще й поворот. Зауважимо, що видавлювання та обертання є окремими випадками відповідно зсуву та згину.

На завершення цього підпункту зазначимо, що кінематичні поверхні ускладнюються, якщо їх твірні протягом свого переміщення змінюються.

#### 2.3.4.2. Лінійчасті поверхні

Дані поверхні мають достатньо простий математичний опис, однак, охоплюють доволі різноманітну групу геометричних об'єктів. В основі цих фігур лежить відрізок твірної прямої, який для кінців із радіус-векторами  $\mathbf{r}_0$  і  $\mathbf{r}_1$  записується наступним чином

$$\mathbf{r}(v) = (1 - v)\mathbf{r}_0 + v\mathbf{r}_1, \quad (2.132)$$

де  $v \in [0, 1]$  – параметр.

Для лінійчастих поверхонь наведені у виразі (2.132) точки  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_0(u)$  та  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u)$  є певними функціями параметра  $u \in [0, 1]$  й розглядаються як напрямні. Зазначимо, що довільна залежність  $\mathbf{r}(t)$ , де  $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$ , подається у формі  $\mathbf{r}(t(u))$ , де  $u \in [0, 1]$ , шляхом застосування  $t(u) = t_{\min}(1-u) + ut_{\max}$ .

Отже, радіус-вектор лінійчастої поверхні визначається як

$$\mathbf{r}(u, v) = (1 - v)\mathbf{r}_0(u) + v\mathbf{r}_1(u), \quad (2.133)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$v \in [0, 1]$ ,

$\mathbf{r}_0(u)$  та  $\mathbf{r}_1(u)$  – параметричні лінії.

Якщо зняти обмеження на  $v$ , то отримаємо нескінченний геометричний об'єкт.

За допомогою формули (2.133) можна, зокрема, отримати рівняння:  
– *циліндричної поверхні*

$$\mathbf{r}(u, v) = \mathbf{r}_0(u) + v\mathbf{a}, \quad (2.134)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$v \in [0, 1]$ ,

$\mathbf{a}$  – вектор перенесення вихідної напрямної  $\mathbf{r}_0(u)$ .

Якщо остання є колом й  $\mathbf{a}$  перпендикулярний до його площини, то одержуємо прямий круговий циліндр.

– *конічної поверхні*

$$\mathbf{r}(u, v) = (1 - v)\mathbf{r}_0 + v\mathbf{r}_1(u), \quad (2.135)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$v \in [0, 1]$ ,

$\mathbf{r}_0$  – її вершина.

Кожна твірна проходить через  $\mathbf{r}_0$ , що відповідає  $v=0$ , і певну точку на  $\mathbf{r}_1(u)$ , за умови  $v=1$ . Якщо  $\mathbf{r}_1(u)$  є колом, яке лежить у площині, перпендикулярній до відрізка з кінцями в  $\mathbf{r}_0$  та центрі  $\mathbf{r}_1(u)$ , то  $\mathbf{r}(u, v)$  – прямий круговий конус.

Циліндричні (еліптичні, параболічні, гіперболічні) та конічні поверхні в поліноміальній параметричній формі розраховуються шляхом підстановки до залежностей (2.134) і (2.135) відповідних рівнянь напрямних, наприклад, згідно з виразом (2.101).

Проаналізуємо далі білінійну поверхню, яка утворюється якщо у співвідношенні (2.133)  $\mathbf{r}_0(u)$  та  $\mathbf{r}_1(u)$  є прямолінійними відрізками, тобто

$$\mathbf{r}_0(u) = (1-u)\mathbf{P}_{00} + u\mathbf{P}_{01}; \quad \mathbf{r}_1(u) = (1-u)\mathbf{P}_{10} + u\mathbf{P}_{11}, \quad (2.136)$$

де  $\mathbf{P}_{00}, \mathbf{P}_{01}, \mathbf{P}_{10}, \mathbf{P}_{11}$  – їх кінцеві точки.

Тоді, згідно з формулами (2.133) і (2.136),

$$\mathbf{r}(u, v) = (1-v)(1-u)\mathbf{P}_{00} + (1-v)u\mathbf{P}_{01} + v(1-u)\mathbf{P}_{10} + vu\mathbf{P}_{11}, \quad (2.137)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$v \in [0, 1]$ .

Приклад фігури (2.137) для  $\mathbf{P}_{00} = (3, -3, 0)$ ,  $\mathbf{P}_{01} = (0, -3, 3)$ ,  $\mathbf{P}_{10} = (3, 6, 3)$ ,  $\mathbf{P}_{11} = (3, 3, 0)$  показано на рис. 2.13.

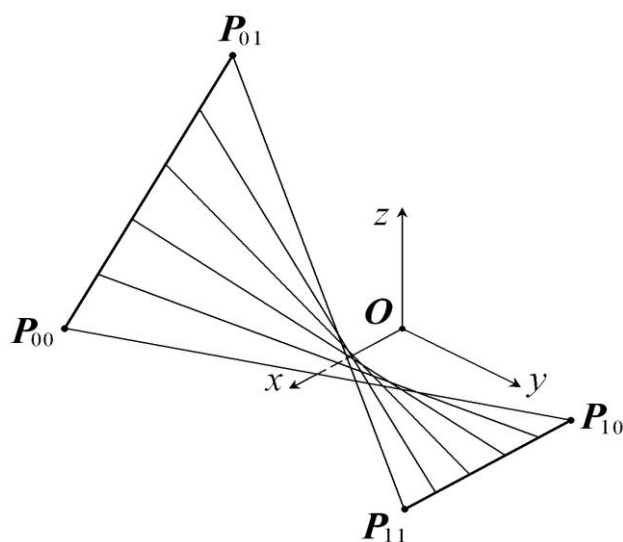


Рис. 2.13. Білінійна поверхня

Таким чином, дана поверхня є просторовим об'єктом. Частину площини маємо у випадку, коли напрямні належать останній.

З формули (2.133) видно, що дефініція досліджуваних поверхонь здійснюється двома параметричними кривими  $\mathbf{r}_0(u)$  й  $\mathbf{r}_1(u)$ , точки яких для кожної величини  $u$  з'єднуються відрізком. Тобто, радіус-вектор  $\mathbf{r}(u, v)$  визначається лінійною інтерполяцією зазначених положень.

У якості функцій  $\mathbf{r}_0(u)$  та  $\mathbf{r}_1(u)$  може бути застосовано не тільки відрізки чи криві другого порядку, що вже розглянуто вище, а й інші лінії, зокрема, Фергюсона, В-сплайни, NURBS тощо. На рис. 2.14 зображено поверхню, напрямними якої є плоскі криві Безьє третього степеня з характеристичними ламаними  $P_{00}P_{10}P_{20}P_{30}$  та  $P_{01}P_{11}P_{21}P_{31}$ .

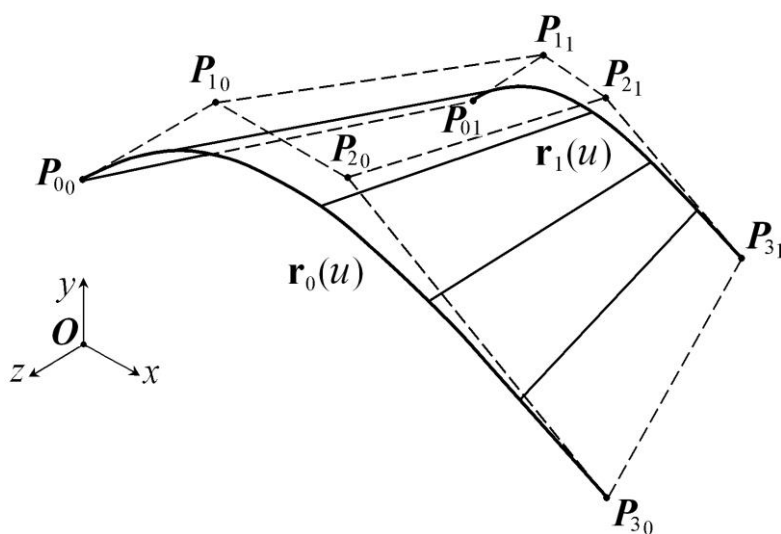


Рис. 2.14. Лінійчаста кубічна поверхня Безьє

Використовуючи залежності (2.115) і (2.133), отримуємо рівняння наведеного геометричного об'єкта

$$\mathbf{r}(u, v) = \sum_{i=0}^3 \left[ (1-v)P_{i0} + vP_{i1} \right] \frac{3!}{i!(3-i)!} u^i (1-u)^{3-i}, \quad (2.138)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$v \in [0, 1]$ .

З виразу (2.138) і рис. 2.14 видно, що координатними лініями параметра  $v$  є криві Безьє, характеристичні точки яких – це лінійні комбінації вершин характеристичних ламаних вихідних напрямних, тобто

$$P_{iv} = (1-v)P_{i0} + vP_{i1}, \quad v \in [0, 1], \quad i = 0 \dots 3.$$

Наведений у цьому підпункті матеріал свідчить, що лінійчасті поверхні можуть бути поверхнями видавлювання, обертання, зсуву, згину та змінювати під час зазначеного руху розміри своїх твірних.

Ознайомимось далі з кінематичними об'єктами, в яких напрямна у вигляді дуги кола поєднується з більш складними лініями, ніж криві першого та другого порядку.

#### 2.3.4.3. Поверхні обертання на основі різноманітних ліній

Для даних поверхонь, доволі поширених у техніці, твірними бувають не тільки проаналізовані вище відрізки прямих і криві другого порядку, а й інші лінії, наприклад, Ерміта, Фергюсона, Безьє тощо.

На рис. 2.15 наведено поверхню обертання, сформовану на базі модифікованого (переміщенням точки  $P_{10}$  та застосування до неї підвищеного вагового коефіцієнта) показаного на рис. 2.14 B-сплайна  $\mathbf{r}_0(u)$  в NURBS.

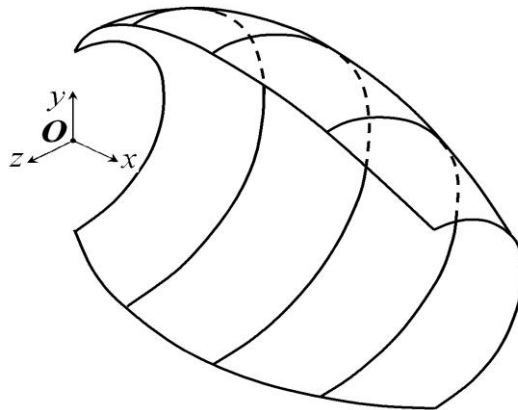


Рис. 2.15. Фігура обертання на основі NURBS

Запишемо загальний вигляд рівнянь об'єкта, який породжується обертанням навколо осі  $x$  плоскої кривої, визначеної залежностями  $x=x(u)$ ,  $y=y(u)$ ,  $z=0$ :

$$x=x(u); \quad y=y(u) \cos v; \quad z=y(u) \sin v, \quad (2.139)$$

де  $u$  та  $v$  – параметри.

Нагадаємо, що ці міркування справедливі також для інших координатних осей і площин. Підставлянням до виразів (2.139) аналітичних залежностей різних ліній одержуємо необхідні математичні описи відповідних поверхонь обертання.

#### 2.3.4.4. Поверхні Кунса

У підпункті 2.3.4.2 було розглянуто лінійне спряження чотирьох точок (2.137). Подальшим розвитком цього підходу є *поверхня Кунса*, яка будується на основі довільних кривих, що утворюють топологічний чотирикутник (рис. 2.16).

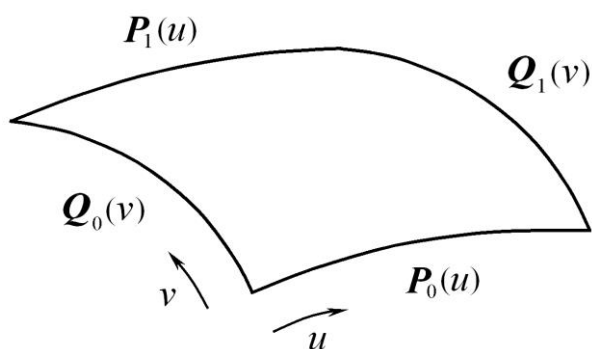


Рис. 2.16. Поверхня Кунса

Рівняння даної поверхні, границями якої є лінії  $P_0(u)$ ,  $P_1(u)$ ,  $Q_0(v)$ ,  $Q_1(v)$ , де  $u \in [0, 1]$  та  $v \in [0, 1]$  – параметри, обчислимо наступним чином.

Використання лінійної інтерполяції дає:

– уздовж  $v$

$$P_1(u, v) = (1 - v)P_0(u) + vP_1(u); \quad (2.140)$$

– уздовж  $u$

$$P_2(u, v) = (1 - u)Q_0(v) + uQ_1(v). \quad (2.141)$$

Аналіз залежностей (2.140) і (2.141) показує, що:

– поверхня  $P_1(u, v)$  має своїми границями криві  $P_0(u)$  та  $P_1(u)$  для значень  $v=0$  і  $v=1$ , проте дві інші її межі – це прямолінійні відрізки, що з'єднують відповідні кінці зазначених кривих;

– у поверхні  $P_2(u, v)$  границями є  $Q_0(v)$  та  $Q_1(v)$  для  $u=0$  й  $u=1$ , однак двома іншими межами виступають відрізки.

Визначимо ще одну поверхню, яка є сумою  $P_1(u, v)$  і  $P_2(u, v)$

$$P_3(u, v) = (1-v)P_0(u) + vP_1(u) + (1-u)Q_0(v) + uQ_1(v). \quad (2.142)$$

Підстановкою граничних величин  $u$  та  $v$  до співвідношення (2.142) отримаємо

$$P_3(0, v) = (1-v)P_0(0) + vP_1(0) + Q_0(v),$$

$$P_3(1, v) = (1-v)P_0(1) + vP_1(1) + Q_1(v),$$

$$P_3(u, 0) = (1-u)Q_0(0) + uQ_1(0) + P_0(u),$$

$$P_3(u, 1) = (1-u)Q_0(1) + uQ_1(1) + P_1(u). \quad (2.143)$$

З рівнянь (2.143) видно, що для досягнення поставленої мети зайвими є перші два доданки, які являють собою лінійну інтерполяцію кінцевих точок вихідних кривих. Шляхом віднімання від залежності (2.142) виразу (2.137) одержуємо необхідне рівняння поверхні, що має в якості своїх меж чотири параметричні криві  $P_0(u)$ ,  $P_1(u)$ ,  $Q_0(v)$ ,  $Q_1(v)$ :

$$P(u, v) = (1-v)P_0(u) + vP_1(u) + (1-u)Q_0(v) + uQ_1(v) - \\ - (1-v)(1-u)P_{00} - (1-v)uP_{01} - v(1-u)P_{10} - vuP_{11}, \quad u \in [0, 1], \quad v \in [0, 1], \quad (2.144)$$

де  $P_{00}=P_0(0)=Q_0(0)$ ,  $P_{01}=P_0(1)=Q_1(0)$ ,  $P_{10}=P_1(0)=Q_0(1)$ ,  $P_{11}=P_1(1)=Q_1(1)$ .

Для певної сітки ліній (каркаса поверхні) за допомогою формули (2.144) можна побудувати складену поверхню з сегментів описаного вигляду. Однак на границях останніх, взагалі, не забезпечується неперервність дотичної та кривини. У літературі описано математичний апарат, що реалізує для наведених випадків гладкість першого та другого порядку. Але це виходить за рамки навчального матеріалу даного підручника.

### 2.3.4.5. Оболонки Фергюсона та Безьє

Якщо для кривої вигляду (2.108)

$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 u + \mathbf{a}_2 u^2 + \mathbf{a}_3 u^3, \quad (2.145)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

ввести залежності коефіцієнтів

$$\mathbf{a}_i(v) = \mathbf{a}_{i_0} + \mathbf{a}_{i_1} v + \mathbf{a}_{i_2} v^2 + \mathbf{a}_{i_3} v^3, \quad i = 0 \dots 3, \quad (2.146)$$

від параметра  $v \in [0, 1]$ , то отримаємо рівняння поверхні Фергюсона

$$\mathbf{r}(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \mathbf{a}_{ij} u^i v^j, \quad (2.147)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$v \in [0, 1]$ .

Отже, згідно з виразами (2.145)...(2.147), під час варіювання  $0 \leq v \leq 1$  лінія  $\mathbf{r}(u)$  переміщується і змінює, в загальному випадку, свою форму та розміри, утворюючи поверхню  $\mathbf{r}(u, v)$ .

Аналогічним чином, наприклад, для кривої (2.114)

$$\mathbf{r}(u) = (1-u)^3 \mathbf{r}_0 + 3u(1-u)^2 \mathbf{r}_1 + 3u^2(1-u) \mathbf{r}_2 + u^3 \mathbf{r}_3,$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

можна встановити траєкторії руху кожної з вершин характеристичної ламаної

$$\mathbf{r}_i(v) = (1-v)^3 \mathbf{r}_{i_0} + 3v(1-v)^2 \mathbf{r}_{i_1} + 3v^2(1-v) \mathbf{r}_{i_2} + v^3 \mathbf{r}_{i_3}, \quad i = 0 \dots 3,$$

як залежності від параметра  $v \in [0, 1]$ , й одержати (рис. 2.17) поверхню Безьє

$$\mathbf{r}(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \mathbf{r}_{ij} \frac{3!3!}{i!(3-i)!j!(3-j)!} u^i (1-u)^{3-i} v^j (1-v)^{3-j}, \quad (2.148)$$

де  $u \in [0, 1]$ ,

$v \in [0, 1]$ ,

$\mathbf{r}_{ij}$  – вершини її характеристичного багатогранника.

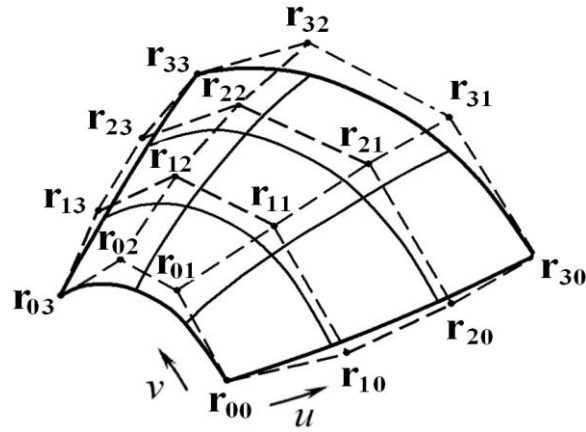


Рис. 2.17. Бікубічна поверхня Безьє

Останній дає загальне уявлення про поверхні даного виду. Степінь поверхонь Безьє, на жаль, див. формулу (2.148), залежить від кількості визначаючих їх точок, яких уздовж параметра  $u$  та  $v$  може бути різне число.

Наведений недолік призводить до потреби використання *оболонок*, тобто складених поверхонь. В останніх неперервність першого порядку на спільних однакових границях забезпечується дотриманням певних умов щодо розташування характеристичних вершин сусідніх сегментів, а саме: поточної межі та одного ряду характеристичних точок з кожного її боку. Усі трійки таким чином утворених поперек границі характеристичних вершин повинні належати одній прямій. Тобто відповідні суміжні ребра опорних багатогранників мусять бути колінеарними, а відношення їх довжин сталими вздовж усієї поточної межі. Більш докладно реалізація гладкості першого та другого порядку складених поверхонь Безьє розглядається у спеціальній літературі.

#### 2.3.4.6. В-сплайнові та NURBS-поверхні

Подібно виконаним у попередньому підпункті перетворенням рівняння окремої кривої в аналітичну залежність для поверхні Безьє (шляхом декартового добутку поліномів Бернштейна), застосувавши функції змішування В-сплайнів, отримаємо формулу для відповідної поверхні

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) P_{ij}, \quad u \in [t_{k-1}, t_{n+1}], \quad v \in [s_{l-1}, s_{m+1}], \quad (2.149)$$

де  $P_{ij}$  – радіус-вектори вершин характеристичного багатогранника;

$N_{i,k}(u)$  і  $N_{j,l}(v)$  – базисні функції;



$u$  та  $v$  – параметри;

$(t_0, \dots, t_{n+k})$  і  $(s_0, \dots, s_{m+1})$  – вузлові кортежі, для яких  $t_i \leq t_{i+1}$  та  $s_j \leq s_{j+1}$ .

*B-сплайнова поверхня* (2.149) має наступні властивості:

– у кожному параметричному напрямку максимальний її степінь на одиницю менший відповідної кількості вершин характеристичного багатогранника, а неперервність – на стільки ж від степеня;

– лежить усередині опуклого багатогранника своїх характеристичних точок та певним чином апроксимує останні;

– забезпечує більші можливості локального контролю ніж поверхня Безьє.

Наприклад, вибором у формулі (2.149) кубічних функцій ( $k=l=4$ ) для створюваної поверхні реалізується не тільки неперервність другого порядку, а й незалежність її степеня від значного максимального числа ( $>4$ ) характеристичних точок у кожному параметричному напрямі. Якщо прийняти  $k=n+1$  і  $l=m+1$ , то базисні функції перетворюються у відповідні поліноми Бернштейна. Таким чином, поверхня Безьє є окремим випадком *B-сплайнової* поверхні.

За аналогією з виразом (2.149) на підставі розглянутих у підпункті 2.3.3.5 раціональних кривих (2.129), форма яких залежить від вершин характеристичних ламаних, вагових коефіцієнтів та базисних функцій, шляхом використання декартового добутку для останніх одержимо рівняння *NURBS-поверхні*

$$P(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) w_{ij} P_{ij}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) w_{ij}}. \quad (2.150)$$

Фігури (2.150), як узагальнення залежностей (2.149), успадковують наведені вище властивості *B-сплайнових* поверхонь, але додатково мають перевагу щодо абсолютно точного подання поверхонь другого порядку. Завдяки своїй гнучкості та універсальності геометричні побудови за допомогою *NURBS-поверхонь* доволі популярні в сучасних САПР.

## 2.4. Твердотільне моделювання

Подальший етап розвитку комп'ютерного геометричного моделювання, згідно з пунктом 1.5.1, полягає в широкому використанні твердотільних

моделей, які для методів формоутворення за допомогою лінійчастих каркасів і поверхонь є узагальнюючими й тому нині найбільш ефективними та прогресивними.

#### 2.4.1. Основні положення

Наведений вище факт обумовлено, в першу чергу, потребою практики щодо натурального відображення оточуючих нас предметів, для яких необхідно залучати складніші, ніж *точки, криві й поверхні*, геометричні об'єкти. Зауважимо, що перераховані три групи фігур є повністю математичними абстракціями, оскільки реальні речі, на відміну від них, обов'язково мають об'єм.

Далі під *тілами* будемо розуміти певні скінченні замкнені просторові області. Нині найбільш популярними для твердотільного комп'ютерного формоутворення є підходи:

- конструктивної геометрії (*Constructive Solid Geometry – CSG, Constructive representation – C-rep*);
- граничного подання (*Bounded representation – B-rep*);
- використання ієрархічних деревоподібних структур розподілу простору (*Octant trees representation – O-rep*);
- комбінованого подання.

*C-rep* спосіб полягає в побудові *булевими операціями* (об'єднання, різниці, перетину) необхідних об'ємних фігур із базових, як правило, призм, циліндрів, конусів, куль, торів тощо. Створені таким чином об'єкти у подальшому можуть слугувати в якості нових примітивів і підлягати наведеним вище прийомам оброблення. Основою структури даної моделі є дерево, яке описує історію застосування булевих операцій.

*B-rep* метод оперує з твердим тілом у термінах *вершин, ребер і граней*, що формують замкнений об'єм. При цьому точки, лінії та поверхні становлять *геометричну інформацію*, а відношення між ними – *топологічну*. Головною перевагою розглянутого способу є зручність модифікації граничних оболонок.

*O-rep* підхід кожним вузлом даних відображує певну частину тривимірного простору, який спочатку відтворюється октантами. У подальшому окремі їх елементи, вокселі (*voxels*), одержують послідовним поділом потрібних об'ємних областей. Воксельне подання, в загальному випадку, є лише наближеним описом довільного тіла.

У рамках одного програмного пакета твердотільного геометричного моделювання можливе комбіноване використання розглянутих вище способів формоутворення.

#### 2.4.2. Приклади моделей

Оскільки більшість сучасних САПР базується на структурах даних *Vertex*, то розглянемо їх докладніше. Будемо моделювати тіла за допомогою границь, спираючись на такі топологічні об'єкти, як грані, ребра та вершини.

Далі під *замкненою оболонкою* матимемо на увазі сукупність кількох поєднаних граней, які обмежують певний об'єм, і, на відміну від просто поверхонь, містять додаткову інформацію стосовно зв'язків із сусідніми компонентами та орієнтації відносно внутрішнього простору тіла.

Зазначимо, що поверхня є геометричною основою грані і входить до її даних. Для останньої, з метою вирізнення зовнішньої та внутрішньої сторін, приймемо спрямовану з тіла нормаль за додатну.

У замкненій оболонці кожна грань обмежується ребрами, що лежать на лініях перетину відповідних суміжних поверхонь. Ребра з'єднуються в точках, які називаються вершинами.

Широко вживаним є топологічний термін *цикл* – послідовність всіх ребер границі грані. За додатний напрям циклу обиратимемо такий рух уздовж нього, коли грань розташовується зліва, якщо дивитись на неї з її зовнішньої сторони.

Ребро вважатимемо від'ємним у випадку розбіжності з напрямом утворюючої його лінії. Останню, для двох суміжних параметричних поверхонь  $\mathbf{r}_1(u_1, v_1)$  і  $\mathbf{r}_2(u_2, v_2)$ , визначатимемо за допомогою векторних функцій вигляду

$$\begin{aligned} l_{1,2}(t) &= \mathbf{r}_1(u_1(t), v_1(t)), \quad l_{1,2}(t) \in \mathbf{r}_1(u_1, v_1); \\ l_{2,1}(t) &= \mathbf{r}_2(u_2(t), v_2(t)), \quad l_{2,1}(t) \in \mathbf{r}_2(u_2, v_2), \end{aligned} \quad (2.151)$$

де  $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$ .

Ребро розділяє грані й тому входить до стількох же циклів, але з різними знаками, у структурі даних містить відомості про грань ліворуч та праворуч від нього, якщо рухатися вздовж ребра й дивитися на зовнішню сторону оболонки. На підставі лише одного з її елементів (вершини, ребра чи грані) та з використанням зв'язків між ними можна послідовно обійти решту компонентів.

Таким чином, до математичної моделі твердого тіла входять суто геометричні дані у вигляді поверхонь, ліній і точок та відповідна топологічна інформація. Проаналізуємо далі приклади побудови замкнених оболонок деяких тіл.

#### 2.4.2.1. Прямокутний паралелепіпед

Нехай початок прямокутної декартової системи координат  $Oxuz$  розташовано в одній з вершин досліджуваної фігури, а осі – уздовж її ребер. Вважатимемо, що лінійні виміри паралелепіпеда становлять  $a$ ,  $b$ ,  $c$  відповідно для координатних осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

До складу досліджуваного геометричного об'єкта (див. рис. 2.8) входять шість граней, кожна з яких є частиною площини, що обмежена прямокутною границею з одним циклом прийнятого напрямку, який має чотири елементи.

Усі 12 ребер паралелепіпеда містять дані не тільки про перетин сусідніх граней, а й ознаку збігу напрямку з цими лініями. Останні, згідно з формулою (2.151), подаються на кожній з суміжних граней наступного вигляду:

$$\mathbf{r}_1(u_1, v_1) = u_1 \mathbf{i} + v_1 \mathbf{j}, \quad u_1 \in [0, a], \quad v_1 \in [0, b];$$

$$\mathbf{r}_2(u_2, v_2) = u_2 \mathbf{j} + v_2 \mathbf{k}, \quad u_2 \in [0, b], \quad v_2 \in [0, c];$$

$$\mathbf{r}_3(u_3, v_3) = u_3 \mathbf{i} + v_3 \mathbf{k}, \quad u_3 \in [0, a], \quad v_3 \in [0, c];$$

$$\mathbf{r}_4(u_4, v_4) = u_4 \mathbf{i} + v_4 \mathbf{j} + c \mathbf{k}, \quad u_4 \in [0, a], \quad v_4 \in [0, b];$$

$$\mathbf{r}_5(u_5, v_5) = a \mathbf{i} + u_5 \mathbf{j} + v_5 \mathbf{k}, \quad u_5 \in [0, b], \quad v_5 \in [0, c];$$

$$\mathbf{r}_6(u_6, v_6) = u_6 \mathbf{i} + b \mathbf{j} + v_6 \mathbf{k}, \quad u_6 \in [0, a], \quad v_6 \in [0, c],$$

де  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  – одиничні вектори відповідно уздовж осей  $x, y, z$ .

У першої, другої та шостої граней нормаль до поверхні спрямована в тіло, в інших – навпаки.

Для прикладу наведемо математичний опис ліній перетину першої, другої та третьої граней, які слугують геометричною основою для відповідних ребер

$$l_{1,2}(t) = (0, bt), \quad l_{1,2}(t) \in \mathbf{r}_1(u_1, v_1);$$

$$l_{2,1}(t) = (bt, 0), \quad l_{2,1}(t) \in \mathbf{r}_2(u_2, v_2),$$

$$l_{1,3}(t) = (at, 0), \quad l_{1,3}(t) \in \mathbf{r}_1(u_1, v_1);$$

$$l_{3,1}(t) = (at, 0), \quad l_{3,1}(t) \in \mathbf{r}_3(u_3, v_3),$$

$$l_{2,3}(t) = (0, ct), \quad l_{2,3}(t) \in \mathbf{r}_2(u_2, v_2);$$

$$l_{3,2}(t) = (0, ct), \quad l_{3,2}(t) \in \mathbf{r}_3(u_3, v_3),$$

де  $t \in [0, 1]$ .

Згідно з поданими вище правилами для ребра  $l_{1,2}(t)$  можна сказати про те, що:

– останнє входить до циклів граней  $\mathbf{r}_1(u_1, v_1)$  і  $\mathbf{r}_2(u_2, v_2)$  з різними знаками (відповідно додатним і від’ємним);

– коли рухатися вздовж нього й дивитися на зовнішню сторону оболонки, то зліва буде перша грань, а праворуч – друга.

Таким чином, для побудови всіх граней, ребер та вершин замкненої оболонки розглянутого прямокутного паралелепіпеда користувачу системи геометричного моделювання потрібно визначити лише конкретні величини трьох лінійних вимірів  $a, b, c$  цієї фігури.

#### 2.4.2.2. Циліндр

Для формоутворення *прямого кругового циліндра* (див. рис. 2.18) висотою  $h$  і радіусом  $r$  розмістимо початок прямокутної декартової системи координат  $Oxyz$  у центрі його нижньої основи, спрямувавши вгору перпендикулярно до останньої вісь  $z$ .

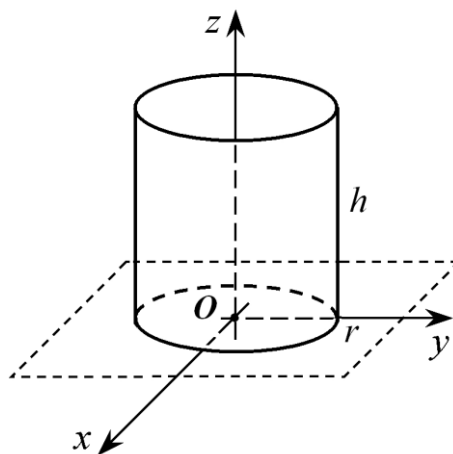


Рис. 2.18. Прямий круговий циліндр

Досліджуваний об'єкт має три грані. Дві перші – це плоскі основи, що обмежені колом. Для кожної з них цикл складається із замкнутого ребра, геометричним носієм якого є лінія перетину однієї з площин

$$\mathbf{r}_1(u_1, v_1) = u_1 \mathbf{i} + v_1 \mathbf{j}, \quad (2.152)$$

$$\mathbf{r}_2(u_2, v_2) = u_2 \mathbf{i} + v_2 \mathbf{j} + h \mathbf{k} \quad (2.153)$$

та циліндричної поверхні (третьої грані)

$$\mathbf{r}_3(u_3, v_3) = r \cos u_3 \mathbf{i} + r \sin u_3 \mathbf{j} + h v_3 \mathbf{k}, \quad u_3 \in [0, 2\pi], \quad v_3 \in [0, 1], \quad (2.154)$$

де  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  – орти системи  $Oxyz$ .

Рівняння основ циліндра отримаємо з формул (2.152) і (2.153) застосуванням обмежень на варіювання параметрів

$$u_1^2 + v_1^2 \leq r^2, \quad u_2^2 + v_2^2 \leq r^2. \quad (2.155)$$

У першій грані нормаль до поверхні спрямована в тіло, в інших – навпаки.

Лінія перетину  $\mathbf{r}_1(u_1, v_1)$  та  $\mathbf{r}_3(u_3, v_3)$

$$\begin{aligned} l_{1,3}(t) &= (r \cos t, r \sin t), \quad l_{1,3}(t) \in \mathbf{r}_1(u_1, v_1); \\ l_{3,1}(t) &= (t, 0), \quad l_{3,1}(t) \in \mathbf{r}_3(u_3, v_3), \end{aligned} \quad (2.156)$$

де  $t \in [0, 2\pi]$ ,

слугує геометричною базою для відповідного ребра.

Нехай останнє має напрям кривої (2.156). До циклів першої та третьої граней воно входить із різними знаками, а саме, від'ємним і додатним. Коли дивитись уздовж ребра з зовнішньої сторони тіла, то зліва лежить третя грань, праворуч – перша.

Аналогічно для  $\mathbf{r}_2(u_2, v_2)$  й  $\mathbf{r}_3(u_3, v_3)$

$$\begin{aligned} l_{2,3}(t) &= (r \cos t, r \sin t), \quad l_{2,3}(t) \in \mathbf{r}_2(u_2, v_2); \\ l_{3,2}(t) &= (t, 1), \quad l_{3,2}(t) \in \mathbf{r}_3(u_3, v_3), \end{aligned} \quad (2.157)$$

де  $t \in [0, 2\pi]$ .

Обравши напрям ребра згідно з виразом (2.157), у циклі другої грані матимемо його значення додатним, третьої – від'ємним. Якщо оглядати вздовж ребра тіло зовні, то зліва розташовується  $\mathbf{r}_2(u_2, v_2)$ , праворуч –  $\mathbf{r}_3(u_3, v_3)$ .

На відміну від основ циліндра, в яких цикли складаються з одного елемента, бічна грань, містить чотири таких компоненти. Крім ребер, що сформовані на підставі залежностей (2.156) і (2.157), маємо ще одне, утворене лінією замикання поверхні (2.154),

$$l_{3,3}(t)=(u_{3\min}, t)=(u_{3\max}, t), \quad l_{3,3}(t) \in \mathbf{r}_3(u_3, v_3), \quad t \in [0, 1], \quad (2.158)$$

де  $u_{3\min}=0$ ,  $u_{3\max}=2\pi$ .

Елементи, які базуються відповідно на формулах (2.156), (2.158), (2.157) і (2.158), входять до циклу бічної грані циліндра в перших двох випадках додатними, в решті – від’ємними. До структури даних твердотільної моделі заноситься інформація про суміжні грані під час руху вздовж наведених циклів.

Отже, для відтворення в автоматизованій системі замкненої оболонки прямого кругового циліндра необхідно мати тільки розміри  $r$  та  $h$  цього геометричного об’єкта.

#### 2.4.2.3. Конус

*Зрізаний прямий круговий конус* формується подібно до проаналізованого вище циліндричного тіла, але в якості бічної грані замість (2.154) використовується поверхня

$$\mathbf{r}_3(u_3, v_3) = (r + h v_3 \operatorname{tg} \alpha) \cos u_3 \mathbf{i} + (r + h v_3 \operatorname{tg} \alpha) \sin u_3 \mathbf{j} + h v_3 \mathbf{k},$$

$$u_3 \in [0, 2\pi], \quad v_3 \in [0, 1],$$

де  $\alpha$  – кут між твірною й віссю конуса,

$h$  і  $r$  – відповідно його висота та радіус однієї з основ.

В іншій основі радіус дорівнює  $r + h \operatorname{tg} \alpha$ , тому обмеження (2.155) перетворюються на

$$u_1^2 + v_1^2 \leq r^2, \quad u_2^2 + v_2^2 \leq (r + h \operatorname{tg} \alpha)^2.$$

Якщо якась з основ вироджується в точку, то маємо прямий круговий конус. Щоб побудувати досліджену фігуру комп’ютерним способом достатньо визначити три її розміри:  $r$ ,  $h$  та конусний кут  $\alpha$  (або радіус другої основи  $r + h \operatorname{tg} \alpha$ ).

#### 2.4.2.4. Куля

Для цього тіла оболонкою слугує (рис. 2.19) сферична поверхня з радіусом  $r$ , рівняння якої у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$  із початком у центрі даної фігури, запишемо наступним чином

$$\mathbf{r}(u, v) = r \cos v \cos u \mathbf{i} + r \cos v \sin u \mathbf{j} + r \sin v \mathbf{k}, \quad (2.159)$$

де  $u \in [0, 2\pi]$ ,

$v \in [-\pi/2, \pi/2]$ .

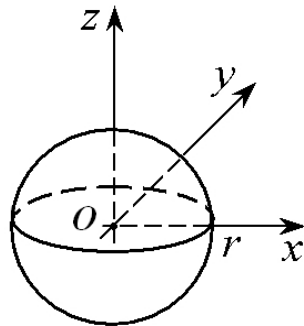


Рис. 2.19. Куля

Якщо у формулі (2.159) точки з параметрами  $v_{\min} = -\pi/2$  та  $v_{\max} = \pi/2$  (полюси) розглядати як отвори нульового радіуса, то подана зазначеним геометричним об'єктом куля буде топологічно еквівалентною наведеному в підпункті 2.4.2.2 циліндру.

Цикл її грані складається з двох ребер у полюсах

$$l_{\min}(t) = (t, v_{\min}), \quad l_{\min}(t) \in \mathbf{r}(u, v);$$

$$l_{\max}(t) = (t, v_{\max}), \quad l_{\max}(t) \in \mathbf{r}(u, v);$$

де  $t \in [0, 2\pi]$ ,

та третього, сформованого лінією замикання поверхні (2.159)

$$l(t) = (u_{\min}, t) = (u_{\max}, t), \quad l(t) \in r(u, v), \quad t \in [-\pi/2, \pi/2],$$

де  $u_{\min} = 0$ ,

$u_{\max} = 2\pi$ .

Останнє до списку ребер циклу входить двічі, але з протилежним знаком. Таким чином, для створення кулі автоматизованими засобами необхідно визначити її радіус або діаметр.



## 2.5. Типові методи та прийоми формоутворення в САПР

Метою даного підрозділу є подання, з єдиних теоретичних позицій, найбільш розповсюджених у сучасних САПР методів і прийомів геометричного моделювання. До складу цієї частини підручника входять пункти, в яких наводяться відповідно загальні відомості щодо способів формоутворення, описуються типові методи побудов та розглядаються засади параметричного варіаційного геометричного моделювання.

### 2.5.1. Загальні відомості про формоутворення в САПР

У попередніх матеріалах було проаналізовано основи теорії кривих і поверхонь, які є підґрунтям математичного апарату сучасного комп'ютерного формоутворення в САПР. Досліджено визначення різноманітних конкретних представників даних груп фігур, що широко використовуються в інженерних графічних програмах, викладено початкові відомості з теорії твердотільного моделювання.

Теперішньою задачею є певне узагальнення типових методів і прийомів створення поверхонь та тіл у САПР. Це дозволить легше орієнтуватись у середовищі зазначених програмних продуктів, виділяючи суттєву фундаментальну частину певної їх команди або операції від другорядних чинників. Окреслений напрям спирається на інваріантний характер поданих далі таких ключових способів кінематичного формоутворення як *видавлювання, обертання, зсув і згин*.

### 2.5.2. Основні методи побудов

Геометричне моделювання поверхонь і твердих тіл доволі схоже між собою, оскільки базується на спільному кінематичному підході до побудови зазначених фігур.

У практиці технічного конструювання значну кількість потрібних поверхневих або твердотільних об'єктів можна отримати шляхом переміщення деякого плоского твірного контуру (*contour*)  $c(u)$  вздовж певної просторової напрямної кривої (*guide curve*)  $g(v)$ , де  $u$  та  $v$  – параметри.

Обвід  $c(u)$ , в загальному випадку, є складеним. Якщо лінія  $g(v)$  незамкнена, то в одержаної таким чином оболонки у випадку побудови тіла буде два обмежені замкненим контуром  $c(u)$  плоскі торці. Бічні ж грані базуються на поверхнях, створених унаслідок переміщення компонентів  $c_i(u)$  твірної вздовж напрямної.

Залежно від форми напрямної  $\mathbf{g}(v)$  та характеру кінематики твірної  $\mathbf{c}(u)$  вирізняють, див. підпункт 2.3.4.1, поверхні й тіла *видавлювання, обертання, зсуву та згину*.

Розглянемо далі їх більш докладно.

#### 2.5.2.1. *Видавлювання та обертання*

Для видавлювання напрямний відрізок у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$  запишемо як

$$\mathbf{g}(v) = v\mathbf{a},$$

де  $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$  – деякий вектор,

$v \in [0, 1]$  – параметр.

У випадку побудови тіла створюваний об'єкт матиме два обмежені замкненими контурами  $\mathbf{c}(u)$  плоскі торці, другий із яких зміщений відносно першого на величину  $\mathbf{a}$ , та бічні грані, що відповідають складовим  $\mathbf{c}_i(u)$ ,

$$\mathbf{r}_i(u, v) = \mathbf{c}_i(u) + v\mathbf{a},$$

де  $u \in [u_{\min i}, u_{\max i}]$ ,

$v \in [0, 1]$ .

Зрозуміло, що коли за розглянутих умов видавлюванням створюється поверхня, то отримуємо лише сукупність проаналізованих вище бічних граней  $\mathbf{r}_i(u, v)$ . При цьому контур  $\mathbf{c}(u)$  може бути незамкненим.

Якщо ж напрямною  $\mathbf{g}(v)$  є коло або його дуга, то для одержання поверхні чи тіла обертання можливе також застосування як замкненого, так і незамкненого плоского твірною контуру  $\mathbf{c}(u)$ . Коли у випадку побудови тіла кут повороту менший за  $2\pi$ , то у створеної оболонки будуть плоскі торцеві грані, інакше – ні. Отже, відповідно, отримаємо топологію призми або тора.

Під час видавлювання та обертання контур  $\mathbf{c}(u)$  може варіювати свою форму й розміри, наприклад, шляхом використання змінюваного масштабу.

Кінематичні операції видавлювання й обертання є найбільш простими завдяки відповідним властивостям своїх напрямних. Зазначені поверхні та тіла широко застосовуються в техніці. Їх можна розглядати як окремі випадки більш загальних складніших способів побудов зсувом і згином, що розглядаються далі.

### 2.5.2.2. Зсув і згин

Поверхня або тіло зсуву формується за умови сталої орієнтації контуру  $c(u)$  під час його руху вздовж довільної напрямної  $g(v)$ . Тоді у прямокутній декартовій системі координат  $Oxyz$  рівняння радіус-векторів бічних граней  $r_i(u, v)$  мають вигляд

$$r_i(u, v) = c_i(u) + g(v) - g(v_{\min}),$$

де  $u \in [u_{\min_i}, u_{\max_i}]$ ,  $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$  – параметри.

У випадку побудови тіла, обов'язково наявні торцеві поверхні.

Якщо ж орієнтація твірної у просторі змінюється, то одержуємо поверхню або тіло згину.

Під час зсуву та згину контур  $c(u)$  може варіювати свою форму й розміри, наприклад, використанням змінюваного масштабу тощо.

Незважаючи на більшу складність, як у математичному, так і технологічному плані, поверхні та тіла зсуву й згину теж доволі поширені в технічних об'єктах, що доволі часто зумовлено потребами досягнення кращих показників її функціонування.

### 2.5.2.3. Інші методи

Доволі розповсюдженим прийомом моделювання різноманітних листових деталей є надання деякій базовій поверхні  $b(u, v)$ , де  $u, v$  – параметри, потрібної товщини  $s$ .

У цьому разі додатково визначаються рівновіддалена поверхня

$$r(u, v) = b(u, v) + sn(u, v),$$

де  $n(u, v)$  – одиничний вектор нормалі до  $b(u, v)$ , що розраховується згідно з формулою

$$n(u, v) = \frac{[\dot{b}_u(u, v) \dot{b}_v(u, v)]}{|[\dot{b}_u(u, v) \dot{b}_v(u, v)]|},$$

та бічні лінійчасті грані з напрямними на  $r(u, v)$  й  $b(u, v)$ .

Застосовуються також й інші методи формоутворення, наприклад, побудови поверхонь за допомогою наборів вихідних плоских перерізів з інтерполяцією або апроксимацією їх потрібним чином, доведення деталей

шляхом використання фасок, заокруглень і т. д., виконанням булевих операцій теорії множин (об'єднання, різниці, перетину) тощо.

Однак, ці питання виходять за рамки задач, що стоять перед цим підручником, оскільки потребують вивчення більш складного, ніж поданий вище, математичного апарату сучасного комп'ютерного геометричного моделювання.

### **2.5.3. Параметричне геометричне моделювання**

До тепер під параметрами ми мали на увазі лише скалярні змінні, що визначали положення точок деяких ліній, поверхонь або тіл. У даному пункті надамо цим термінам більш широкий зміст, бо будемо їх також застосовувати для величин, які дозволяють вирізняти конкретні екземпляри з певної групи фігур.

Відтворення оточуючої нас реальності досить часто потребує використання складніших, ніж окремі точки, лінії, поверхні й тіла, об'єктів. Правильне подання форми та розмірів багатьох предметів, зазвичай, є можливим завдяки застосуванню кількох примітивів, поєднаних між собою належним чином.

Отже, нові фігури доцільно створювати на основі вже відомих компонентів та додаткових зв'язків між ними, що дозволяє отримувати цілісну, прогнозовану і зручну для керування автоматизованими засобами геометричну систему. Параметрами останньої вважатимемо елементи її структури даних, які забезпечують варіювання формою, розмірами, положенням та іншими характеристиками досліджуваного об'єкта.

Зауважимо, що насправді ми вже стикалися зі складеними, на вищому ніж окремі точки рівні, фігурами. У якості таких виступають ламані (послідовності відрізків), паралелепіпеди (сукупності граней, ребер, вершин) і т. д.

Проілюструємо наведені вище загальні міркування конкретним досить простим, але широко розповсюдженим у машинобудуванні прикладом деталі типу опори, прокладки, притискача тощо. Ескіз цього об'єкта (рис. 2.20) являє собою композицію прямокутника та розташованих усередині нього поблизу кутів чотирьох однакових кіл (отворів).

Можливим є підхід, коли зазначені примітиви будуються та існують незалежно. Тоді редагування одного з них (змінювання розмірів, положення тощо) зовсім не позначається на відповідних параметрах інших.

У певних випадках опрацювання уніфікованих та інших виробів накладання потрібних залежностей досить корисне для підвищення ефективності автоматизованого проектування. Так на поданому рисунку зв'язок між параметрами складових компонентів наведеної фігури обумовлюється розмірами  $L$  і  $B$  прямокутника та розташуванням кіл згідно з величиною їх діаметра  $d$ .

Залежностям, що розглядаються, в навчальних цілях надано максимально спрощений вигляд. На практиці ж, наприклад, відстані до центрів отворів та між ними можуть мати неоднакові аналітичні вирази для різних значень  $d$ .

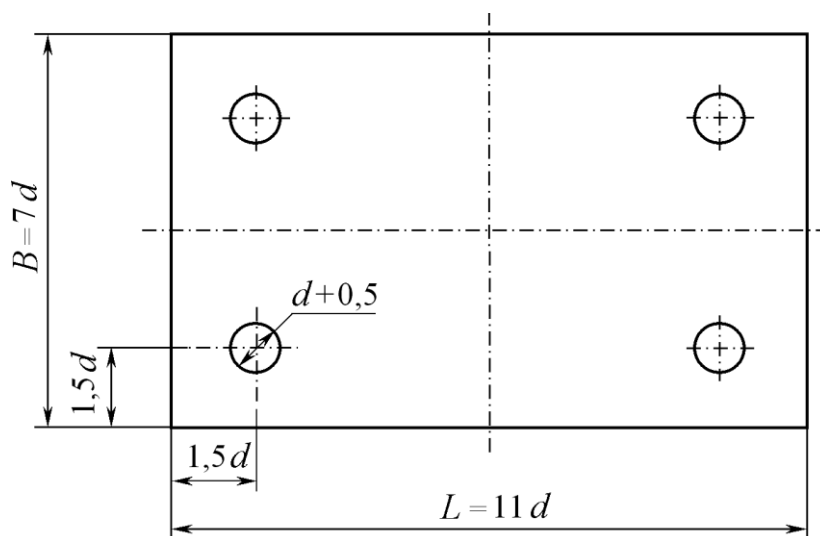


Рис. 2.20. Приклад варіаційних зв'язків між параметрами елементів геометричної системи

Але, навіть у проаналізованому нескладному випадку, нові різновиди досліджуваного геометричного об'єкта не вдається отримати таким тривіальним засобом як змінювання масштабу. Цьому заважає величина отвору  $d+0,5$  під кріпильний елемент, де  $d$  – діаметр останнього.

Створений у комп'ютерній системі, відповідно до наведеної схеми, ескіз буде автоматично перебудовуватися під час варіювання зазначеного параметра.

Зараз доцільно зауважити, що потрібні залежності можуть подаватися не тільки лінійними й кутовими розмірами, рівняннями та нерівностями, які їх пов'язують, а й такими суто геометричними умовами, досить зручними для конструкторів, як перпендикулярність, паралельність, компланарність фігур тощо.

У нинішніх САПР під параметричним геометричним моделюванням (*parametric geometric modelling*) розуміють гнучке ефективне цілеспрямоване автоматизоване варіювання опрацьовуваних об'єктів шляхом змінювання їх форми, розмірів, положення та інших характеристик у рамках певних обмежень.

Під час параметричного проєктування деталей процес формоутворення досить часто здійснюється в наступній послідовності:

1. *Розробляються плоскі ескізи.*
2. *Визначаються потрібні параметри та взаємозв'язки між ними.*
3. *Створюються твердотільні моделі з гнучкими елементами управління геометричними побудовами.*

Акцентуємо увагу на тому, що розглянуті співвідношення особливо корисні, коли велике число наявних розмірів залежить від кількох головних. Тоді, після одноразового опрацювання потрібних зв'язків, проєктувальнику в подальшому достатньо керувати тільки ключовими змінними, оскільки допоміжні автоматизована система розраховуватиме потрібним чином самостійно.

Отже, сучасне параметричне формоутворення забезпечує інженерів доволі досконалими засобами для розроблення й оптимізації зразків нової техніки.

На завершення зауважимо, що нині практично всі провідні машинобудівні САПР, зокрема SolidWorks, NX, CATIA та ін., підтримують параметричне твердотільне моделювання не тільки окремих деталей, а й великих складаних одиниць.

## **2.6. Висновки**

У цьому розділі підручника викладено базові відомості з теорії кривих і поверхонь, перетворення координат точок (паралельних перенесень, поворотів, змінювань масштабу, їх різноманітних комбінацій тощо). Наведено математичні описи конкретних типів ліній та поверхонь у параметричній формі, які широко застосовуються в нинішніх САПР. Подано засади комп'ютерного твердотільного моделювання, зроблено загальний огляд найбільш поширених у САПР типових методів і прийомів комп'ютерного геометричного моделювання. Акцентовано увагу на параметричному варіаційному формоутворенні як перспективному напрямку підвищення продуктивності та якості праці інженерів.

Зазначені знання слугують основою для достатньо ґрунтовного розуміння багатьох теоретичних питань функціонування сучасних графічних інженерних програмних пакетів та їх швидкого освоєння. Це стосується, зокрема, викладеного в наступному розділі підручника опанування системою AutoCAD.

### Контрольні запитання

1. Обґрунтуйте важливість для технічних спеціалістів вивчення теоретичних основ комп'ютерного геометричного моделювання.
2. Сформулюйте базові сучасні засади автоматизованого параметричного формоутворення.
3. Проаналізуйте елементарні відображення точок на площині, наведіть відповідні математичні залежності.
4. Дайте визначення однорідних координат, охарактеризуйте мету їх застосування.
5. Назвіть переваги й недоліки явного, неявного та параметричного опису кривих і поверхонь.
6. Розгляньте кілька прикладів поверхонь другого порядку, проаналізуйте властивості цих фігур згідно з їх аналітичним описом.
7. Висвітліть переваги та недоліки інтерполяційного методу Лагранжа.
8. Опишіть практичне застосування складених ліній Ерміта.
9. Назвіть властивості кривих Безьє, обґрунтуйте свої твердження математичними викладками.
10. Наведіть загальні відомості щодо NURBS-кривих, вкажіть їх переваги та недоліки.
11. Розгляньте базові аспекти класифікації поверхонь, охарактеризуйте кілька їх видів.
12. Опишіть властивості оболонок Фергюсона й Безьє.
13. Дайте математичне визначення поверхонь Кунса.
14. Висвітліть переваги та недоліки B-сплайнових і NURBS-поверхонь.
15. Охарактеризуйте основні сучасні підходи до комп'ютерного твердотілого моделювання.
16. Проаналізуйте методи *B-rep*, *C-rep* та *O-rep* автоматизованого формоутворення.
17. Обґрунтуйте переваги параметричного геометричного моделювання деталей.

## **3. КОМП'ЮТЕРНЕ ФОРМОУТВОРЕННЯ В СИСТЕМІ AUTOCAD**

### **3.1. Початок роботи з програмою**

У даному підручнику розглядається AutoCAD 2023, що встановлюється з офіційного сайту фірми Autodesk. Студенти та педагоги отримують безкоштовний освітній доступ до її продуктів і послуг на певний термін із можливістю його продовження. Викладачі можуть підключати до своєї ліцензії студентів, якщо останні на зазначеному сайті мають власний обліковий запис.

#### **3.1.1. Вимоги до комп'ютера**

Перш ніж пробувати встановити AutoCAD 2023 слід ознайомитись на сайті фірми Autodesk з існуючими вимогами до наявного програмно-технічного забезпечення. Це включає застосовувану операційну систему, використовуваний процесор, обсяги комп'ютерної пам'яті, параметри дисплея, відеоадаптера, вказівних пристроїв тощо.

#### **3.1.2. Файли AutoCAD**

Модель у системі AutoCAD є спеціальним чином організованим файлом, у якому, крім геометрії, міститься ряд параметрів, що визначають режими, одиниці вимірювання, властивості об'єктів і т. д. За замовчуванням цьому файлу присвоюється розширення .dwg (від англ. drawing – кресленик). Його ім'я не може перевищувати 256 символів. Дозволяється використовувати великі та малі літери, цифри, а також спеціальні символи: дефіс, підкреслювання та знак оклику. Файли-шаблони мають розширення .dwt. Для обміну з іншими графічними редакторами використовуються спеціалізовані формати.

#### **3.1.3. Запуск програми**

У середовищі операційної системи Windows AutoCAD 2023 запускається за допомогою ярлика на робочому столі або шляхом використання меню Start. Початкове вікно програми подано на рис. 3.1.



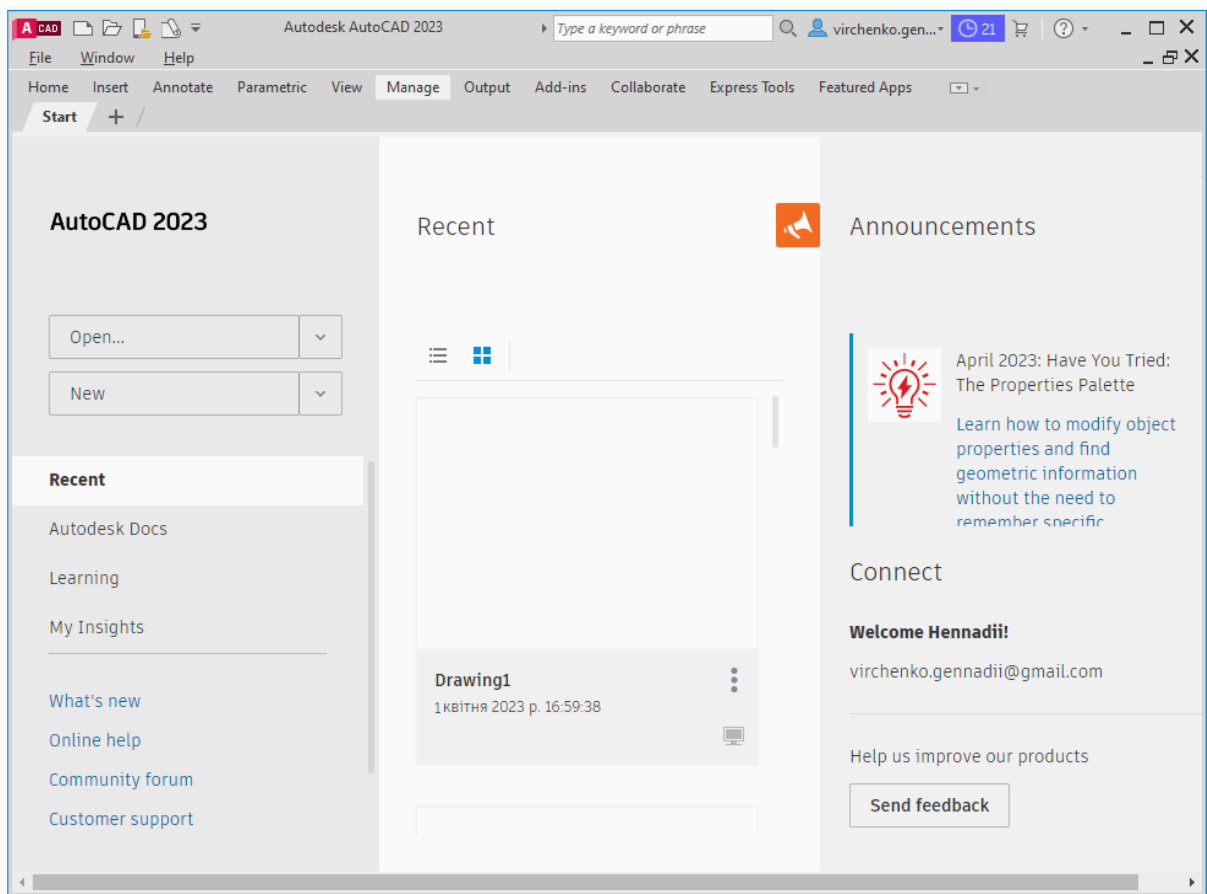


Рис. 3.1. Стартове вікно AutoCAD 2023

У лівій частині цього вікна розташована вкладка Start (початок). За замовчуванням для відкриття пропонуються останні використані файли (Recent), які відображаються в центральній зоні вікна.

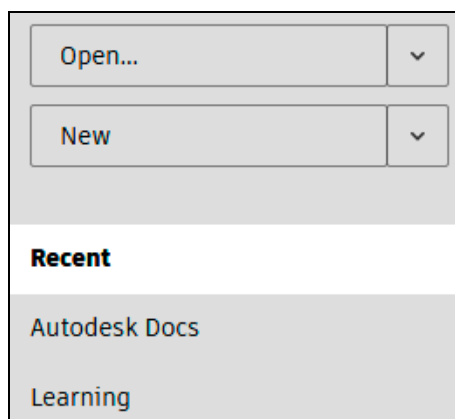


Рис. 3.2. Вкладка Start

На показаній на рис. 3.2 вкладці за допомогою меню команди Open (відкрити), див. рис. 3.3, можна активізувати існуючі файли через провідник

(Open files), підшивку файлів (Open a sheet set) та переглянути приклади креслеників AutoCAD (Explore sample drawings).

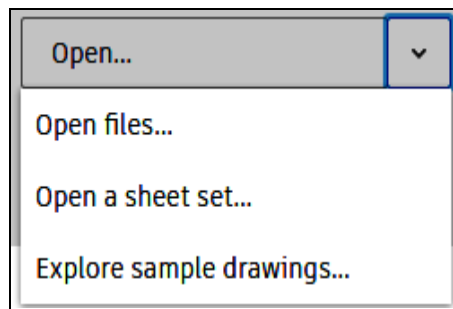


Рис. 3.3. Опції команди Open

Меню New (рис. 3.4) дозволяє створити новий файл із використанням шаблону, що був застосованим останнім. При першому запуску для нового файлу рекомендується обрати acadiso.dwt, який постачається разом з AutoCAD. Цей шаблон базується на вимогах ISO (International Organization for Standardization), тобто Міжнародної організації зі стандартизації, має одиниці вимірювання міліметри, формат A3 кресленика та інші налаштування відповідно до зазначених стандартів.

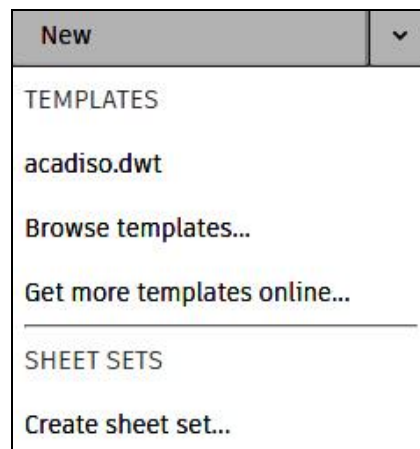


Рис. 3.4. Меню New

У списку команд, що розкривається, можна обрати потрібний шаблон майбутнього файлу з набору, що постачається з AutoCAD (Browse templates), завантажити нові шаблони з Інтернету, створити підшивку файлів креслеників (Create sheet set).

Пункт стартового меню Learning (навчання), див. рис. 3.2, відкриває вікно (рис. 3.5), в якому містяться Tips (поради) та навчальні відео (Videos).

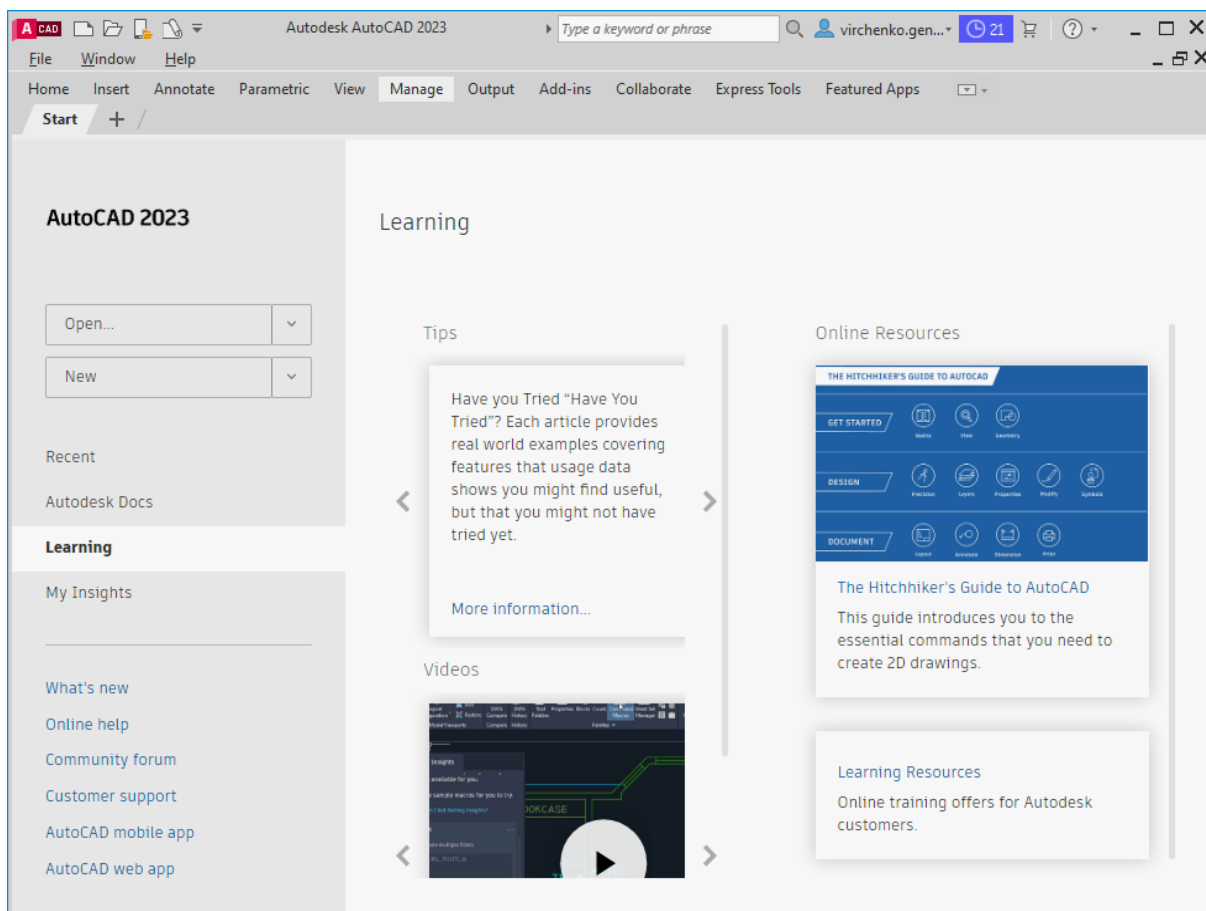


Рис. 3.5. Вікно Learning

У нижній лівій частині наведеного вище зображення розташовані посилання на інтернет-ресурси, див. рис. 3.6, з яких можна дізнатись про нові можливості (What's new), отримати онлайн-довідку (Online help), доступ до форуму спільноти (Community forum), служби технічної підтримки (Customer support), до мобільного (AutoCAD mobile app) та веб (AutoCAD web app) застосунків AutoCAD.

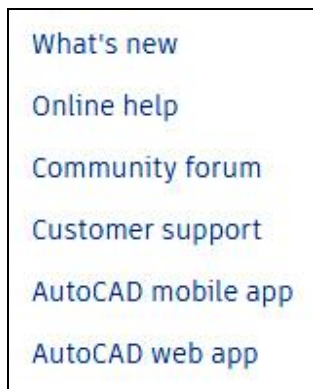


Рис. 3.6. Блок актуальної інформації

## 3.2. Інтерфейс AutoCAD

Після створення нового файлу за шаблоном acadiso.dwt на екран виводиться вікно графічного редактора, стандартний вигляд якого показано на рис. 3.7.

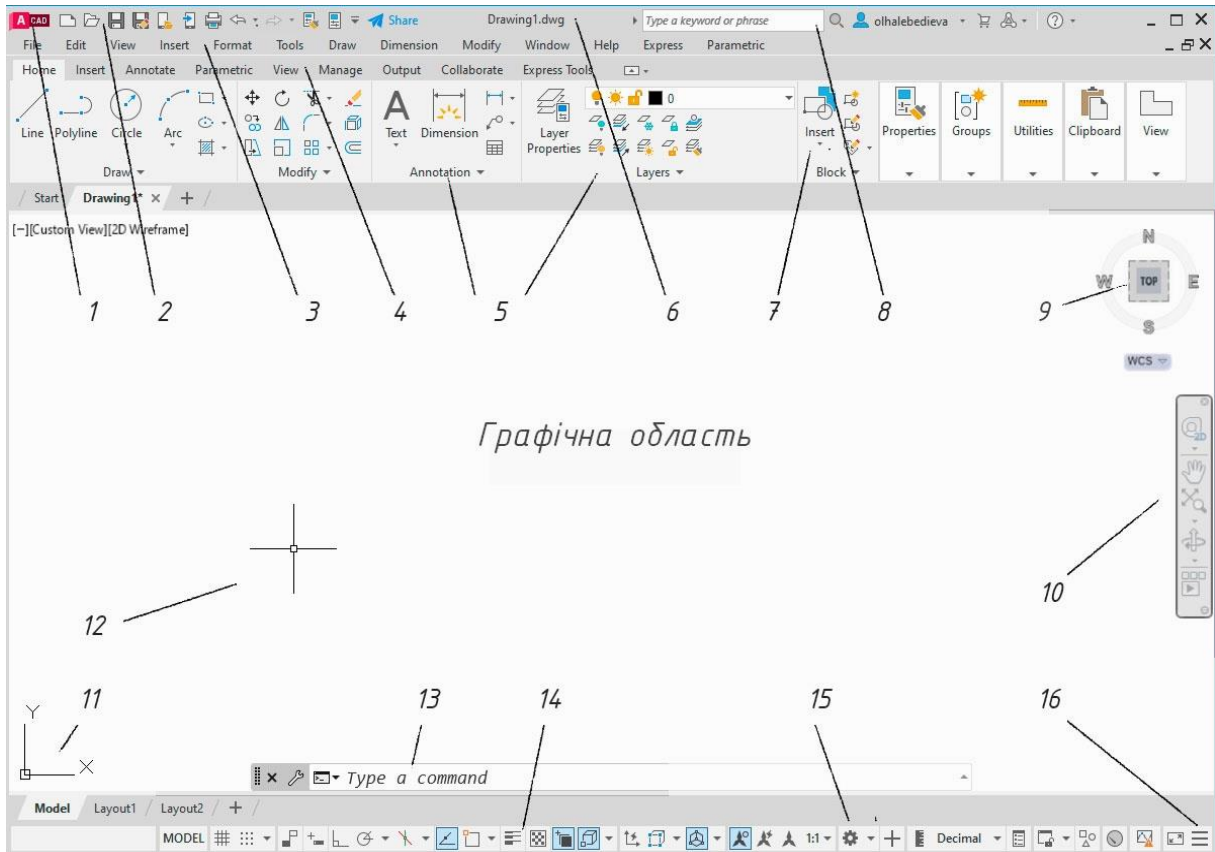


Рис. 3.7. Інтерфейс AutoCAD:

- 1 – меню застосунку; 2 – панель швидкого доступу; 3 – спадне меню;
- 4 – вкладки стрічки; 5 – панелі інструментів; 6 – заголовок вікна;
- 7 – піктограми команд; 8 – швидкий пошук; 9 – видовий куб; 10 – панель навігації;
- 11 – система координат; 12 – графічний курсор; 13 – вікно команд; 14 – рядок стану;
- 15 – меню вибору робочого простору; 16 – адаптація рядка стану

У вікні відображаються елементи інтерфейсу, передбачені робочим середовищем Drafting & Annotation (креслення та анотування), яке встановлюється за замовчуванням. У системі AutoCAD реалізовано наступні робочі простори:

- Drafting & Annotation – двовимірне моделювання;
- 3D Basics – тривимірне базове;
- 3D Modeling – тривимірне моделювання.

### 3.2.1. Графічна область

Центральна частина показаного на рис. 3.7 вікна називається графічною або робочою областю. У ній відображаються створені об'єкти. Курсор миші має форму перехрестя з квадратом посередині. Піктограма системи координат розміщується в лівому нижньому куті даної області. Біля її правої межі розташовані, див. рис. 3.8, видовий куб (View Cube), що призначений для змінювання точки зору на робочу площину, та панель навігації.

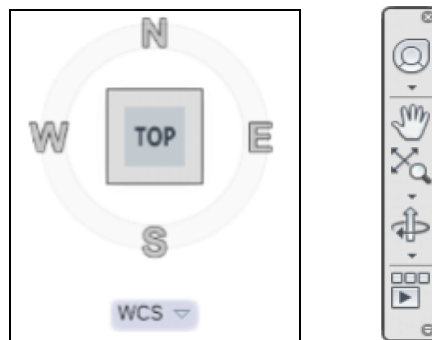



Рис. 3.8. Видовий куб та панель навігації


На останній представлені наступні команди:

 – штурвал (Full Navigation Wheel), багатокомандний інструмент для 3D навігації;

 – панорамування (Pan), переміщення виду у площині кресленника;

 – управління масштабом екранного зображення (Zoom);


 – орбіта (Orbit), обертання тривимірного об'єкта у просторі;

 – аніматор руху (Show Motion).

Штурвал містить групу команд з 3D навігації, призначений для досвідчених користувачів. Аніматор руху – це інструмент керування знімками камери, дозволяє сформувати з них анімацію, що реалізує належний огляд наявної геометричної моделі.

### 3.2.2. Меню застосунку

Вище були розглянуті варіанти створення нового кресленника, які можна обрати відразу після запуску AutoCAD. Під час поточного сеансу система забезпечує побудову нового або відкриття раніш створеного

кресленика, його зберігання, експортування тощо. Це здійснюється за допомогою команд, розташованих у меню застосунку (рис. 3.9), що викликається натисканням кнопки  Application (програма) у верхньому лівому куті вікна AutoCAD.

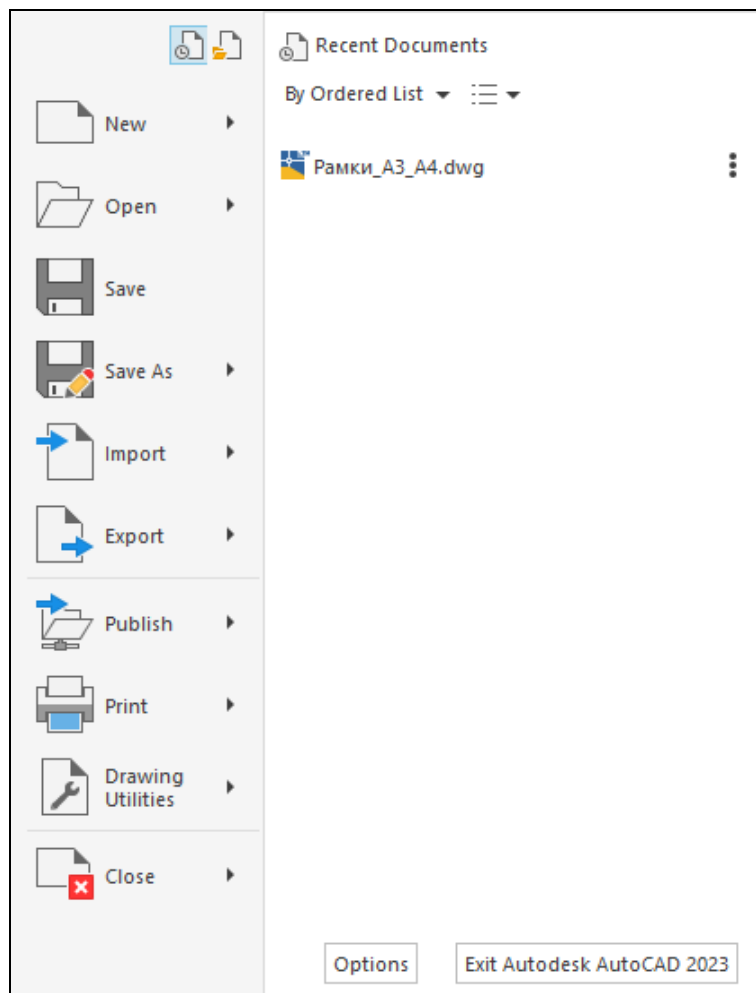


Рис. 3.9. Меню застосунку

Наведені засоби дозволяють створювати (New), відкривати (Open), зберігати файли під поточним ім'ям (Save) або під новим (Save As), імпортувати з іншого формату (Import), експортувати (Export), публікувати (Publish), виводити на друк (Print), закривати (Close). Крім зазначених інструментів меню містить поле, за допомогою якого здійснюється пошук необхідної інформації, кнопки для виклику вікна Options (параметри) та реалізації виходу з програми.

Діалогове вікно Options (рис. 3.10) має десять вкладок: Files (файли), Display (дисплей), Open and Save (відкрити та зберегти), Plot and Publish (друк та публікація), System (система), User Preferences (налаштування

користувача), Drafting (побудови), 3D Modeling (3D моделювання), Selection (вибір), Profiles (профілі). У цьому вікні можна визначити кольорову схему AutoCAD (світлу чи темну), властивості курсора та ручок, точність відображення елементів, періодичність автозбереження, апаратне прискорення, стиль візуалізації 3D об'єктів, налаштування інструментів вибору та інші параметри.

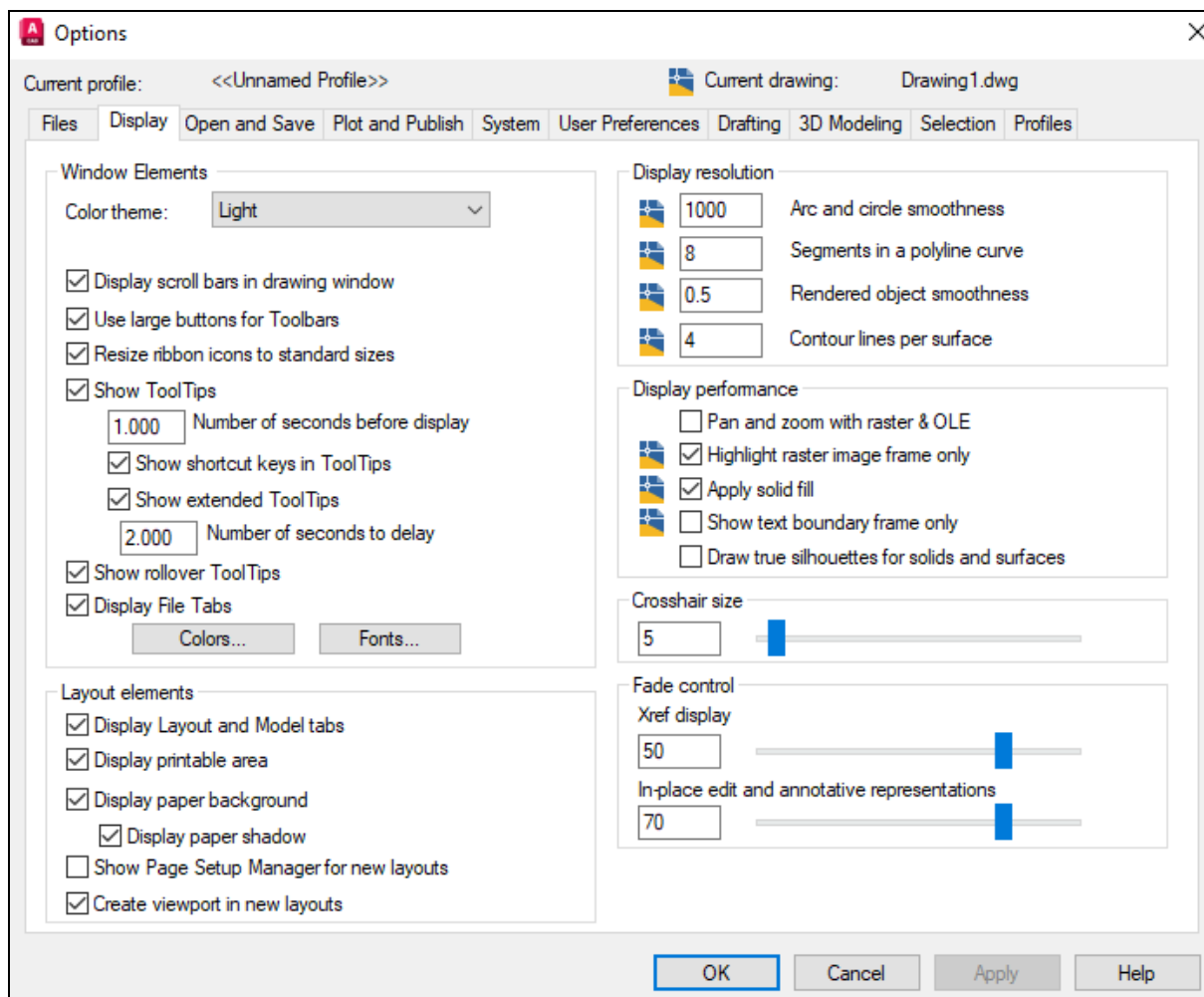



Рис. 3.10. Діалогове вікно Options

### 3.2.3. Панель швидкого доступу

У верхній частині вікна AutoCAD відображається панель швидкого доступу (Quick Access Toolbar), див. рис. 3.11, що містить загальні команди роботи з файлами:

 – New,  – Save,  – Save As,  – Open,

а також команди

↶ – Undo відміни операцій, ↷ – Redo поновлення операцій, які були щойно виконані, та інші.

Ця панель модифікується згідно з наявними побажаннями користувача шляхом додавання або видалення необхідних команд. Кнопка Customize Quick Access Toolbar (налаштування панелі швидкого доступу) дозволяє вивести на екран відповідне меню інструментів AutoCAD, див. рис. 3.11.

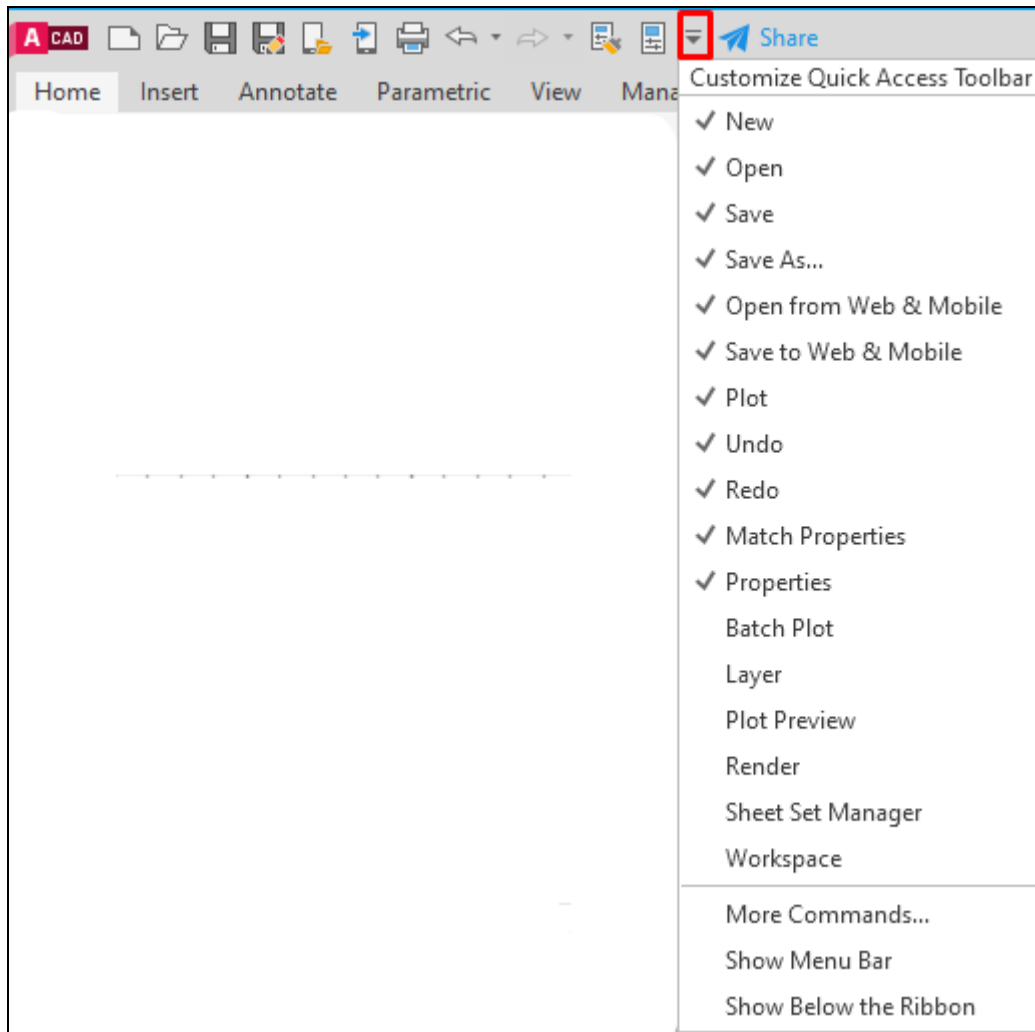


Рис. 3.11. Панель швидкого доступу з відкритим меню налаштування

Спадне меню відображається під панеллю швидкого доступу (рис. 3.12), тобто над стрічкою вкладок.

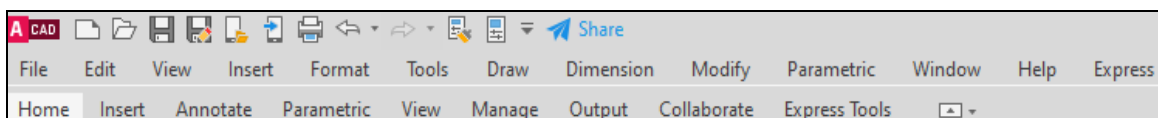


Рис. 3.12. Середній рядок спадного меню



Досить часто це меню називають традиційним, оскільки його структура збігається з попередніми версіями AutoCAD, забезпечує доступ до більш повного списку команд та параметрів. Системна змінна MENUBAR застосовується для приховування (0) або відображення (1) даного меню.

### 3.2.4. Стрічка

Безпосередньо над графічною областю розташована стрічка (рис. 3.13), на якій розміщуються операції, що відносяться до поточного робочого середовища. Остання дозволяє уникнути необхідності відображення великої кількості панелей інструментів, завдяки чому максимізується робоча область. Засіб, що розглядається, відображається автоматично в разі створення нового або відкриття існуючого кресленника з використанням середовищ Drafting & Annotation, 3D Basics або 3D Modeling.

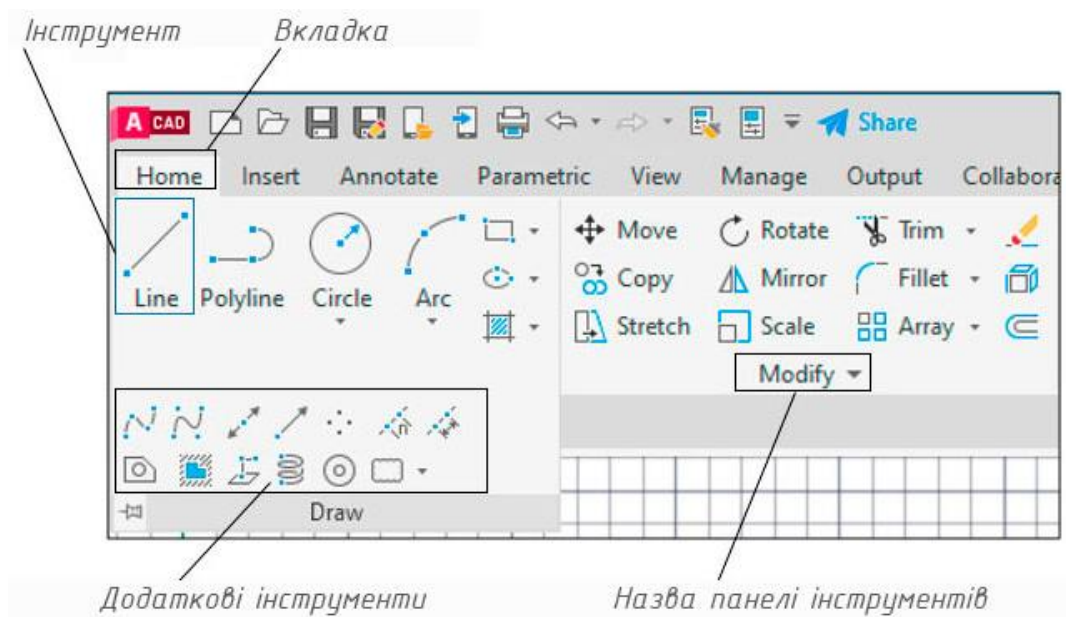



Рис. 3.13. Елементи стрічки

Стрічка складається з панелей, які організовані у вкладки з назвою задачі: Home – головна, Insert – вставка, Annotate – анотації і т. д. Панелі містять інструменти та елементи керування. На кожній із них є назва. Трикутник указує на те, що їх можна розгорнути для відображення додаткових інструментів (рис. 3.13). Якщо комп'ютерну мишу перемістити в інше місце, то така панель автоматично зникає. Кнопка  дозволяє залишити останню розгорнутою.

Вигляд стрічки можна змінювати, згортаючи її до вкладок, назв панелей чи до кнопок вкладок. Для цього передбачена кнопка в кінці рядка назв панелей (рис. 3.14).

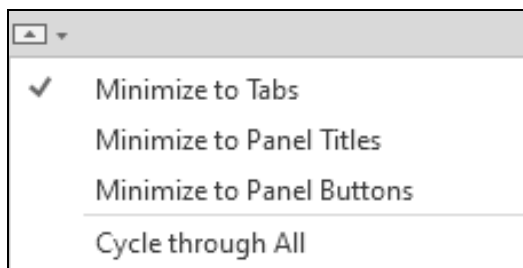



Рис. 3.14. Інструменти змінювання відображення стрічки

Стрічка прибирається або повертається натисканням комбінації клавіш Ctrl+0.

### 3.2.5. Вікно команд

У нижній частині вікна AutoCAD знаходиться область (рис. 3.15), яка призначена для введення команд та параметрів у процесі діалогу з системою. Дане вікно вимикається та вмикається сполученням клавіш Ctrl+9. Можна змінювати його довжину, потягнувши за правий край, та переміщувати за допомогою піктограми .

Якщо рухати вгору верхню межу вікна, то розкриється список попередніх дій (рис. 3.16). Це можна також зробити за допомогою клавіші F2 або трикутника біля правої межі вікна на рис. 3.15.



Рис. 3.15. Вікно командних рядків

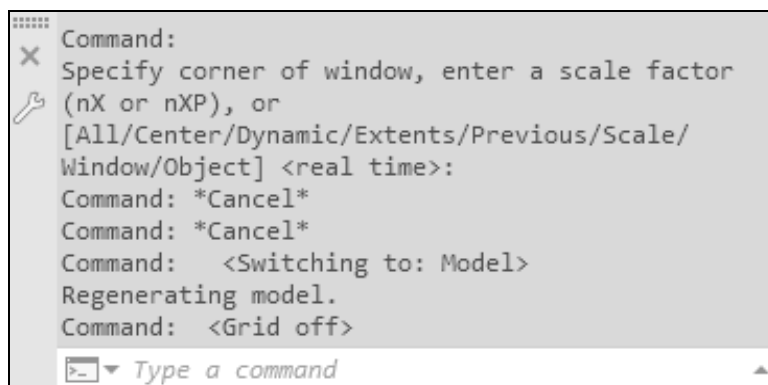


Рис. 3.16. Текстове вікно з історією дій

Безпосередньо в командному рядку вводяться команди та визначаються їхні опції без використання вкладок стрічки, панелі інструментів чи меню. Достатньо просто почати вписувати назву команди та обрати її із запропонованого списку.

У трикутних дужках при діалозі з програмою через командний рядок відображаються значення за замовчуванням. Щоб прийняти їх, потрібно натиснути Enter. Для вибору опцій зі списку на їхню назву встановлюється курсор та застосовується ліва клавіша миші. Прийняття значення параметра або завершення команди відбувається після застосування клавіші Enter. Для повторного виклику щойно виконаної команди на запрошення Type a command вводиться Enter.

### 3.2.6. Вкладки простору моделі та листів кресленика

В AutoCAD передбачені два робочих середовища: простір моделі Model та простір листа Layout.

Простір моделі – це необмежена 3D область кресленика, в якій відбувається моделювання об'єктів. Вкладка Model активна за замовчуванням.

Простір листа є двовимірним середовищем, призначеним для створення креслеників. У ньому виконується підготовка масштабованих видів екранів простору моделі до друку на конкретному форматі. Також тут додаються основні написи, специфікації, таблиці та інша необхідна інформація.

Рядок вкладок перемикавання просторів моделі та листів (рис. 3.17) розташований під графічною областю з лівого боку. Новий кресленик має три вкладки Model (модель), Layout1 (лист1), Layout2 (лист2) та кнопку +. Остання дозволяє створювати нові листи. У середовищі Model виконується побудова геометричної моделі.



Рис. 3.17. Вкладки просторів моделі та листів

### 3.2.7. Рядок стану

Під вікном команд розміщено рядок стану (Application Status Bar), див. рис. 3.18.



Рис. 3.18. Рядок стану (склад компонентів за замовчуванням)

Останній містить кнопки, які встановлюють або відмінюють певні режими креслення, вмикають допоміжні інструменти, відображення належної інформації тощо. За замовчуванням даний рядок має наступний склад компонентів:

MODEL – ім'я активного робочого простору (Model чи Layout);

# – вмикання або вимикання екранної сітки;

▾ – включення чи відключення прив'язки курсора до керуючої сітки (крок переміщення курсора);

– група кнопок режимів креслення, де:

– вмикання або вимикання автоматичного встановлення геометричних залежностей під час створення та редагування об'єктів;

– включення чи відключення обмежень змінювання координат тільки за напрямом однієї з декартових осей;

– вмикання або вимикання обмежень переміщення курсора визначеними кутами;

– включення чи відключення моделювання ізометричного виду 3D об'єкта шляхом вирівнювання за трьома основними ізометричними осями. У списку, що розкривається, можна обрати площину аксонометричної проєкції (рис. 3.19);

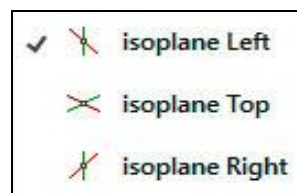





Рис. 3.19. Список для вибору площини аксонометричних проєкцій

– вмикання або вимикання відстеження прив'язки;

– включення чи відключення об'єктної прив'язки для точного розташування модельованої фігури;

 – вмикання або вимикання відображення товщини ліній на екрані;  
 – включення чи відключення вибору об'єктів у циклі, використовується для визначення однієї з фігур, що накладаються. При наведенні курсора над ними з'являється значок , який повідомляє, що доступно кілька об'єктів. Щоб побачити ці фігури, натискається права клавіша миші. У результаті відкриється список (рис. 3.20).

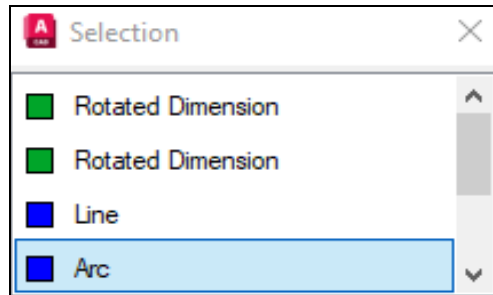


Рис. 3.20. Список об'єктів, що накладаються, у вікні Selection

Для здійснення вибору у вікні Selection встановлюється курсор на необхідній назві та натискається ліва клавіша миші.



– група кнопок для тривимірних побудов, в якій:



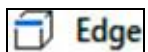
– вмикання або вимикання прив'язки курсора до опорних точок у 3D просторі;



– включення чи відключення фільтрації елементів 3D об'єктів та екранів. Зі спадного меню обираються:



– вершини;



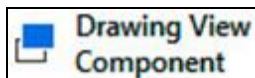
– ребра;



– грані;



– елементи складених фігур;




– компоненти видів креслеників.


Вимкнення функції фільтрації здійснюється за допомогою комбінації Shift+F1.

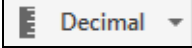



– (Gizmo) графічні динамічні підказки для переміщення, обертання та масштабування об'єктів у тривимірному просторі відносно координатних осей і площин.

 – група кнопок керування видимістю та масштабом анотацій.

 – вибір робочого простору.

 – вмикання або вимикання відображення неасоціативних розмірів.

 Decimal – список одиниць вимірювання.

 – відображення вікна швидких властивостей. При ввімкненому режимі поруч з обраним об'єктом автоматично відкривається вікно основних властивостей (рис. 3.21).

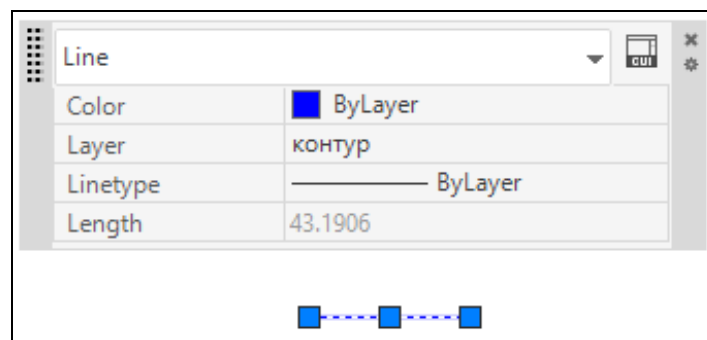




Рис. 3.21. Вікно швидких властивостей

 – блокування або розблокування елементів інтерфейсу.

 – ізоляція об'єктів. При активації цього режиму обрані фігури стають тимчасово невидимими, а раніш приховані відновлюються.


 – очистка екрана від міток точок.


 – адаптація рядка стану, у спадному списку наведений повний перелік кнопок, які можуть виводитись, активні з них відмічені галочками.


Щоб додати чи вимкнути певні функції достатньо натиснути ліву клавішу миші на відповідній назві у відкритому списку налаштування рядка стану. Кнопки активних режимів виділяються рамкою та світло-синім фоном. Крім перелічених вище, в рядок стану дозволяється додавати наступні режими та функції.

**50.0000, 50.0000, 0.0000** (Coordinates) – відображення поточних координат курсора, які можуть бути статичними або динамічними з використанням лінійних або кутових величин. У першому випадку координати оновлюються при вказуванні певної точки, а у другому – пов'язані з переміщенням курсора.

 (Transparency) – налаштування прозорості об'єктів.


 (Dynamic Input) – динамічне відображення введення. Інтерфейс складається з полів значень та динамічної підказки. Активізація будь-якого з полів виконується натисканням клавіші Tab.

 (Dynamic UCS) – тимчасове розміщення площини XY системи координат користувача на грані тіла, чарунці сітки тощо. Для реалізації достатньо навести курсор на зазначений елемент. Після виконання поточної команди UCS автоматично повертає свої попередні налаштування.

 (Graphics Performance) – функція апаратного прискорення графіки, для якого використовується процесор відеоадаптера. Налаштування параметрів виконується в діалоговому вікні, що викликається клацанням правої кнопки миші на даній піктограмі.

Деякі з параметрів умикаються та вимикаються за допомогою функціональних клавіш:

F3 – об'єктна прив'язка ;

F4 – 3D прив'язка ;


F6 – динамічна система координат користувача ;

F7 – відображення екранної сітки ;

F8 – режим ортогонального переміщення курсора ;

F9 – прив'язка руху курсора до кроку ;

F10 – кутове відстеження ;

F11 – відстеження об'єктної прив'язки .

### 3.2.8. Контекстне меню

В AutoCAD передбачений зручний інструмент для поточних дій – це контекстне меню. Зміст останнього змінюється відповідно до активної команди. Виклик виконується натисканням правої клавіші миші при розташуванні курсора в певній зоні вікна системи. Якщо не використовується жодна команда, а курсор знаходиться у графічній області, то з'являється стандартне контекстне меню (рис. 3.22).

У його верхньому рядку пропонується повторити попередню команду. На даному рисунку показано стандартне контекстне меню нового файлу, для якого рекомендується команда Help. Recent Input (останнє введення) – це список нещодавніх команд. Clipboard є спадним меню з різноманітними можливостями вирізання, копіювання та вставляння (рис. 3.23).

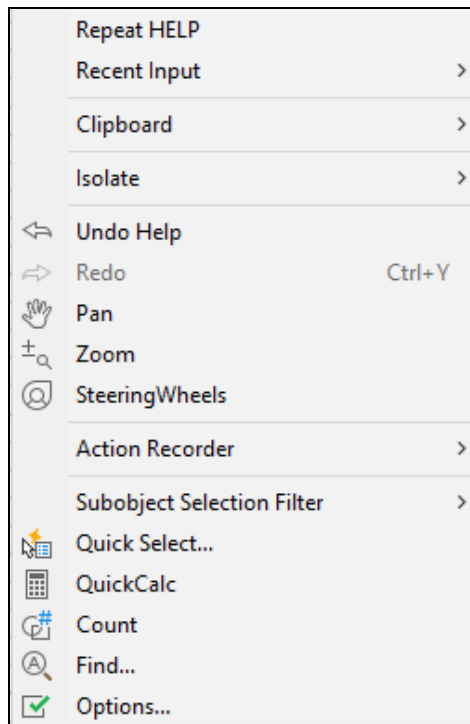


Рис. 3.22. Стандартне контекстне меню

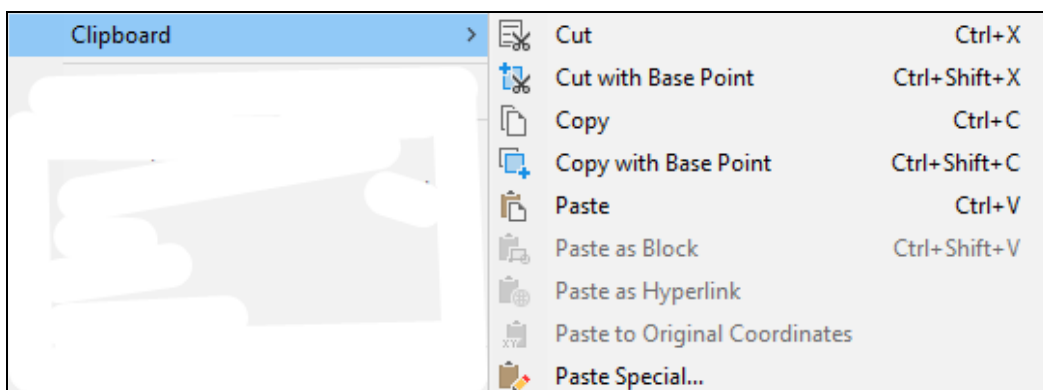


Рис. 3.23. Спадає меню Clipboard

Команда Isolate у контекстному меню дозволяє обрати наступні дії зі списку: Isolate Objects (ізолювати об'єкти), Hide Objects (приховати об'єкти), End Objects Isolation (відмінити ізоляцію об'єктів), див. рис. 3.24.

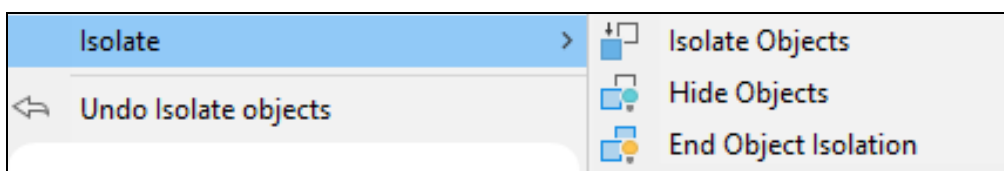


Рис. 3.24. Функції Isolate

Відмінність між Isolate Objects та Hide Objects полягає в тому, що в першому випадку невидимими стають усі об'єкти, крім обраних, а у



другому – приховуються саме обрані фігури. Функція End Object Isolation відновлює відображення всіх прихованих об'єктів.

Також у контекстному меню є доступ до команд Pan та Zoom управління зображенням на екрані, вмикання штурвала, рекордера операцій, фільтрів і швидкого вибору, калькуляції, пошуку та налаштувань.

### 3.3. Двовимірне моделювання

У цьому підрозділі підручника подається двовимірне геометричне моделювання в системі AutoCAD. Наведені відомості слугують також основою для успішного подальшого виконання тривимірних побудов.

#### 3.3.1. Система координат

Положення будь-якого елемента кресленника визначається за допомогою координат. За замовчуванням AutoCAD використовує тривимірну декартову систему координат (три взаємно перпендикулярні осі X, Y, Z), що називається Світовою – World Coordinate System (WCS). Ця фіксована система визначає положення всіх об'єктів кресленника.

У режимі 2D вказуються точки у площині XY, яка називається робочою площиною кресленника. Значення X обумовлює відстань від початку координат (0,0,0) по горизонталі, а величина Y – по вертикалі. При цьому додатнім X відповідає напрям вправо, від'ємним – вліво. Для додатних Y маємо відстані вгору, а для від'ємних – вниз.

У полярній системі координати точки визначаються відстанню та кутом, що відраховуються від початку координат. Кут вимірюється від горизонтального напрямку проти годинникової стрілки.

В обох розглянутих випадках дефініцію координат можна здійснювати в абсолютній або відносній формі. Перша спирається на початок координат (0,0), а друга (ознакою якої є початковий символ @) – на останню застосовану точку.

Система координат користувача – User Coordinate System (UCS) є рухомою декартовою системою координат. Визначається за допомогою команди UCS, що вводиться у вікні команд:

*Command: UCS*

*Current ucs name: \*WORLD\** – повідомлення про поточну систему координат;

*Specify origin of UCS or [Face/NAmed/OBject/Previous/View/World/X/Y/Z /ZAxis] <World>*: – опції для створення системи координат користувача:

*Face* – вирівнювання UCS по грані тіла, поверхні чи плоскому сегменту сітки;

*NAmed* – вибір із списку іменованих попередньо створених систем координат;

*OBject* – вирівнювання по площині об'єкта;

*Previous* – повернення до попередньої системи координат;

*View* – вирівнювання по поточному виду;

*World* – встановлення світової системи координат;

*X/Y/Z* – обертання системи координат на вказаний кут навколо відповідних осей;

*ZAxis* – встановлення нового напрямку осі *Z* та відповідне змінювання системи координат.

Доступ до команд управління системою координат користувача також міститься у вкладці Tools традиційного меню AutoCAD. Належний список компонента New UCS показано на рис. 3.25.

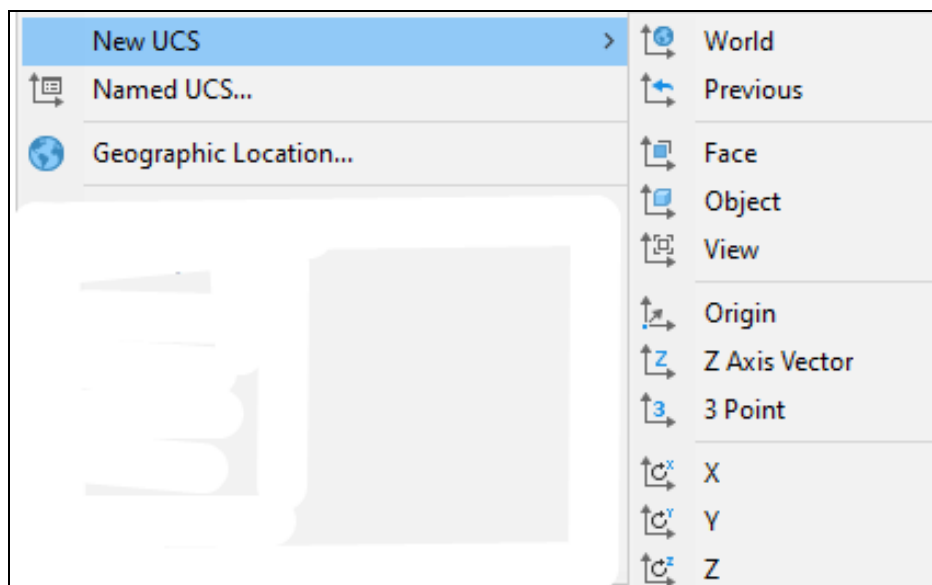













Рис. 3.25. Опції команди UCS

-  **World** – встановлення світової системи координат;
-  **Previous** – відновлення попередньої системи координат;
-  **Face** – вирівнювання UCS по грані тіла;
-  **Object** – встановлення UCS по існуючому 3D об'єкту;
-  **View** – вирівнювання UCS по поточному виду;

 **Origin** – визначення нової точки початку координат та спрямування осей;

 **Z Axis Vector** – змінювання орієнтації координатних осей залежно від напрямку осі Z;

 **3 Point** – перевизначення UCS трьома точками: перша відповідає початку координат, друга і третя – відповідно додатному напрямку осі X та Y;

 **X**,  **Y**,  **Z** – обертання системи координат навколо обраних осей.

За замовчуванням у новому файлі система координат користувача UCS збігається зі світовою. Напрямок осей X та Y відображає піктограма в лівому нижньому куті графічної області. Вісь Z згідно з правилом правої руки спрямована на користувача. Квадрат на рис. 3.26 вказує, що UCS збігається з WCS.

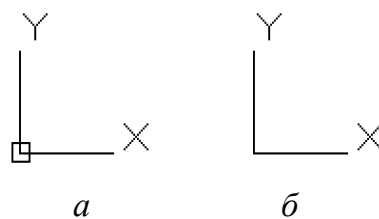


Рис. 3.26. Піктограми системи координат:  
*a* – світової, *б* – користувача

У 2D режимі UCS визначає площину XY, яка називається робочою або площиною побудов, де створюються й редагуються об'єкти. У просторі аркуша UCS відображається у вигляді трикутника.

### 3.3.2. Одиниці вимірювання

В AutoCAD довжини та кути вимірюються в одиницях, що відповідають встановленим для поточного кресленика. Завдяки цьому при створенні геометричної моделі можна використовувати її дійсні розміри. Масштабування зображення при виведенні на друк відбувається за допомогою визначення співвідношення між одиницями довжини файлу кресленика та аркуша. Передбачено використання 22 одиниць довжини: від мікрометра до парсека. За замовчуванням для лінійних вимірювань приймаються Decimal (десяткові). Пропонуються також Engineering

(технічні), Architectural (архітектурні), Fractional (дробові) та Scientific (наукові) одиниці.

Для кутових вимірювань за замовчуванням приймаються Decimal Degrees (десяткові градуси). Можливий також формат Deg/Min/Sec, (градуси/ хвилини/секунди), Grads (гради), Radians (радіани) та Surveyor's Units (топографічні кутові одиниці). Вибір того чи іншого варіанта обумовлюється наявними потребами користувача. Напрямок додатного відліку кутів за замовчуванням збігається з обертанням проти годинникової стрілки від горизонталі.

Представлення даних визначається кількістю цифр після крапки, що розділяє цілу і дробову частину числа. За замовчуванням точність лінійних величин обчислюється до четвертого знаку після крапки, а для кутових – дробова частина виключається.

Одиниці вимірювання та точність встановлюються за допомогою команди Units (одиниці), діалогове вікно якої Drawing Units (одиниці кресленика) представлено на рис. 3.27.

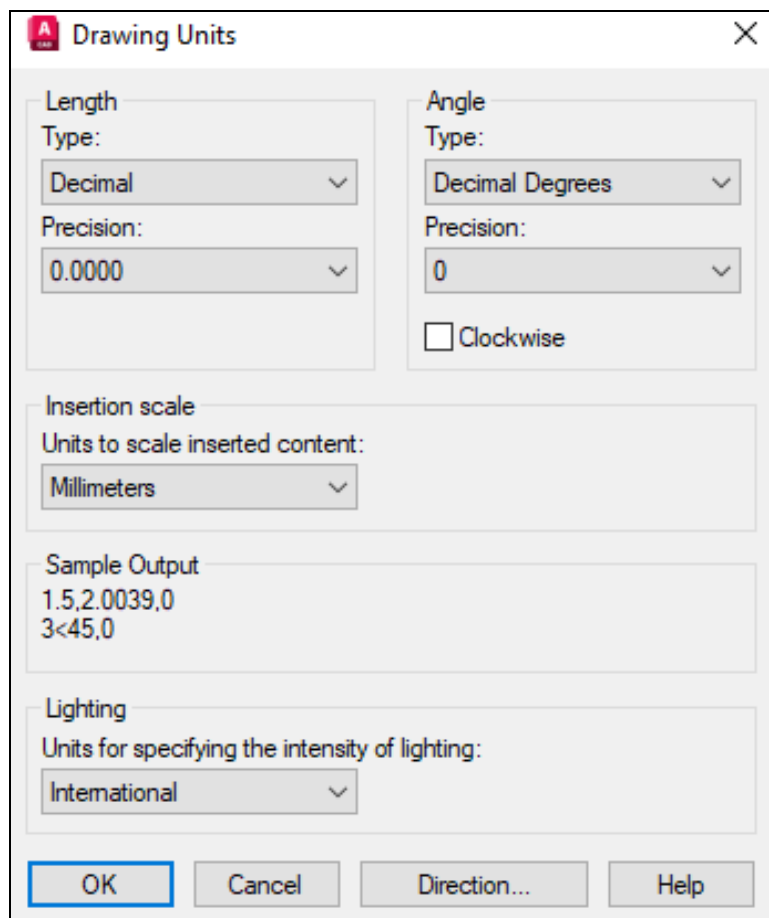


Рис. 3.27. Діалогове вікно Drawing Units

Її можна активувати, набравши в командному рядку належне ім'я або натиснувши на ньому у списку вкладки Format традиційного меню AutoCAD. У наведеному вище вікні напрям кутів змінюється встановленням галочки напроти Clockwise (за годинниковою стрілкою). Після цього кути будуть обчислюватися зазначеним чином.

Для існуючих розмірів одиниці вимірювання змінюються за допомогою пункту Properties контекстного меню. У вкладці Primary Units розташований спадний список Dim Units. У ньому обирається потрібний вид одиниць вимірювання. У полі Precision визначається необхідна точність.

Лінійні одиниці вимірювання встановлюються також за допомогою кнопки Units, яка розташована в рядку стану кресленика. Її меню ілюструє рис. 3.28.

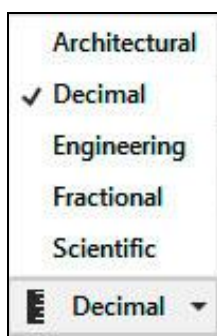


Рис. 3.28. Спадний список одиниць вимірювання в рядку стану

За замовчуванням на вказаній кнопці відображається назва Decimal.

### 3.3.3. Межі кресленика

Якщо новий кресленик створюється без використання шаблону acadiso.dwt, то виникає потреба дефініції його меж. В іншому випадку встановлюється метрична система одиниць вимірювання та межі кресленика 420x297 мм. Змінити вказані величини можна командою LIMITS, викликавши її у вікні команд, або за допомогою пункту Drawing Limits закладки Format традиційного меню AutoCAD.

Після цього в командному рядку з'являється запит:

*Specify lower left corner or [ON/OFF] <0.0000,0.0000>:*

У відповідь на нього необхідно вказати ліву нижню вершину прямокутника, що обмежує кресленик, або вибрати іншу запропоновану

опцію. Після визначення першої точки слідує наступний запит:

*Specify upper right corner*<420.0000, 297.0000>:

Він потребує дефініції положення правої верхньої вершини межі кресленника замість значення за замовчуванням у куткових дужках.

Опції команди:

*ON* – встановлення автоматичного контролю за додержанням меж кресленника, тобто недопущення створення об'єктів за ними;

*OFF* – відключення зазначеного контролю.

### 3.3.4. Керування відображенням на екрані

Для цього застосовуються команди *Zoom* та *Pan*, які управляють відповідно масштабом та переміщенням зображення на екрані у площині кресленника.

*Zoom* активується в командному вікні набранням відповідної назви або на панелі навігації, має кілька опцій, див. рис. 3.29.



Рис. 3.29. Опції команди *Zoom*

Опція, що показана в куткових дужках, пропонується за замовчуванням. Щоб обрати її, достатньо натиснути клавішу *Enter*.

*Real time* – збільшення або зменшення зображення шляхом переміщення курсора по екрану дисплея при натиснутій лівій клавіші миші.

*All* – показування всього кресленника до його меж.

*Center* – відображення частини зображення, центром якого є вказана точка.

*Dynamic* – використання вікна вибору частини зображення, яке можна переміщувати (панорамувати) в межах кресленника.

*Extents* – центрування зображення та розгортання його на повний екран.

*Previous* – повернення до попереднього виду, отриманого в результаті дії команди *Zoom*.

*Scale* – збільшення або зменшення зображення в задане число разів. Якщо за числом стоїть літера *x*, то масштабування відбувається відносно поточного виду, коли її немає, то відносно меж кресленника.

*Window* – збільшення області, визначеної прямокутним вікном.

*Object* – масштабує зображення одного або кількох вибраних об'єктів до якомога більшого розміру.

Усі ці опції забезпечує панель навігації, в якій за замовчуванням встановлено Extents. Масштабом зображення зручно керувати також за допомогою комп'ютерної миші: поворотом коліщатка вперед зображення збільшується, а назад – зменшується; подвійне клацання забезпечує показ кресленника повністю. Команда Pan доступна з командного рядка та з панелі навігації. Натиснуте коліщатко при переміщенні миші також реалізує панорування.

### 3.3.5. Властивості об'єктів

Властивості визначають вигляд об'єктів. Кожен із них має загальні (General) властивості, до яких відносять Color (колір), Layer (шар), Linetype (тип ліній), Linetype scale (масштаб типу ліній), Lineweight (товщина ліній), Transparency (прозорість), Thickness (товщина). Крім загальних в об'єктів є геометричні властивості (Geometry). Це координати певних точок, площа, довжина та ін. Властивості можна модифікувати у вікні Properties, приклад якого показано на рис. 3.30.

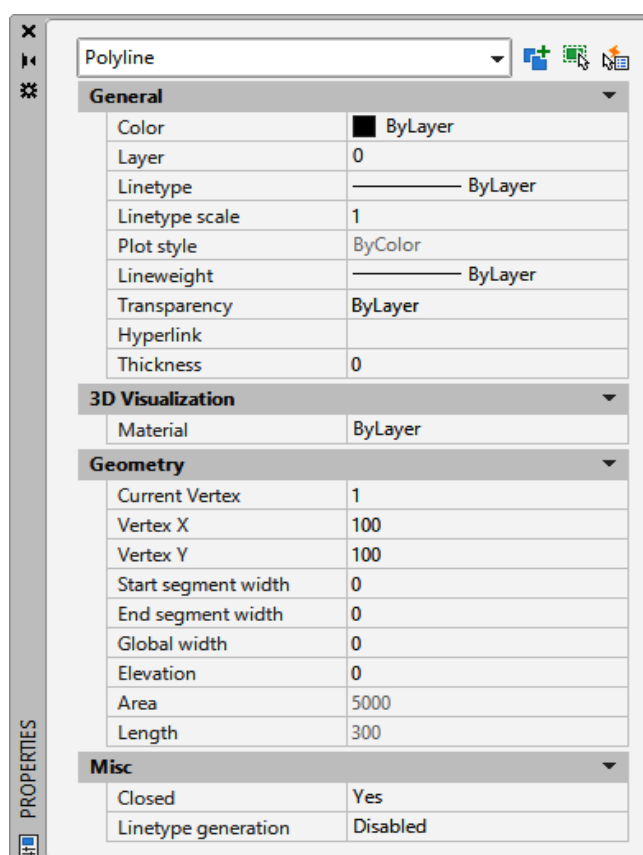


Рис. 3.30. Вікно Properties для фігури Polyline

Зауважимо, що зміст наведеного вікна змінюється відповідно до опрацьовуваного об'єкта. Якщо останній не обрано, див. рис. 3.31, то відображаються налаштування, встановлені за замовчуванням.

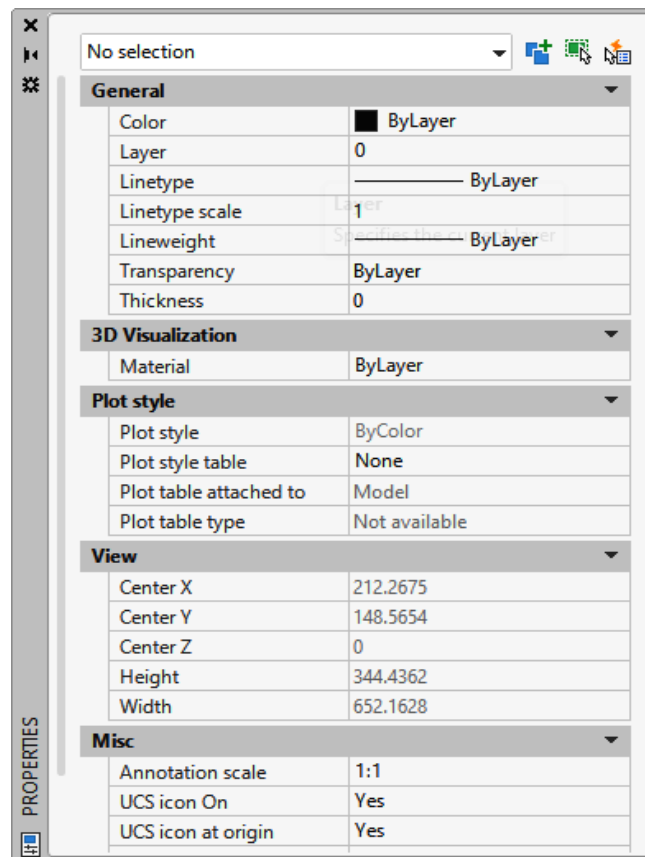


Рис. 3.31. Вікно Properties із налаштуваннями за замовчуванням

Загальні властивості мають значення ByLayer (за шаром), тобто за певним чином налаштованими шарами, робота з якими розглядається в наступному пункті підручника.

### 3.3.6. Управління шарами

Шари в AutoCAD умовно порівнюються з окремими прозорими плівками, на яких розташовані об'єкти, що мають певні спільні властивості. Сукупність цих шарів забезпечує необхідне повне зображення. Останні можуть відображатись вибірково.

За замовчуванням у новому файлі існує тільки один нульовий (0) шар, на якому не рекомендовано розміщувати будь-які елементи. Для групування об'єктів за властивостями передбачено інструменти створення та налаштування шарів Layer Properties Manager (менеджер властивостей шарів), див. рис. 3.32.



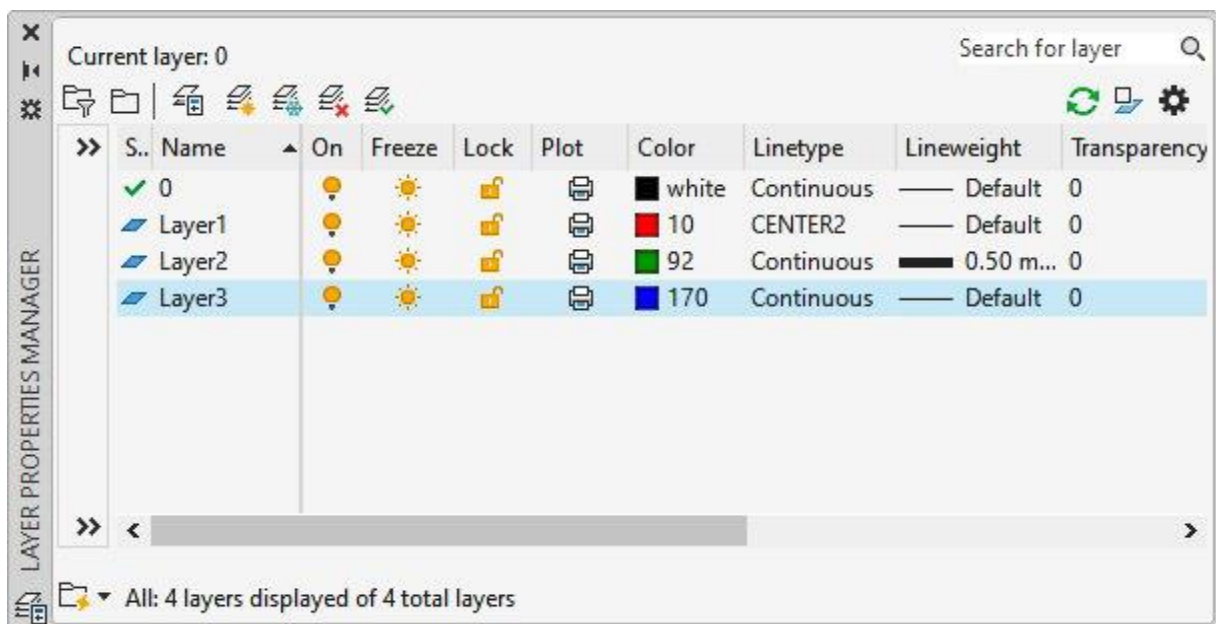


Рис. 3.32. Діалогове вікно Layer Properties Manager

Дане вікно відкривається застосуванням пункту Layer вкладки Format традиційного меню AutoCAD, забезпечує створення шарів, їх видалення, перейменування, встановлення властивостей і стану.

У центральній частині вікна розміщена таблиця зі списком шарів та їхніми параметрами. Над цим списком розташовані кнопки, призначені для створення нового або видалення зайвого шару, встановлення поточного з набору існуючих. Нульовий і поточний шари не можуть бути видалені. Наявні властивості відображаються як назви стовпців списку:

**On** – увімкнений або вимкнений, вимкнені шари на екрані не відображаються та не друкуються;

**Freeze** – розморожений або заморожений, заморожені шари на екрані не відображаються й не друкуються;

**Lock** – розблокування або блокування, на заблокованому шарі фігури видимі, доступні для вибору, але їх неможливо редагувати;

**Plot** – друкувати або не друкувати шар;

**Color** – встановлення кольору об'єктів шару, при натисканні правої клавіші миші на піктограмі у вигляді зафарбованого квадрата відображається діалогове вікно Select Color (рис. 3.33), в якому обирається необхідний колір;

**Linetype** – призначення типу лінії для елементів шару, за замовчуванням Continuous (суцільна лінія). Для встановлення інших передбачено діалогове вікно Select Linetype (вибрати тип лінії), див. рис. 3.34.

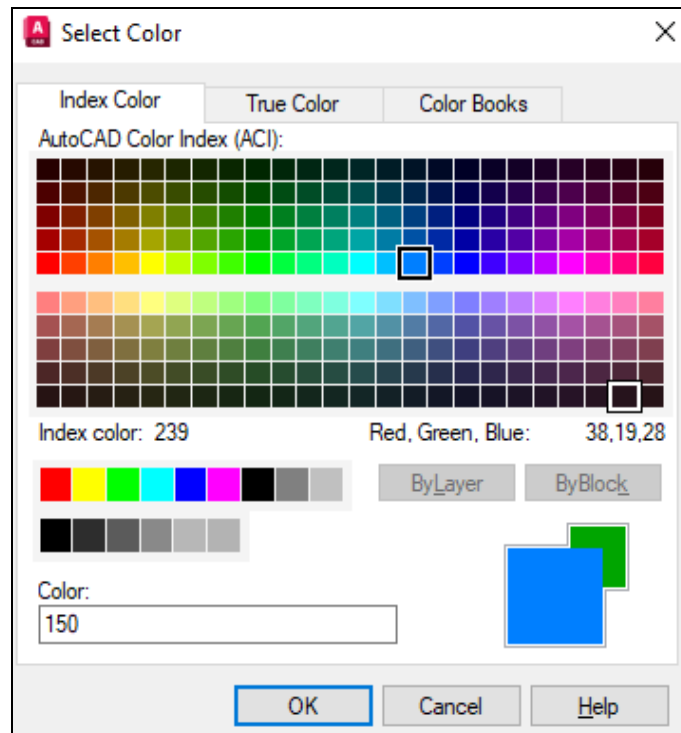


Рис. 3.33. Діалогове вікно Select Color

Це вікно викликається при натисканні лівою клавшею миші на назві типу лінії потрібного шару.

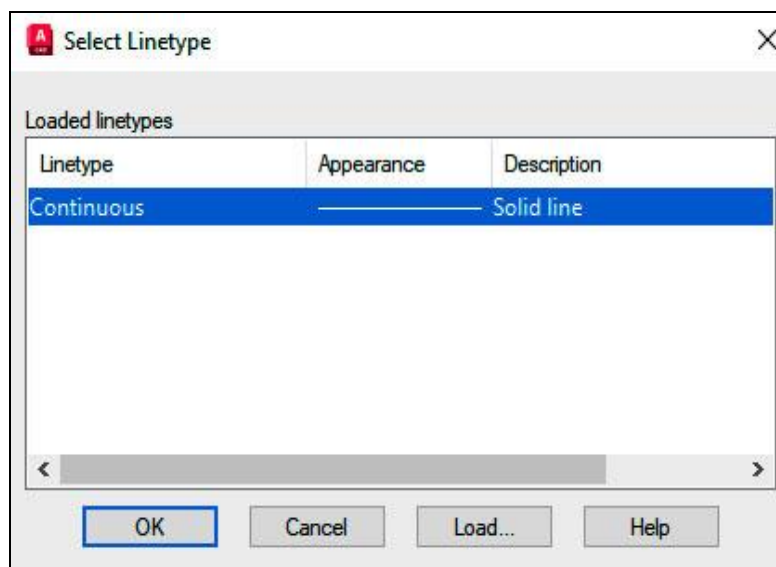


Рис. 3.34. Вікно Select Linetype

Якщо необхідні типи лінії попередньо не застосовувались, то у вікні буде відображений тип лінії за замовчуванням Continuous. Кнопка Load дозволяє перейти до завантаження типів ліній Load or Reload Linetypes, що поставляються з AutoCAD у файлі acadiso.lin (рис. 3.35).



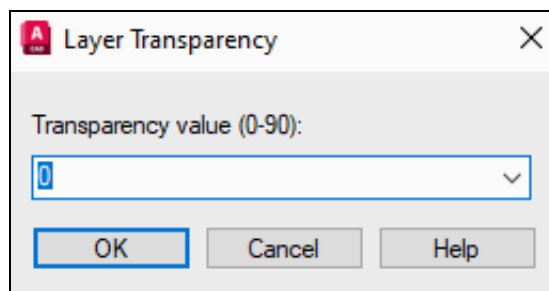


Рис. 3.37. Вікно Layer Transparency

Назви нових шарів за замовчуванням призначаються за формою Layer1, Layer2 і т. д. Але доцільно давати ім'я кожному шару відповідно до його властивостей чи призначення. Ця назва може містити від 1 до 31 символу. Створення нового шару здійснюється кнопкою New Layer, видалення – Delete Layer, призначення поточного шару – Set Current.

### 3.3.7. Вибір фігур

Багато команд AutoCAD потребують селекції об'єктів, про що в командному рядку повідомляє запит Select objects. Після появи останнього курсор миші набуває вигляду квадрата, за допомогою якого можна послідовно обирати необхідні фігури. Ці об'єкти виділяються пунктирною лінією. Для завершення описаного процесу натискається клавіша Enter.

Режим *Auto*. Квадратний маркер розміщується на вільному полі кресленика так, щоб він не перетинав жодної фігури. Далі натискається ліва клавіша миші. Так формується перша вершина вікна вибору. При переміщенні миші вправо створюється прямокутне вікно, протилежна вершина якого також визначається натисканням лівої клавіші миші. Усі об'єкти, що повністю потрапили в зазначене вікно стають виділеними, див. рис. 3.38. Якщо переміщувати мишу вліво, то формується січна рамка (рис. 3.39). При цьому будуть виділені всі фігури, які нею перетинаються. Також передбачений довільний контур, що активується при русі миші з натиснутою лівою клавішею (рис. 3.40).

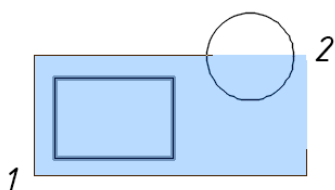


Рис. 3.38. Вікно вибору

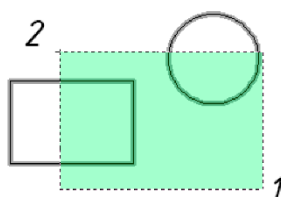


Рис. 3.39. Січна рамка

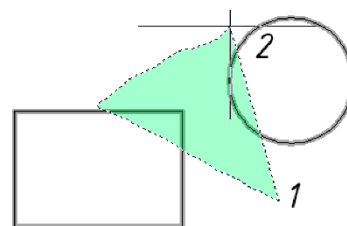
















Рис. 3.40. Довільний контур

Режим *ALL*. Для його активізації потрібно ввести в командне вікно зазначену назву або натиснути комбінацію клавіш Ctrl+A. При цьому будуть вибрані всі об'єкти кресленика, за винятком тих, що знаходяться на заблокованих та заморожених шарах.

Додатковими інструментами точного обрання характерних точок існуючих фігур при виконанні побудов є прив'язки, див. табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Об'єктні прив'язки

<i>Кнопка</i>	<i>Назва</i>	<i>Прив'язка</i>
	Endpoint	до кінцевої точки
	Midpoint	до середини
	Center	до центра дуги або кола
	Geometric Center	до центра мас замкнутих поліліній або сплайнів
	Node	до вузла
	Quadrant	до точок перетину координатних осей із колом, дугою або еліпсом
	Intersection	до точки перетину
	Extension	до розширення
	Insertion	до точки вставляння об'єкта
	Perpendicular	до точки на прямій, дузі, колі, еліпсі або сплайні, при з'єднанні якої з точкою, що була визначена перед цим, утворюється нормаль
	Tangent	до точки на колі або дузі, при з'єднанні якої з точкою, що була визначена перед цим, утворюється дотична
	Nearest	до найближчої точки на об'єкті
	Apparent Intersection	до точки уявного перетину двох фігур
	Parallel	накладення залежностей на новий сегмент лінії паралельно існуючому лінійному об'єкту

Доступ до налаштувань об'єктних прив'язок здійснюється через рядок стану.

### 3.3.8. Визначення координат

В AutoCAD існує п'ять способів дефініції координат.

*Інтерактивний метод.* Розташування точки у площині XY вказується за допомогою комп'ютерної миші.

*Абсолютні координати.* Значення X та Y відносно початку координат (0,0) вводяться з клавіатури. Формат: X,Y.

*Відносні прямокутні координати.* Точка визначається її зміщенням уздовж координатних осей відносно останнього використаного положення. Величини зміщень ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ) вводяться з клавіатури в наступному форматі: @ $\Delta X, \Delta Y$ .

*Відносні полярні координати.* Дефініція розташування здійснюється полярним радіусом R та кутом  $\phi$ , відрахованими від останньої застосованої точки. Формат: @R< $\phi$ .

*Метод напрям та відстань.* Необхідні координати визначаються напрямом і відстанню по відношенню до останнього використаного положення. Спочатку мишею вказується напрям при ввімкненому режимі Ortho або Polar Tracking (при цьому величина зміщення курсора довільна), а далі з клавіатури вводиться потрібна відстань.


*Метод прив'язок.* Дефініція положення здійснюється за допомогою об'єктних прив'язок.

### **3.3.9. Побудова геометричних примітивів**

У даному пункті подано прийоми побудов базових геометричних фігур, тобто примітивів, у середовищі системи AutoCAD. Це стосується точок, відрізків прямих, кіл та еліпсів, їх дуг, багатокутників, сплайнів, інших об'єктів. Доступ до належних засобів може здійснюватися за допомогою командного вікна введенням необхідної назви, з використанням вкладки DRAW традиційного меню та стрічки. У прикладах далі застосовується останній варіант.

#### **3.3.9.1. Точки**

Створення цих фігур реалізується за допомогою команди POINT, доступ до якої виконується наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  POINT.


Після запуску команди з'являється запит:

*Specify a point:* – точка визначається введенням координат або іншим способом.

Запит буде повторюватися до виходу з команди, який здійснюється, наприклад, клавішею Esc.

### 3.3.9.2. Відрізки прямих

Команда LINE призначена для формування послідовності прямолінійних відрізків (при цьому кожен із них є окремим об'єктом і може редагуватися самостійно). Доступ до неї здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  LINE.

Опції:

*Undo* – відмінити останню дію;

*Close* – замкнути контур (з'являється після введення третьої точки).

Розглянемо застосування команди LINE (рис. 3.41), визначаючи точки різними способами.

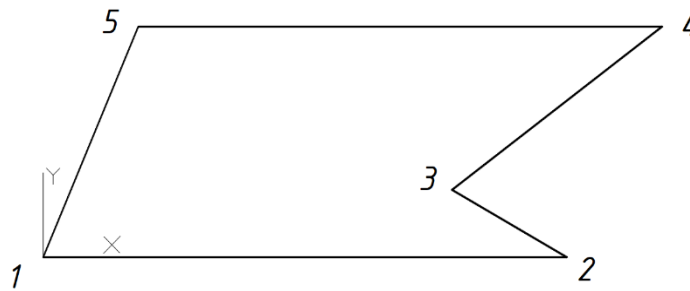


Рис. 3. 41. Контур, накреслений командою LINE

*Command: LINE*

*Specify first point:* – точка 1 будується за абсолютними координатами;

*Specify next point or [Undo]: <Ortho on> 100* – точка 2 формується методом напрям та відстань у режимі Ortho;

*Specify next point or [Undo]: <Polar on> 25* – дефініція точки 3 здійснюється методом напрям та відстань у режимі Polar застосуванням кута  $30^{\circ}$ ;


*Specify next point or [Close/Undo]: @40<30* – точка 4 визначається відносними полярними координатами;

*Specify next point or [Close/Undo]: @-100,0* – точка 5 створюється за допомогою відносних прямокутних координат;





*Specify next point or [Close /Undo]: C* – з'єднати з точкою 1.

### 3.3.9.3. Кола та їх дуги

Команда CIRCLE використовується для побудови кіл, надає ряд опцій, що дозволяють створювати кола різними способами. Доступ до неї виконується наступною послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  CIRCLE.

Опції:

-  *Center, Radius* – визначити центр та радіус кола;
-  *Center, Diameter* – вказати центр і діаметр кола;
-  *2 Point* – обрати дві точки, які визначають діаметр кола (рис. 3.42, а);
-  *3 Point* – обрати три точки, що мають належати колу (рис. 3.42, б);

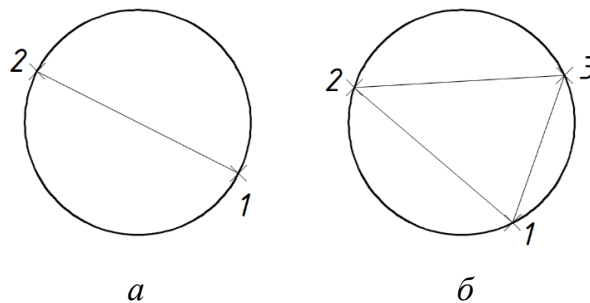




Рис. 3.42. Побудова кола:

а – за двома точками; б – за трьома точками

 *Tan, Tan, Radius* – вказати дві фігури дотику кола та його радіус (рис. 3.43, а);

 *Tan, Tan, Tan* – вказати три об'єкти дотику кола (рис. 3.43, б).

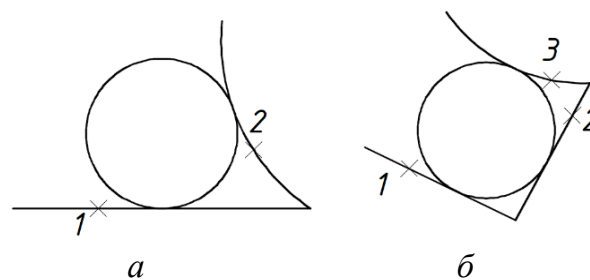



Рис. 3.43. Побудова кола:


а – за двома фігурами дотику; б – за трьома об'єктами дотику

Створення дуг кіл здійснюється за допомогою команди ARC, доступ до якої має наступний вигляд.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  ARC.



В AutoCAD реалізовано 11 способів побудови дуг кіл.

 3-Point – за трьома точками (рис. 3.44), де порядок обрання останніх формує дугу.

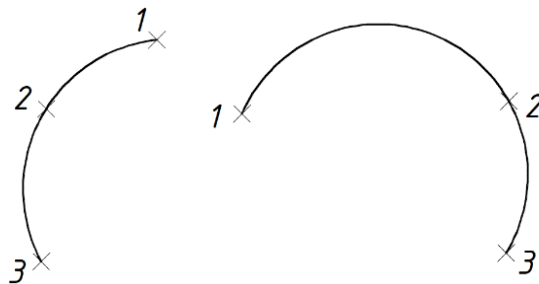


Рис. 3.44. Дуга за трьома точками

В інших способах потрібно враховувати, що дуга створюється проти годинникової стрілки (рис. 3.45, *а*). Натиснута клавіша CTRL дозволяє робити це за годинником (рис. 3.45, *б*). Зазначену особливість проілюстровано на прикладі формування дуги за її початком, центром та кінцем.

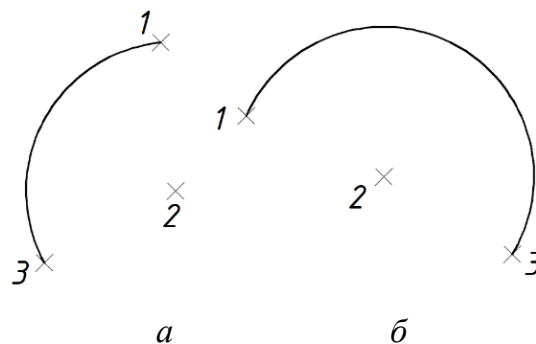





Рис. 3.45. Побудова дуги кола:


*а, б* – проти та за годинниковою стрілкою

 Start, Center, End – за вказаними початковою, центральною та кінцевою точками.

 Start, Center, Angle – за початком, центром і кутом дуги.

 Start, Center, Length – за початковою точкою, центром та довжиною хорди дуги.

 Start, End, Angle – за початком, кінцем і кутом дуги.

 Start, End, Direction – за початковою та кінцевою точкою, напрямом дотичної (рис. 3.46). Остання вказується однією точкою і збігається з вектором, проведеним до неї з початкової точки.

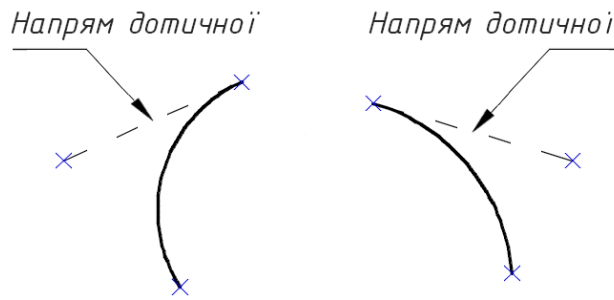






Рис. 3.46. Дуги за двома точками та дотичною

 Start, End, Radius – за початковою й кінцевою точкою та радіусом дуги.

 Center, Start, End – за центром, початком і кінцем.

 Center, Start, Angle – за центром, початком та кутом.

 Center, Start, Length – за початковою й кінцевою точкою та довжиною хорди дуги.

 Continue – дуга будується дотичною до останньої створеної фігури (дуги або відрізка), див. рис. 3.47.

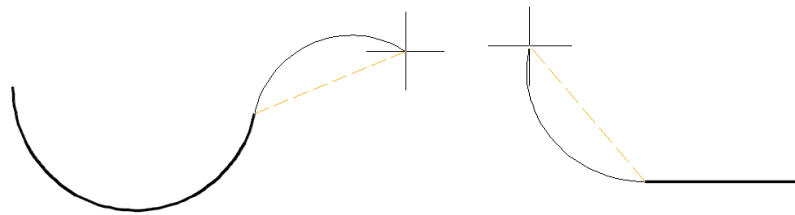



Рис. 3.47. Дуга, дотична до останнього створеного об'єкта


У наступному підпункті розглядається формування кривих другого порядку.

#### 3.3.9.4. Еліпси та їх дуги

Команда ELLIPSE призначена для побудови еліпсів та їх дуг. Викликається наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  ELLIPSE.

Залежно від обрання опцій реалізовано три способи створення еліпсів.

 Center – вказується центр (точка 1) та кінець однієї з осей (точка 2), див. рис. 3.48. Далі з'являється запит:

*Specify distance to other axis or [Rotation]:* – у відповідь потрібно вказати кінець другої осі (точка 3).

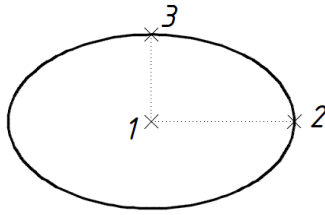



Рис. 3.48. Побудова еліпса за центром і півосями

Опція *Rotation* дозволяє створювати еліпс як проєкцію кола на площину, що обертається навколо діаметра.

Axis, End – вказується перша вісь еліпса двома її кінцевими точками. Далі потрібно визначити другу вісь.

При побудові еліпса як аксонометричної проєкції кола необхідно включити функцію Isodraft  у рядку стану. У спадному меню (рис. 3.49) обрати належну площину проєкціювання.

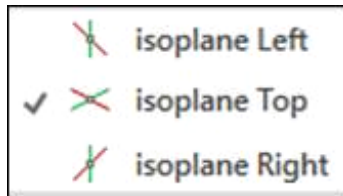


Рис. 3.49. Вибір ізометричної площини

При ввімкненому режимі Isodraft у команді ELLIPSE з'являється опція *Isocircle*:

*Command: ELLIPSE*

*Specify axis endpoint of ellipse or [Arc/Center/Isocircle]: I*

*Specify center of isocircle:* – вказуємо центр еліпса;

*Specify radius of isocircle or [Diameter]:* – визначаємо радіус (діаметр).

Отримуємо проєкцію кола на вказану площину (рис. 3.50).

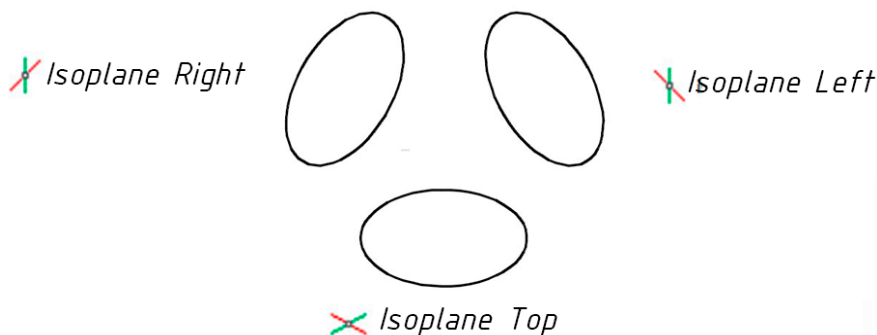


Рис. 3. 50. Еліпси як проєкції кола залежно від аксонометричної площини

За потреби побудувати дугу еліпса обирається опція *Arc*:

*Command: ELLIPSE*

*Specify axis endpoint of ellipse or [Arc/Center/Isocircle]: a*


*Specify axis endpoint of elliptical arc or [Center/Isocircle]: I*

*Specify center of isocircle:*

*Specify radius of isocircle or [Diameter]:*

*Specify start angle or [Parameter]:* – вказується початок дуги;

*Specify end angle or [Parameter/Included angle]:* – визначається кінець дуги.

 Elliptical Arc – дозволяє створити еліптичну дугу. Спочатку з'являється запит на побудову повного еліпса, після цього – на дефініцію початкового та кінцевого кутів дуги (рис. 3.51).

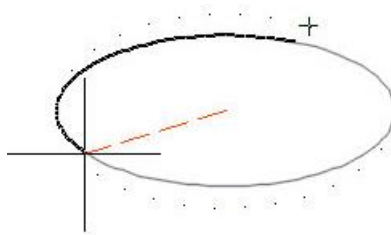


Рис. 3. 51. Формування еліптичної дуги

*Specify start angle or [Parameter]:* – обрати стартову точку дуги;

*Specify end angle or [Parameter/Included angle]:* – визначити кінець дуги еліпса.

Опція *Included angle* дозволяє вказати центральний кут дуги, виміряний відносно її початкового кута.

### 3.3.9.5. Полілінії

Полілінія – це складений примітив, що створюється з одного або кількох пов'язаних між собою прямолінійних чи дугових ланок. При цьому кожна з них може мати індивідуальну ширину (рис. 3.52).

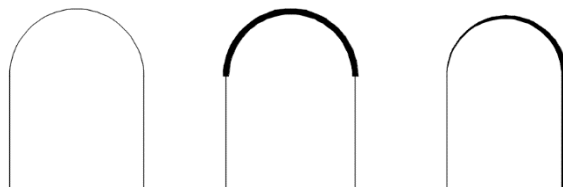



Рис. 3.52. Варіанти змінювання ширини ланок полілінії

Незалежно від кількості складових полілінія обробляється AutoCAD як єдиний об'єкт.

Доступ до даної команди здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  PLINE.

Після її запуску виводиться запит:

*Command: PLINE*

*Specify start point:* – вказується початкова точка;

*Current line-width is 0.0000* – повідомлення про поточну товщину лінії;

*Specify next point or Arc/Halfwidth/Length/Undo/Width/Close:* – визначається друга точка (для створення лінійної ланки) або наступна опція:

*Arc* – перехід у режим побудови дуг;

*Specify next point or [Arc/Halfwidth/Length/Undo/Width]: A*

*Specify endpoint of arc (hold Ctrl to switch direction) or Specify endpoint of arc (hold Ctrl to switch direction) or*

*[Angle/CEnter/Direction/Halfwidth/Line/Radius/Second pt/Undo/Width]:*

*Halfwidth* – півширина полілінії;

*Length* – довжина наступної прямолінійної ланки;


*Undo* – відміна побудови останньої ланки;

*Width* – ширина наступної ланки;

*Close* – з'єднання кінцевої точки останньої ланки з початком полілінії та завершення команди.

### 3.3.9.6. Прямокутники

Виконання команди RECTANGLE реалізується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  RECTANGLE.

Забезпечується побудова полілінії у формі прямокутника за його параметрами (довжина, ширина, кут повороту) та виду примикання сторін (фаска, спряження або прямий кут).

*Command: RECTANG*

*Specify first corner point or [Chamfer/Elevation/Fillet/Thickness/Width:*

Опції:

*Specify first corner point* – визначення першої вершини;

*Chamfer* – побудова прямокутника з фасками потрібних розмірів (рис. 3.53, в);

*Elevation* – зміщення площини прямокутника вздовж осі Z (рис. 3.53, е);

*Fillet* – заокруглення кутів прямокутника визначеним користувачем радіусом (рис. 3.53, з);

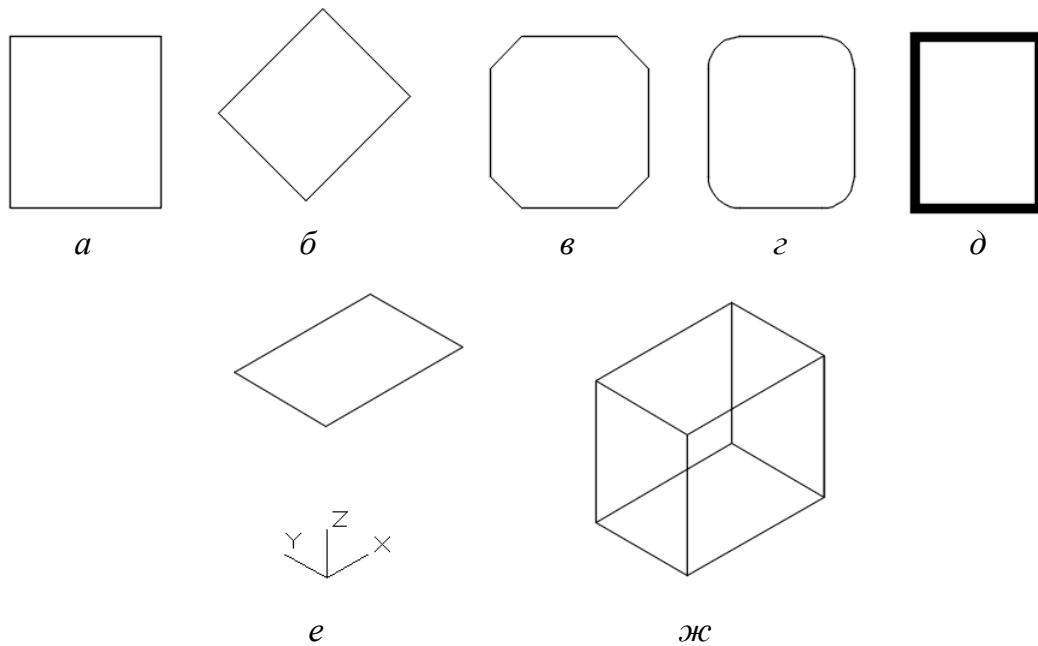


Рис. 3.53. Можливості команди RECTANGLE

*Thickness* – побудова призми потрібної висоти, основою якої буде прямокутник (рис. 3.53, ж);

*Width* – встановлення товщини полілінії (рис. 3.53, д).

Якщо опція не обиралась, а була визначена перша вершина, команда надає користувачеві ще ряд опцій для різних способів побудови прямокутника та встановлення його властивостей:

*Specify other corner point or [Area/Dimensions/Rotation]:*

*Specify other corner point* – точка протилежної вершини (рис. 3.53, а);


*Area* – створення прямокутника з потрібною площею, а також необхідною величиною довжини або ширини;

*Dimensions* – побудова прямокутника за значеннями довжини та ширини;

*Rotation* – кут повороту відносно першої вказаної вершини (рис. 3.53, б).

### 3.3.9.7. Багатокутники

Доступ до належної команди здійснюється наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  POLYGON.

Командою POLYGON створюється правильний багатокутник із числом сторін від 3 до 1024.

Реалізовано три способи побудов багатокутника: вписаного або описаного навколо певного кола та створення за визначеною стороною.

У командному рядку відображаються наступні запити:

Command: *POLYGON*

*Enter number of sides <>*: – вказати кількість сторін;

*Specify center of polygon or [Edge]*: – визначити центр багатокутника.

Запити команди:

*Radius of circle* – радіус вписаного або описаного кола.

Опції:

*Inscribed in circle* – вписаний у коло (рис. 3.54, а);

*Circumscribed about circle* – описаний навколо кола (рис. 3.54, б);

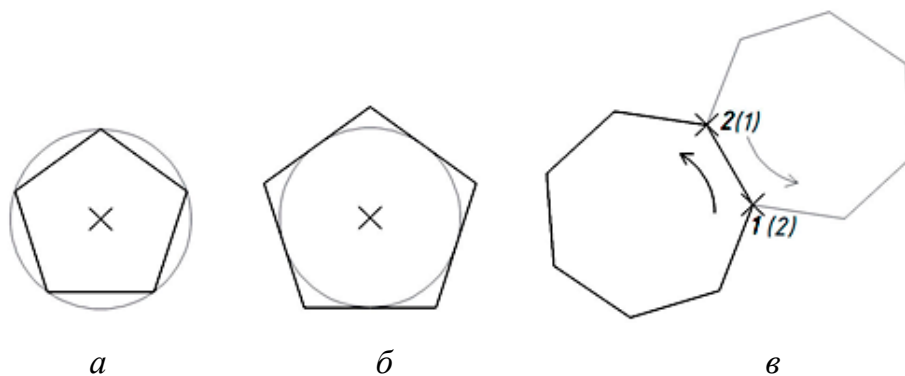



Рис. 3.54. Способи побудови багатокутника

*Edge* – створення багатокутника за положенням однієї з його сторін шляхом визначення її початкової та кінцевої точок. Побудова відбувається проти годинникової стрілки (рис. 3.54, в).

Слід звернути увагу на те, що при запиті радіуса кола, вписаного або описаного навколо багатокутника, також відображається ескіз останнього.

### 3.3.9.8. Кільця

Виконання даної операції реалізується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  DONUT.

Цей засіб створює кільця із заливкою певним кольором. Ширина фігур дорівнює різниці між зовнішнім та внутрішнім діаметрами, показаними на рис. 3.55.



Рис. 3.55. Параметри кільця

*Command: DONUT*

*Specify inside diameter of donut <>:* – внутрішній діаметр (для величини 0 матимемо заповнене кольором коло);

*Specify outside diameter of donut <>:* – зовнішній діаметр;


*Specify center of donut or <exit>:* – центр кільця;

*Specify center of donut or <exit>:* – за потреби вказати новий центр для кільця з тими самими параметрами або натиснути клавішу Enter для виходу з команди.

### 3.3.9.9. Сплайни

В AutoCAD побудова сплайнів здійснюється двома способами: за точками, через які має пройти крива, та за керуючими вершинами даної лінії.

Команда SPLINE FIT створює сплайн першим способом. Доступ до неї здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  SPLINE FIT.

Сформований сплайн проходить через введені користувачем точки (рис. 3.56).

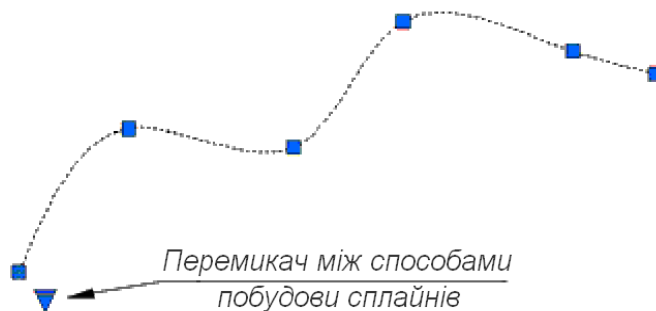



Рис. 3.56. Створений сплайн

Спосіб побудови можна змінити на інший, тобто за керуючими вершинами. Це здійснюється як при обранні відповідної опції в командному



рядку, так і після створення сплайна його виділенням та застосуванням належного перемикача, розташованого біля початкової точки.

Команда, яка будує сплайн за керуючими вершинами, див. рис. 3.57, викликається наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  SPLINE CV.

При цьому відображається також характеристичний багатокутник.

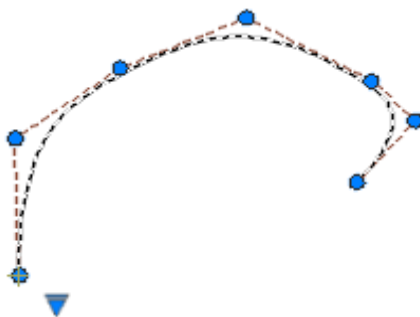



Рис. 3.57. Сплайн, створений за керуючими вершинами

Поданий засіб забезпечує змінювання сплайна відповідним корегуванням положення керуючих вершин.

#### 3.3.9.10. Области

Команда REGION із фігур, які примикають одна до однієї та утворюють замкнений контур, формує єдиний об'єкт. Зазначеними складовими можуть бути відрізки прямих, полілінії, дуги кіл, сплайни тощо.

Виконання даної операції реалізується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів DRAW → команда  REGION.

Після запуску команди виводиться запит *Select objects*, у відповідь на який потрібно вказати об'єкти, що утворюють замкнений контур (рис. 3.58).

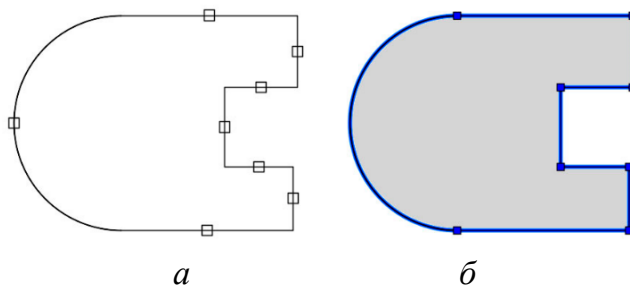


Рис. 3.58. Створення області:

*a* – вибір окремих фігур; *б* – єдиний об'єкт

Для областей можна здійснювати штрихування, заливання, визначати центр і площу, застосовувати логічні операції (рис. 3.59): Union (об'єднання), Subtract (віднімання) та Intersect (перетин).

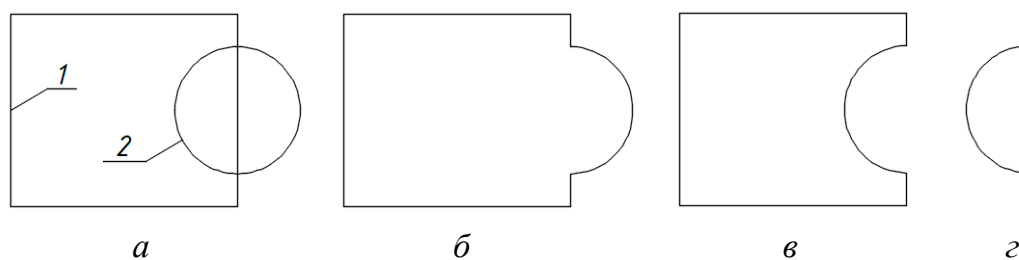


Рис. 3.59. Виконання булевих операцій над областями:  
*a* – вихідні фігури; *б* – об'єднання; *в* – віднімання;  
*г* – перетин

Такі засоби суттєво підвищують продуктивність геометричного моделювання.

### 3.3.10. Редагування об'єктів


AutoCAD дозволяє редагувати фігури, змінюючи їх положення, розміри та форму. При цьому існує дві відповідні принципові можливості:

- спочатку обрати об'єкти, а потім їх редагувати;
- викликати належну команду, а далі визначити потрібні фігури.

При виборі об'єктів, як правило, використовуються всі наявні прийоми, див. пункт 3.3.7 підручника.

#### 3.3.10.1. Переміщення фігур

Команда MOVE здійснює переміщення одного або групи об'єктів без змінювання їхньої орієнтації (рис. 3.60), викликається наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  MOVE.

*Command: MOVE*

*Select objects:* – обрати об'єкти;

*Select objects:* – клавішею Enter завершити вибір;

*Specify base point or [Displacement] <Displacement>:* – вказати базову точку, завдяки опції *Displacement* нею стане початок координат;

*Specify second point or <use first point as displacement>:* – обрати другу точку переміщення.

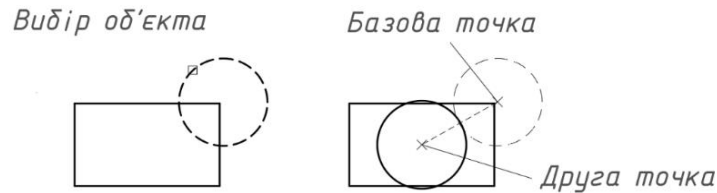



Рис. 3.60. Переміщення об'єкта

Змінювати положення фігур можна також за допомогою ручок (Grips). Цей спосіб розглядається в підпункті 3.3.10.7.

### 3.3.10.2. Поворот об'єктів

Команда ROTATE забезпечує обертання одного або групи об'єктів навколо визначеної точки. Поворот можна здійснити на відносний кут (фігури обертаються по відношенню до свого поточного положення) та на абсолютний (змінювання поточного кута повороту об'єкта на вказаний).

Виконання даної операції реалізується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  ROTATE.

*Command: ROTATE*

*Current positive angle in UCS: ANGDIR=counterclockwise ANGBASE=0* – повідомлення про поточні налаштування;

*Select objects:* – визначити об'єкти;

*Select objects:* – клавішею Enter завершити вибір;

*Specify base point:* – вказати базову точку;

*Specify rotation angle or [Copy/Reference] <>:* – ввести кут повороту або обрати опцію.

Опції:

*Copy*

*Rotating a copy of the selected objects* – поворот копії визначених об'єктів;

*Specify rotation angle or [Copy/Reference] <>:* – ввести кут повороту копії відносно обраної фігури.

*Reference*

Дана опція корисна, коли абсолютне значення кута невідоме. Такий приклад показано на рис. 3.61.

Спочатку обираються об'єкти та базова точка (точка 1 на рис. 3.61, а). Далі, після застосування опції Reference, визначається опорний кут.

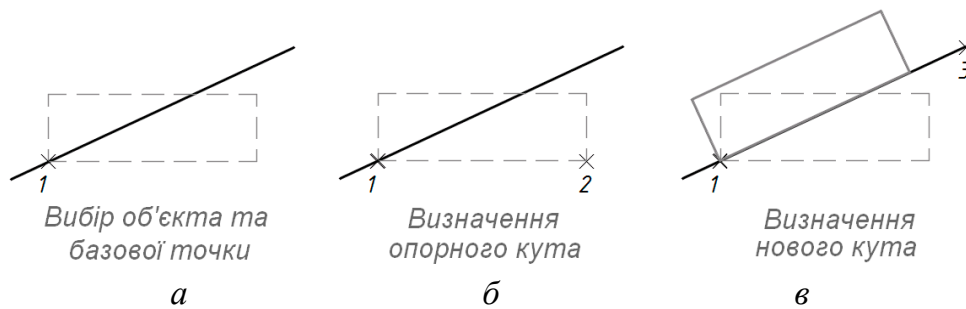



Рис. 3.61. Поворот об'єкта з визначенням опорного кута

Якщо його величина невідома, то можна вказати дві точки на екрані (точка 1 та точка 2 на рис. 3.61, б), щоб визначити кут геометрично. На наступний запит нового кута вводиться його числове значення або точка (точка 3 на рис. 3.61, в).

### 3.3.10.3. Симетрія

Команда MIRROR створює дзеркальне відображення існуючих об'єктів відносно певної осі симетрії. При цьому оригінальні фігури можна зберегти або видалити.

Доступ до цього засобу здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  MIRROR.

Після обрання об'єктів рамкою 1–2, див. рис. 3.62, виводиться запит на першу і другу точки (точки 3 та 4), які визначають потрібну вісь симетрії. Далі система запитує про видалення або залишення об'єктів-оригіналів.

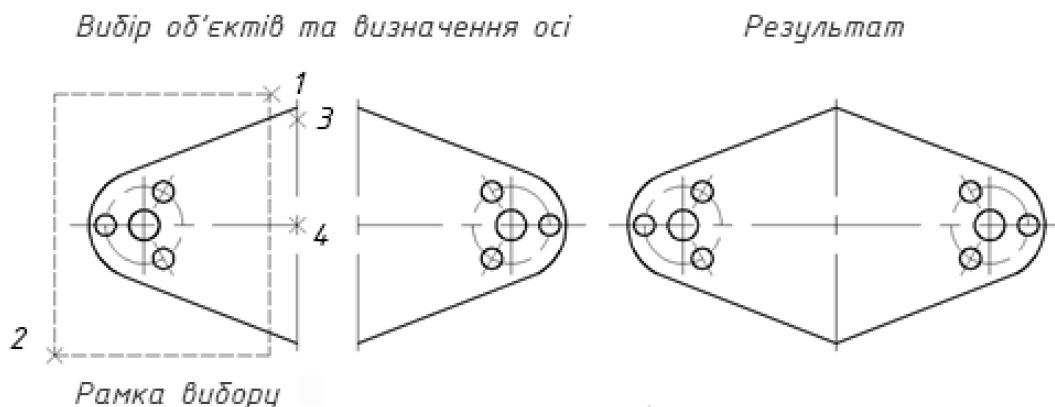



Рис. 3.62. Віддзеркалювання об'єктів

У першому випадку обирається Yes, інакше – No.

### 3.3.10.4. Копіювання

Команда COPY забезпечує створення однієї або кількох копій певних фігур, викликається наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  COPY.

*Command: COPY*

*Select objects:* – обрати об'єкти;

*Select objects:* – запит повторюється до натискання клавіші Enter;

*Current settings: Copy mode = Multiple* – повідомлення про поточні налаштування;

*Specify base point or [Displacement/mOde] <Displacement>:* – вказати базову точку або необхідну опцію.

Опції:

*Displacement* – призначення базової точки в початку координат;

*mOde* – перехід до вибору одноразового чи багаторазового режиму копіювання;

*Enter a copy mode option [Single/Multiple] <Multiple>:*

*Single* – одноразове копіювання;

*Multiple* – багаторазове копіювання.

Приклад застосування команди COPY показано на рис. 3.63.



Рис. 3.63. Копіювання об'єктів

Якщо вибрати опцію Array (рис. 3.64), то з'являться запити для побудови масиву фігур:

*Specify base point or [Displacement/mOde/Multiple] <Displacement>:* – вказати базову точку;

*Specify second point or [Array] <use first point as displacement>:* – обрати опцію Array;

*Enter number of items to array:* – ввести кількість копій, враховуючи вибраний об'єкт;

*Specify second point or [Fit]*: – вказати відстань між копіями та напрям копіювання або переміщення у відносних координатах між базовою точкою й першою копією чи обрати опцію.



Рис. 3.64. Створення масиву копій


Опція *Fit*:

*Specify second point or [Array]*: – визначити другу точку, обране раніш число копій буде розміщено з однаковим інтервалом між базовою та другою точками;

*Specify second point or [Array/Exit/Undo] <Exit>*: – натиснути клавішу Enter для завершення даної команди.

#### 3.3.10.5. Видалення об'єктів

Команда ERASE використовується для видалення одного або кількох фігур. Виконання даної операції реалізується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  ERASE.

*Command: ERASE*


*Select objects*: – визначити об'єкти;

*Select objects*: – для завершення вибору натиснути клавішу Enter.

Видалити фігури можна також за допомогою клавіші Delete. Перед цим необхідні об'єкти потрібно виділити.

#### 3.3.10.6. Масштабування

Команда SCALE використовується для масштабування фігур, викликається наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  SCALE.

Після вибору потрібних об'єктів система пропонує вказати базову точку. Далі запитується коефіцієнт масштабування (рис. 3.65, а) або необхідна опція: Copy – для створення копії вихідного об'єкта (рис. 3.65, б); Reference – для масштабування за довжиною опорного відрізка (рис. 3.65, в).

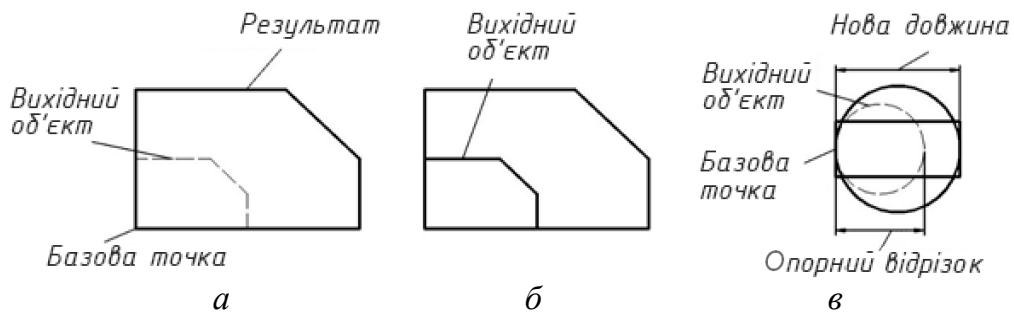


Рис. 3.65. Масштабування об'єктів

Масштабний коефіцієнт відображає у скільки разів буде збільшено опрацьовувану фігуру.

### 3.3.10.7. Grips

Опорні елементи Grips (ручки) є характерними точками, від яких залежить розташування, розміри та форма геометричних об'єктів. Відображеннями ручок є квадратні маркери, що з'являються при виборі зазначених фігур, коли неактивна жодна з команд (рис. 3.66).

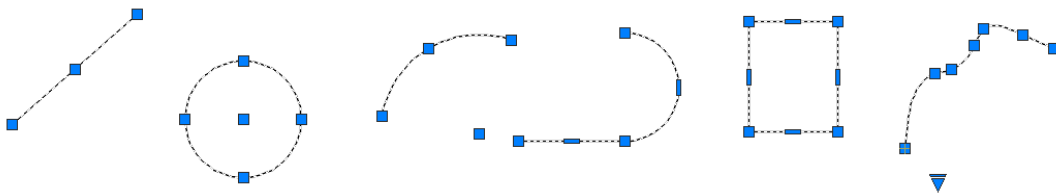


Рис. 3.66. Grips для різних об'єктів

Колір маркерів зазвичай синій. Рухом ручок здійснюється переміщення, поворот, копіювання, масштабування та інші модифікації об'єктів. Виконувані дії містяться в контекстному меню, приклад якого наведено на рис. 3.67.

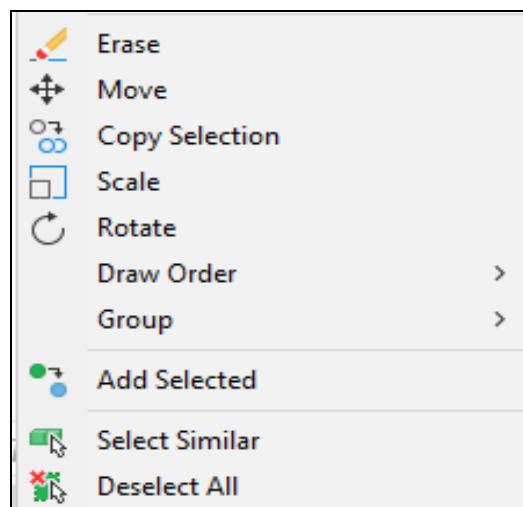



Рис. 3.67. Контекстне меню редагування за допомогою ручок

### 3.3.10.8. Побудова подібних фігур

Команда OFFSET створює новий об'єкт, подібний до наявного. Її виклик здійснюється наступною послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  OFFSET.

*Command: OFFSET*

*Specify offset distance or [Through/Erase/Layer] <0.0000>:* – вказати відстань зміщення. Якщо вибрати опцію *Through*, то подібна фігура проходить через указану на екрані точку (рис. 3.68, а);

*Erase* – видаляє вихідний об'єкт (рис. 3.68, б);

*Layer* – дає можливість вибору шару, на якому буде побудована подібна фігура. Опція *Current* – на поточному (рис. 3.68, в), опція *Source* – на шарі вихідного об'єкта.

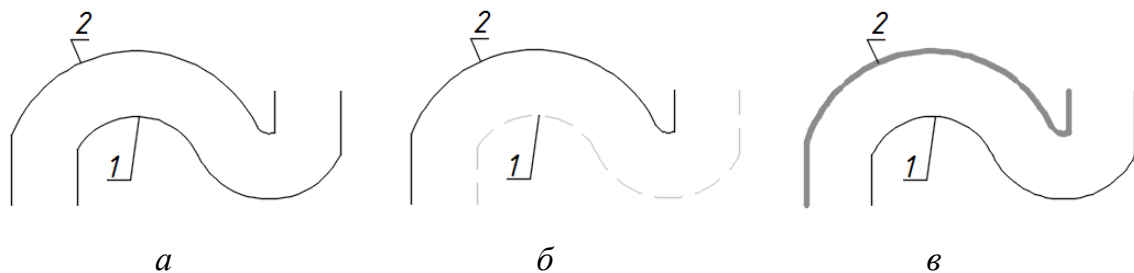


Рис. 3.68. Варіанти розміщення подібних об'єктів:

1 – вихідний об'єкт; 2 – подібна фігура

*Select object to offset or [Exit/Undo] <Exit>:* – вказати вихідний об'єкт;

*Specify point on side to offset or [Exit/Multiple/Undo] <Exit>:* – обрати сторону зміщення.


Опція *Multiple* забезпечує використання команди кілька разів без указування знову початкового об'єкта.

### 3.3.10.9. Формування фасок

Командою CHAMFER будуються фаски, які визначаються:

- довжинами катетів;
- лінійним та кутовим розміром.

Виконання даної операції реалізується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  CHAMFER.



*Command: CHAMFER*

*Select first line or [Undo/Polyline/Distance/Angle/Trim/mEthod/Multiple]:* – обрати перший об’єкт або опцію.

Опції:

*Trim* – фігури обрізаються, *No Trim* – залишаються незмінними;

*Current chamfer Dist1 = 0.0000, Dist2 = 0.0000* – при ввімкненому режимі *Trim* відрізаються ділянки прямих ззовні (рис. 3.69);

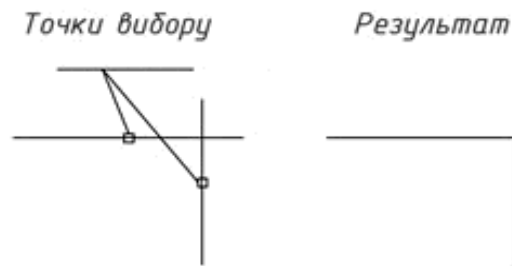


Рис. 3.69. Обрізання зайвих ділянок при величинах катетів 0

*Distance* – встановлення значень довжин фаски (рис. 3.70);

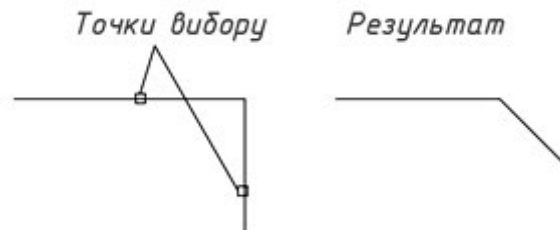


Рис. 3.70. Обрізання зайвих ділянок при катетах > 0 та ввімкненому режимі Trim


*Angle* – при необхідності побудови фаски за відомою довжиною катета, що вибирається першим, та значенням кута відносно цього відрізка;

*mEthod* – перемикання між опціями *Distance* та *Angle*;

*Multiple* – дозволяє у процесі одного сеансу команди створювати кілька фасок.

### 3.3.10.10. Спряження

Команда **FILLET** виконує спряження дугою певного радіуса інших фігур, викликається наступним чином.

Стрічка → вкладка **HOME** → панель інструментів **MODIFY** → команда  **FILLET**.

*Command: FILLET*

*Current settings: Mode = TRIM, Radius = 0.0000*

*Select first object or [Undo/Polyline/Radius/Trim/Multiple]:* – вказати перший об'єкт або обрати опцію.

Опції:

*Radius* – радіус дуги спряження;

*Trim* – підрізання фігур до точки їхнього перетину. Належне використання показано на рис. 3.71. Якщо об'єкт замкнений, наприклад коло, то підрізання не виконується;

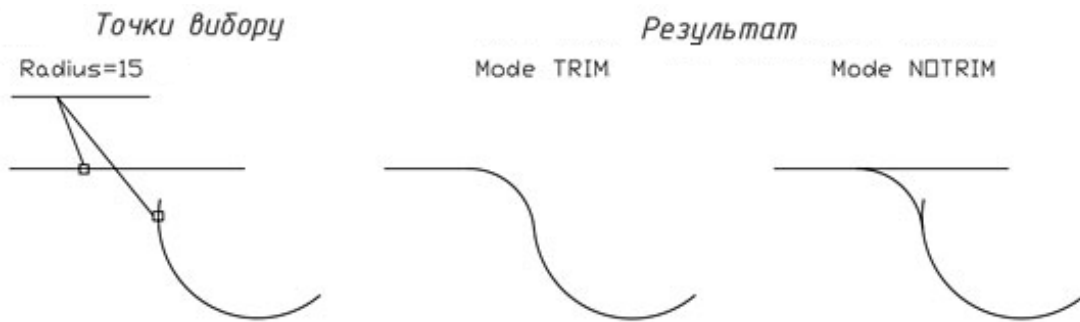


Рис. 3.71. Застосування опції Trim

*Multiple* – дозволяє у процесі одного сеансу команди побудувати кілька спряжень (рис. 3.72).

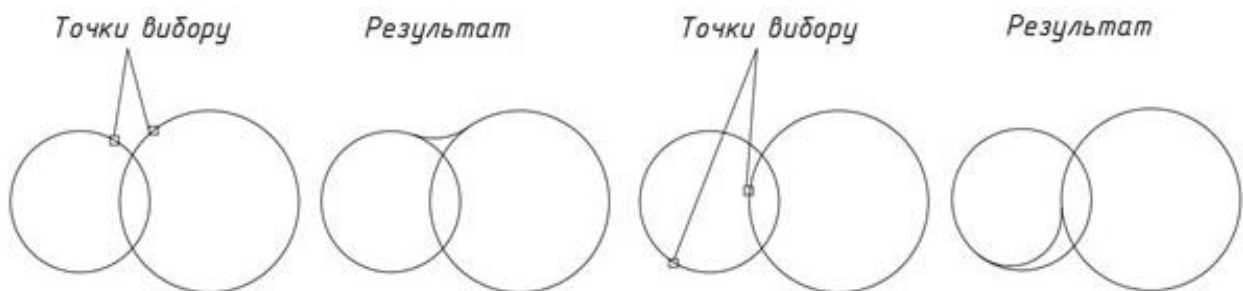




Рис. 3.72. Застосування опції Multiple

Спряження дуг та кіл можна виконати різним чином. Дугу спряження будують так, щоб її кінцеві точки знаходились якомога ближче до вказаних, див. рис. 3.72.

### 3.3.10.11. Обрізання та подовження

Виконання зазначених дій для фігур реалізується відповідно командами TRIM та EXTEND, виклик яких здійснюється наступною послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  TRIM або  EXTEND.

*Command: TRIM*

*Current settings: Projection=None, Edge=Extend*

*Select cutting edges* – вказати фігури, що використовуватимуться як ріжучі елементи;

*Select object to trim or shift-select to extend or[Fence/Crossing /Project/Edge/eRase/Undo]*: – визначення об'єктів для обрізання або потрібних опцій.

Щоб подовжити фігури, не виходячи з команди Trim, необхідно вибрати їх із натиснутою клавішею Shift (рис. 3.73).

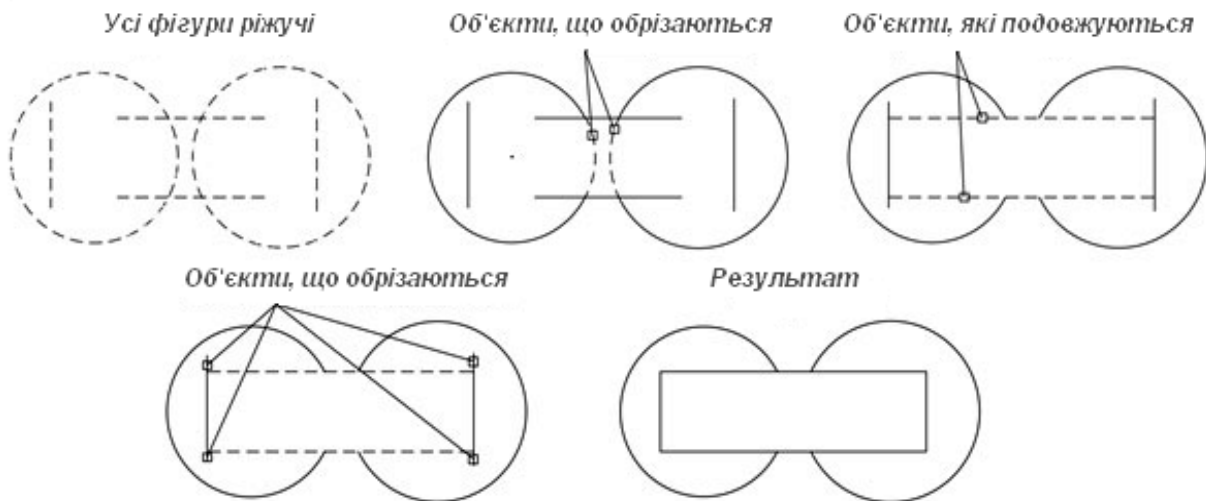


Рис. 3.73. Приклади виконання команд Trim та Extend

Опції:

*Fence/Crossing* – дозволяють визначати підрізуванні об'єкти за допомогою тимчасової ламаної лінії та січної рамки;


*Edge* – вмикає або вимикає режим продовження до уявного перетину;


*eRase* – дозволяє видаляти об'єкти, не перериваючи виконання обрізання.

Команда Extend має такі ж опції, що і Trim. При цьому вибір ріжучих фігур із натиснутою клавішею Shift забезпечує режим обрізання.

### 3.3.10.12. Розривання


Команда BREAK дозволяє видаляти певні ділянки фігур шляхом указування першої та другої точки розриву. Доступ до цього засобу здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  BREAK.

Якщо потрібно розбити об'єкт на дві частини без видалення ділянки, то застосовується команда  BREAK AT POINT, для якої вказується об'єкт, а потім точка розриву.

### 3.3.10.13. Розтягування

Команда STRETCH використовується для розтягування геометричного об'єкта шляхом переміщення його частини. Виконання даної операції реалізується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  STRETCH.

Після запуску команди виводиться запит на вибір об'єктів, що виконується січною рамкою. При цьому слід мати на увазі, що розтягуються фігури, які частково потрапили до неї. Об'єкти, повністю охоплені рамкою, переміщуються без змінювання. Положення кінцевих точок та вершин, що знаходяться поза рамкою, залишається сталим (рис. 3.74).

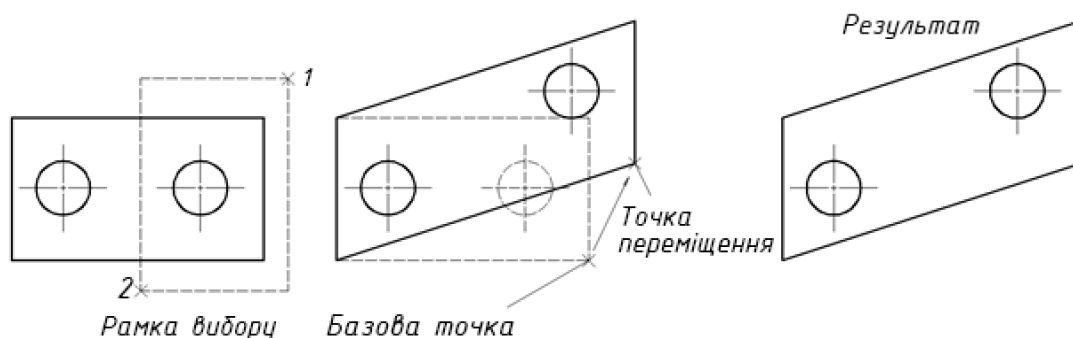


Рис. 3.74. Розтягування об'єктів

Зауважимо, що даною командою не можуть бути розтягнуті кола та еліпси.

### 3.3.10.14. Масиви геометричних об'єктів

Команда ARRAY дозволяє створювати потрібну кількість копій фігур, розміщуючи їх упорядковано у вигляді певного масиву. Після вибору вихідних об'єктів необхідно визначити спосіб їхнього розташування.

Масиви можуть бути:

*Асоціативні* (рис. 3.75, а) – доступне змінювання таких їх властивостей як кількість елементів, відстань між ними, редагування вихідних фігур для модифікації решти тощо.

*Неасоціативні* (рис. 3.75, б) – усі їх елементи незалежні, змінювання одного елемента не впливає на інші.

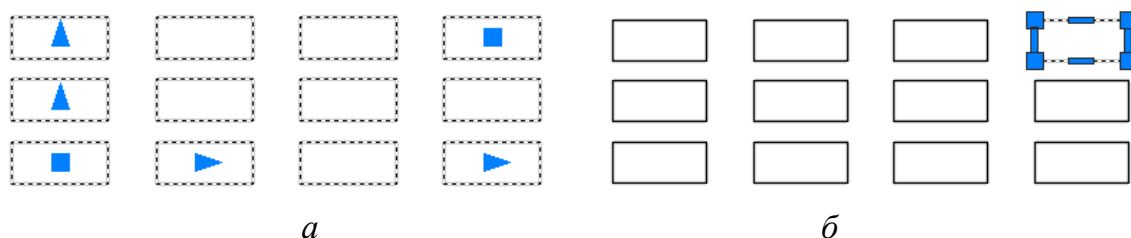





Рис. 3. 75. Асоціативний та неасоціативний масив

Виклик команди здійснюється наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  ARRAY.

Реалізовано три типи розташування елементів масивів:

 Rectangular ARRAY – елементи розподіляються за рядками та стовпцями (рис. 3.75);

 Path ARRAY – елементи рівномірно розташовуються вздовж указанного шляху (рис. 3.76).

Опції:

*Method* – вибір розподілу елементів уздовж траєкторії;

*Divide* – поділ шляху на однакові ділянки та розміщення елементів у точках поділу (рис. 3.76, а). Якщо масив асоціативний, то інтервал між об'єктами автоматично коригується при змінюванні довжини траєкторії;

*Measure* – розміщення елементів уздовж шляху з однаковим певним інтервалом. При редагуванні траєкторії відстань між фігурами не змінюється (рис. 3.76, б). Якщо шлях стає занадто коротким для відображення всіх об'єктів, то їхнє число автоматично коригується.

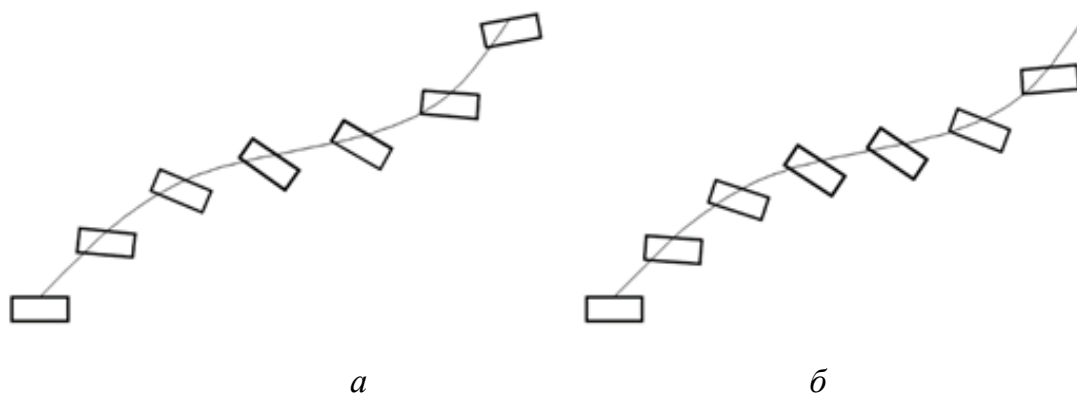



Рис. 3.76. Змінювання масиву при модифікації шляху

 Polar ARRAY – елементи рівномірно розподіляються вздовж дуги або кола з визначеним центром (рис. 3.77).

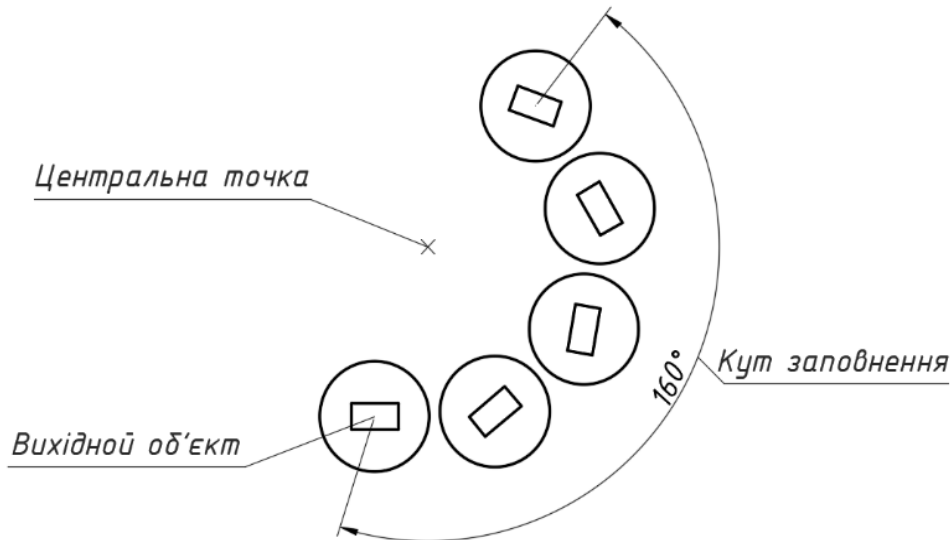


Рис. 3.77. Круговий масив

За замовчуванням масив будується проти годинникової стрілки. Щоб зробити це у протилежному напрямі, потрібно ввести від'ємну величину кута заповнення. Прапорець *Rotate items as copied* забезпечує поворот об'єктів при копіюванні.

### 3.3.11. Написи

Написи або анотації в термінах AutoCAD – це група засобів, за допомогою яких у кресленні можна додати пояснювальну та супроводжувальну інформацію. А саме: примітки, табличні дані, розміри, позначення з виносками, допуски та ін.

#### 3.3.11.1. Текстові стилі

Стиль тексту визначається сукупністю параметрів, які встановлюють його зовнішній вигляд: шрифт, висоту, кут нахилу, колір символів та ін. Кожен текстовий стиль в AutoCAD має своє ім'я, зберігається разом із креслеником.

Інструментом управління стилем тексту є команда *Style*, що виводить на екран діалогове вікно *Text Style* (рис. 3.78), в якому відбувається створення та налаштування застосовуваного надалі тексту. Даний засіб доступний у командному рядку та на стрічці у вкладці *Annotate*.

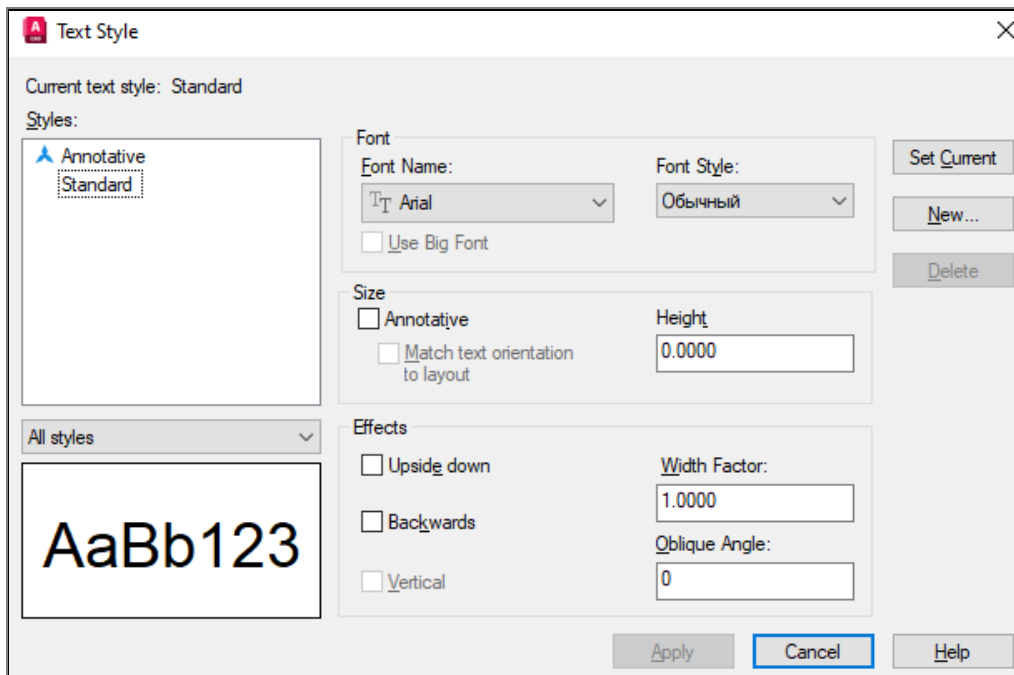


Рис. 3.78. Діалогове вікно Text Style

За замовчуванням система пропонує стилі Annotative та Standard. Для формування нового стилю з необхідними налаштуваннями натискається кнопка New. Далі відкривається діалогове вікно New Text Style та автоматично створюється стиль з ім'ям Style 1. Йому бажано призначити змістовну назву. У полі Font вікна Text Style у спадному списку Font Name відображаються всі доступні шрифти. Для вітчизняних креслеників рекомендується Isocpeur. Список Font Style містить зразки стилів: Italic (курсив), Regular (звичайний) тощо. У полі Height вводиться висота тексту. Якщо це не зроблено, то її можна визначити під час безпосереднього подальшого введення даних.

### 3.3.11.2. Створення тексту

Для виконання зазначених дій застосовується наступна послідовність.

Стрічка → вкладка ANNOTATE → панель інструментів ТЕХТ → спадний список ТЕХТ (рис. 3.79).

Пропонуються дві команди:

- Single Line (однорядковий текст);
- Multiline Text (багаторядковий текст).

Перша потребує введення початкової точки написання тексту та його параметрів (стилю, висоти, вирівнювання). Можна створити один або кілька

рядків символів, відділяючи їх натисканням клавіші Enter. При цьому кожний рядок буде окремим об'єктом.

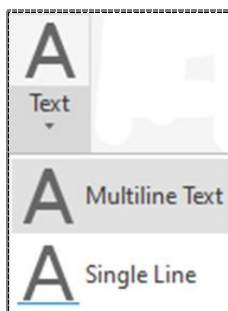


Рис. 3.79. Піктограми команд для створення тексту

*Command: TEXT*

*Current text style: "style1" Text height: 2.5000 Annotative: No Justify: Left* – наводиться опис поточних налаштувань тексту;

*Specify start point of text or [Justify/Style]:* – пропонується ввести початкову точку написання або обрати опцію для змінювання поточних налаштувань.

При визначенні першої точки, розпочинається діалог:

*Specify height <>:* – визначити необхідну висоту тексту або підтвердити запропоновану натисканням клавіші Enter;

*Specify rotation angle of text <>:* – вказати кут повороту чи погодитись зі значенням у трикутних дужках натисканням клавіші Enter.

При обранні опції *Justify* система пропонує обрати один із способів вирівнювання:

*Enter an option [Left/Center/Right/Align/Middle/Fit/TL/TC/TR/ML/MC/MR/BL/BC/BR]:* – вказати потрібний варіант.

Команда Multiline Text розміщує символи в полі, яке визначається на екрані двома протилежними вершинами прямокутної області. У цьому випадку всі рядки становлять єдиний об'єкт. Можливості форматування такого тексту значно ширші, ніж однорядкового. Діалог у командному рядку:

*Command: MTEXT*

*Current text style: "style1" Text height: 2.5 Annotative: No* – опис поточних параметрів;

*Specify first corner:* – визначення першої вершини прямокутника текстового поля;



*Specify opposite corner or [Height/Justify/Linespacing/Rotation/Style/Width/Columns]:* – вказати протилежну вершину або обрати опцію:

*Height* – висота тексту;

*Justify* – вирівнювання;

*Line spacing* – призначення міжрядкового інтервалу;

*Rotation* – обертання;

*Style* – стиль тексту;

*Width* – ширина текстового поля;

*Columns* – стовпці.

Після виконання налаштувань натиснути клавішу *Enter* та на запит *MTEXT* вводити необхідний текст. Для закінчення цього процесу клацнути лівою кнопкою миші за межами текстового поля.

### 3.3.11.3. Редагування тексту

Для змінювання багаторядкового тексту використовується команда *MTEXT*, яка забезпечує на стрічці доступ до засобів редактора Text Editor, див. рис. 3.80. Це також робиться подвійним натисканням лівої клавіші миші на зазначеному тексті.

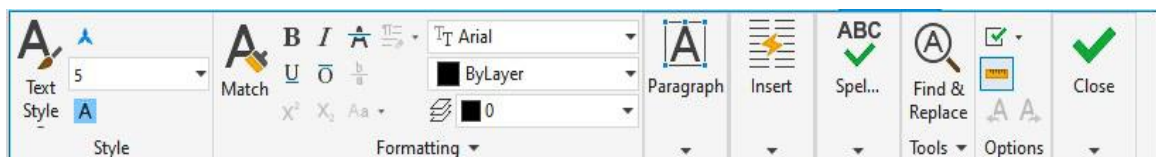


Рис. 3.80. Панель інструментів текстового редактора

Наявні інструменти дозволяють обирати стиль тексту, його висоту, копіювати властивості, формувати абзаци та ін. Описані дії з лівою кнопкою миші реалізують редагування й однорядкового тексту.

### 3.3.11.4. Розмірні стилі

В AutoCAD налаштувати зовнішній вигляд розмірів можна у вікні *Dimensions Style Manager* (диспетчер розмірних стилів), див. рис. 3.81, виклик якого виконується командою *DIMSTYLE* або зі стрічки.

Після натискання кнопки *New* відкривається діалогове вікно *Create New Dimension Style* (рис. 3.82). У списку *Start With* потрібно вибрати базовий розмірний стиль, а у полі *New Style Name* ввести назву створюваного стилю. Кнопка *Continue* запускає вікно *New Dimension Style* (рис. 3.83).

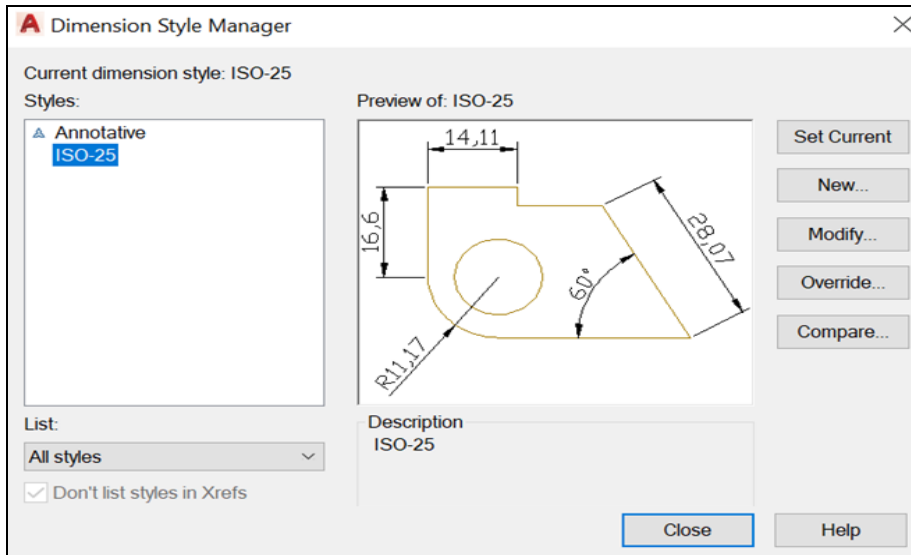


Рис. 3.81. Діалогове вікно Dimensions Style Manager

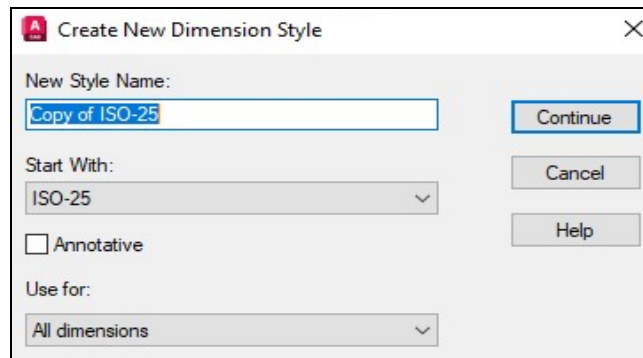


Рис. 3.82. Вікно Create New Dimension Style

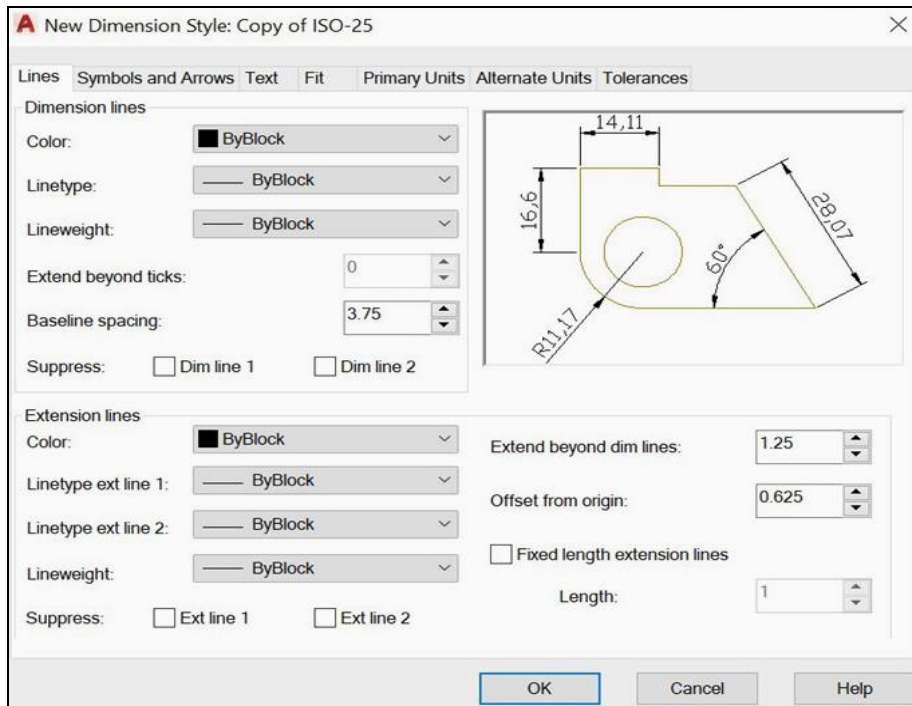


Рис. 3.83. Вікно New Dimension Style

Останнє має сім вкладок, в яких можна змінювати параметри розмірів. В області перегляду відображаються результати виконаних налаштувань.

Вкладки:

Lines – призначення властивостей розмірних та виносних ліній;

Symbols and Arrows – дефініція стрілок;

Text – форматування тексту;

Fit – налаштування розмірів для випадків, коли звичайне їх розташування є неможливим;

Primary Units – містить параметри, які визначають формат основних лінійних і кутових одиниць виміру, а також точність їхнього представлення;

Alternate Units – описує альтернативні одиниці виміру;

Tolerances – визначення форми визначення допусків.

### 3.3.11.5. Нанесення розмірів

Для кожного виду розмірів (лінійних, кутових, радіуса, діаметра тощо) передбачені окремі команди.

Для виконання лінійних розмірів спільне те, що першим є запит початку виносних ліній, а після – точки розташування розмірної лінії. Для радіуса та діаметра потрібно вказати дугу чи коло, для кута – його сторони. Рекомендується ввімкнути режим об'єктної прив'язки.

Доступ до команд нанесення розмірів здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів ANNOTATION → меню команд виконання розмірів (рис. 3.84).

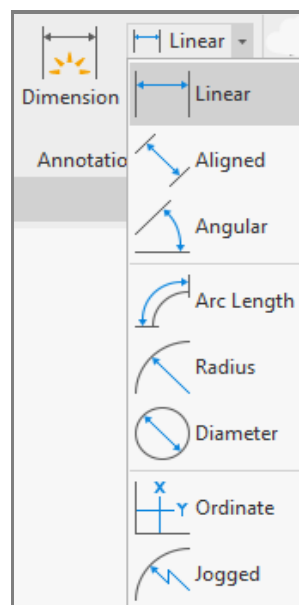


Рис. 3.84. Засоби нанесення розмірів

- ┆ Linear – побудова лінійних горизонтальних і вертикальних розмірів;
- ┆ Aligned – забезпечення паралельності розмірної лінії вказаному відрізку;
- ┆ Angular – створення кутових розмірів;
- ┆ Arc Length – нанесення довжини дуги;
- ┆ Radius – побудова радіуса;
- ┆ Diameter – створення діаметра;
- ┆ Jogged – нанесення розміру радіуса, центр якого віддалений на кресленику.

### 3.3.11.6. Редагування розмірів

Змінювати розміри можна різними способами. Розглянемо деякі з них.

*Редагування розмірів за допомогою ручок* – найзручніший спосіб, який дозволяє переміщувати виносні та розмірні лінії, визначати необхідний розмірний текст. Ручки, що відображають характерні точки, для різних видів розмірів мають належне розташування (рис. 3.85).

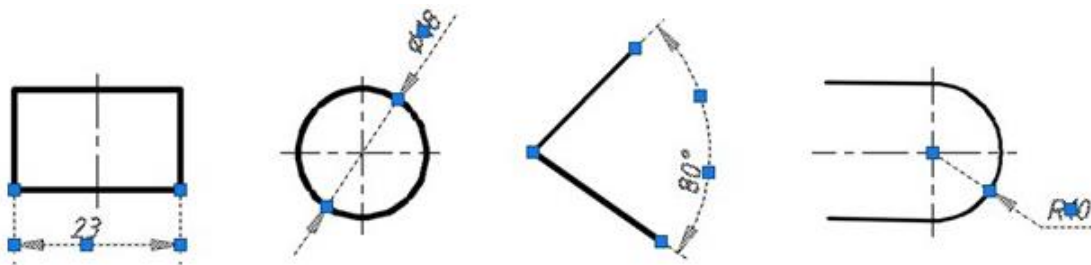


Рис. 3.85. Ручки для редагування розмірів

Для розкриття вікна редагування тексту на останньому виконується подвійне натискання лівою клавішею миші. Наприклад, потрібно вказати кількість отворів, див. рис. 3.86.

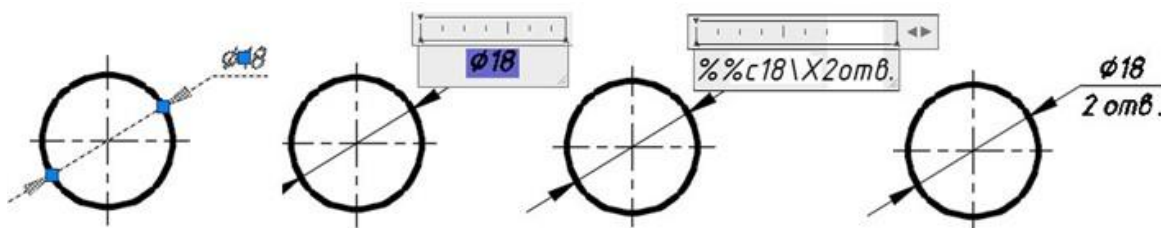


Рис. 3.86. Редагування розмірного тексту

Діаметр вводиться кодом %%c при англійській розкладці клавіатури. Написання числа отворів здійснюється за допомогою комбінації \X.

Редагування розмірів за допомогою команди DIMED (DIMEDIT) надає інші можливості, а саме: змінювати та повертати текст, проводити виносні лінії під нахилом до вимірюваної ділянки (рис. 3.87).

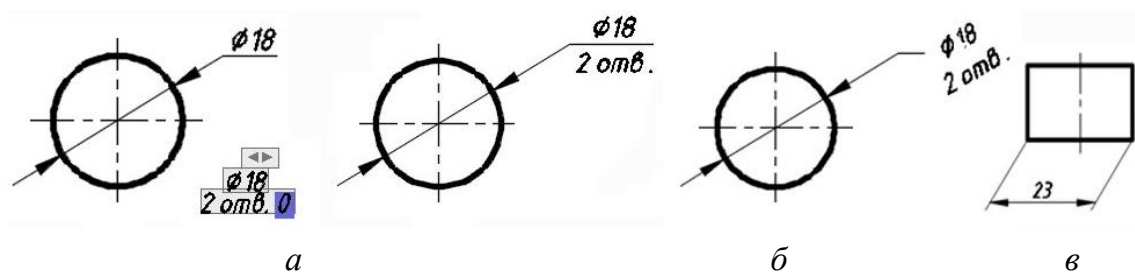


Рис. 3.87. Опції редагування розмірів команди DIMEDIT:

*a* – New; *б* – Rotate; *в* – Oblique

*Command: DIMED*

*Enter type of dimension editing [Home/New/Rotate/Oblique] <Home>:* – визначення необхідної опції та її налаштування;

*Select objects:* – вибір потрібного об'єкта;

*Home* – відміна редагування, повернення початкового вигляду розміру;

*New* – заміна тексту на новий, який створюється на вільному місці кресленника, а після вибору розміру, застосовується до нього;

*Rotate* – поворот тексту на заданий кут;

*Oblique* – проведення виносних ліній під заданим кутом до вимірюваної ділянки.

Також зручним способом редагування розмірів є використання панелі властивостей Properties.

### 3.3.12. Файли-шаблони креслеників

У додатку А наведено основні вимоги існуючих стандартів щодо оформлення креслеників. Це стосується розмірів аркушів, їх внутрішніх рамок, змісту основних написів, застосовуваних ліній, тексту, масштабів і т. д.

Для зручного та продуктивного розробляння креслеників у системі AutoCAD доречно використовувати файли-шаблони. Такими прикладами можуть слугувати файли з попередньо виконаними потрібними шарами, стилями розмірів і тексту, рамкою деякого формату, основним написом тощо.

Відповідні зразки ілюструє рис. А.2 додатків.

### 3.3.13. Приклади побудови контурів деталей

Подані нижче приклади призначені для отримання навичок проведення аналізу геометричних форм технічних об'єктів, практичного застосування наявних засобів двовимірного комп'ютерного геометричного моделювання. Зазначений аналіз полягає у з'ясуванні взаємного розташування певних примітивів та розроблянні належних послідовностей побудов.

Роботу доцільно виконувати в заздалегідь підготовленому файлі-шаблоні з рамкою та основним написом. Починати, зазвичай, рекомендується з визначення осей симетрії. Надалі, спираючись на них, створювати необхідні елементи модельованого об'єкта. Зауважимо, що обриси багатьох технічних виробів складаються з ліній, які плавно переходять одна в одну й називаються спряженнями. Формування останніх варто добре опанувати. Побудова контурів завершується нанесенням розмірів.

#### 3.3.13.1. Кронштейн опори

Метою даного прикладу, див. рис. 3.88, є ілюстрація створення спряжень у контурах деталей засобами системи AutoCAD.

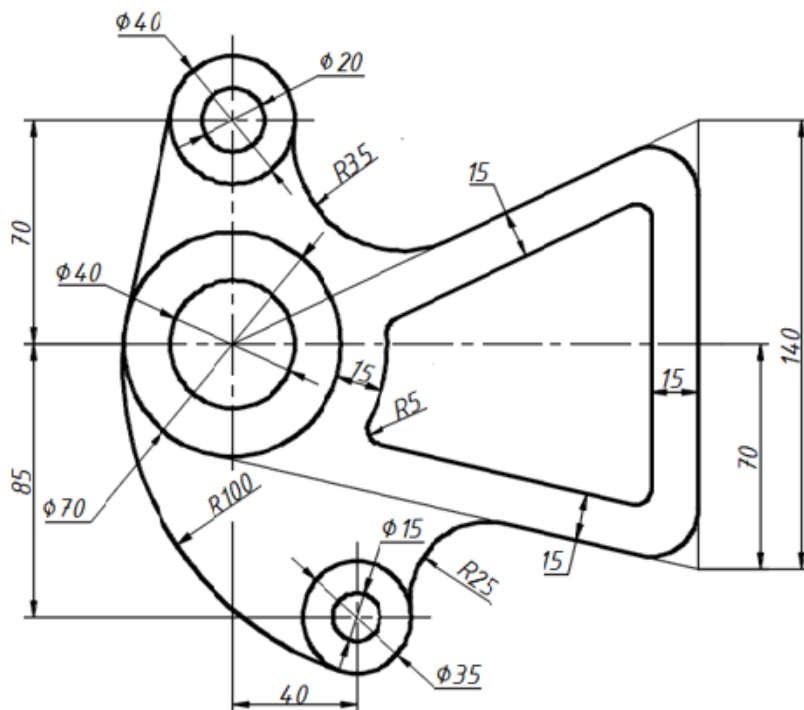


Рис. 3.88. Кронштейн опори

Завдання для самостійного виконання наведені в додатку Б.1.

### Послідовність побудов

1. Приступаючи до виконання роботи, провести аналіз геометрії деталі, виділити прості форми та визначити потрібні графічні операції для їх створення.

2. Відкрити необхідний файл-шаблон. Такі наявні елементи, як осі, контур та розміри розподілити на відповідних шарах кресленика. У даному випадку шаблон має попередньо створені шари:

kontur – для контурів деталі (вага лінії 0,5);

osi – осі (вага лінії default, тип Center2);

dim – для розмірів;

dopom – допоміжні побудови,

розмірні й текстові стилі, а також основний напис у просторі аркуша. Зберегти кресленик із назвою «Спряження».

3. Побудови слід почати з осей кіл. Потім створити ліву частину контуру. Для цього виконати наступні дії.

3.1. Обрати поточним шар осі. Увімкнути режим ORTHO, що дозволить зручно формувати вертикальні та горизонтальні лінії.

3.2 За допомогою команди Xline накреслити осьові лінії кола діаметром 70, див. рис. 3.89. Обрати опцію Offset та відкласти належні відстані для побудови інших осей, що позначені на рисунку цифрами 3, 4, 5.

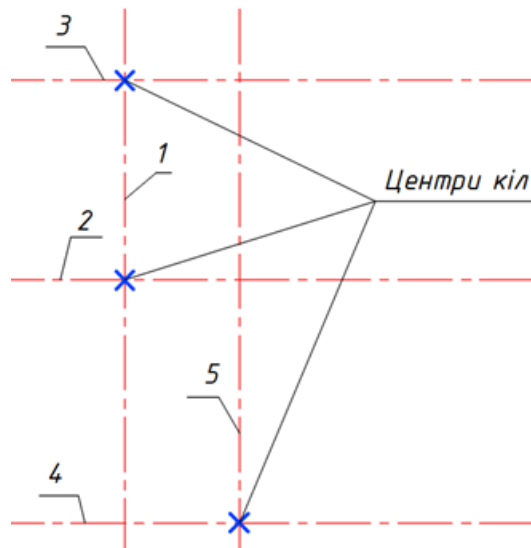


Рис. 3.89. Визначення центрів кіл

3.3. На шарі kontur накреслити кола (рис. 3.90) потрібних діаметрів, центри яких знаходяться в точках перетину відповідних осей.

3.4. За допомогою команди Trim відредагувати наявні осі (рис. 3.91).

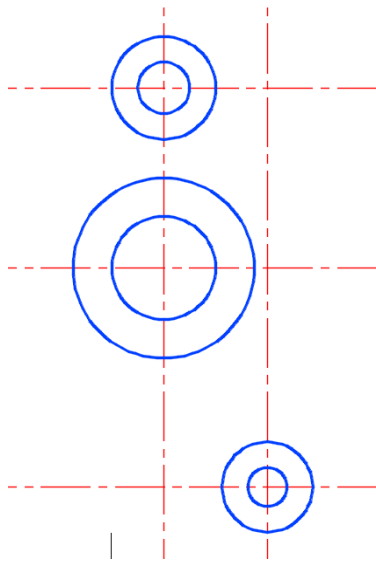


Рис. 3.90. Побудова кіл

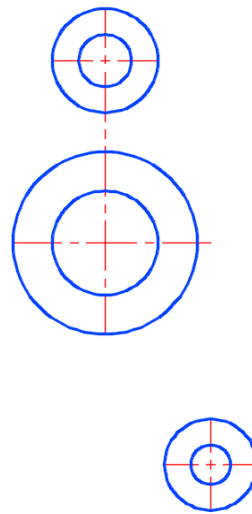


Рис. 3.91. Зрізання осей

3.5. Виконати спряження, див. рис. 3.92, кола 1 та кола 2 за допомогою команди Line. Для цього в області очікуваного дотику вказати точку на колі 1 із прив'язкою Tangent (дотична), потім на колі 2.

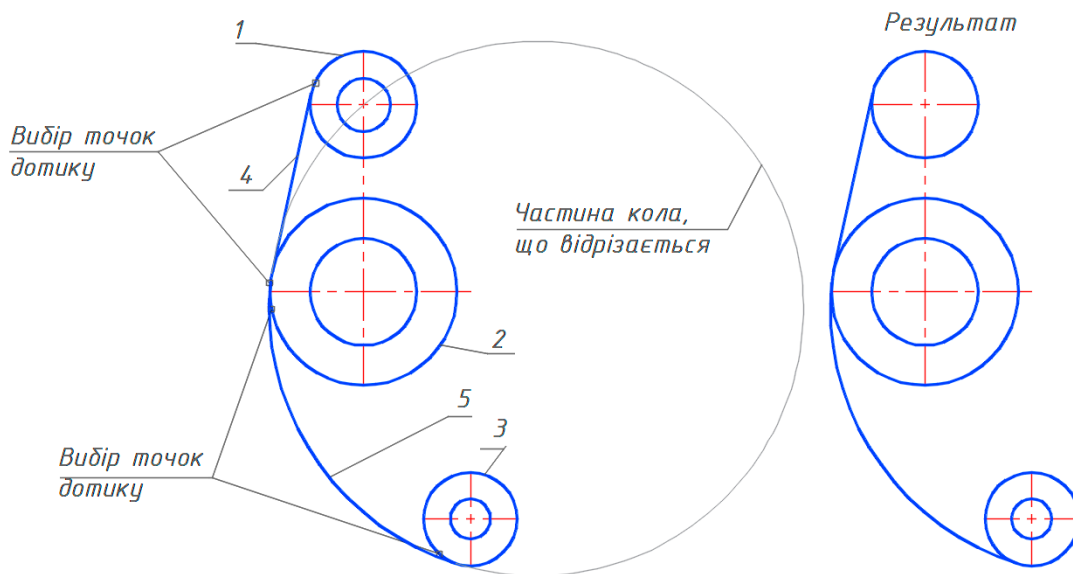


Рис. 3.92. Побудова спряжень у лівій частині деталі

3.6. Для спряження дугою R100 використати команду Circle з опцією Ttr (tan tan radius – дотична, дотична, радіус). Спочатку вказати точку дотику на об'єкті 2, а потім на фігурі 3, далі радіус 100. Використовуючи команду Trim, відрізати частину кола 5 (рис. 3.92).



4. Побудову правої частини кронштейна розпочати з дефініції зовнішнього контуру.

4.1. За допомогою опції Offset команди Xline визначити габаритний розмір за довжиною. Обирати відстань 150 та вісь 1, див. рис. 3.93, а. У результаті отримуємо нескінченну пряму 2. Далі побудувати верхню пряму 3 з початковою точкою 4 (перетин осей) та кінцевою – 5, яку визначити за допомогою прив'язки from @0,70 відносно точки 6 (перетин горизонтальної осі та вертикальної лінії 2).

4.2. Пряма 9 дотикається до кола 8 та проходить через точку 7, що зміщена відносно точки 6 на -70 вздовж осі Y. Для її визначення використати прив'язку from @0,-70.

4.3. Зовнішні спряження виконати командою Fillet. При ввімкненій опції Trim частини спряжених елементів за різальними крайками видаляються. Щоб вони залишились, див. рис. 3.93, б, обрати опцію No trim. Зробити спряження R35 для кола 1 та прямої 2, R25 – кола 5 та прямої 4, R15 – прямих 4 і 3 та прямих 2 і 3.

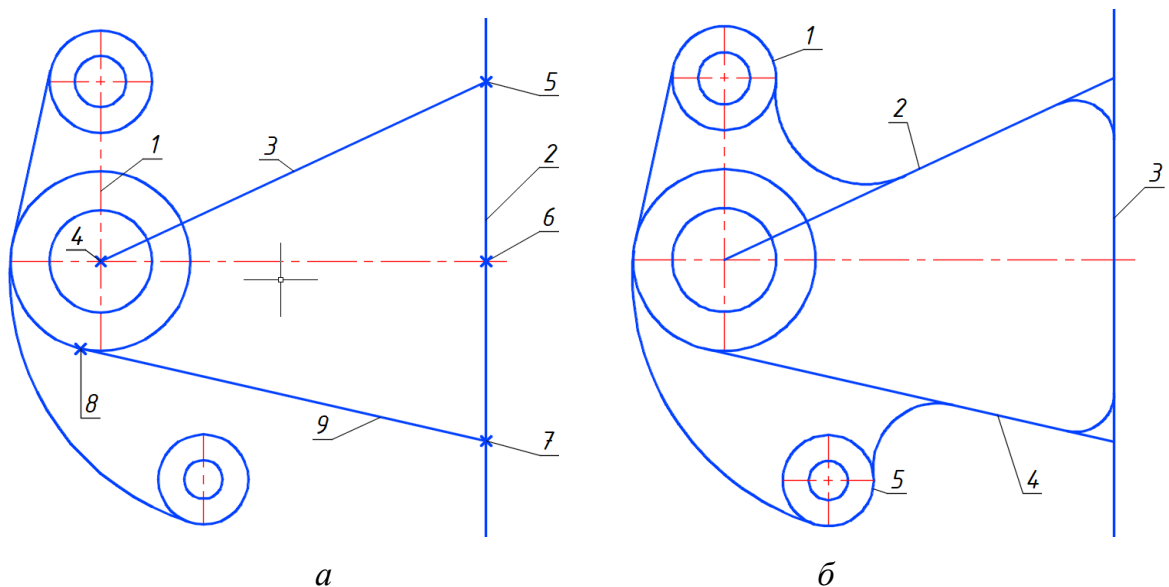


Рис. 3.93. Формування правої частини кронштейна

4.4. Частина прямих 2, 3, 4 (рис. 3.92, б) потрібно перенести на допоміжний шар. Для поділу даних фігур використати команду Break at Point. Отримане зображення показано на рис. 3.94.

5. Внутрішню область деталі побудувати за допомогою команди Offset. Встановити відстань 15, вказати елемент і напрям. Для наочності змінити колір нових об'єктів (рис. 3.95). Редагувати контур командою Fillet, увімкнувши опції

Trim та Multiple, встановивши радіус спряження 5. Редагувати осі командою Lengthen з опцією Delta, значення якої дорівнює 3.

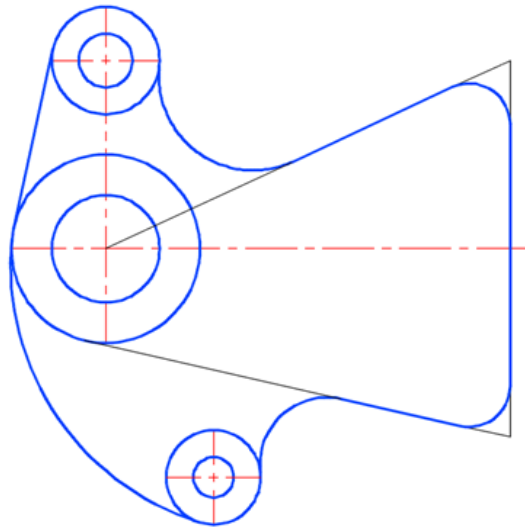


Рис. 3.94. Виконані спряження

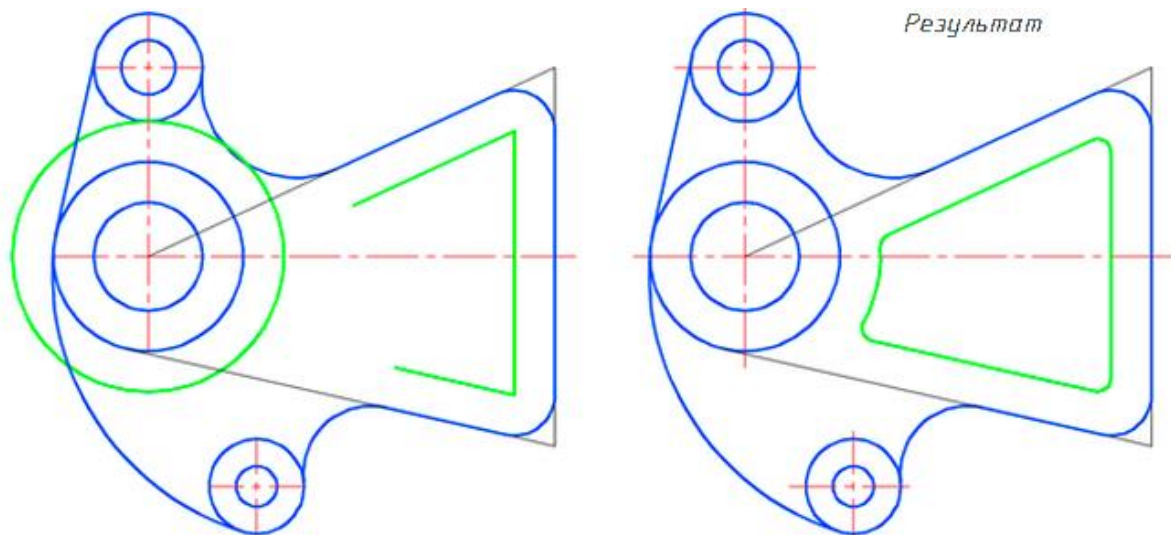


Рис. 3.95. Створення внутрішнього контуру

6. Проставити розміри, див. рис. 3.96, обравши поточним шар dim.

7. Оформити кресленик.

7.1. Перейти в системі AutoCAD із простору моделі до простору аркуша A3.

7.2. Створити видовий екран, викликавши команду Rectangular (рис. 3.97)

Стрічка → вкладка LAYOUT → панель інструментів LAYOUT VIEWPORTS → команда  RECTANGULAR.

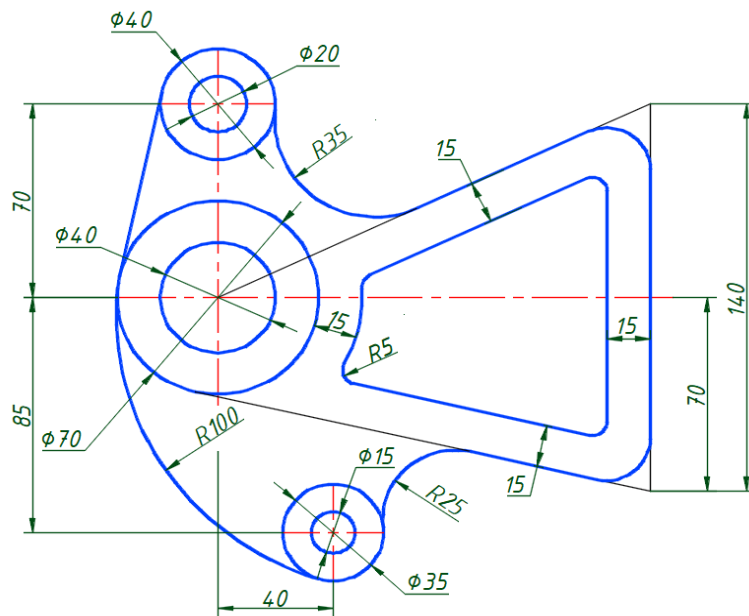


Рис. 3.96. Кронштейн опори з проставленими розмірами

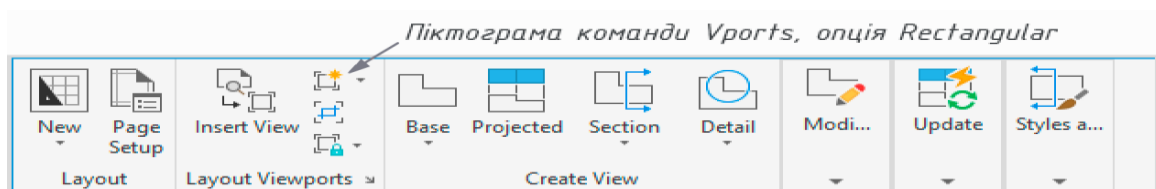


Рис. 3.97. Вкладка Layout

На запит команди вказати точки 1 та 2 – протилежні вершини вікна видового екрана, в якому буде відображений кресленик, див. рис. 3.98.

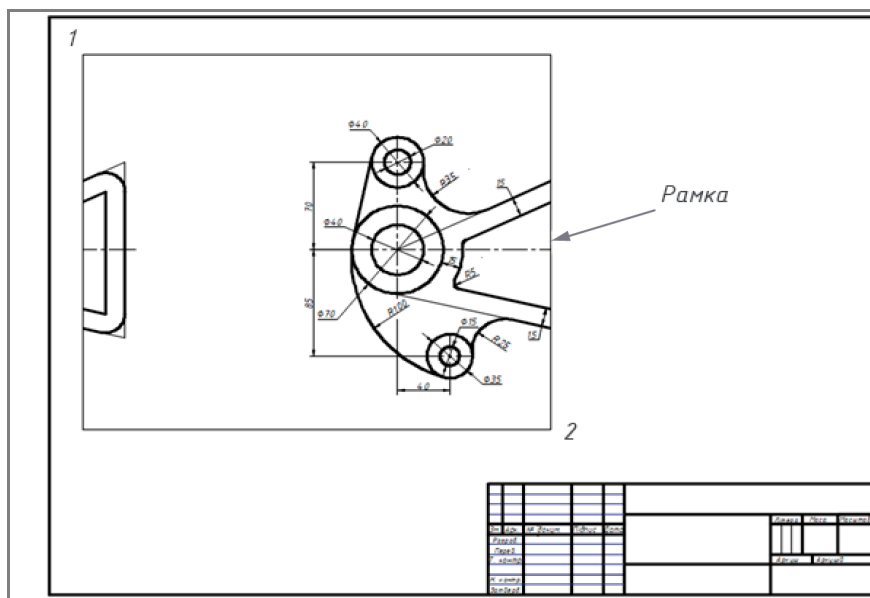


Рис. 3.98. Видовий екран у просторі аркуша

Подвійне натискання лівою кнопкою миші за межами рамки видового екрана дозволяє її редагувати (переміщувати та змінювати розміри), а всередині рамки – модифікувати зображення.

7.3. Обрати потрібний масштаб (рис. 3.99).

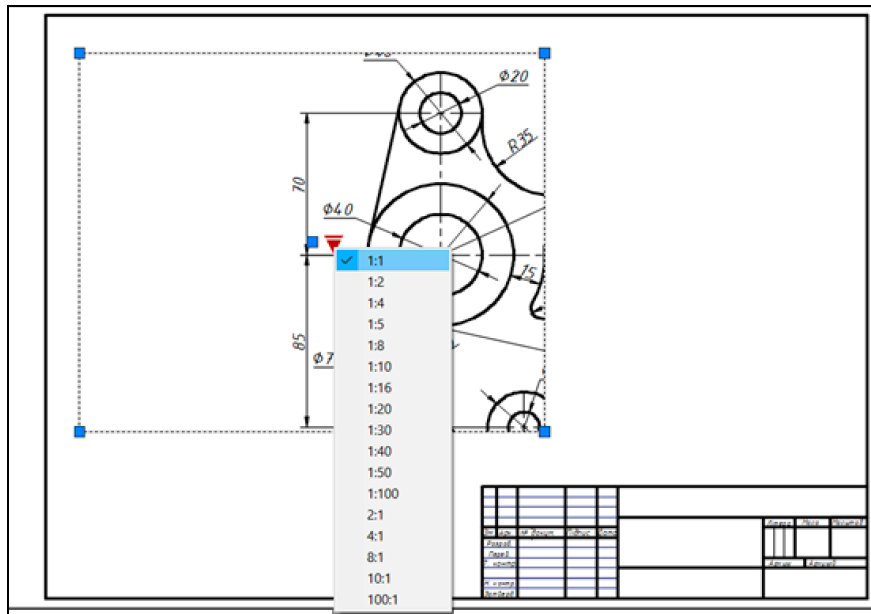


Рис. 3.99. Вибір масштабу видового екрана

Для відкриття показаного списку виділити екран та натиснути ліву клавішу миші, встановивши курсор на трикутній ручці.

7.4. Заповнити основний напис (рис. 3.100).

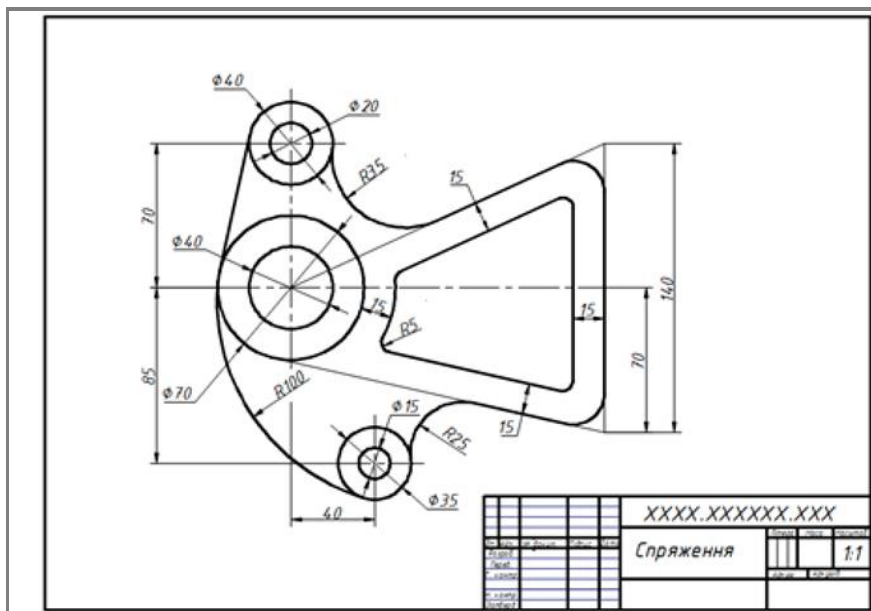


Рис. 3.100. Виконана робота «Спряження»

7.5. Межу видового екрана перенести на шар, який не буде виводитись на друк.

8. Зберегти створений файл геометричної моделі.

### 3.3.13.2. Опора

Метою даного прикладу, див. рис. 3.101, є ілюстрація створення ухилів і конусності в контурах деталей засобами системи AutoCAD.

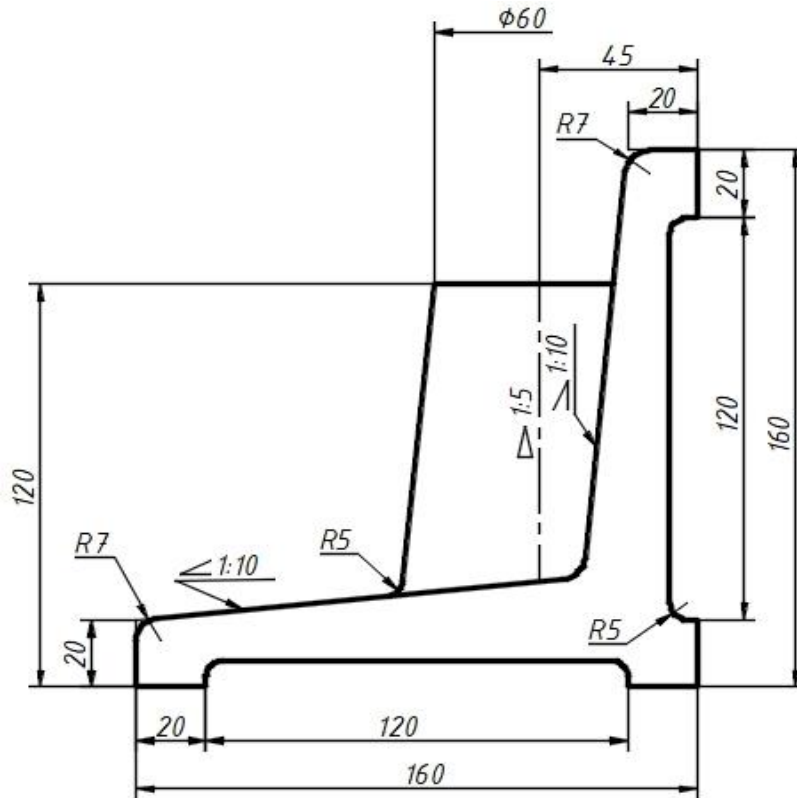


Рис. 3.101. Опора

Завдання для самостійного виконання наведені в додатку Б.1.

#### *Послідовність побудов*

1. Приступаючи до виконання роботи, провести аналіз геометрії деталі, виділити прості форми та визначити потрібні графічні операції для їх створення.

2. Відкрити необхідний файл-шаблон, зміст якого аналогічний розглянутому попередньому випадку (див. підпункт 3.3.13.1).

3. Обрати поточним шар контур. Увімкнути режим ORTHO, що дозволяє креслити горизонтальні та вертикальні лінії, вказавши напрям і відстань, за допомогою команди Line (рис. 3.102, а).

4. Ухили на креслениках указують у вигляді числових співвідношень. Наприклад, 1:10 означає, що по одному напрямку довжина буде 10, а по іншому – 1. Креслити ухили командою Line, використовуючи відносні координати. Для горизонтальної частини деталі визначити першу точку

довільно, а другу – у відносних лінійних координатах @10,1. Для вертикальної лінії першу точку вказати зверху, другу – у відносних координатах @-1,-10 (рис. 3.102, б).

5. Спряження виконати командою Fillet з опцією Trim, яка відрізки продовжує до точок спряження (рис. 3.102, в).

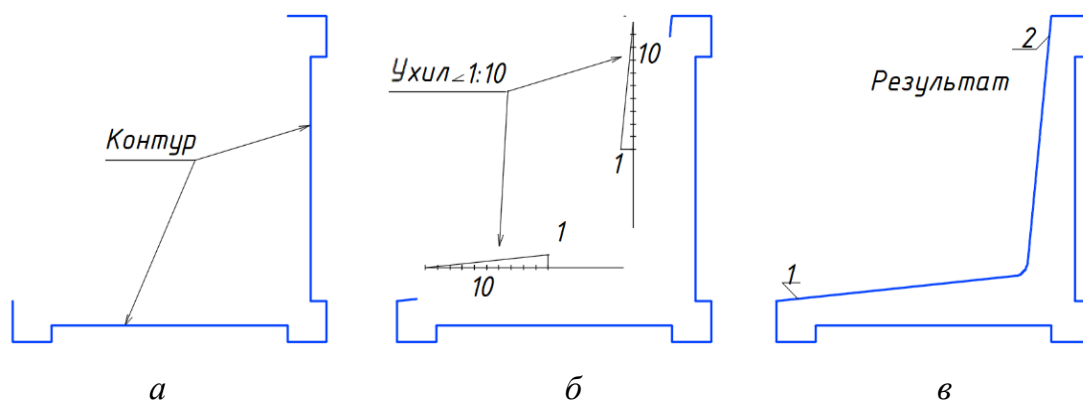


Рис. 3.102. Побудова ухилів 1:10

6. На поточному шарі осі накреслити вісь зображеного на рис. 3.101 конуса командою Xline з опцією Offset. Вісь знаходиться на відстані 45 мм від прямої 1, див. рис. 3.103, а та рис. 3.101.

7. Обрати поточним шар *kontur*. Побудувати командою Xline з опцією Offset рівень верхньої основи конуса, який розміщується на відстані 120 мм від прямої 2, див. рис. 3.103, а та рис. 3.101.

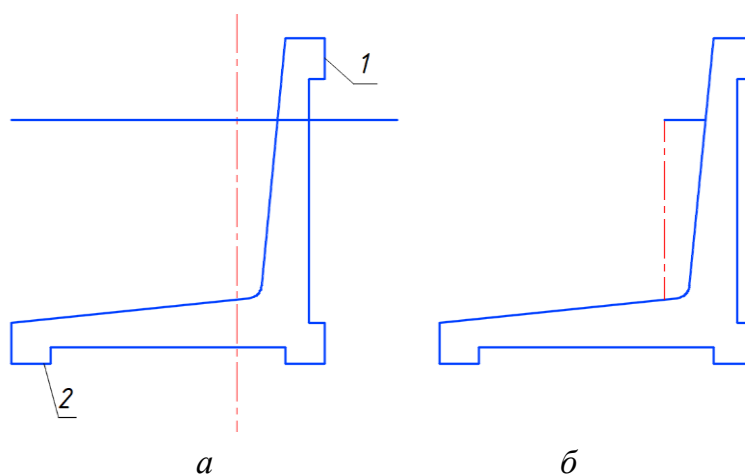


Рис. 3.103. Визначення осі та верхньої основи конуса

8. Редагувати кресленик командою Trim (рис. 3.103, б).

9. Діаметр верхньої основи конуса, див. рис. 101, дорівнює 60 мм (радіус 30 мм). Модифікувати її командою Lengthen з опцією Delta

(рис. 3.104, а). Приріст відрізка 1 становить 30 мм. Накреслити пряму 3 (рис. 3.104, б) командою Line у відносних координатах. Перша точка 2, друга – @-1,-10. Командою Extend подовжити відрізок 3 до прямої 4 (рис. 3.104, в). Виконати необхідні спряження, відредагувати вісь.

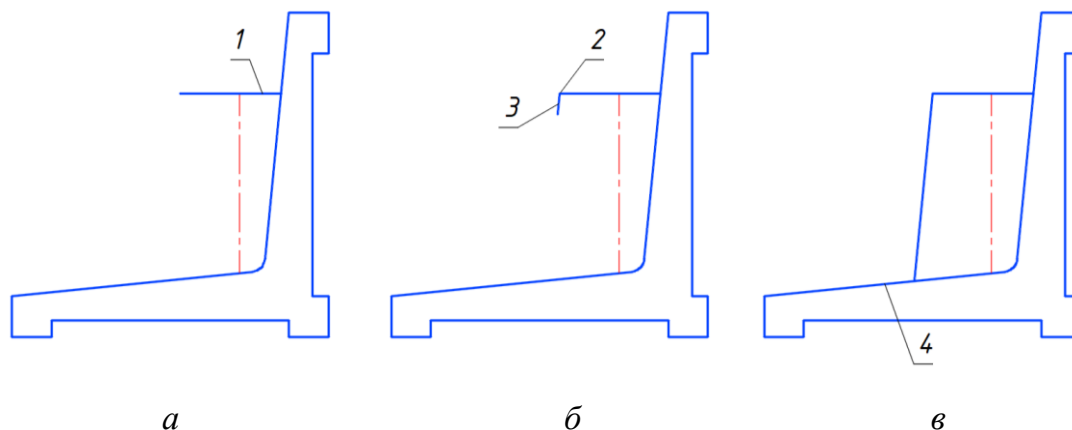


Рис. 3.104. Побудова контуру конуса

10. Проставити розміри, обравши поточним шар dim.

11. Оформити кресленик. Для цього перейти до простору аркуша А3 (рис. 3.105). Належні подальші дії подано в підпункті 3.3.13.1.

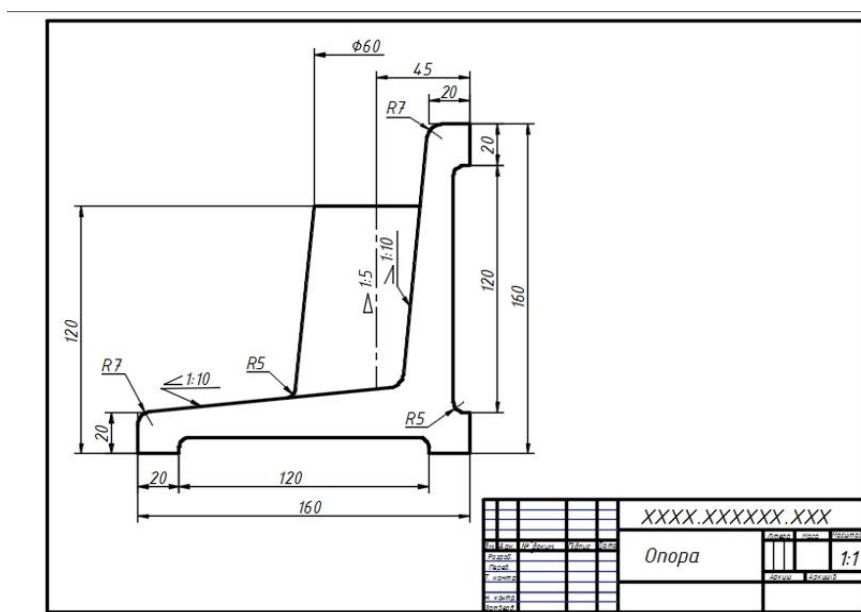


Рис. 3.105. Виконана робота

12. Зберегти створений файл.

У наступному пункті розглядаються питання підвищення гнучкості двовимірних геометричних моделей у системі AutoCAD за рахунок використання засобів їх параметризації.

### 3.3.14. Параметричні залежності

На побудовані у двовимірному просторі фігури можна накладати певні потрібні обмеження у вигляді деяких геометричних і розмірних залежностей. Перші з них керують такими властивостями як паралельність, перпендикулярність, горизонтальність, вертикальність, дотичність, збіг, симетрія, фіксація тощо, а другі – лінійними, кутовими та радіальними розмірами.

У результаті виконання зазначених операцій, тобто проведення *параметризації*, наявні фігури стають пов'язаними поміж собою. Таким чином, змінування форми, розмірів або положення одних геометричних об'єктів обумовлює відповідну модифікацію інших. Правильно виконана параметризація суттєво сприяє підвищенню продуктивності праці під час розробляння креслеників схожих деталей за рахунок описаних автоматизованих побудов.

Інструменти для застосування геометричних і розмірних залежностей розміщені на стрічці у вкладці Parametric (рис. 3.106).

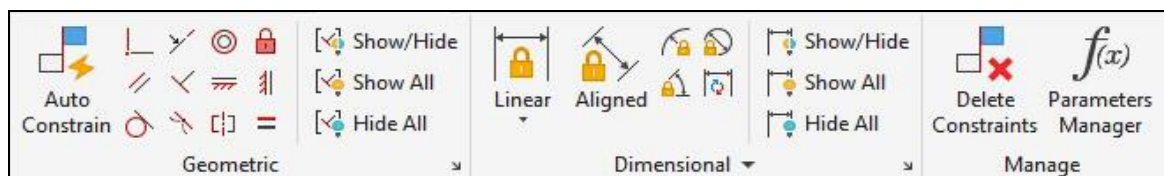


Рис. 3.106. Вкладка Parametric

Проаналізуємо далі більш докладно описані засоби та подамо кілька прикладів створення належних креслеників.

#### 3.3.14.1. Геометричні обмеження

Піктограми команд геометричних залежностей розташовуються на панелі інструментів Geometric, див. рис. 3.106. Доступ до неї здійснюється так.

Стрічка → вкладка PARAMETRIC → панель інструментів GEOMETRIC.

У табл. 3.2 наведені позначки залежностей, які розглядаються, їх назва і призначення.



Таблиця 3.2


## Геометричні залежності

<i>Позначка</i>	<i>Назва</i>	<i>Призначення</i>
	Coincident (збір)	З'єднання об'єктів в одній точці.
	Collinear (колінеарність)	Розміщення відрізків на одній прямій.
	Concentric (концентричність)	Розташування центрів кіл, дуг тощо в одній точці.
	Fix (фіксування)	Блокування змінювання положення.
	Parallel (паралельність)	Встановлення паралельності відрізків.
	Perpendicular (перпендикулярність)	Встановлення перпендикулярності між відрізками.
	Horizontal (горизонтальність)	Обмеження положення горизонтальним напрямом.
	Vertical (вертикальність)	Обмеження положення вертикальним напрямом.
	Tangent (дотикання)	Встановлення дотикання двох об'єктів.
	Smooth (згладжування)	Подовження сплайна.
	Symmetric (симетрія)	Збереження симетричності фігур.
	Equal (рівність)	Забезпечення рівності довжини ліній.

Після встановлення обмежень поруч з об'єктами, на які вони були накладені, відображаються відповідні позначки. Останні можна перетягнути в довільну точку графічної області.

Керування відображенням позначок залежностей на екрані відбувається на панелі інструментів Geometric за допомогою кнопок Show/Hide (показати/приховати), Show All (показати все), Hide All (приховати все), див. рис. 3.106.

#### 3.3.14.2. Автоматична параметризація

При створенні та редагуванні фігур з увімкненим у рядку стану режимом  Constraint Infer система автоматично накладає геометричні залежності із застосуванням об'єктних прив'язок, визначених під час

побудов. Наприклад, при формуванні двох кіл із спільним центром буде накладений параметр збігу цих точок. Тоді при переміщенні одного кола друге рухатиметься разом із ним. Але деякі об'єктні прив'язки не підтримуються: Intersection (перетин), Extension (продовження) тощо.

Для видалення залежності потрібно навести курсор на її позначку, правою кнопкою миші викликати контекстне меню (рис. 3.107), натиснути Delete в показаному списку.

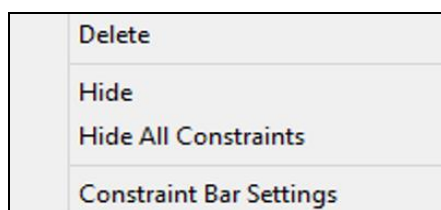


Рис. 3.107. Контекстне меню позначки залежності

Це меню також забезпечує й додаткові можливості, показані на приведеному зображенні.

### 3.3.14.3. Розмірні залежності


Дані залежності визначають відстань між об'єктами (їх точками), необхідні кути, розміри радіусів дуг і кіл. При змінюванні цих параметрів здійснюється перерахунок усіх залежностей, накладених на опрацьовувані фігури, автоматичне оновлення останніх.

Види розмірних залежностей подано в табл. 3.3, яким відповідають піктограми панелі інструментів Dimensional на стрічці.

Таблиця 3.3

Розмірні залежності

<i>Позначка</i>	<i>Назва</i>	<i>Призначення</i>
	Aligned (паралельність)	Накладання залежності на відстань між двома точками.
	Linear (лінійність)	Створення залежності горизонтальності або вертикальності.
	Horizontal (горизонтальність)	Обмеження відстані X між двома точками.
	Vertical (вертикальність)	Обмеження відстані Y між двома точками.
	Diameter (діаметр)	Накладання залежності на діаметр.
	Radius (радіус)	Залежність для радіуса.
	Angular (кут)	Залежність для кута.

Розмірні залежності можуть складатися з чисел та формул. Потрібні різновиди даних залежностей обираються у спадному меню Dimension name format діалогового вікна Constraint Settings (рис. 3.108). Останнє викликається натисканням на піктограми , яка знаходиться на панелі Dimensional вкладки Parametric стрічки.

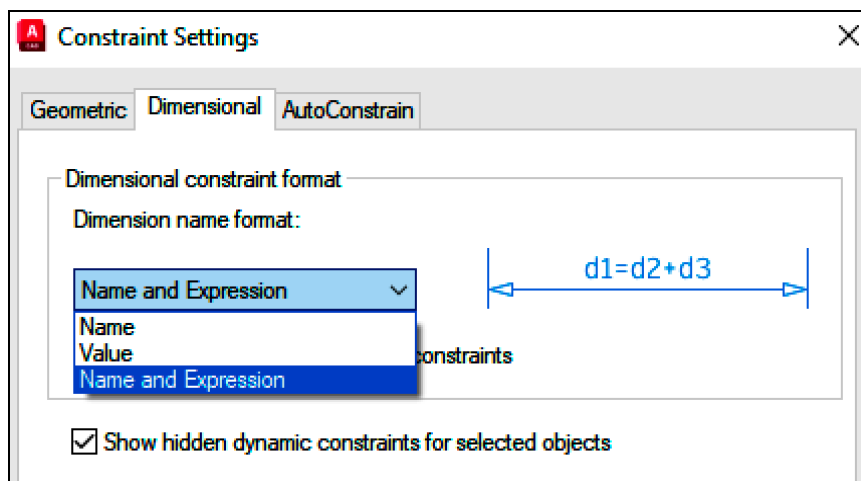


Рис. 3.108. Вікно розмірних залежностей

Name – ім'я залежності, Value – значення, Name and Expression – ім'я та вираз.

Розмірні залежності відображаються на кресленнику за допомогою параметрів, що служать для візуалізації належної інформації стосовно використаних взаємозв'язків (рис. 3.109).

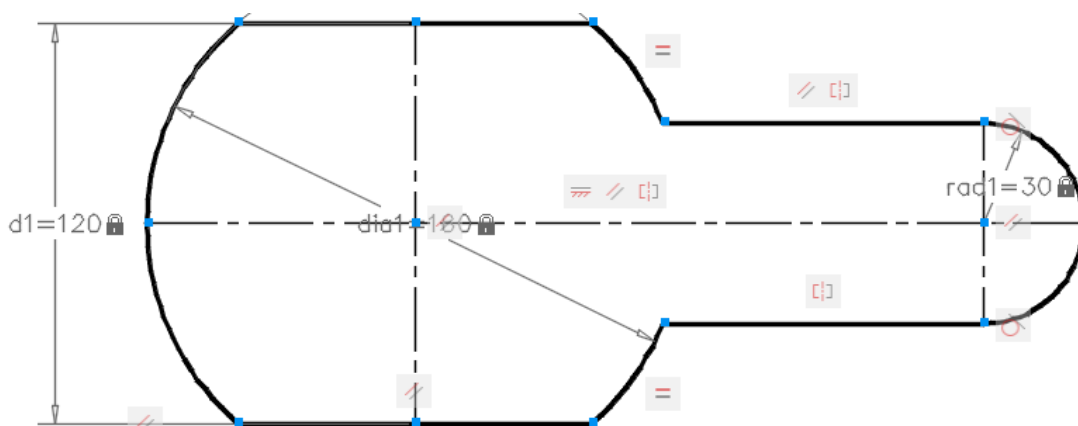



Рис. 3.109. Контур із вихідними параметрами

Редагування розмірних залежностей виконується шляхом застосування показаного на рис. 3.110 Parameters Manager (менеджера параметрів), піктограма  виклику якого знаходиться на панелі інструментів Manage вкладки Parametric стрічки.

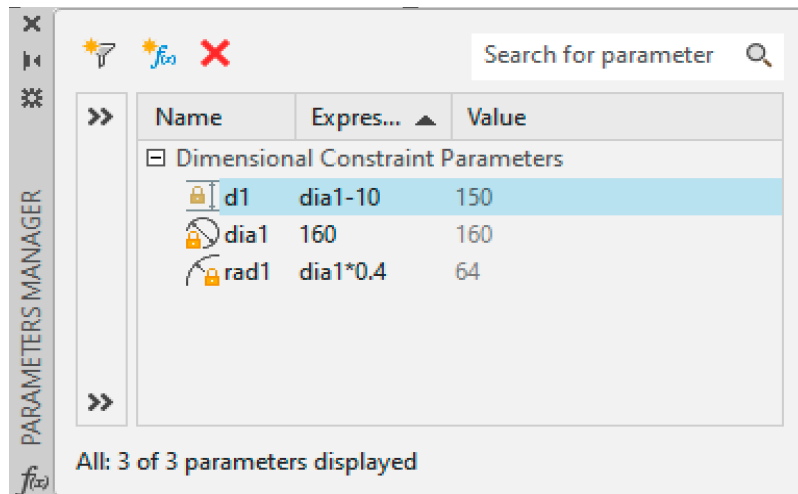


Рис. 3.110. Менеджер параметрів із визначеними залежностями

Після подвійного натискання лівою кlawішею миші на імені, виразу або значенні (Name, Expression чи Value) у відповідному стовпчику можна вводити з клавіатури нові необхідні величини.

Для дефініції розмірних залежностей у виразах підтримуються оператори додавання +, віднімання -, множення \*, ділення /, піднесення до степеня ^ та круглі дужки. Використовуються такі функції: косинус cos, синус sin, тангенс tan, арккосинус acos, арксинус asin, арктангенс atan, квадратний корінь sqrt, округлення до найближчого цілого числа round, усічення десяткового дробу trunc, округлення в менший (floor) та більший (ceil) бік, абсолютна величина abs та інші.

При змінюванні в Parameters Manager значення параметра або виразу контур, що розглядається, відповідно модифікується (рис. 3. 111).

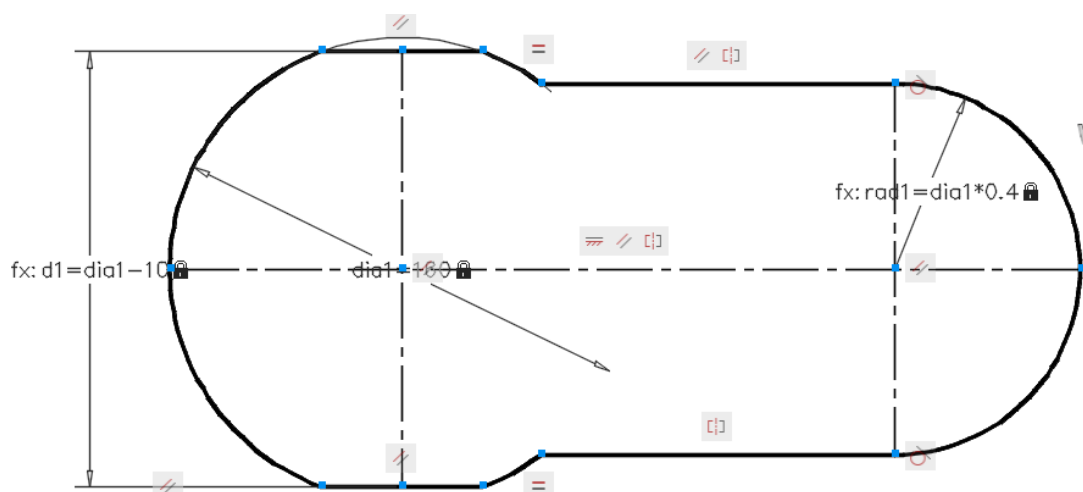


Рис. 3.111. Контур після змінювання розмірних залежностей

Редагування опрацьовуваних залежностей доступне також на панелі властивостей Properties (рис. 3.112) для попередньо обраного параметра.

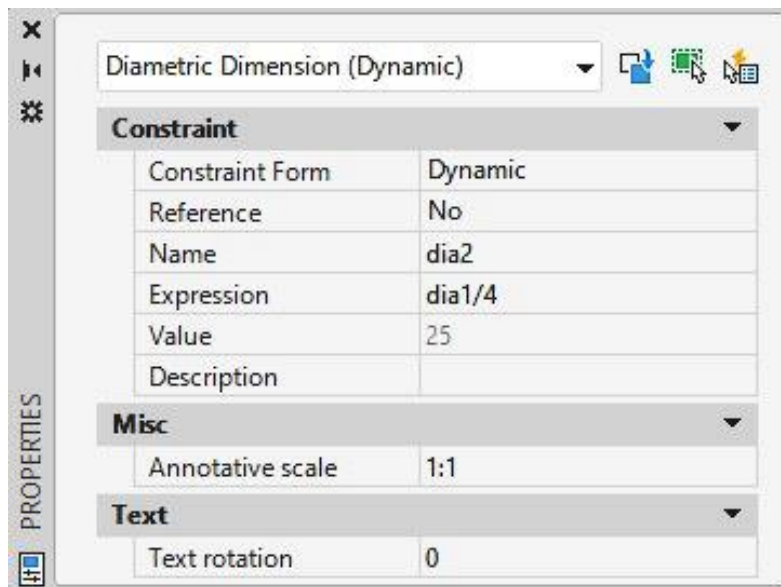


Рис. 3.112. Властивості обраної залежності




Можливість редагування константи або виразу існує також після подвійного натискання лівою клавiшею миші на параметрі безпосередньо на кресленику.

### 3.3.15. Проекційне креслення

Для побудови кресленика тривимірного об'єкта використовуються його ортогональні проєкції (види, розрізи, перерізи), які знаходяться у проєкційному зв'язку, див. додаток А. В AutoCAD передбачена можливість побудови таких зображень різними способами. Розглянемо деякі з них.

#### 3.3.15.1. Спосіб відстеження

Спосіб Tracking заснований на застосуванні таких допоміжних режимів креслення як Object Snap (об'єктне прив'язування), Object Snap Tracking (відстеження об'єктного прив'язування), Polar Tracking (полярне відстеження). Зазначені засоби дозволяють ефективно визначати потрібні координати точок, поєднаних проєкційними зв'язками.

Ці режими вмикаються та вимикаються в рядку стану натисканням лівої клавiші миші на певній піктограмі:  – Object Snap,  – Object Snap Tracking,  – Polar Tracking. Кількість увімкнених об'єктних прив'язок має бути обмежена необхідними.

### 3.3.15.2. Використання команд *Xline* та *Ray*

*Xline* забезпечує створення конструкційних нескінченних прямих, *Ray* – променів. Це тимчасові лінії, які бажано формувати на допоміжному шарі, що після здійснених побудов вимикається або видаляється. Головний недолік даного способу полягає у значній кількості ліній при опрацюванні складних об'єктів.

Розглянемо належний приклад. Припустимо, що потрібно побудувати профільний вид паралелепіпеда за фронтальним і горизонтальним видами. На допоміжному шарі командою *Xline* створюємо горизонтальні та вертикальні лінії зв'язку.

*Command: XLINE*

*Specify a point or [Hor/Ver/Ang/Bisect/Offset]: H* – горизонтальна пряма.

*Command: XLINE*

*Specify a point or [Hor/Ver/Ang/Bisect/Offset]: V* – вертикальна пряма.

Проводимо осі симетрії: горизонтальну – на виді зверху, вертикальну – на виді зліва, продовжуємо їх до перетину. Через отриману точку командою *Xline* на допоміжному шарі будуємо сталу кресленика під кутом мінус  $45^{\circ}$  (рис. 3.113, *a*).

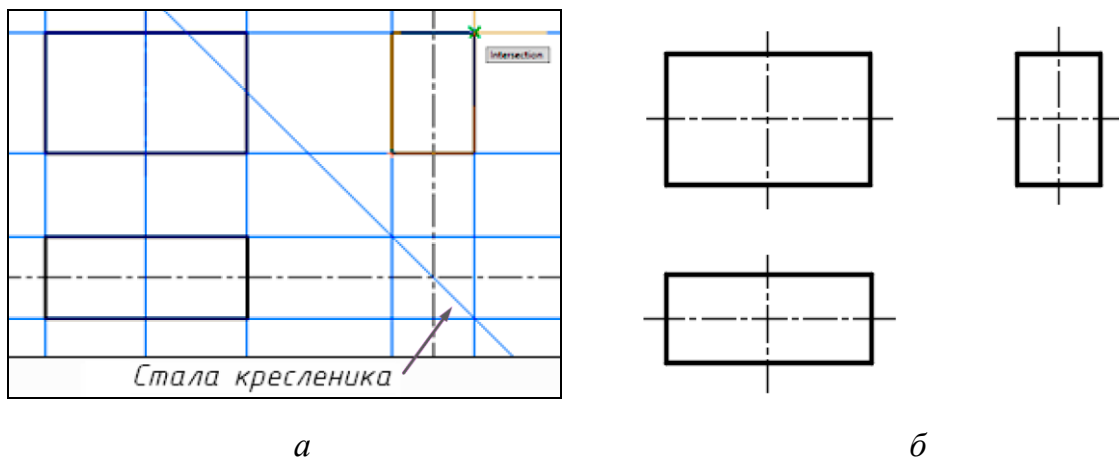


Рис. 3.113. Побудова проєкційного кресленика, допоміжний шар:

*a* – увімкнено; *б* – вимкнено

*Command: XLINE*


*Specify a point or [Hor/Ver/Ang/Bisect/Offset]: A* – вибір опції визначення кута;

*Enter angle of xline (0) or [Reference]: -45*

З точок перетину горизонтальних ліній зв'язку зі сталою кресленника проводимо вертикальні прямі. Відстань між ними – це ширина паралелепіпеда. За допомогою об'єктної прив'язки до перетину ліній зв'язку будуємо вид зліва. Вимикаємо допоміжний шар, отримуємо три види паралелепіпеда (рис. 3.113, б). Для команди *Ray* дії аналогічні.

### 3.3.15.3. Штрихування

Для заповнення контурів штрихуванням, кольором чи градієнтом в AutoCAD призначена команда *Hatch*. Доступ до неї здійснюється наступним чином.

Стрічка → вкладка *HOME* → панель інструментів *DRAW* → команда  *HATCH*.

У спадному меню на панелі можна обрати команду для заповнення контуру (рис. 3.114).

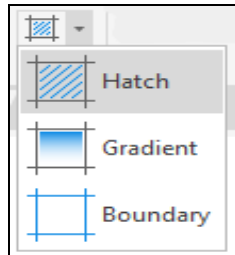


Рис. 3.114. Команди заповнення контурів

Робота команд *Hatch* та *Gradient* починається з обчислення межі на основі об'єктів, що утворюють замкнений контур. Після цього виконується штрихування даної області. *Hatch* відкриває на стрічці вікно, в якому відображається набір її опцій (рис. 3.115). *Gradient* також має вікно, див. рис. 3.116, де наведено види градієнтів та кольори для заливки. При цьому інші інструменти залишаються без змін.

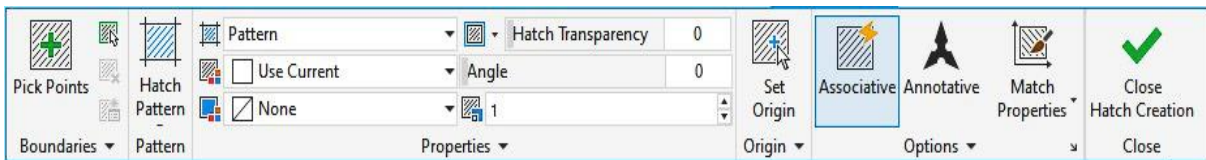


Рис. 3.115. Засоби здійснення штрихування

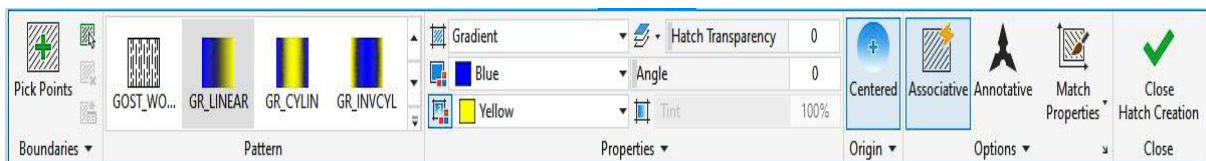


Рис. 3.116. Інструменти для заливки та градієнта

Команда Boundary (межа) призначена для створення з кількох складових певного контуру, спосіб побудови якого визначається в її вікні Boundary Creation (рис. 3.117).

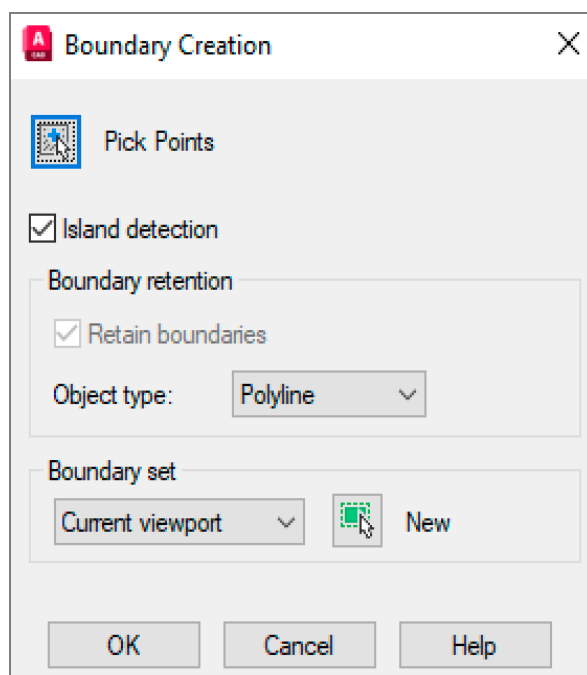




Рис. 3. 117. Діалогове вікно команди Boundary

Панель Boundaries показана на рис. 3.118.



Рис. 3.118. Меню панелі Boundaries

Кнопка  Pick Points – вмикання режиму автоматичного формування контуру штрихування з об'єктів, що утворюють навколо вказаної точки замкнену область. Для її штрихування достатньо розмістити курсор усередині неї та натиснути ліву клавішу миші.

Кнопка  Select – вмикання режиму визначення контуру штрихування на основі обраних фігур. Цей спосіб ефективний для простих областей, що визначаються одним замкненим об'єктом.

Панель Pattern (зразок) відкриває набір слайдів (рис. 3.119), на яких наведено графічні зразки штрихування. Це дозволяє наочно та просто обрати з них потрібний.



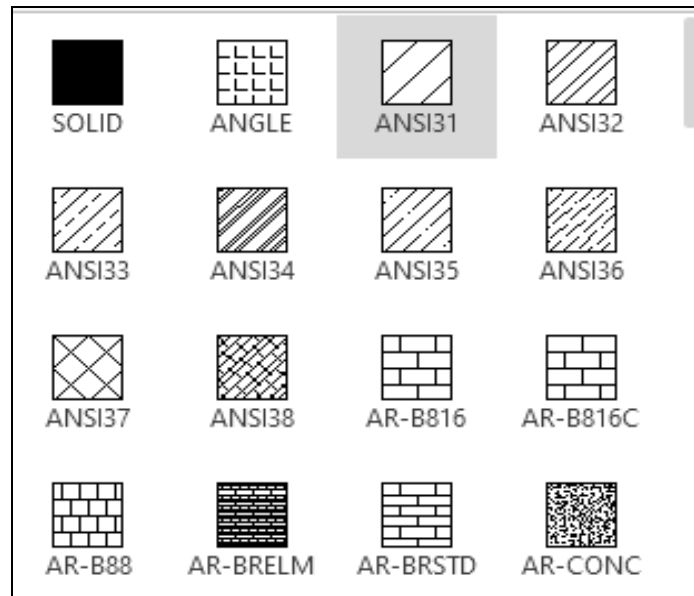


Рис. 3.119. Зміст панелі Pattern

На панелі Properties (властивості), див. рис. 3.120, у списку, що відкривається кнопкою Pattern, є можливість обрати спосіб заповнення контуру: за допомогою зразка штрихування (Pattern); заливкою кольором (Solid); градієнтною заливкою (Gradient) або визначеним користувачем видом штрихування (User defined). Відповідні варіанти ілюструє рис. 3. 121.

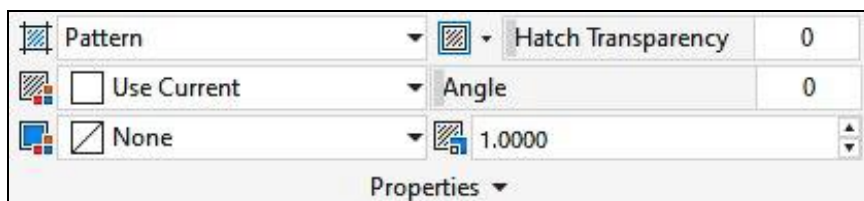


Рис. 3.120. Панель Properties

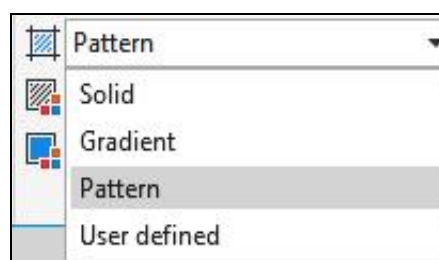


Рис. 3.121. Різновиди заповнення контурів

Останній вид штрихування пропонується для налаштування користувачем. Для цього передбачені прямі лінії, відстань між якими та кут нахилу встановлюється необхідним чином (рис. 3.122).

У полі Hatch Transparency змінюється прозорість заповнення, у Angle – кут нахилу штрихування до осі X поточної системи координат, у полі масштабування – потрібний коефіцієнт (рис. 3.123) для опрацьовуваного зразка.

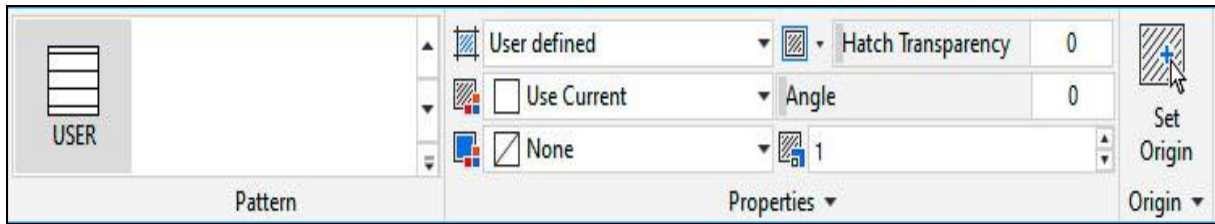


Рис. 3.122. Засоби налаштування штрихування користувачем



Рис. 3.123. Дефініція масштабу

Панель Origin (початкова точка) відкриває вікно з піктограмами для визначення початкової точки штрихування (рис. 3.124).



Рис. 3.124. Варіанти початкової точки

Застосування даного засобу доцільне, наприклад, на складальному кресленнику, коли необхідно зробити зсув для штрихування суміжних деталей. За замовчуванням розглянуті точки відповідають початку поточної системи координат.

Панель Options (опції) зображена на рис. 3.125.

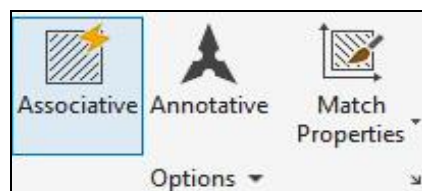


Рис. 3.125. Меню Options

Кнопка Associative – вмикання асоціативності, тобто прив'язування до контуру. При змінюванні останнього автоматично оновлюється штрихування (рис. 3.126, а), інакше – ні (рис. 3.126, б).

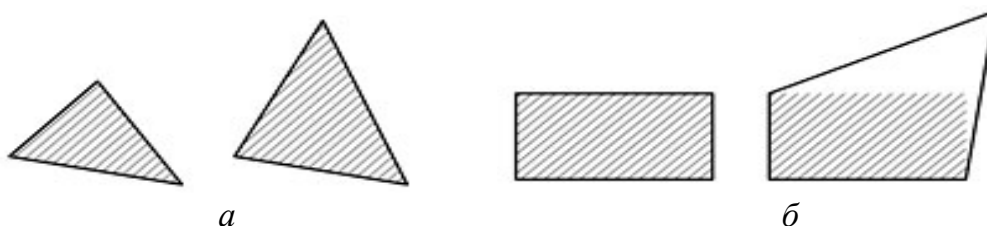


Рис. 3.126. Штрихування:  
а – асоціативне; б – неасоціативне

Кнопка **Annotative** – встановлює адаптацію штрихування до змінювання масштабу видового екрану.

Кнопка **Match Properties** – забезпечує штрихування на основі наявного у кресленнику за виключенням початкової точки.

У нижньому правому куті панелі **Options** розташована кнопка у вигляді стрілки, за допомогою якої відкривається діалогове вікно **Hatch and Gradient** (рис. 3.127).

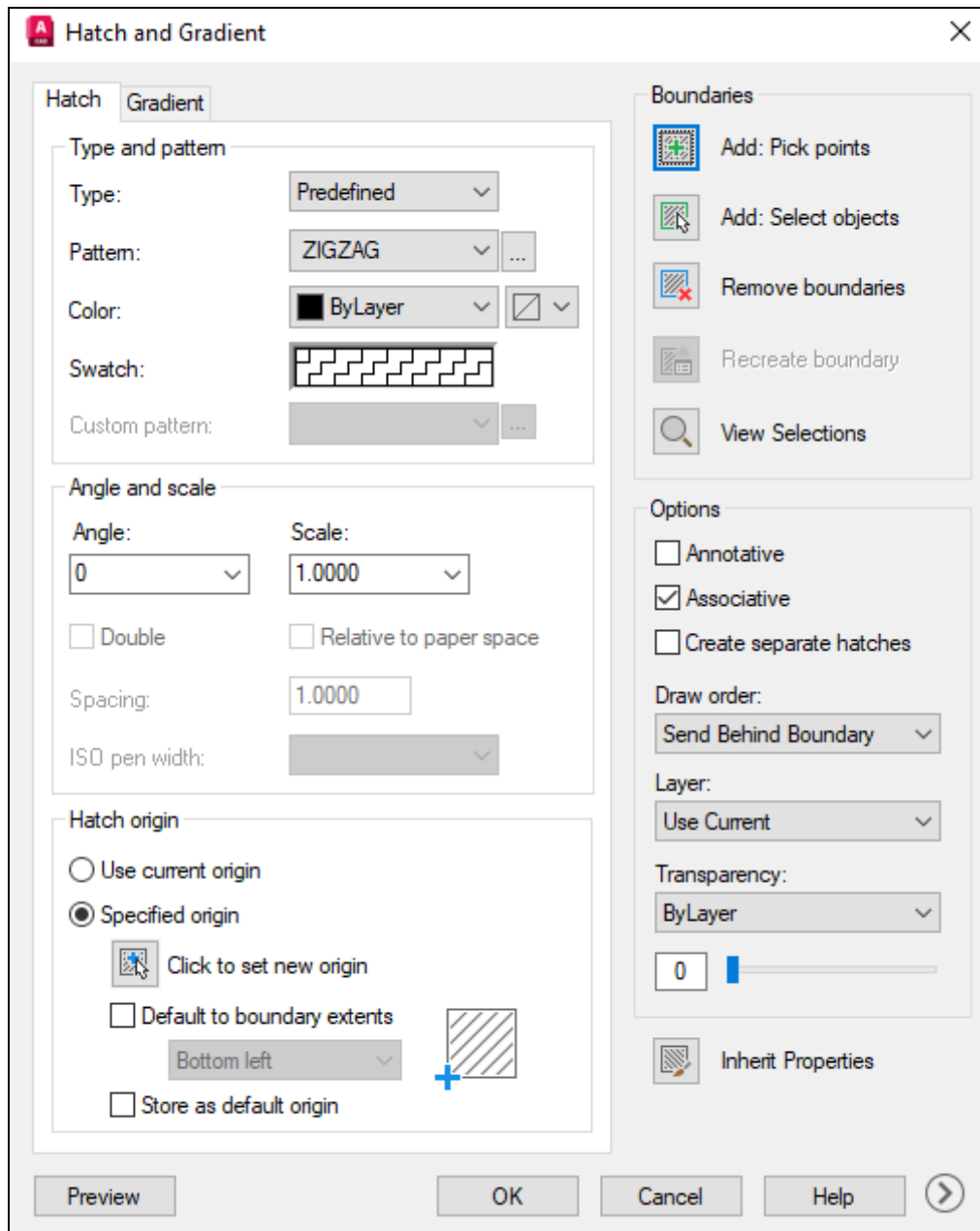


Рис. 3.127. Вікно Hatch and Gradient

При натисканні трикутника біля назви панелі **Options** відкривається спадне меню (рис. 3.128). У верхньому полі **Gap Tolerance** встановлюється

максимальна величина відстаней між елементами, продовження яких дозволяє отримати замкнений контур. За замовчуванням даний допуск дорівнює нулю, що означає вимогу повної неперервності контуру для виконання штрихування (рис. 3.129).

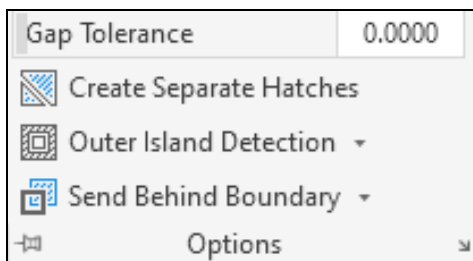


Рис. 3.128. Управління вибором контурів штрихування

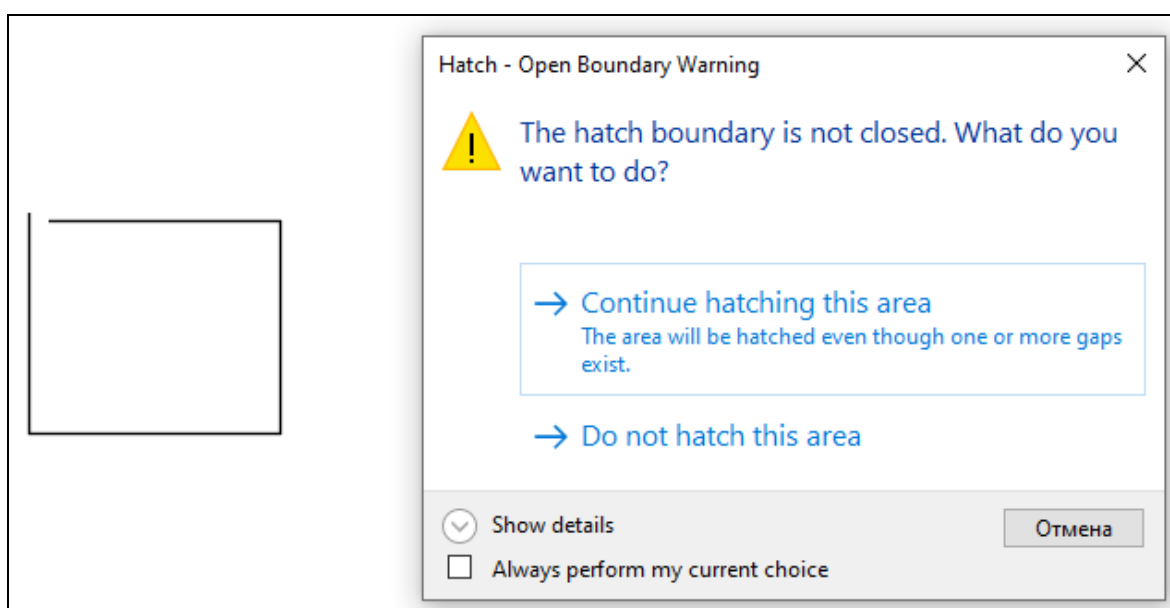


Рис. 3.129. Попередження про розриви контуру

Можна встановити значення допуску більше ніж нуль, після чого будуть заштриховані й незамкнені області з розривами, див. рис. 3.130.

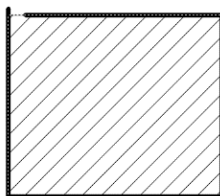


Рис. 3.130. Штрихування з додатним допуском замкненості

Кнопка *Create Separate Hatches* включає режим створення окремих заштрихованих областей, що не об'єднуються та редагуються окремо.

Опція Outer Island Detection відкриває меню, в якому представлені варіанти штрихування контурів із внутрішніми замкненими областями, тобто «острівцями» (рис. 3.131).

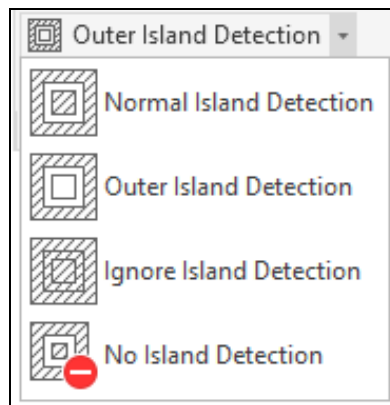


Рис. 3.131. Вибір штрихування при наявності «острівців»

Кнопка Send Behind Boundary дозволяє встановити порядок розташування штрихування відносно контуру та інших елементів кресленника (за контуром або перед ним, на передньому чи задньому плані), див. рис. 3.132.

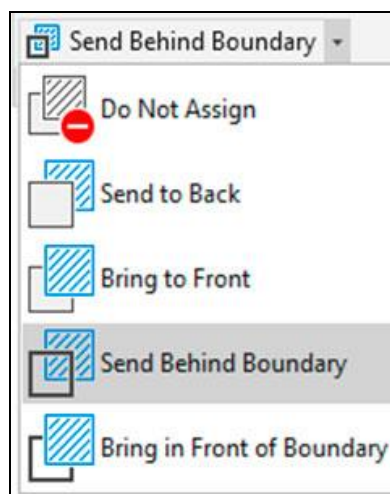


Рис. 3.132. Різновиди розміщення штрихування

Для згортання панелі Hatch Creation передбачена остання з правого боку кнопка Close Hatch Creation.

#### 3.3.15.4. Приклад побудови проєкційного кресленника

Відомо, що проєкційне креслення широко використовується при створенні технічної документації. Належні засоби побудов наведено в цьому пункті вище.

Перед виконанням кресленика потрібно:

- з'ясувати, з яких форм складається опрацьовувана геометрична модель;
- встановити головний вид, що дає найповніше уявлення про дану деталь;
- визначити мінімальну потрібну кількість видів та розрізів.

Для отримання необхідних навичок створення проєкційних креслеників нижче подається виконання трьох основних видів із розрізами. Варіанти індивідуальних завдань містяться в додатку Б.2.

Нехай фігура моделювання має показаний на рис. 3.133 вигляд. Треба сформулювати необхідні види та розрізи деталі. При побудові застосувати сфери, полярне та об'єктне відстеження, нанести розміри.

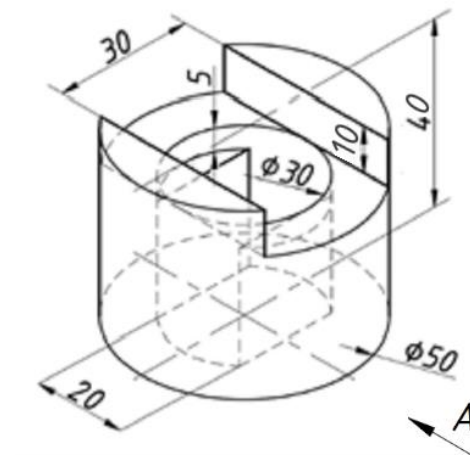


Рис. 3.133. Модельований виріб

#### *Послідовність побудов*

1. Проаналізувати деталь, що має циліндричні поверхні, наскрізний паз та вертикальний отвір ступінчатої форми. Остання у верхній частині кругова циліндрична, а нижче додатково містить плоскі вертикальні грані.

2. Відкрити файл-шаблон, зміст якого, припустимо, аналогічний проаналізованому у підпунктах 3.3.13.1 та 3.3.13.2. Додати шар hatch для штрихування. Зберегти файл із назвою «Види та розрізи прості».

3. Кресленик виконати у просторі моделі в масштабі 1:1.

4. Встановити поточний шар осі, побудувати осі за допомогою команди Xline (рис. 3.134).

5. Командою Circle накреслити зовнішнє коло 1 (діаметр 50 мм) та внутрішнє коло 2 (діаметр 30 мм) із центром у перетині осей. Командою

Offset побудувати вертикальні (3) й горизонтальні (4) лінії зі зміщенням відносно вертикальної та горизонтальної осей. Редагувати за допомогою Trim.

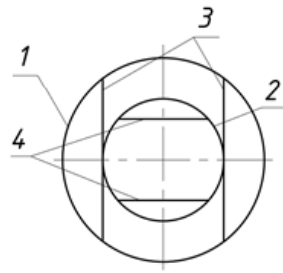





Рис. 3.134. Вид зверху

6. Головний вид сформувати у проєкційному зв'язку з видом зверху. Для цього застосувати допоміжні режими креслення  Polar Tracking,  Osnap,  Object Snap Tracking, які активізуються належними кнопками рядка стану. Активувати потрібні прив'язки: endpoint – кінцева точка, intersection – перетин двох об'єктів.

7. Командою Line побудувати контур головного виду (рис. 3.135) у проєкційному зв'язку з видом зверху.

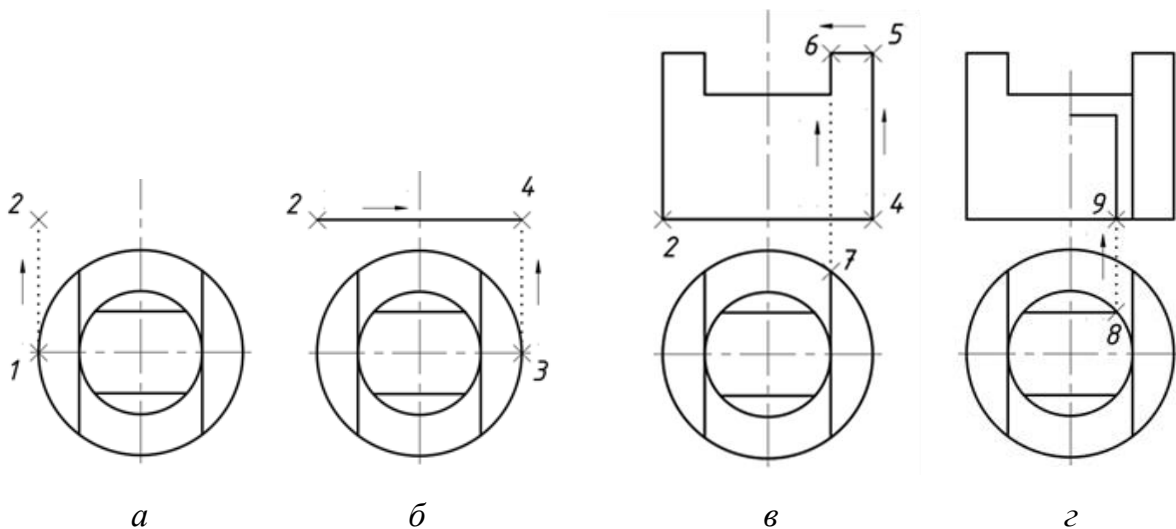


Рис. 3.135. Послідовність створення головного виду

Для цього після введення команди підвести курсор до точки 1 та утримувати до появи маркера прив'язки. Далі вести курсор угору. З'явиться тимчасова допоміжна нескінченна пряма, яка відстежує точку 1 об'єкта (рис. 3.135, а). Натиснувши ліву клавішу миші, отримати на цій прямій точку 2. Розташувати види потрібно достатньо близько один до одного, тоді легше буде виконувати відстеження.

Відвести від точки 2 курсор вправо й, після появи лінії відстеження, перемістити його до точки 3 (рис. 3.135, б). Коли з'явиться маркер прив'язки, почати вести курсор угору. Продовжити до того як лінії відстеження перетнуться в точці 4, натиснути ліву кнопку миші.

Вказати вертикальний напрям та побудувати відрізок від точки 4 до точки 5 (рис. 3.135, в). Відвести курсор від точки 5 вліво й, після появи лінії відстеження, перемістити його до точки 7. Коли з'явиться маркер прив'язки, почати вести курсор угору. Рухати до того моменту, коли лінії відстеження від точок 7 та 5 перетнуться в точці 6, натиснути ліву кнопку миші. Схожим чином визначити точки для побудови інших прямих.

Сформувати внутрішній контур (рис. 3.135, г) шляхом відстеження точки 9 за точкою 8.

8. Вид зліва накреслити у проєкційному зв'язку з головним видом і видом зверху. Для цього створити сталу кресленика (рис. 3.136, а).

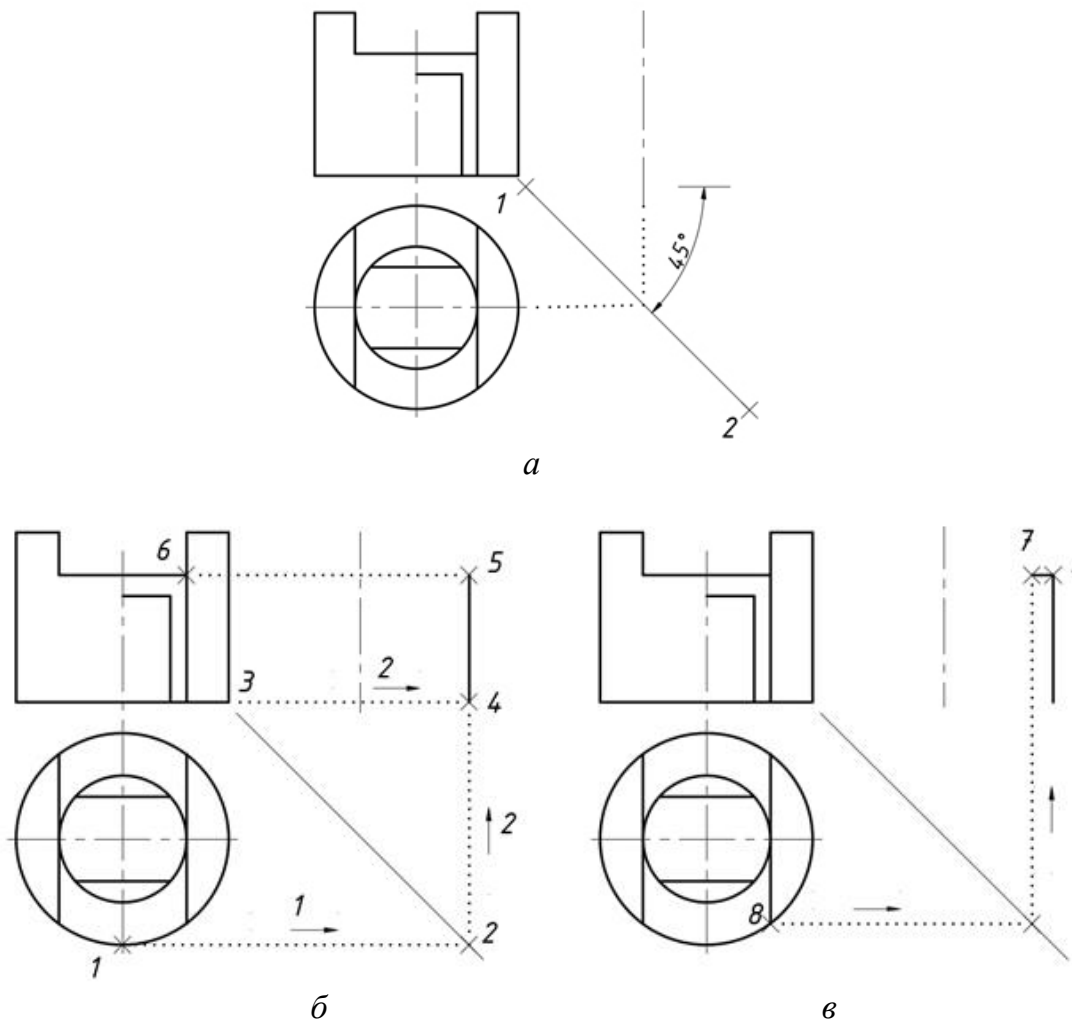


Рис. 3.136. Побудова виду зліва у проєкційному зв'язку з двома іншими видами



Її рекомендується розміщувати на допоміжному шарі, який можна вимикати, коли стала кресленника не потрібна. Для створення сталої кресленника застосувати команду Line. Визначити точку 1 як можна ближче до наявних проєкцій і, при ввімкненому режимі кутової прив'язки, провести лінію під кутом  $-45^{\circ}$ . Через перетин горизонтальної осі симетрії виду зверху та сталої кресленника побудувати вертикальну вісь симетрії виду зліва, зробивши поточним шар осі.

Формувати вид зліва почати із зовнішнього контуру. Перевірити встановлені об'єктні прив'язки. У нашому випадку необхідно активувати endpoint, intersection, quadrant. Після введення команди Line відстежити точку 1 горизонтальною лінією в напрямі сталої кресленника (рис. 3.136, б). З клавіатури ввести ttp, тобто temporary track point (тимчасова точка відстеження). Коли курсор досягне сталої кресленника в тимчасовій точці 2 (стрілка 1), і з'явиться маркер у вигляді перехрестя, натиснути ліву кнопку миші. Змінити напрям лінії відстеження на вертикальний (стрілка 2). Повернути курсор у точку 3 й почати переміщувати його вправо. З'явиться горизонтальна лінія відстеження від точки 3 (стрілка 2). На перетині цієї лінії та отриманої раніш вертикальної прямої від точки 2 фіксувати точку 4. Далі визначити точку 5, відстежуючи точку 6. Побудувати точку 7, на основі точки 8 (рис. 3.136, в). Отримавши подібним чином половину зображення, віддзеркалити його відносно осі симетрії за допомогою команди Mirror (рис. 3.137).

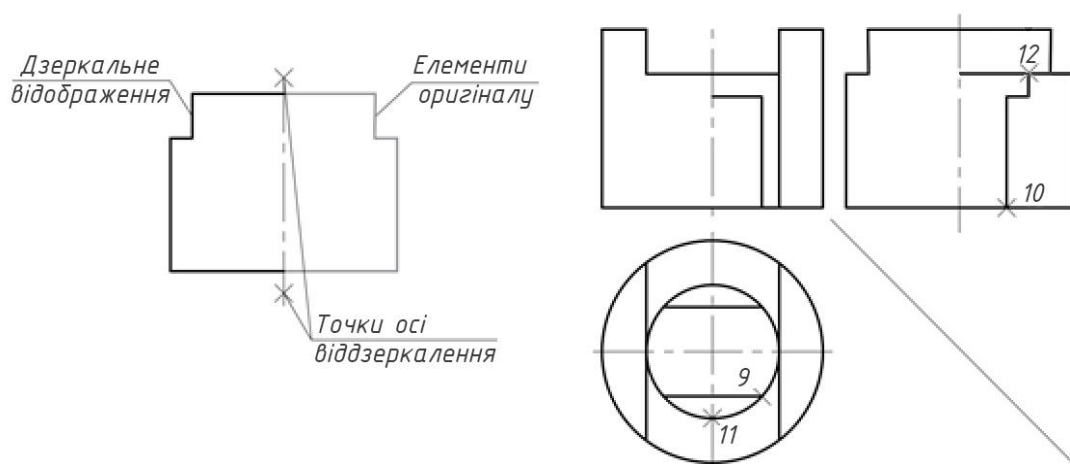


Рис. 3.137. Використання команди Mirror

Формування ліній внутрішнього контуру в частині, де буде показано розріз, здійснити аналогічно розглянутому. Тобто за допомогою відстеження точки 10 на основі точки 9, точки 12 із застосуванням точки 11.

9. Виконати штрихування на зображенні розрізу. Для цього встановити поточний шар hatch. Визначити належну область на головному виді (рис. 3.138) та потрібний стиль (необхідний зразок, кут, відстань між лініями). Штрихування на різних зображеннях рекомендується здійснювати окремо для спрощення подальшого редагування.

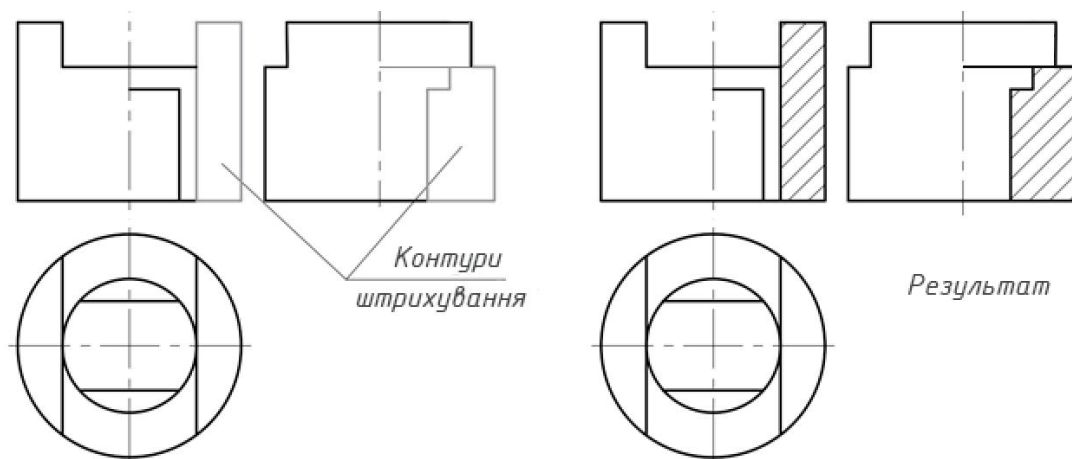


Рис. 3.138. Штрихування на розрізах

10. Нанести розміри.

11. Оформити кресленик у просторі аркуша з використанням масштабу 2:1 (рис. 3.139).

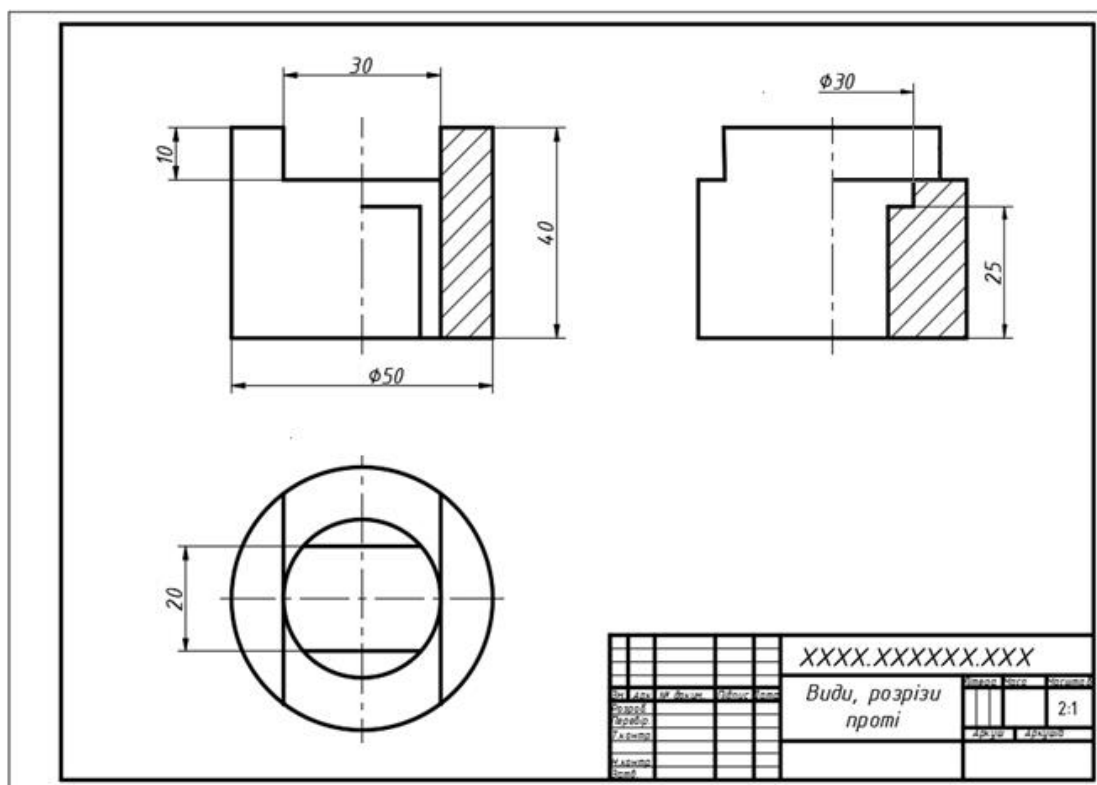


Рис. 3.139. Розроблений кресленик

### 3.4. Твердотільне моделювання

Комп'ютерне твердотільне моделювання становить подальший розвиток двовимірного автоматизованого формоутворення. При цьому розроблювані геометричні об'єкти характеризуються своєю високою реалістичністю, зручністю для проведення різноманітних наукових і прикладних досліджень, іншими перевагами. Попередньо отримані знання та навички стануть у нагоді далі під час опанування зазначеного навчального матеріалу.

#### 3.4.1. Робочий простір 3D моделювання

Для опрацювання тривимірних геометричних фігур в AutoCAD передбачений простір 3D моделювання. При перемиканні в рядку стану на необхідний робоче середовище змінюються вкладки стрічки, див. рис. 3.140), інструменти панелей якої будуть подані далі.

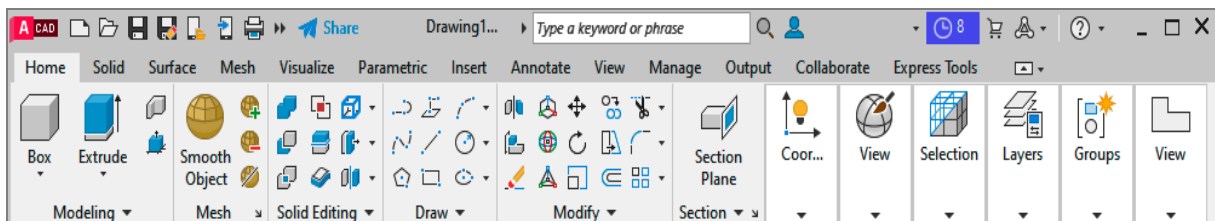


Рис. 3.140. Видгляд стрічки в робочому просторі 3D Modeling

Зауважимо, що графічна область для 2D формоутворення, яка була розглянута раніш, є окремим випадком графічної області 3D моделювання, оскільки вісь Z у даному разі спрямована перпендикулярно екрану. Якщо повернути останній (Shift + колесо миші), то вісь Z стане видимою, а наявні зображення лежатимуть у площині XY.

#### 3.4.2. Засоби управління видовими екранами

Засоби управління відображаються в лівому верхньому куті видового екрана (рис. 3.141), дозволяють легко змінювати види, візуальні стилі та інші параметри.

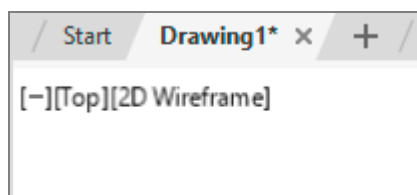


Рис. 3.141. Засоби управління видовим екраном

При натисканні на кнопку +/- з'являється меню, в якому можна налаштувати незалежні видові екрани, відкривши список конфігурацій Viewport Configuration List (рис. 3.142). При встановленні більше одного екрана рядок управління буде повторюватись у кожному з них, дозволяючи налаштувати кожен екран окремо.

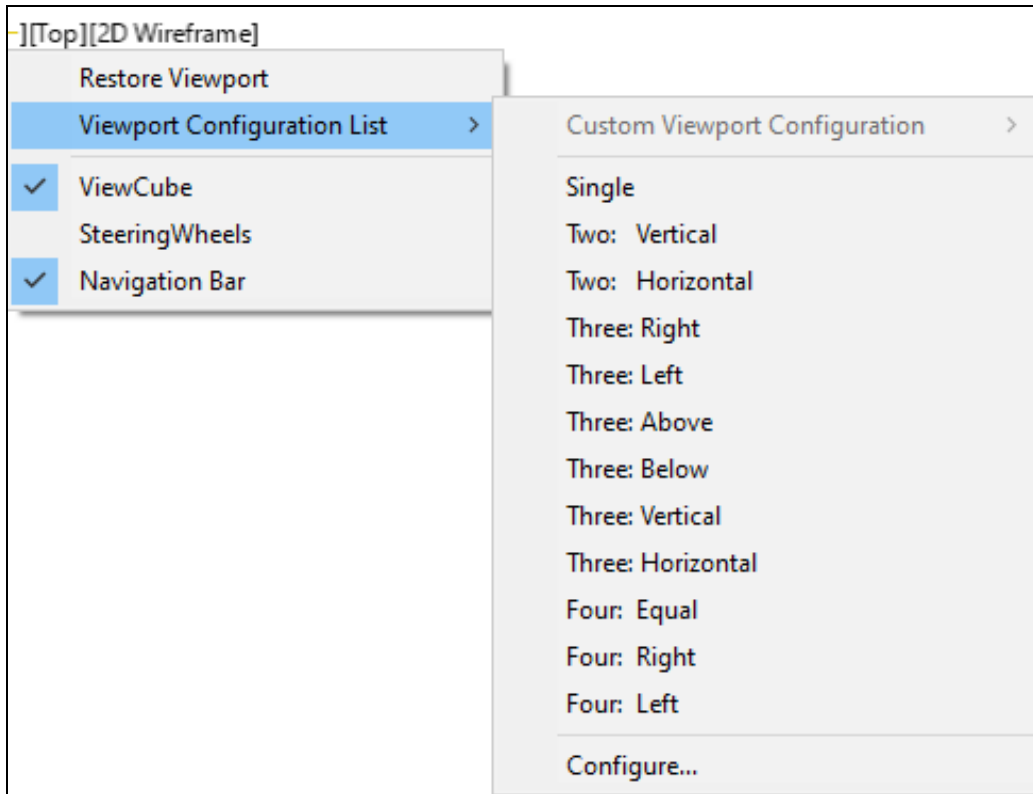


Рис. 3.142. Список конфігурацій видових екранів

Кнопка **[Top]** (за замовчуванням) відображає поточний вид моделі на зазначеному екрані. За допомогою неї розкривається список видів, в тому числі й аксонометричних, а також способів їх отримання: паралельним проєкціюванням або перспективою (рис. 3.143).

Якщо встановлено кілька видових екранів (максимум 4), то в кожному з них можна налаштувати зображення певного вигляду. Для активації екрана достатньо навести курсор на нього й натиснути ліву клавішу миші. Межа активного екрана виділяється синім кольором (рис. 3.144).

Кнопка **2D Wireframe** відображає поточний тип візуалізації (за замовчуванням каркас). Натисканням на неї відкривається список запропонованих системою стилів, з якого обирається бажаний (рис. 3.145). За допомогою Visual Styles Manager забезпечується доступ до менеджера візуальних стилів.

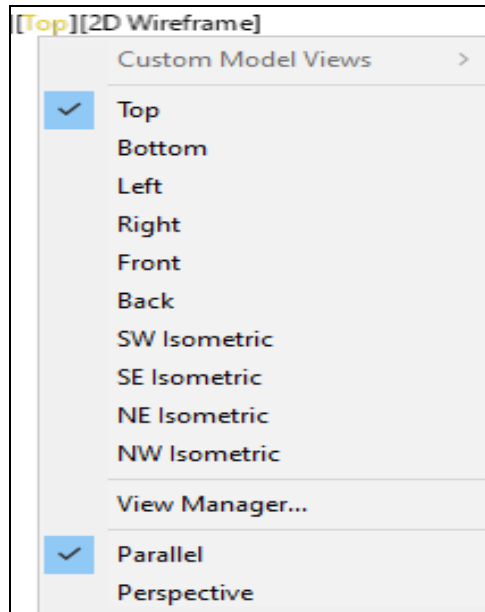


Рис. 3.143. Список видів для встановлення в активному видовому екрані

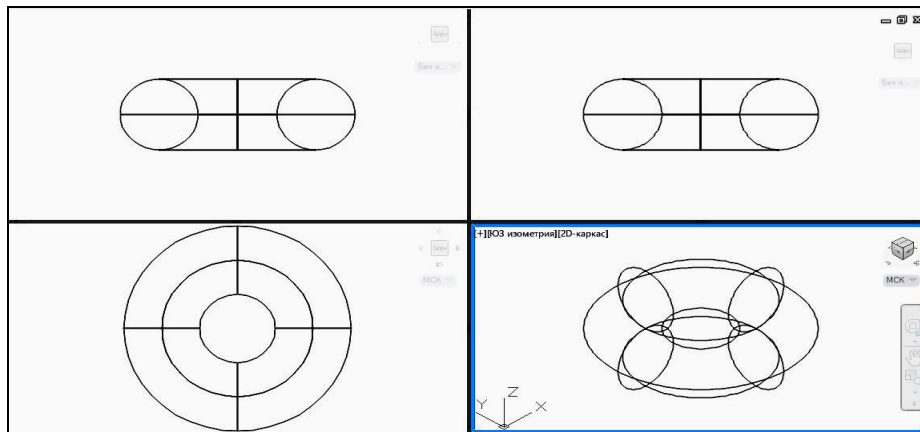


Рис. 3.144. Приклад конфігурації з чотирьох видових екранів із налаштованими зображеннями

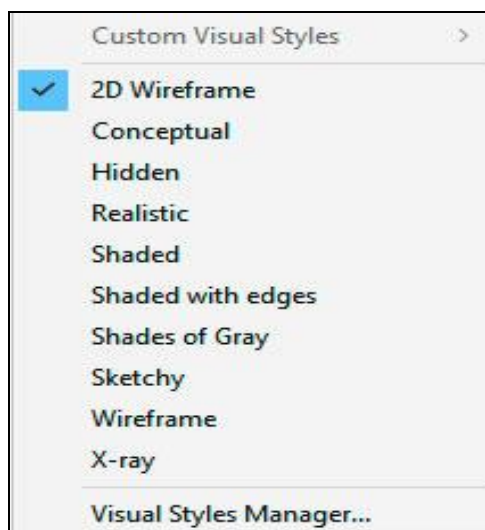


Рис. 3.145. Список візуальних стилів

### 3.4.3. Видовий куб

Видовий куб – це спеціальний засіб особливої форми (рис. 3.146), що, як правило, постійно знаходиться на екрані у правому верхньому куті. При необхідності його можна видалити (а потім знову відновити) за допомогою пункту ViewCube меню [-/+], налаштувань управління відображенням інструментів навігації (рис. 3.147).

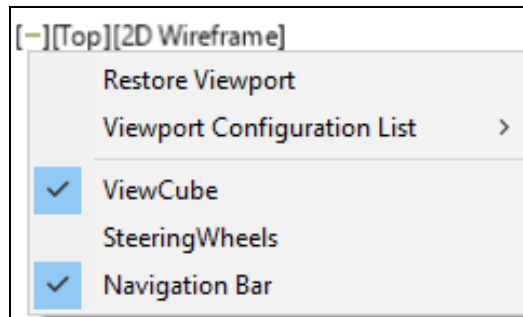


Рис. 3.146. Видовий куб

Рис. 3.147. Вмикання або вимикання ViewCube

Кожна складова видового куба має певне призначення і працює при натисканні мишею на ній:

*грань* – вибір основних ортогональних видів (зліва, спереду, зверху і т. д.);

*ребро* – активування виду, який є проміжним між основними видами;

*вершина* – обрання стандартного ізометричного виду.

### 3.4.4. Тривимірні координати

3D координати, як і 2D, визначаються в абсолютних (вимірних від початку координат) та відносних (вимірних від останньої застосованої точки) величинах. Для фігур у 3D просторі застосовуються декартові, циліндричні та сферичні координати.

*Декартові* вказують на розташування за допомогою трьох координатних напрямів X, Y, Z, використовуються аналогічно двовимірним у форматі: X, Y, Z.

*Циліндричні* відповідають полярним 2D простору з додаванням координати Z.

*Сферичні* визначаються відстанню від початку координат, кутом радіус-вектора до осі X у площині XY та кутом його нахилу до останньої.

### 3.4.5. Управління системою координат

WCS (світова система координат) – це фіксовані декартові координати. Усі інші є User Coordinate System (UCS), тобто системами координат користувача. Поточна UCS активна, бо визначає робочу площину XY для моделювання та напрям осі Z.

Для створення нової або змінювання поточної UCS у просторі 3D Modeling використовується наступна послідовність.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів COORDINATES.

Відповідне меню ілюструє рис. 3.148.

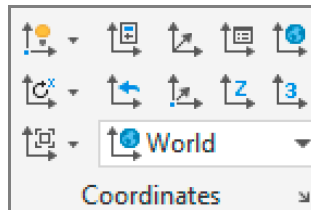




Рис. 3.148. Панель інструментів Coordinates

Доступні такі засоби:


 – керування вмиканням або вимиканням та розміщенням позначки UCS;

 – налаштування стилю UCS;

 – управління UCS;


 – керування іменованими UCS;


 – світова система координат;

 – обертання UCS навколо осі X, у спадному списку наявний доступ до обертання навколо осі Y та Z;

 – відновлення попередньої UCS;

 – створення UCS із визначенням нового початку координат;

 – вирівнювання UCS за додатним напрямом осі Z;

 – визначення нової UCS трьома точками: початковою, на додатному напрямі осі X та Y;

вирівнювання площини XY UCS за:

 – площиною екрана;

 – вказаним об'єктом;

 – гранню твердого тіла.

### 3.4.6. Керування візуалізацією геометричних об'єктів

В AutoCAD передбачені візуальні стилі, тобто способи відображення моделі, визначені певними параметрами. За замовчуванням тривимірні об'єкти візуалізуються каркасом. Однак це, особливо у випадку складної геометричної форми, не забезпечує необхідної наочності.

У робочому просторі 3D Modeling вкладка Home стрічки містить панель інструментів View з полем візуальних стилів та спадним меню (рис. 3.149).

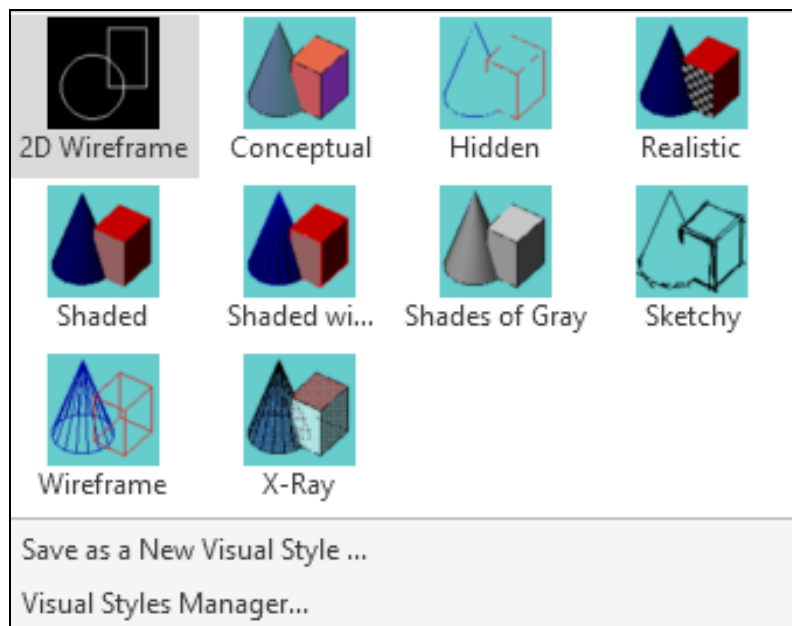


Рис. 3.149. Спадне меню візуальних стилів

2D Wireframe – моделювання фігур за допомогою ліній. Цей стиль оптимізований для 2D креслення з високою якістю.

Conceptual – об'єкти відтворюються тонуванням із плавними переходами між холодними та теплими тонами.

Hidden – фігури подаються в каркасному вигляді. Лінії, що належать до невидимих граней, не відображаються.

Realistic, Shaded, Shaded with edges, Shades of Gray – візуалізація за допомогою тонування з урахуванням відповідно матеріалів, плавними переходами, видимими ребрами, відтінками сірого кольору.

Sketchy – показ об'єктів з ефектом малювання від руки.

Wireframe – 3D фігури відтворюються за допомогою ліній.

X-Ray – напівпрозора візуалізація.



Обраний візуальний стиль застосовується до поточного видового екрана. У кінці списку стилів розташована кнопка Visual Styles Manager для відкриття диспетчера стилів (рис. 3.150), що містить доступні зразки та їх властивості.

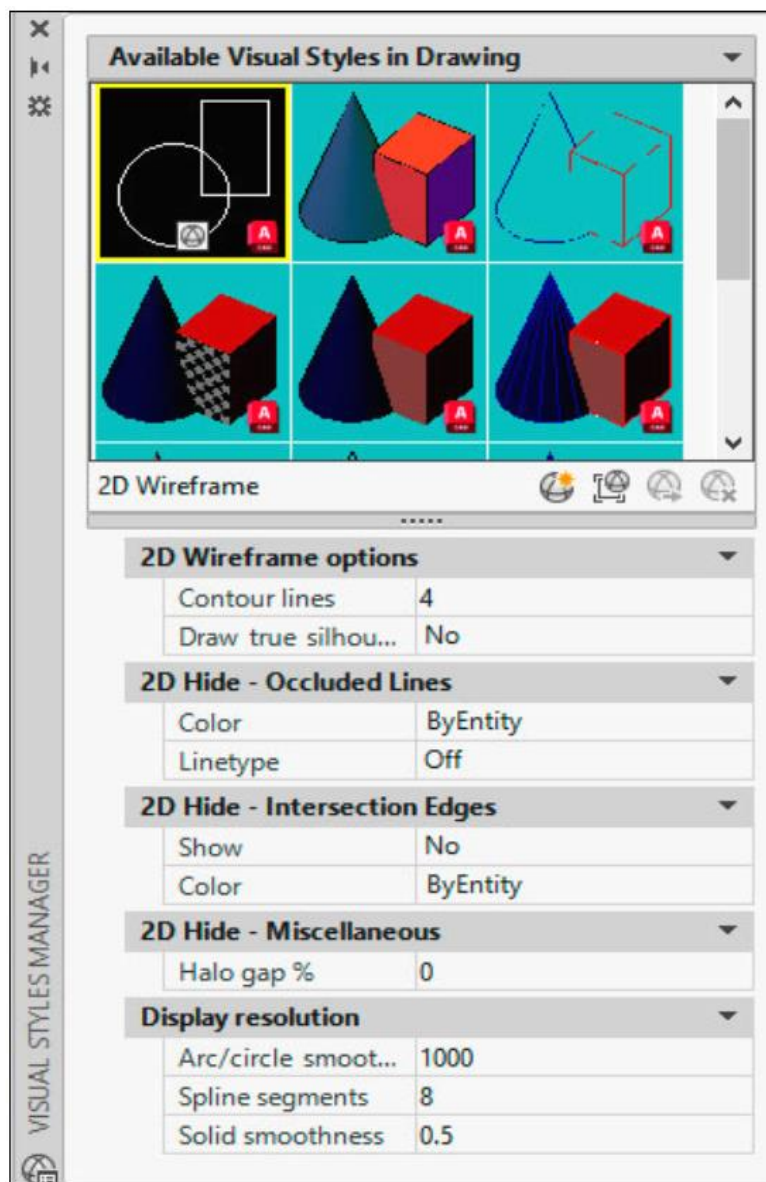


Рис. 3.150. Менеджер візуальних стилів

Змінюючи зазначені параметри, можна сформувати новий потрібний стиль візуалізації.

### 3.4.7. Створення примітивів

Команди для моделювання твердотільних об'єктів розташовані в робочому середовищі 3D Modeling на вкладці Solid стрічки (рис. 3.151).

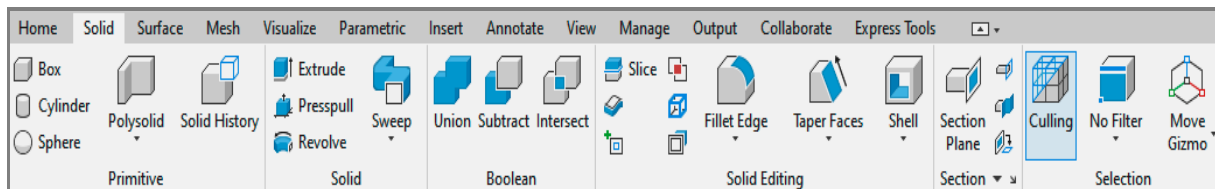


Рис. 3.151. Панелі інструментів вкладки Solid

Розглянемо далі засоби для побудови деяких 3D примітивів.

#### 3.4.7.1. *Box (паралелепіпед)*

Дана команда створює твердотільний об'єкт у вигляді прямокутного паралелепіпеда, основа якого паралельна площині XY поточної системи координат (рис. 3.152).

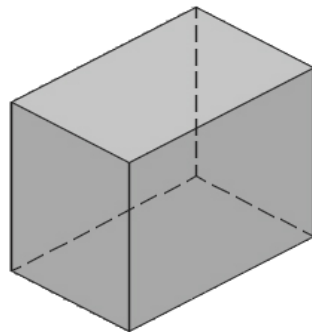



Рис. 3.152. Паралелепіпед

Доступ до відповідних побудов здійснюється так.

Стрічка → вкладка SOLID → панель інструментів PRIMITIVE → команда  BOX.

*Command: BOX*

*Specify first corner or [Center]:* – вказати першу вершину паралелепіпеда;

*Specify other corner or [Cube/Length]:* – визначити іншу вершину.

Опція Center – побудова паралелепіпеда за центром основи, її вершині та висоті.

*Specify center:* – визначити центр основи;

*Specify corner or [Cube/Length]:* – вказати вершину основи або обрати опцію;


*Specify height or [2Point] <>:* – ввести величину висоти або визначити її двома точками.

Опція Cube – побудова куба з вказаною довжиною ребра.

Опція Length забезпечує моделювання паралелепіпеда за певною величиною довжини ребра основи, паралельного осі X поточної системи координат, шириною Width, паралельною осі Y, та висотою, яка може бути визначена числом або двома точками.

#### 3.4.7.2. Cylinder (циліндр)

Дана команда призначена для побудови кругового або еліптичного циліндра. Доступ до неї забезпечується послідовністю.

Стрічка → вкладка SOLID → панель інструментів PRIMITIVE → команда  CYLINDER.

*Command: CYLINDER*

*Specify center point of base or [3P/2P/Ttr/Elliptical]:* – вказати центральну точку основи циліндра;

*Specify base radius or [Diameter] <>:* – визначити радіус або діаметр.

Опція 3P – побудова основи циліндра за трьома точками, які належать колу основи.

Опція 2P – визначення основи циліндра двома протилежними точками діаметра.

Опція Ttr – моделювання основи циліндра за двома об'єктами дотику в її площині та радіусом.

Після дефініції основи циліндра за допомогою однієї з розглянутих вище опцій, програма робить запит висоти:

*Specify height or [2Point/Axis endpoint] <>:* – ввести величину висоти або обрати опцію.

Опція 2Point – вказати висоту двома точками.

Опція Axis endpoint – визначити другу кінцеву точку осі циліндра. Ця опція дозволяє змінювати кут його нахилу до площини XY (рис. 3.153).

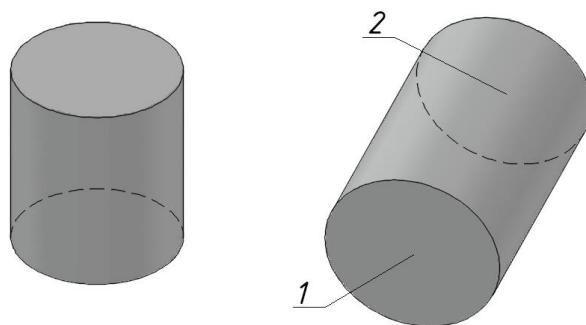


Рис. 3.153. Визначення висоти й нахилу циліндра кінцевими точками 1 та 2 осі

Опція Elliptical – створення еліптичного циліндра. При її виборі слідує запити для побудови основи у вигляді еліпса та висоти циліндра.

### 3.4.7.3. Cone (конус)

Ця команда слугує для формування повного, зрізаного та нахилоного конуса, в основі якого лежить коло або еліпс (рис. 3.154).

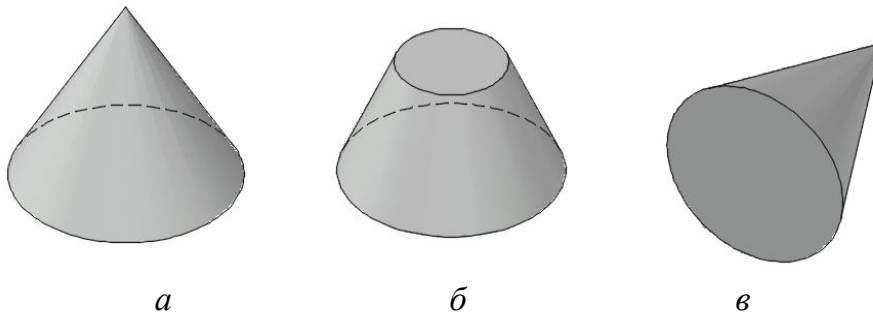



Рис. 3.155. Конуси, сформовані командою Cone:  
*a* – повний прямий; *б* – зрізаний прямий; *в* – повний похилий

Її виклик реалізується наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  CONE.

Застосовувані опції як при побудові циліндра. Додатково визначається радіус верхньої основи зрізаного конуса.

*Command: CONE*

*Specify center point of base or [3P/2P/Tr/Elliptical]:*

*Specify base radius or [Diameter] <>:*


*Specify height or 2Point/Axis endpoint/Top radius] <>:T*

*Specify top radius <...>:* – визначення радіуса верхньої основи зрізаного конуса;

*Specify height or [2Point/Axis endpoint] <>:*

### 3.4.7.4. Sphere (куля)

Команда моделювання кулі за її центром та значенням радіуса або діаметра, за трьома точками на поверхні, за двома кінцями діаметра, а також за точками дотику до двох 2D об'єктів та радіусом (рис. 3.156). Запуск команди здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  SPHERE.

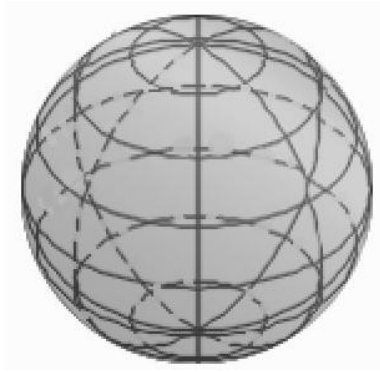


Рис. 3.156. Модель кулі

*Command: SPHERE*

*Specify center point or [3P/2P/Ttr]:* – визначення центра кулі або вибір опції. Після дефініції центра програма запитує радіус або діаметр.

*Specify radius or [Diameter] <>:* – введення радіуса або вибір опції Diameter.

Опція 3P – побудова кулі за трьома точками на її поверхні.

*Specify center point or [3P/2P/Ttr]: 3P*

*Specify first point:* – перша точка;

*Specify second point:* – друга точка;

*Specify third point:* – третя точка.

Опція 2P – формування кулі за кінцями її діаметра.

*Specify center point or [3P/2P/Ttr]: 2P*

*Specify first end point of diameter:* – перша точка;

*Specify second end point of diameter:* – друга точка.

Опція Ttr – створення кулі за двома фігурами дотикання та величиною радіуса.

*Specify center point or [3P/2P/Ttr]: T*

*Specify point on object for first tangent:* – перший об'єкт;

*Specify point on object for second tangent:* – друга фігура;

*Specify radius of circle <>:* – потрібний радіус.

#### 3.4.7.5. Pyramid (піраміда)

Дана команда дозволяє будувати, див. рис. 3.157, правильні піраміди за центром їх основ, радіусом (діаметром) описаного або вписаного кола основ та висотою. Для отримання зрізаної піраміди існує опція з додатковим запитом радіуса кола, описаного навколо другої основи.

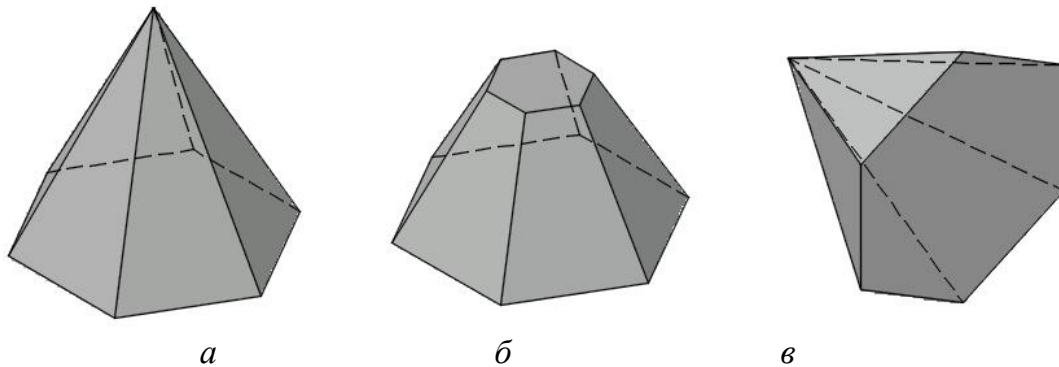



Рис. 3.157. Піраміди, сформовані командою Pyramid:  
*a* – повна пряма; *б* – зрізана пряма; *в* – повна похила

Доступ до команди виконується послідовністю.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  PYRAMID.

*Command: PYRAMID*

*4 sides Circumscribed* – повідомлення про поточну дефініцію багатокутника основи;

*Specify center point of base or [Edge/Sides]:* – визначення центра основи;

*Specify base radius or [Inscribed] <>:* – величина радіуса вписаного кола.

Опція *Edge* – побудова основи за довжиною сторони багатокутника, яка вказується числом або двома точками.


Опція *Sides* – введення кількості сторін основи.

*Specify height or [2Point/Axis endpoint/Top radius] <>:* – опції аналогічні розглянутим вище для команди *Cone*.

#### 3.4.7.6. *Wedge* (клин)

Ця команда створює клин із ребрами, паралельними осям X, Y та Z поточної системи координат. Застосовувані опції відповідають запитам проаналізованої команди *BOX*. При побудові клина потрібно враховувати, що його основа паралельна площині XY, а похила грань розташовується напроти першого вказаного кута основи. Висота клина паралельна осі Z, див. рис. 3.158.

Виклик належних засобів здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  WEDGE.

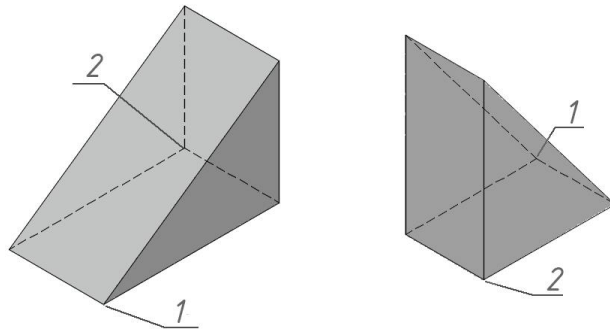


Рис. 3.158. Форма клина залежно від послідовності визначення вершин основи

*Command: WEDGE*

*Specify first corner or [Center]:* – визначення першої вершини основи або вибір опції.

Опція *Center* – побудова основи клина за центром та однієї з вершин прямокутника.

*Specify center:* – дефініція центра основи;

*Specify corner or [Cube/Length]:* – визначення однієї з вершин прямокутника основи або вибір опції;


*Specify height or [2Point] <>:* – введення величини висоти клина або вибір опції *2Point* для визначення висоти двома точками.

Опція *Cube* – побудова клина з однаковими за довжиною ребрами.

Опція *Length* – моделювання клина за довжиною й шириною основи та висотою.

#### 3.4.7.7. Torus (тор)

Створення твердотільної фігури у формі тора (рис. 3.159) реалізується наступною командою.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  TORUS.

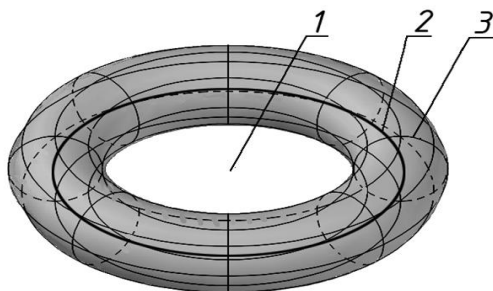


Рис. 3.159. Формування елементів тора:  
1 – центр; 2 – діаметр лінії центрів твірних; 3 – твірна

*Command: TORUS*


*Specify center point or [3P/2P/Ttr]:* – визначення центра тора або вибір опції, опис яких див. підпункт 3.4.7.2;

*Specify radius or [Diameter] <>:* – радіус або діаметр лінії центрів твірних;

*Specify tube radius or [2Point/Diameter]:* – радіус твірного кола або вибір опції для його визначення.

### **3.4.8. Проекційні види тривимірного об'єкта у просторі аркуша**

Генерування проєкційних видів 3D моделей у просторі аркуша виконується командою VIEWBASE, запуск якої здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → права панель View → меню BASE →  FROM MODEL SPASE.

*Command: VIEWBASE*

*Specify model source [Model space/File] <Model space>:* – вказати де знаходиться 3D об'єкт для опрацювання: у просторі даної моделі чи в іншому файлі;

*Select objects or [Entire model] <Entire model>:* – обрати окремі фігури або всі наявні;

*Enter new or existing layout name to make current or [?] <Layout1>:* – ввести назву аркуша або прийняти запропонований у трикутних дужках, натиснувши клавішу Enter.

Після цього виконується перехід до простору вказаного аркуша. Запити програми вже стосуються налаштування видів:

*Specify location of base view or [Type/sElect/Orientation/Hidden lines/Scale/Visibility] <Type>:* – визначити розміщення головного (базового) зображення, вказавши точку на аркуші, або обрати потрібну опцію.

Опція Type – встановлення кількості зображень на аркуші: тільки головний вид чи також інші необхідні види у проєкційному зв'язку з базовим.

*Enter a view creation option [Base only/base and Projected] <Base and Projected>: B*

Опція Select – забезпечує змінювання опрацьовуваного набору 3D об'єктів для відображення на аркуші.

*Select objects to add or [Remove/Entire model/LAYout] <return to layout>:* – дефініція у просторі моделі фігур для додавання на аркуш або обрання потрібної опції (Remove – видалення вказаних елементів із набору



для відображення у просторі аркуша; Entire model – обрання всіх наявних 3D моделей; Layout – повернення у простір аркуша).

Опція Orientation – визначення напрямку проєкції.

*Select orientation [Current/Top/Bottom/Left/Right/Front/Back/SW iso/SE iso/NE iso/NW iso] <Front>*: – дефініція проєкції (Current – поточний вид у просторі моделі; вид Top – зверху; Bottom – знизу; Left – зліва; Right – справа; Back – ззаду; SW iso, SE iso, NE iso, NW iso – ізометричні проєкції, де напрями проєкціювання позначаються за сторонами світу, тобто S – південь, W – захід, N – північ, E – схід).

Опція Hidden lines – регулювання видимості ліній та тонування зображення.

*Select style [Visible lines/Visible and hidden lines/Shaded with visible lines/SHaded with visible and hidden lines] <Visible and hidden lines>*: – обрання стилю відображення виду (Visible lines – видимі лінії; Visible and hidden lines – видимі та сховані лінії; Shaded with visible lines – тонування з видимими лініями; Shaded with visible and hidden lines – тонування з видимими та схованими лініями).

Опція Scale – встановлення масштабу зображення:

*Enter scale <>*: – ввести потрібний масштаб.

Опція Visibility – визначення видимості ребер перетину, дотику та ін.

Редагування видів у просторі аркуша стає доступним після подвійного натискання лівою клавішею миші на зображенні. Відповідні команди виводяться на стрічку (рис. 3.160).

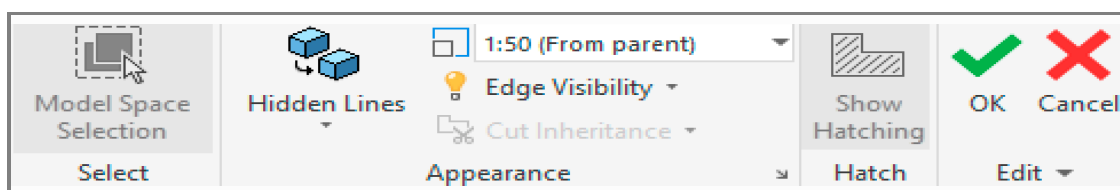


Рис. 3.160. Панель модифікації видів

Як видно з наведеного рисунка, на стрічці розташовані деякі опції команди Viewbase, зокрема, візуалізації та масштабу.

### 3.4.9. 3D примітиви та розроблення їх креслеників

Даний приклад сприяє отриманню навичок щодо побудови комп'ютерних тривимірних фігур і розроблення їх креслеників. Належні варіанти індивідуальних завдань подано в додатку Б.3.

Мета роботи полягає у формуванні тіл командами моделювання примітивів за наявними проєкціями (рис. 3.161), створенні необхідних видів (головного, зверху, зліва й аксонометрії) кресленика у просторі аркуша системи.

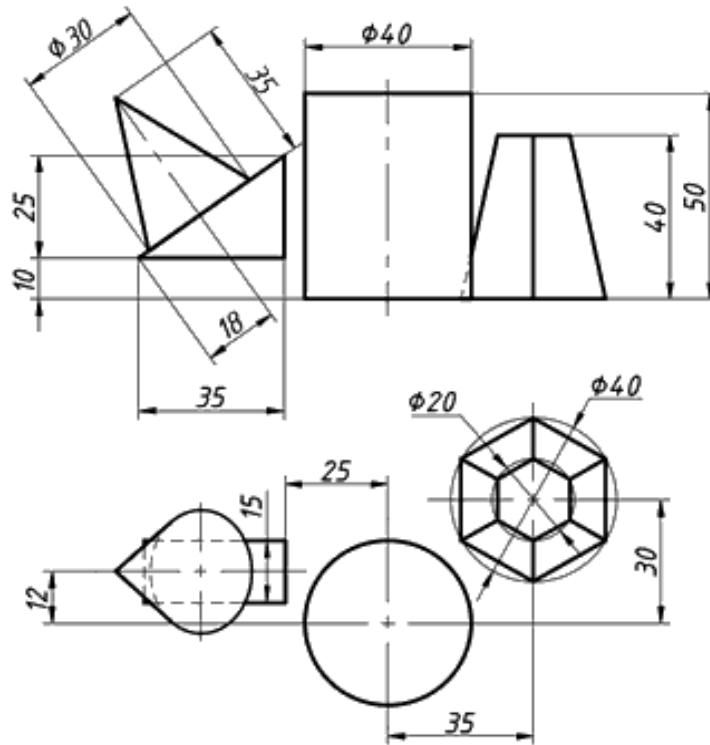


Рис. 3.161. Завдання «3D примітиви»

#### *Послідовність побудов*

1. Ознайомитись із завданням, виділити прості геометричні форми, визначити потрібні комп'ютерні операції.
2. Відкрити необхідний файл-шаблон. Перейти до простору 3D Modeling, що має інструменти для дво- і тривимірних побудов. Зберегти модель під назвою «3D примітиви».
3. Сформувані чотири видових екрани, в яких встановити відповідно вид спереду, зверху, зліва та аксонометрію.
4. Обрати базову фігуру, наприклад, циліндр. Побудувати його командою Cylinder висотою 50 мм з основою радіусом 20 мм, центр якої має координати (0, 0, 0), див. рис. 3.162. Положення інших примітивів далі визначати від указаної точки. Наприклад, зрізану піраміду сформувані командою Pyramid із координатами (35, 30, 0) центра її нижньої основи. При цьому вказати кількість сторін – 6 (опція Sides), радіус 20 мм кола, в яке вписана (опція Inscribed) нижня основа, радіус 10 мм верхньої основи (опція Top radius) та висоту 40 мм (опція Height).

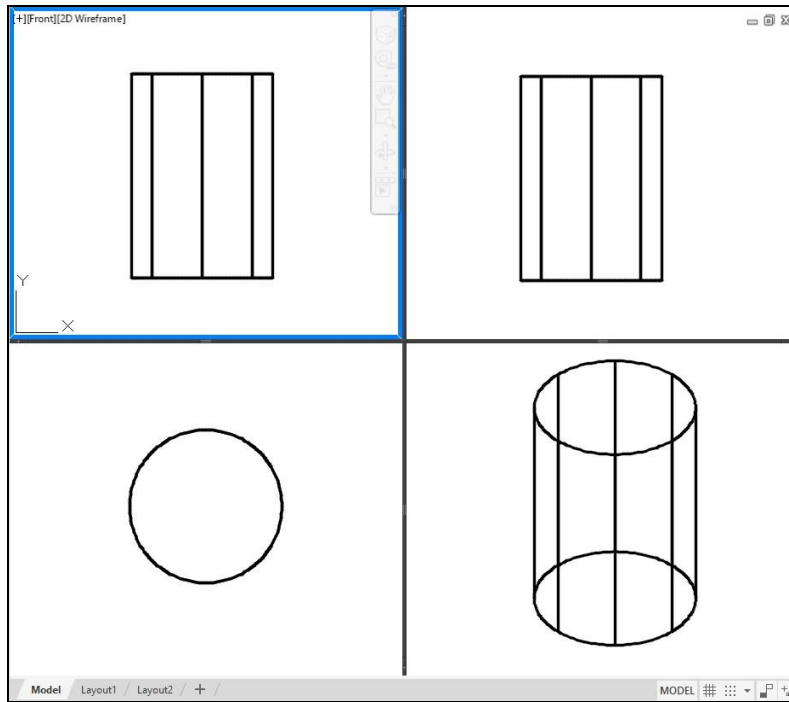


Рис. 3.162. Зображення циліндра у видових екранах

5. Будувати клин командою **Wedge** (рис. 3. 163). Визначити точки 1 і 2 основи координатами (0, 0, 0) та (-35, -15, 0). Висота клина 25 мм. Далі перемістити фігуру вздовж осі X на -25 мм (рис. 3.164), в напрямі осі Y – на 12 мм, за віссю Z – на 10 мм.

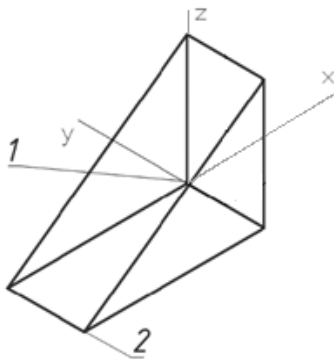


Рис. 3.163. Побудова клину

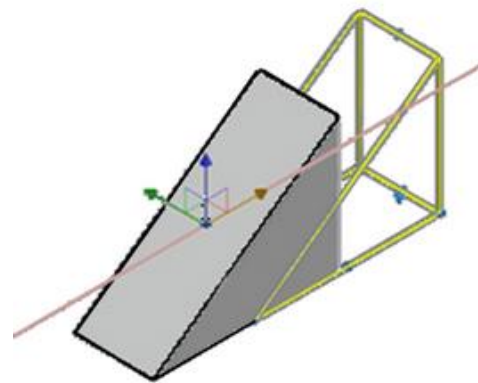



Рис. 3.164. Переміщення клину

6. Створити конус командою **Cone**. Його основа повинна розміщуватися на похилій грані клина. Для цього потрібно змінити систему координат користувача, застосувавши наступне.

Стрічка → вкладка **HOME** → панель інструментів **COORDINATES** → команда  **Face**.

Тобто **UCS** необхідно розташувати на грані тривимірного об'єкта (рис. 3.165).

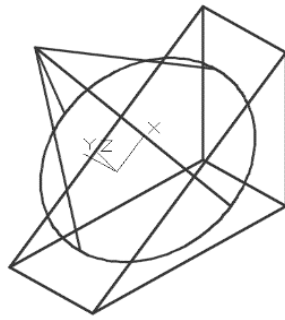



Рис. 3. 165. Конус з основою на грані клина

7. Створити конус із радіусом 15 мм та висотою 35 мм. Перемістити дану фігуру в необхідне положення згідно з розміром 18 мм, див. рис. 3.161.

8. Сформуванати види на аркуші наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → права панель View → меню BASE →  FROM MODEL SPASE.

Обрати примітиви у просторі моделі, визначити ім'я аркуша, на якому буде розроблятися кресленик, положення виду зверху, зліва, аксонометрії. Зауважимо, що при перенесенні моделі у простір аркуша автоматично створюються шари MD\_Hidden (невидимі лінії) та MD\_Visible (видимі лінії).

9. Накреслити осі на застосованих видах, проставити розміри на шарі dim.

10. Оформити кресленик (рис. 3.166).

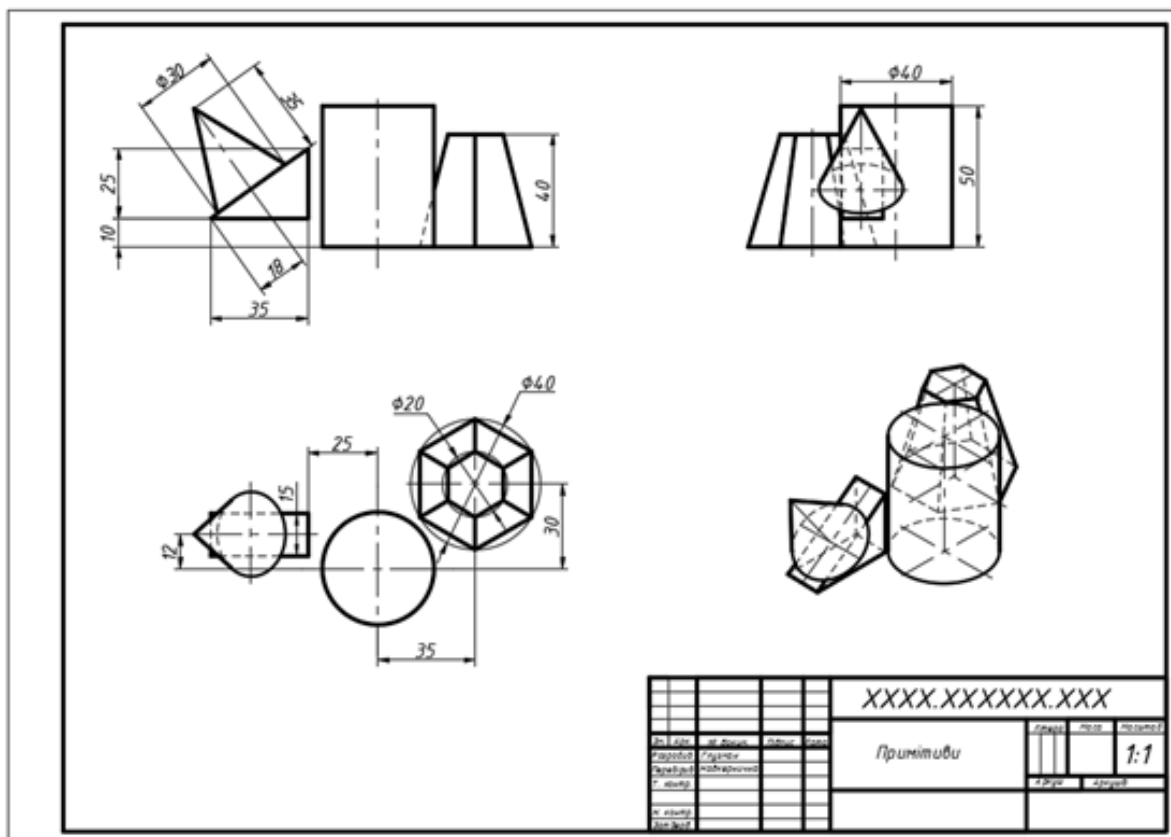


Рис. 3.166. Зразок роботи «3D примітиви»


### 3.4.10. Команди побудови складних об'єктів

Тіла можна розробляти не тільки з використанням розглянутих вище твердотільних примітивів, а й за допомогою кінематичних способів формоутворення, зокрема, виштовхуванням уздовж деякого напрямку замкненого контуру (профілю), його обертанням навколо певної осі тощо. Для незамкнених контурів створюються лише поверхні.

Складніші об'єкти також визначаються із застосуванням булевих операцій (об'єднання, віднімання та перетину).

#### 3.4.10.1. *Extrude* (виштовхування)

Дана команда породжує твердотільні фігури виштовхуванням замкнених профілів уздовж обраного шляху. Доступ до неї забезпечується наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  EXTRUDE.

*Command: EXTRUDE*

*Current wire frame density: ISOLINES=8, Closed profiles creation mode = Solid* – повідомлення про поточні налаштування команди;

*Select objects to extrude or [MOde]: MO Closed profiles creation mode [SOlid/SUrfce] <Solid>: \_SO* – дефініція типу моделі: тіла або поверхні;

*Select objects to extrude or [MOde]:* – вказати опрацьовувані об'єкти;

*Specify height of extrusion or [Direction/Path/Taper angle/Expression]*

*<>:* – ввести висоту виштовхування.

У результаті команда будує потрібну фігуру (рис. 3.167).

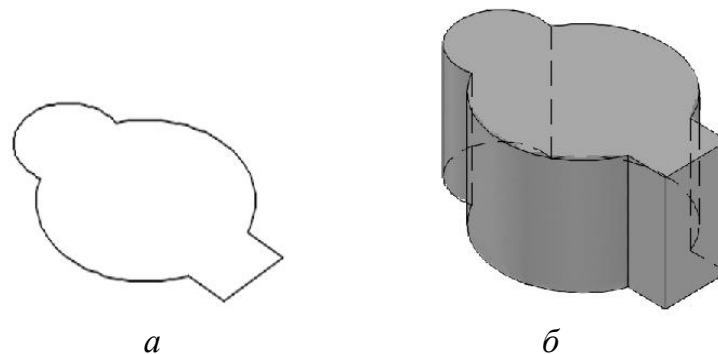


Рис. 3.167. Створення моделі необхідної висоти:  
*a* – вихідний контур; *б* – отримане тіло

Опція *Direction* формує об'єкт переміщенням контуру в напрямі та на відстань, визначеними двома точками. (рис. 3.168).

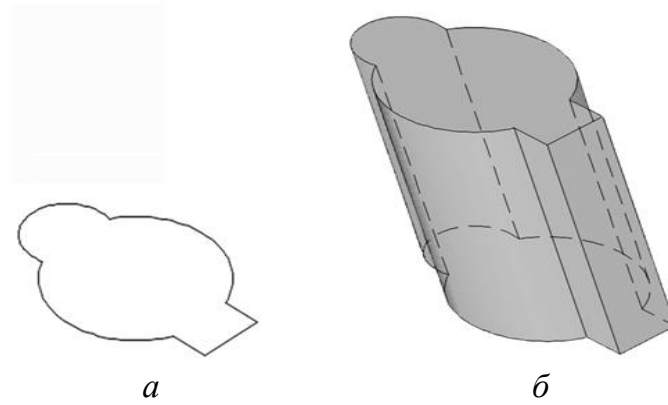


Рис. 3.168. Тіло, побудоване опцією Direction:  
*а* – вихідний контур; *б* – отримана модель

Опція Path дозволяє виштовхувати профіль (твірну) вздовж певного шляху, тобто напрямної, див. рис. 3.169.

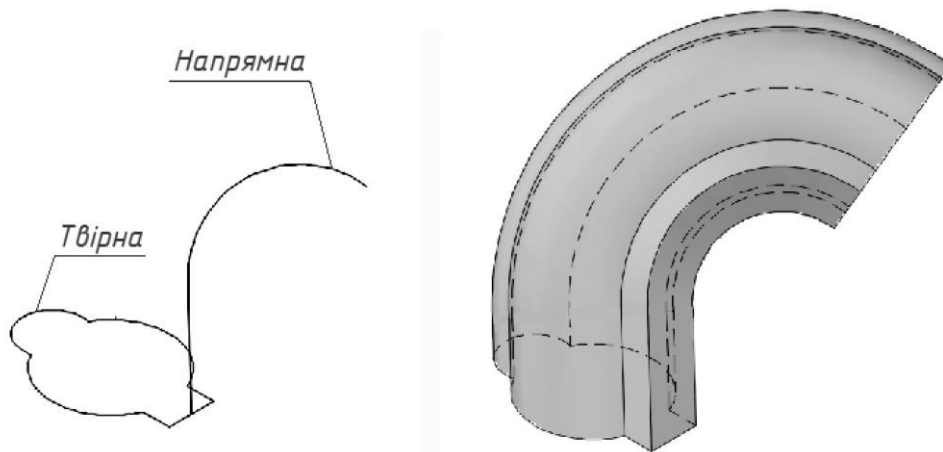


Рис. 3.169. Застосування опції Path:  
*а* – твірна та напрямна; *б* – створене тіло

У якості шляхів виштовхування використовуються відрізки прямих, кола, дуги, еліпси, полілінії, сплайни тощо.

Опція Taper angle забезпечує побудову з розширенням або звужуванням відносно вихідного контуру (рис. 3.170).

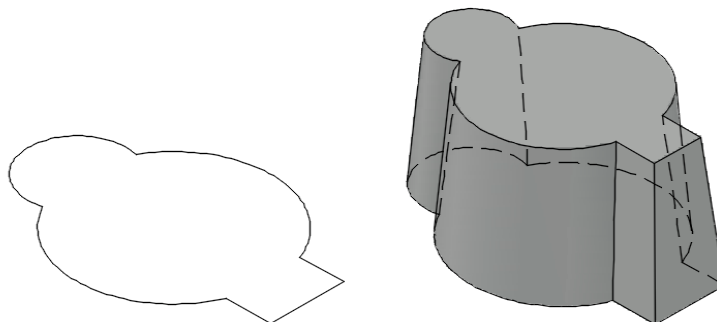



Рис. 3.170. Використання опції Taper angle

На запити системи потрібно вказати кут та висоту модельованої фігури. Допустимі значення кута лежать у межах від  $-90^{\circ}$  до  $+90^{\circ}$ . При додатних величинах об'єкт звужується, а при від'ємних – розширюється.

#### 3.4.10.2. Revolve (обертання)

Ця команда дозволяє створювати твердотільні об'єкти обертанням деякого контуру (профілю) навколо потрібної осі (рис. 3.171). Доступ до відповідних побудов здійснюється так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  REVOLVE.

*Command: REVOLVE*

*Current wire frame density: ISOLINES=8, Closed profiles creation mode = Solid* – повідомлення про поточні налаштування;

*Select objects to revolve or [MMode]: \_MO Closed profiles creation mode [Solid/Surface] <Solid>: \_SO* – встановлення типу моделі, яка буде створена: тіло або поверхня;

*Select objects to revolve or [MMode]:* – вибір об'єктів для обертання;

*Specify axis start point or define axis by [Object/X/Y/Z] <Object>:* – визначити початкову точку осі обертання або вибрати опцію;

*Specify axis endpoint:* – вказати кінцеву точку осі;

*Specify angle of revolution or [Start angle/Reverse/EXpression] <>:* – ввести значення кута.

На рис. 3.171 показано тіло, отримане при обертанні вихідного контуру на величину  $360^{\circ}$ , а на рис. 3.172 – з використанням іншої осі та кута  $270^{\circ}$ .

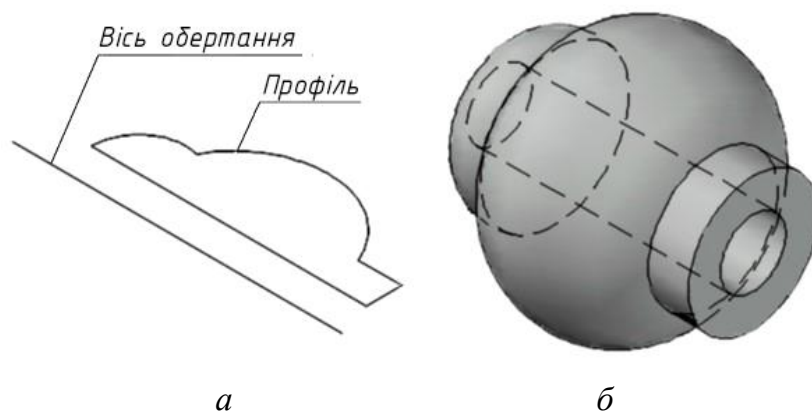


Рис. 3.171. Застосування команди Revolve:  
а – профіль, вісь, кут обертання  $360^{\circ}$ ; б – твердотільна модель

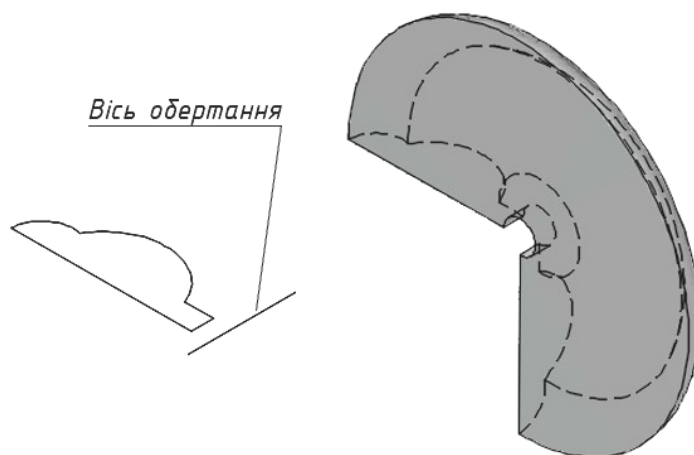


Рис. 3.172. Інші параметри обертання

Опція Object слугує для дефініції осі за наявним відрізком прямої або сегментом полілінії.

Опції X/Y/Z забезпечують обертання контуру відповідно навколо осей X, Y або Z поточної системи координат.

#### 3.4.10.3. Presspull (витягування)

Цією командою створюються твердотільні моделі витягуванням обмежених областей перпендикулярно до їхньої площини (альтернатива команді Extrude). Контур може складатися з відокремлених об'єктів, що при накладанні один на одного утворюють обмежені області (рис. 3.173).

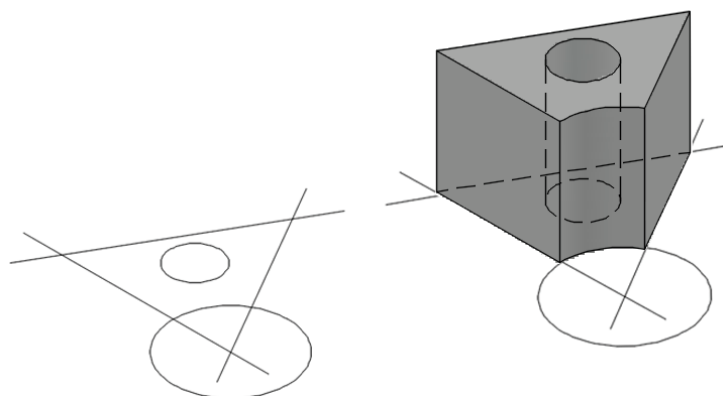



Рис. 3.173. Моделювання тіла командою Presspull

За допомогою даних засобів тіла не тільки створюються, а й редагуються (рис. 3.174). Доступ до команди виконується так.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODELING → команда  PRESSPULL.

*Command: PRESSPULL*



*Select object or bounded area:* – вказати обмежену область або грань;  
*Specify extrusion height or [Multiple]:* – визначити висоту.

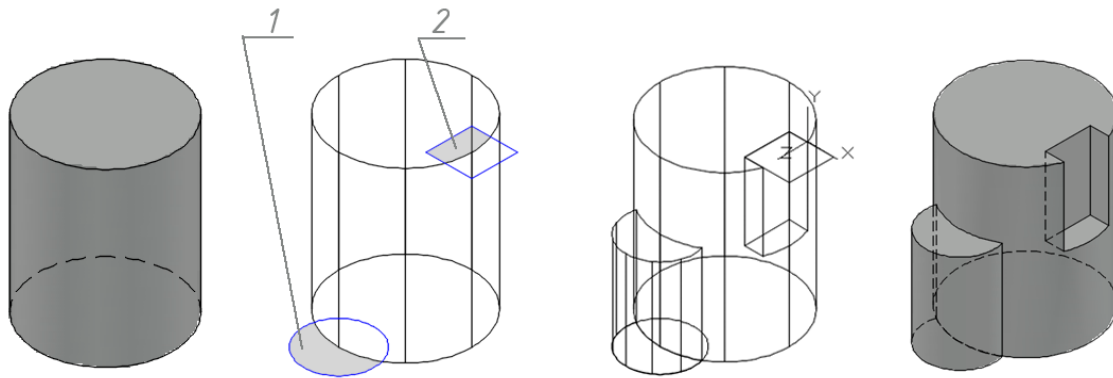


Рис. 3.174. Змінювання циліндра (1 та 2 – контури витягування)

Команда повторюється автоматично. Щоб її завершити, потрібно натиснути клавішу Esc, Enter або Spacebar.

### 3.4.11. Булеві операції

Тіла складної форми легше будувати, коли проаналізувати які прості фігури вони містять. Тоді стає зрозумілим необхідне комбінування наявних елементів між собою для отримання потрібного об'єкта.

При цьому існують три способи булевих побудов: об'єднання, віднімання та перетин.

За допомогою команди Union (об'єднання) інтегруються в одне ціле кілька фігур.

Засіб Subtract (віднімання) з обраного тіла видаляє об'єми, які належать іншим визначеним об'єктам. Наприклад, описана функція використовується для створення отворів у деталях шляхом віднімання належних циліндрів.

Команда Intersect (перетин) моделює об'єкт, що займає спільний об'єм двох або більшого числа фігур.

Група піктограм для виклику булевих операцій розташована на стрічці у вкладці Solid на панелі Boolean.

#### 3.4.11.1. Union (об'єднання)

Дана команда дозволяє створити твердотільну модель із наявних об'єктів шляхом їхнього об'єднання в єдине ціле (рис. 3.175). Об'єднання області та твердого тіла між собою неможливе.

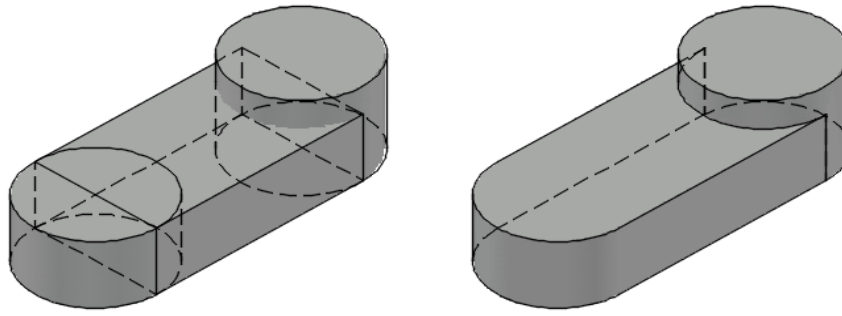



Рис. 3.175. Об'єднання трьох тіл командою Union

Доступ до вказаного засобу здійснюється так.


Стрічка → вкладка SOLID → панель інструментів BOOLEAN → команда  UNION.

*Command: UNION*

*Select objects* – обрати тіла, потрібні для об'єднання.

#### 3.4.11.2. Subtract (віднімання)

Команда формує тверде тіло відніманням об'ємів моделей від першої визначеної. Її виклик реалізується наступним чином.

Стрічка → вкладка SOLID → панель інструментів BOOLEAN → команда  SUBTRACT.

*Command: SUBTRACT*

*Select objects:* – обрати об'єкт 1, від якого буде здійснюватися віднімання (рис. 3.176);

*Select solids, surfaces, and regions to subtract ..* – нагадування використовуваних типів фігур;

*Select objects:* – обрати об'єкт 2, який слід відняти.

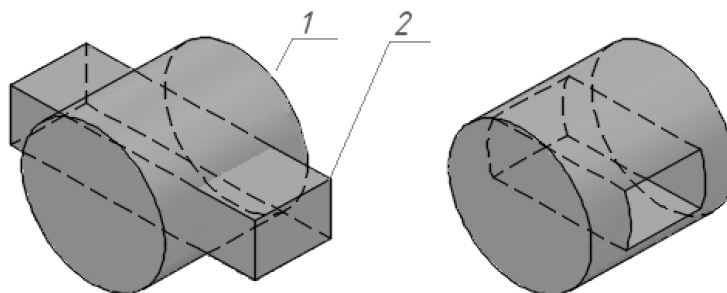


Рис. 3.176. Віднімання фігур

Особливість команди полягає в тому, що першим визначається тіло, з якого будуть відніматися інші. Для переходу до режиму вибору об'єктів віднімання натискається клавіша Enter.

### 3.4.11.3. *Intersect* (перетин)

Дана команда дозволяє побудувати тіло створенням його з областей перетину належних об'єктів (рис. 3.177). При цьому вихідні фігури не зберігаються.

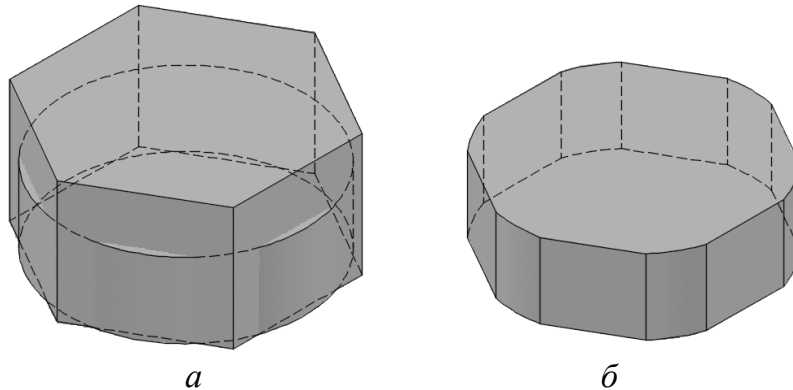



Рис. 3.177. 3D модель, отримана як спільний об'єм кругового циліндра та правильної призми з шестигранною бічною поверхнею: *a* – вихідні об'єкти; *б* – результат виконання команди

Доступ до вказаних засобів здійснюється так.

Стрічка → вкладка SOLID → панель інструментів BOOLEAN → команда  INTERSECT.




*Command: INTERSECT*

*Select objects:* – обрати об'єкти та натиснути клавішу Enter.

### 3.4.12. Редагування 3D об'єктів

У даному пункті підручника розглянуто деякі питання модифікації тримірних геометричних моделей. Зокрема, це стосується таких засобів як Gizmo, що забезпечує переміщення, обертання, масштабування фігур, та команд Mirror, Chamfer, Fillet.

#### 3.4.12.1. Використання *Gizmo*

Для переміщення, обертання та масштабування об'єктів відносно координатних осей і площин застосовується GIZMO, тобто графічні динамічні підказки. За замовчуванням вони відображаються автоматично при виборі 3D об'єкта за умови, що останній має візуальний стиль, відмінний від 2D каркаса. Піктограми відповідних команд  3D Move,  3D Rotate,  3D Scale доступні на стрічці з вкладок Home та Solid.

Стрічка → вкладка HOME (SOLID) → панель інструментів MODIFY (SELECTION)

Належне меню наведене на рис. 3.178.

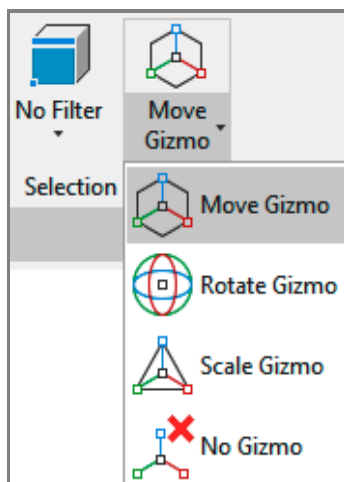


Рис. 3.178. Засоби Gizmo

Розглянемо команду  3D Move.

*Command: 3DMOVE*

*Select objects:* – визначити об'єкти для переміщення, для закінчення вибору натиснути клавішу Enter. З'являється підказка Move Gizmo (рис. 3.179), яка дозволяє доволі просто вказати потрібний напрям паралельно координатним осям або площині. При наведенні курсора на вісь, остання продовжується до нескінченності, відображаючи зміщення.

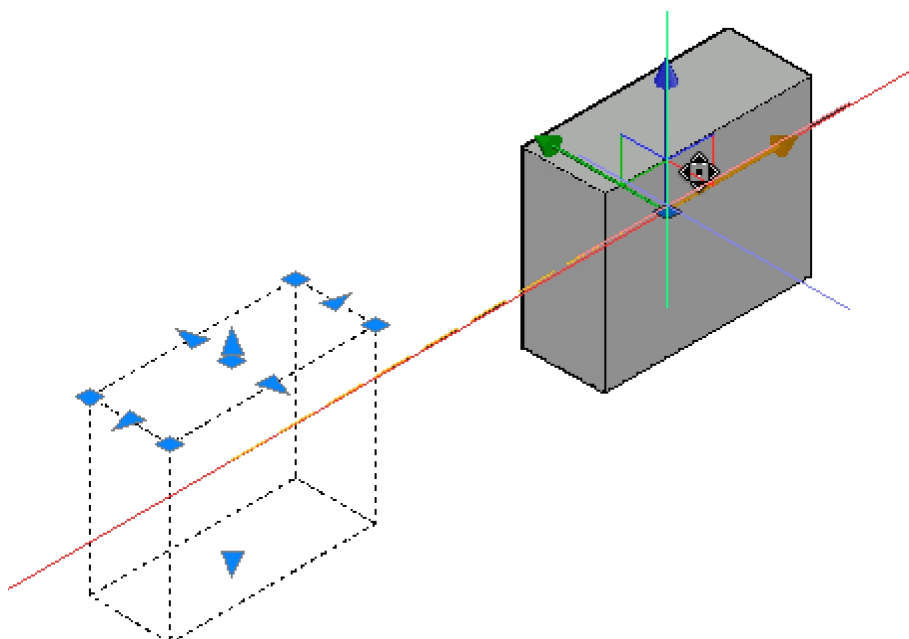



Рис. 3.179. Приклад змінювання положення призми

*Specify base point or [Displacement] <Displacement>*: – вказати базову точку переміщення;

*Specify move point or [Base point/Copy/Undo/eXit]*: – визначити відстань зсуву в напрямі обраної осі або вказати нове положення на екрані, натиснувши ліву клавішу миші. Об'єкт буде переміщений у зазначеному напрямі на необхідну величину.

При виконанні команди  3D Rotate Gizmo використовується для дефініції осі обертання. Її напрям визначається вибором координатної площини (відображається проекцією кола), до якої перпендикулярна вісь (рис. 3.180).

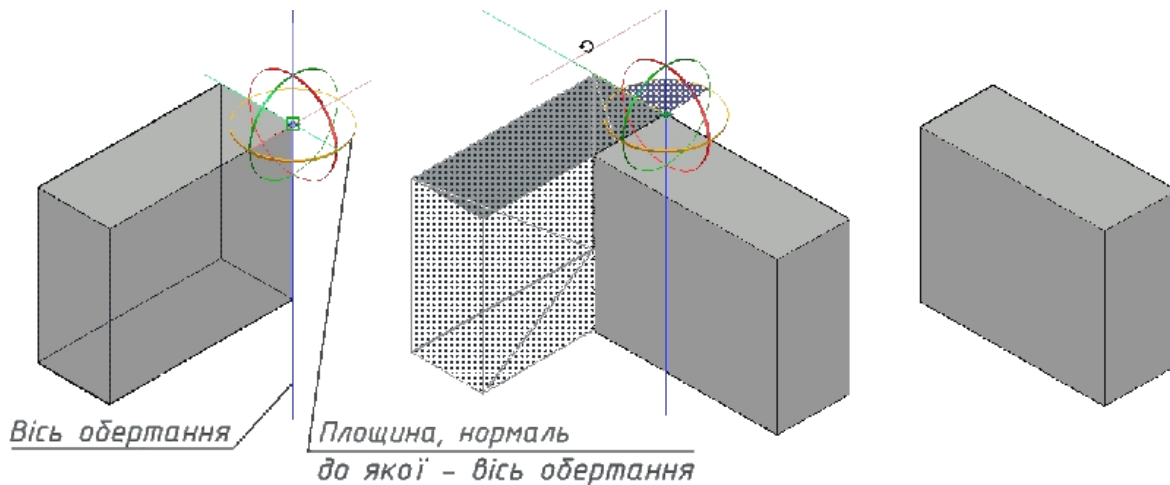



Рис. 3.180. Обертання призми за допомогою Gizmo

Команда  3D Scale дозволяє застосувати до всіх вимірів твердотільних моделей однакові масштабні коефіцієнти. Останні визначаються числовими величинами або відношенням двох указаних довжин.

Після обрання об'єктів у режимі 3D візуалізації при натисканні лівої клавіші миші на позначці Gizmo відкривається контекстне меню, в якому також можна активувати потрібну команду (рис. 3.181).

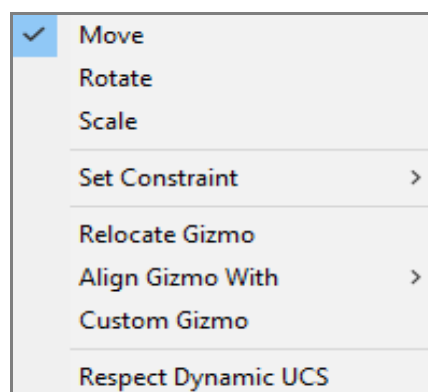


Рис. 3.181. Контекстне меню Gizmo

Пункт контекстного меню *Align Gizmo With* (вирівняти Гізмо за) містить спадний список способів вирівнювання: за світовою системою координат (WCS), за поточною системою координат користувача (UCS) або за необхідним об'єктом.

#### 3.4.12.2. *3D Mirror* (віддзеркалення)

Цей засіб працює аналогічно *Mirror* у 2D просторі з тією різницею, що віддзеркалення виконується відносно визначеної площини. На рис. 3.182 показано результат зазначеної дії з опцією *3 points* та збереженням вихідного об'єкта.

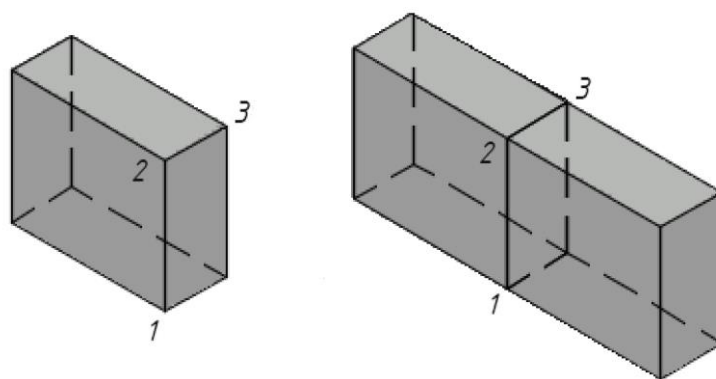



Рис. 3.182. Віддзеркалювання зі збереженням вихідної фігури

Доступ до команди здійснюється наступним чином.

Стрічка → вкладка HOME → панель інструментів MODIFY → команда  3D MIRROR.

*Command: MIRROR3D*

*Select objects:* – вказати опрацьовувані об'єкти;

*Specify first point of mirror plane (3 points) or [Object/Last/Zaxis/View/XY/YZ/ZX/3points] <3points>:* – перша з трьох точок, що визначають площину віддзеркалювання, або вибір іншого способу дефініції цієї площини (Object – 2D об'єкт; Last – площина попереднього сеансу команди; Zaxis – вектор нормалі; View – поточний вид; XY, YZ, ZX – площини, паралельні зазначеним поточної системи координат).

*Delete source objects? [Yes/No] <N>:* – запит щодо видалення вихідного об'єкта.

#### 3.4.12.3. Команда *Chamfer Edge* (фаска)

Даний засіб широко застосовується для побудови фасок різноманітних деталей, формує зазначені конструктивні елементи на перетині суміжних граней, тобто на ребрах, твердих тіл (рис. 3.183).

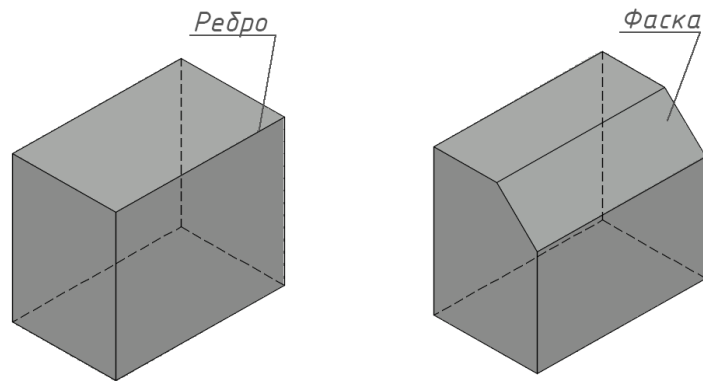



Рис. 3.183. Приклад виконання фаски

Виклик команди реалізується так.

Стрічка → вкладка SOLID → панель інструментів SOLID EDITING → команда  CHAMFER EDGE.

*Command: CHAMFEREDGE Distance1 = 1.0000, Distance2 = 1.0000* – повідомлення про поточні значення катетів фаски;

*Select an edge or [Loop/Distance]:* – вказати ребро, яке потрібно редагувати, або опцію.

Опція Loop – виконання фаски на всіх ребрах, що обмежують грань.

Опція Distance – визначення довжини катетів фаски.

*Specify Distance1 or [Expression] <..>:* – ввести довжину першого катета фаски;


*Specify Distance2 or [Expression] <..>:* – визначити другий катет;

*Select another edge on the same face or [Loop/Distance]:* – опрацювати інше ребро.

#### 3.4.12.4. Команда Fillet Edge (спряження)

Ця функція теж використовується для моделювання різних деталей, формує такі конструктивні елементи, як спряження граней твердих тіл (рис. 3.184).

Доступ до команди виконується наступним чином.

Стрічка → вкладка SOLID → панель інструментів SOLID EDITING → команда  FILLET EDGE.

*Command: FILLETEDGE*

*Select an edge or [Chain/Loop/Radius]:* – вказати ребро або опцію;

*Press Enter to accept the fillet or [Radius]:* – натиснути клавішу Enter або обрати опцію радіуса;

*Enter fillet radius or [Expression] <>:* – ввести значення радіуса.

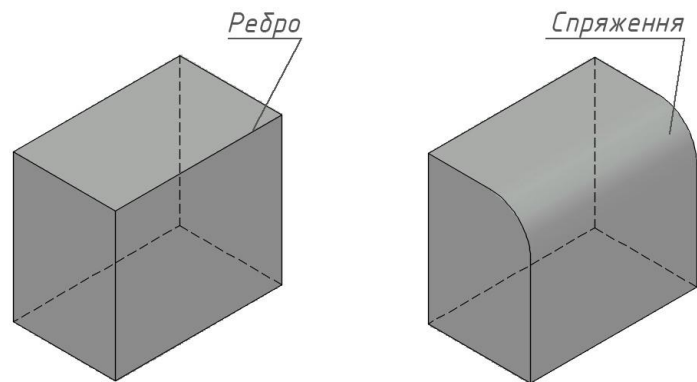


Рис. 3.184. Результат виконання команди Fillet Edge

Опція Chain – визначити послідовність ребер.

Опція Loop – побудова спряжень на всіх ребрах грані.

### 3.4.13. Приклад створення твердотільної моделі за її проєкціями

Для отримання навичок побудови 3D моделей деталей, розглянемо далі відповідний приклад. Належні варіанти індивідуальних завдань подано в додатку Б.4. Нехай опрацьований об'єкт є корпусом, який показано на рис. 3.185.

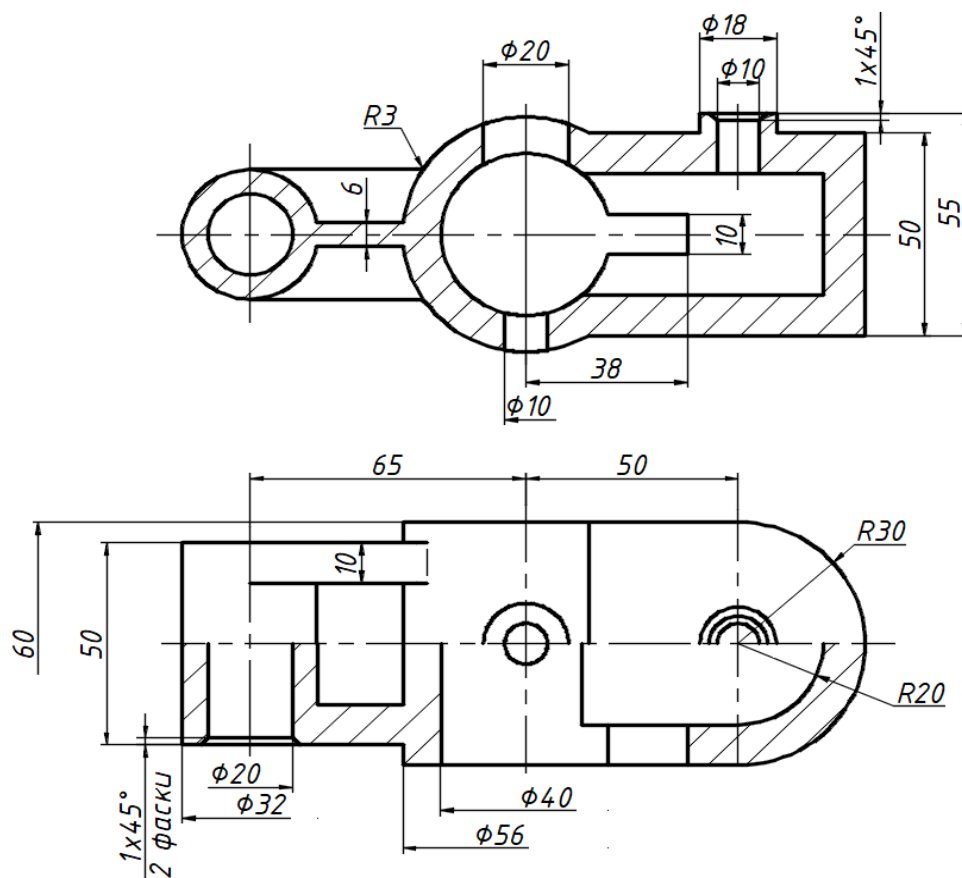


Рис. 3.185. Проекційний кресленик корпусу



Потрібно побудувати 3D модель за наявним видом спереду і зверху та розрізами, що розкривають внутрішню форму деталі.

#### *Послідовність побудов*

1. За креслеником з'ясувати, з яких простих геометричних форм складається 3D модель та їх розміри. Проаналізувати команди, що доцільно використати для створення окремих складових елементів, встановити відповідні зв'язки між ними.

2. Відкрити необхідний файл-шаблон. Перейти до простору 3D Modeling. Зберегти модель під назвою «Корпус».

3. У правій частині деталі командами Cylinder і Box побудувати відповідно циліндр та прямий паралелепіпед із подальшим їх об'єднанням булевою операцією Union (рис. 3.186, *а* та 3.186, *б*). Внутрішню порожнину (товщина стінки 10 мм) сформувати командою Shell (оболонка), як показано на рис. 3.186, *в*.

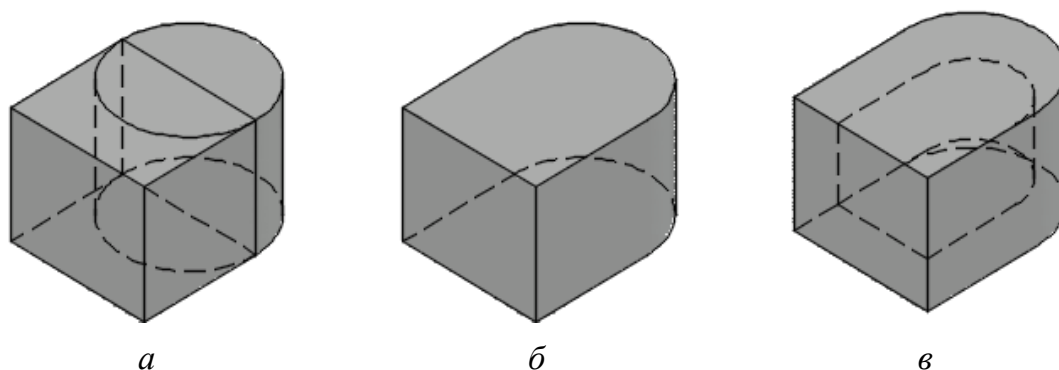


Рис. 3.186. Побудова правої частини корпусу:  
*а* – циліндр і паралелепіпед; *б* – об'єднання примітивів;  
*в* – створення внутрішньої порожнини командою Shell

4. У центрі корпусу створити горизонтально розташований циліндр з основою діаметром 56 мм та довжиною 60 мм. Об'єднати з правою частиною. Виконати наскрізний отвір діаметром 40 мм командою Presspull (рис. 3.187).

5. Видалити внутрішню стінку, що утворилась між отвором та порожниною, командою Solidedit (опція Delete), як показано на рис. 3.188.

6. Побудувати паз командою Presspull (рис. 3.189).

7. У лівій частині деталі сформувати горизонтальний циліндр з основою діаметром 32 мм, довжиною 50 мм на відстані 65 мм от попередньо створеного циліндра (рис. 3.187)

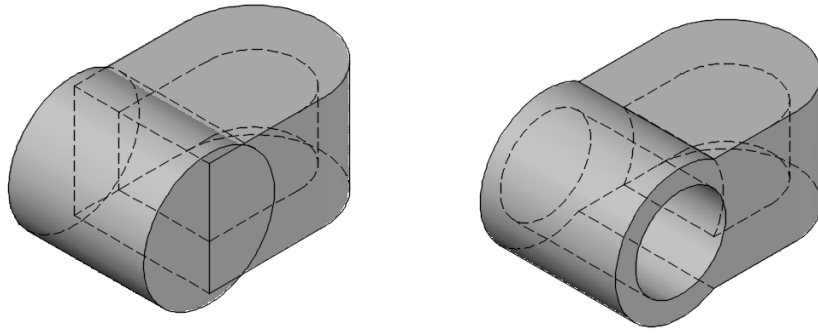


Рис. 3.187. Формування центральної частини корпусу

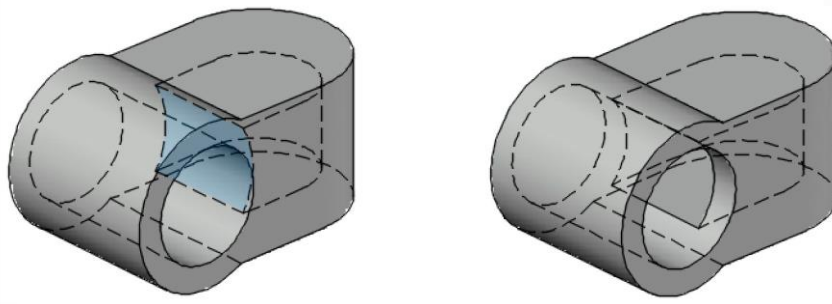


Рис. 3.188. Видалення внутрішньої стінки

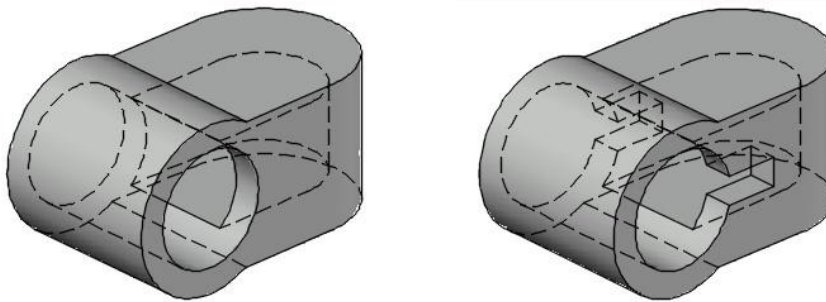


Рис. 3.189. Створення паза

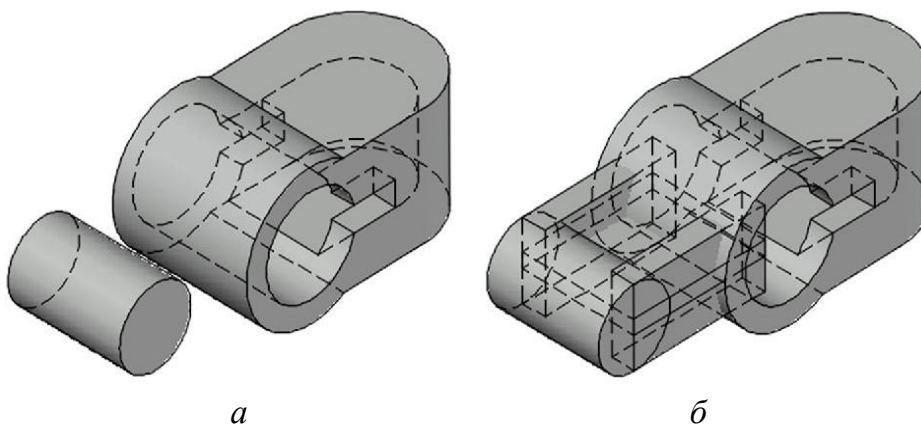


Рис. 3.190. Формування лівої частини корпусу:  
*a* – циліндра на відстані 65 мм від центрального;  
*б* – ребер жорсткості

8. Побудувати вертикальні та горизонтальні ребра жорсткості, див. рис. 3.190, б).

9. Об'єднати всі складові корпусу командою Union.

10. Виконати потрібні циліндричні елементи (виступ у правій частині, горизонтальний отвір у лівій, вертикальні отвори) та конічні фаски, які показано на рис. 3.191. Видалити зайві частини ребер жорсткості.

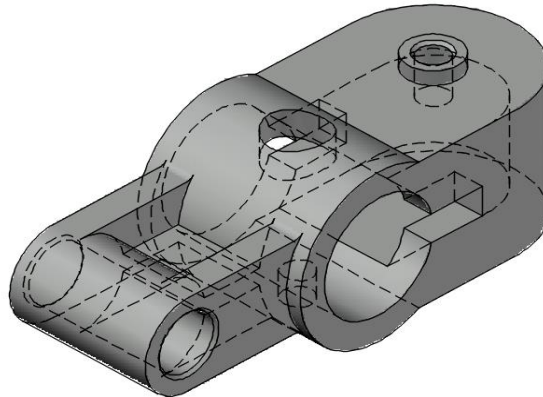


Рис. 3.191. Твердотільна модель корпусу

Наведене вище зображення ілюструє виконане завдання щодо розробляння 3D моделі деталі за її проєкціями.

### 3.5. Висновки

Даний розділ підручника присвячено комп'ютерному формоутворенню в AutoCAD. При цьому розглянуто такі питання, як початок роботи з програмою, її інтерфейс, засоби двовимірного та тривимірного геометричного моделювання. Акцентовано задачі застосування систем координат, одиниць вимірювання, управління шарами та видовими екранами, призначення властивостей фігур тощо. Подано команди побудови примітивів, зокрема, точок, відрізків прямих, кіл, еліпсів, багатокутників, сплайнів, паралелепіпедів, циліндрів, конусів, куль, пірамід і т. д. Викладено способи редагування зазначених фігур, у тому числі шляхом визначення різноманітних параметричних залежностей. Наведено інструменти для належного оформлення креслеників (типи та товщини ліній, текстові й розмірні стилі, виконання штрихування та ін.), а також розробляння твердотільних моделей деталей (формування фасок, спряжень і т. п.). На конкретних прикладах пояснено практичне використання зазначеного навчального матеріалу.

Це дозволяє здобувачам вищої освіти під час виконання курсових і дипломних проєктів розробляти прилади, апаратуру й інше обладнання на високому технічному рівні. Окреслена мета досягається завдяки широкому застосуванню продуктивних комп'ютерних інформаційних технологій, у даному випадку системи AutoCAD.

### **Контрольні запитання**

1. Охарактеризуйте основне призначення системи AutoCAD.
2. Опишіть основні елементи інтерфейсу поданого в даному розділі підручника програмного забезпечення.
3. Назвіть і поясніть способи введення координат.
4. Поясніть прийоми вибору об'єктів і приведіть приклади їх застосування.
5. Проаналізуйте засоби оформлення креслеників у системі AutoCAD.
6. Наведіть основні команди створення двовимірних примітивів та прийоми їх практичного використання.
7. Сформулюйте переваги й недоліки сплайнів під час комп'ютерних геометричних побудов.
8. Зробіть стислий огляд засобів редагування 2D об'єктів.
9. Обґрунтуйте необхідність створення файлів-шаблонів, які включають спеціалізовані шари, типи й товщини ліній, текстові та розмірні стилі.
10. Поясніть послідовність розробляння контурів деталей.
11. Висвітліть переваги параметричного креслення.
12. Опишіть порядок побудови проєкційних зображень та застосовувані для цього засоби.
13. Проаналізуйте наявні робочі простори в системі AutoCAD.
14. Охарактеризуйте засоби управління видовими екранами.
15. Наведіть команди створення 3D примітивів та їх практичного використання.
16. Поясніть основні стадії формування проєкційних видів об'єкта у просторі аркуша.
17. Висвітліть команди кінематичних побудов складних тіл.
18. Зробіть огляд призначення булевих операцій.
19. Проаналізуйте засоби редагування тривимірних фігур у системі AutoCAD.
20. Опишіть порядок створення твердотільної моделі за її проєкціями.

## 4. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПОБУДОВ ЗАСОБАМИ VISUAL BASIC FOR APPLICATIONS

Як уже зазначалось, головна мета даного навчального видання полягає в забезпеченні ефективного освоювання студентами геометричного моделювання в сучасних САПР на більш фаховому, ніж для звичайного користувача рівні. Це реалізується не тільки викладанням у попередньому розділі функціональних можливостей конкретної системи, а й загальних відомостей про комп'ютерну інженерну графіку (розділ 1), описом належних математичних основ формоутворення (розділ 2) та відповідних програмних засобів автоматизованих побудов у цій частині підручника.

Такий підхід дозволяє отримувати ґрунтовні знання і продуктивно використовувати їх на практиці під час геометричного моделювання різноманітних технічних об'єктів, наприклад, у процесі курсового та дипломного проєктування тощо. Подані теоретичні відомості з комп'ютерного формоутворення інваріантні щодо певної застосовуваної САПР і тому сприяють успішному оволодінню іншими, більш складними ніж AutoCAD, інженерними пакетами, наприклад, SolidWorks, NX, CATIA і т. д. Актуальність окреслених задач обумовлена існуючими високими вимогами щодо сучасної технічної продукції та потрібного рівня підготовки спеціалістів, які її створюють.

Далі автоматизацію побудов розглянуто на прикладах двовимірного геометричного моделювання, що є однією з основних складових нинішніх САПР, оскільки саме завдяки йому в багатьох випадках швидко та якісно розробляється конструкторська документація опрацьовуваних технічних об'єктів. Дана частина підручника містить три підрозділи, які присвячено відповідно застосуванню в AutoCAD програмних засобів Visual Basic, побудові за допомогою останнього різноманітних фігур та їх модифікації.

### 4.1. Visual Basic в AutoCAD

Виклик середовища Visual Basic (рис. 4.1) здійснюється зі спадного меню системи AutoCAD використанням послідовності *Tools* → *Macro* → *Visual Basic Editor*. За допомогою елемента *Help* або натискання клавіші F1 забезпечується докладна довідка, див. рис. 4.2, щодо можливостей Visual Basic. Пошук необхідної інформації реалізовано як за її ієрархічним змістом, так і за потрібними ключовими словами. Для отримання додаткових даних варто звертатись до джерел мережі Інтернет.

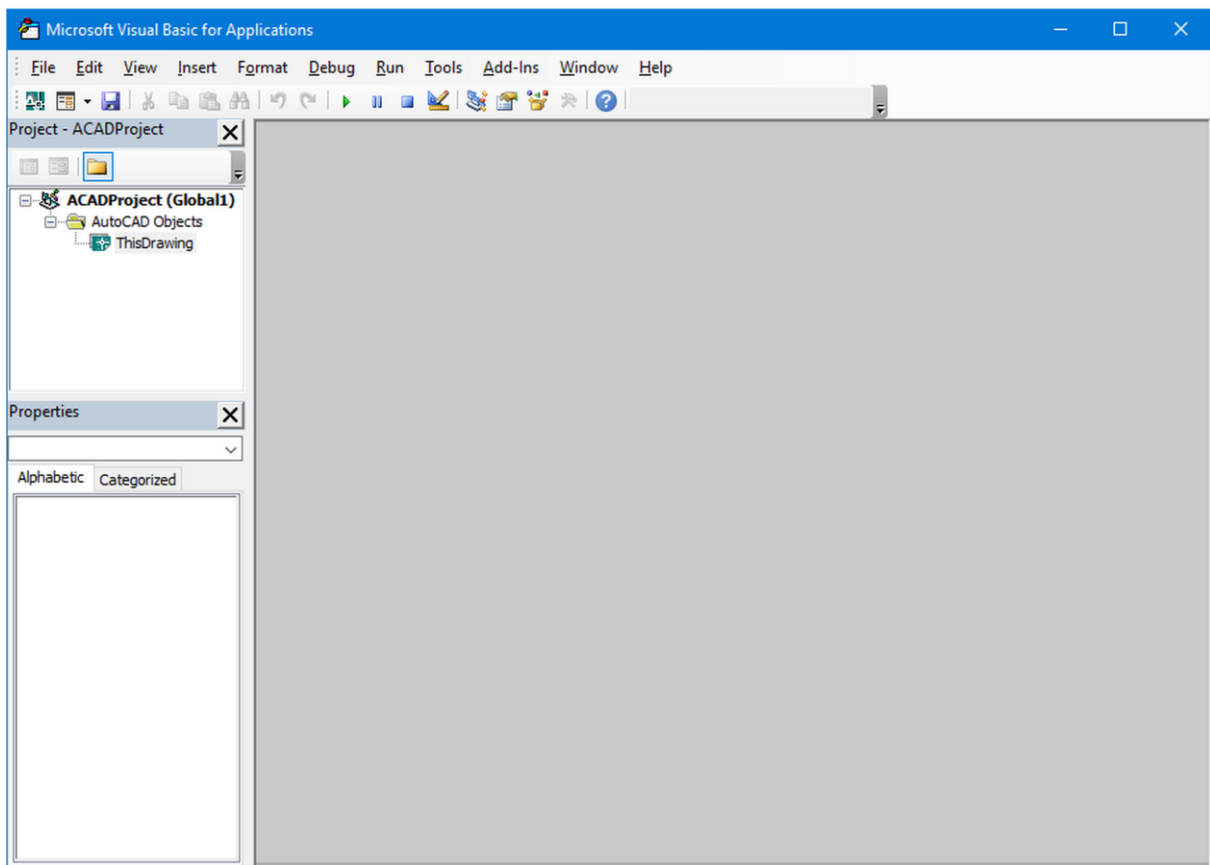


Рис. 4.1. Середовище Visual Basic

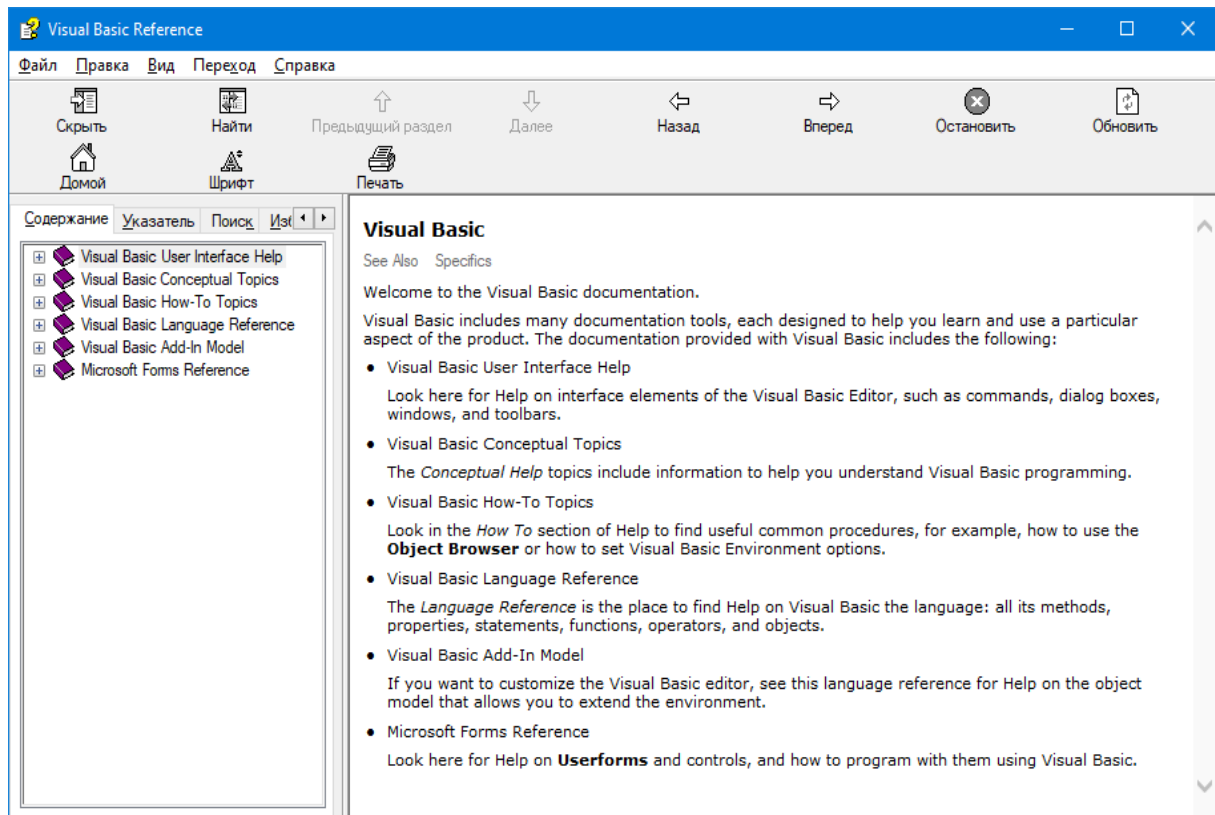


Рис. 4.2. Довідка Visual Basic

У системі AutoCAD доступ до роботи з макросами (рис. 4.3) виконується зі спадного меню за допомогою послідовності *Tools* → *Macro* → *Macros...* або комбінації клавіш Alt-F8.

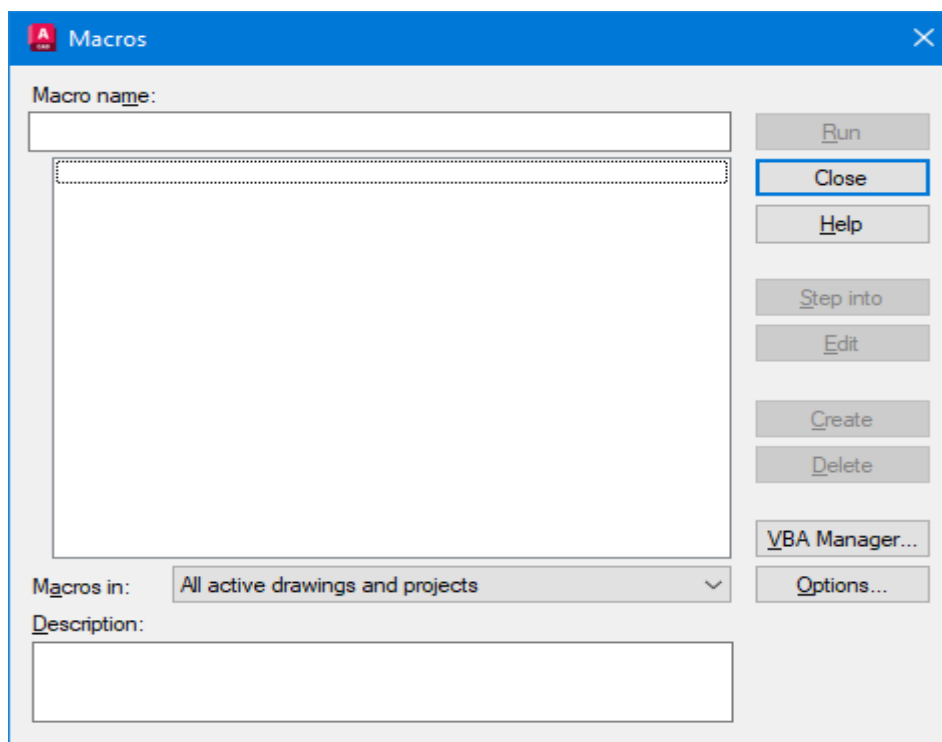


Рис. 4.3. Меню роботи з макросами

Після цього, у випадку формування нового макроса, визначається його ім'я (рис. 4.4) та натискається кнопка *Create*, обирається потрібне розміщення.

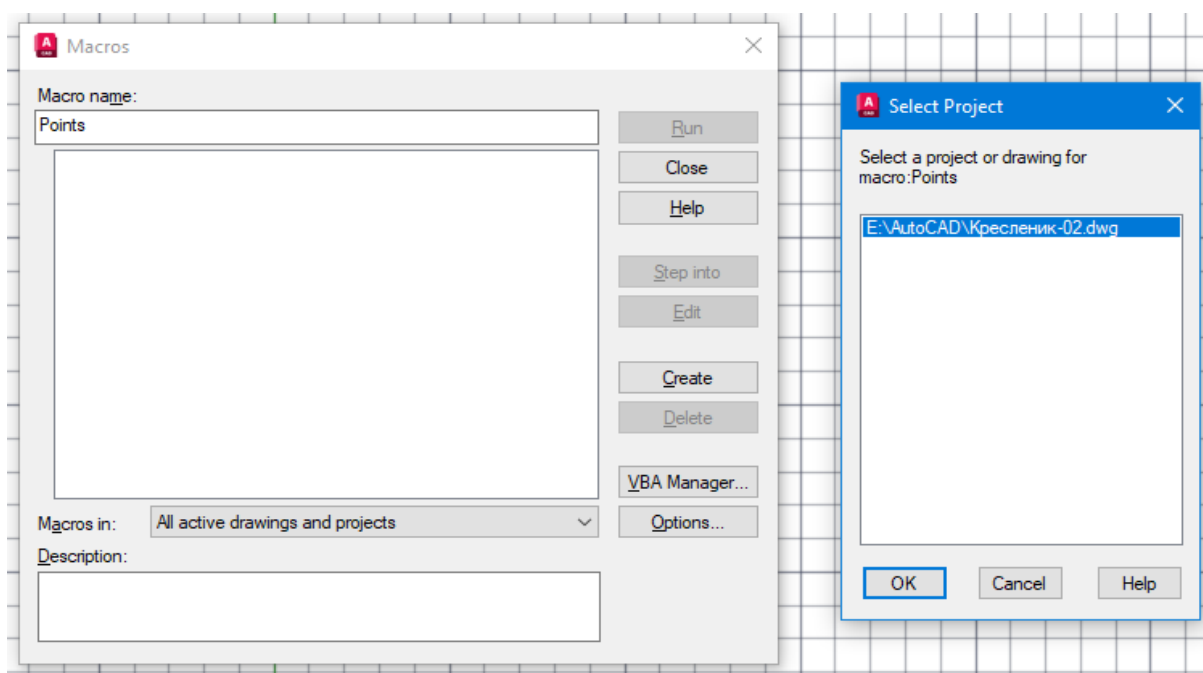


Рис. 4.4. Створення нового макроса

Далі автоматично відкривається редактор Visual Basic з відповідним порожнім макросом (рис. 4.5).

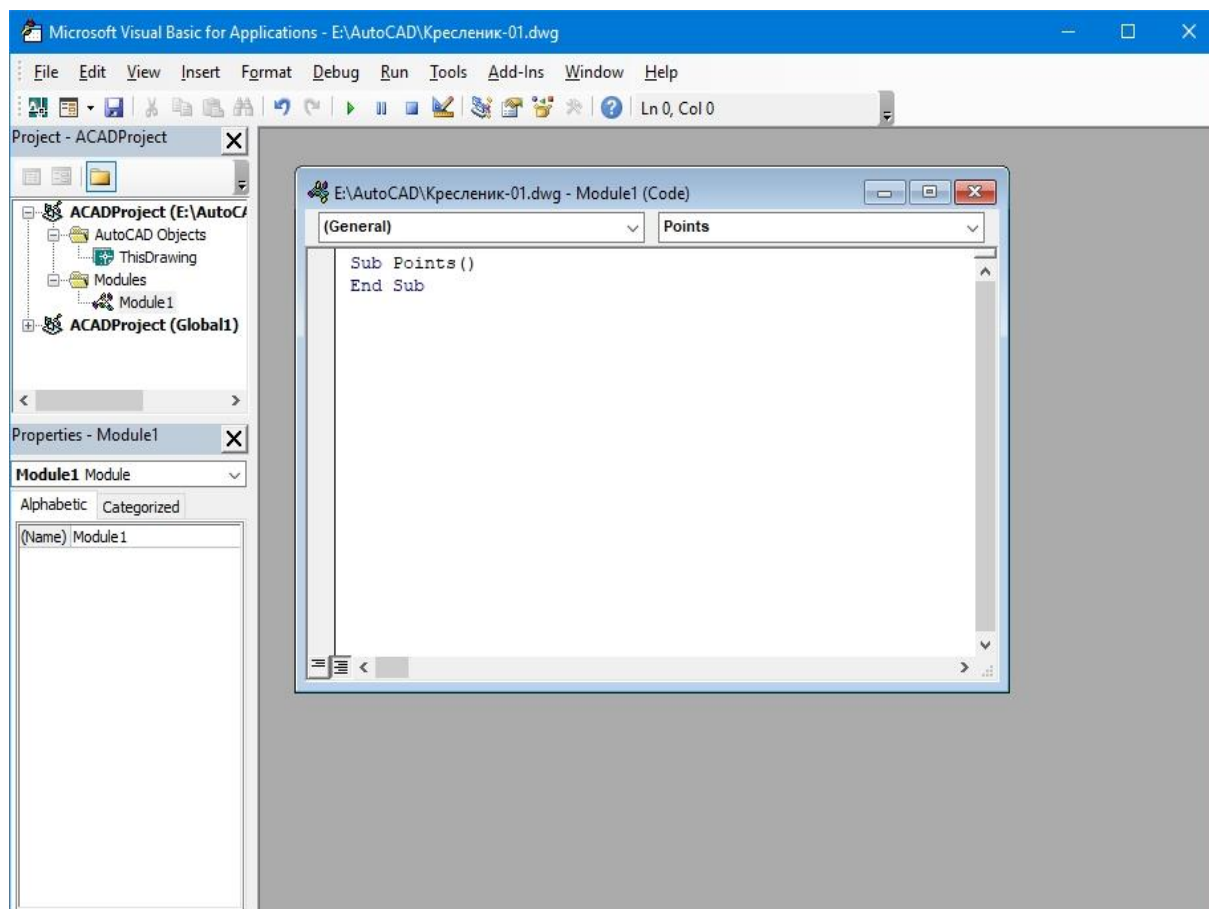


Рис. 4.5. Порожній макрос

Потім вводиться необхідний текст програми, приклад якого показано на рис. 4.6. Запуск розробленого макроса здійснюється з середовища Visual Basic за допомогою меню *Run* або натисканням клавіші F5. Після цього відкривається вікно, показане на рис. 4.7. Схожий результат, див. рис. 4.8, можна одержати також і безпосередньо в AutoCAD, обравши у спадному меню *Tools* → *Macro* → *Macros...* .

Потім в обох розглянутих випадках треба натиснути клавішу Run. Результат роботи наведеної програми (рис. 4.9) полягає у створенні трьох точок з потрібними координатами та необхідними параметрами їх відображення на екрані дисплея. Конкретні пояснення стосовно використаного коду подаються нижче. Тут акцентується увага лише на питаннях інтерфейсу та загальної послідовності дій для автоматизованого виконання геометричних побудов засобами Visual Basic for Applications у системі AutoCAD.



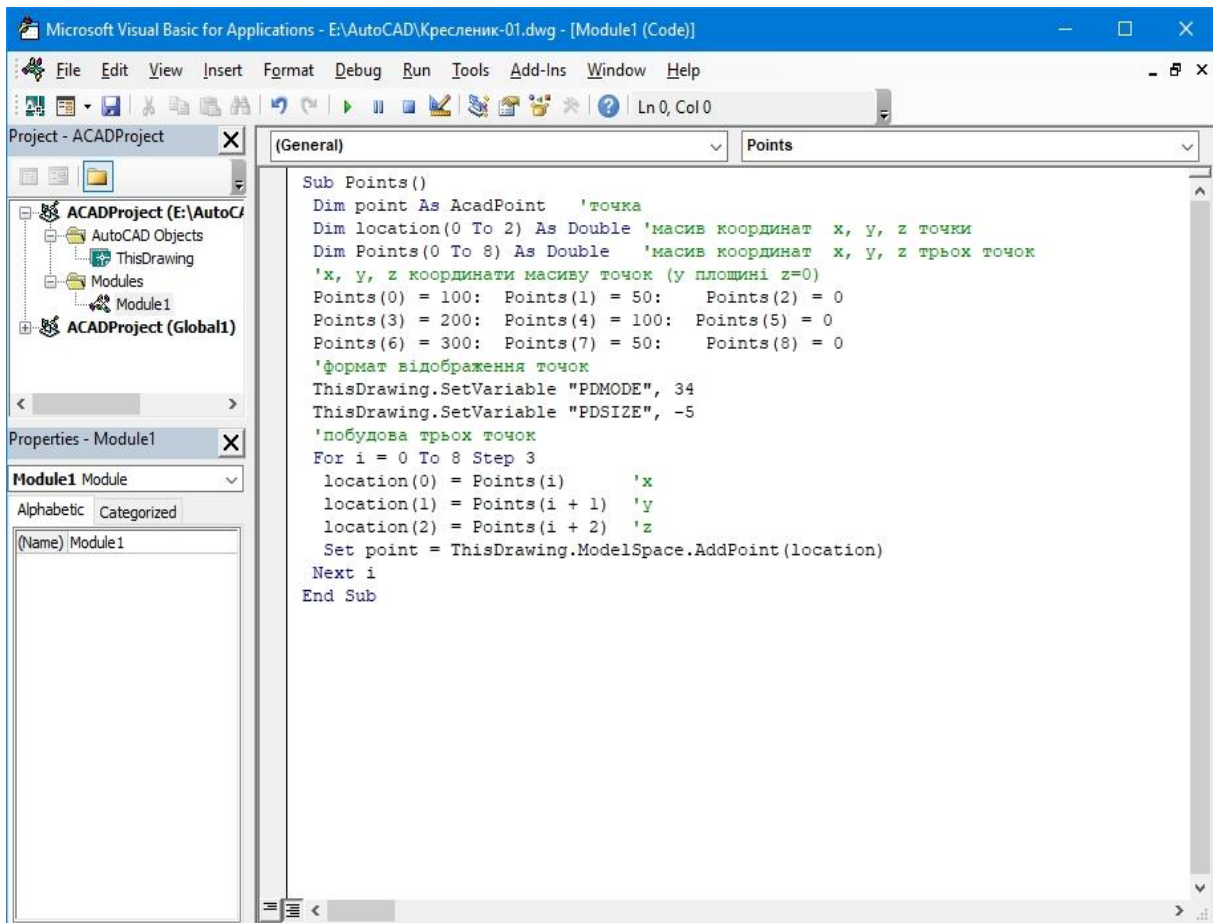


Рис. 4.6. Приклад макроса

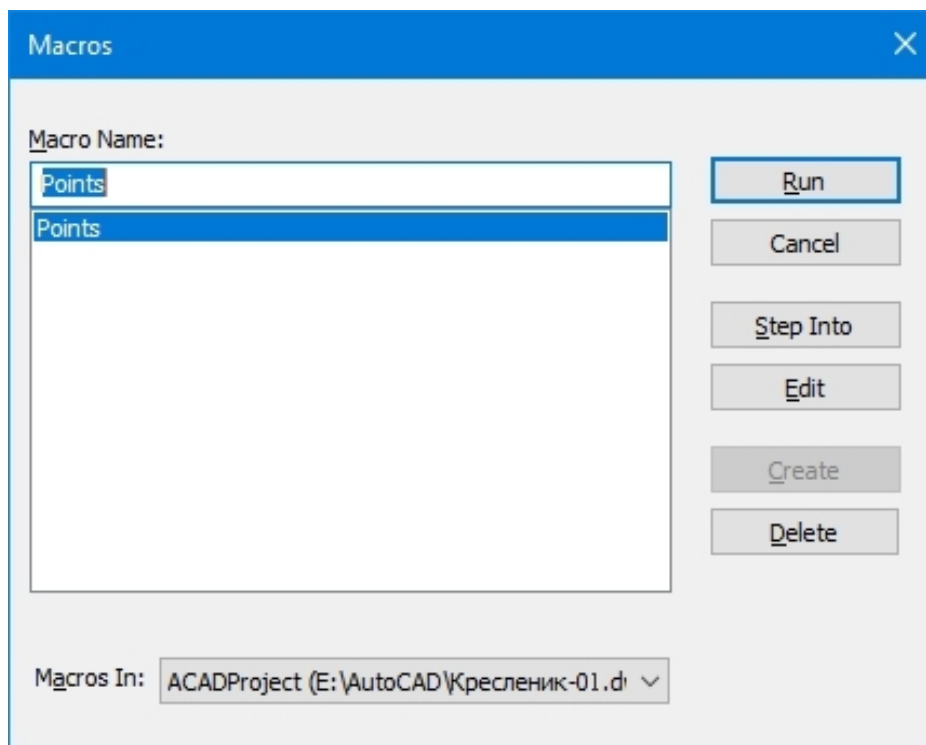


Рис. 4.7. Запуск макроса в середовищі Visual Basic

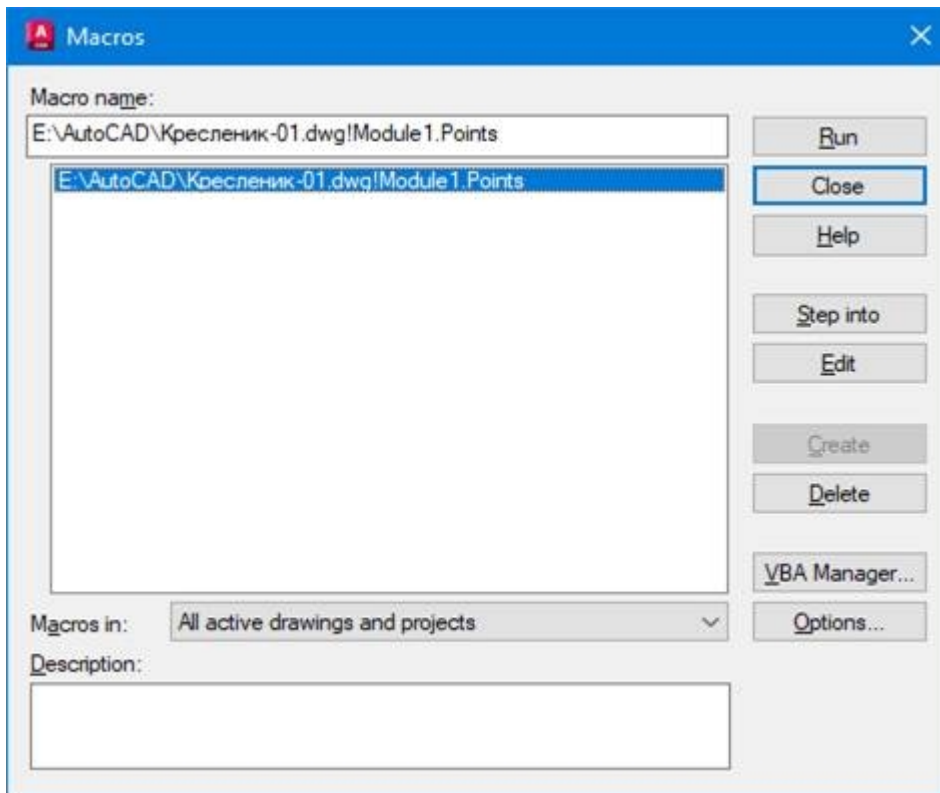


Рис. 4.8. Запуск макроса з середовища AutoCAD

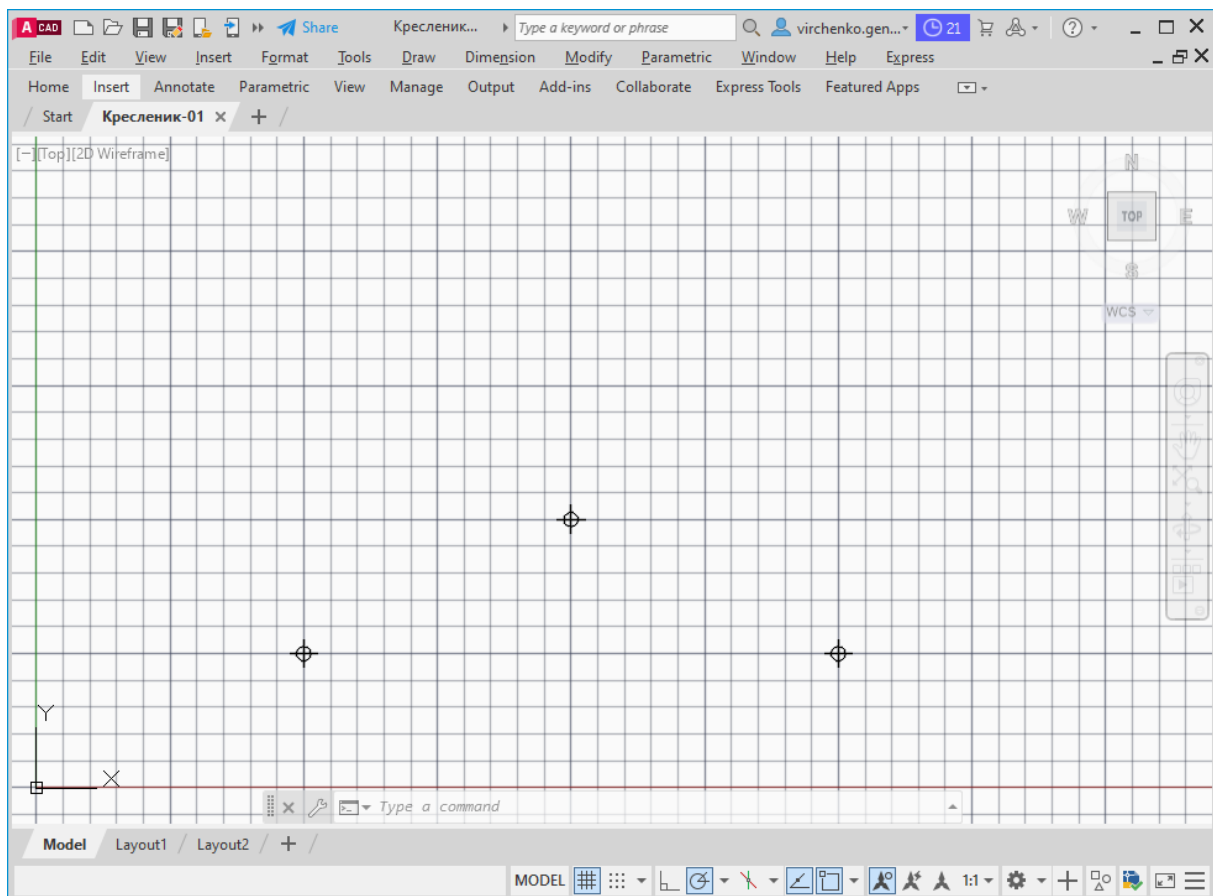


Рис. 4.9. Результат виконання макроса

У середовищі Visual Basic збереження напрацьованого макроса здійснюється натисканням кнопки Save на панелі Standard.

Далі подається автоматизована побудова конкретних геометричних фігур у форматі, що включає короткий виклад математичних основ (або відповідні посилання на другий розділ підручника) визначення цих об'єктів та приклади їх розробляння за допомогою засобів AutoCAD і Visual Basic.

## 4.2. Створення базових фігур

Досвід показує, що швидкому освоюванню та продуктивному практичному використанню нових САПР сприяє якісна теоретична підготовка користувачів, яка формує правильні фундаментальні уявлення про основи функціонування даних графічних пакетів. Це було зроблено у першому та другому розділі підручника. Зокрема, проаналізовано сучасне комп'ютерне геометричне моделювання, що полягає в розроблянні та застосуванні відповідних засобів для відтворення певних об'єктів, процесів, явищ тощо. Описано найбільш поширені комп'ютерні геометричні моделі, їх складові і т. д.

Метою двовимірного геометричного моделювання, що зазвичай здійснюється на площині, є виконання графічних побудов, у яких широко використовуються точки та різноманітні лінії. Нагадаємо, що *точки* є найдрібнішими елементами, характеризуються лише своїм розташуванням у просторі. У САПР для їх візуалізації застосовують всілякі символи та кольори. *Лінії*, які можна визначати траєкторіями руху точок, мають таку важливу властивість як довжина. У залежності від того, чи лежить лінія у площині, її називають відповідно *плоскою* або *просторовою*. Під час двовимірного геометричного моделювання на площині мають справу лише з першими з них.

Точки зазвичай визначаються своїми координатами, а лінії – за допомогою математичних рівнянь. Оскільки в комп'ютерному формоутворенні найбільш поширені *параметричні лінії*, що подаються у прямокутній декартовій системі координат  $Oxy$  у вигляді рівнянь (2.94), то далі розглядатимемо саме їх.

У цьому підрозділі проаналізовано автоматизовану побудову таких геометричних фігур як точки, відрізки прямих, прямокутники та багатокутники, кола й еліпси, їх дуги, а також сплайни.

### 4.2.1. Точки

Велике число алгоритмів комп'ютерної графіки полягає в роботі з точками (points), які характеризуються своїм положенням у просторі. Їх важливість обумовлена тим, що згідно з системним підходом довільну геометричну фігуру завжди можна розглядати як деяку множину точок.

На площині у прямокутній декартовій системі координат  $Ox$  точка  $P$  визначається радіус-вектором

$$P=(x, y). \quad (4.1)$$

Для полярної системи координат відповідно маємо  $P=(\rho, \varphi)$ , де  $\rho$  – відстань,  $\varphi$  – кут.

В AutoCAD створення точок зводиться до дефініції їх координат. Потрібні параметри відображення цих фігур на екрані дисплея встановлюються (рис. 4.10) зі спадного меню послідовністю *Format* → *Point Style*...

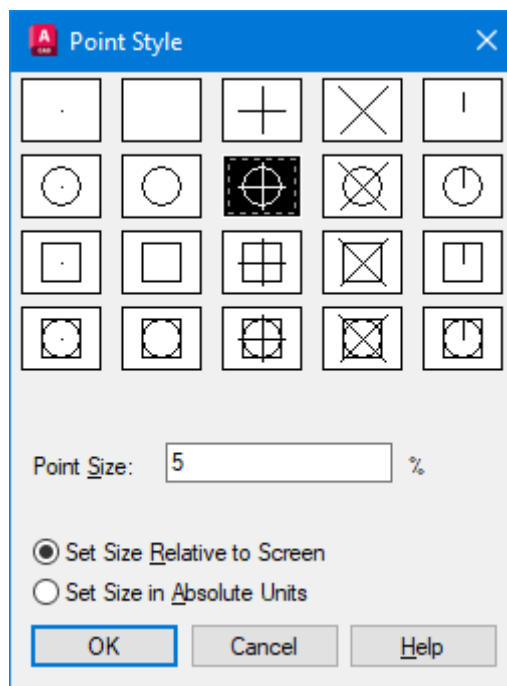


Рис. 4.10. Меню для визначення параметрів відображення точок

На рис. 4.11 наведено побудову точок безпосередньо в системі AutoCAD з використанням послідовності *Draw* → *Point* → *Multiple Point* традиційного меню. При цьому застосовано вектори  $P_0=(100, 50)$ ,  $P_1=(200, 100)$ ,  $P_2=(300, 50)$  та обрані на рис. 4.10 параметри відображення

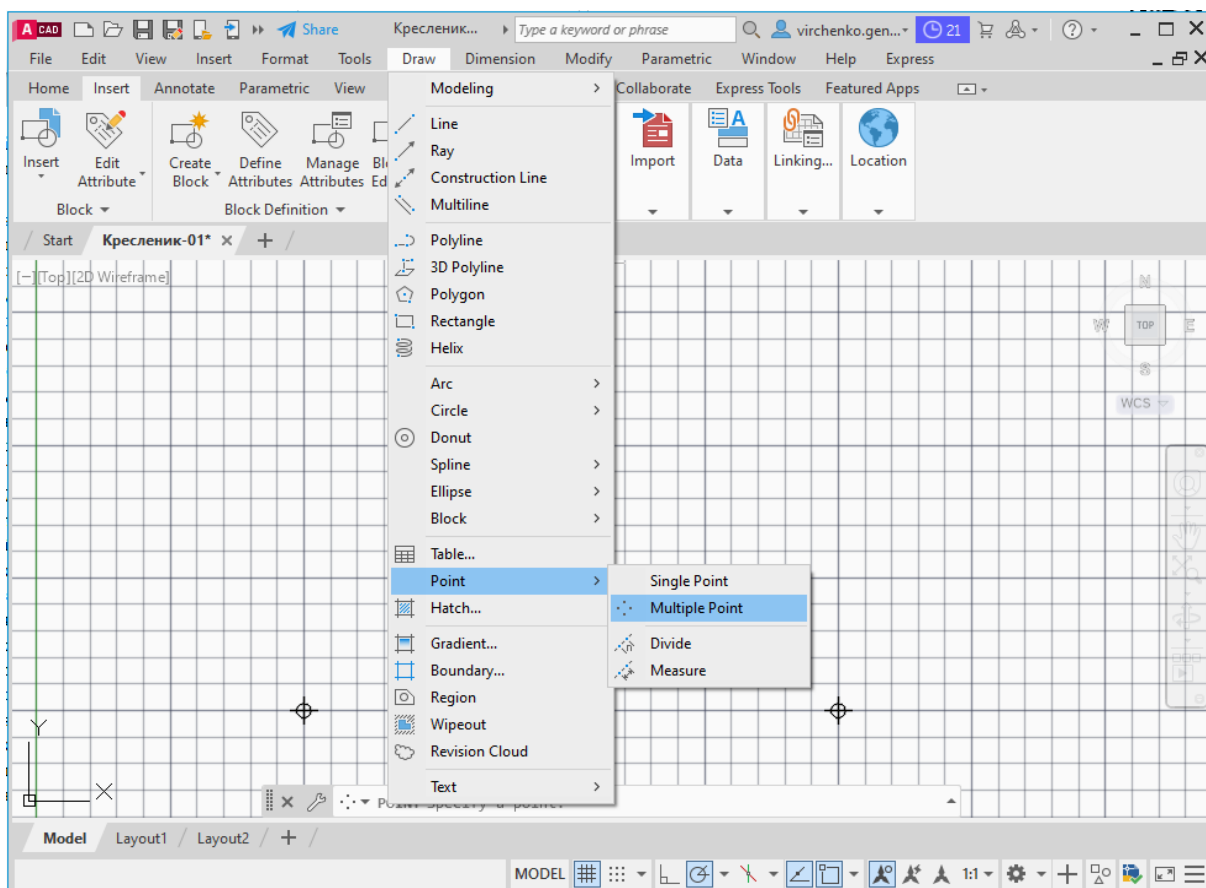


Рис. 4.11. Створення точок безпосередньо засобами AutoCAD

Це ж завдання виконано, див. рис. 4.9, за допомогою наведеного на рис. 4.6 макроса *Points*, текст якого подано нижче.

```

Sub Points()
  Dim point As AcadPoint 'точка
  Dim location(0 To 2) As Double 'масив координат x, y, z точки
  Dim Points(0 To 8) As Double 'масив координат x, y, z трьох точок
  'x, y, z координати масиву точок (у площині z=0)
  Points(0) = 100: Points(1) = 50: Points(2) = 0
  Points(3) = 200: Points(4) = 100: Points(5) = 0
  Points(6) = 300: Points(7) = 50: Points(8) = 0
  'формат відображення точок
  ThisDrawing.SetVariable "PDMODE", 34
  ThisDrawing.SetVariable "PDSIZE", -5
  'побудова трьох точок
  For i = 0 To 8 Step 3
    location(0) = Points(i) 'x
    location(1) = Points(i + 1) 'y
    location(2) = Points(i + 2) 'z
    Set point = ThisDrawing.ModelSpace.AddPoint(location)
  Next i
End Sub

```

Зробимо деякі пояснення щодо цієї програми. У першому блоці (три рядки після заголовка) виконано опис застосовуваних змінних, у другому (три рядки після першого коментаря) – введено потрібні координати точок, у наступному – визначено необхідний формат їх відображення, а далі в циклі побудовано належні фігури.

Форми рис. 4.10 кодуються змінною PDMODE системи AutoCAD наступним чином. Першому рядку відповідають значення 0, 1, 2, 3 та 4. Додаванням до цих величин 32, 64, 96 отримують відповідно зображення другого, третього та четвертого рядків.

Змінна PDSIZE встановлює, за виключенням випадків PDMODE=0 та PDMODE=1, розміри форм, які розглядаються. Її позитивне значення дорівнює необхідній абсолютній величині відображуваних символів, а негативне – відсотку від висоти графічної області робочого вікна AutoCAD (значенню PDSIZE=0 відповідає 5 %). Форми відображення точок оновлюються після регенерації геометричної моделі.

На рис. 4.12 показано застосування описаних прийомів.

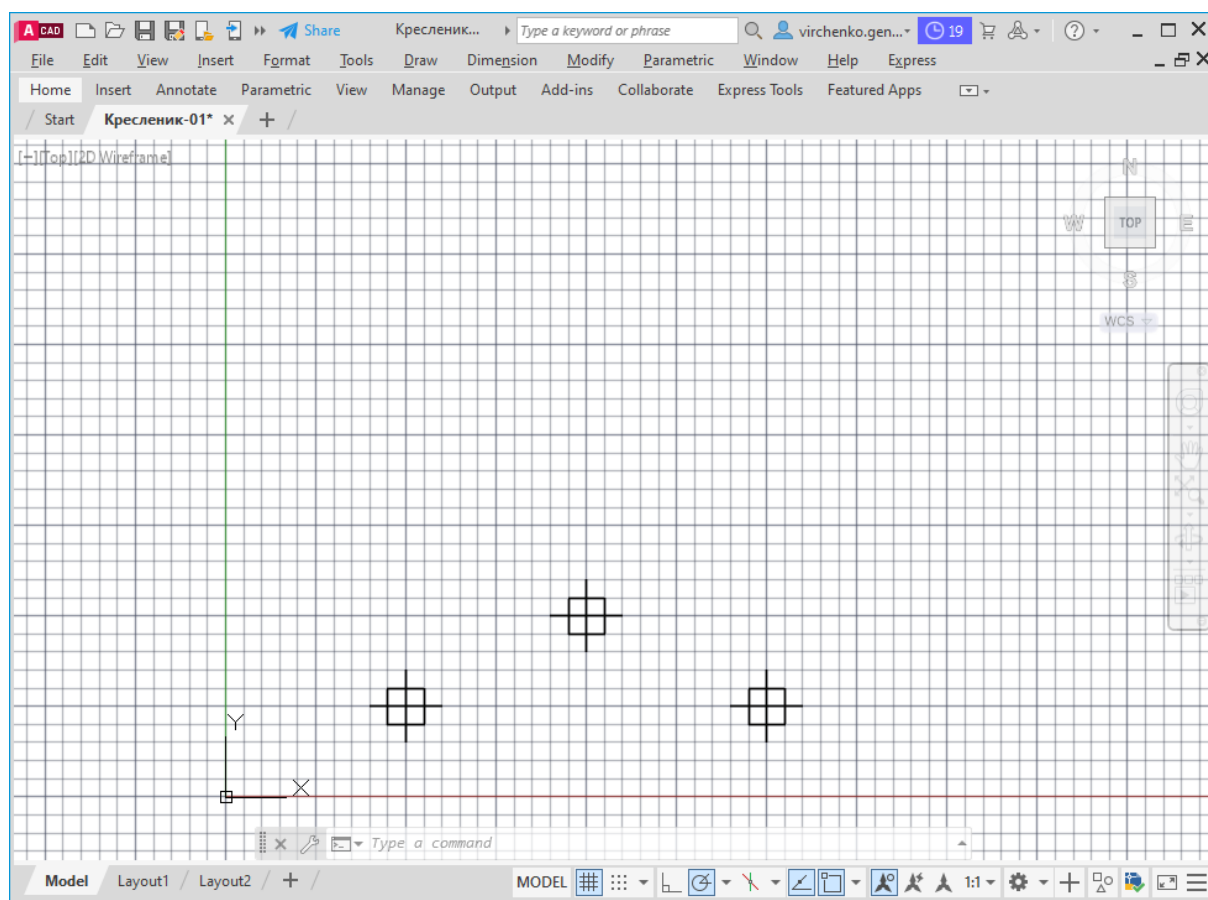


Рис. 4.12. Приклад змінювання параметрів відображення точок

Він відповідає наступному фрагменту коду

```
'формат відображення точок
ThisDrawing.SetVariable "PDMODE", 66
ThisDrawing.SetVariable "PDSIZE", 20
```

Аналіз рис. 4.12 свідчить, що застосовано сітку кресленика з кроком 10 мм. Це підтверджують координати та розміри побудованих точок.

#### 4.2.2. Відрізки прямих

Для аналітичного визначення відрізка прямої (*line*) з кінцевими точками  $P_0$  та  $P_1$  зручним є наступне параметричне рівняння

$$P(u) = (1-u)P_0 + uP_1, \quad (4.2)$$

де  $u \in [0, 1]$  – параметр.

Зауважимо, що довільна залежність  $P(t)$ , де  $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$ , подається як  $P(t(u))$ , де  $u \in [0, 1]$ , шляхом застосування виразу  $t(u) = t_{\min}(1-u) + ut_{\max}$ .

Також, незважаючи на те, що точки  $P_0$  та  $P_1$  можна визначити радіус-векторами (4.1), будемо використовувати їх, як і в попередньому програмному прикладі, в більш загальному вигляді координат тривимірного простору. Це дозволяє гнучко здійснювати в ньому дефініцію потрібних площин двовимірного моделювання або, навіть, реалізувати останнє на інших поверхнях. Зроблені тут зауваження поширюються й на решту навчального матеріалу, який викладається далі.

В AutoCAD побудова прямолінійних відрізків виконується за допомогою послідовності *Draw* → *Line* (див. на рис. 4.11 другий пункт спадного меню) введенням потрібних координат кінцевих точок.

Належну програму наведено нижче. Даним макросом *Lines* формується трикутник (рис. 4.13) з координатами вершин, які збігаються з точками, що розглянуті раніш.

```
Sub Lines()
Dim line As AcadLine 'відрізок прямої
'масиви координат x, y, z кінцевих точок відрізка прямої
Dim startPoint(0 To 2) As Double, endPoint(0 To 2) As Double
Dim Points(0 To 8) As Double 'масив координат x, y, z вершин трикутника
'x,y,z координати вершин трикутника (у площині z=0 за замовчуванням)
Points(0) = 100: Points(1) = 50:
Points(3) = 200: Points(4) = 100:
Points(6) = 300: Points(7) = 50:
'побудова трикутника
```

```

For i = 0 To 8 Step 3
  j = IIf(i < 6, 0, -9) 'зміщення в масиві Points
  startPoint(0) = Points(i)
  startPoint(1) = Points(i + 1)
  startPoint(2) = Points(i + 2)
  endPoint(0) = Points(i + 3 + j)
  endPoint(1) = Points(i + 4 + j)
  endPoint(2) = Points(i + 5 + j)
  ' побудова відрізка прямої
  Set line = ThisDrawing.ModelSpace.AddLine(startPoint, endPoint)
Next i
End Sub

```

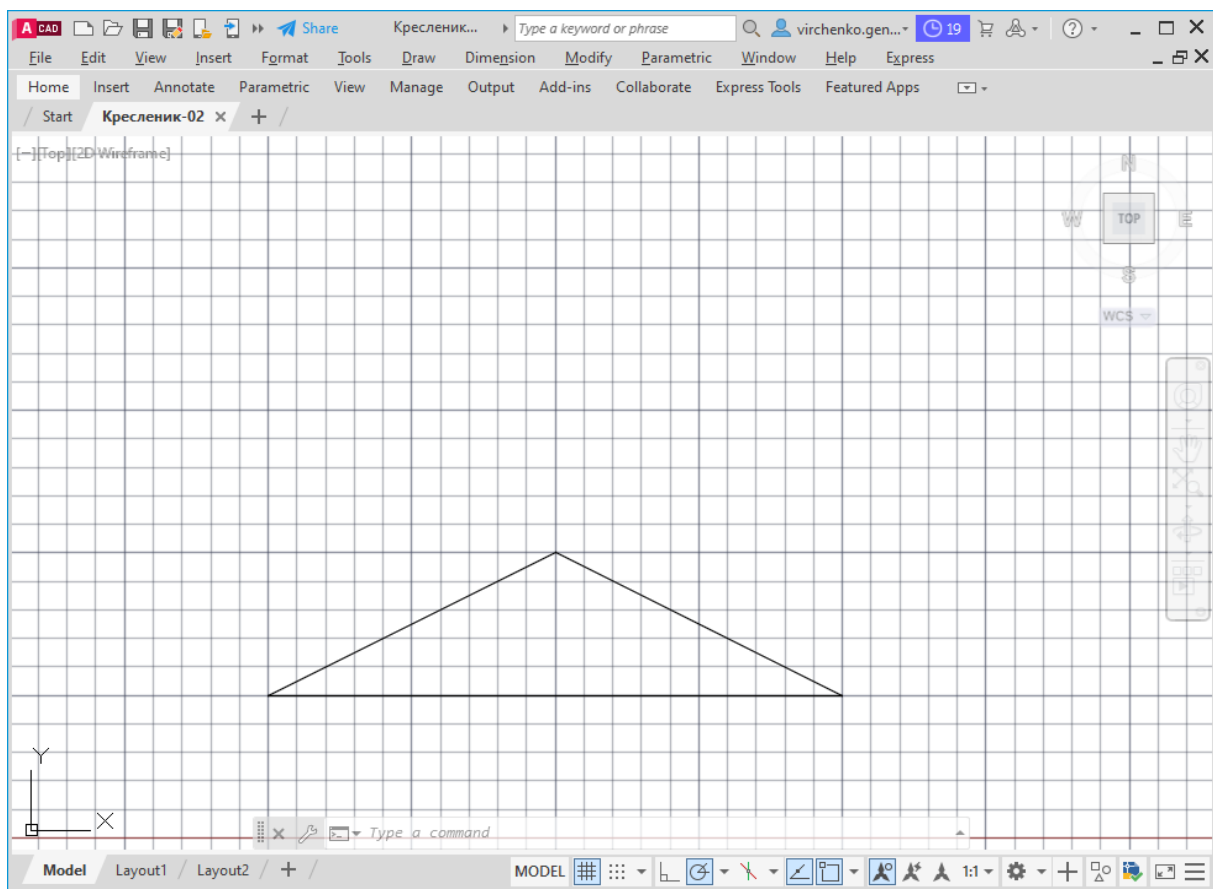


Рис. 4.13. Результат виконання макроса Lines

Коментарі поданої програми достатньо ґрунтовно пояснюють її роботу. Акцентуємо увагу лише на змінній  $j$ , ненульове значення якої застосовується для побудови останньої замикаючої сторони створюваного трикутника. Для цього в якості кінцевої її точки використано координати його початкової вершини.

Розглянутим далі змінюванням аплікат у блоці визначення елементів масиву Points проілюстровано двовимірне геометричне моделювання у площині, відмінній від  $z=0$ .



```
'x,y,z координати вершин трикутника
Points(0) = 100: Points(1) = 50: Points(2) = 0
Points(3) = 200: Points(4) = 100: Points(5) = 200
Points(6) = 300: Points(7) = 50: Points(8) = -200
```

Отриманий результат наведено на рис. 4.14. Його одержано за допомогою послідовності *View* → *Orbit* → *Free Orbit* традиційного меню. Як бачимо, трикутники розташовуються у площинах, що не збігаються. Таким чином, нами вивчається геометричне моделювання двовимірних об'єктів, які можуть розташовуватися у тривимірному просторі.

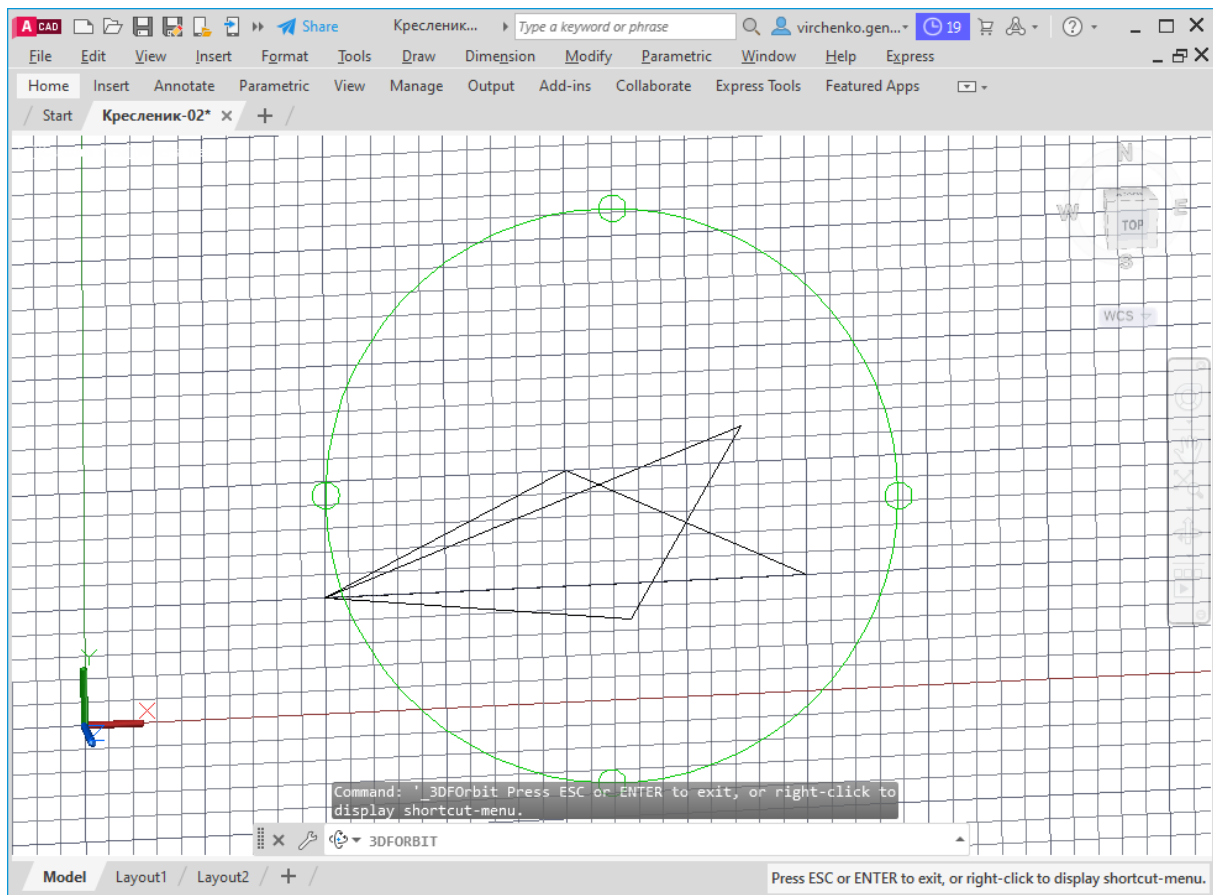


Рис. 4.14. Побудова макросом трикутника в довільній площині

Отже, на поточний момент доволі докладно викладено та освоєно на практиці автоматизоване формоутворення за допомогою засобів Visual Basic for Applications різноманітних точок і прямих ліній у системі AutoCAD. Зазначимо, що вони є основою для моделювання складніших геометричних фігур.

На підставі отриманих знань та з метою їх поглиблення далі розглянемо питання належних комп'ютерних побудов таких об'єктів як прямокутники та багатокутники.

### 4.2.3. Прямокутники

З точки зору системного підходу прямокутник (*rectangle*) варто опрацьовувати у вигляді складеної фігури, елементами якої є точки (4.1) та відрізки прямих (4.2).

Оскільки нами вже проаналізовано їх автоматизоване формоутворення, то зосередимось на ще не досліджених аспектах.

Зрозуміло, що побудувати в AutoCAD прямокутник можна за допомогою чотирьох прямолінійних відрізків, але більш продуктивним є застосування послідовності *Draw* → *Rectangle* (див. на рис. 4.11 дев'ятий зверху пункт спадного меню).

Приклад визначення цієї фігури з координатами  $(x, y)$  першого кута  $(0, 0)$  та другого  $(420, 297)$ , які відповідають розмірам аркуша формату А3, наведено на рис. 4.15.

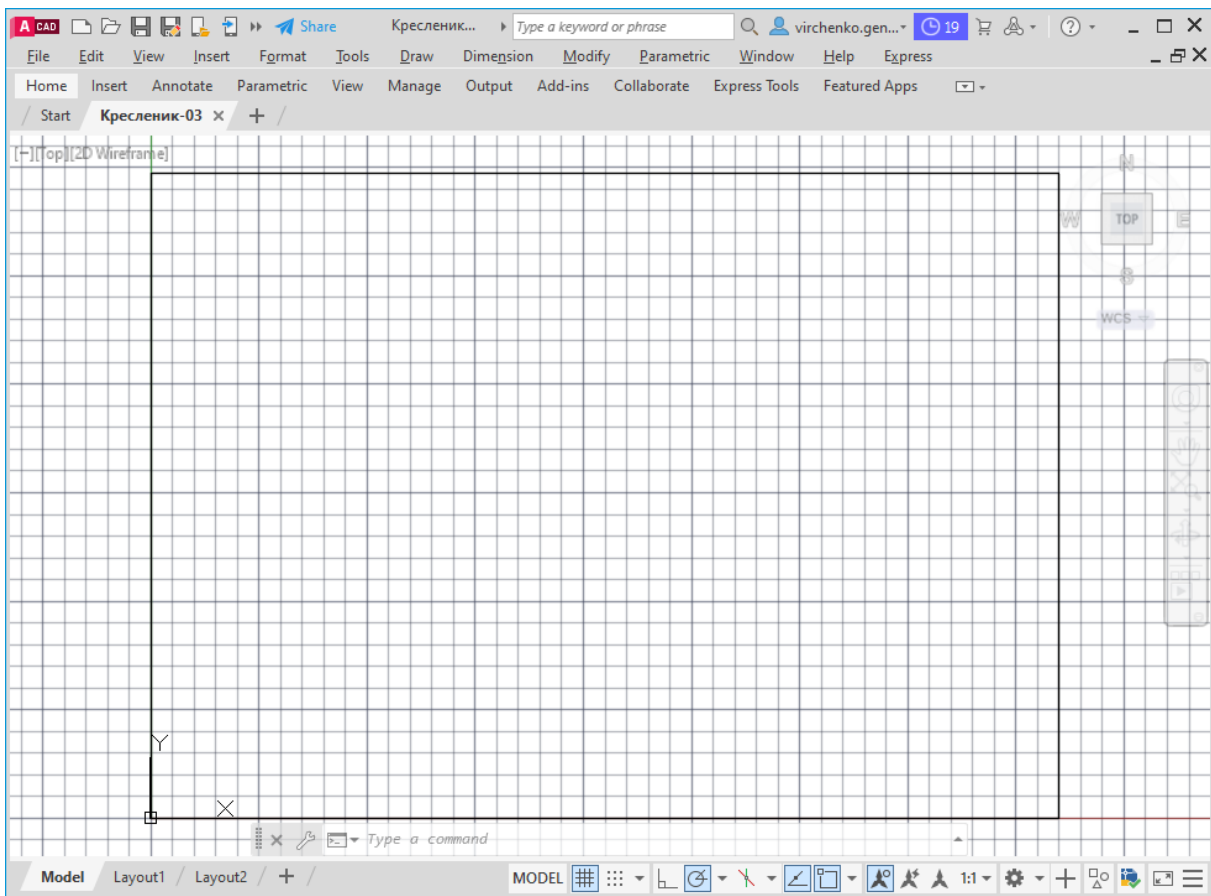


Рис. 4.15. Створення прямокутника засобами AutoCAD

У контекстному меню *Properties* (Властивості), що викликається при виділеному прямокутнику натисканням правої клавіші миші, за потреби

змінюються такі властивості обраного об'єкта, як колір (Color); шар (Layer); тип (Linetype), масштаб (Linetype scale) і товщина (Lineweight) лінії; координати вершин (Vertex) та ін., див. рис. 4.16.

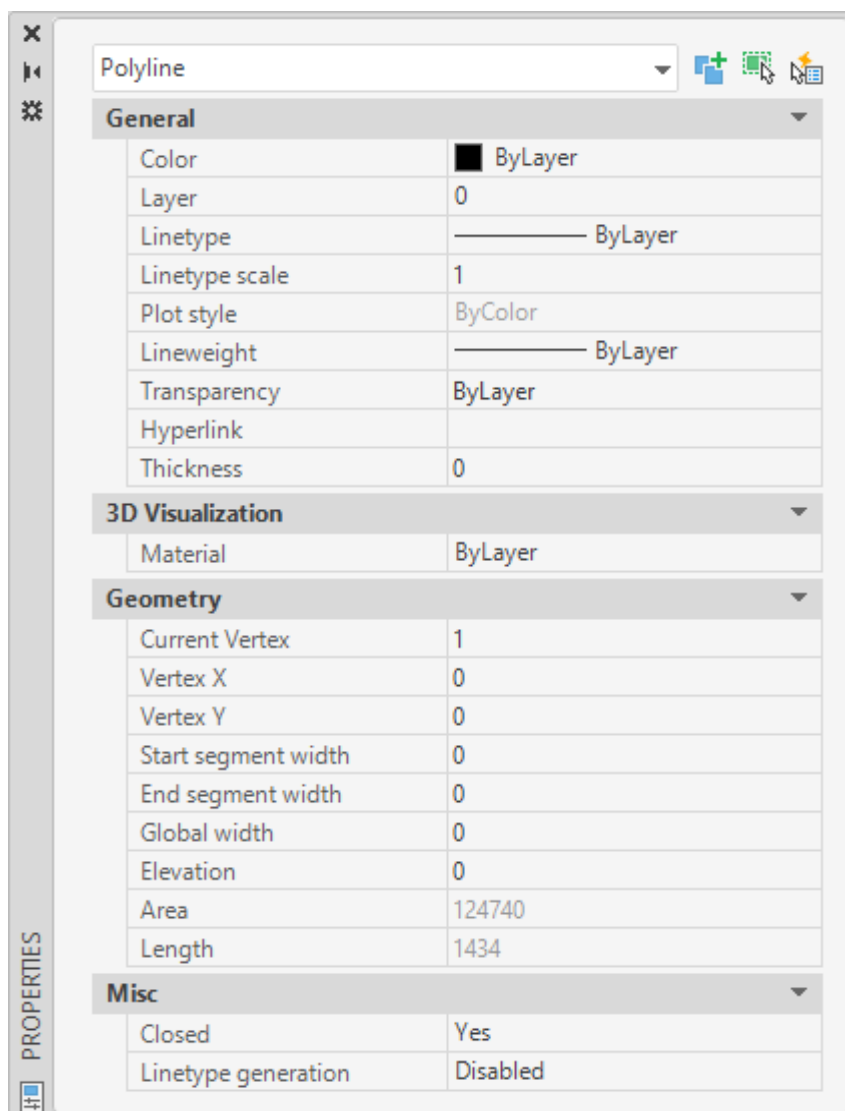


Рис. 4.16. Використання для прямокутника меню Properties

Побудуємо розглянутий прямокутник за допомогою макроса Visual Basic. У даному випадку ознайомимось з новим прийомом автоматизованого формоутворення в середовищі сучасних САПР. Він полягає в посиланні з програмного додатка певної команди з необхідними значеннями її аргументів. Останні відображують інформацію, яку вводить користувач у процесі діалогового спілкування з комп'ютерним пакетом під час виконання зазначеної команди.

Такий макрос *Rectangle* має наступний вигляд.

```

Sub Rectangle ()
'надсилання в AutoCAD команди створення прямокутника
ThisDrawing.SendCommand "rectang 0,0 420,297 "
End Sub

```

Тут застосовано метод SendCommand, що імітує передавання обраній команді (в нашому прикладі це *rectang*, що будує прямокутник) потрібних їй параметрів.

У текстовому рядку, який береться в лапки, наводиться належна команда та її аргументи. Варто звернути увагу на те, що пусті символи трактуються як натискання користувачем клавіші *Enter* на клавіатурі.

Проаналізований метод SendCommand прийнятний і для виконання інших, крім розглянутої, команд системи AutoCAD.

#### 4.2.4. Багатокутники

Подальшим узагальненням точок, відрізків прямих, трикутників і прямокутників можна вважати геометричні об'єкти, які називаються *багатокутниками (polygons)*. Останні є замкненими ламаними, тобто фігурами, що складаються з точок і прямолінійних відрізків, які їх сполучають. Вершини та ланки цих ламаних є відповідно *вершинами* і *сторонами* багатокутників.

Ми розглядатимемо тільки *прості ламані*, тобто без самоперетинів.

У залежності від наявного числа  $n$  кутів (сторін), де  $n \geq 3$  та  $n \in \mathbb{N}$ , багатокутник називається  $n$ -кутником, тобто трикутником, чотирикутником і т. д.

*Плоским багатокутником* вважається скінченна частина площини, обмежена багатокутником. Останній є *опуклим*, якщо він лежить в одній півплощині відносно будь-якої прямої, що містить його сторону. Опуклий багатокутник називається *правильним*, коли в нього рівні всі сторони та кути. Наприклад, рівносторонній трикутник, квадрат, пентагон і т. д. Багатокутник *вписаний* у коло, якщо всі його вершини лежать на останньому, а *описаний* навколо кола, коли всі його сторони дотикаються зазначеної фігури.

В AutoCAD ламана (*polyline*) будується за допомогою послідовності *Draw* → *Polyline* (див. на рис. 4.11 шостий зверху пункт наведеного спадного меню).

Відповідний приклад показано на рис. 4.17.

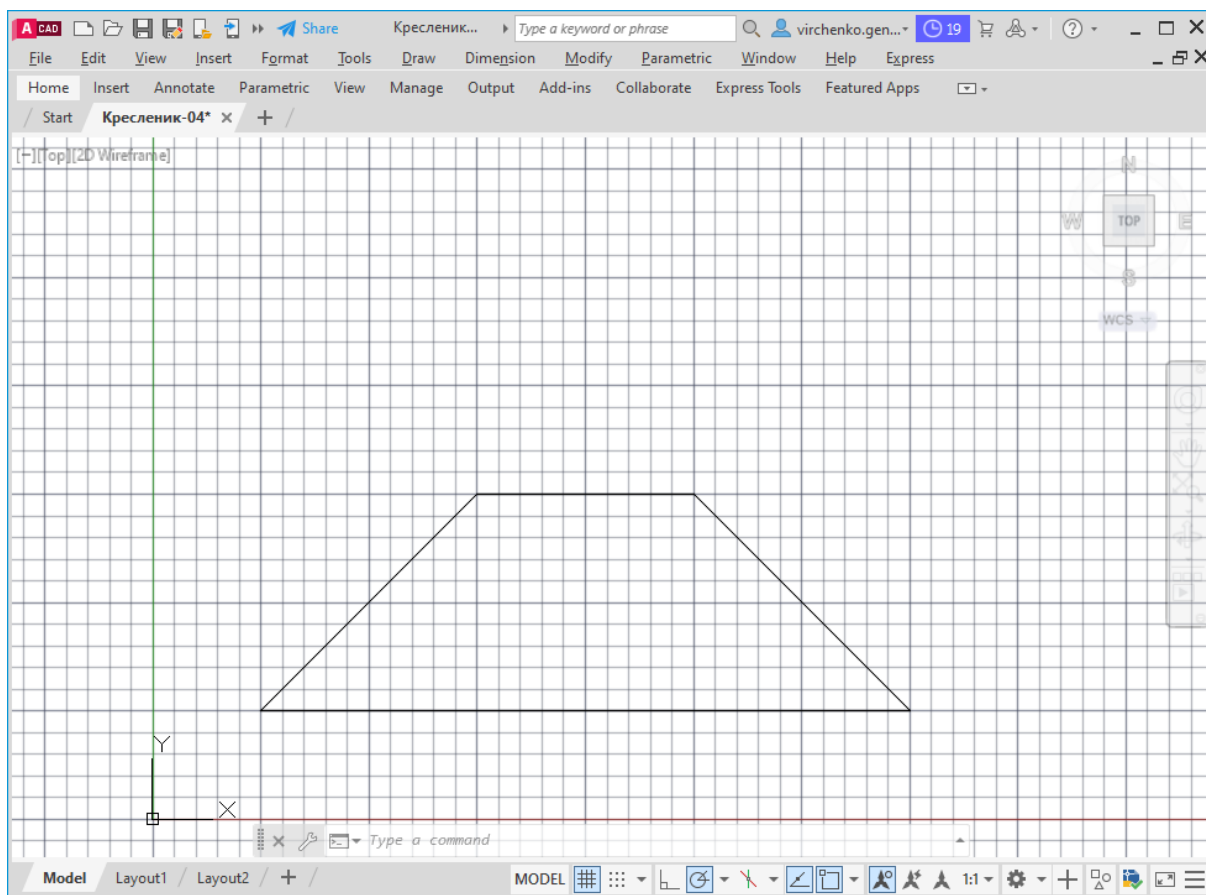


Рис. 4.17. Побудована засобами AutoCAD замкнена ламана

При цьому застосовано ламану з координатами  $(x, y)$  вершин:  $P_0=(50, 50)$ ,  $P_1=(150, 150)$ ,  $P_2=(250, 150)$ ,  $P_3=(350, 50)$ ,  $P_0=(50, 50)$ .

Шляхом використання макроса *Polylines* у Visual Basic ця ж задача розв'язується наступним чином.

```
Sub Polylines ()
  Dim polyline As AcadPolyline 'ламана
  Dim Points(0 To 14) As Double 'масив координат x, y, z вершин ламаної
  'x,y,z координати вершин ламаної у площині z=0
  Points(0) = 50: Points(1) = 50: Points(2) = 0
  Points(3) = 150: Points(4) = 150: Points(5) = 0
  Points(6) = 250: Points(7) = 150: Points(8) = 0
  Points(9) = 350: Points(10) = 50: Points(11) = 0
  Points(12) = 50: Points(13) = 50: Points(14) = 0
  'побудова ламаної
  Set polyline = ThisDrawing.ModelSpace.AddPolyline(Points)
End Sub
```

Розглянемо також геометричне моделювання правильних багатокутників (рис. 4.18). В AutoCAD це здійснюється за допомогою

послідовності *Draw* → *Polygon* (див. на рис. 4.11 восьмий зверху пункт спадного меню).

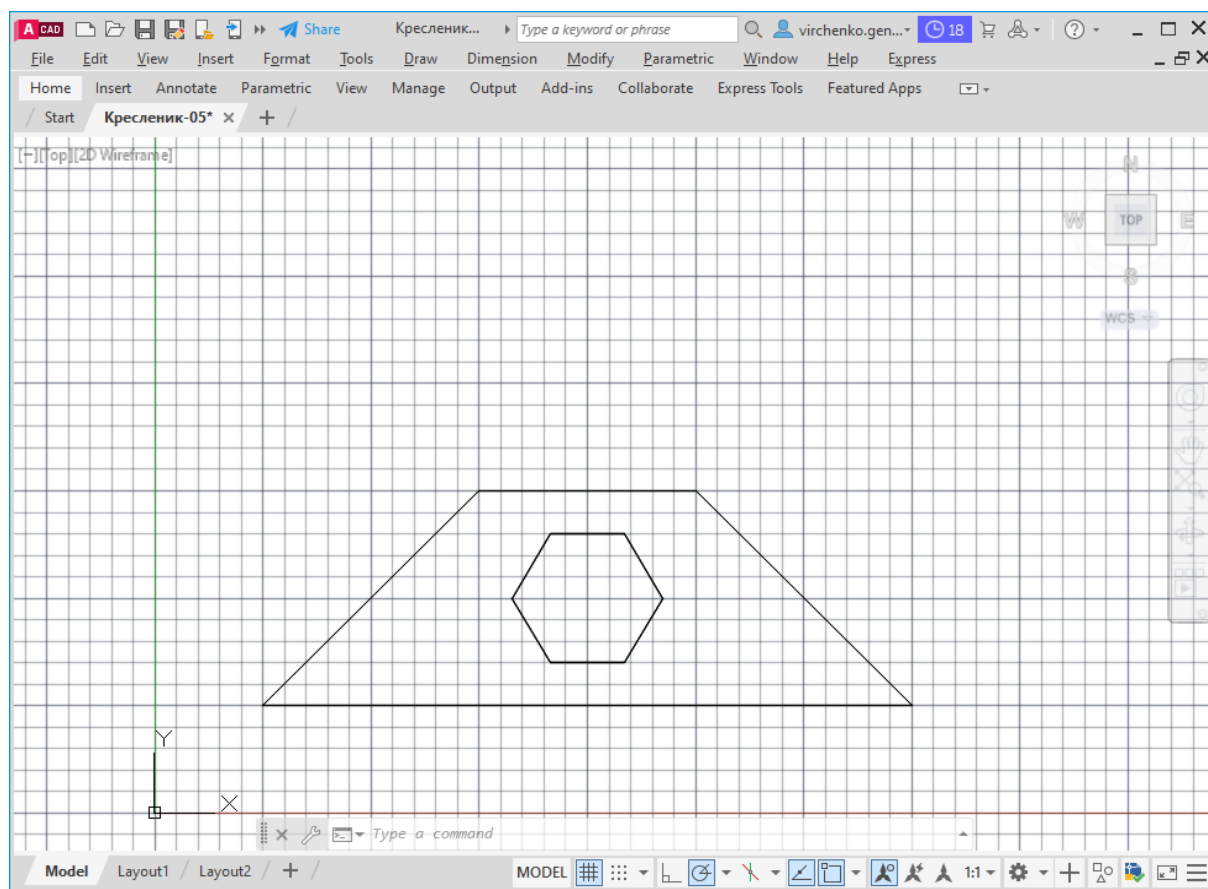


Рис. 4.18. Додавання правильного шестикутника

Для формування правильного багатокутника користувачем визначаються: потрібне число  $n$  сторін фігури; координати  $(x, y)$  її центра  $C$ ; застосовуване вписане чи описане коло та його радіус  $R$ .

У нашому випадку прийнято:  $n=6$ ;  $C=(200, 100)$ ; вписане коло та  $R=30$ . Отриманий результат зображено на рис. 4.18.

Це ж саме забезпечує наступний макрос *Polygon* середовища Visual Basic.

```
Sub Polygon()  
  'надсилання в AutoCAD команди побудови гексагону  
  ThisDrawing.SendCommand "polygon 6 200,100 C 30 "  
End Sub
```

Синтаксис наведеної програми базується на зробленому в попередньому пункті підручника описі методу SendCommand. Аргументи ж команди polygon проаналізовано вище.

Оскільки під час двовимірного геометричного моделювання мають справу не тільки з точками та лініями, а і двовимірними об'єктами у вигляді певних ділянок поверхонь (на площині це відповідні її області), то розглянемо також належний приклад.

У процесі розроблення креслеників доволі широко застосовуються розрізи та перерізи, що зображуються з використанням штрихування замкнених контурів. Для здійснення зазначеної операції в системі AutoCAD потрібно виконати послідовність *Draw* → *Hatch* (див. на рис. 4.11 сьомий знизу пункт спадного меню). На рис. 4.19 наведено вікно даної команди, яке аналогічне рис. 3.127 третього розділу підручника.

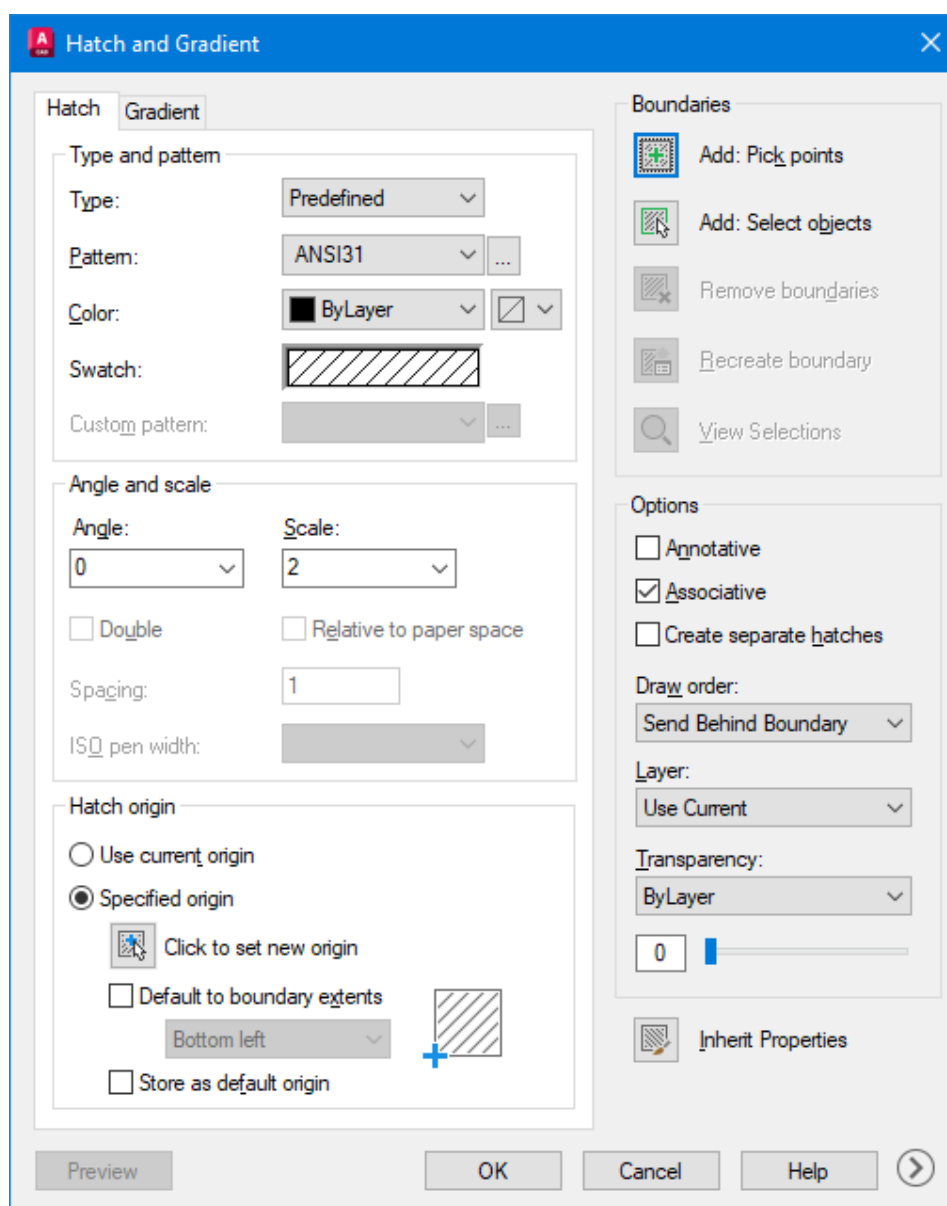


Рис. 4.19. Меню команди Hatch

При цьому в якості зразка штриховки обрано ANSI31 та встановлено його масштаб 2. Отриманий результат показано на рис. 4.20.

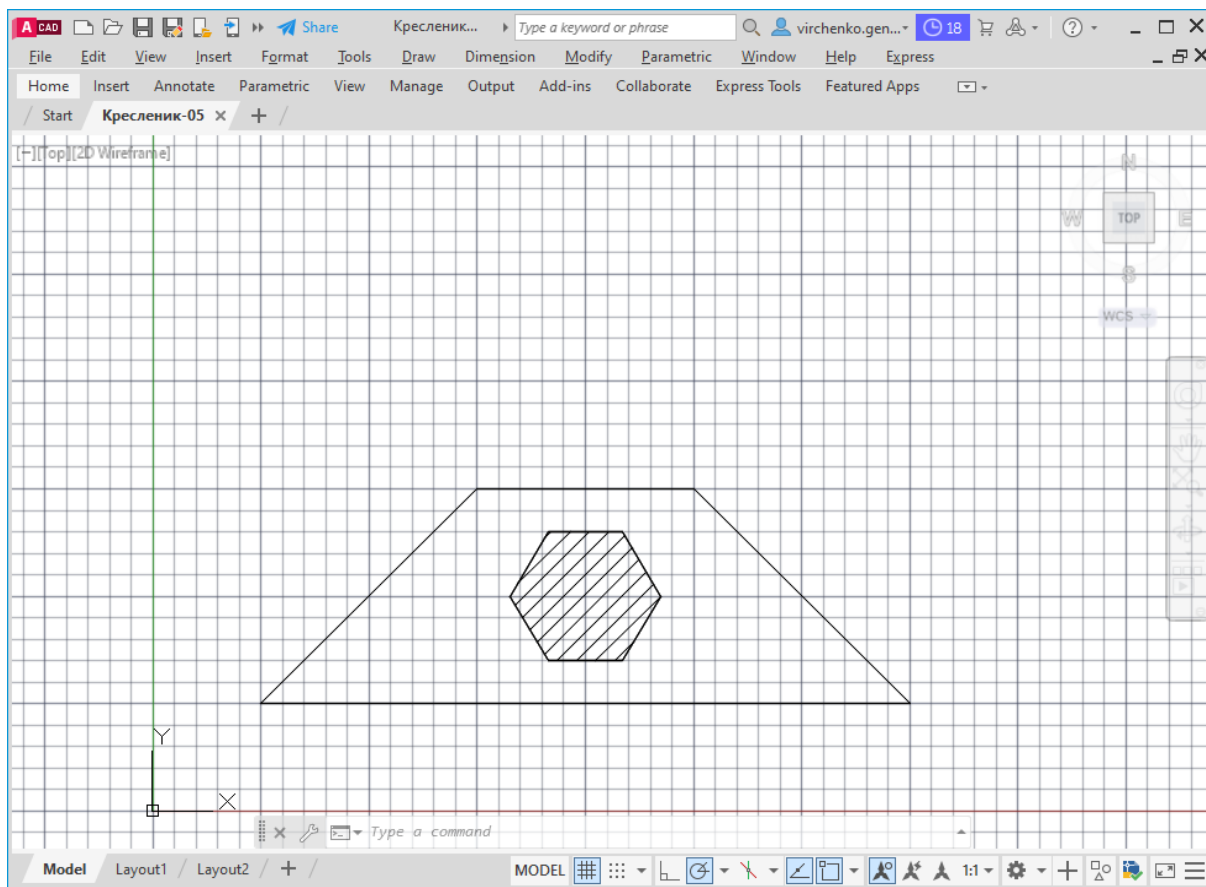


Рис. 4.20. Штрихування шестикутника

Проаналізовані побудови заштрихованого правильного шестикутника можна реалізувати шляхом застосування наступного макроса *Hatches* середовища Visual Basic.

```
Sub Hatches()
  Dim center(0 To 2) As Double 'x, y, z координати центра гексагону
  Dim radiusI As Double 'радіус вписаного в гексагон кола
  Dim radiusD As Double 'радіус описаного навколо гексагону кола
  Dim polyline(0 To 0) As AcadEntity 'ламана гексагону
  Dim Points(0 To 20) As Double 'масив координат x, y, z вершин ламаної
  Dim hatch As AcadHatch 'штриховка
  Dim patternName As String 'зразок штриховки
  Dim patternType As Long 'тип штриховки
  Dim bAssociativity As Boolean 'асоціативність штриховки
  n = 6 'кількість сторін правильного багатокутника
  center(0) = 200: center(1) = 100: center(2) = 0
  radiusI = 30
  pi = 4 * Atn(1) 'значення константи
  radiusD = radiusI / Cos(pi / n)
```



```

For i = 0 To n * 3 + 2 Step 3
  'x,y,z координати вершин ламаної у площині z=0
  Points(i) = center(0) - radiusD * Cos(2 * pi / n * Int(i / 3)): 'x
  Points(i + 1) = center(1) - radiusD * Sin(2 * pi / n * Int(i / 3)): 'y
  Points(i + 2) = center(2) 'z
Next i
'побудова ламаної
Set polyline(0) = ThisDrawing.ModelSpace.AddPolyline(Points)
'визначення штриховки
patternName = "ANSI31"
patternType = 0
bAssociativity = True
'створення об'єкта штриховка
Set hatch = ThisDrawing.ModelSpace.AddHatch(patternType, patternName, bAssociativity)
hatch.Rotate center, 0 'поворот штриховки
hatch.AppendOuterLoop (polyline) 'зовнішня межа штриховки
hatch.LineWeight = acLnWt035 'товщина ліній штриховки
hatch.PatternScale = 2 'масштабування відстаней між лініями штриховки
hatch.Evaluate
ThisDrawing.Regen True 'регенерація моделі
End Sub

```

Зробимо пояснення щодо даного коду комп'ютерної програми. Краще зрозуміти її функціонування дозволяють наведені коментарі. Це стосується таких параметрів як координати центра створюваної фігури, радіус її вписаного кола, застосовувані геометричні примітиви (ламана та її вершини, штриховка та її атрибути тощо), визначення й розрахунки потрібних величин, виконання належних побудов і т. д.

Хоч у поданому макросі не ставилось за мету досягти певної універсальності програми та охопити при цьому широкий клас модельованих геометричних об'єктів, він, однак, має деякі корисні властивості зазначеного плану. Проілюструємо це на конкретних прикладах. Для забезпечення наочності, тобто можливості краще оцінити змінювання форми, розмірів і положення створюваних за допомогою досліджуваного макроса фігур, їх побудову здійснено на фоні показаної на рис. 4.17 рівнобедреної трапеції.

Так, зокрема, завдяки поданим нижче модифікаціям отримано зображення рис. 4.21.

```

* * *
Dim Points(0 To 11) As Double 'масив координат x, y, z вершин ламаної
* * *
n = 3 'кількість сторін правильного багатокутника
* * *
radiusI = 20

```

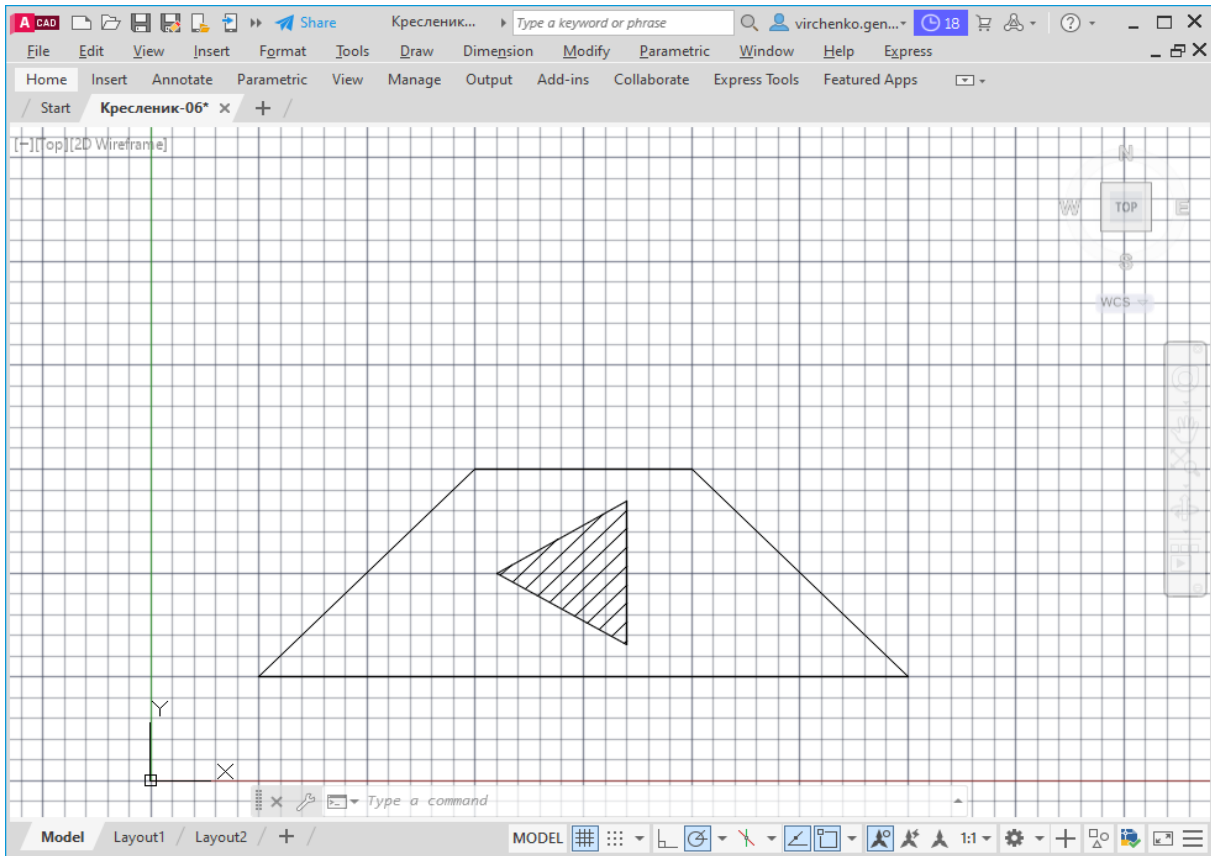


Рис. 4.21. Формування заштрихованого рівностороннього трикутника

Наступні зміювання призводять до наведеного на рис. 4.22 результату.

```

* * *
Dim Points(0 To 14) As Double 'масив координат x, y, z вершин ламаної
* * *
n = 4 'кількість сторін правильного багатокутника
center(0) = 200: center(1) = 250: center(2) = 0
* * *

```

Якщо необхідний інший напрям штрихування побудованого квадрата, то це досягається потрібною модифікацією лише одного рядка макроса.

```

* * *
hatch.Rotate center, pi / 6 'поворот штриховки
* * *

```

Належний приклад див. на рис. 4.23. Приведені нижче зміювання обумовлюють зображення рис. 4.24.

```

* * *
Dim Points(0 To 17) As Double 'масив координат x, y, z вершин ламаної
* * *
n = 5 'кількість сторін правильного багатокутника
center(0) = 200: center(1) = 250: center(2) = 0
radiusI = 50
* * *
patternName = "HONEY"

```

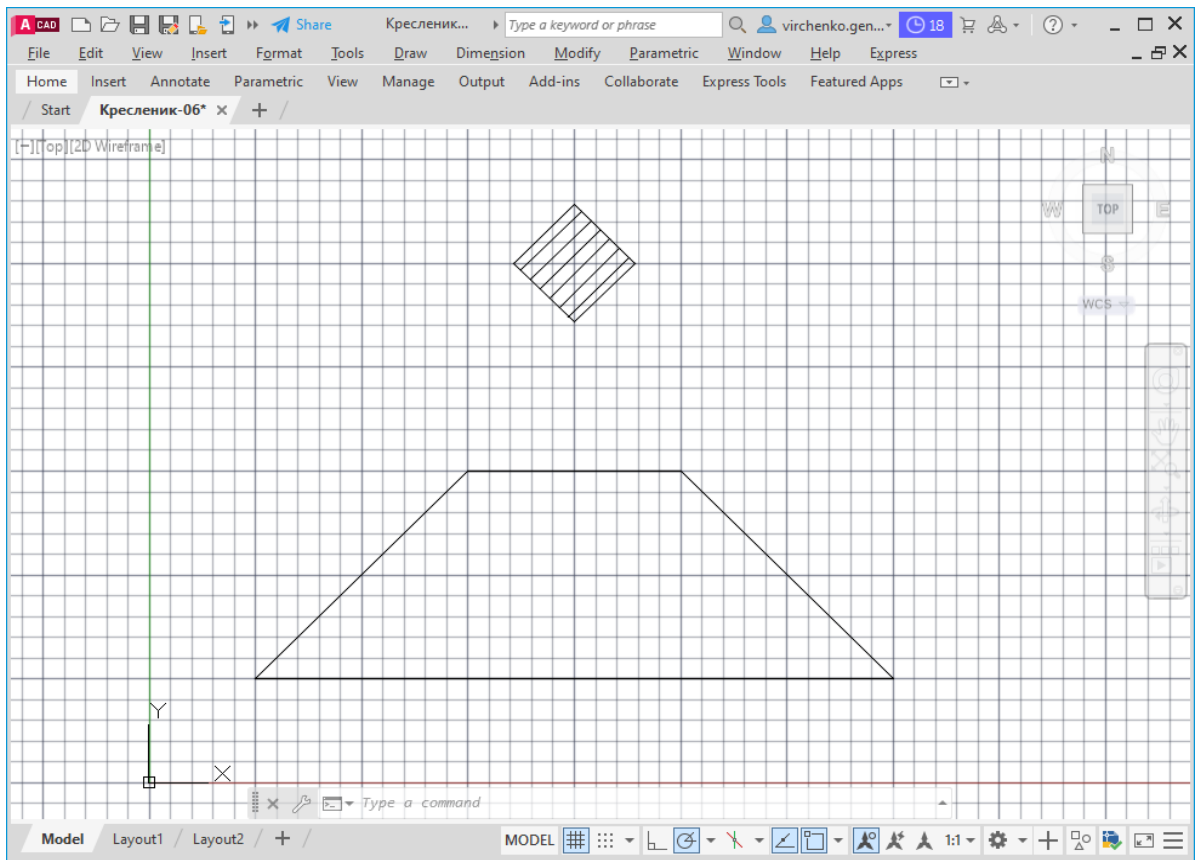


Рис. 4.22. Побудова заштрихованого квадрата

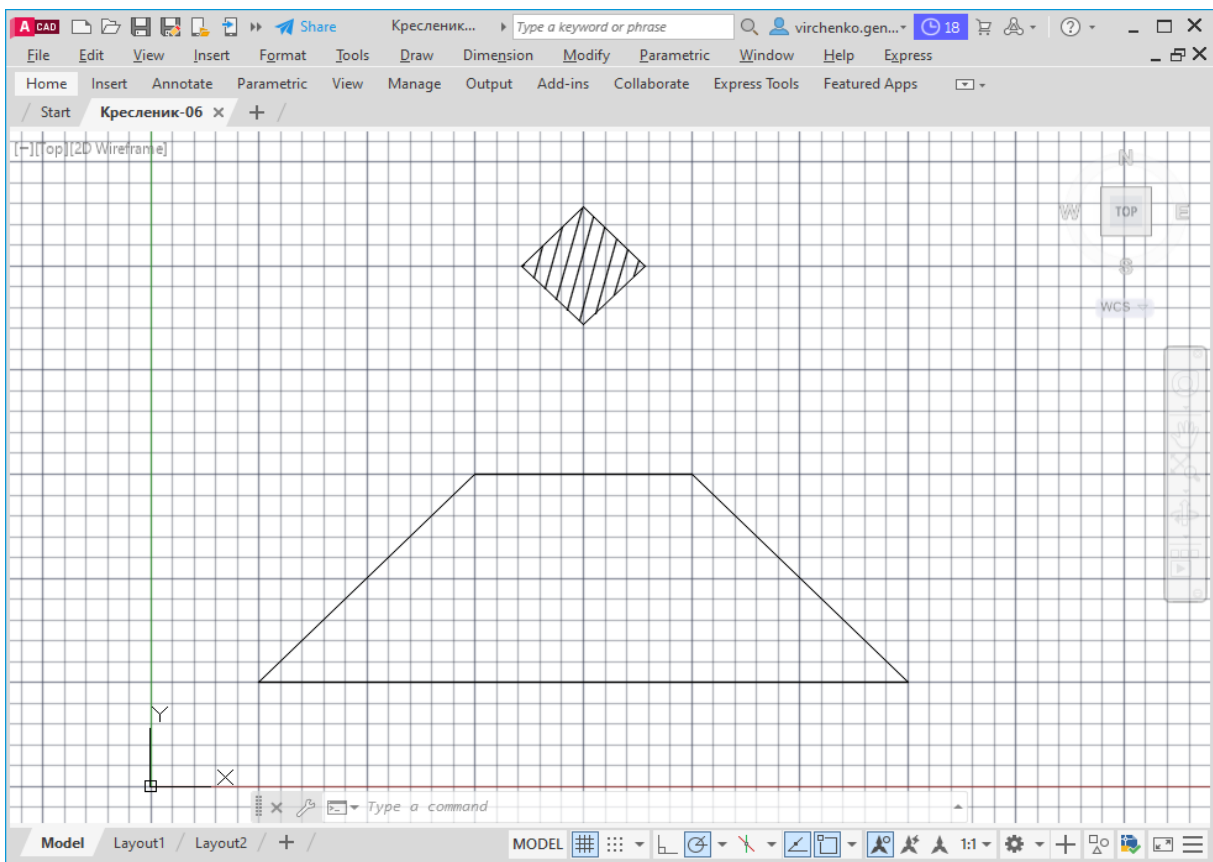


Рис. 4.23. Змінювання напрямку штрихування квадрата

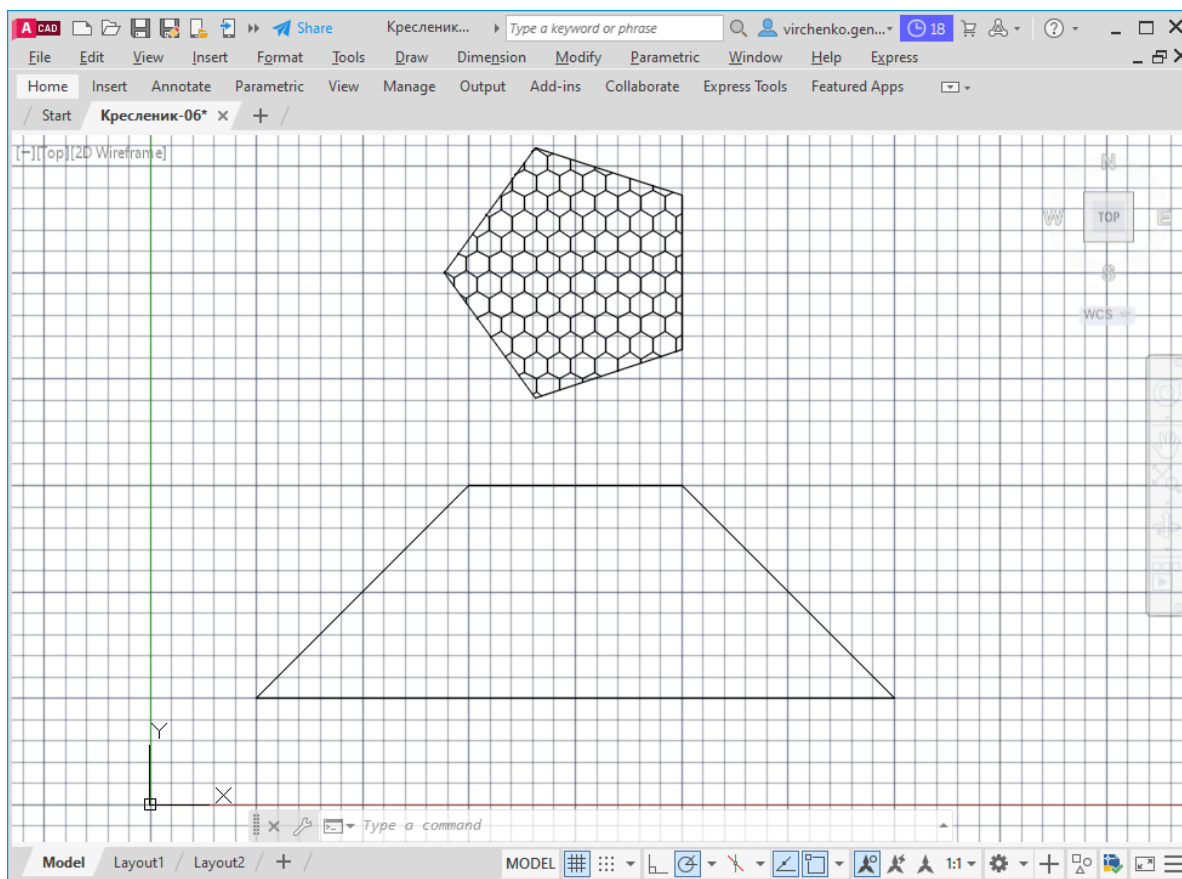


Рис. 4.24. Пентагон зі штриховкою HONEY

Таким чином, на практичних прикладах переконуємось у високій гнучкості та продуктивності автоматизованого варіантного формоутворення з використанням макросів Visual Basic. Зупинимось коротко ще на одній можливості, яку забезпечують ці засоби.

В AutoCAD із використанням меню *Properties*, подібно до рис. 4.16, забезпечується інформація, зокрема, щодо площі та периметра побудованого багатокутника.

Доступ до цих даних реалізовано також у Visual Basic for Applications. Якщо в кінець розглянуто в цьому пункті макроса дописати наведені нижче рядки

```
Dim polyline2 As AcadPolyline
Dim strHandle As String
strHandle = polyline(0).Handle
Set polyline2 = ThisDrawing.HandleToObject(strHandle)
MsgBox "Площа багатокутника      " & polyline2.Area & Chr(13) _
& "Периметр багатокутника " & polyline2.Length
```

то додатково отримаємо результат у вигляді вікна повідомлень, показаного на рис. 4.25.

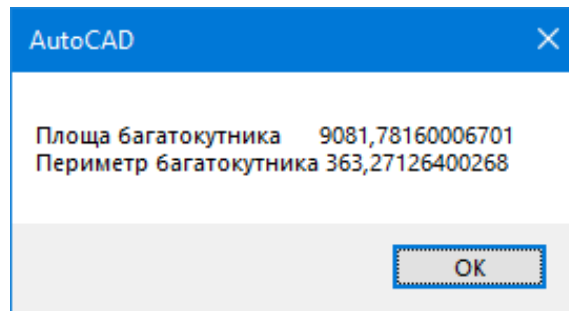


Рис. 4.25. Обчислені площа та периметр багатокутника

Далі розглядатимемо побудову кривих ліній, зокрема, кіл, еліпсів і сплайнів.

#### 4.2.5. Кола та їх дуги

Для аналітичного визначення у прямокутній декартовій системі координат  $Oxy$  кола (*circle*) з центром у точці  $C(x_C, y_C)$  та радіусом  $R$  можна застосовувати наступні рівняння в параметричній формі

$$x = x_C + R \cos u; \quad y = y_C + R \sin u, \quad (4.3)$$

де  $u \in [0, 2\pi]$ .

Вираз (4.3) також зручний для побудови дуги (*arc*) кола потрібної кутової величини шляхом відповідного корегування проміжку змінювання параметра  $u$ . Співвідношення (4.3), як і (4.2), є ілюстрацією загальних залежностей (2.94) для випадку конкретної досліджуваної кривої.

В AutoCAD коло створюється за допомогою послідовності *Draw* → *Circle* (рис. 4.26). Є кілька варіантів формування цієї фігури: за центром і радіусом; центром та діаметром; двома і трьома точками та ін.

*Примітка.* Надалі для поліпшення сприйняття зображень останні виводяться в графічній області AutoCAD усередині прямокутної рамки розмірами формату А3.

З використанням послідовності *Draw* → *Arc* в AutoCAD дуги кіл теж визначаються різними способами (рис. 4.27): за трьома точками; початком, центром і кінцем; початком, центром та кутом і т. д.

На рис. 4.28 показано приклади створення кіл та їх дуг. Кола побудовані за центром  $C$  і радіусом  $R$ . У більшої фігури  $C=(200, 150)$ ,  $R=100$ ; в меншої –  $C=(100, 150)$ ,  $R=50$ . Для останньої застосовано вже описане в пункті 4.2.3 меню *Properties* і встановлено червоний колір, штрихову лінію та її товщину 0,4 мм.

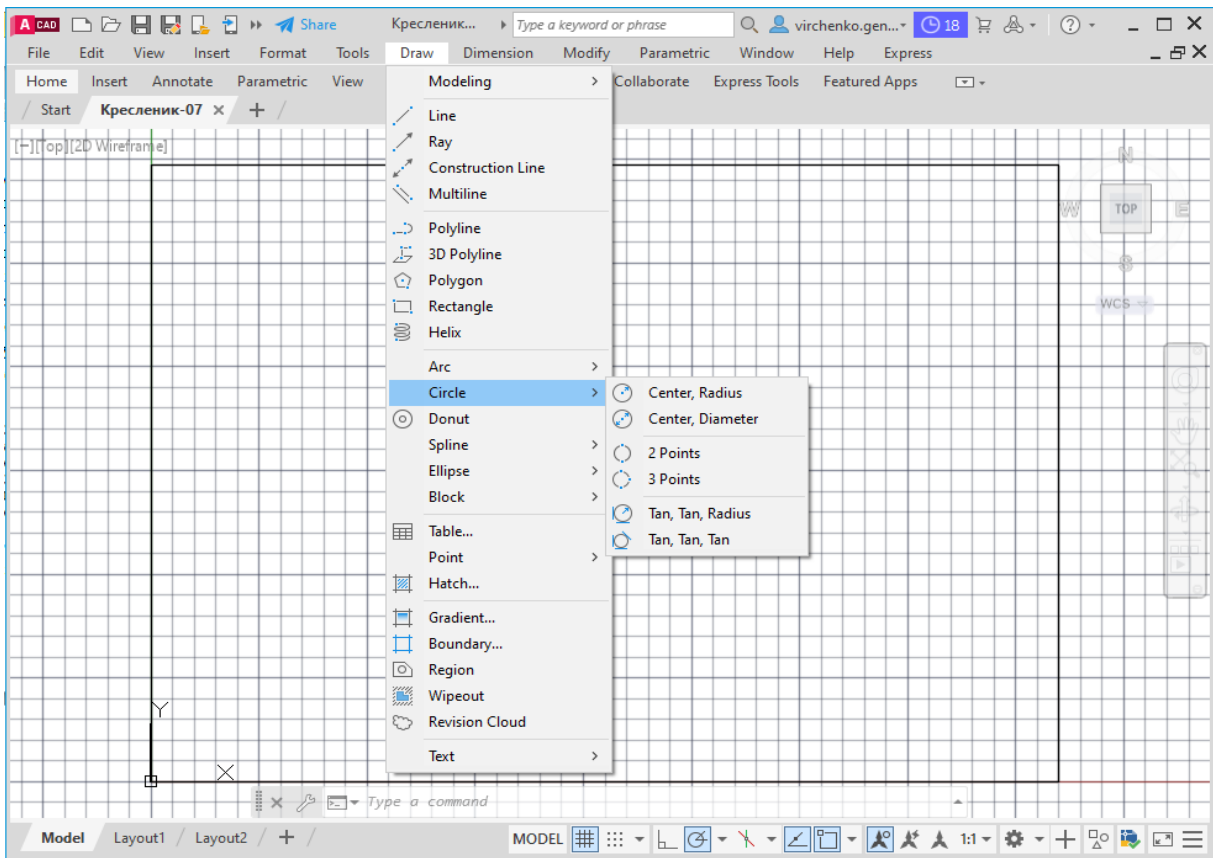


Рис. 4.26. Меню системи AutoCAD для побудови кіл

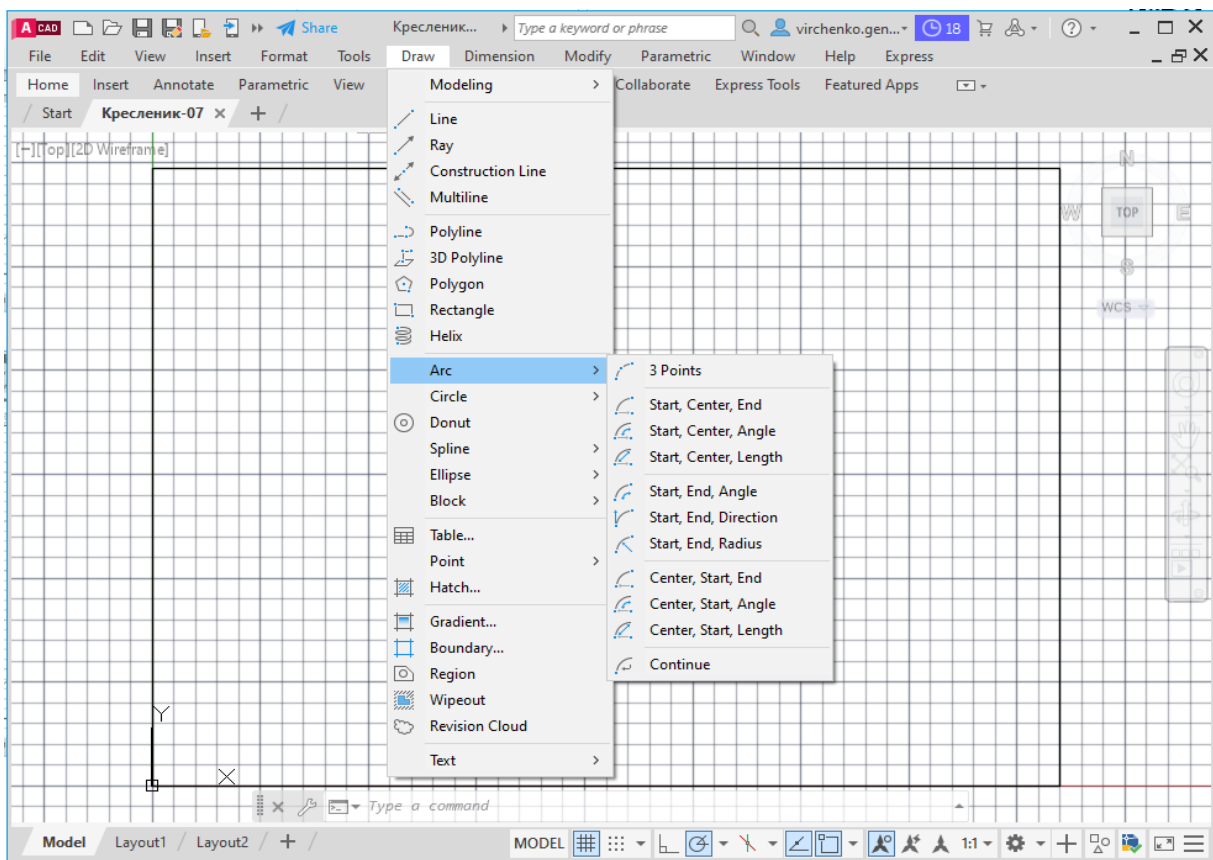


Рис. 4.27. Меню системи AutoCAD для побудови дуг кіл

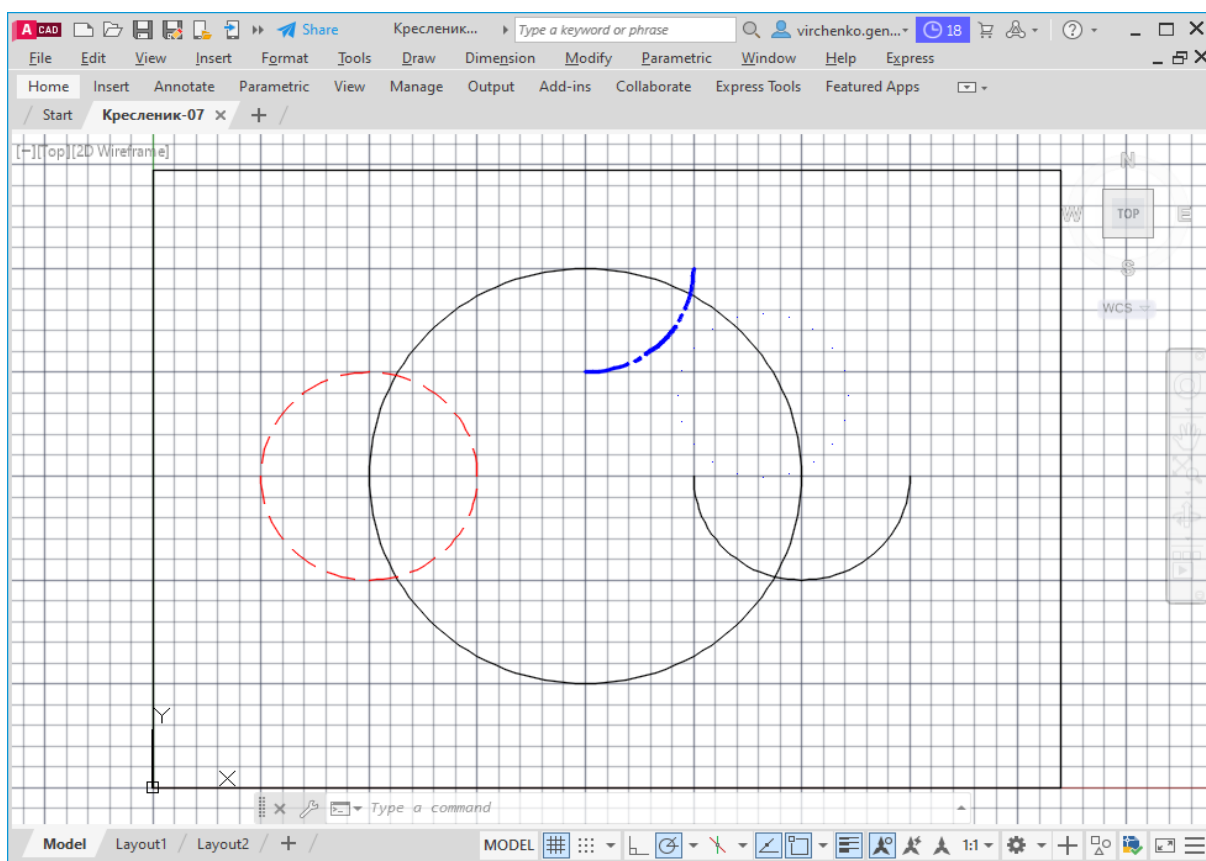


Рис. 4.28. Приклади створення в AutoCAD кіл та їх дуг

Дуги кіл побудовані за центром  $C$ , початком  $P_0$  і кінцем  $P_1$ . У нижньої дуги  $C=(300, 150)$ ,  $P_0=(250, 150)$ ,  $P_1=(350, 150)$ ; у верхньої –  $C=(200, 250)$ ,  $P_0=(200, 200)$ ,  $P_1=(250, 250)$ . Для останньої обрано синій колір, осьову лінію та її товщину 1,2 мм.

Проаналізовані геометричні об'єкти можна створити з використанням макроса Visual Basic. Відповідну програму подано нижче.

```

Sub Circles()
  Dim circl As AcadCircle 'коло
  Dim center(0 To 2) As Double 'центр кола
  Dim radius As Double 'радіус кола
  Dim arc As AcadArc 'дуга кола
  Dim startAngle As Double, endAngle As Double 'початковий та кінцевий
  ' кути дуги кола
  'x,y,z координати центра та радіус кола1
  center(0) = 200: center(1) = 150: center(2) = 0:
  radius = 100
  'побудова кола1
  Set circl = ThisDrawing.ModelSpace.AddCircle(center, radius)
  'x,y,z координати центра та радіус кола2
  center(0) = 100: center(1) = 150: center(2) = 0:
  radius = 50
  'побудова кола2
  Set circl = ThisDrawing.ModelSpace.AddCircle(center, radius)

```

```

'встановлення колу2 червоного кольору, штрихової лінії та товщини 0,4 мм
circl.color = acRed
circl.Linetype = "dashed"
circl.Lineweight = acLnWt040
circl.Update
pi = 4 * Atn(1) 'значення константи
'x,y,z координати центра та радіус і кути дуги1
center(0) = 300: center(1) = 150: center(2) = 0:
radius = 50: startAngle = -pi: endAngle = 0
'побудова дуги1
Set arc = ThisDrawing.ModelSpace.AddArc(center, radius, startAngle, endAngle)
'x,y,z координати центра та радіус і кути дуги2
center(0) = 200: center(1) = 250: center(2) = 0:
radius = 50: startAngle = -pi / 2: endAngle = 0
'побудова дуги2
Set arc = ThisDrawing.ModelSpace.AddArc(center, radius, startAngle, endAngle)
'встановлення дузи2 синього кольору, осьової лінії та товщини 1,2 мм
arc.color = acBlue
arc.Linetype = "center2"
arc.Lineweight = acLnWt120
arc.Update
ThisDrawing.Regen True 'регенерація моделі
End Sub

```

Основою даної програми є методи AddCircle та AddArc, які реалізують відповідно побудову кола за центром і радіусом та дуги кола за центром, радіусом, початковим і кінцевим кутом. Функціонування макроса пояснюють зроблені в ньому коментарі. Додатково зазначимо, що в геометричній моделі до запуску наведеної програми повинні бути завантажені типи ліній dashed та center2.

#### 4.2.6. Еліпси та їх дуги

Докладно математичні властивості *elinca (ellipse)* проаналізовано в різноманітній літературі.

Параметричне рівняння цієї фігури з центром у початку прямокутної декартової системи координат  $Oxy$  записується у вигляді

$$x = a \cos u; \quad y = b \sin u, \quad (4.4)$$

де  $a$  та  $b$  – велика й мала піввісь еліпса ( $a > b > 0$ ),

$u \in [0, 2\pi]$  – параметр.

Узагальненням даного виразу є випадок (рис. 4.29) розміщення еліпса з центром у точці  $C=(x_C, y_C)$  і кутом нахилу  $\gamma$  великої півосі  $a$  до променя  $Ox$ .



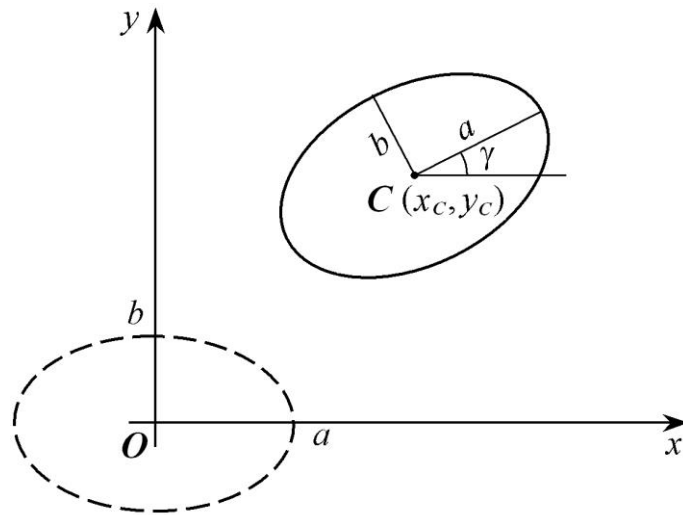


Рис. 4.29. Довільне розташування еліпса у площині  $Oxy$

Необхідне рівняння досліджуваної кривої можна отримати шляхом повороту на кут  $\gamma$  навколо точки  $O=(0, 0)$  початкового об'єкта (4.4), який зображено штриховою лінією, та подальшим його паралельним перенесенням  $T=(x_c, y_c)$ .

З використанням однорідних координат матриця зазначеного повороту визначається як

$$R(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

а паралельного перенесення наступним чином

$$T(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & y & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Для описаної композиції перетворень координат, з урахуванням співвідношень (4.4) ... (4.6), маємо

$$\begin{aligned} [x \ y \ 1] \cdot R(\gamma) \cdot T(x, y) &= [x \ y \ 1] \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_c & y_c & 1 \end{bmatrix} = \\ &= [a \cos u \ b \sin u \ 1] \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_c & y_c & 1 \end{bmatrix} = \end{aligned}$$

$$= [x_C + a \cos u \cos \gamma - b \sin u \sin \gamma \quad y_C + a \cos u \sin \gamma + b \sin u \cos \gamma \quad 1]. \quad (4.7)$$

Отже, на підставі виразу (4.7) одержуємо потрібне рівняння еліпса для показаного на рис. 4.29 випадку

$$x = x_C + a \cos u \cos \gamma - b \sin u \sin \gamma; \quad y = y_C + a \cos u \sin \gamma + b \sin u \cos \gamma, \quad (4.8)$$

де  $u \in [0, 2\pi]$ .

Залежності (4.5) і (4.8) зручні для відтворення необхідної дуги еліпса шляхом належного корегування проміжку параметра  $u$ .

У системі AutoCAD еліпси та їх дуги формуються за допомогою послідовності *Draw* → *Ellipse* спадного меню (рис. 4.30). Існують два варіанти створення цілого еліпса (за центром й осями, за осями) та один для побудови його дуги.

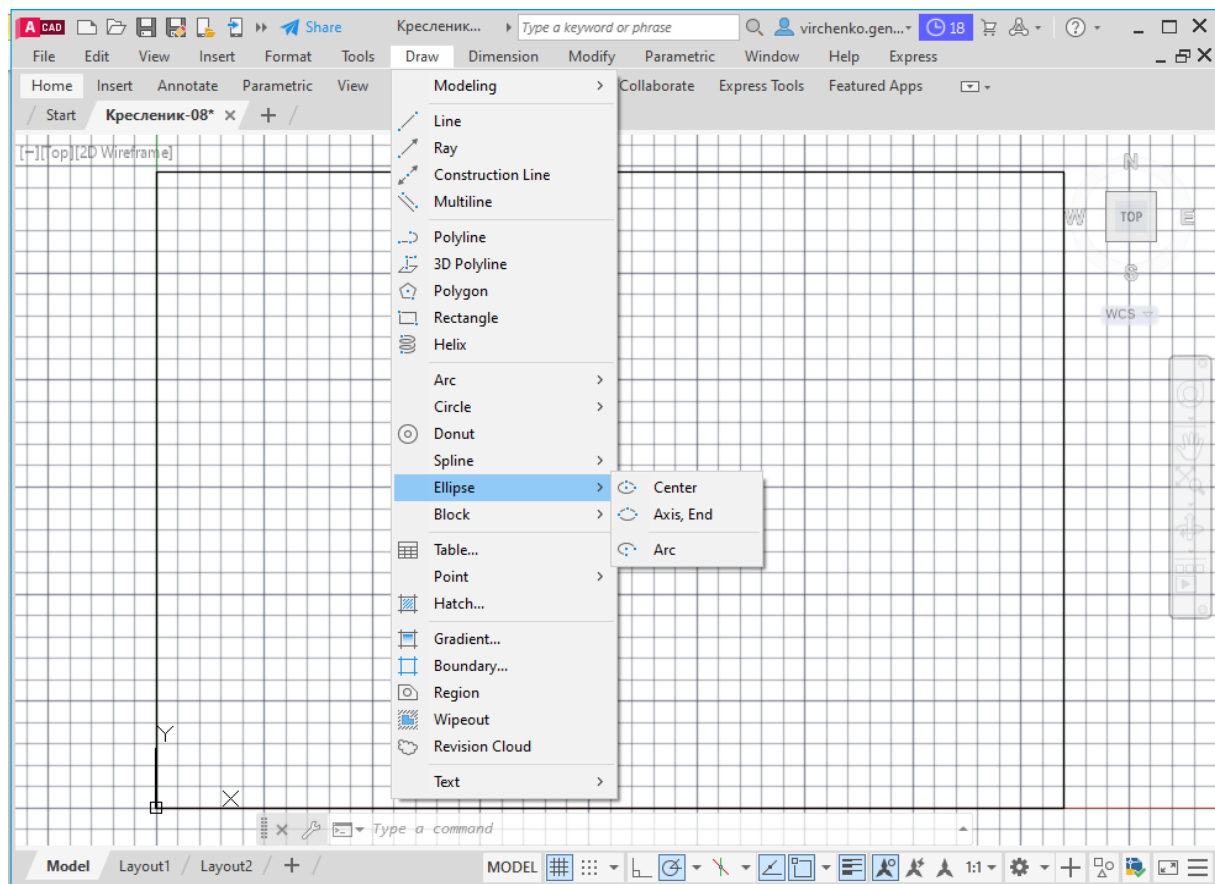


Рис. 4.30. Меню AutoCAD для створення еліпсів та їх дуг

На рис. 4.31 наведено приклади дефініції даних фігур. Еліпс має центр  $C=(200, 150)$ , координати кінцевої точки першої осі  $(350, 150)$  і довжину 100 другої півосі. Дуга визначена кінцями  $(100, 150)$  та  $(300, 150)$  першої осі,

довжиною 50 другої півосі, початковим і кінцевим кутами відповідно 0 і 270 градусів.

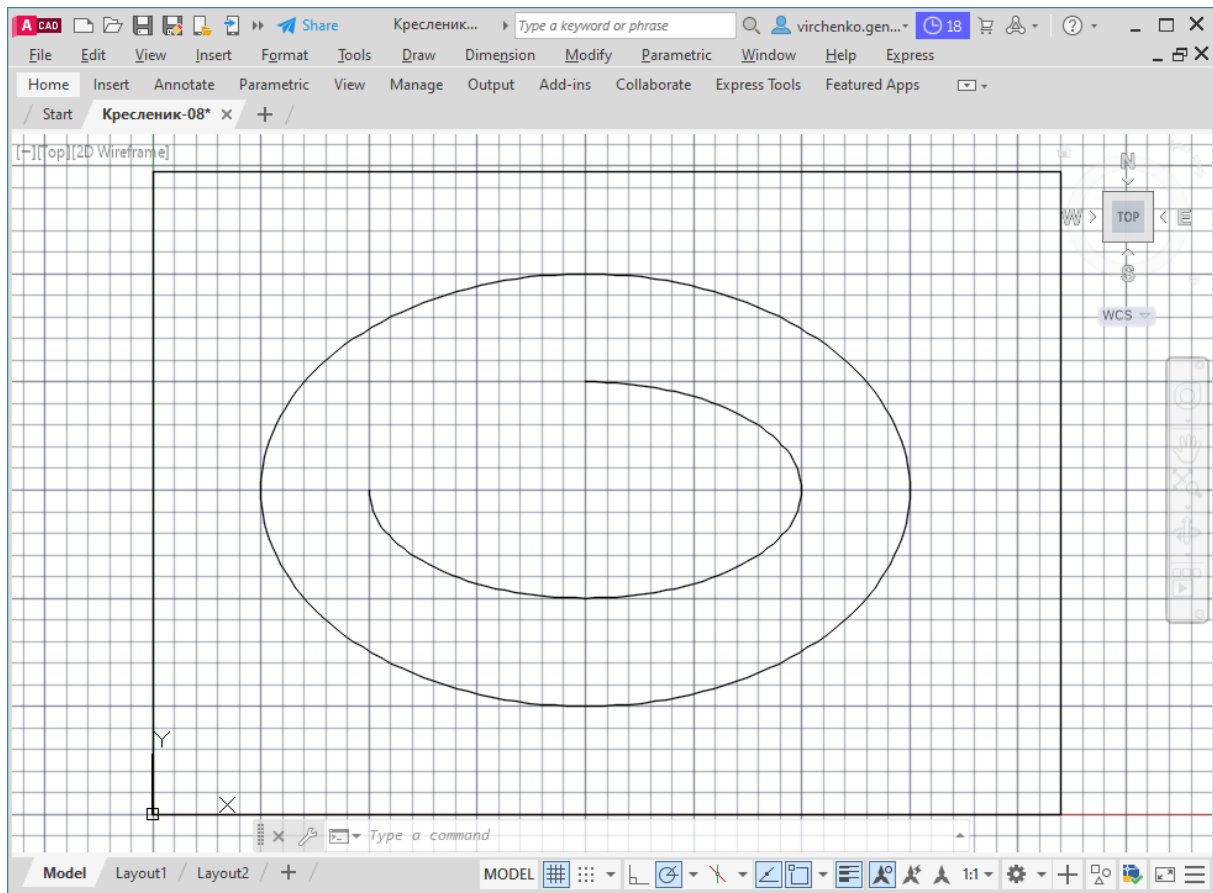


Рис. 4.31. Приклади побудови в AutoCAD еліпсів та їх дуг

Розглянуті геометричні об'єкти будуються застосуванням наступного макроса Visual Basic.

```

Sub Ellipses()
  Dim ellipse As AcadEllipse 'еліпс
  Dim center(0 To 2) As Double 'x,y,z координати центра еліпса
  Dim axis(0 To 2) As Double 'вектор півосі еліпса
  Dim ratio As Double 'відношення довжин осей еліпса
  Dim startAngle As Double, endAngle As Double 'початковий та кінцевий
  ' кути дуги еліпса
  center(0) = 200: center(1) = 150: center(2) = 0
  axis(0) = 150: axis(1) = 0: axis(2) = 0
  ratio = 2 / 3
  'побудова еліпса
  Set ellipse = ThisDrawing.ModelSpace.AddEllipse(center, axis, ratio)
  ellipse.Update
  'визначення цілого еліпса
  center(0) = 200: center(1) = 150: center(2) = 0
  axis(0) = -100: axis(1) = 0: axis(2) = 0
  ratio = 0.5

```

```

'побудова цілого еліпса
Set ellipse = ThisDrawing.ModelSpace.AddEllipse(center, axis, ratio)
ellipse.Update
' перетворення цілого еліпса в його дугу
pi = 4 * Atn(1) 'значення константи pi
ellipse.startAngle = 0
ellipse.endAngle = 1.5 * pi
ellipse.Update
End Sub

```

Роботу даної програми пояснюють наведені в ній коментарі.

#### 4.2.7. Сплайни

Як інструменти для побудови гладких ліній складної форми сплайни (*splines*) у вигляді гнучких металевих рейок були відомі креслярам доволі давно. Завдяки напрацюванню належного математичного забезпечення відповідні засоби нині широко застосовуються під час комп'ютерного геометричного моделювання в різноманітних САПР.

Особливо популярні неоднорідні раціональні базисні сплайни (Non-Uniform Rational Basis Spline – NURBS), які не тільки узагальнюють точки, відрізки прямих, дуги кривих другого порядку, а й є складеними параметричними лініями вищих степенів. Належний математичний апарат викладено у другому розділі підручника.

У середовищі AutoCAD сплайни створюються за допомогою послідовності *Draw* → *Spline* (рис. 4.32). Існують два варіанти формування цих фігур: *Fit points* (через визначені точки) та *Control Vertices* (управляючими вершинами).

Реалізацію першого способу показано на рис. 4.33 та рис. 4.34.

При цьому спершу послідовністю *Tools* → *New UCS* → *Origin* зі спадного меню сформовано необхідну систему координат користувача визначенням її початку в точці  $(x, y) = (10, 150)$ .

Далі послідовністю *Draw* → *Point* → *Multiple Point* введено масив потрібних точок:  $(0; 0)$ ,  $(10; 10,48)$ ,  $(30; 16,8)$ ,  $(60; 21,36)$ ,  $(80; 22,96)$ ,  $(120; 24)$ ,  $(160; 23,2)$ ,  $(200; 21,6)$ ,  $(240; 18,24)$ ,  $(280; 14,64)$ ,  $(320; 10,48)$ ,  $(360; 5,92)$ ,  $(400; 0)$ , які є дискретним поданням верхньої половини аеродинамічного профілю.

Потім за допомогою послідовності *Draw* → *Spline* → *Fit points* створено належну криву (рис. 4.34), що інтерполює задану множину точок.

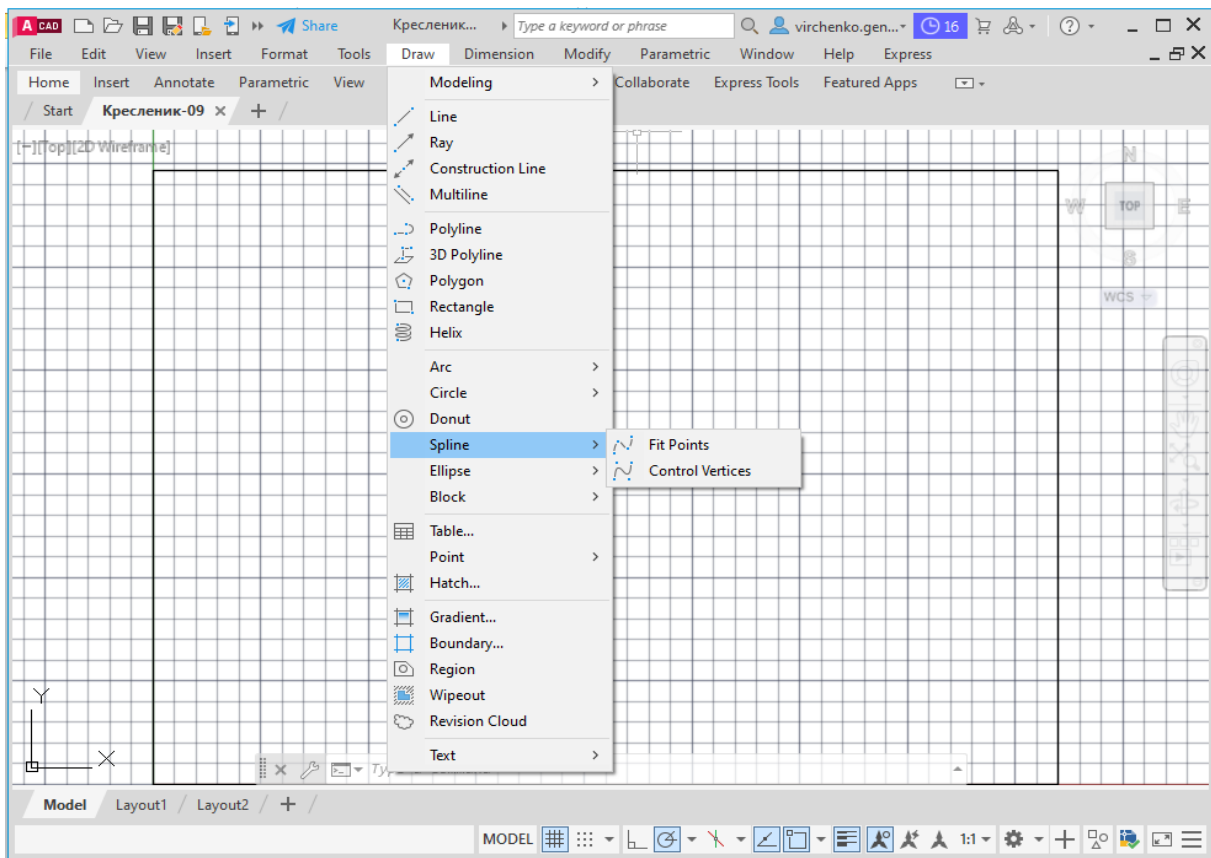


Рис. 4.32. Меню AutoCAD для побудови сплайнів

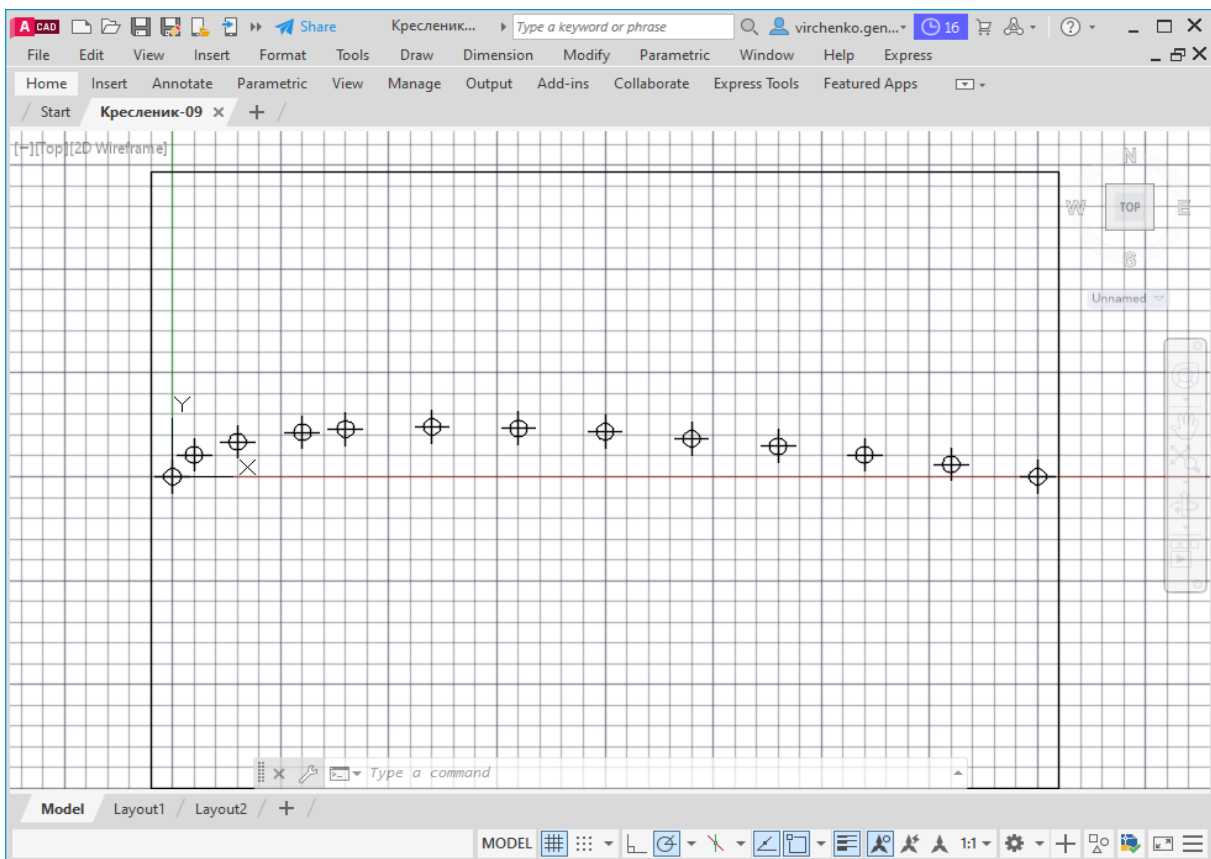


Рис. 4.33. Точки для інтерполяції сплайном

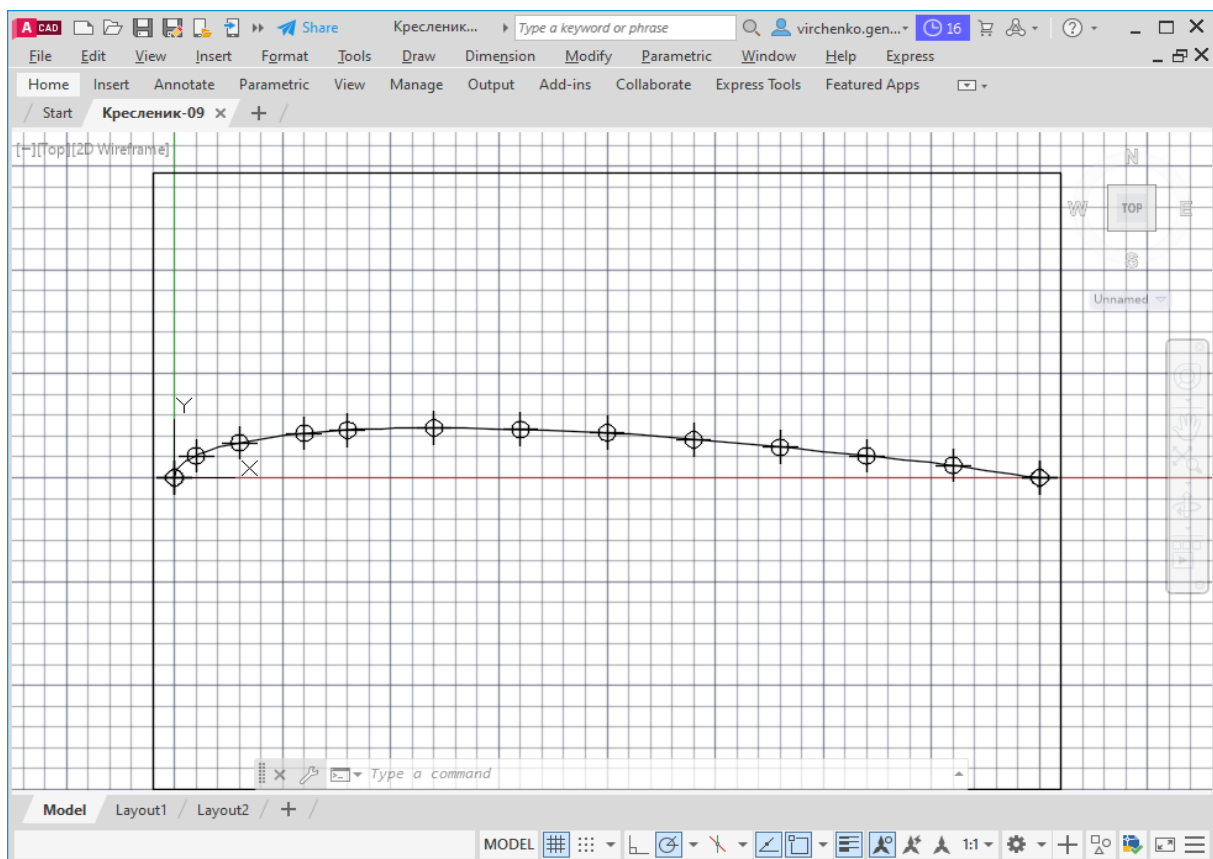


Рис. 4.34. Побудова сплайна за визначаючими точками

Відповідні побудови виконуються наступним макросом Visual Basic.

```

Sub Splines()
Dim UCS As AcadUCS 'система координат користувача
Dim origin(0 To 2) As Double, xAxis(0 To 2) As Double, _
yAxis(0 To 2) As Double 'початок, x та y осі системи координат користувача
Dim point As AcadPoint 'точка
Dim location(0 To 2) As Double 'масив координат x, y, z точки
Dim Points(0 To 38) As Double 'масив координат x, y, z 13 точок
'аеродинамічного профілю (сплайна)
Dim tangStart(0 To 2) As Double 'вектор дотичної на початку сплайна
Dim tangEnd(0 To 2) As Double 'вектор дотичної в кінці сплайна
Dim UCSpnt As Variant, UCSpoints(0 To 38) As Double 'для перерахунку
'координат із acUCS в acWorld
'визначення системи координат користувача
origin(0) = 10: origin(1) = 150: origin(2) = 0
xAxis(0) = 20: xAxis(1) = 150: xAxis(2) = 0
yAxis(0) = 10: yAxis(1) = 160: yAxis(2) = 0
Set UCS = ThisDrawing.UserCoordinateSystems.Add(origin, xAxis, yAxis, "UCS1")
'відображення системи координат користувача та її активізація
ThisDrawing.ActiveViewport.UCSIconAtOrigin = True
ThisDrawing.ActiveViewport.UCSIconOn = True
ThisDrawing.ActiveUCS = UCS

```

```

'x,y,z координати 13 точок аеродинамічного профілю (у площині z=0)
Points(0) = 0:    Points(1) = 0:    Points(2) = 0
Points(3) = 10:   Points(4) = 10.48:   Points(5) = 0
Points(6) = 30:   Points(7) = 16.8:   Points(8) = 0
Points(9) = 60:   Points(10) = 21.36: Points(11) = 0
Points(12) = 80:  Points(13) = 22.96: Points(14) = 0
Points(15) = 120: Points(16) = 24:    Points(17) = 0
Points(18) = 160: Points(19) = 23.2:  Points(20) = 0
Points(21) = 200: Points(22) = 21.6:  Points(23) = 0
Points(24) = 240: Points(25) = 18.24: Points(26) = 0
Points(27) = 280: Points(28) = 14.64: Points(29) = 0
Points(30) = 320: Points(31) = 10.48: Points(32) = 0
Points(33) = 360: Points(34) = 5.92:  Points(35) = 0
Points(36) = 400: Points(37) = 0:    Points(38) = 0
'вектори дотичних сплайна в його кінцевих точках
tangStart(0) = 0: tangStart(1) = 2:  tangStart(2) = 0
tangEnd(0) = 4:  tangEnd(1) = -0.5:  tangEnd(2) = 0
'формат відображення точок
ThisDrawing.SetVariable "PDMODE", 34
ThisDrawing.SetVariable "PDSIZE", -5
'формування 13 точок сплайна
For i =0 To 36 Step 3
  location(0) = Points(i)      'x
  location(1) = Points(i + 1) 'y
  location(2) = Points(i + 2) 'z
  'перерахунок координат location із acUCS в acWorld
  UCSpnt = ThisDrawing.Utility.TranslateCoordinates(location, acUCS, acWorld, False)
  'створення точки
  Set point = ThisDrawing.ModelSpace.AddPoint(UCSpnt)
  'заповнення масиву UCSpoints
  UCSpoints(i) = UCSpnt(0)    'x
  UCSpoints(i + 1) = UCSpnt(1) 'y
  UCSpoints(i + 2) = UCSpnt(2) 'z
Next i
'побудова сплайна
Set spline = ThisDrawing.ModelSpace.AddSpline(UCSpoints, tangStart, tangEnd)
End Sub

```

Новим компонентом у цій програмі є застосування системи координат користувача UCS1, яка дозволяє створювати визначений у своїй локальній системі координат аеродинамічний профіль у середній частині зображеного формату А3. Належні пояснення наведено вище в тексті макроса. На відміну від показаної на рис. 4.34 кривої поданою програмою будується сплайн з додатковою дефініцією потрібних дотичних на його кінцях.

Рис. 4.35 ... 4.37 ілюструють формування в AutoCAD сплайнів за управляючими вершинами. Для цього спочатку з використанням послідовності *Draw* → *Point* → *Multiple Point* визначено необхідні чотири вершини з координатами: (0, 0), (0, 40), (200, 40), (400, 0).

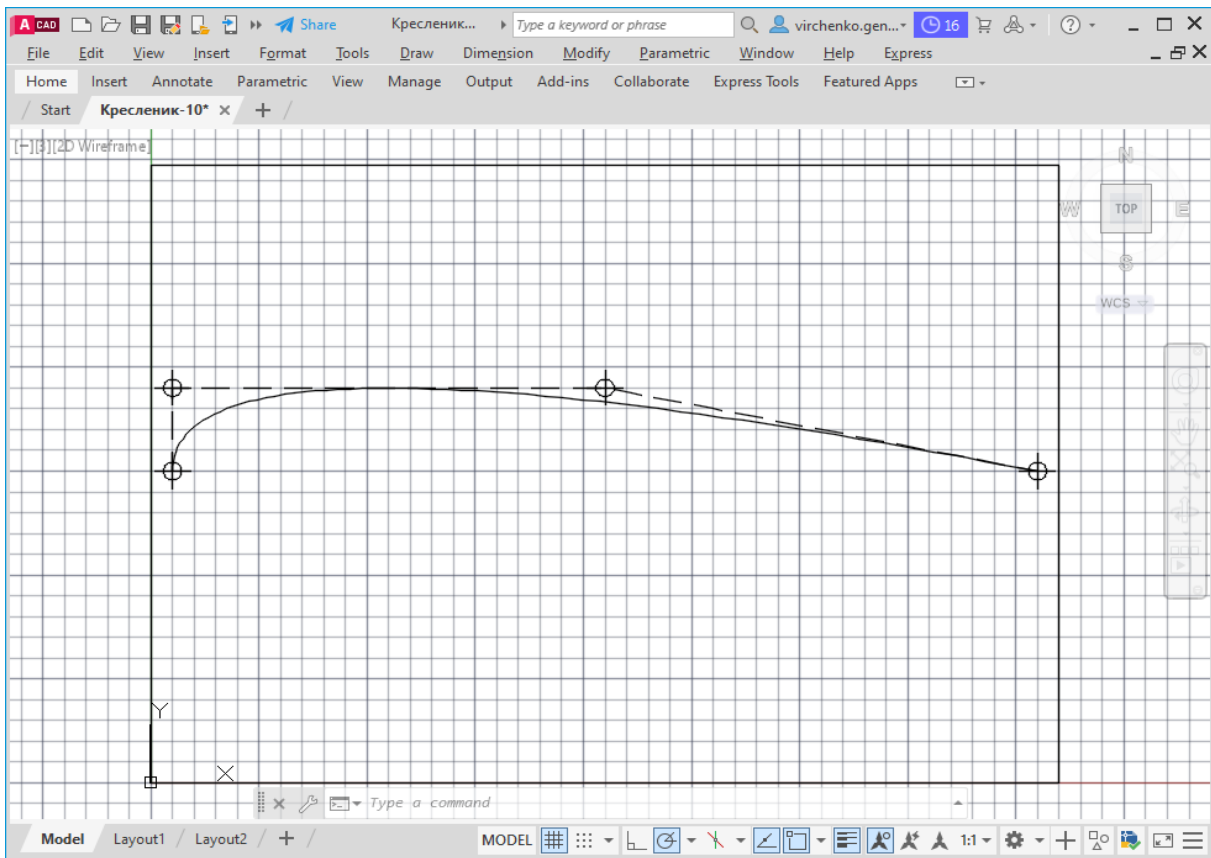


Рис. 4.35. Чотири управляючі вершини та їх сплайн 1-го та 2-го порядку

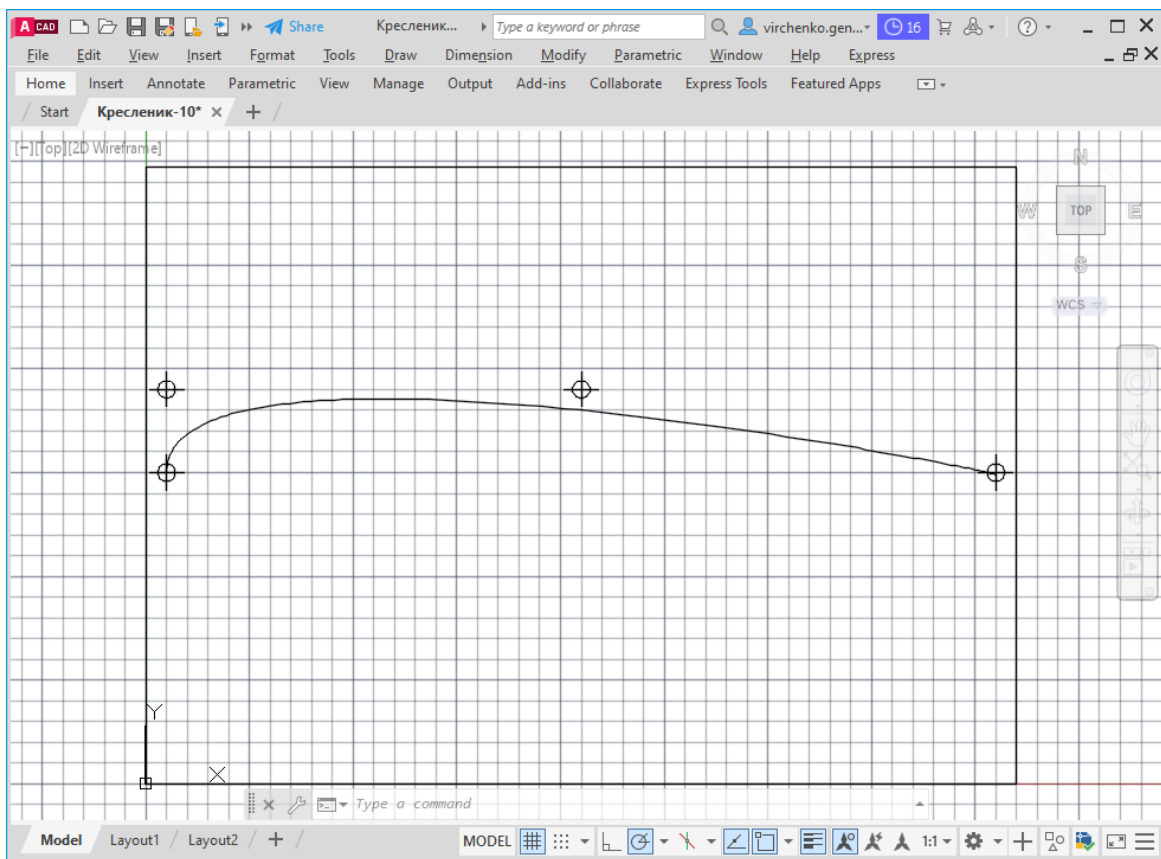


Рис. 4.36. Чотири управляючі вершини та їх сплайн 3-го порядку



Далі за допомогою послідовності *Draw* → *Spline* → *Control Vertices* побудовано, із застосуванням відповідної опції виконуваної команди, сплайн першого і другого порядку (рис. 4.35) та третього порядку (рис. 4.36). Зауважимо, що в системі AutoCAD під порядком сплайна розуміють його степінь. Перша фігура, яка показана штриховою лінією, є ламаною з трьома ланками, друга – комбінацією кривих другого степеня, а третя – лінією третього степеня. Видно, що варіювання порядком сплайна впливає на його форму навіть при фіксованому положенні управляючих вершин.

Рис. 4.37 є прикладом подальшої модифікації кривої третього порядку змінюванням у контекстному меню *Properties*, див. рис. 4.38, вагових коефіцієнтів (*Weight*) другої та третьої управляючих точок.

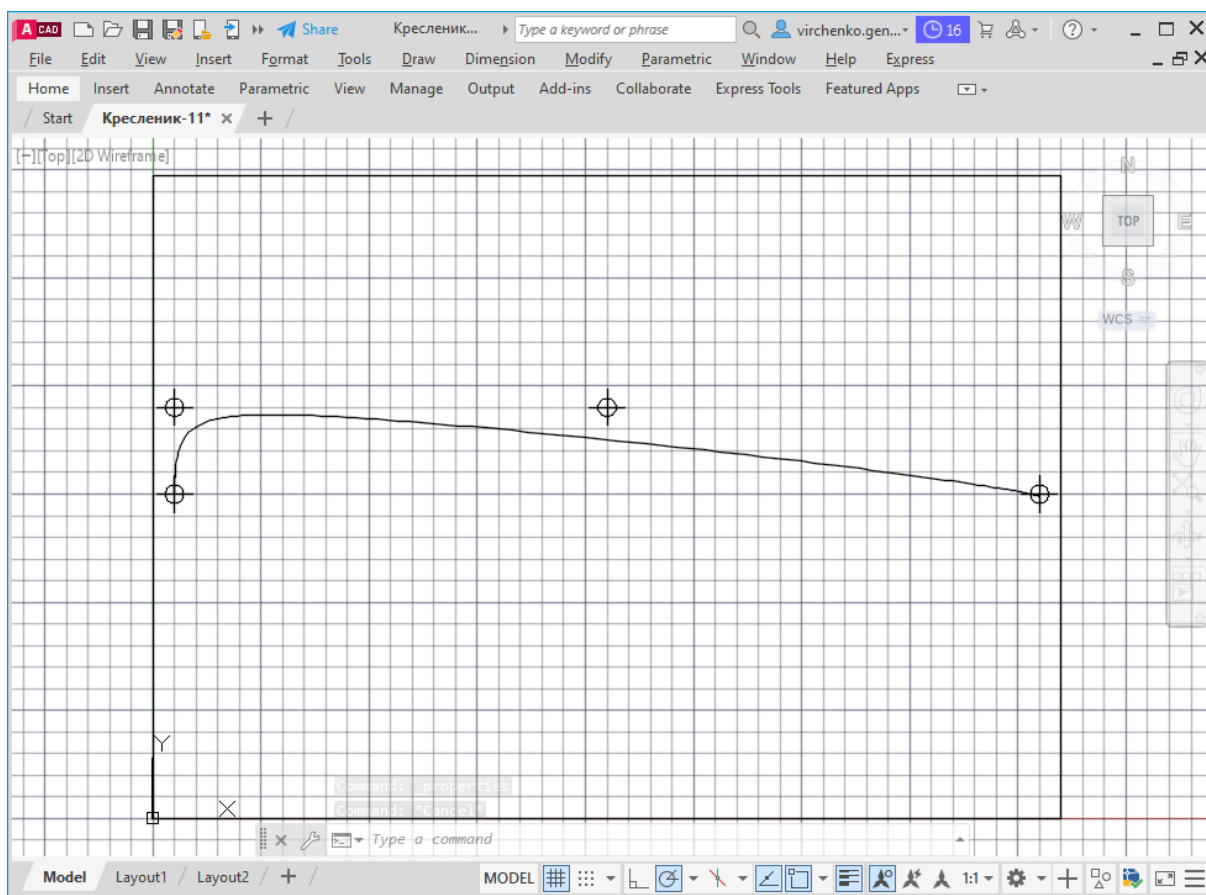


Рис. 4.37. Вплив вагових коефіцієнтів вершин на форму сплайна

При цьому, порівняно з попереднім зображенням, модельована крива наближається до другої вершини та віддаляється від третьої. Таким чином, можна зробити висновок про те, що вага другої управляючої точки сплайна збільшилась, а третьої – зменшилась. Дійсно, замість одиничних значень у першому випадку застосовано величину 2, а у другому – 0,5.

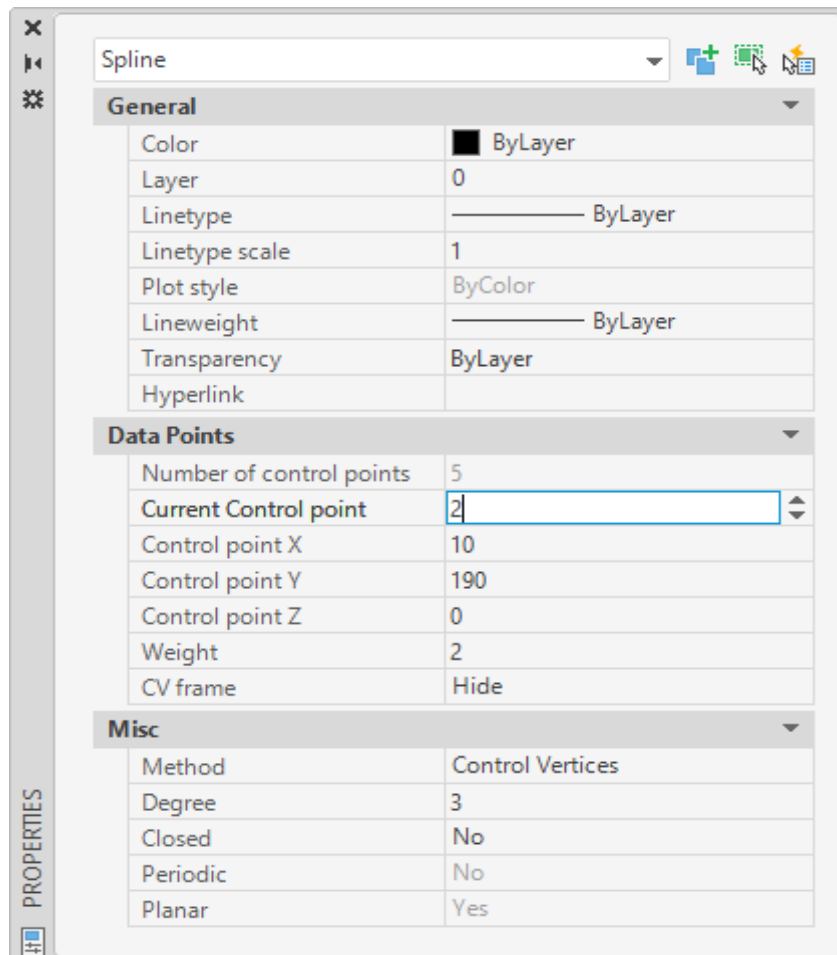


Рис. 4.38. Змінювання ваги вершин сплайна за допомогою контекстного меню Properties

Далі наведено сформований у середовищі Visual Basic макрос, який виконує розглянуті вище побудови сплайнів за їх управляючими вершинами.

```

Sub Splines2()
  Dim UCS As AcadUCS 'система координат користувача
  Dim origin(0 To 2) As Double, xAxis(0 To 2) As Double, yAxis(0 To 2) As Double
  'початок, x та y осі системи координат користувача
  Dim point As AcadPoint 'точка
  Dim location(0 To 2) As Double 'масив координат x, y, z точки
  Dim Points(0 To 11) As Double 'масив координат x, y, z 4 управляючих
  'вершин аеродинамічного профілю (сплайна)
  Dim UCSpnt As Variant, UCSpoints(0 To 11) As Double 'для перерахунку координат
  'з acUCS в acWorld
  origin(0) = 10: origin(1) = 150: origin(2) = 0
  xAxis(0) = 20: xAxis(1) = 150: xAxis(2) = 0
  yAxis(0) = 10: yAxis(1) = 160: yAxis(2) = 0
  Set UCS = ThisDrawing.UserCoordinateSystems.Add(origin, xAxis, yAxis, "UCS1")
  'відображення системи координат користувача та її активізація
  ThisDrawing.ActiveViewport.UCSIconAtOrigin = True
  ThisDrawing.ActiveViewport.UCSIconOn = True
  ThisDrawing.ActiveUCS = UCS

```

```

'x,y,z координати масиву 4 управляючих вершин сплайна (у площині z=0)
Points(0) = 0:   Points(1) = 0:   Points(2) = 0
Points(3) = 0:   Points(4) = 40:  Points(5) = 0
Points(6) = 200: Points(7) = 40:  Points(8) = 0
Points(9) = 400: Points(10) = 0:  Points(11) = 0
'формат відображення точок
ThisDrawing.SetVariable "PDMODE", 34
ThisDrawing.SetVariable "PDSIZE", -5
'формування 4 управляючих точок
For i = 0 To 9 Step 3
  location(0) = Points(i)      'x
  location(1) = Points(i + 1) 'y
  location(2) = Points(i + 2) 'z
  'перерахунок координат location із acUCS в acWorld
  UCSpnt = ThisDrawing.Utility.TranslateCoordinates(location, acUCS, _
  acWorld, False)
  'створення точки
  Set point = ThisDrawing.ModelSpace.AddPoint(UCSpnt)
  'заповнення масиву UCSpoints
  UCSpoints(i) = UCSpnt(0)
  UCSpoints(i + 1) = UCSpnt(1)
  UCSpoints(i + 2) = UCSpnt(2)
Next i
' побудова сплайна
ThisDrawing.SendCommand "SPLINE M CV D 3  0,0 0,40 200,40 400,0  "
End Sub

```

Подана програма доволі схожа на попередню. Тому акцентуємо увагу лише на наявних відмінностях. Принципово це стосується тільки останнього блоку, в якому сплайн створюється за допомогою вже раніш проаналізованого методу `SendCommand`. Зі змістом аргументів команди `SPLINE` можна ознайомитись під час інтерактивного її виконання безпосередньо в AutoCAD. Зауважимо, що `M CV` означає режим побудови сплайна за управляючими вершинами, `D 3` – третього степеня. Далі йдуть координати належних точок. При цьому команду завершують два пробіли.

На підставі наведеної інформації нами розглянуто певні практичні приклади формоутворення сплайнів у середовищах AutoCAD і Visual Basic.

Отже, в підрозділі 4.2 підручника викладено відомості з побудови за допомогою макросів таких базових геометричних фігур, як точки, відрізки прямих, прямокутники, багатокутники, кола, еліпси та їх дуги, а також сплайни. Було показано послідовний узагальнюючий характер наведених графічних примітивів. Зазначений підхід дозволяє якісно засвоїти запропонований навчальний матеріал, отримати гарні практичні навички для їх подальшого ефективного використання.

### 4.3. Модифікація геометричних об'єктів

Невід'ємними операціями автоматизованого формоутворення є редагування створених фігур. Ці дії забезпечуються, зокрема, засобами видалення та копіювання різноманітних примітивів, їх паралельного перенесення, повороту, симетрії, масштабування, поділу, об'єднання, змінювання кольору, типу ліній і т. д.

З деякими наведеними модифікаціями, наприклад, перепризначення кольору, типу ліній та їх ваги ми вже мали справу (див. попередній підрозділ). У цій частині підручника на практиці опрацьовано такі перетворення координат на площині, як паралельне *перенесення* (Translation), *поворот* (Rotation) і *масштабування* (Scaling) шляхом їх паралельного використання для формоутворення безпосередньо в системі AutoCAD та за допомогою програмних засобів Visual Basic.

Рис. 4.39 ілюструє склад елементів меню *Modify* (Модифікувати) системи AutoCAD, які призначені для виконання перерахованих вище та інших модифікацій.

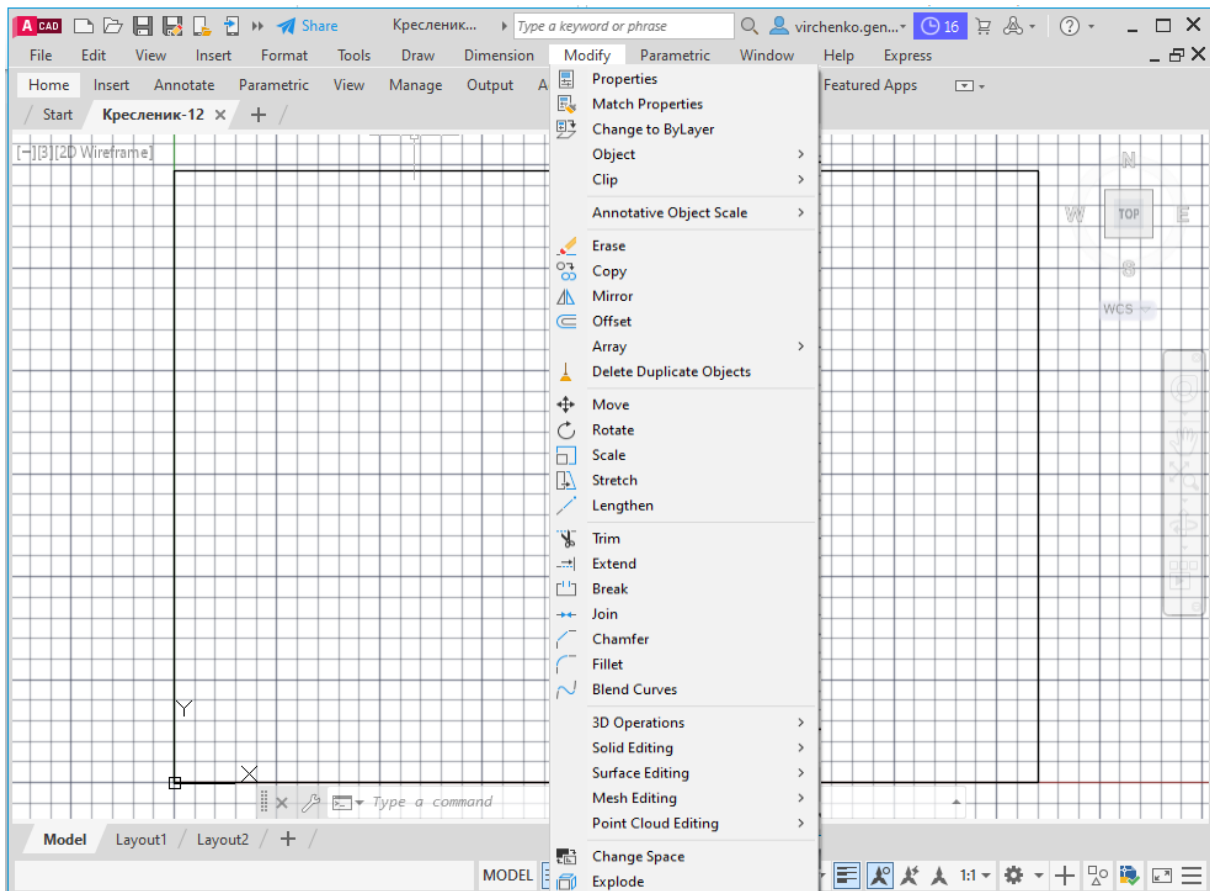


Рис. 4.38. Меню Modify системи AutoCAD

### 4.3.1. Паралельне перенесення

Теоретичні відомості стосовно зазначених перетворень координат подано в пункті 2.2.2 підручника. На рис. 4.39 наведено приклад паралельного перенесення кола з радіусом 30 і центром у точці (100, 100) на вектор (150, 100) за допомогою Visual Basic. Для забезпечення наочності умовно залишено початкову фігуру, яку показано штриховою лінією.

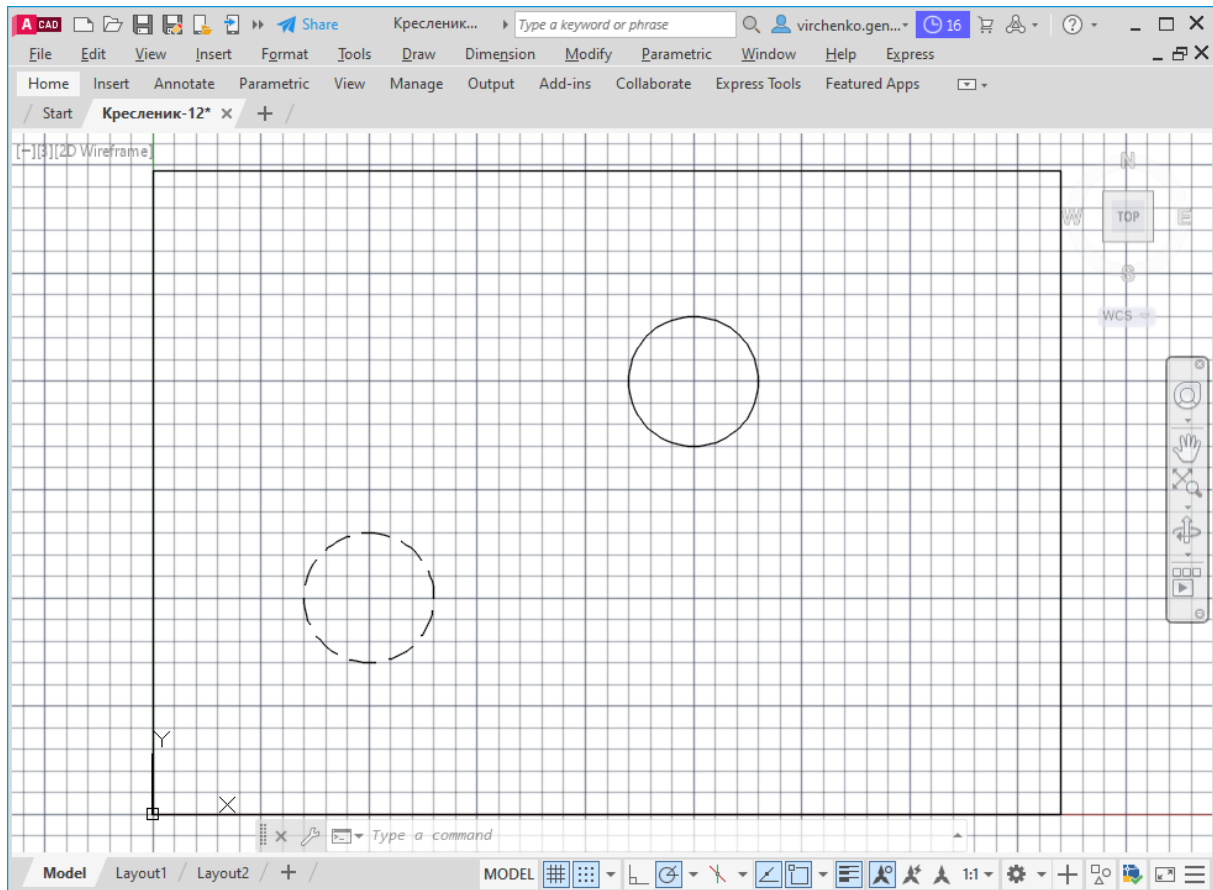


Рис. 4.39. Паралельне перенесення кола

Розглянуті перетворення виконує поданий нижче макрос Visual Basic.

```
Sub Move_Circle()  
Dim circl As AcadCircle 'коло  
Dim center(0 To 2) As Double 'центр кола  
Dim radius As Double 'радіус кола  
Dim point1(0 To 2) As Double, point2(0 To 2) As Double 'точки, що  
'визначають потрібний вектор паралельного перенесення  
'x,y,z координати центра та радіус кола  
center(0) = 100: center(1) = 100: center(2) = 0:  
radius = 30
```

```

'побудова кола
Set circl = ThisDrawing.ModelSpace.AddCircle(center, radius)
circl.Update
'вектор паралельного перенесення
point1(0) = 0:   point1(1) = 0:   point1(2) = 0
point2(0) = 150: point2(1) = 100: point2(2) = 0
'реалізація паузи перед паралельним перенесенням кола
MsgBox "Для продовження натисніть ОК"
'паралельне перенесення кола та його регенерація
circl.Move point1, point2
circl.Update
End Sub

```

Функціонування наведеної програми базується на вже раніш проаналізованих аспектах, додаткові пояснення в ній здійснено необхідними коментарями.

Зауважимо, що в макросі перед безпосереднім виконанням паралельного перенесення кола робиться пауза завдяки діалоговому вікну, зображеному на рис. 4.40.

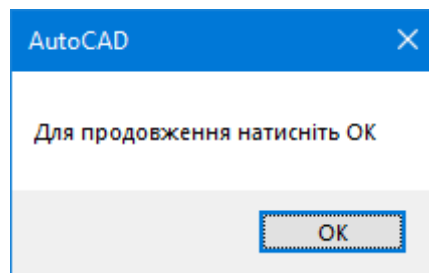


Рис. 4.40. Повідомлення користувачу

Іншим доволі розповсюдженим перетворенням координат фігур на площині є поворот, який викладається далі.

### 4.3.2. Поворот

Теоретичні відомості щодо зазначених перетворень подано в пункті 2.2.2 підручника. На рис. 4.41 показано застосування послідовності *Modify* → *Rotate* зі спадного меню для повороту прямокутника довжиною 200 та висотою 100 навколо його центра  $O_1=(200, 150)$  на кут  $90^0$  проти годинникової стрілки (для наочності штриховою лінією зображено початкове положення даної фігури).

Проаналізовані перетворення розглянутого геометричного об'єкта реалізуються також за допомогою поданого нижче макроса Visual Basic for Applications.

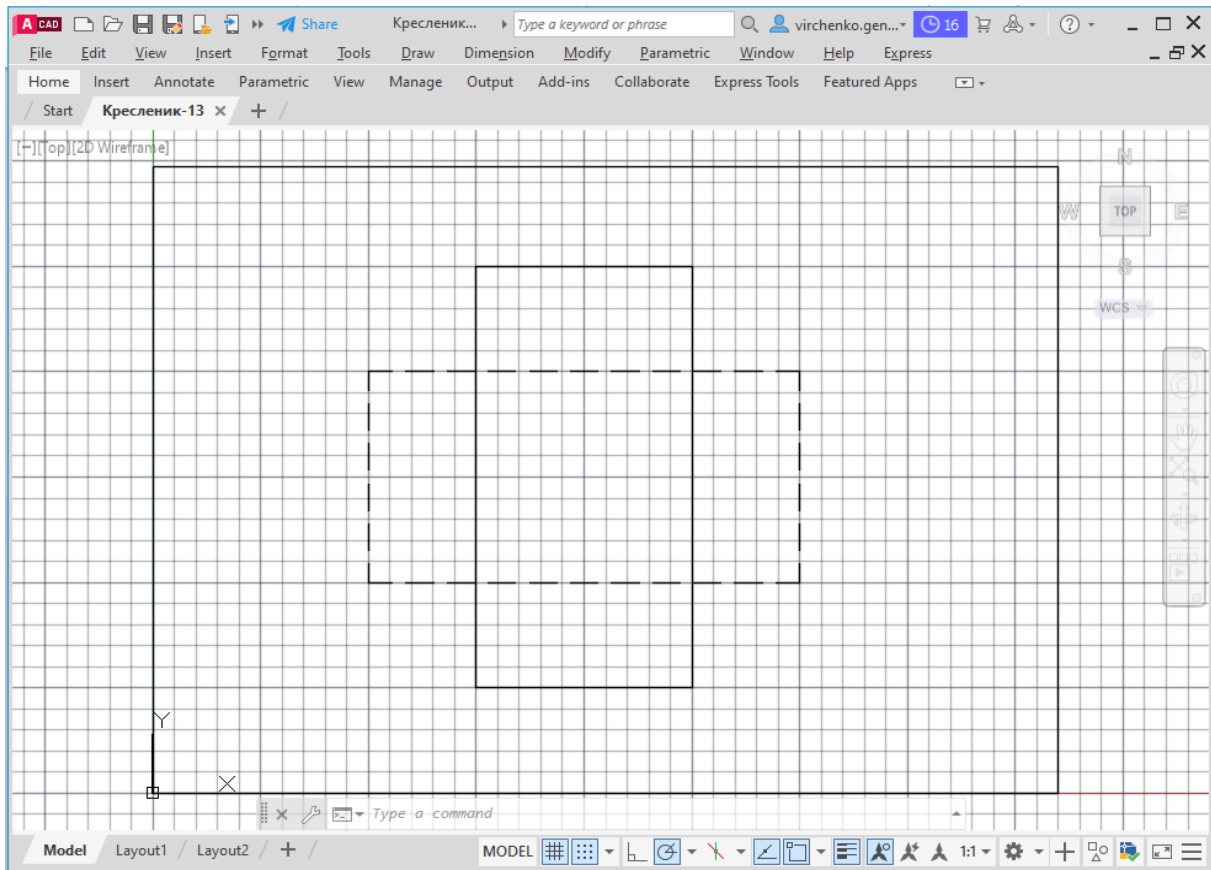


Рис. 4.41. Поворот прямокутника засобами AutoCAD

```

Sub Rotate_Polyline()
  Dim polyline As AcadPolyline 'ламана
  Dim Points(0 To 11) As Double 'масив координат x,y,z вершин прямокутника
  Dim basePoint(0 To 2) As Double 'координати x,y,z центра повороту
  Dim rotationAngle As Double 'кут повороту
  'x,y,z початкові координати вершин прямокутника у площині z=0
  Points(0) = 100: Points(1) = 100: Points(2) = 0
  Points(3) = 300: Points(4) = 100: Points(5) = 0
  Points(6) = 300: Points(7) = 200: Points(8) = 0
  Points(9) = 100: Points(10) = 200: Points(11) = 0
  'побудова прямокутника
  Set polyline = ThisDrawing.ModelSpace.AddPolyline(Points)
  polyline.Closed = True
  polyline.Update
  'пауза перед поворотом прямокутника
  MsgBox "Для продовження натисніть ОК"
  'центр повороту
  basePoint(0) = 200: basePoint(1) = 150: basePoint(2) = 0
  'кут повороту
  pi = 4 * Atn(1) 'значення константи pi
  rotationAngle = pi / 2 '90 градусів
  'поворот прямокутника та його регенерація
  polyline.Rotate basePoint, rotationAngle
  polyline.Update
End Sub

```

Наведена програма, завдяки зробленим у ній докладним коментарям, додаткових пояснень не потребує.

Наступним типовим перетворенням координат фігур на площині є масштабування, яке розглядається далі.

### 4.3.3. Масштабування

Теоретичні відомості щодо зазначених перетворень подано в пункті 2.2.2 підручника. На рис. 4.42 показано застосування послідовності *Modify* → *Scale* зі спадного меню для змінювання початкового прямокутника, зображеного штриховою лінією, довжиною 200 та висотою 100 масштабуванням відносно його центра  $O_1=(200, 150)$  з коефіцієнтом 1,5.

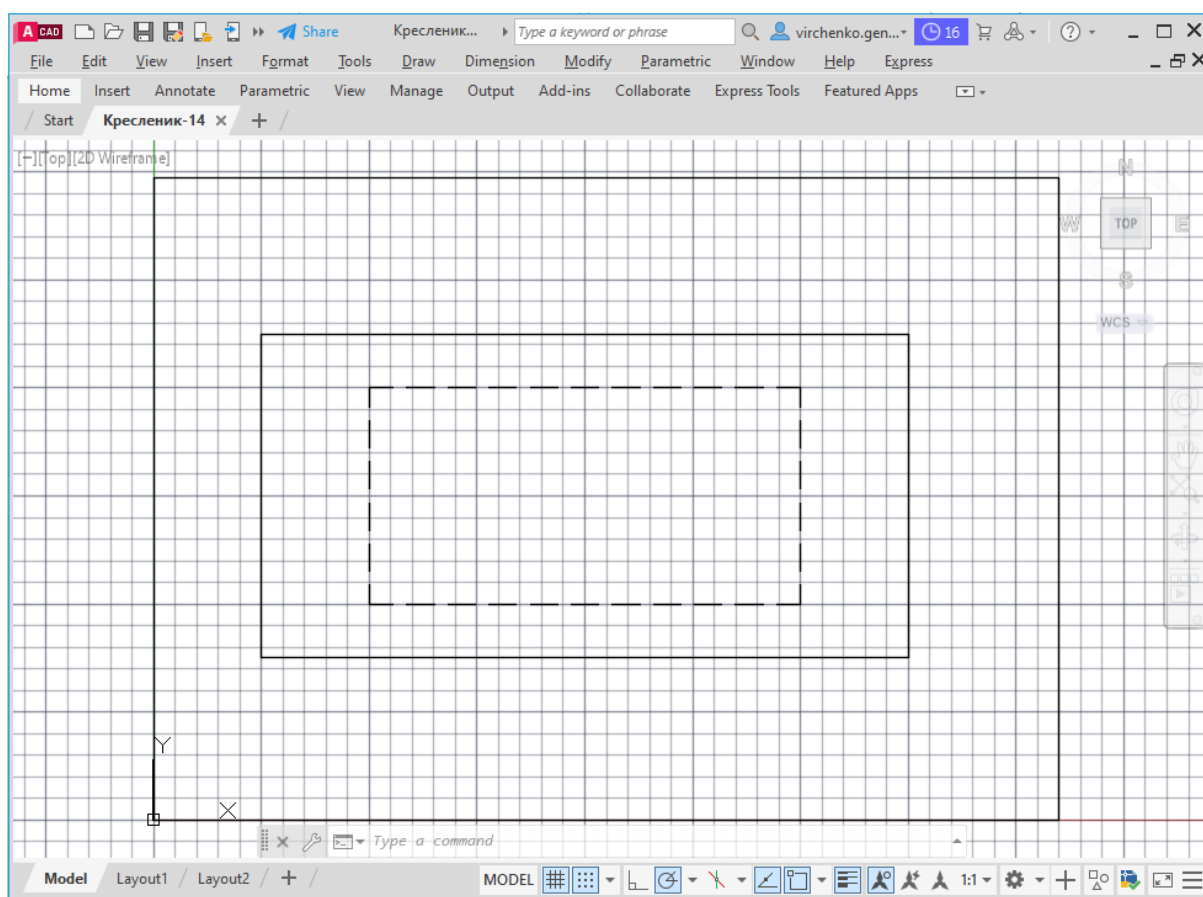


Рис. 4.42. Масштабування прямокутника засобами AutoCAD

Застосовувана координатна сітка у графічній області дозволяє переконатися у правильності реалізації описаної модифікації.

Подані перетворення проаналізованої фігури здійснюються також наступним макросом Visual Basic.



```

Sub Scale_Polyline()
  Dim polyline As AcadPolyline 'ламана
  Dim Points(0 To 11) As Double 'масив координат x,y,z вершин прямокутника
  Dim basePoint(0 To 2) As Double 'координати x,y,z центра масштабування
  Dim scaleFactor As Double 'масштабний коефіцієнт
  'x,y,z початкові координати вершин прямокутника у площині z=0
  Points(0) = 100: Points(1) = 100: Points(2) = 0
  Points(3) = 300: Points(4) = 100: Points(5) = 0
  Points(6) = 300: Points(7) = 200: Points(8) = 0
  Points(9) = 100: Points(10) = 200: Points(11) = 0
  'побудова прямокутника
  Set polyline = ThisDrawing.ModelSpace.AddPolyline(Points)
  polyline.Closed = True
  polyline.Update
  'пауза перед масштабуванням прямокутника
  MsgBox "Для продовження натисніть ОК"
  'центр масштабування
  basePoint(0) = 200: basePoint(1) = 150: basePoint(2) = 0
  'масштабний коефіцієнт
  scaleFactor = 1.5
  'масштабування прямокутника та його регенерація
  polyline.ScaleEntity basePoint, scaleFactor
  polyline.Update
End Sub

```

Функціонування програми є зрозумілим завдяки зробленим у ній коментарям.

У пункті 2.2.2 підручника зазначалось, що шляхом використання від'ємних значень масштабних коефіцієнтів можна здійснювати операцію симетрії (*Mirror* у термінах AutoCAD, див. рис. 4.38). Відповідний приклад, який полягає у відображенні показаної на рис. 4.17 трапеції відносно її верхньої основи, наведено на рис. 4.43.

Ці ж дії виконає викладений у пункті 4.2.4 макрос, якщо в його кінець додати наступні рядки.

```

polyline.Update
'вісь симетрії
Dim point1(0 To 2) As Double, point2(0 To 2) As Double
point1(0) = 150: point1(1) = 150: point1(2) = 0
point2(0) = 250: point2(1) = 150: point2(2) = 0
Dim mirrorPolyline As AcadPolyline 'симетрична трапеція
'операція симетрії
Set mirrorPolyline = polyline.Mirror(point1, point2)
mirrorPolyline.Update

```

За потреби видалення початкової трапеції здійснюється командою *polyline.Delete*.

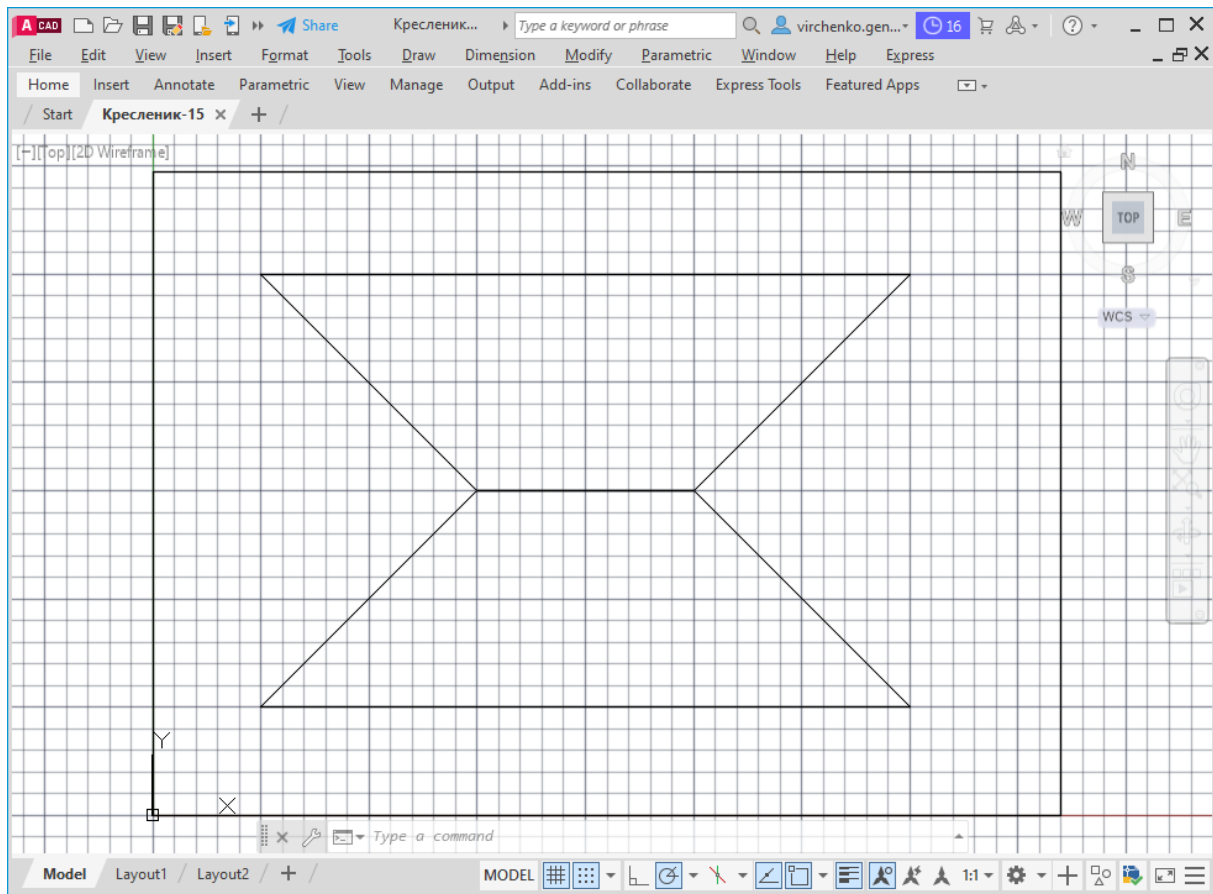


Рис. 4.43. Операція симетрії трапеції засобами AutoCAD

Зауважимо, що такі послідовності спадного меню системи AutoCAD як *Modify* → *Rotate* та *Modify* → *Scale* дозволяють користувачу обирати потрібні режими видалення або збереження вихідних фігур.

#### 4.3.4. Композиції перетворень координат

Геометричне моделювання доволі часто являє собою комбінації певних дій, які виконуються над створюваними об'єктами. У випадку проведення модифікацій це можуть бути *композиції* паралельних перенесень, поворотів, масштабування, симетрії і т. д. Це питання певним чином розглядалося в пункті 2.2.2 підручника.

Наприклад, якщо потрібно у прямокутній декартовій системі координат  $Oxy$  для деякого примітива здійснити його масштабування з коефіцієнтами  $(Sx, Sy)$  відносно точки  $(x_1, y_1)$ , поворот на кут  $\gamma$  навколо неї та подальше паралельне перенесення  $(Tx, Ty)$ , то зазначена модифікація  $M$  реалізуються наступним добутком відповідних матриць, визначених в однорідних координатах:

$$M = T(-x_1, -y_1) \cdot S(Sx, Sy) \cdot R(\gamma) \cdot T(x_1 + Tx, y_1 + Ty). \quad (4.9)$$

Так, зокрема, для початкового квадрата, зображеного на рис. 4.44 штриховою лінією, з координатами вершин (50, 50), (250, 50), (250, 250), (50, 250) спочатку зроблено масштабування з коефіцієнтом 0,5 відносно центра (150, 150) фігури, потім поворот на кут  $45^\circ$  проти годинникової стрілки, а далі паралельне перенесення (200, 0). Для кращого візуального сприйняття створювані об'єкти різняться типами ліній та кольором.

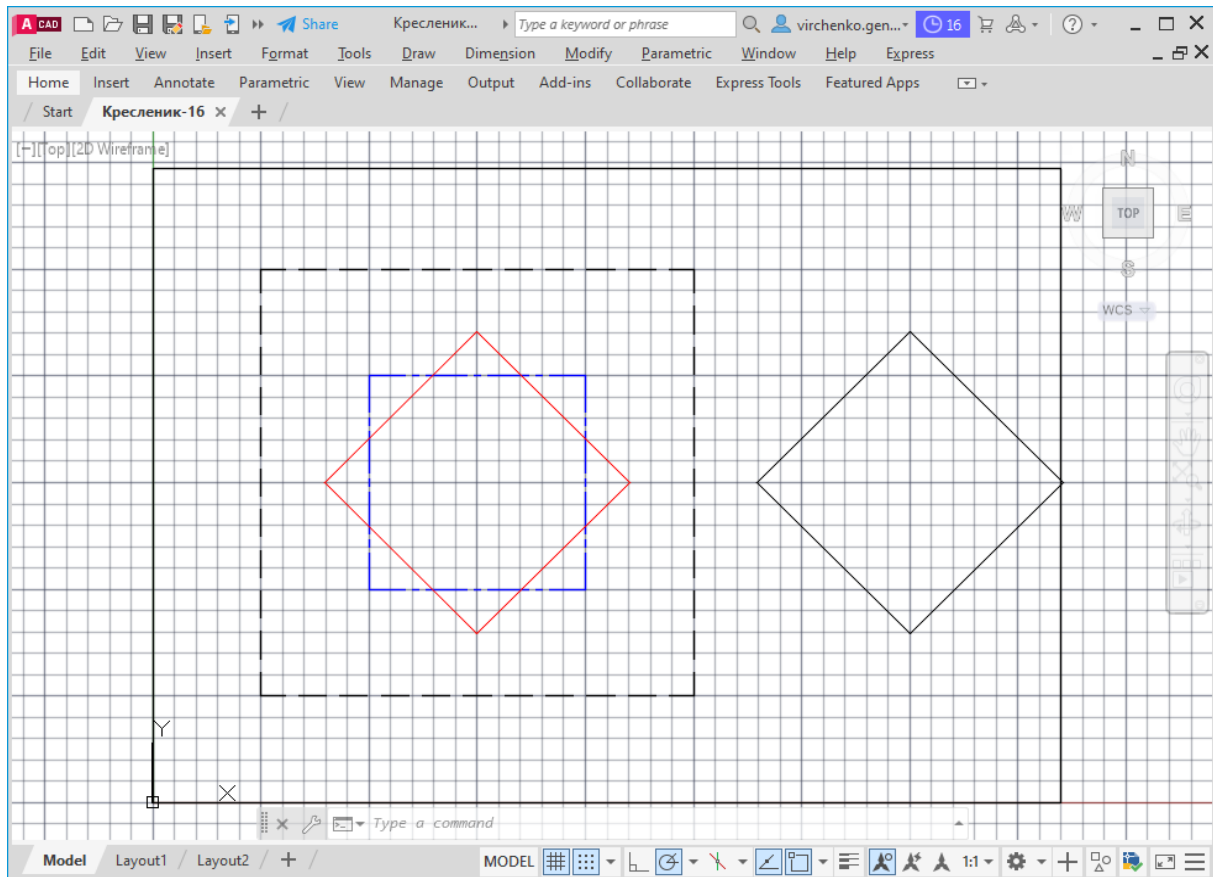


Рис. 4.44. Приклад композиції перетворення координат фігури

На підставі виразу (4.9) для проаналізованого випадку обчислюємо

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_1 - y_1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_1 + Tx & y_1 + Ty & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -150 - 150 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 150 + 200 & 150 + 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{2}/4 & \sqrt{2}/4 & 0 \\ -\sqrt{2}/4 & \sqrt{2}/4 & 0 \\ 350 & -75\sqrt{2} + 150 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Наведений нижче макрос Visual Basic здійснює подану композицію перетворень координат на основі матриці (4.10).

```
Sub Modification()
  Dim polyline As AcadPolyline 'ламана
  Dim Points(0 To 11) As Double 'масив координат x, y, z вершин ламаної
  'x,y,z координати вершин квадрата у площині z=0
  Points(0) = 50: Points(1) = 50: Points(2) = 0
  Points(3) = 250: Points(4) = 50: Points(5) = 0
  Points(6) = 250: Points(7) = 250: Points(8) = 0
  Points(9) = 50: Points(10) = 250: Points(11) = 0
  'побудова початкового квадрата
  Set polyline = ThisDrawing.ModelSpace.AddPolyline(Points)
  polyline.Closed = True
  polyline.Update
  'матриця модифікації квадрата
  Dim modMat(0 To 3, 0 To 3) As Double
  modMat(0, 0) = Sqr(2) / 4: modMat(0, 1) = -Sqr(2) / 4: _
  modMat(0, 2) = 0: modMat(0, 3) = 350
  modMat(1, 0) = Sqr(2) / 4: modMat(1, 1) = Sqr(2) / 4: _
  modMat(1, 2) = 0: modMat(1, 3) = -75 * Sqr(2) + 150
  modMat(2, 0) = 0: modMat(2, 1) = 0: modMat(2, 2) = 0.5: modMat(2, 3) = 0
  modMat(3, 0) = 0: modMat(3, 1) = 0: modMat(3, 2) = 0: modMat(3, 3) = 1
  'пауза перед модифікацією квадрата
  MsgBox "Для продовження натисніть ОК"
  ' модифікація квадрата
  polyline.TransformBy modMat
  polyline.Update
End Sub
```

У наступному пункті підручника зроблено систематизований огляд уже розглянутих нами способів модифікації різноманітних фігур у середовищах AutoCAD і Visual Basic.

#### 4.3.5. Властивості та методи геометричних об'єктів у Visual Basic

З точки зору об'єктно-орієнтованого підходу кожна фігура має пов'язану з нею певну множину *властивостей* та *методів*. Перші є деякими її характеристиками, наприклад, кольором, типом лінії, довжиною, площею і т. д. Другі забезпечують виконання потрібних дій з цим об'єктом, зокрема, його паралельне перенесення, поворот, масштабування, симетрію, копіювання, видалення тощо.

Безпосередньо в AutoCAD доступ до властивостей обраної фігури реалізується контекстним меню *Properties*, див. рис. 4.16, яке дозволяє не тільки ознайомлюватись із необхідними параметрами та характеристиками, а й за потреби змінювати їх. Роль методів (паралельне перенесення, поворот, масштабування, симетрія, видалення і т. д.) виконують відповідні команди цієї системи.

У макросах Visual Basic властивості та методи згруповані в одному контекстному меню, що викликається автоматично введенням крапки після імені певної об'єктної змінної. Зокрема, конкретні приклади використання таких властивостей багатокутника, як площа й периметр розглянуто в пункті 4.2.4; колір, тип лінії та її вага для кола – в пункті 4.2.5; початковий і кінцевий кути для дуги еліпса – в пункті 4.2.6 і т. д. Зауважимо, що в останньому випадку за допомогою властивостей фігури змінюється її довжина.

Застосування методів Visual Basic проілюстровано в пунктах 4.3.1 ... 4.3.3 на прикладах паралельного перенесення кола (метод *Move*), повороту прямокутника (метод *Rotate*) та його масштабування (метод *ScaleEntity*), а також симетрії трапеції (метод *Mirror*) та її видалення (метод *Delete*). У багатьох поданих вище макросах широко розповсюджений метод *Update* для регенерації побудованих геометричних об'єктів.

Ознайомитись із рештою команд AutoCAD, властивостей і методів Visual Basic for Applications для модифікації різноманітних фігур можна в наведених у кінці підручника та інших літературних джерелах.

#### **4.4. Висновки**

У цьому розділі підручника викладено відомості з побудови та модифікації за допомогою макросів Visual Basic у системі AutoCAD різноманітних базових геометричних фігур (точок, прямолінійних відрізків, багатокутників, кіл, еліпсів, їх дуг, сплайнів і т. д.). Проаналізовано такі операції (методи), як паралельне перенесення, поворот, масштабування та їх композиції. Розглянуто належні приклади, виконані безпосередньо в системі AutoCAD та за допомогою макросів Visual Basic. Зроблено необхідні узагальнення стосовно цього програмного середовища.

Перевірити правильність сприйняття поданої інформації можна за допомогою контрольних запитань, які запропоновано нижче.

## Контрольні запитання

1. Дайте визначення комп'ютерного двовимірного геометричного моделювання, наведіть приклади його практичного застосування.
2. Охарактеризуйте роль точок і ліній у формоутворенні на площині.
3. Наведіть загальні відомості щодо програмних засобів Visual Basic у системі AutoCAD.
4. Опишіть використання макросів Visual Basic, яке включає їх розроблення, збереження та виконання в середовищі AutoCAD.
5. Проаналізуйте побудову точок засобами Visual Basic.
6. Розгляньте структуру Visual Basic програми та призначення її складових для створення відрізків прямих.
7. На конкретних прикладах поясніть взаємозв'язок геометричного моделювання у дво- та тривимірному просторі.
8. Поясніть побудову відрізків прямих за допомогою меню системи AutoCAD та програмного середовища Visual Basic.
9. Висвітліть формоутворення багатокутників засобами AutoCAD і Visual Basic.
10. Проаналізуйте виконання штриховки шляхом застосування меню системи AutoCAD та макросів середовища Visual Basic.
11. Доведіть гнучкість і продуктивність комп'ютерного геометричного моделювання на основі спеціалізованого програмного забезпечення.
12. Розгляньте питання моделювання кіл із використанням меню AutoCAD та програмних засобів Visual Basic.
13. Проаналізуйте математичне визначення еліпса та його дуг у параметричній формі при довільному розташуванні цієї фігури на площині.
14. Порівняйте переваги й недоліки створення еліпсів та їх дуг безпосередньо в системі AutoCAD і шляхом застосування Visual Basic.
15. Опишіть моделювання в AutoCAD сплайнів за інтерполяційними точками та управляючими вершинами.
16. Обґрунтуйте важливість ефективного здійснення геометричних модифікації для автоматизованого проектування різноманітних технічних об'єктів і процесів.
17. Дайте загальний опис можливостей системи AutoCAD щодо редагування фігур під час двовимірного формоутворення.

18. Охарактеризуйте застосування властивостей та методів Visual Basic для модифікації геометричних об'єктів.

19. Проілюструйте прикладами композиції таких перетворень координат, як паралельне перенесення, поворот та масштабування.

20. Висвітліть призначення та основні функції меню Properties системи AutoCAD для модифікації геометричних фігур.

21. Обґрунтуйте можливість змінювання у Visual Basic довжини ліній за допомогою певних їх властивостей.

22. Поясніть такі методи геометричних об'єктів у Visual Basic, як паралельне перенесення, поворот, масштабування та симетрія.

23. Опишіть на конкретних програмних прикладах використання методів копіювання, видалення та регенерації геометричних фігур засобами Visual Basic.

24. Охарактеризуйте найбільш перспективні, на вашу думку, напрямки подальшого розвитку комп'ютерної графіки як складової автоматизованого проектування різноманітних технічних об'єктів і процесів.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Комп'ютерна інженерна графіка – це сучасна технічна дисципліна, яка постійно й бурхливо розвивається, характеризується достатньо значними обсягами матеріалу та глибиною змісту.

Добре оволодіння зазначеним курсом є необхідною умовою фахової підготовки багатьох технічних спеціалістів для забезпечення успішної їх подальшої роботи з автоматизованими інформаційними системами.

Особливість підручника полягає в широкому застосуванні системного підходу для подання відомостей, що викладаються. Це стосується інтеграції такої інформації як технічні та програмні засоби комп'ютерної графіки, математичні основи моделювання геометричних об'єктів, безпосереднє формоутворення в середовищі конкретної системи (AutoCAD), автоматизація виконуваних побудов додатковими програмними засобами на прикладі Visual Basic for Applications.

Так, зокрема, в *першому розділі* наведено загальні відомості про комп'ютерну інженерну графіку (використовувані технічні засоби, види зображень, моделі відтворення кольору та ін.), у *другому* – викладено основи теорії кривих і поверхонь, перетворення координат, математичних параметричних описів ліній та поверхонь, засади комп'ютерного твердотільного моделювання. *Третій розділ* присвячено комп'ютерному формоутворенню в системі AutoCAD. Розглянуто засоби двовимірного та тривимірного геометричного моделювання, в тому числі застосування систем координат, управління шарами й видовими екранами, використання команд побудови таких примітивів як точки, прямі, кола, багатокутники, сплайни, паралелепіпеди, циліндри, конуси, піраміди і т. д., їх редагування, визначення параметричних залежностей. Наведено інструменти для оформлення креслеників, а також розробляння твердотільних моделей деталей. У *четвертому розділі* надано відомості з автоматизації побудов за допомогою макросів Visual Basic у системі AutoCAD різноманітних базових геометричних фігур (точок, відрізків, багатокутників, кіл, еліпсів, їх дуг, сплайнів і т. д.) та їх редагування.

Описаний підхід дозволяє комплексно освоїти запропонований навчальний матеріал, ґрунтовно зрозуміти його сутність, отримати кращі теоретичні знання та практичні навички для їх подальшого ефективного використання. Зазначені факти забезпечують студентам продуктивне опанування іншими, крім AutoCAD, різноманітними САІР.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бойко А. П. Комп'ютерне моделювання в середовищі AutoCAD. Частина 1. Геометричне та проєкційне креслення: навч. посіб. Миколаїв: ЧНУ ім. Петра Могили, 2017. 116 с.
2. Ванін В. В., Перевертун В. В., Надкернична Т. М. Комп'ютерна інженерна графіка в середовищі AutoCAD: навч. посіб. Київ: Каравела, 2013. 336 с.
3. Дудзяний І. М. Програмування мовою Visual Basic/VBA: навч. посіб. Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2014. 240 с.
4. Надкернична Т. М., Лебедева О. О. Курс комп'ютерної графіки в середовищі AutoCAD. Теорія. Приклади. Завдання [Електронний ресурс]: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 191 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42209>
5. Павленко І. В. Нарисна геометрія та інженерна графіка: опорний конспект лекцій. Суми: СДУ, 2020. 108 с.
6. Скиба О. П. Комп'ютерна графіка: конспект лекцій. Тернопіль: ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2019. 88 с.
7. Скорюкова Я. Г., Слободянюк О. В. Інженерна графіка. Частина II: курс лекцій. Вінниця: ВНТУ, 2018. 84 с.
8. Тотосько О. В., Микитишин А. Г., Стухляк П. Д. Комп'ютерна графіка: навч. посіб. Книга 1. Тернопіль: ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2017. 304 с.
9. Тотосько О. В., Микитишин А. Г., Стухляк П. Д. Комп'ютерна графіка: навч. посіб. Книга 2. Тернопіль: ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2017. 304 с.
10. Цвіркун Л. І., Бешта Л. В. Інженерна та комп'ютерна графіка. AutoCAD: навч. посіб. Дніпро: НТУ «Дніпровська політехніка», 2018. 209 с.
11. Нарисна геометрія і інженерна графіка. Розділ «Інженерна графіка»: методичні рекомендації до практичних і самостійних занять / Д. Ю. Артеменко, В. А. Онопа, О. В. Анісімов, С. М. Мороз. Кропивницький: ЦНТУ, 2020. 53 с.
12. Інженерна та комп'ютерна графіка. Практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища: навч. посіб. / Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко, С. М. Степанов. Миколаїв: МНАУ, 2020. 256 с.
13. Жартовський О. В., Кабацький О. В., Загребельний С. Л. Інженерна графіка: навч. посіб. для самостійної роботи студентів. Краматорськ: ДДМА, 2018. 212 с.

14. Любченко М. А. Методичні рекомендації та завдання до практичної та самостійної роботи щодо виконання креслень у САПР AutoCAD із навчальної дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка». Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2021. 78 с.

15. Морозенко О.П., Вишневський І.В. Комп'ютерні методи нарисної геометрії та інженерної графіки. Частина 3: навч. посіб. Дніпро: НМетАУ, 2018. 44 с.

16. Хмілярчук О. І., Золотухіна К. І. Прикладна комп'ютерна графіка. Практикум: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 101 с.

17. Довідка з Visual Basic for Applications системи AutoCAD.

18. Ванін В. В., Вірченко Г. А., Яблонський П. М. Теоретичні основи структурно-параметричного геометричного моделювання виробів машинобудування: монографія. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 223 с.

## ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Багатофункціональні пристрої 13
- Біномаль 36
- В-сплайн 64
- Векторна алгебра 24
- Векторний аналіз 24
- Векторні зображення 14
- Вибір фігур 124
- Вікно команд 106
- Властивість:
  - Area 244
  - Color 248
  - Length 244
  - Linetype 248
  - Lineweight 248
- Властивості об'єктів 119
- Головна нормаль 36
- Графічна область 107
- Графічні дисплеї 12
- Довідка Visual Basic 222
- Дотична площина 42
- Звичайні точки 30
- Інтерфейс 100
- Каркасні моделі 17
- Клавіатури 12
- Комп'ютерна графіка 7
- Комп'ютерні миші 13
- Контекстне меню 111
- Крива лінія 28
- Кривина 32
- Криволінійні координати 40
- Координатна сітка 40
- Координатні лінії 40
- Крива Безьє 59
- Криві Ерміта 57
- Криві другого порядку 54
- Лінії 18
- Масиви геометричних об'єктів 148
- Межі кресленика 117
- Метод:
  - AddArc 248
  - AddCircle 247
  - AddEllipse 251
  - AddLine 232
  - AddPoint 229
  - AddPolyline 237
  - AddSpline 255
  - Delete 265
  - Mirror 265
  - Move 262
  - Rotate 241
  - ScaleEntity 265
  - SendCommand 236
  - TransformBy 268
  - Update 248
- Модель RGB 15
- Нормаль поверхні 42
- Нормальна площина 36
- Об'ємні моделі 18
- Особливі точки 30
- Панель швидкого доступу 103
- Параметричне моделювання 19
- Параметричні залежності 168
- Поверхневі моделі 18
- Поверхні 18
- Поверхня Безьє 76
- Поверхня Кунса 74

Поверхня NURBS 78  
Принтери 13  
Проста дуга 28  
Растрова графіка 14  
Розмірні стилі 153  
Середня кривина 33  
Середовище Visual Basic 222  
Сканери 13  
Скрут 38

Спосіб CMY 16  
Спрямна площина 37  
Стична площина 36  
Текстові стилі 150  
Тіла 18  
Точки 18  
Управління шарами 120  
Файли-шаблони 157  
Шарові маніпулятори 13

## ДОДАТОК А. ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНИКІВ

### *Формати та основний напис*

Кресленики виконуються на аркушах певних розмірів, що мають назву форматів (ДСТУ 3321:2003). Останні визначаються розмірами зовнішньої прямокутної рамки, див. табл. А.1.

*Таблиця А.1*

Позначення основних форматів та їх розміри

<i>Позначення формату</i>	<i>Розміри, мм</i>
<i>A0</i>	<i>1189x841</i>
<i>A1</i>	<i>594x841</i>
<i>A2</i>	<i>594x420</i>
<i>A3</i>	<i>297x420</i>
<i>A4</i>	<i>297x210</i>

Ці формати отримують з початкового *A0*, площа якого приблизно  $1\text{ м}^2$ , послідовним поділом на дві рівні частини паралельно меншій стороні прямокутної рамки (рис. А.1).

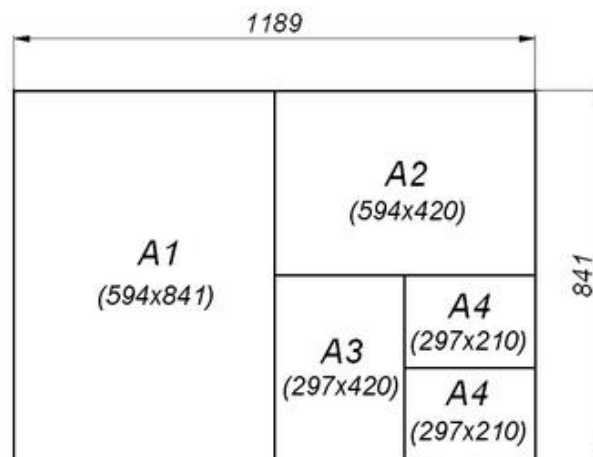


Рис. А.1. Утворення форматів

За необхідності використовуються додаткові формати, які одержують кратним збільшенням менших сторін основних форматів.

На форматі виконують внутрішню рамку та у правому нижньому куті розташовують основний напис, див. рис. А.2.

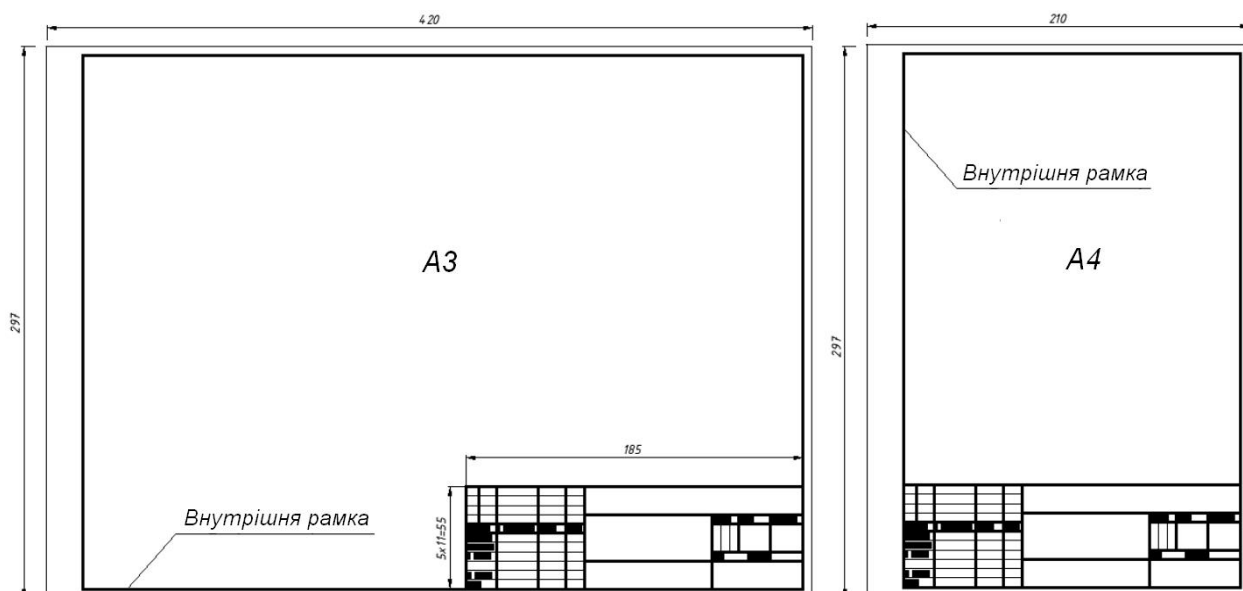


Рис. А.2. Внутрішня рамка та розташування основного напису

На форматі *A4* основний напис дозволяється розміщувати лише вздовж його короткої сторони.

Форму, розміри та порядок заповнення основного напису (рис. А.3) регламентує ДСТУ ГОСТ 2.104:2006.

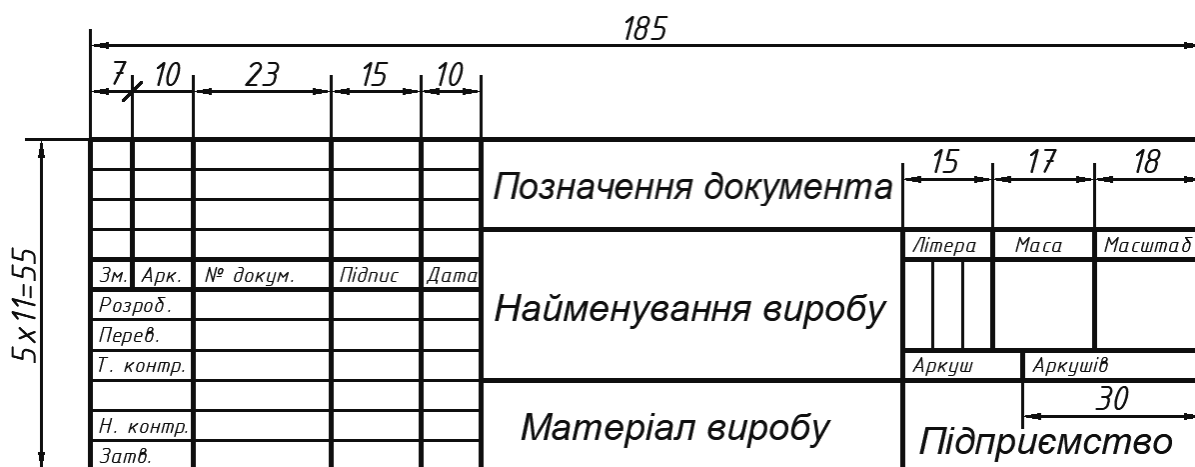


Рис. А.3. Основний напис

### Масштаби

Масштаб – це відношення розмірів об'єкта, виконаних без спотворення, до їхніх номінальних значень (ДСТУ 3321:2003).

Масштаб з відношенням 1:1 називають масштабом натуральної величини.

Масштаби зменшення: 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20; 1:25 ...

Масштаби збільшення: 2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1 ...

Розміри на креслениках, незалежно від масштабу, проставляють натуральні (рис. А.4).

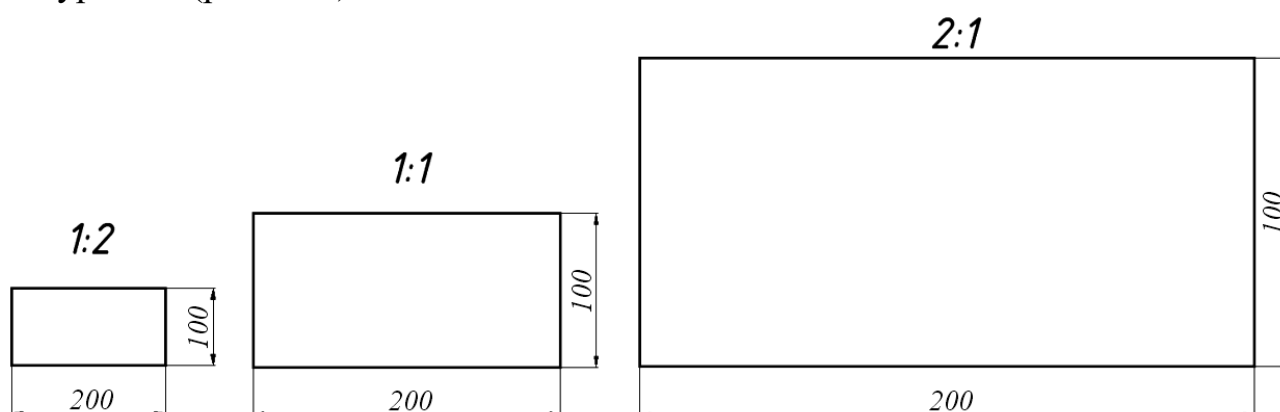


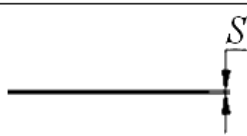
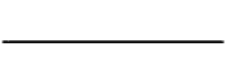
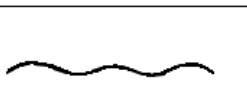
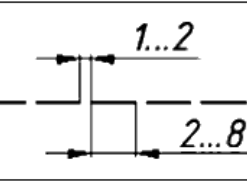
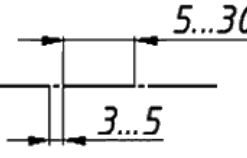
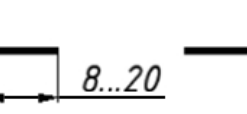
Рис. А.4. Незалежність розмірів від масштабу

### Лінії

Лінії на креслениках виконують відповідно до ДСТУ ISO 128-20:2003. Основні їх типи приведено в табл. А.2.

Таблиця А.2

Типи ліній згідно з ДСТУ ISO 128-20:2003

Зображення	Товщина, мм	Назва лінії
	$S=0,5 \dots 1,4$	Суцільна товста
	Від $S/3$ до $S/2$	Суцільно тонка
		Суцільна хвиляста
		Штрихова
	Штрихово-пунктирна тонка	
	Від $S$ до $3S/2$	Розімкнена

На рис. А.5 показано використання ліній, де 1 – суцільна товста, 2 – суцільна тонка, 5 – штрихово-пунктирна тонка.

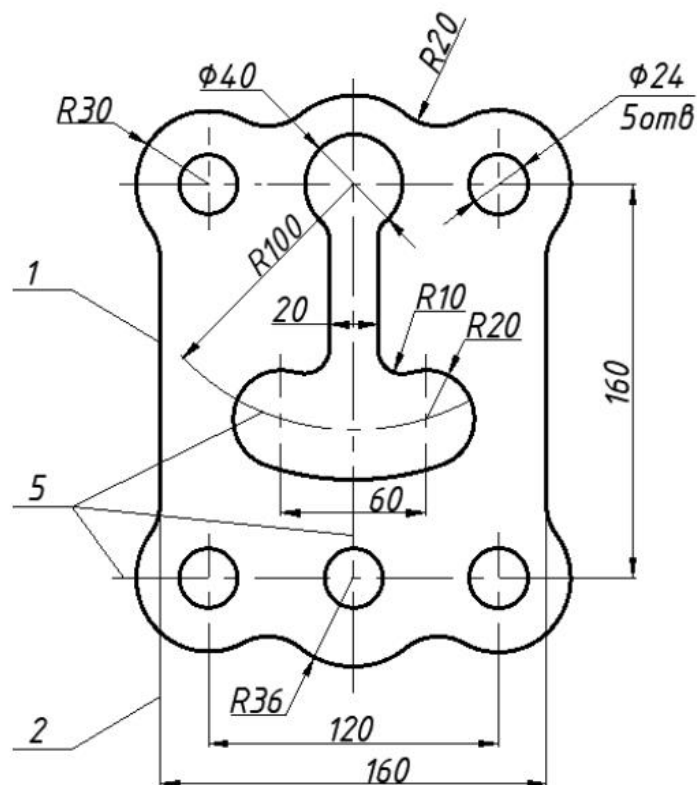


Рис. А.5. Приклад застосування ліній на кресленіку

### Шрифти

Написи виконують стандартним шрифтом, розміри якого обираються з ряду 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20 і т. д. Рис. А.6 ілюструє шрифт з нахилом.

*АБВГДЕЄЖЗИІЙКЛМН*  
*ОПРСТУФХЦЧШЩЬЮЯ*  
*1234567890*  
*R3 ∅5\* □7 >1:10 ▷1:5 s4*  
*абвгдеєжзиіїйклмн*  
*опрстуфхцчшщьюя*

Рис. А.6. Креслярський шрифт



## Нанесення розмірів

Розміри на креслениках вказують, див. рис. А.7, розмірними лініями, паралельними вимірюваному відрізку. Ці лінії зі стрілками на кінцях впираються у виносні лінії, що є продовженням контурних або осьових ліній вимірюваного відрізку. Над розмірною лінією, яку бажано проводити поза контуром зображення, на відстані 1 ... 2 мм ближче до її середини вказують розмірне число. Виносні лінії повинні виходити за кінці стрілок розмірної лінії на 2 ... 5 мм. Останню наносять на відстані мінімум 10 мм від контурної лінії.

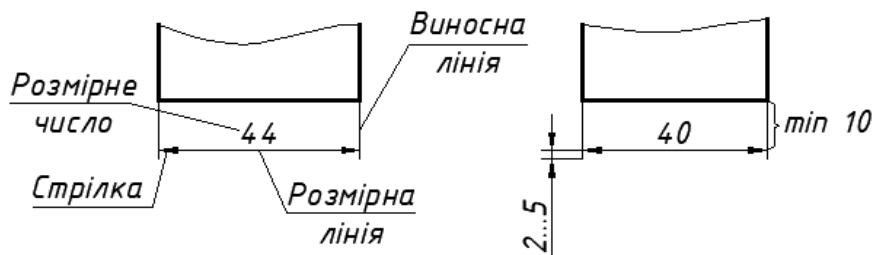


Рис. А.7. Нанесення розмірів прямолінійного відрізка

Виконання кутових розмірів показано на рис. А.8 на прикладі розмірної стрілки.

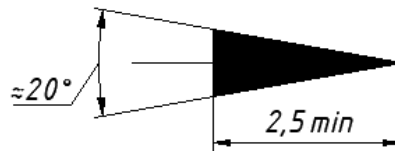


Рис. А.8. Розмірна стрілка

При визначенні кута розмірну лінію проводять у вигляді дуги з центром у його вершині, а виносні лінії – радіально.

Мінімальна відстань між паралельними розмірними лініями дорівнює 8 мм (рис. А.9). Розмірні числа на них розташовують зміщеним чином.

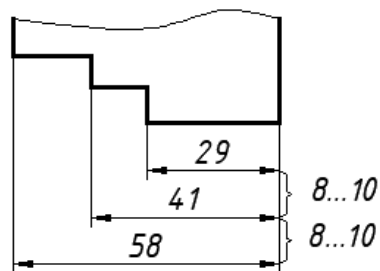


Рис. А.9. Паралельні розмірні лінії

Перетину розмірних ліній необхідно уникати.

Для вказування діаметра кола перед розмірним числом наносять символ  $\varnothing$ , висота якого дорівнює висоті цифр розмірного числа (рис. А.10). Для позначення радіуса дуги кола використовують знак  $R$ , якщо вона не перевищує  $180^\circ$ , інакше – символ  $\varnothing$ . Різні за величиною радіуси, проведені з одного центру, не повинні бути продовженням один одного.

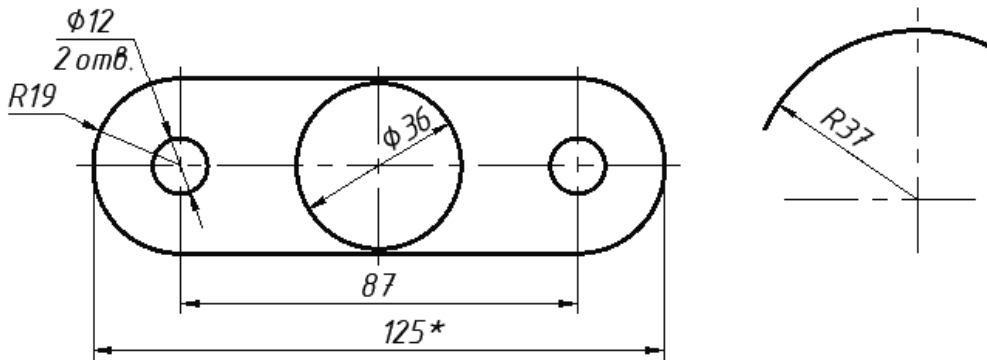


Рис. А.10. Нанесення діаметрів та радіусів

Розмірні числа проставляють за наступним порядком (рис. А.11), де в заштрихованих зонах їх наносять на горизонтальній поличці лінії-виноски.

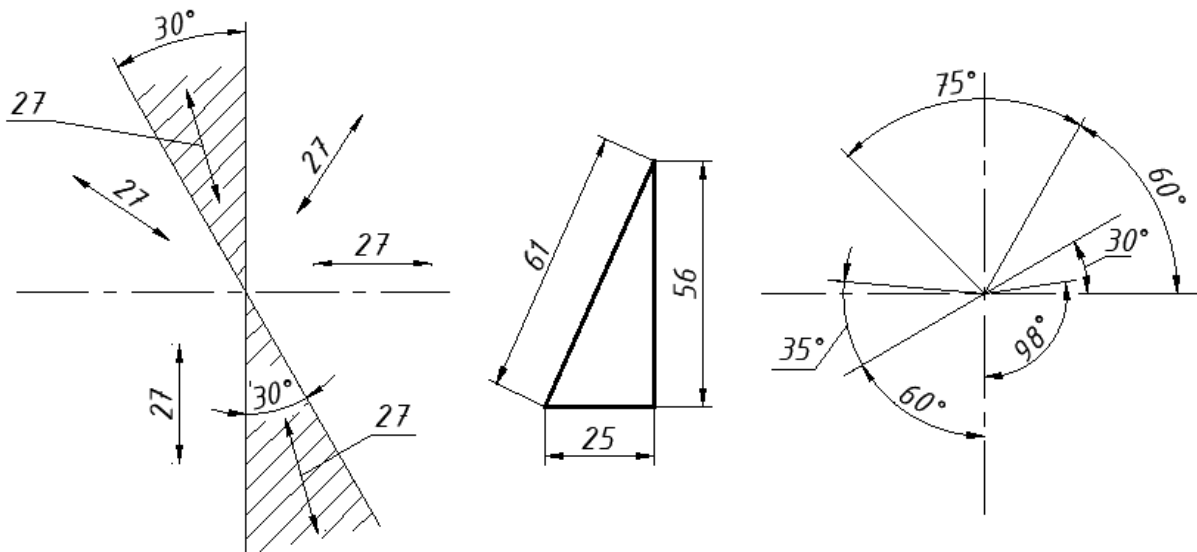


Рис. А.11. Схема нанесення розмірів

Розміри, що визначають симетрично розташовані поверхні симетричних виробів, наносять один раз, не вказуючи їх кількості. Наприклад, для однакових радіусів  $R10$  на рис. А.12. Розміри кількох однакових елементів виробу, проставляють один раз, зазначаючи на поличці лінії-виноски кількість даних елементів. Число отворів пишуть перед розміром діаметра отвору, наприклад  $4 \text{ отв. } \varnothing 10$ , або під розмірною лінією, див. рис. А.12.

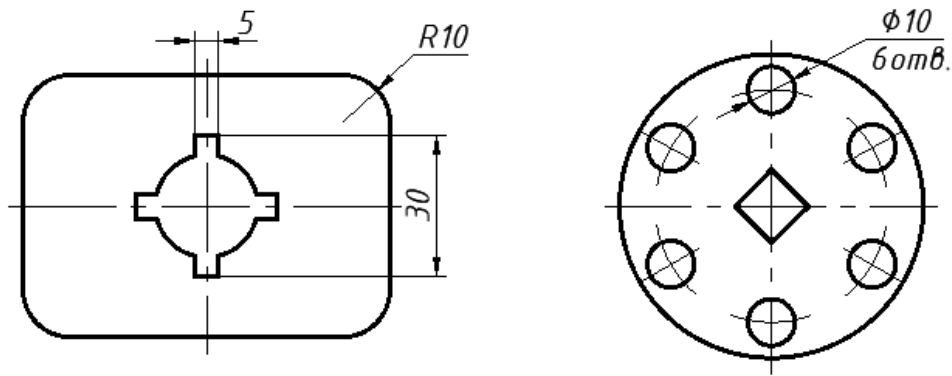


Рис. А.12. Проставляння розмірів однакових елементів

Якщо отвори розташовані на колі рівномірно, то кутові розміри між їх центрами не показують. Дозволяється зображувати один такий елемент, а решту позначати тільки їхніми центрами.

### *Види*

Правила відтворення предметів на креслениках встановлює ДСТУ 3321:2003. Зображення виконують методом прямокутного проєкціювання. Основними вважають шість видів, які одержують проєкціюванням на грані куба, що оточують предмет (рис. А.13).

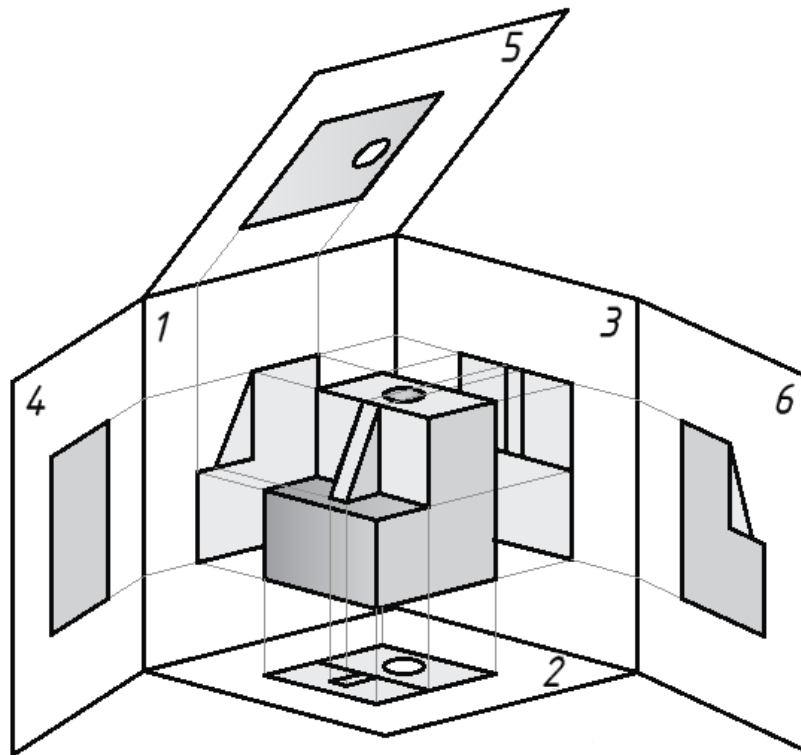


Рис. А.13. Проєкціювання на грані куба

Отримані при цьому види подано на рис. А.14.

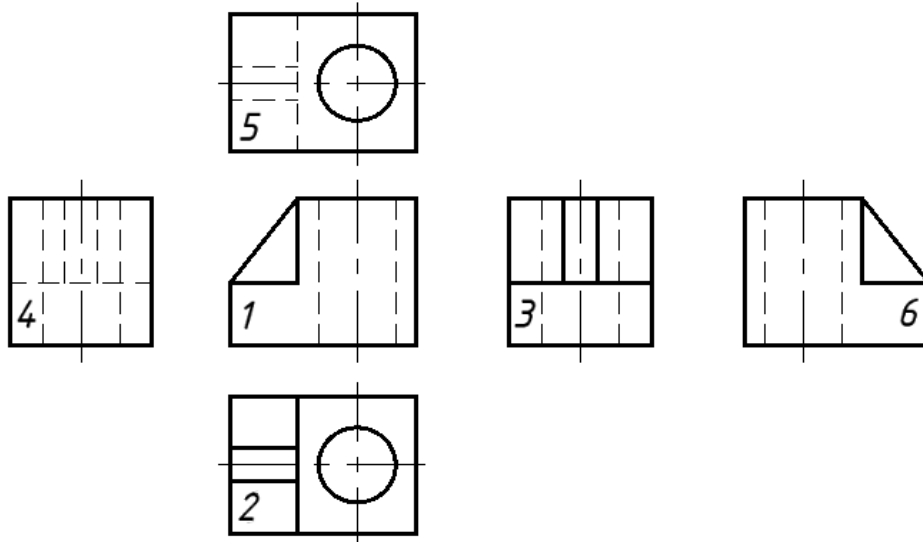


Рис. А.14. Шість основних видів:

1 – спереду (головний); 2 – зверху; 3 – зліва;  
4 – справа; 5 – знизу; 6 – ззаду.

Згідно зі стандартом зображення поділяються на *види*, *розрізи* та *перерізи*.

*Вид* – це зображення повернутої до спостерігача видимої частини поверхні предмета. За головне приймають зображення на задній фронтальній грані куба. Предмет розташовують так, щоб останнє давало найбільш повне уявлення про його форму та розміри.

Якщо види не перебувають у безпосередньому проєкційному зв'язку, то напрям погляду на об'єкт вказується стрілкою біля відповідного зображення з нанесенням поряд літери кирилиці, а також останньої над отриманим зображенням (рис. А.15). Таким же чином оформлюють кресленики й тоді, коли види відділені деяким зображенням або розташовані на різних аркушах.

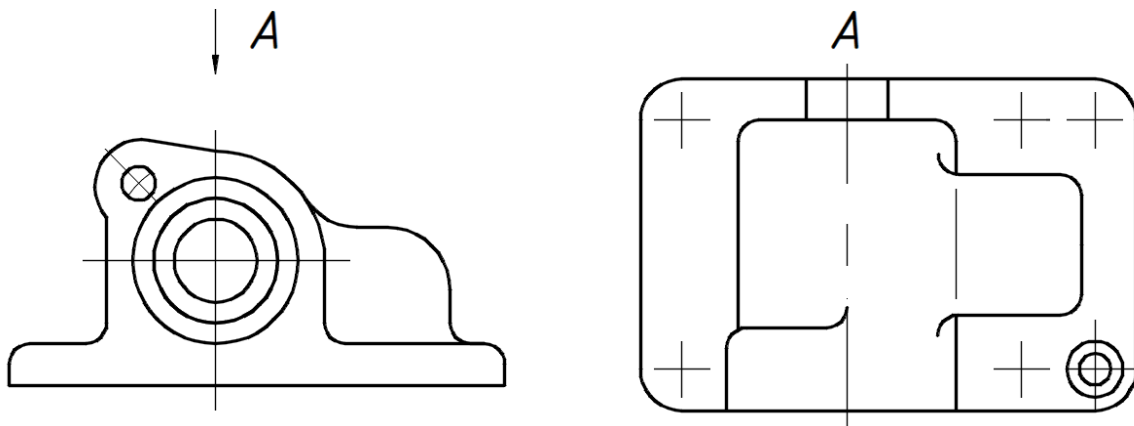


Рис. А.15. Позначення видів без проєкційного зв'язку

Крім основних бувають допоміжні та місцеві види.

*Допоміжний (додатковий) вид* – це вид предмета на площині, непаралельній до жодної з основних площин проєкцій (рис. А.16), призначений для неспотвореного зображення поверхні, якщо його неможливо отримати на основному виді.

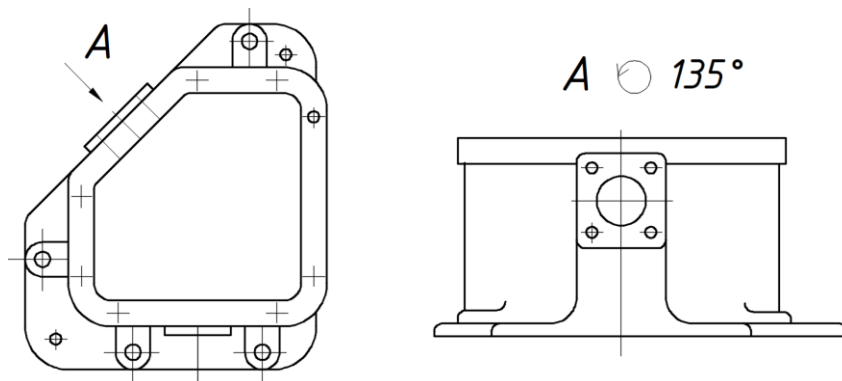


Рис. А.16. Приклад допоміжного виду

*Місцевий вид* – це зображення окремої обмеженої ділянки поверхні предмета. Він може бути обмежений лінією обриву, по можливості в найменшому розмірі, або лініями контуру елемента (рис. А.17).

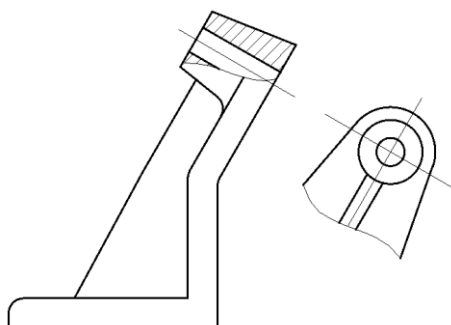


Рис. А.17. Місцевий вид

### *Розрізи*

Розрізи застосовують для розкриття внутрішньої будови деталей.

*Розріз (розтин)* – це ортогональна проєкція предмета, якого цілком чи частково уявно розітнено одною чи кількома площинами, щоб показати його невидні поверхні.

Залежно від положення розтинальної площини відносно горизонтальної площини проєкцій розрізи поділяються на:

- *горизонтальні* – розтинальна площина паралельна до горизонтальної площини проєкцій;
- *вертикальні (фронтальний, профільний)* – розтинальна площина перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій;

- *похилі* – розтинальна площина утворює з горизонтальною площиною проєкцій кут, який відрізняється від прямого.

У залежності від кількості розтинальних площин розрізи поділяються на:

- *прості* – отримані за допомогою однієї розтинальної площини;
- *складні (східчасті, ламані)* – отримані за допомогою кількох розтинальних площин.

Положення розтинальної площини вказують на кресленику за допомогою лінії перерізу (рис. А.18). Початковий та кінцевий її штрихи не повинні перетинати контур відповідного зображення. Біля стрілок із зовнішньої сторони ставлять одну й ту саму велику літеру кирилиці. Ці літери застосовуються в алфавітному порядку й на одному кресленику не повторюються. Зображення розрізу слід позначати написом, що складається з тих самих великих літер, між якими ставлять тире.

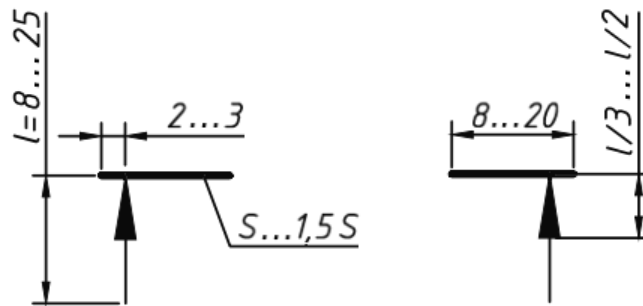


Рис. А.18. Лінія перерізу

На розрізі показують те зображення, що знаходиться безпосередньо в січній площині та те, яке розташовано за нею (рис. А.19). Внутрішній контур предмета на розрізі відтворюють суцільною товстою лінією. Частини розрізу, що співпадають із січною площиною та не є порожнинами, штрихуються.

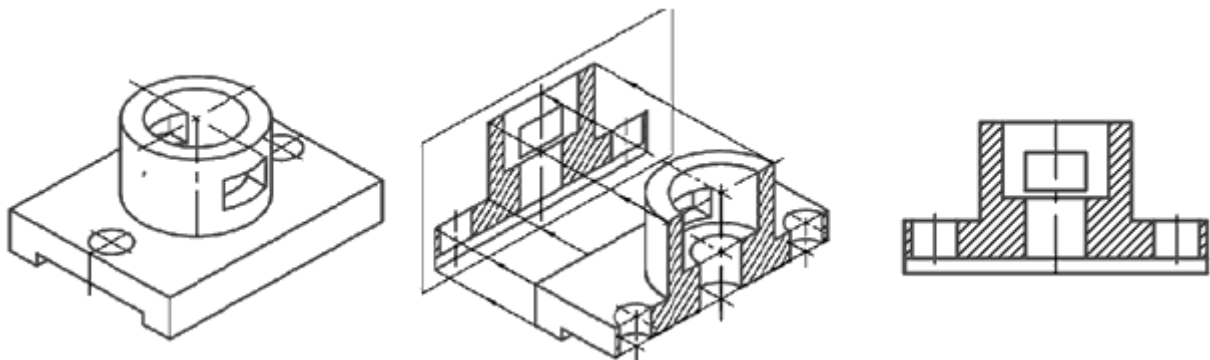


Рис. А.19. Побудова розрізу

Якщо розтинальна площина збігається з площиною симетрії предмета та відповідні зображення розміщено на одному аркуші у проекційному зв'язку й не розділено іншими зображеннями, то розтинальні площини не показують, а розріз написом не позначають.

Для зменшення кількості зображень на кресленнику частину виду та частину відповідного розрізу дозволяється поєднувати, відокремлюючи їх суцільною хвилястою лінією. Якщо з'єднуються симетричні фігури, то лінією, що їх розділяє, є вісь симетрії (рис. А.20). У випадку, коли з віссю симетрії збігається лінія видимого чи не видимого контуру деталі (наприклад ребро), розріз від виду відділяється суцільною хвилястою лінією.

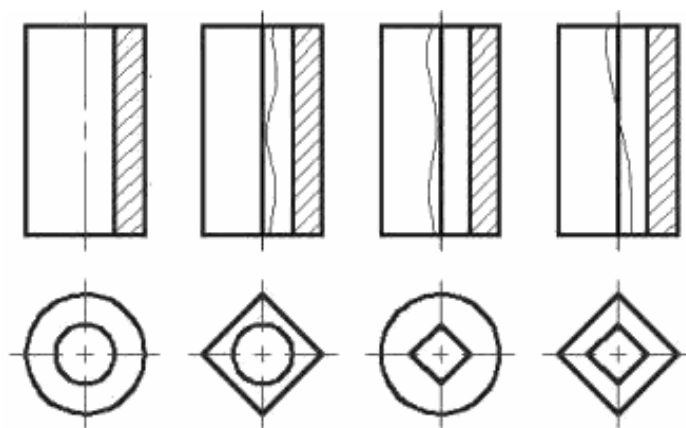


Рис. А.20. Побудова розрізу

Розріз, призначений для з'ясування конструкції в окремому обмеженому місці, називають *місцевим*. Його виділяють на виді суцільною хвилястою лінією (рис. А.21).

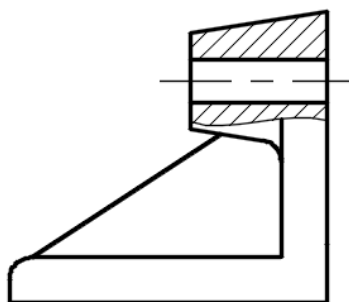


Рис. А.21. Місцевий розріз

Зауважимо, що штрихування на всіх зображеннях повинно бути однаковим. Також акцентуємо, що розміри деталі, які відносяться до її зовнішніх форм, наносять зі сторони виду, а до внутрішніх – зі сторони розрізу.

### Розміри на кресленіку деталі

На кресленіку деталі наносять наступні розміри (рис. А.22):

- габаритні ( $a, b, c$ );
- форми та положення елементів ( $\varnothing, f; l$ ).

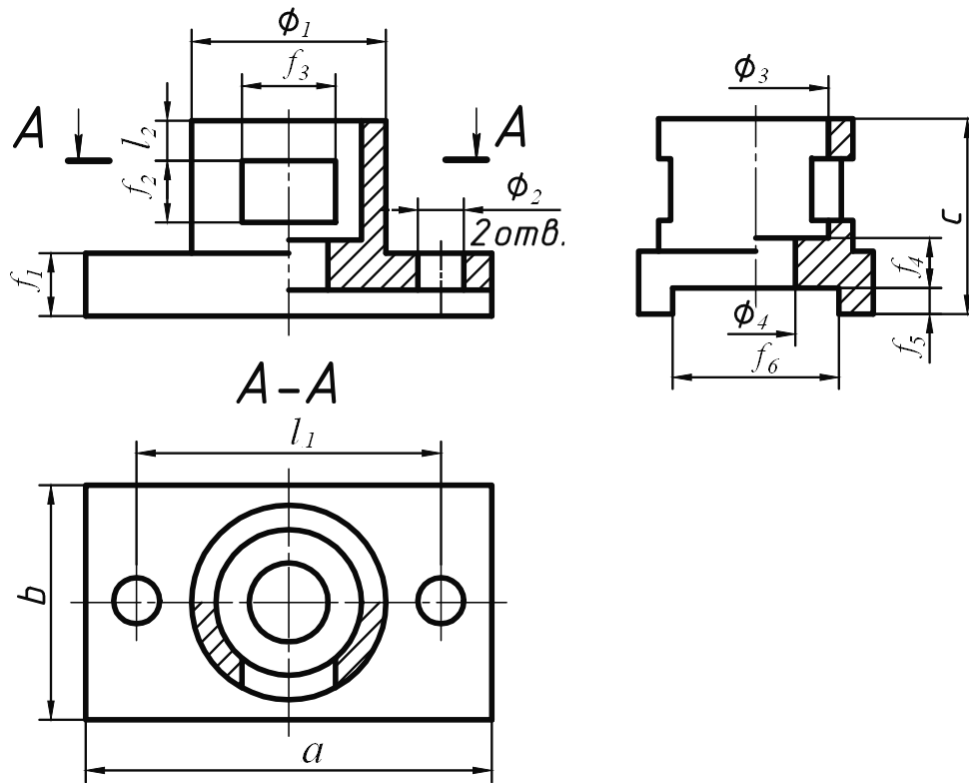


Рис. А.22. Приклад нанесення розмірів деталі

При цьому  $a, b, f_1$  визначають основу деталі у вигляді прямокутного паралелепіпеда, в якому зроблено наскрізний виріз з розмірами  $f_5 \times f_6$ . Діаметри  $\varnothing_1 \dots \varnothing_4$  подають форму вертикальних циліндричних елементів, а  $f_2$  та  $f_3$  – поперечний переріз поздовжнього призматичного отвору. Положення останнього визначає розмір  $l_2$ . Розташування двох циліндричних отворів  $\varnothing_2$  зумовлює величина  $l_1$ , а висоту отвору  $\varnothing_4$  – розмір  $f_4$ .

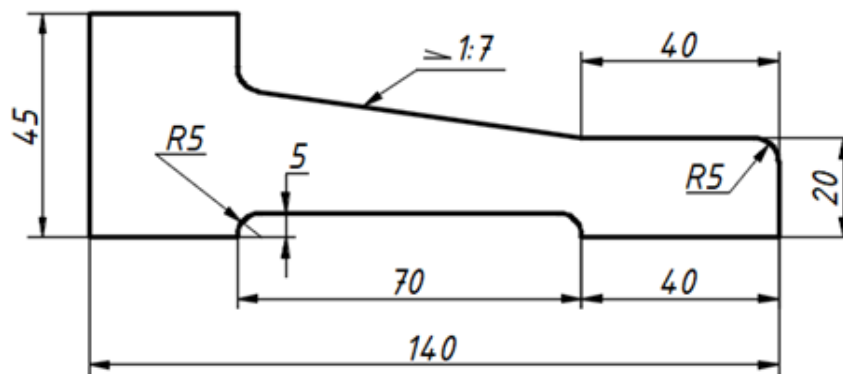
Таким чином, у даному додатку підручника наведено базові відомості стосовно оформлення кресленіків. Зокрема, розглянуто формати, основний напис, використовувані масштаби, типи ліній і шрифти. Проаналізовано питання нанесення розмірів та застосовуваних видів, розробляння розрізів. Усе це сприяє створенню належних кресленіків у системі AutoCAD.



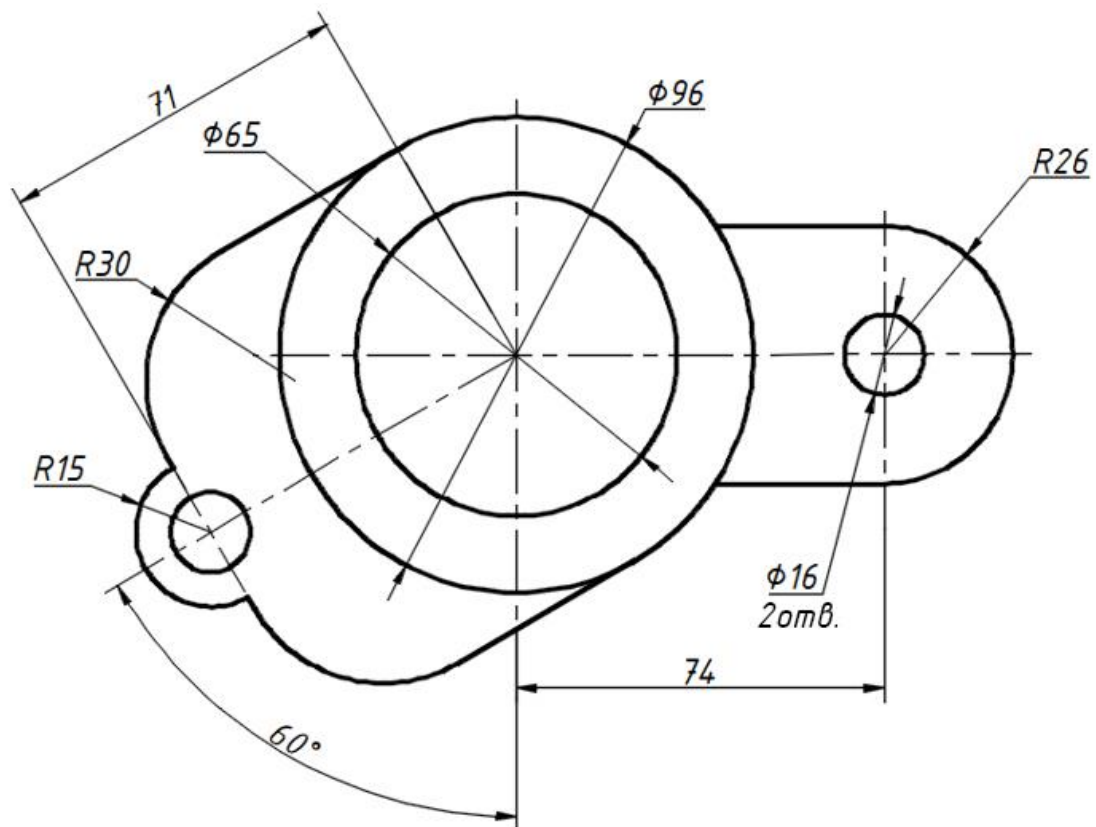
## ДОДАТОК Б. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

### Б.1. Контур деталі

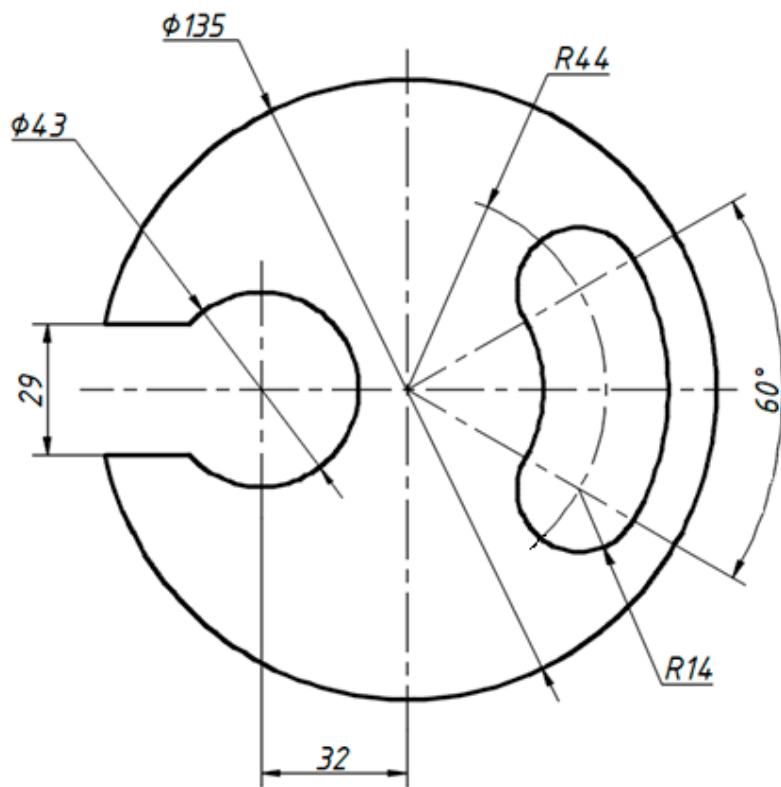
Накреслити контур деталі з використанням шарів. Нанести розміри. Оформити кресленик.



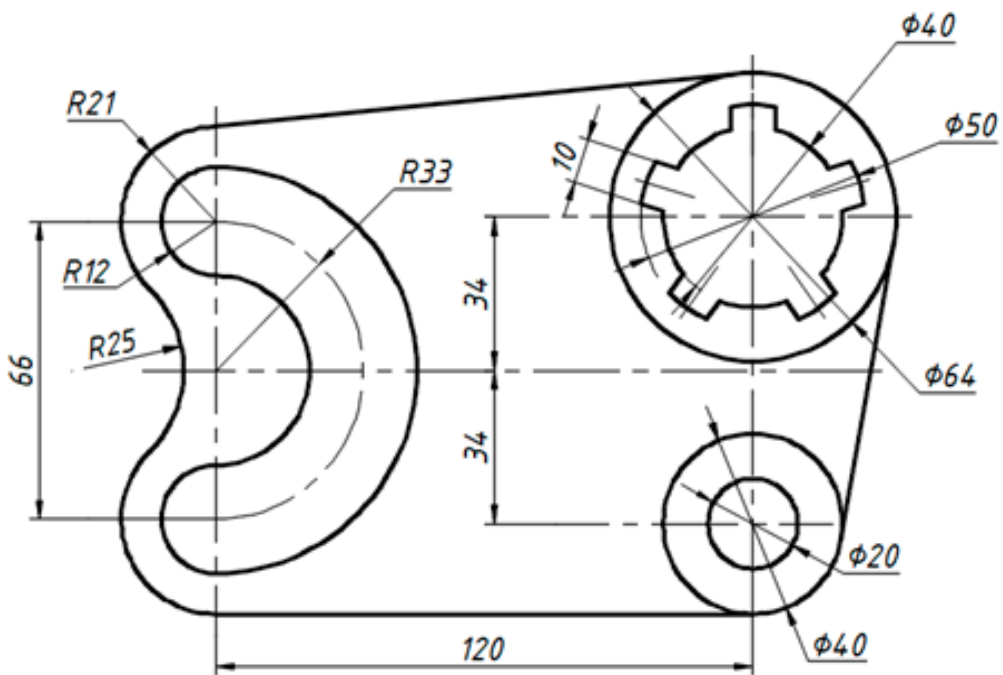
Варіант 1



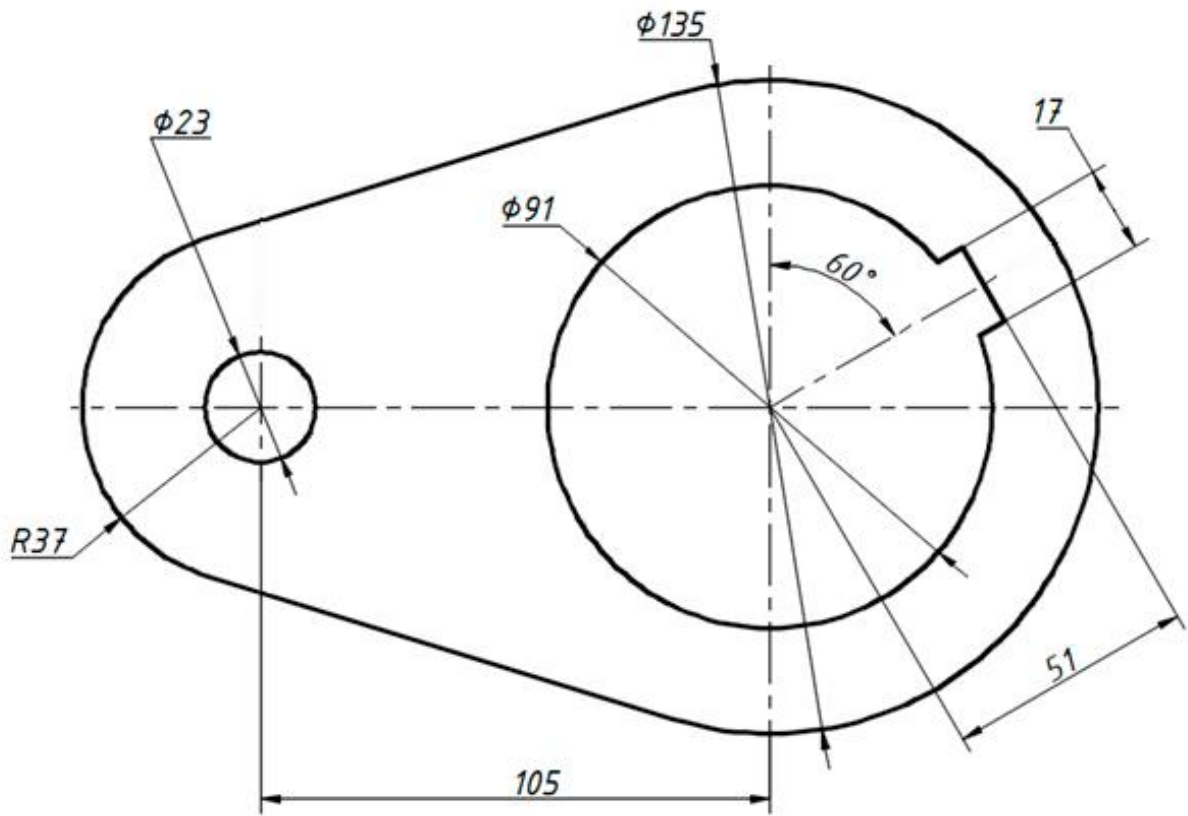
Варіант 2



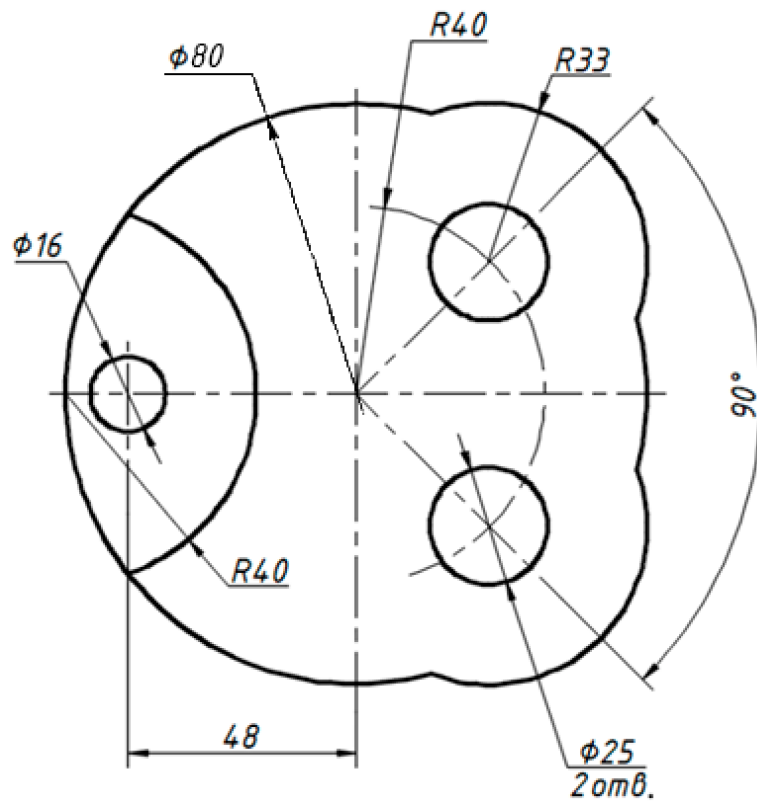
Вариант 3



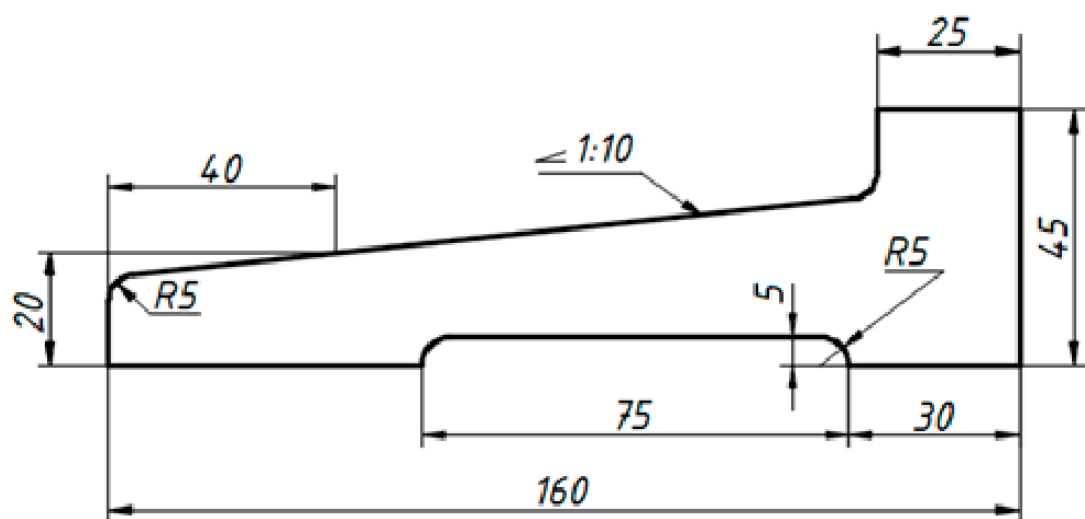
Вариант 4



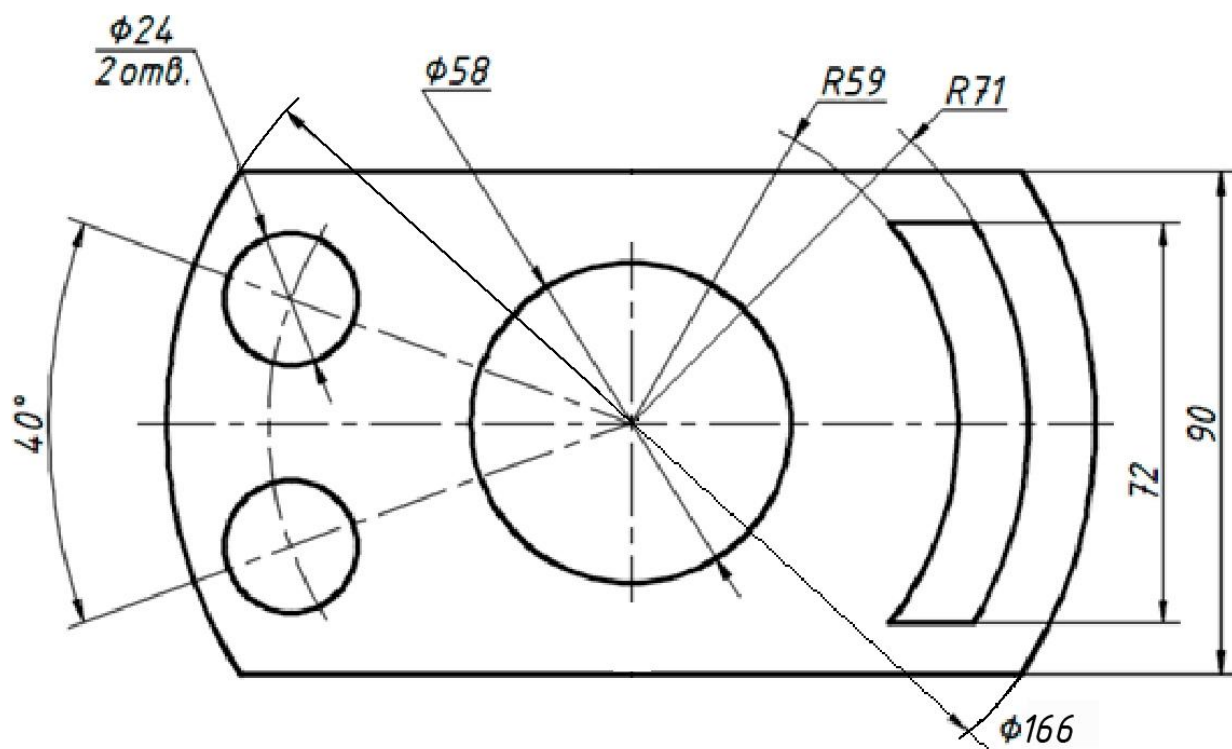
Вариант 5



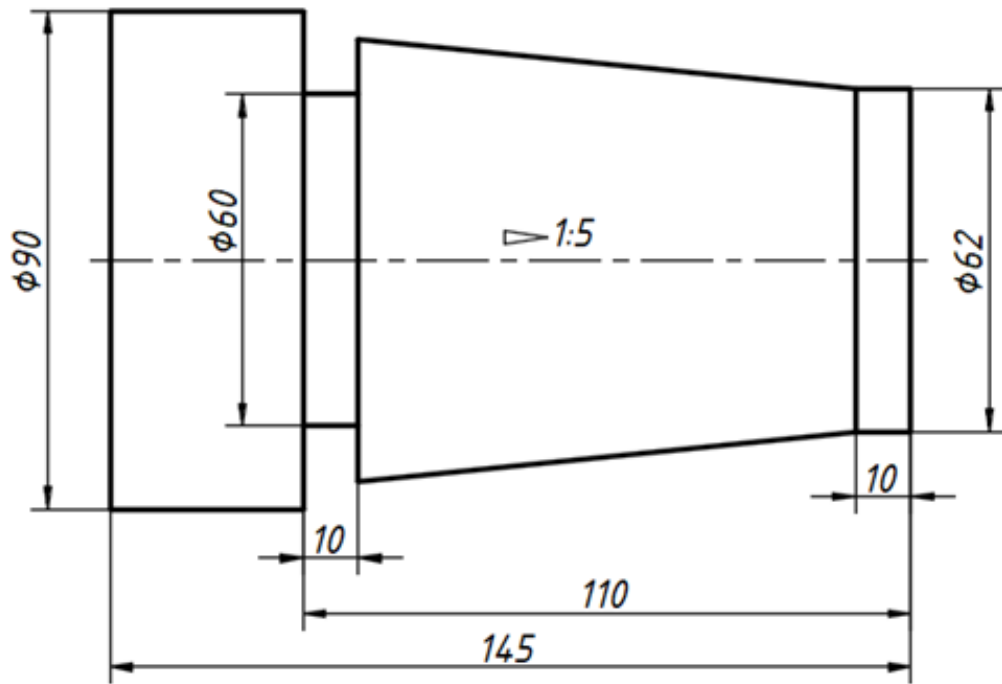
Вариант 6



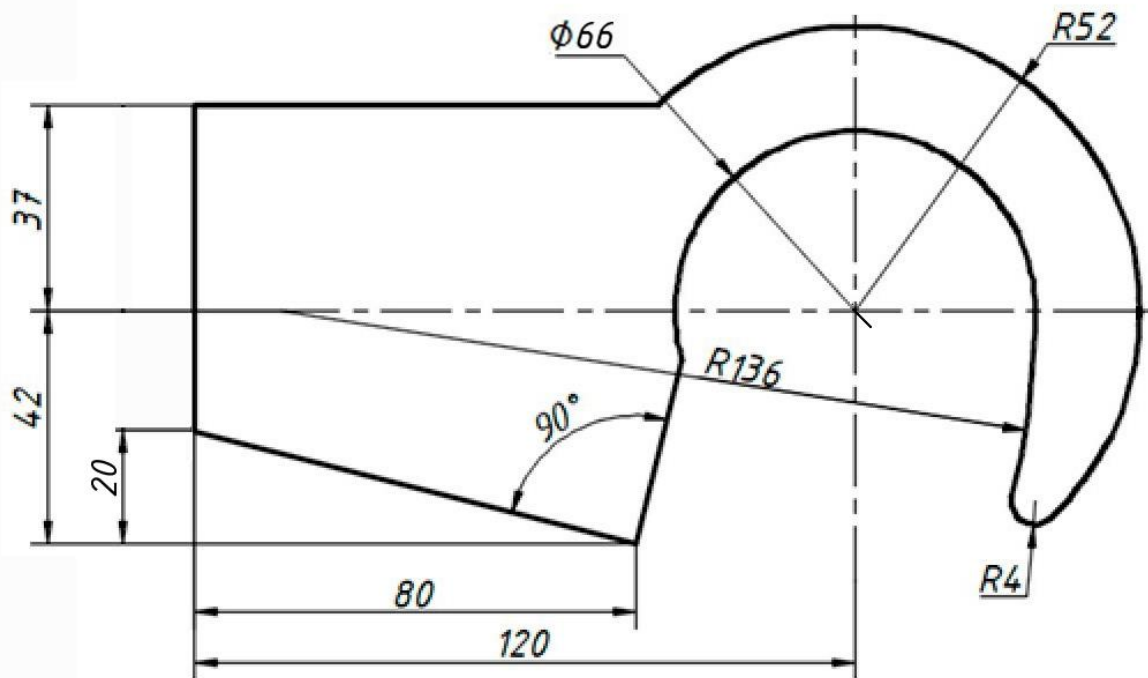
Вариант 7



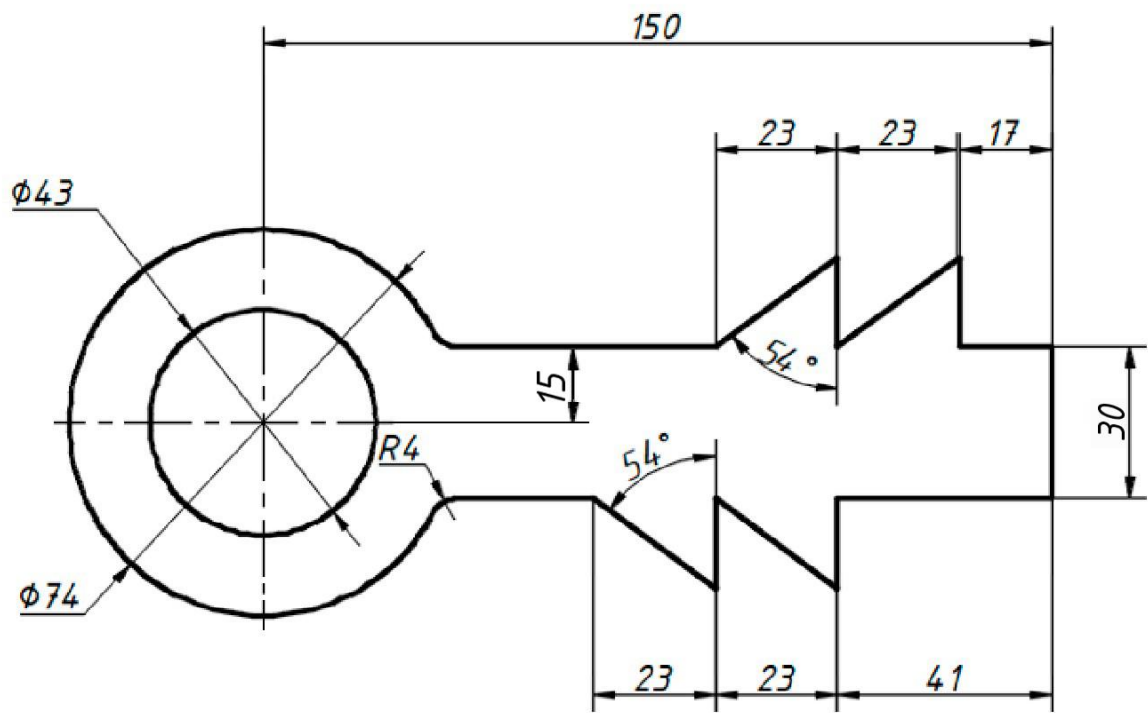
Вариант 8



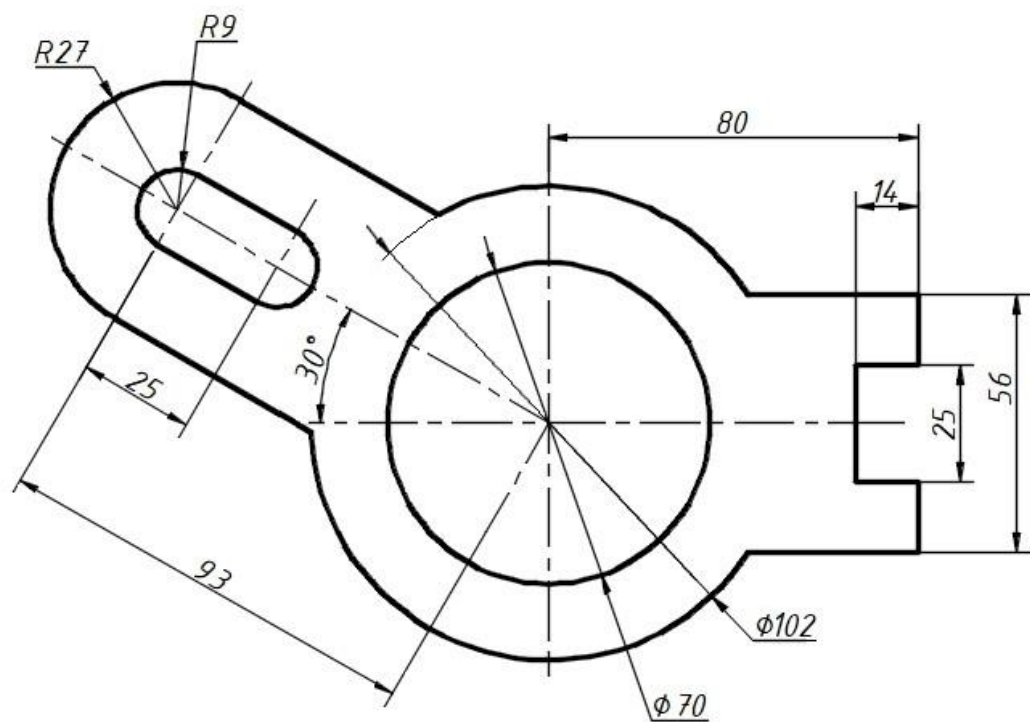
Вариант 9



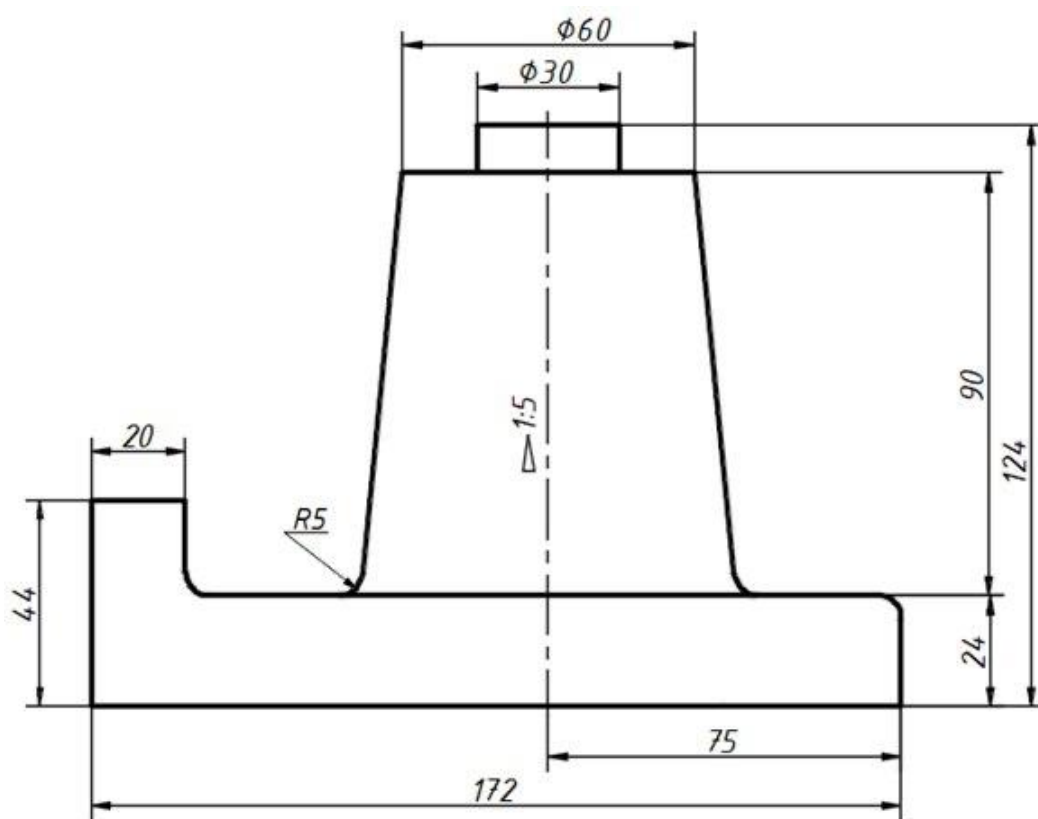
Вариант 10



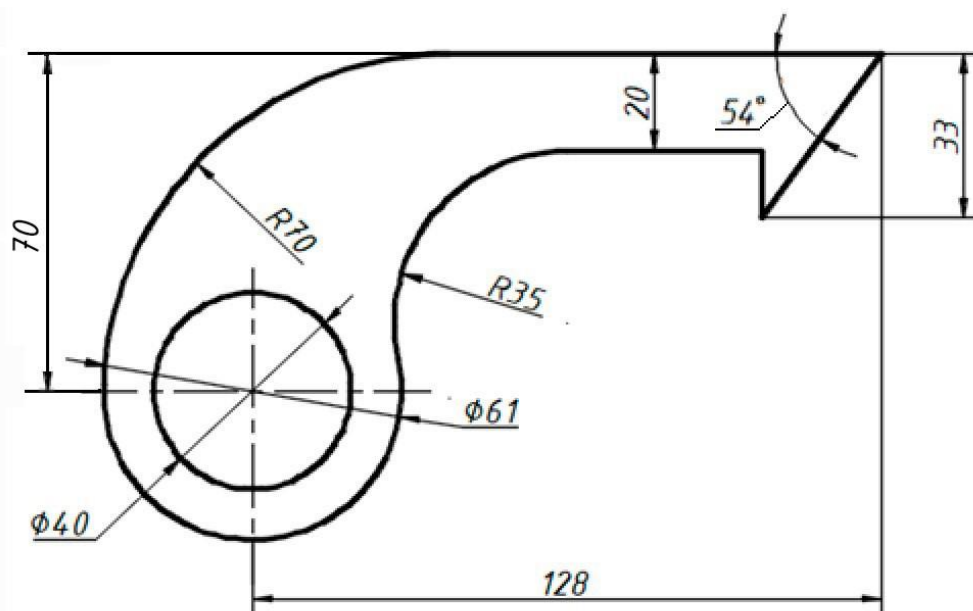
Варіант 11



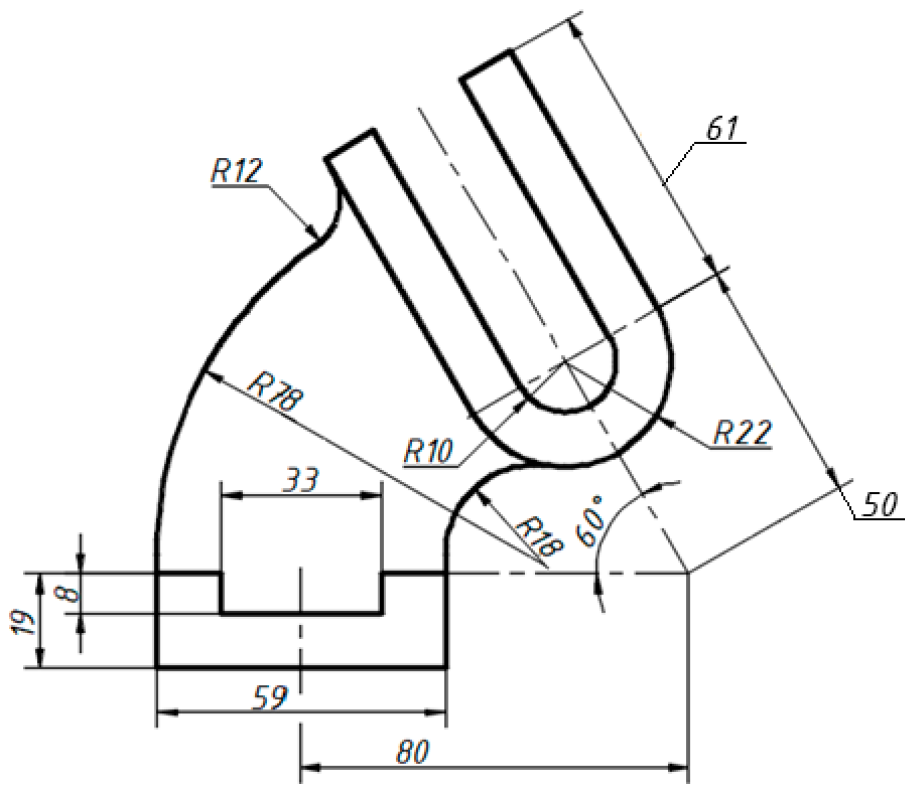
Варіант 12



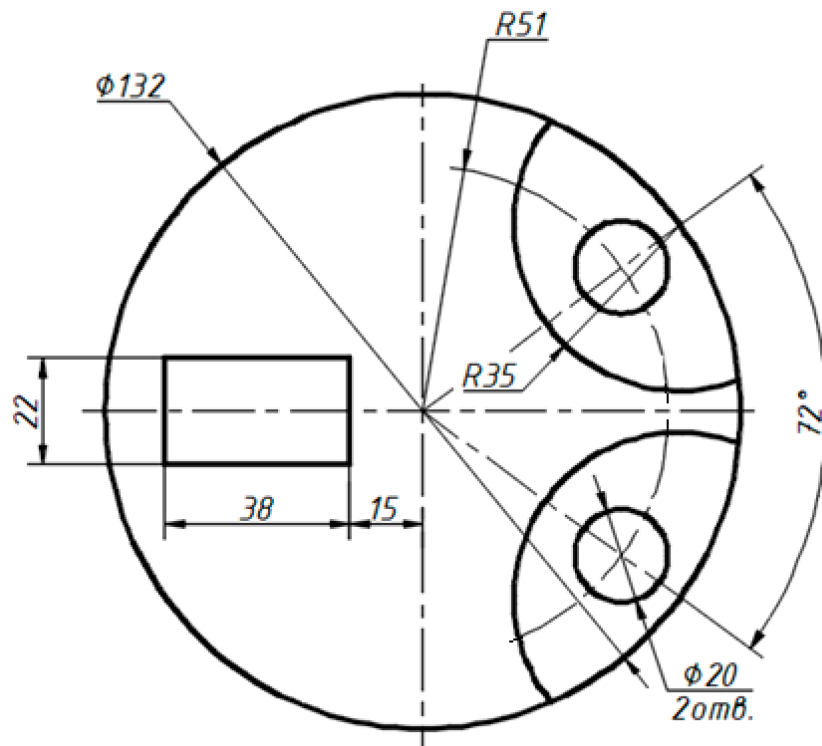
Варіант 13



Варіант 14

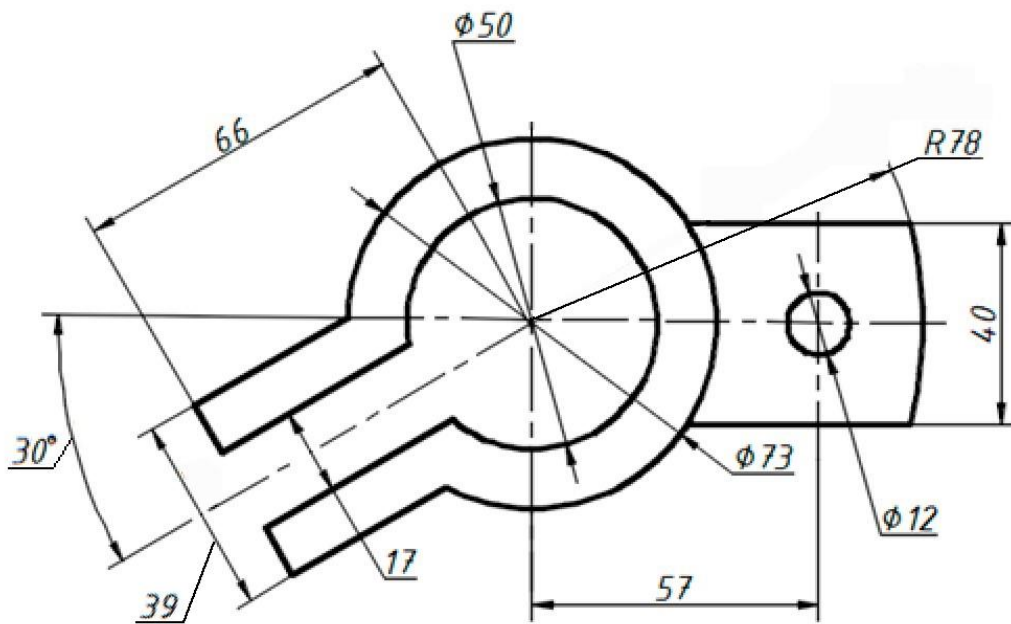


Варіант 15

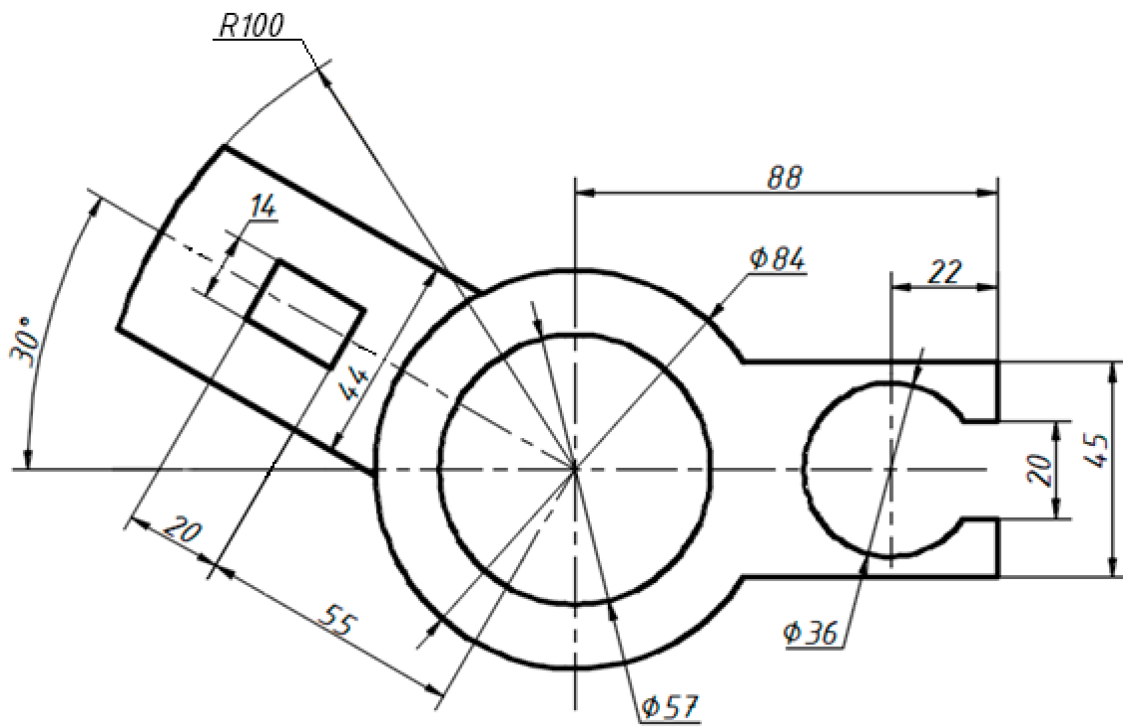


Варіант 16

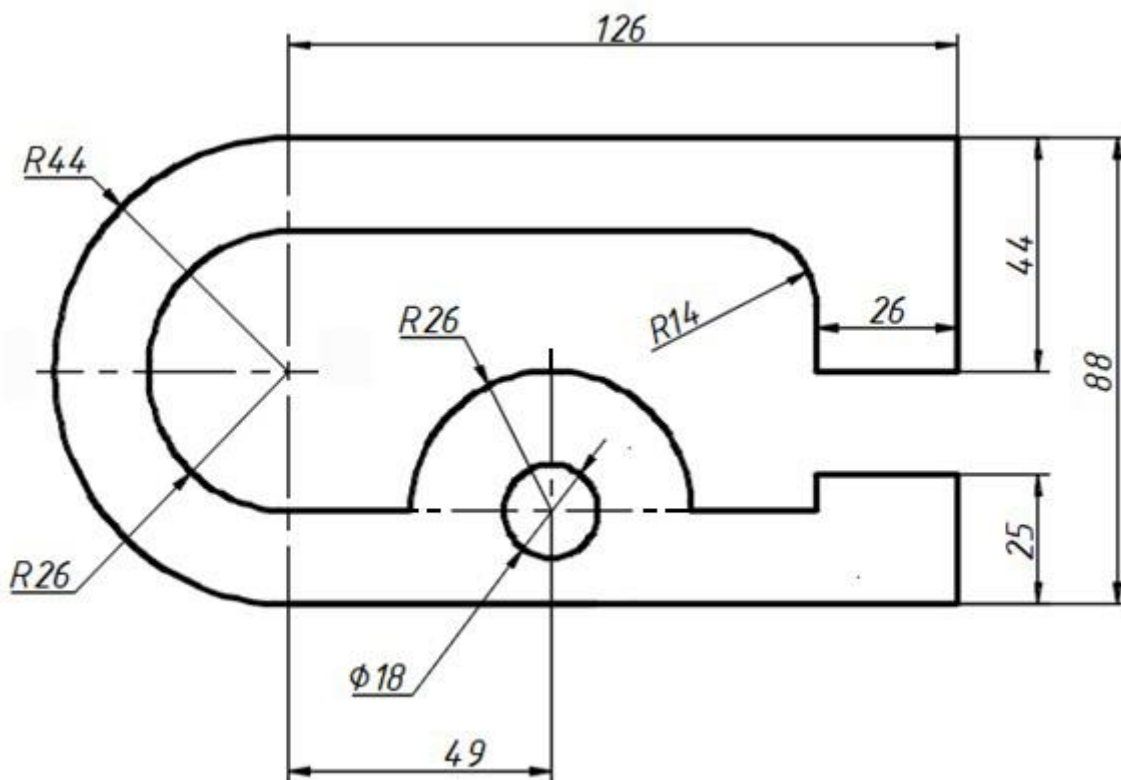




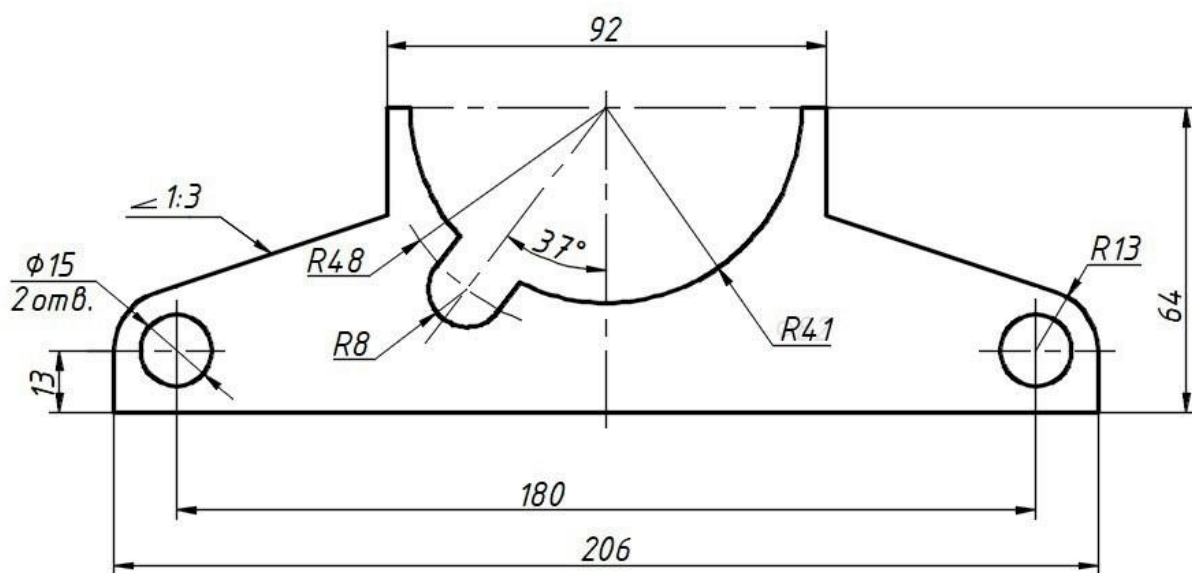
Варіант 17



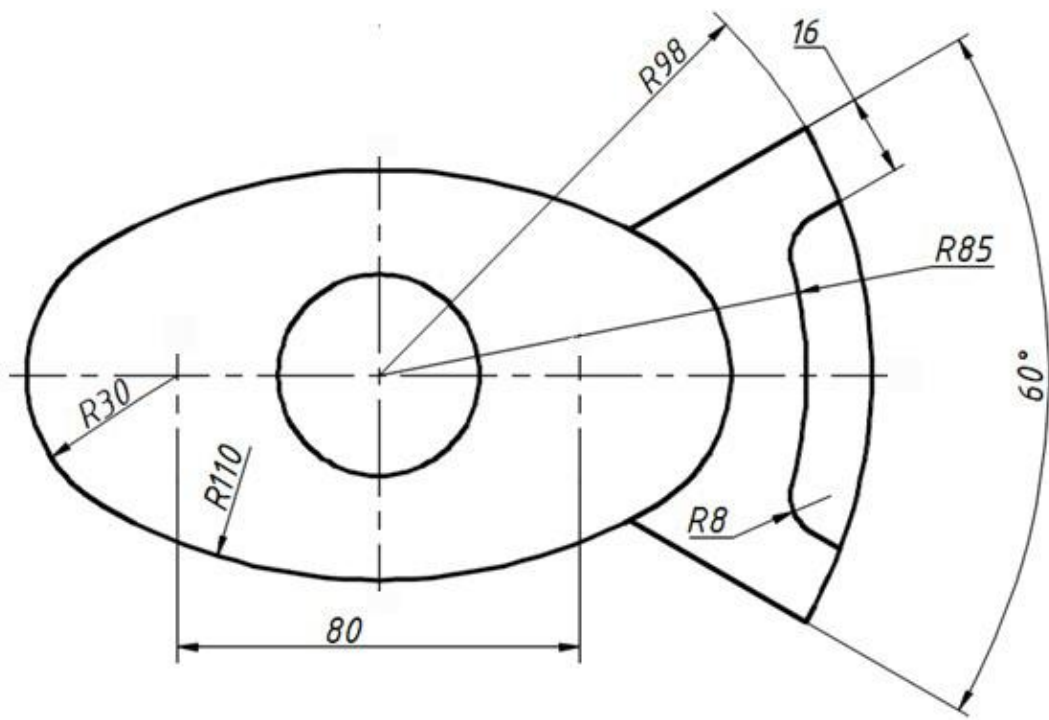
Варіант 18



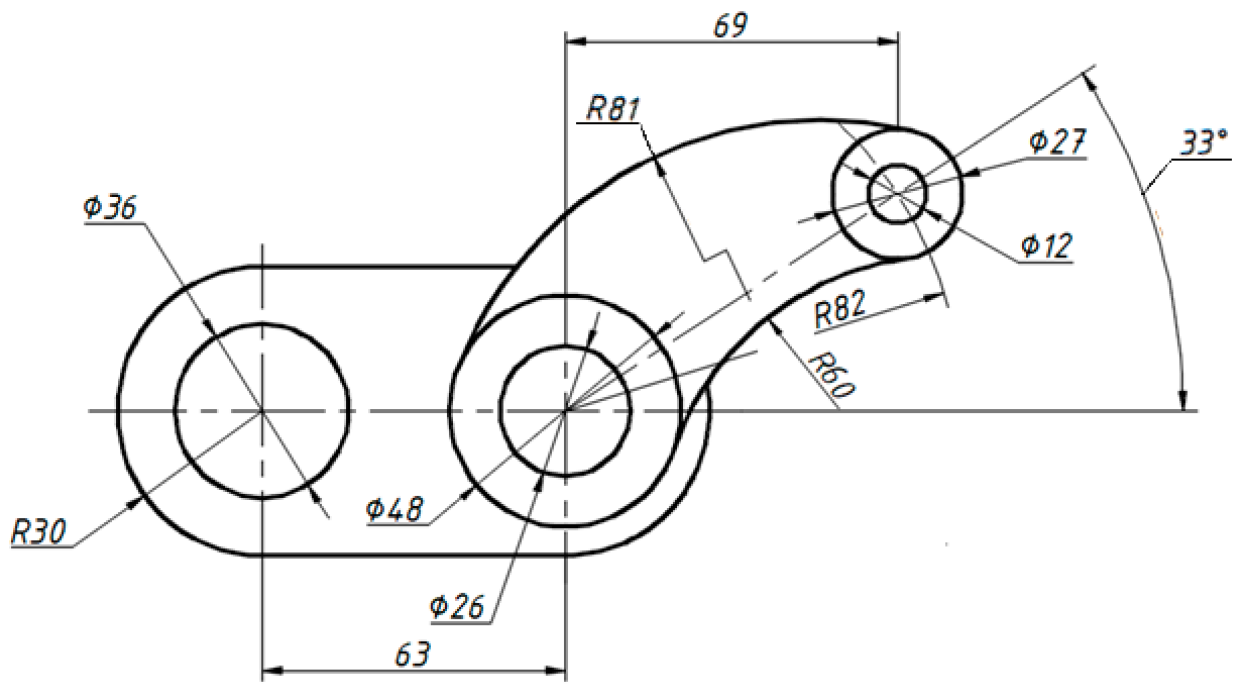
Варіант 19



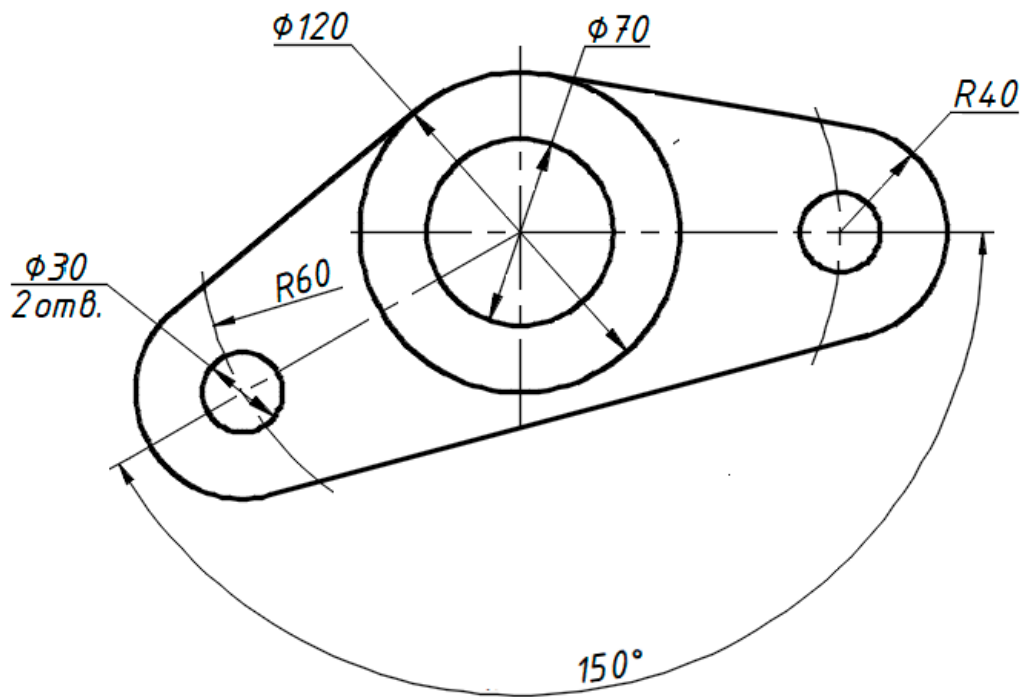
Варіант 20



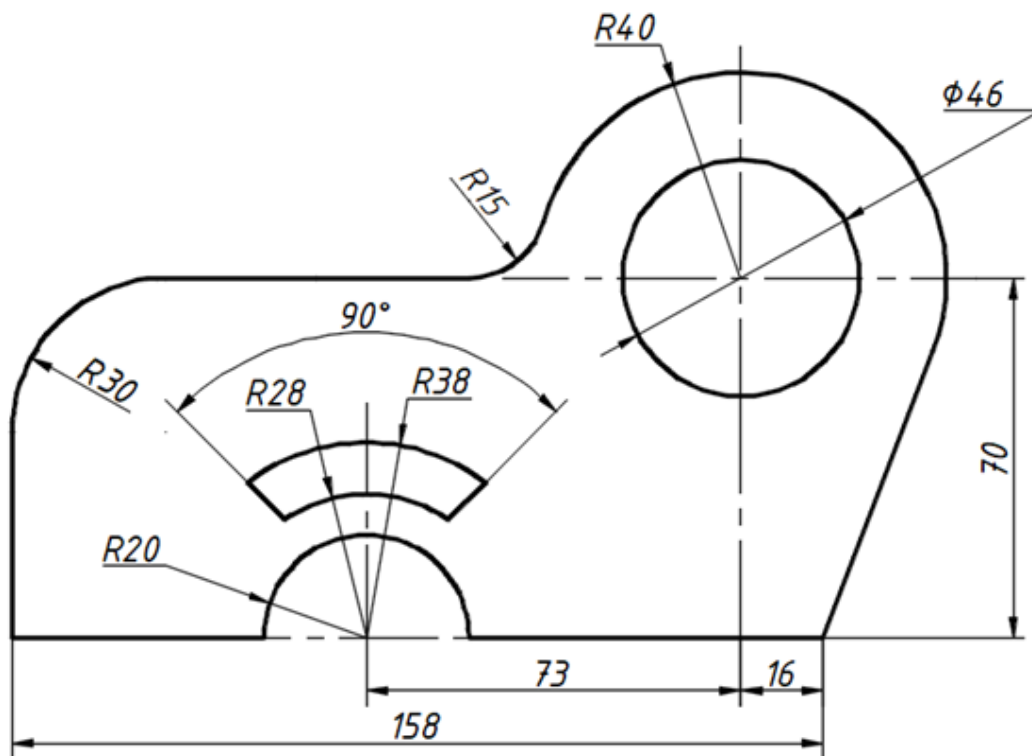
Варіант 21



Варіант 22



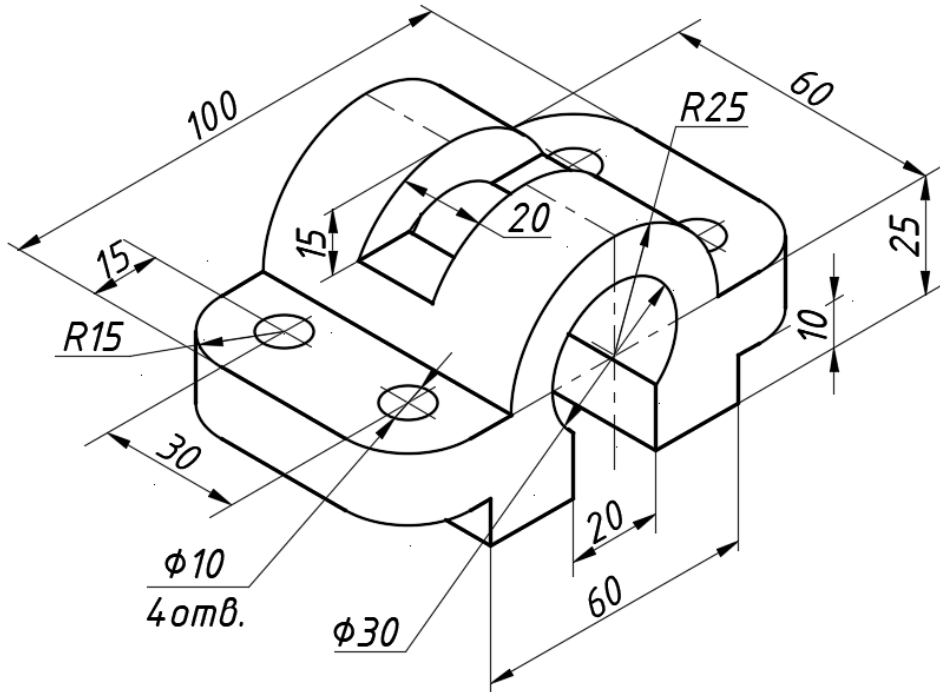
Варіант 23



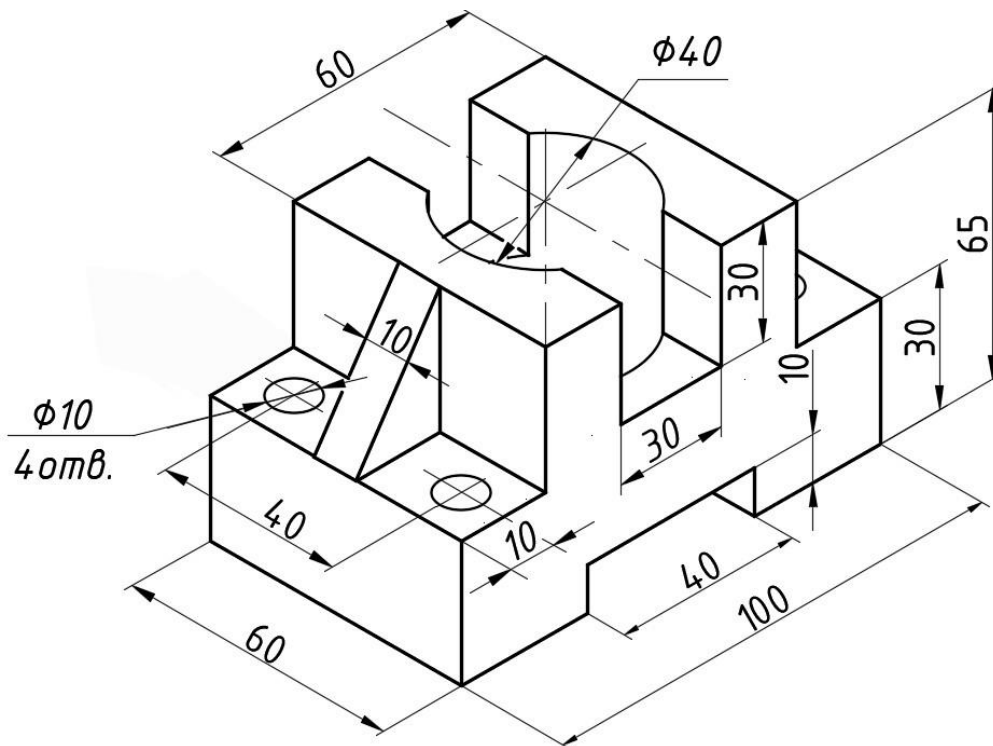
Варіант 24

## Б.2. Проекційне креслення

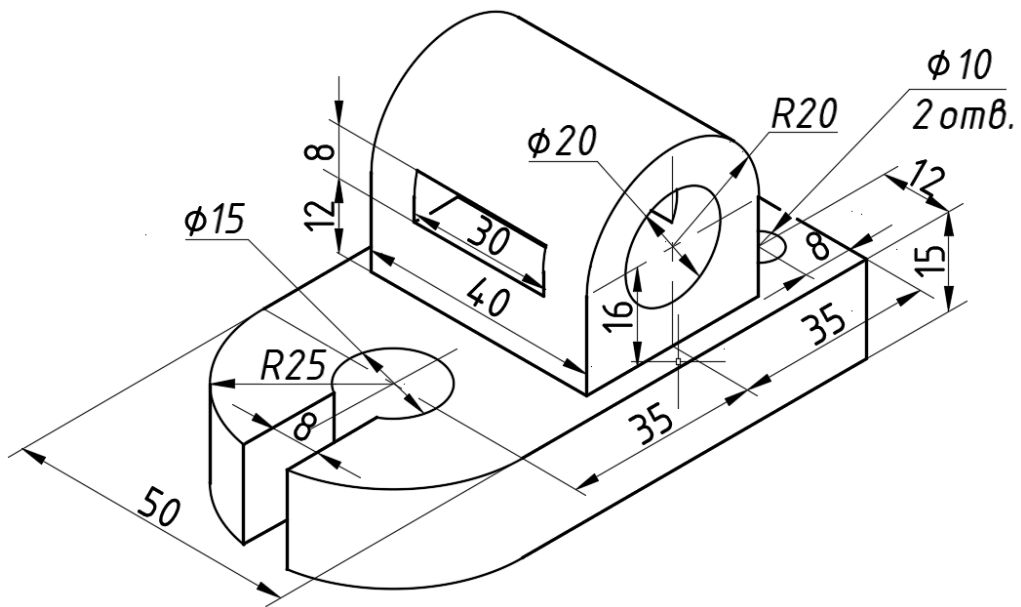
Виконати за наведеним зображенням необхідні види та розрізи деталі. При побудові застосувати шари, полярне та об'єктне відстеження. Нанести розміри.



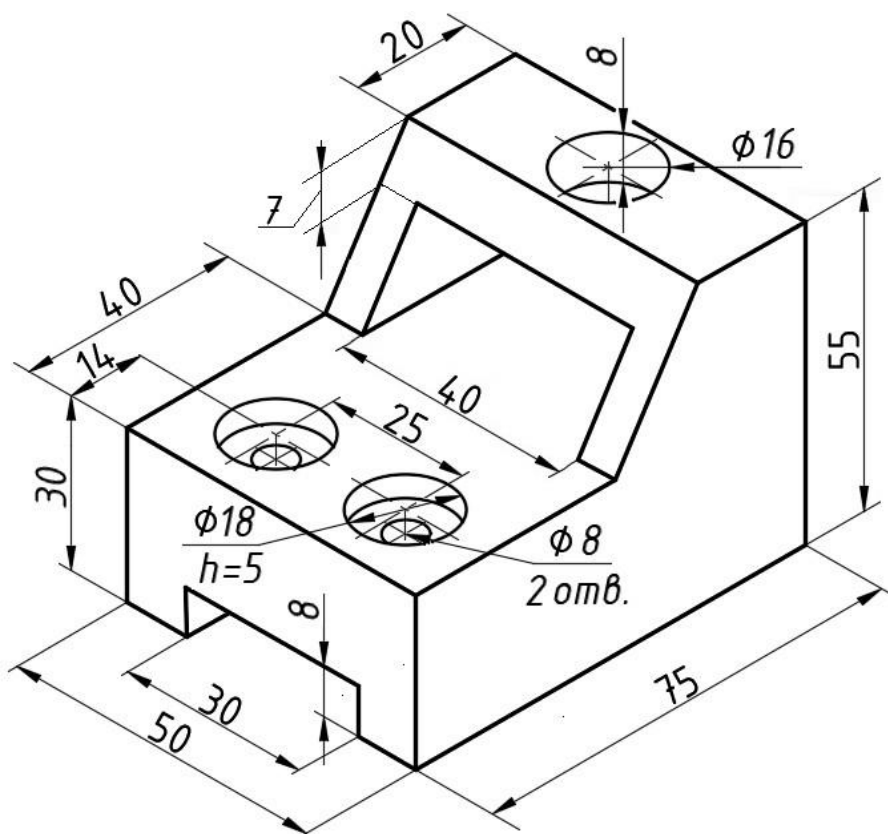
Варіант 1



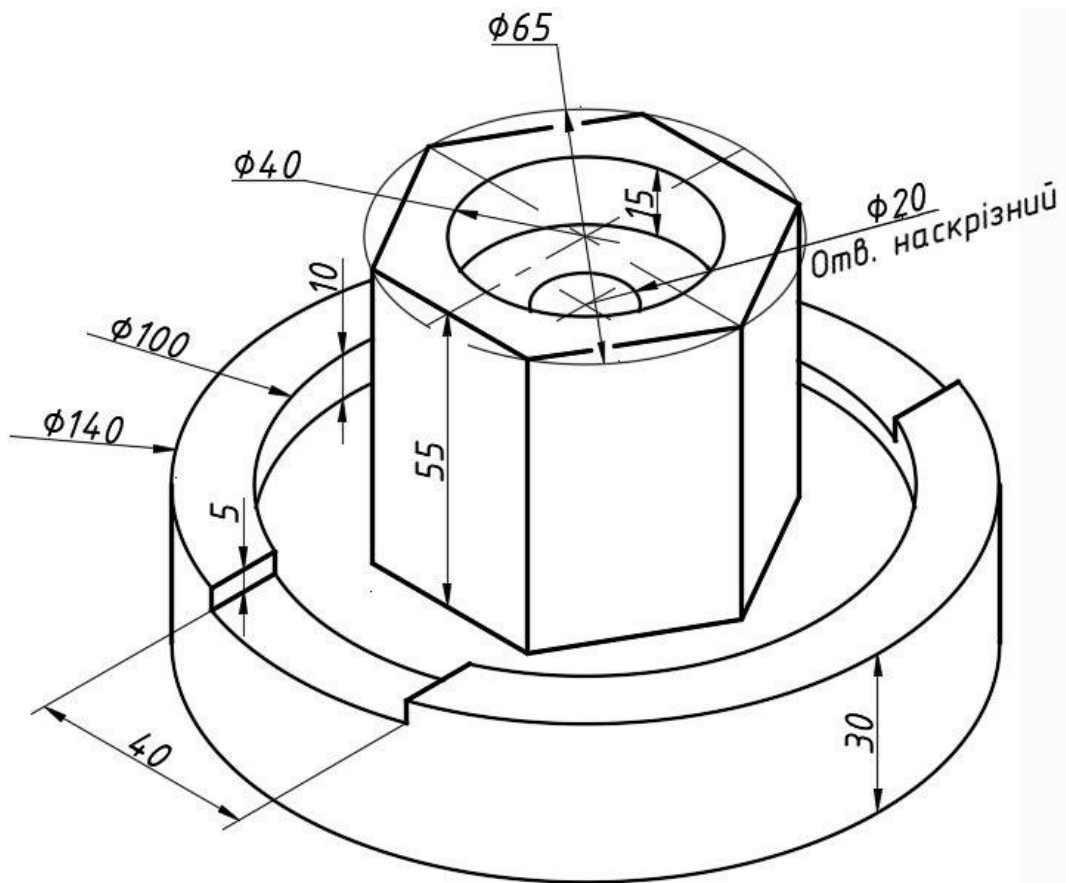
Варіант 2



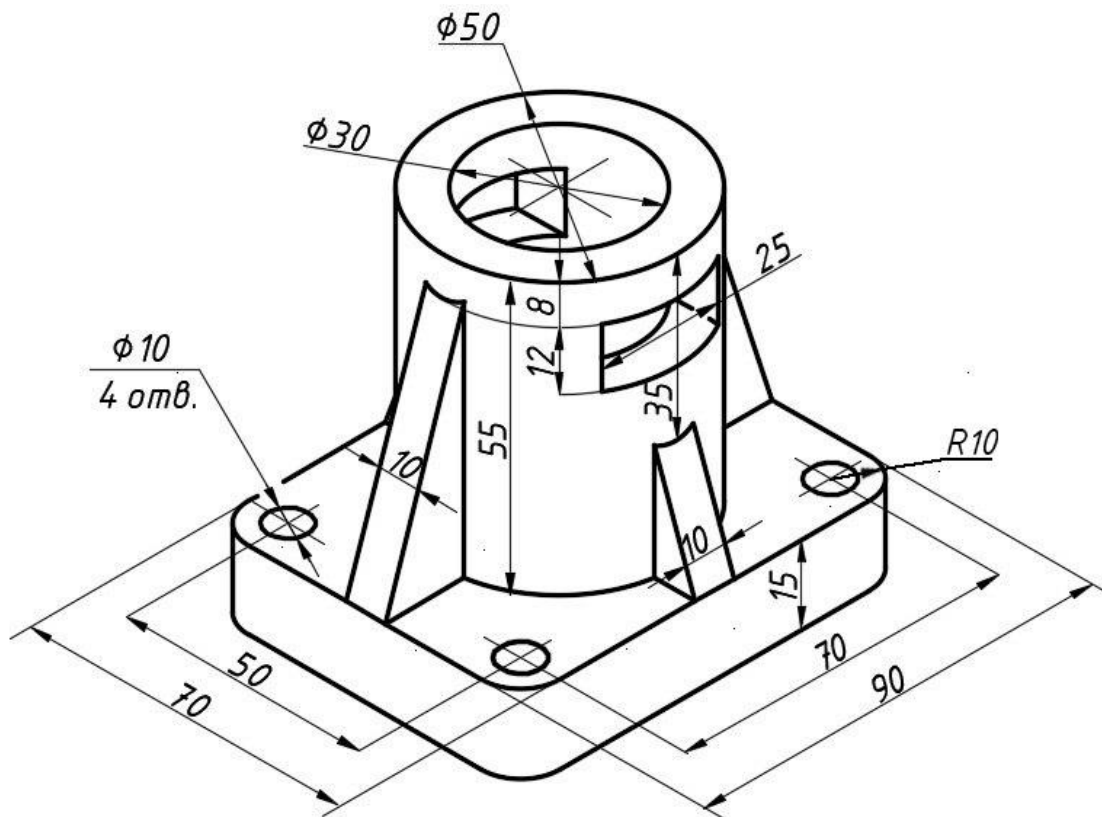
Вариант 3



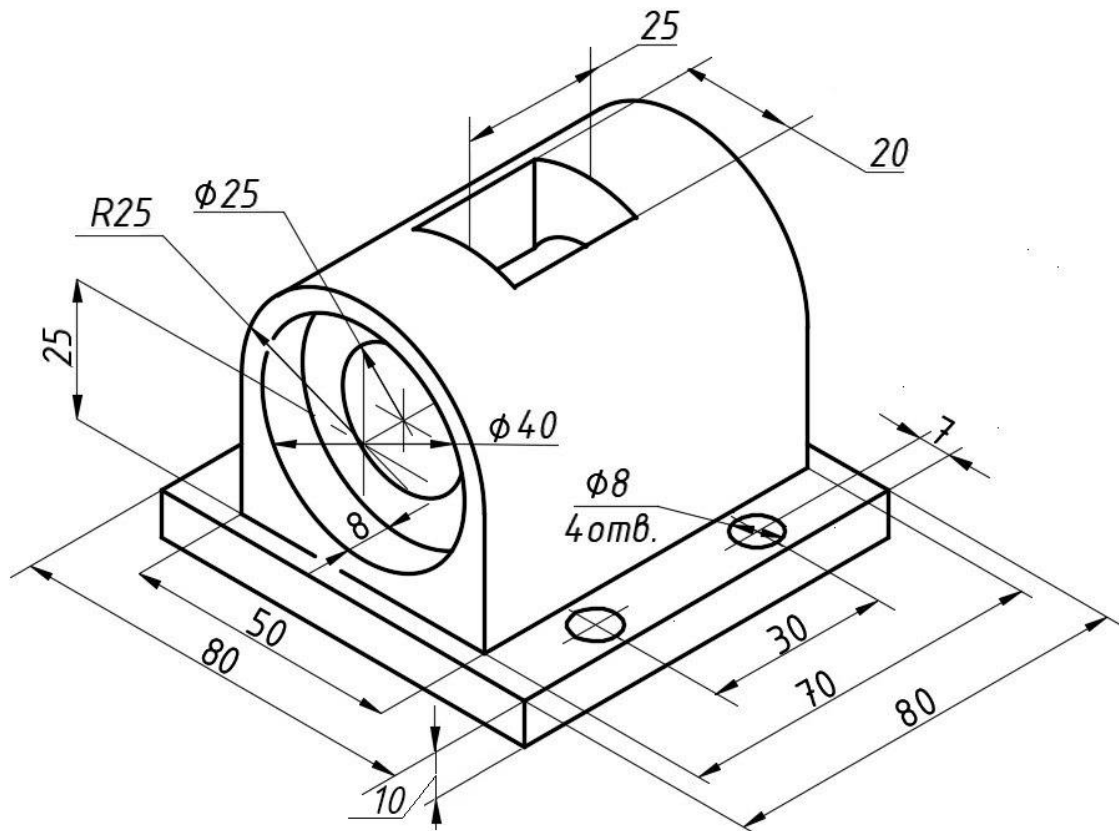
Вариант 4



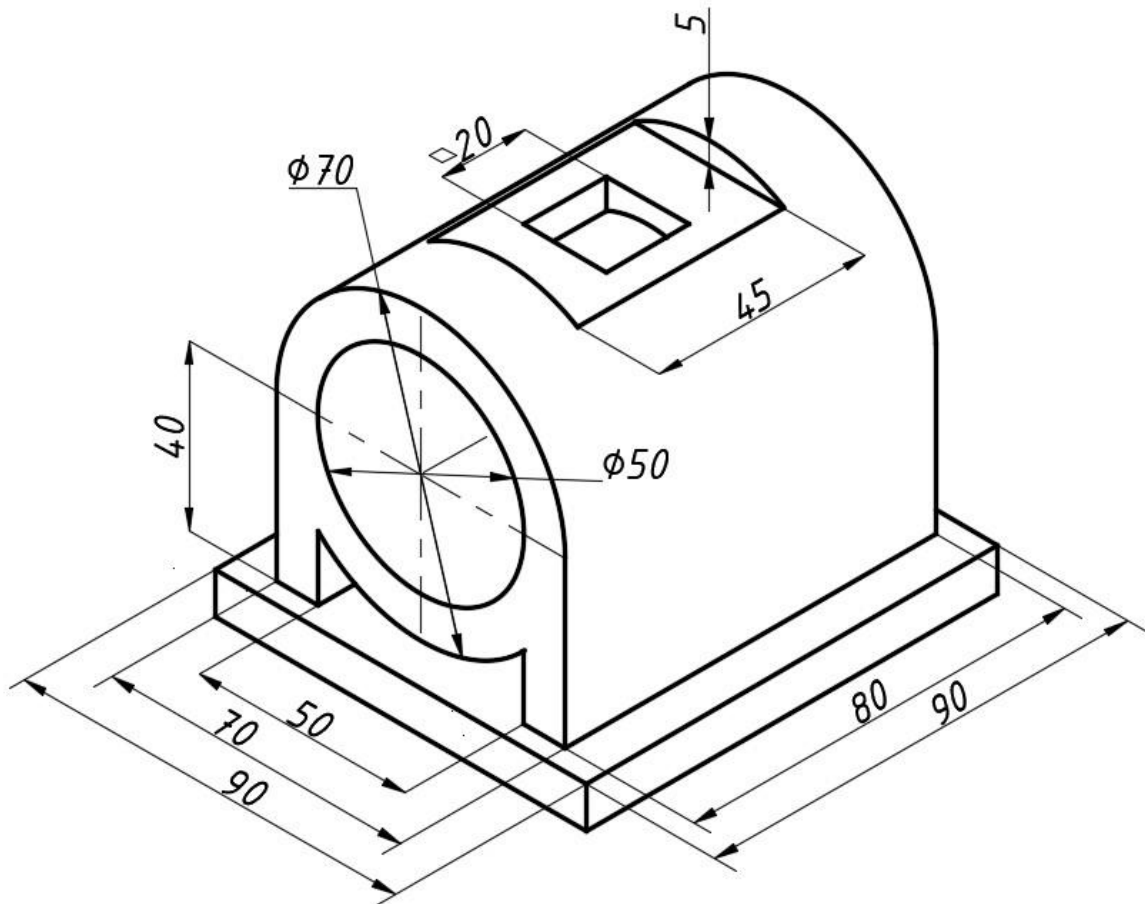
Варіант 5



Варіант 6

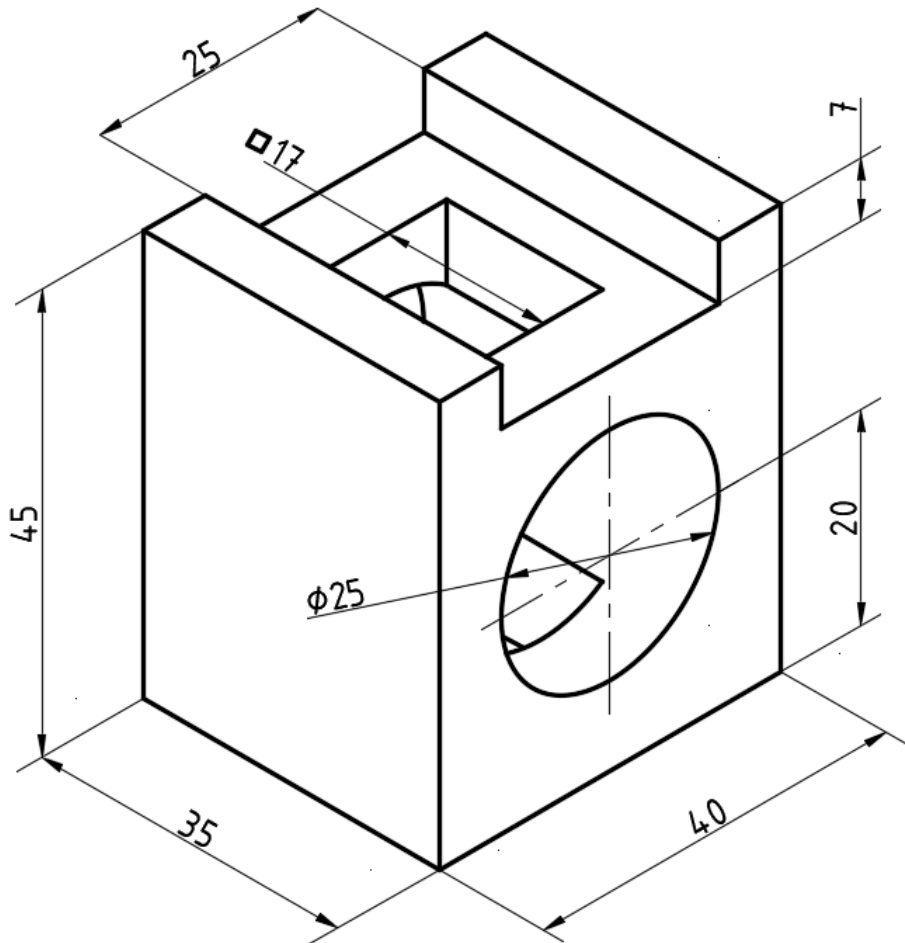


Вариант 7

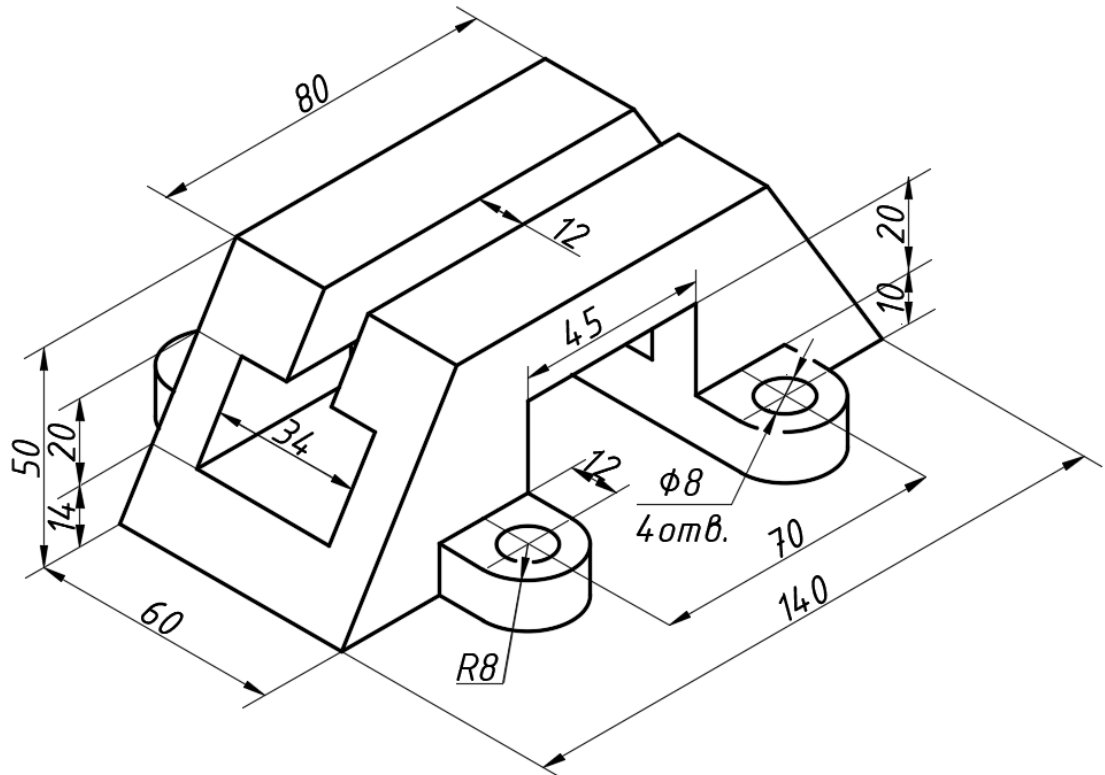


Вариант 8

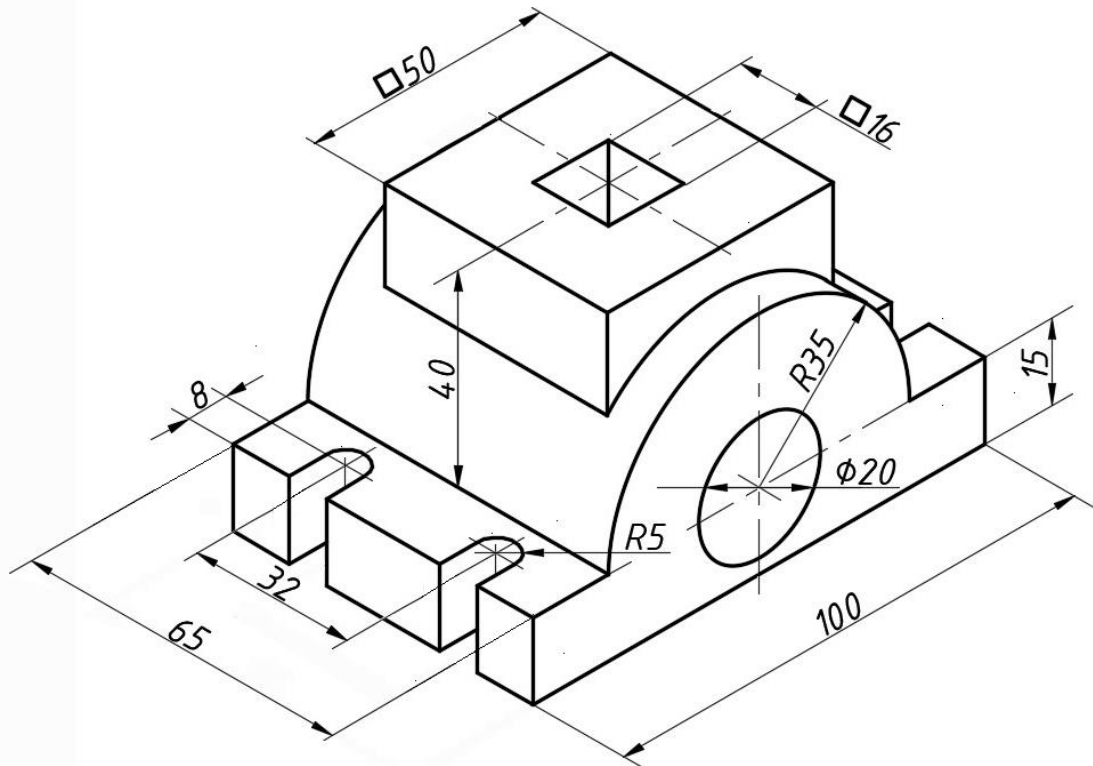




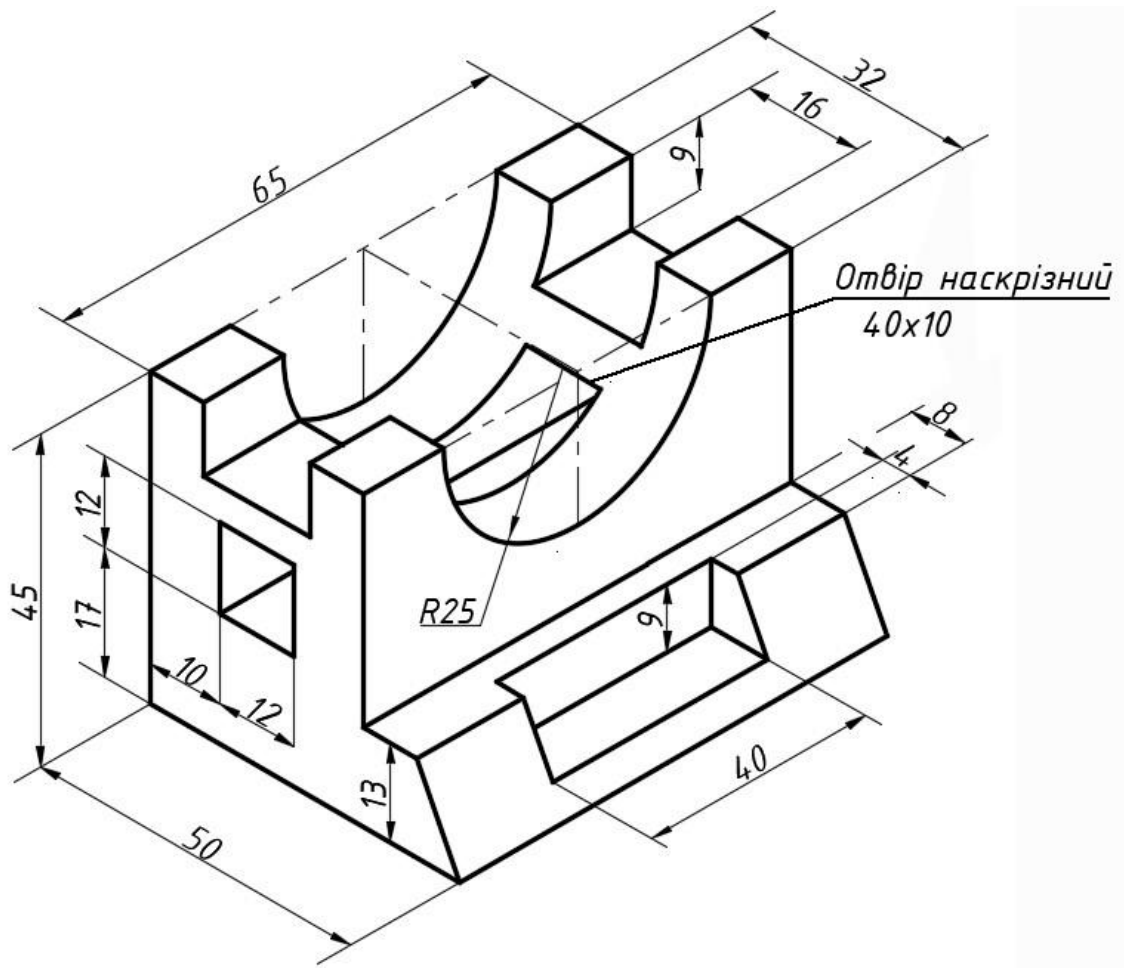
Вариант 9



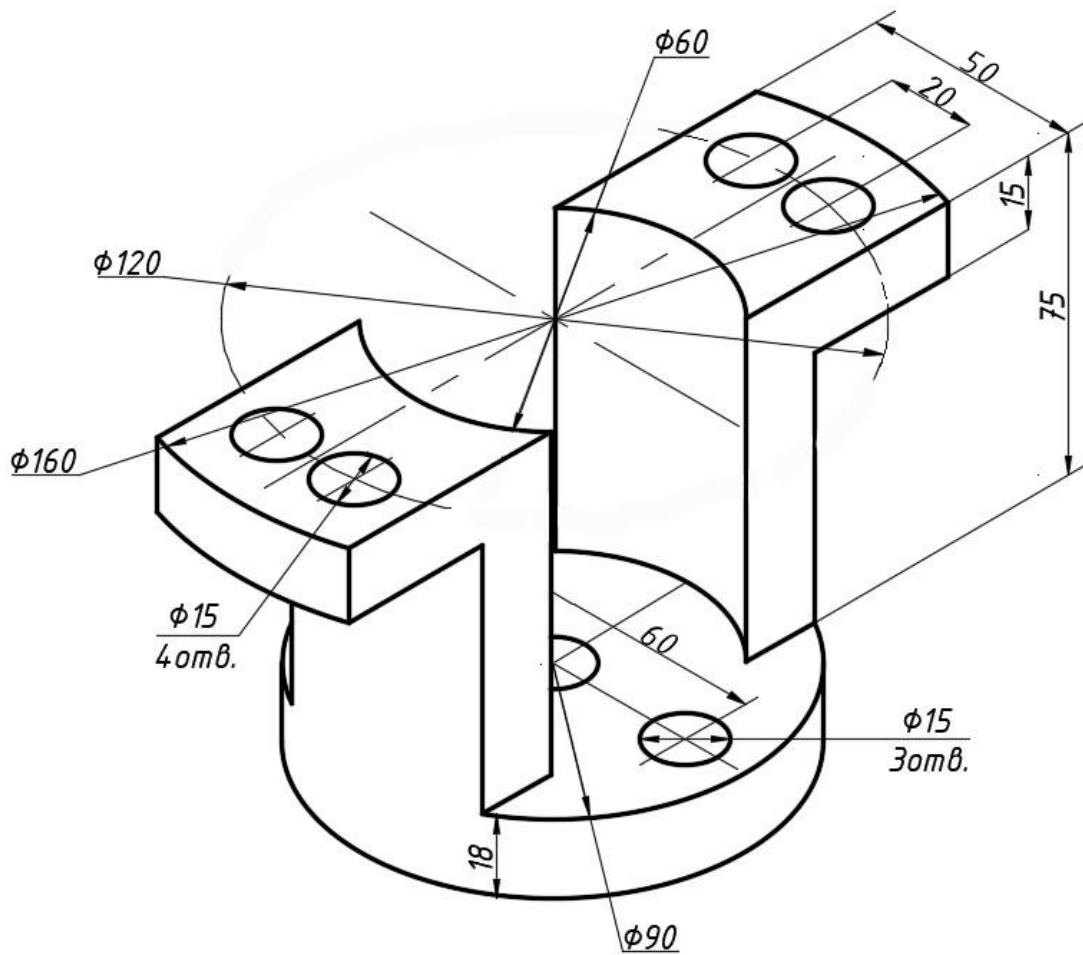
Вариант 10



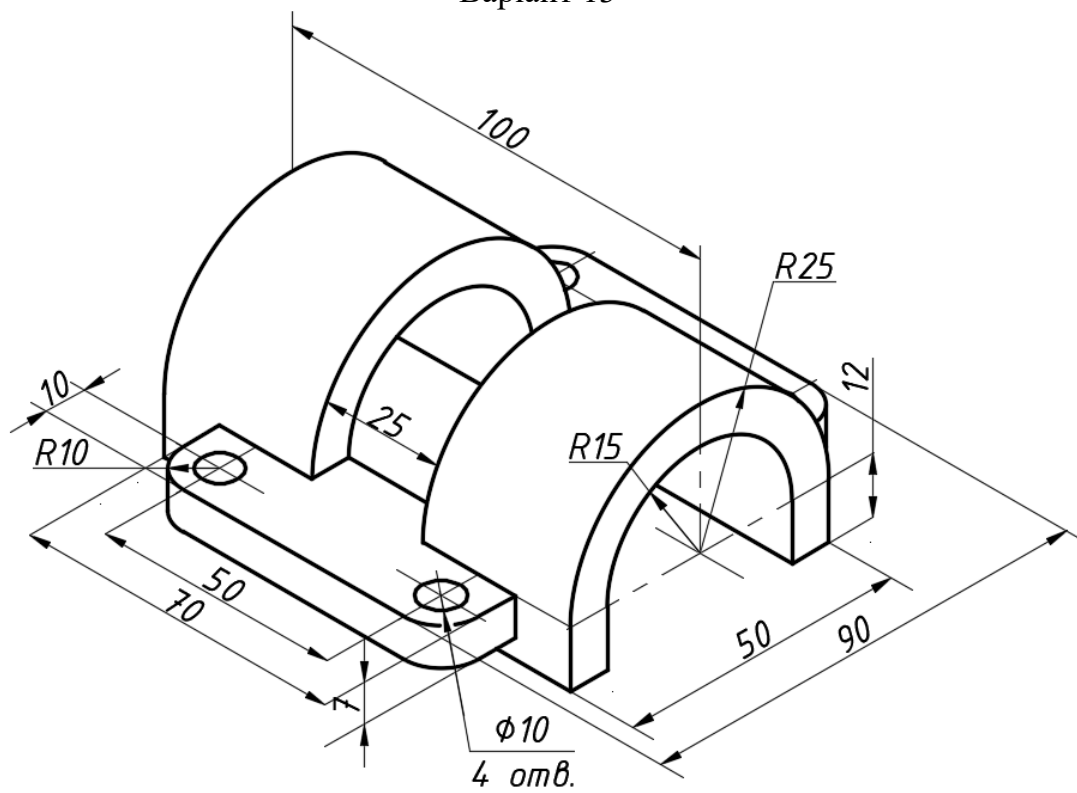
Варіант 11



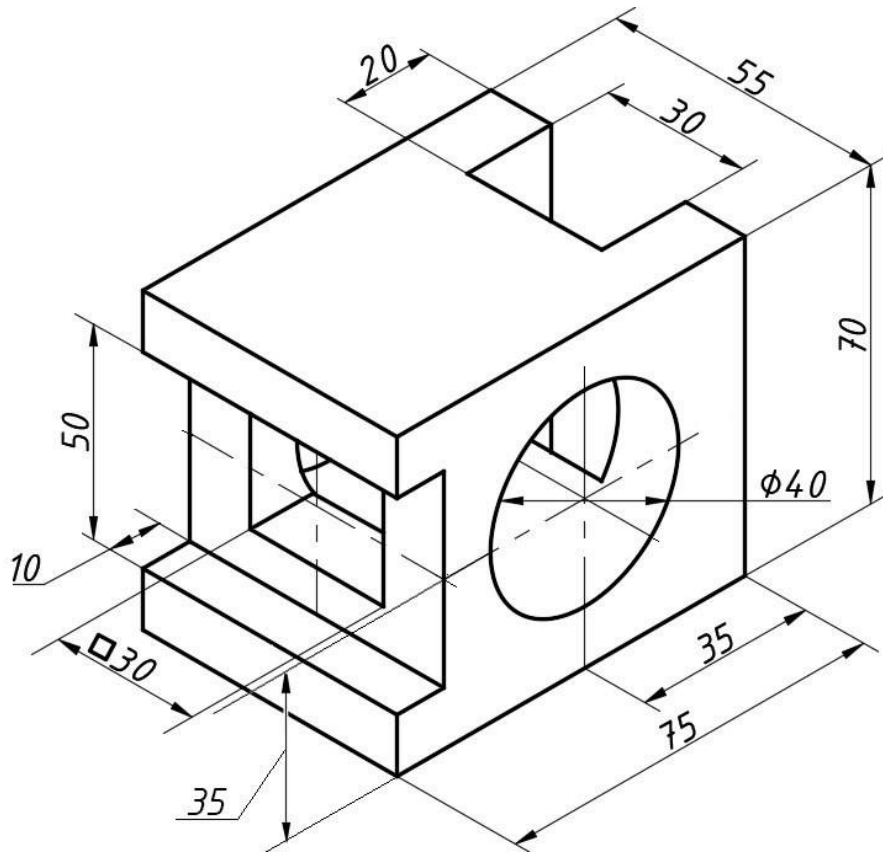
Варіант 12



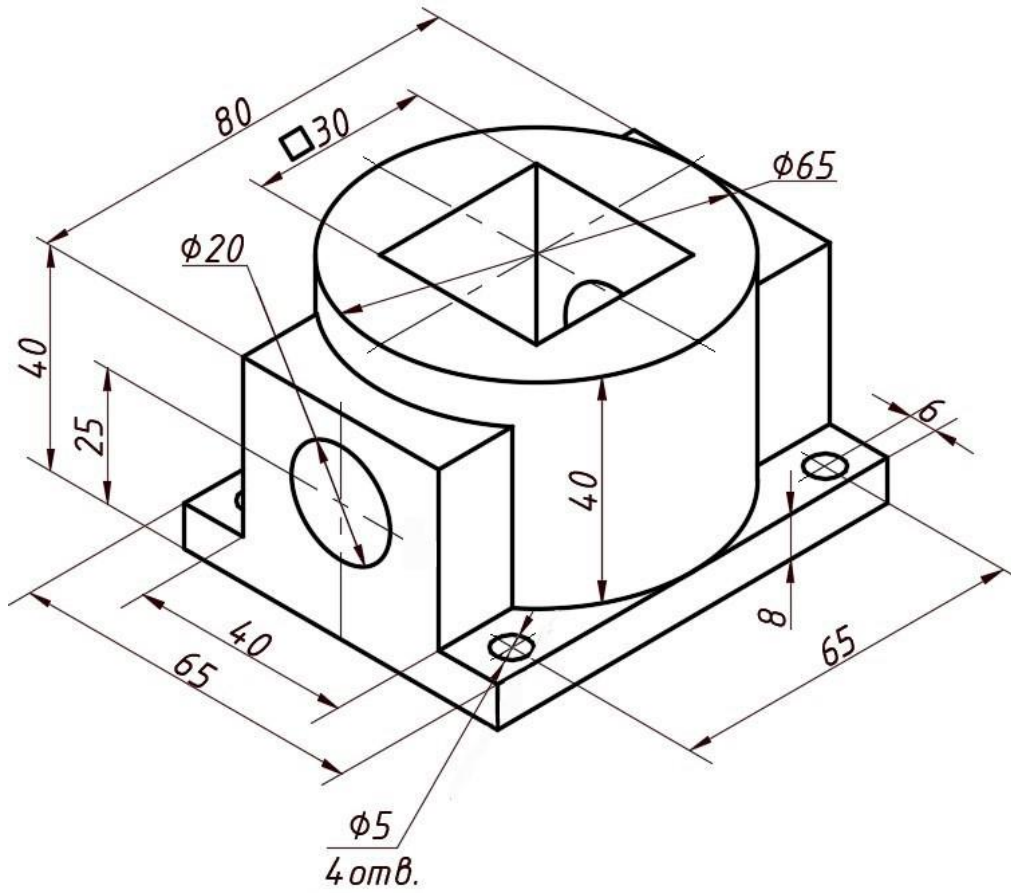
Вариант 13



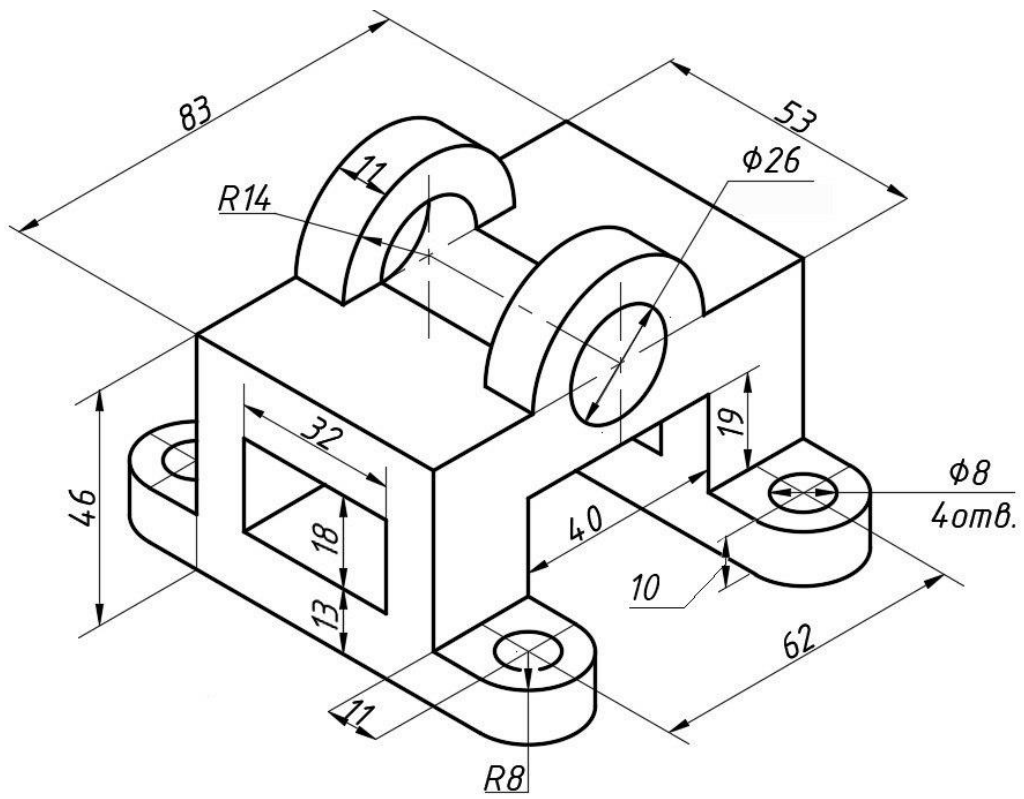
Вариант 14



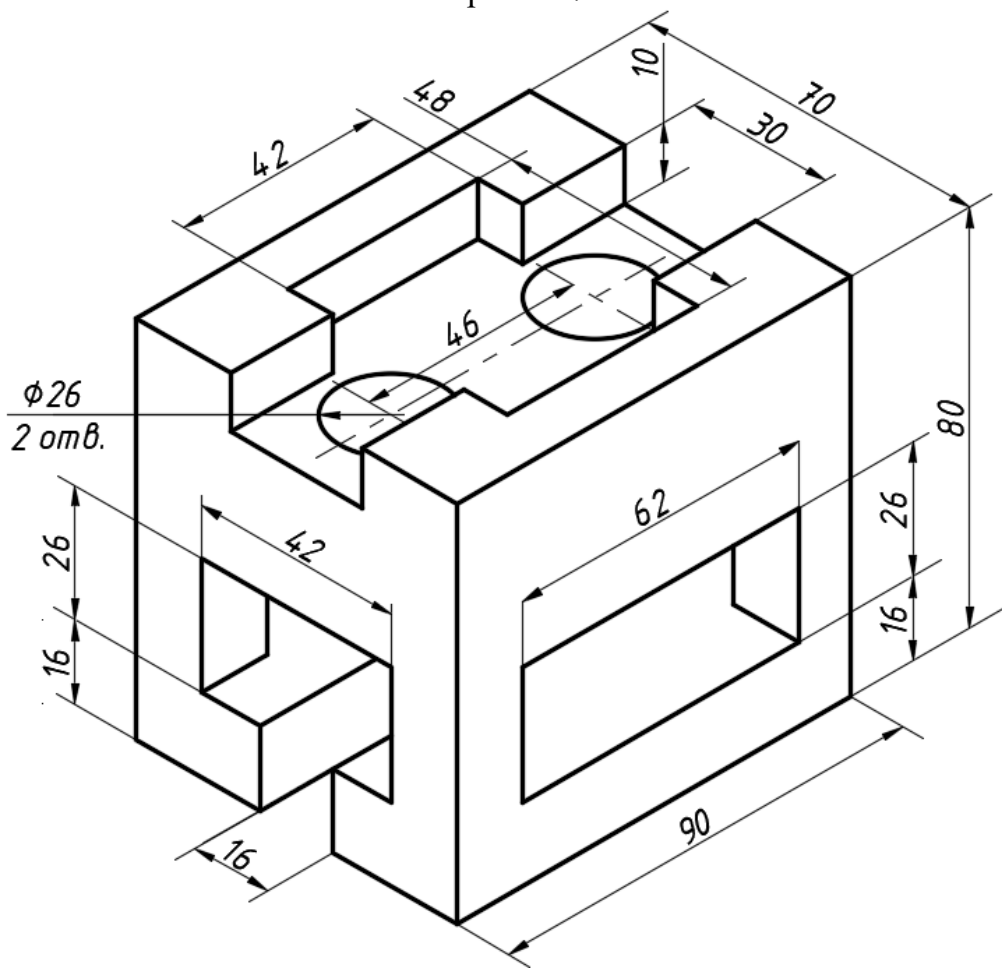
Вариант 15



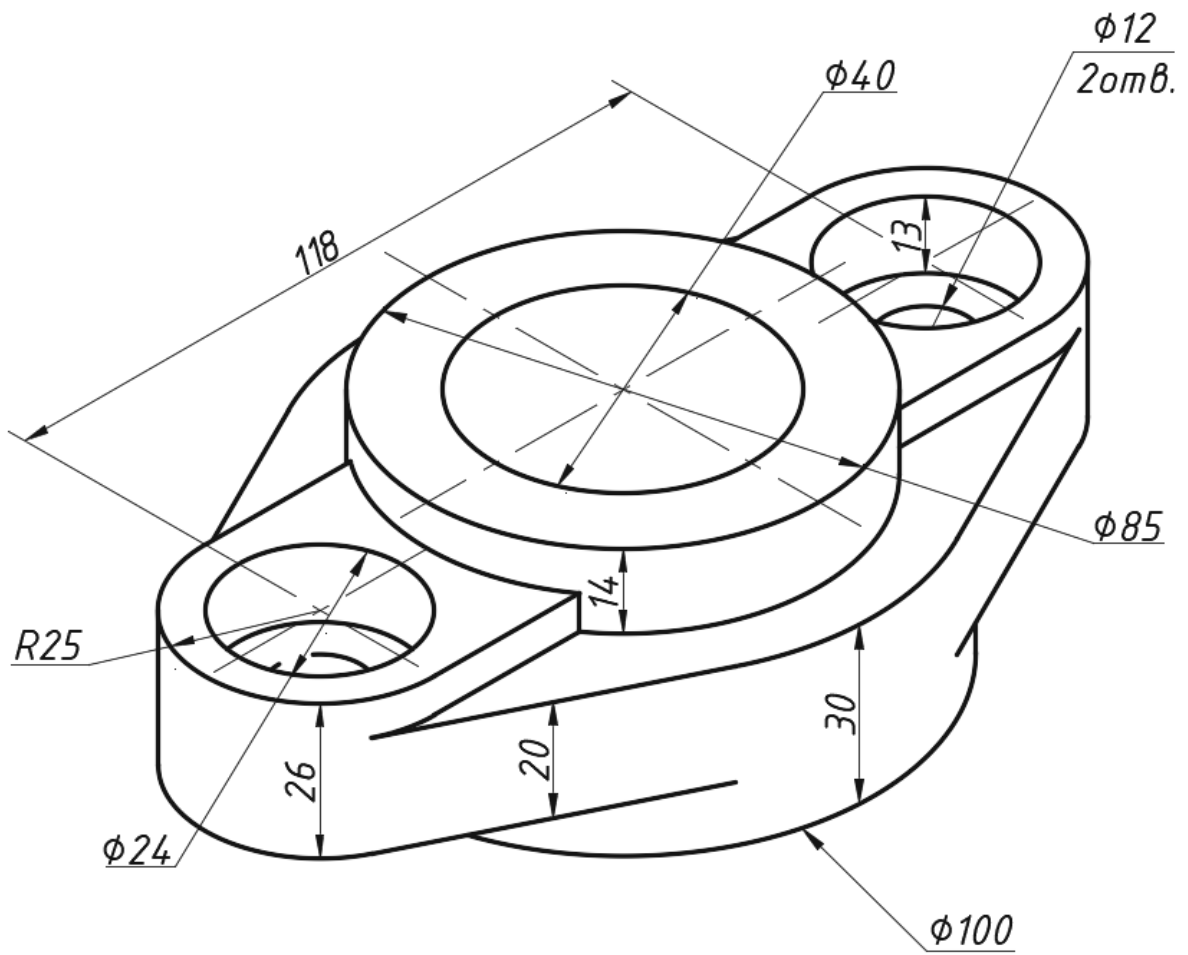
Вариант 16



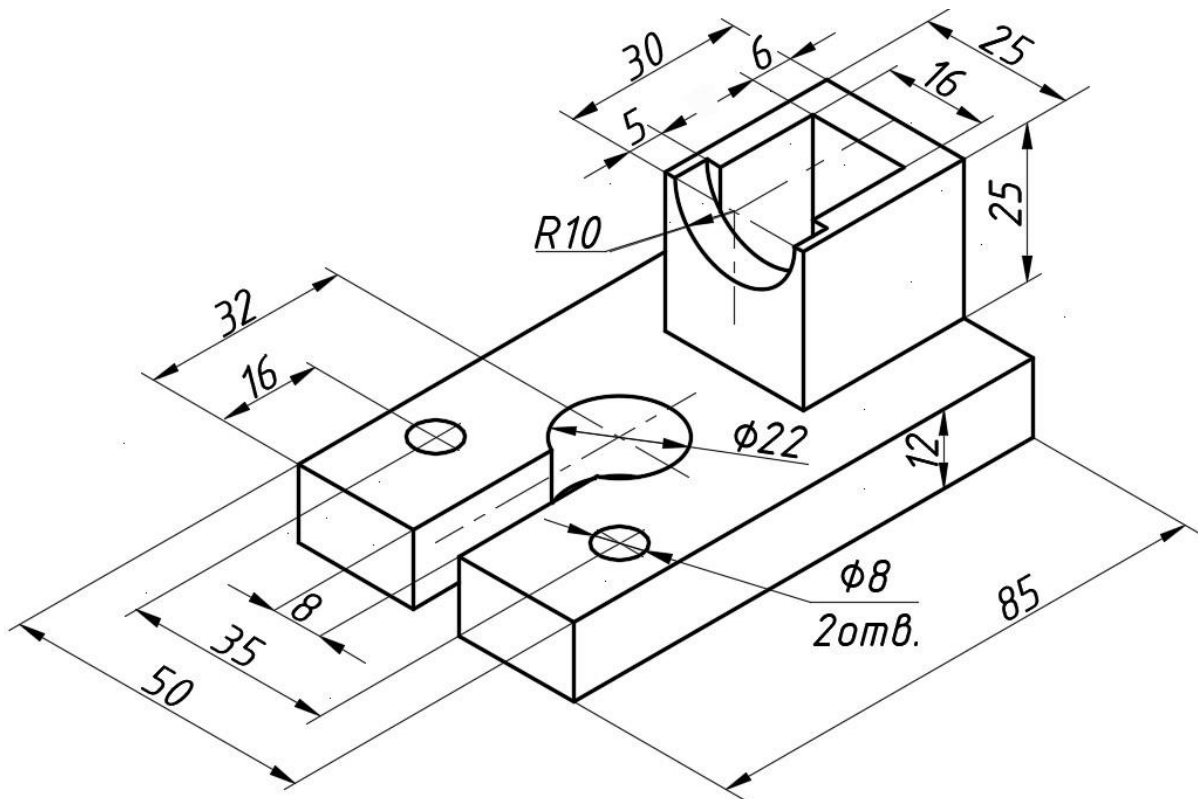
Вариант 17



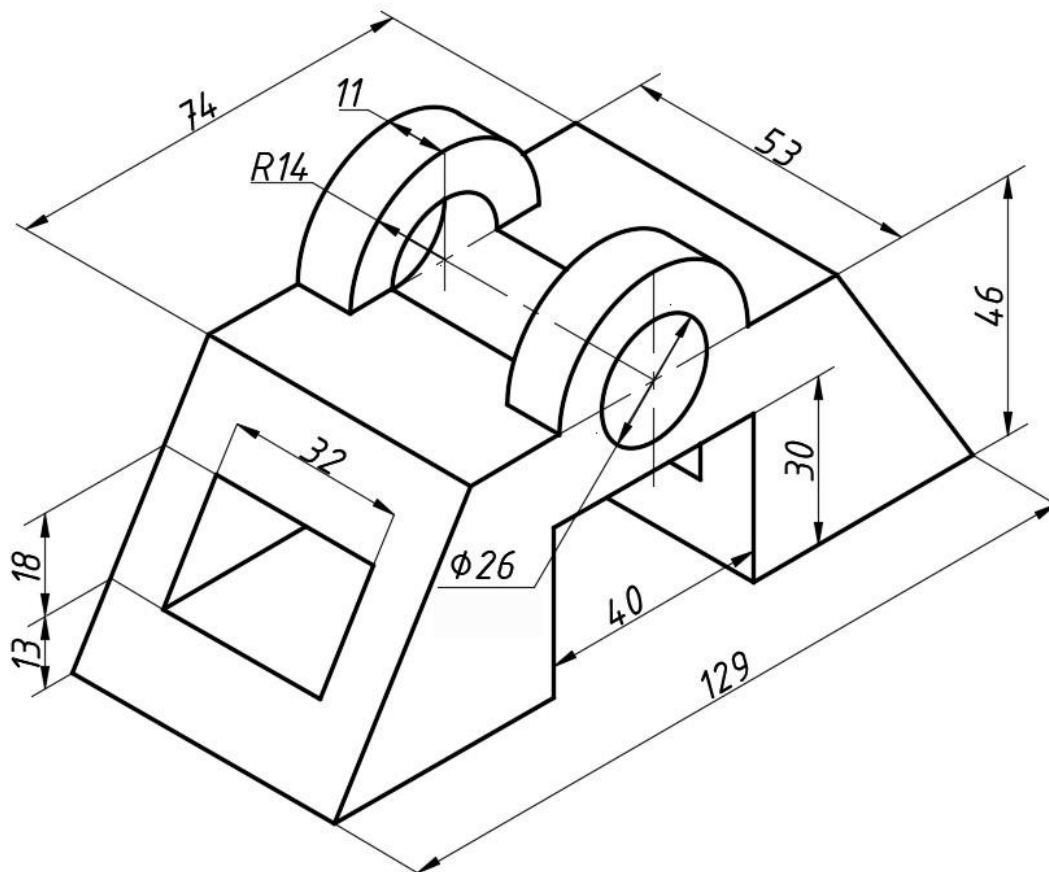
Вариант 18



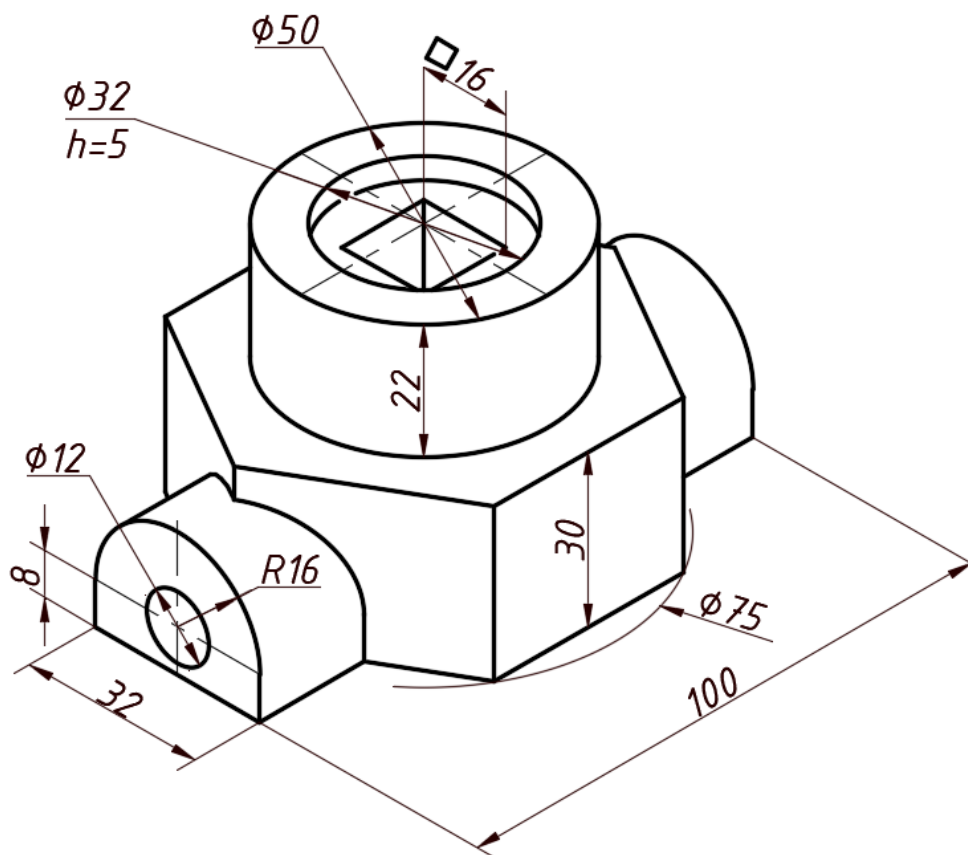
Вариант 19



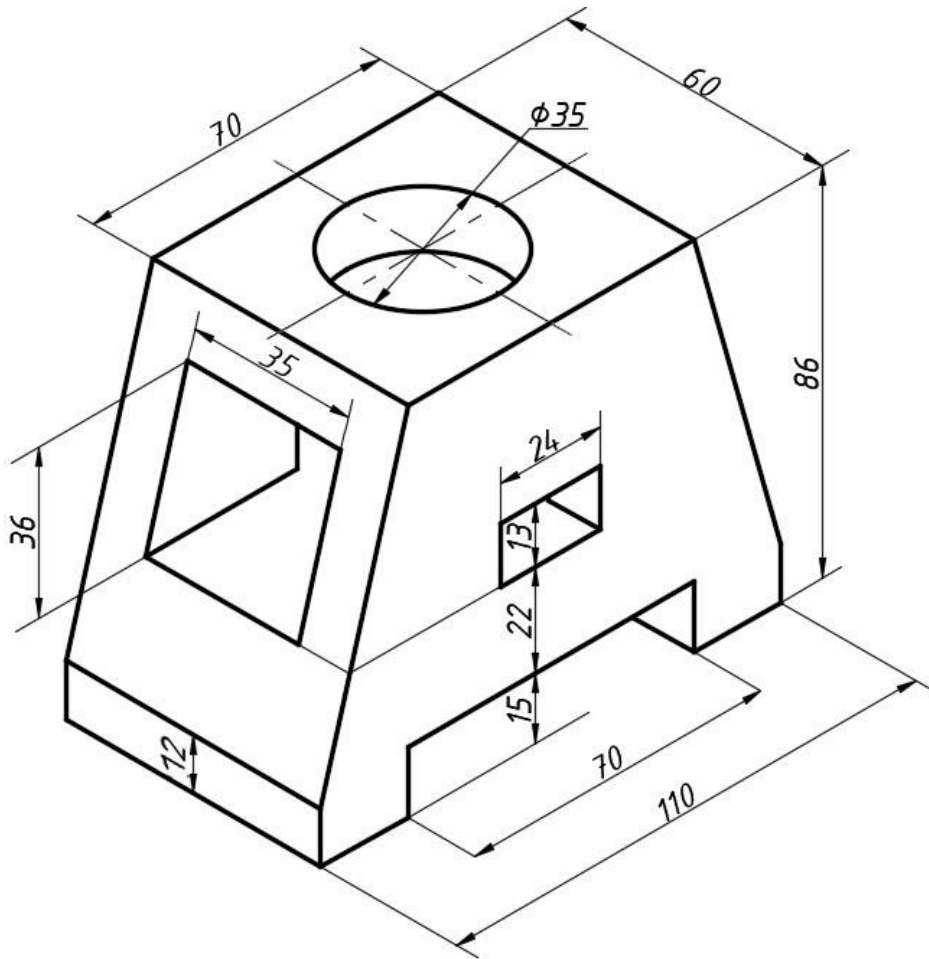
Вариант 20



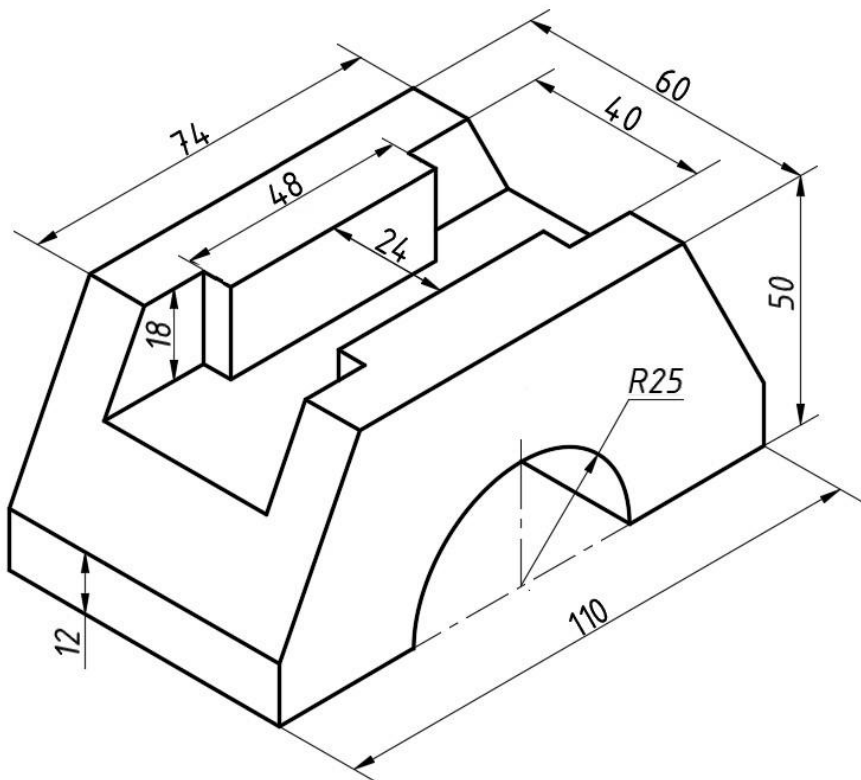
Варіант 21



Варіант 22



Варіант 23



Варіант 24



### Б.3. Тривимірні побудови

Побудувати тривимірні фігури за їх проєкціями з використанням примітивів (паралелепіпед, циліндр, конус, клин, сфера) згідно з варіантом. Створити види (головний, зверху, зліва, аксонометрію). Проставити розміри. Оформити кресленик.

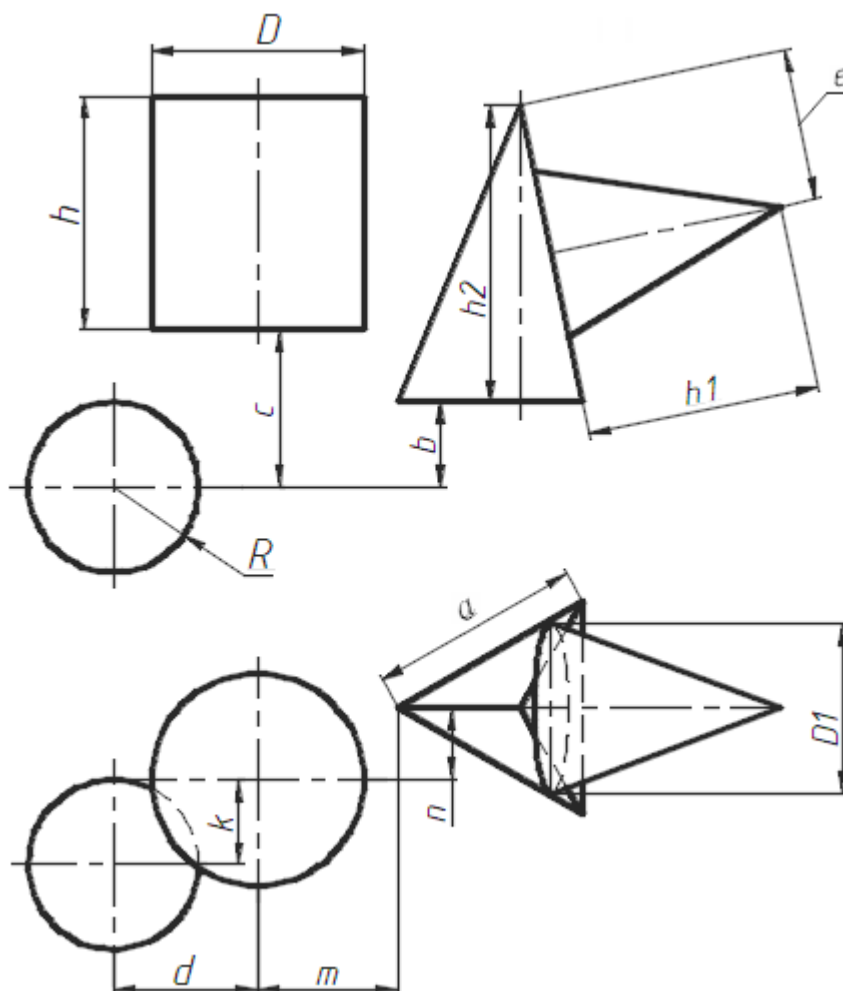


Рис. Г.1. Різновид 1 розташування примітивів

Величини на рис. Г.1														
Вар.	$D$	$h$	$D1$	$h1$	$a$	$h2$	$R$	$b$	$c$	$d$	$k$	$m$	$n$	$e$
1	70	80	40	55	50	85	30	15	30	35	25	45	10	45
5	65	80	45	50	55	60	25	5	30	5	5	60	-10	30
9	70	65	20	55	40	30	25	10	0	-30	-60	35	-35	10
13	75	70	30	15	55	80	20	0	-15	60	30	-45	70	0
17	55	70	55	70	45	50	30	45	0	60	0	30	30	30
21	65	65	35	50	55	65	30	5	25	10	5	60	10	30

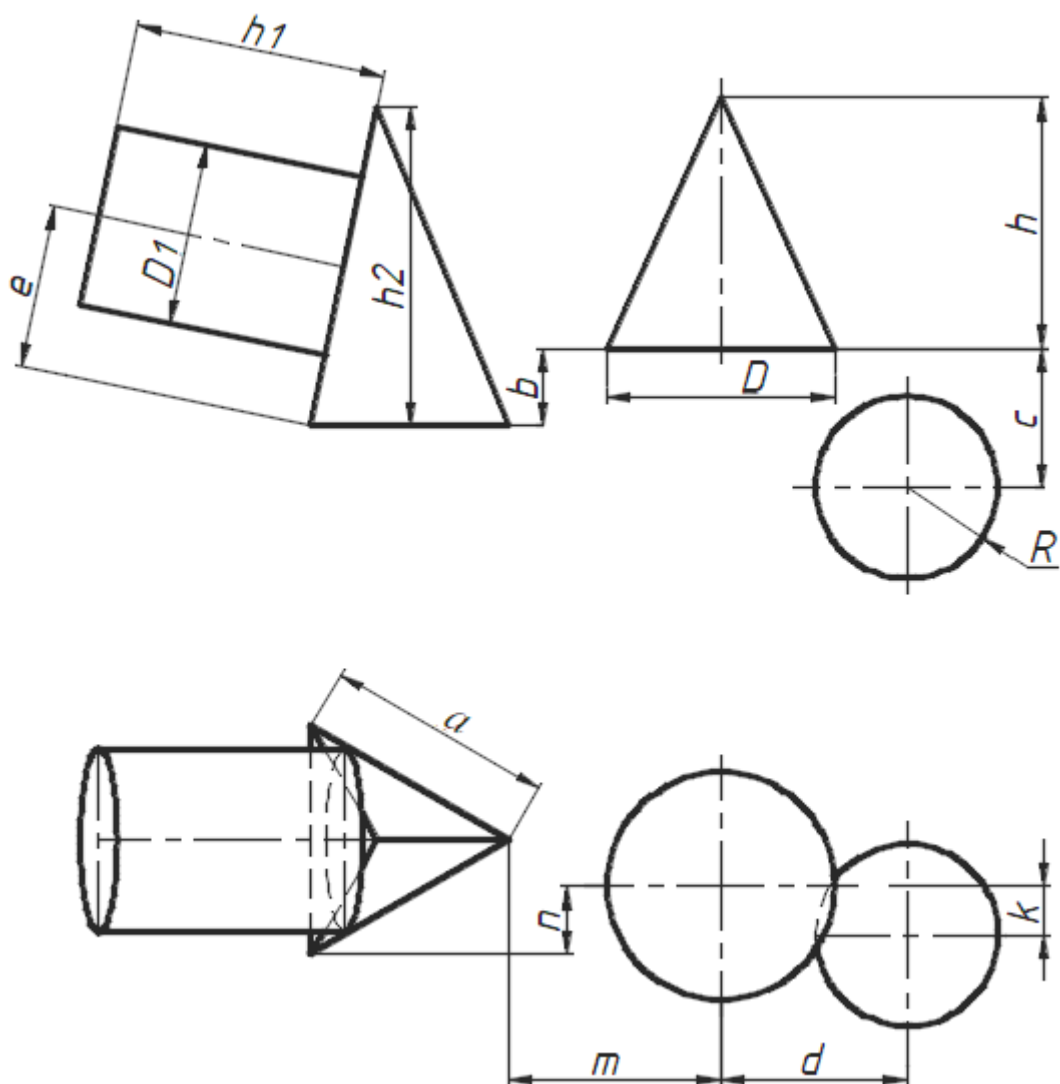


Рис. Г.2. Різновид 2 розташування примітивів

Величини на рис. Г.2														
Вар.	$D$	$h$	$D_1$	$h_1$	$a$	$h_2$	$R$	$b$	$c$	$d$	$k$	$m$	$n$	$e$
2	55	70	55	70	45	50	30	45	35	0	0	35	30	30
6	70	80	40	55	50	85	30	15	45	35	35	80	10	45
10	70	65	40	55	40	30	25	10	0	0	60	25	-35	40
14	75	70	30	15	55	80	20	0	15	15	-60	80	0	0
18	65	80	45	50	55	60	25	5	30	5	5	60	-10	30
22	55	65	55	55	40	30	25	10	0	35	60	25	-30	40

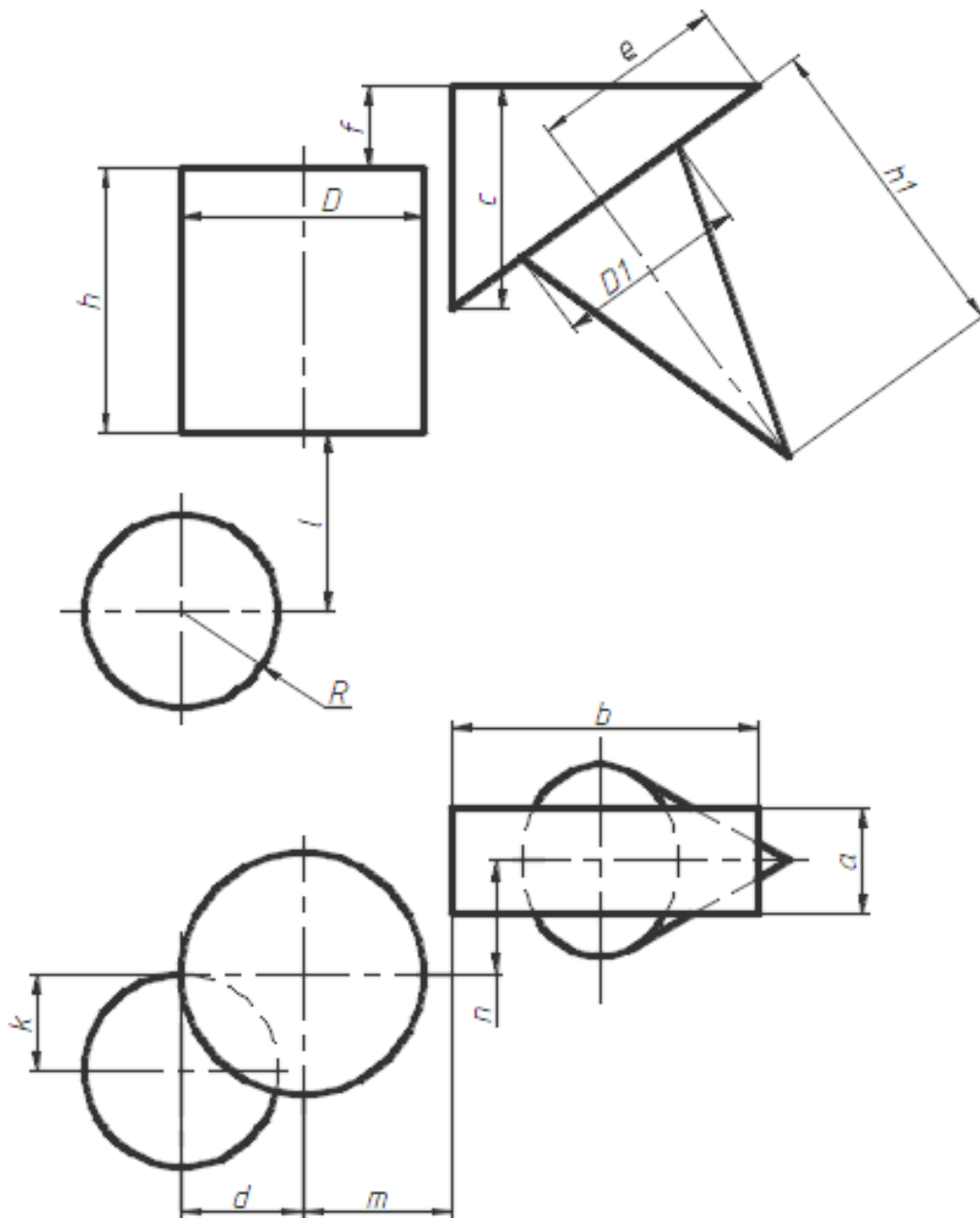


Рис. Г.3. Різновид 3 розташування примітивів

Величини на рис. Г.3															
Вар.	$D$	$h$	$D1$	$h1$	$R$	$a$	$b$	$c$	$d$	$m$	$n$	$k$	$l$	$f$	$e$
3	55	70	45	70	25	30	50	45	30	30	0	25	30	15	30
7	70	80	40	55	30	85	30	15	70	35	-10	65	0	-10	15
11	65	65	40	45	20	30	45	10	-20	40	20	30	25	0	5
15	75	70	30	15	25	40	20	50	45	45	30	35	0	-15	30
19	65	80	45	50	35	60	25	55	30	5	80	30	40	0	30
23	60	75	40	45	20	30	45	10	20	40	20	30	25	15	5

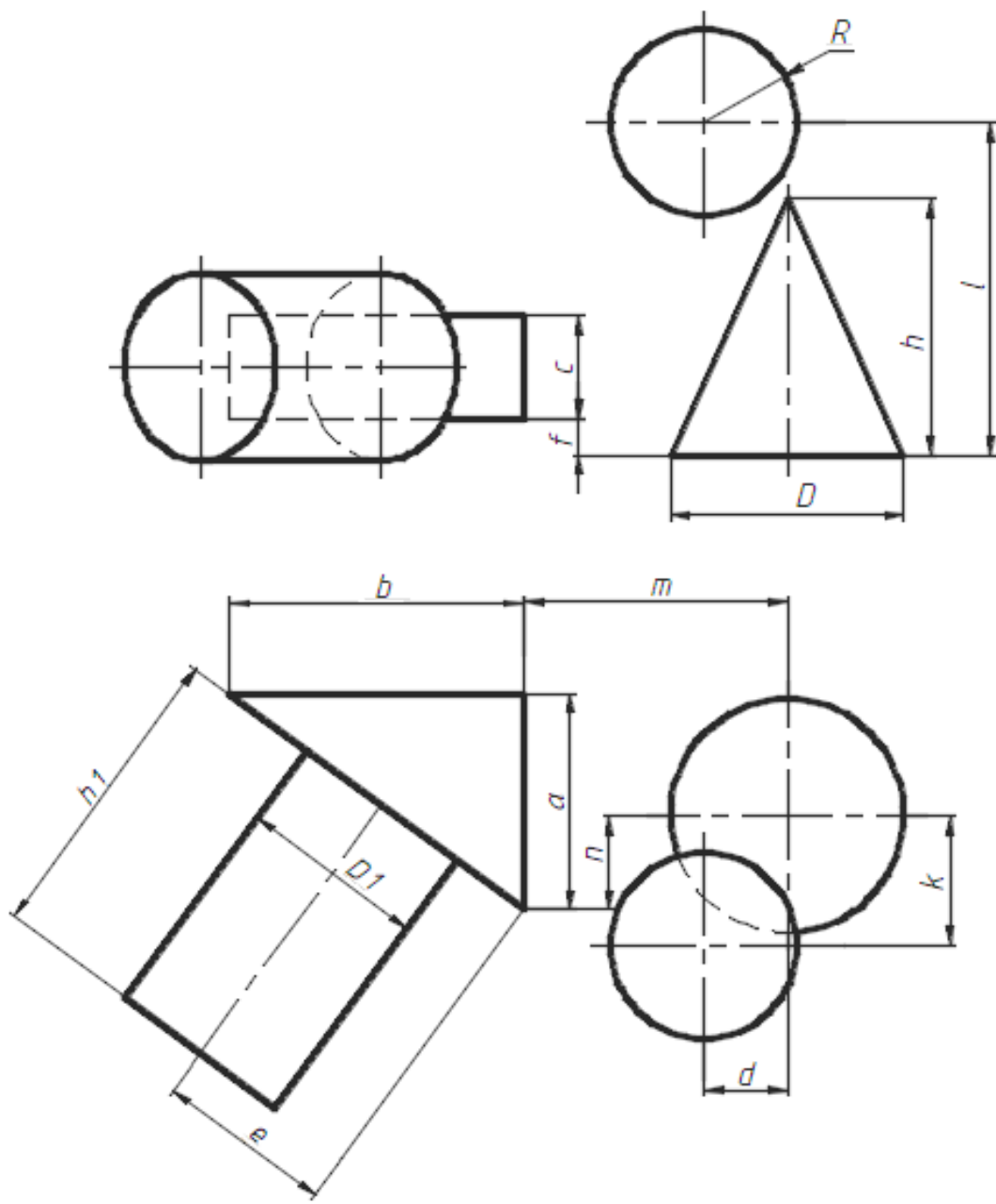
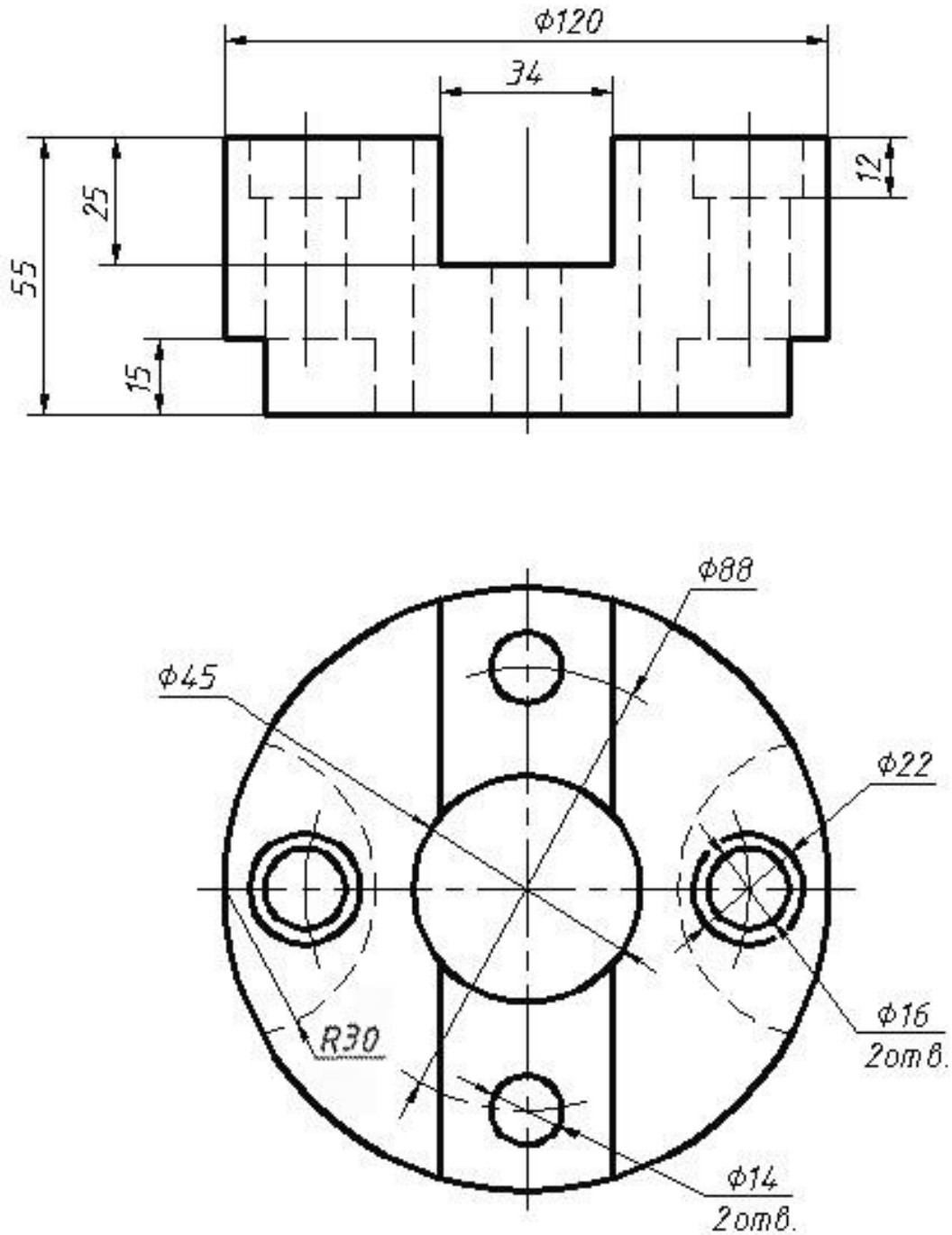


Рис. Г.4. Різновид 4 розташування примітивів

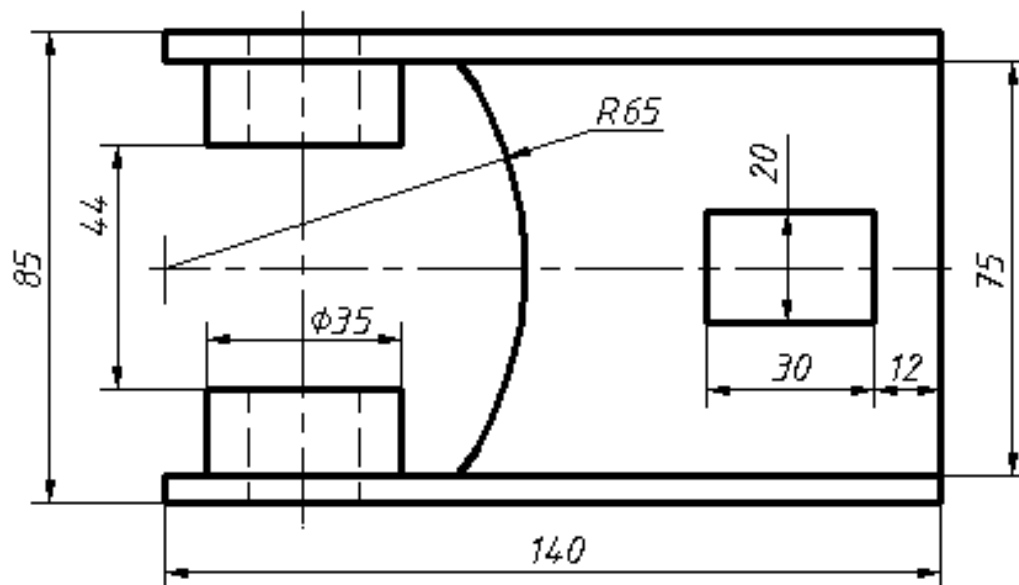
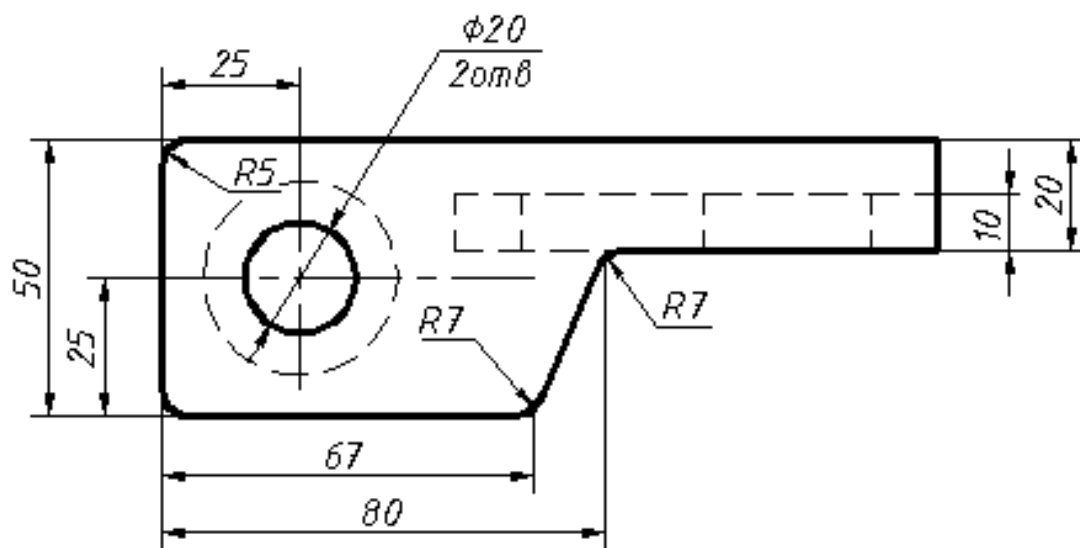
Величини на рис. Г.4															
Вар.	$D$	$h$	$D1$	$h1$	$R$	$a$	$B$	$c$	$d$	$m$	$n$	$k$	$l$	$f$	$e$
4	65	65	40	45	20	30	45	10	-20	40	20	30	75	0	5
8	55	70	45	70	25	30	50	45	40	30	0	45	55	-15	30
12	75	70	30	15	25	40	20	50	45	65	30	65	0	15	30
16	65	80	45	50	35	60	25	55	30	45	-20	35	70	0	30
20	70	80	40	55	30	85	30	35	0	35	-10	65	0	-40	15
24	60	75	30	25	25	40	20	50	45	65	30	-65	0	15	30

#### Б.4. Створення твердотільної деталі за її проєкціями

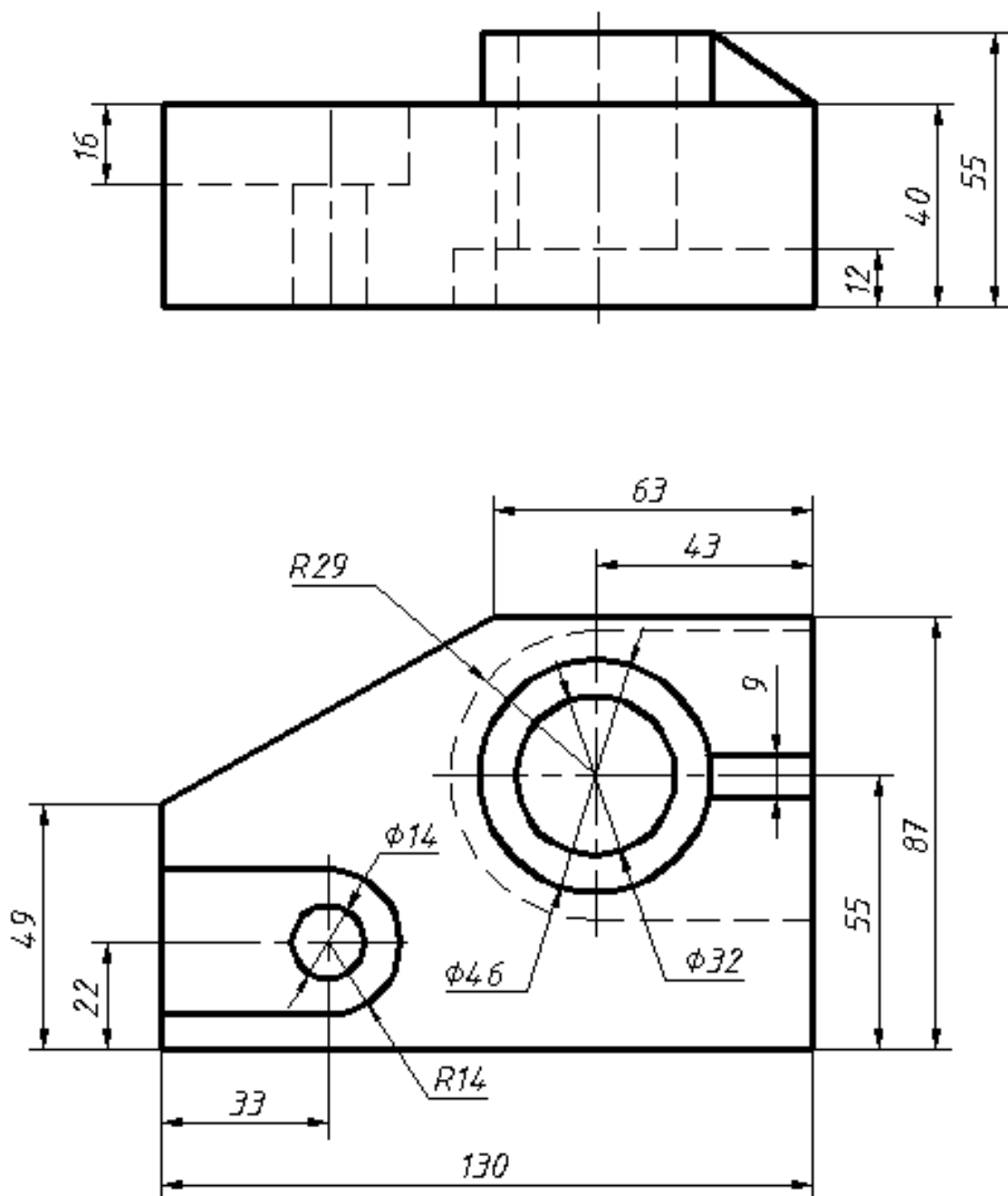
Побудувати тривимірну модель деталі за двома її проєкціями.



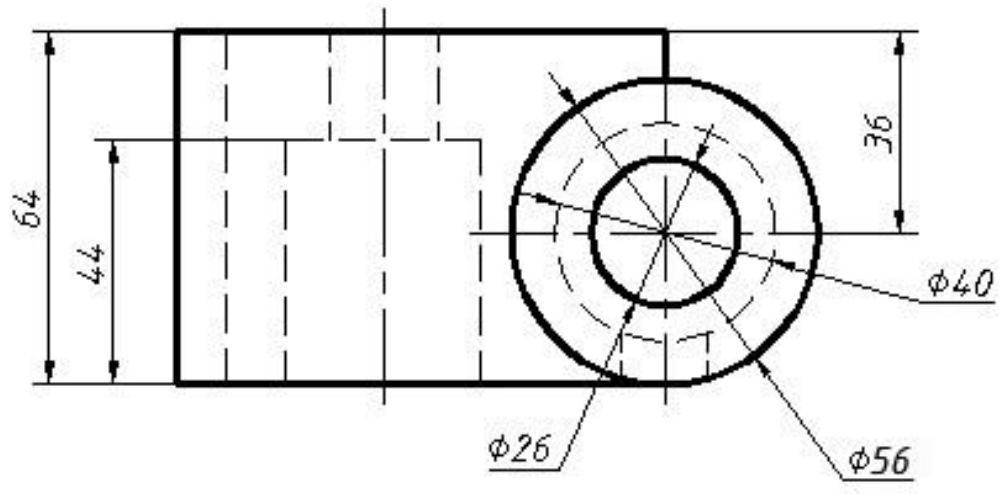
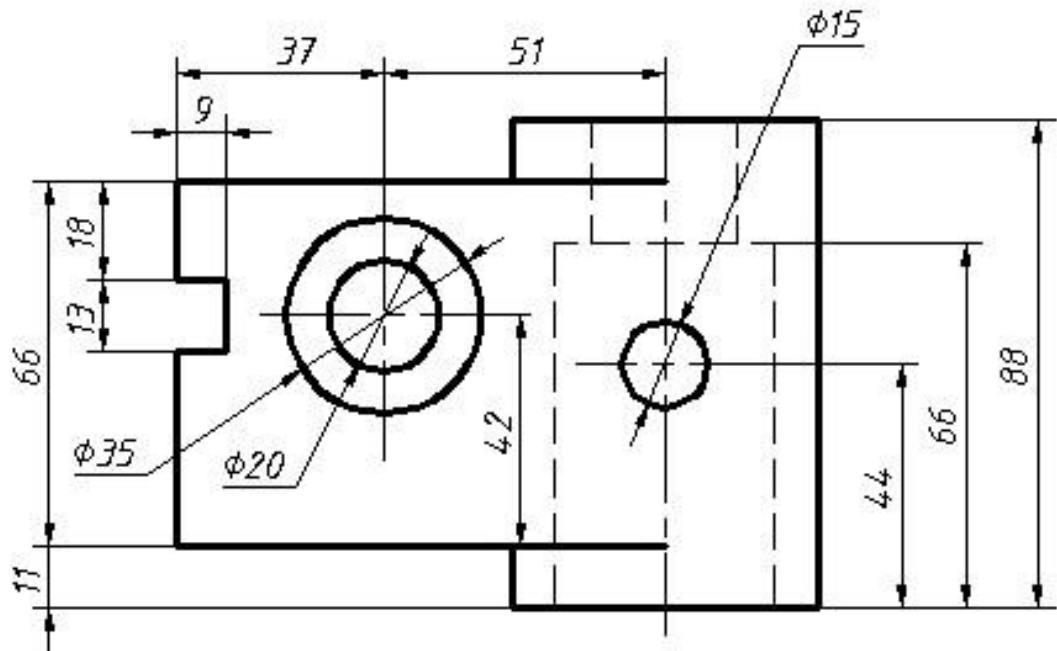
Варіант 1



Вариант 2

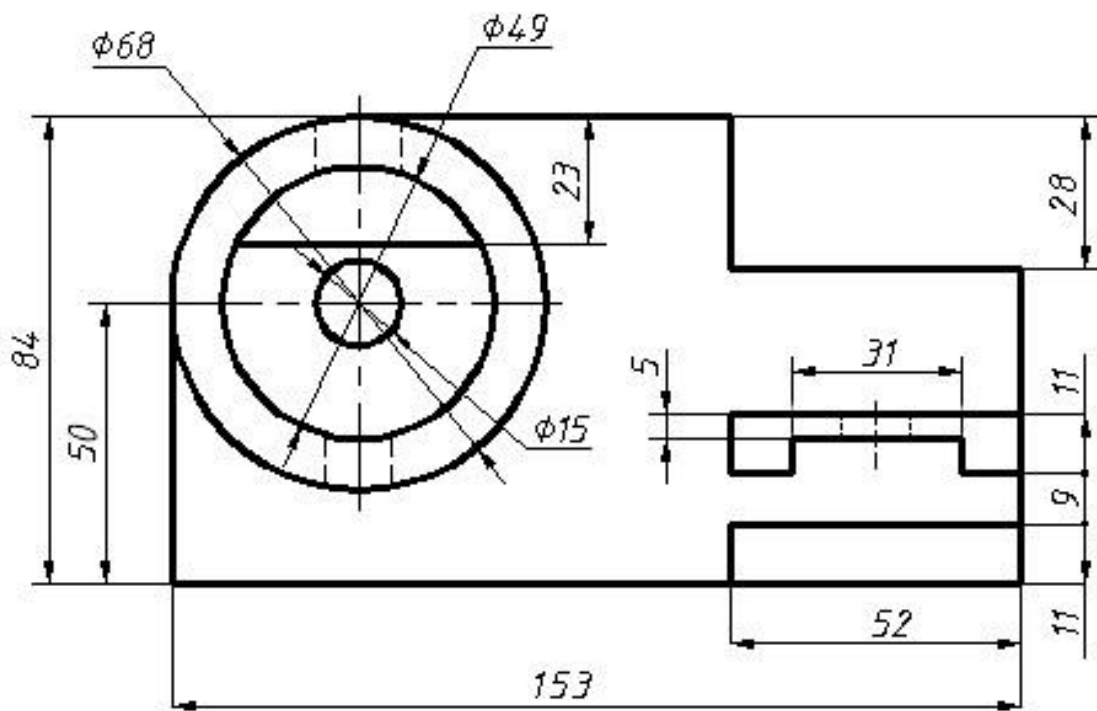
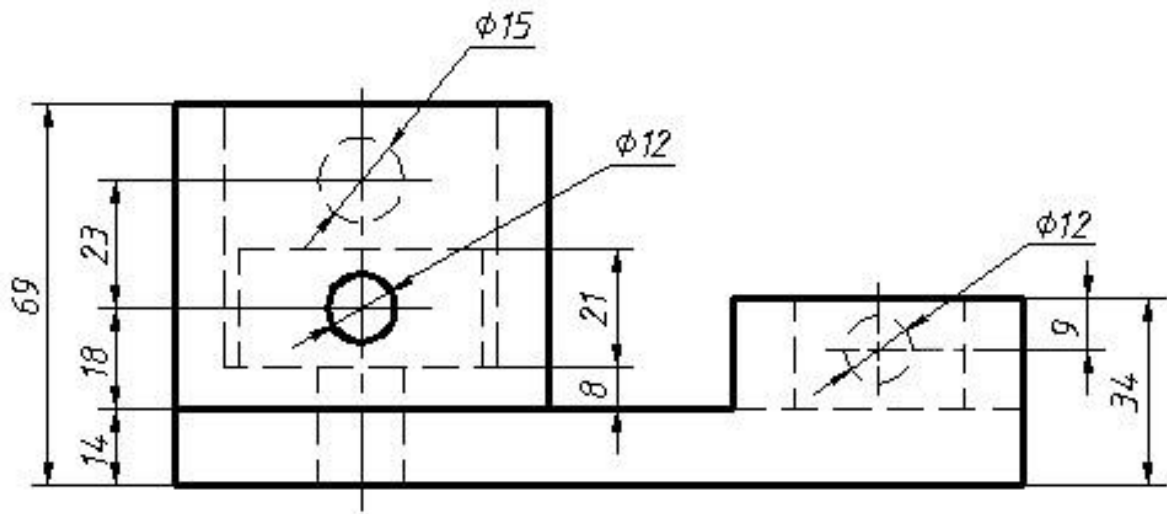


Вариант 3

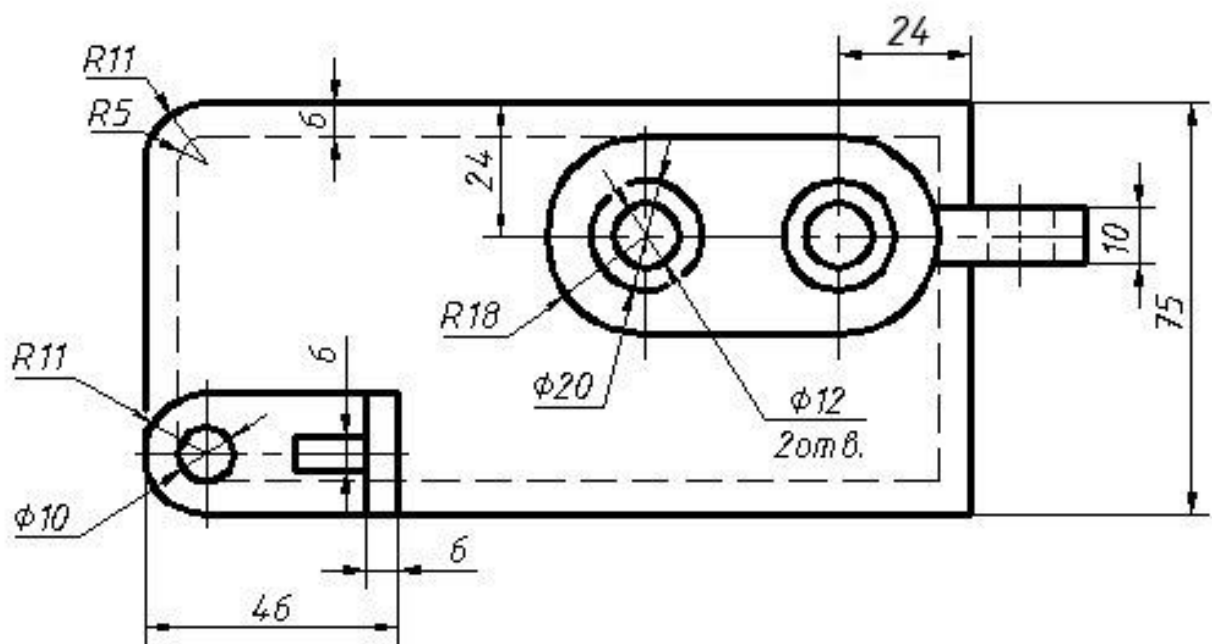
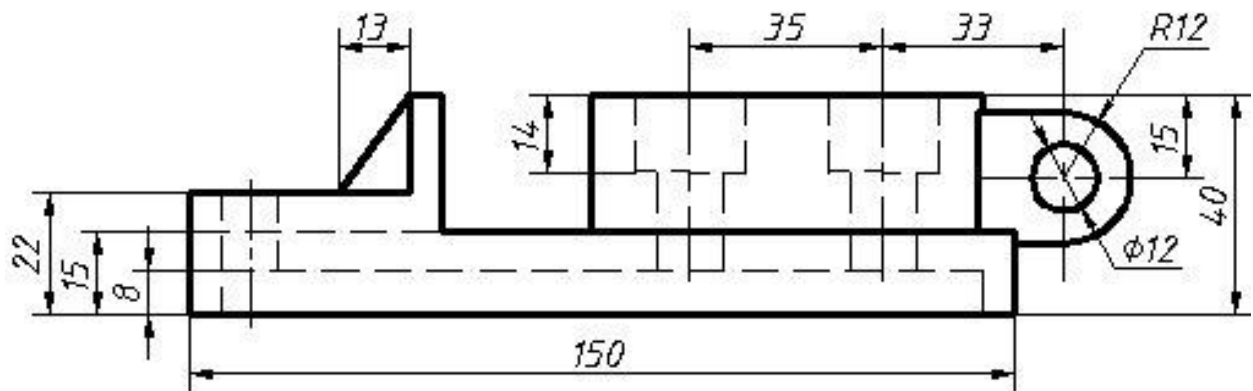


Вариант 4

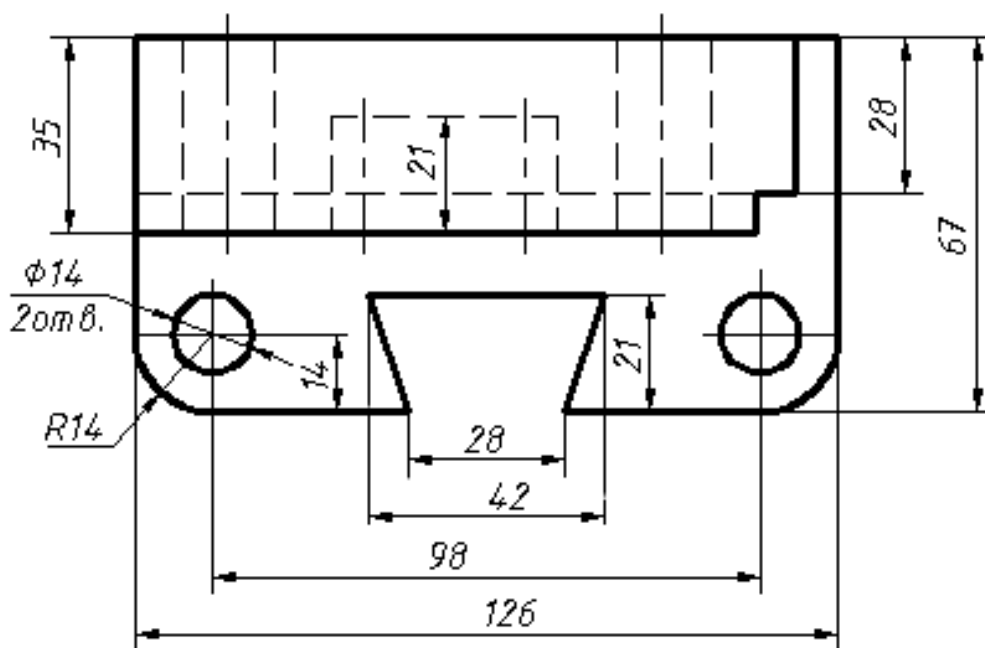
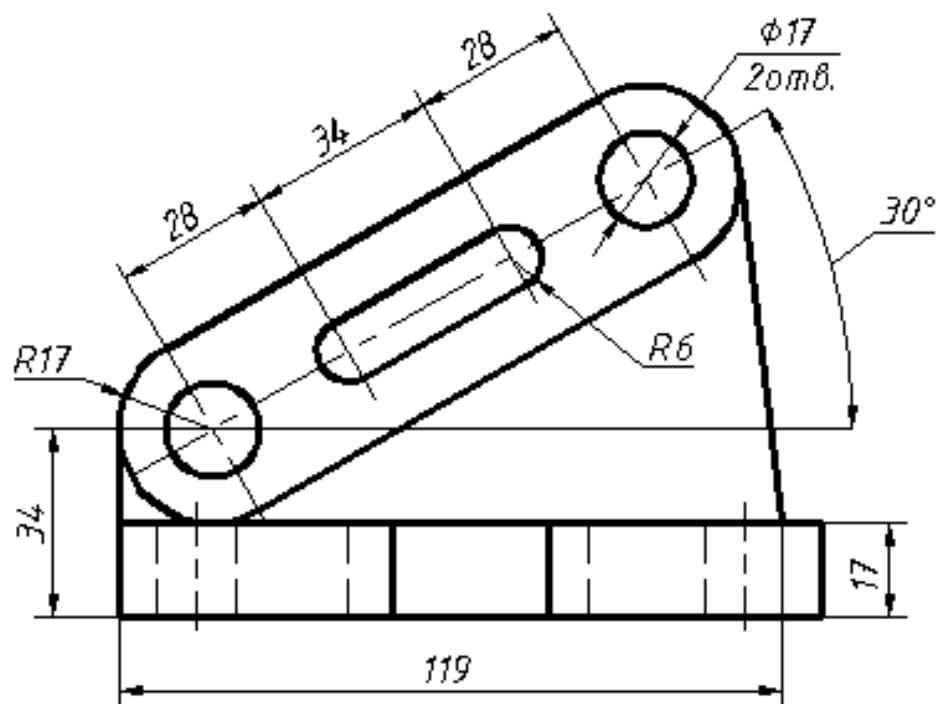




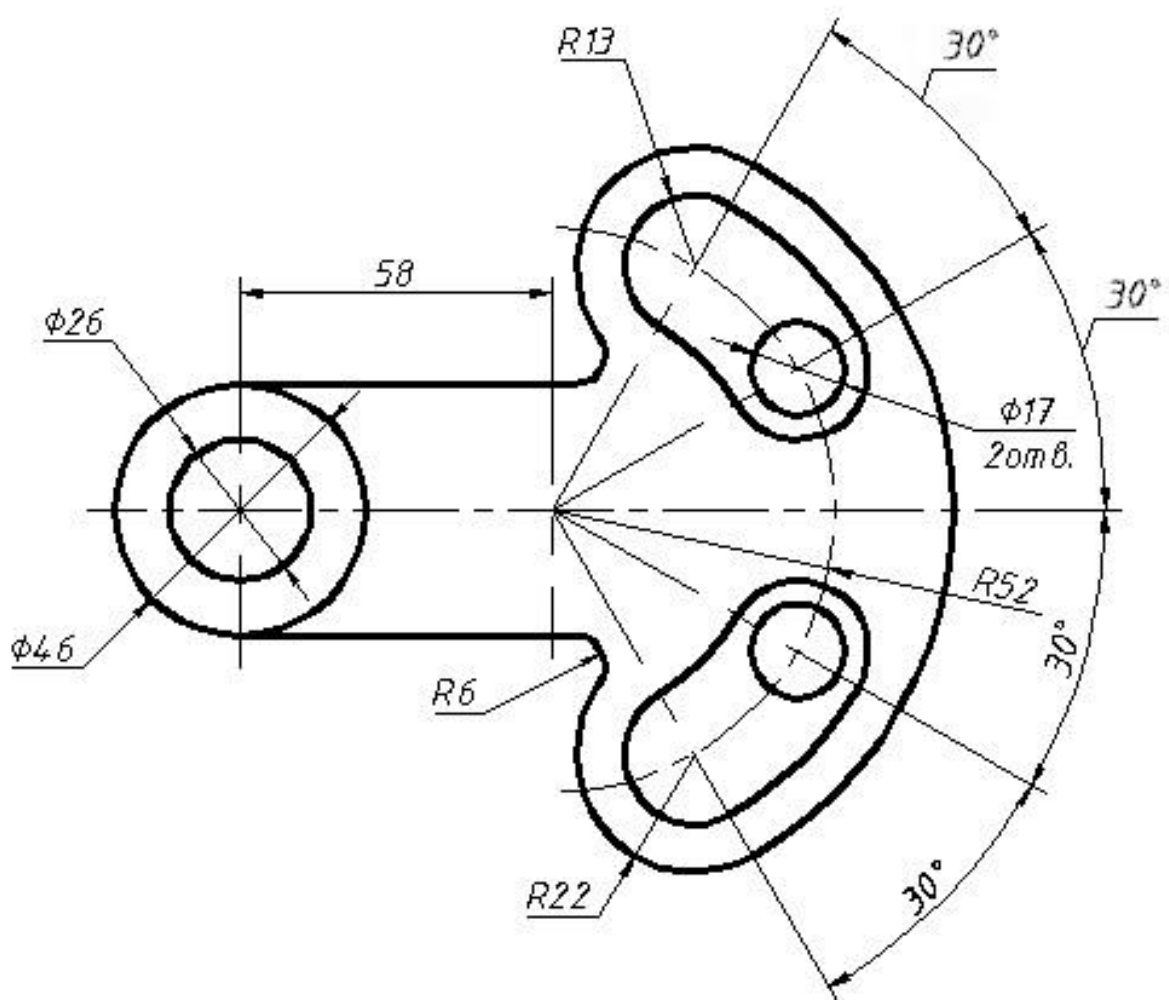
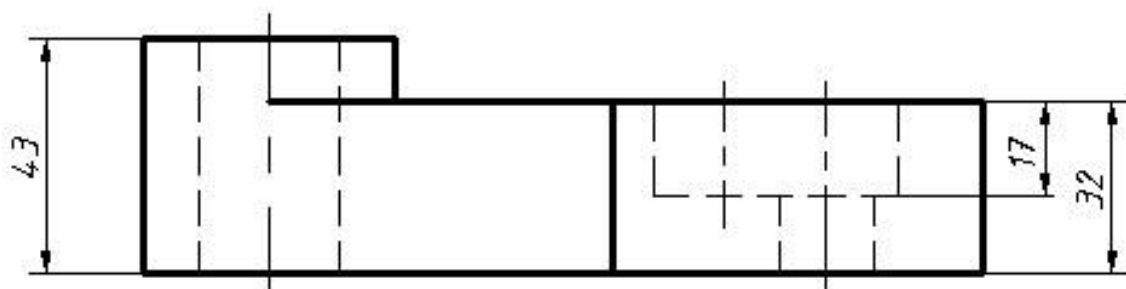
Вариант 5



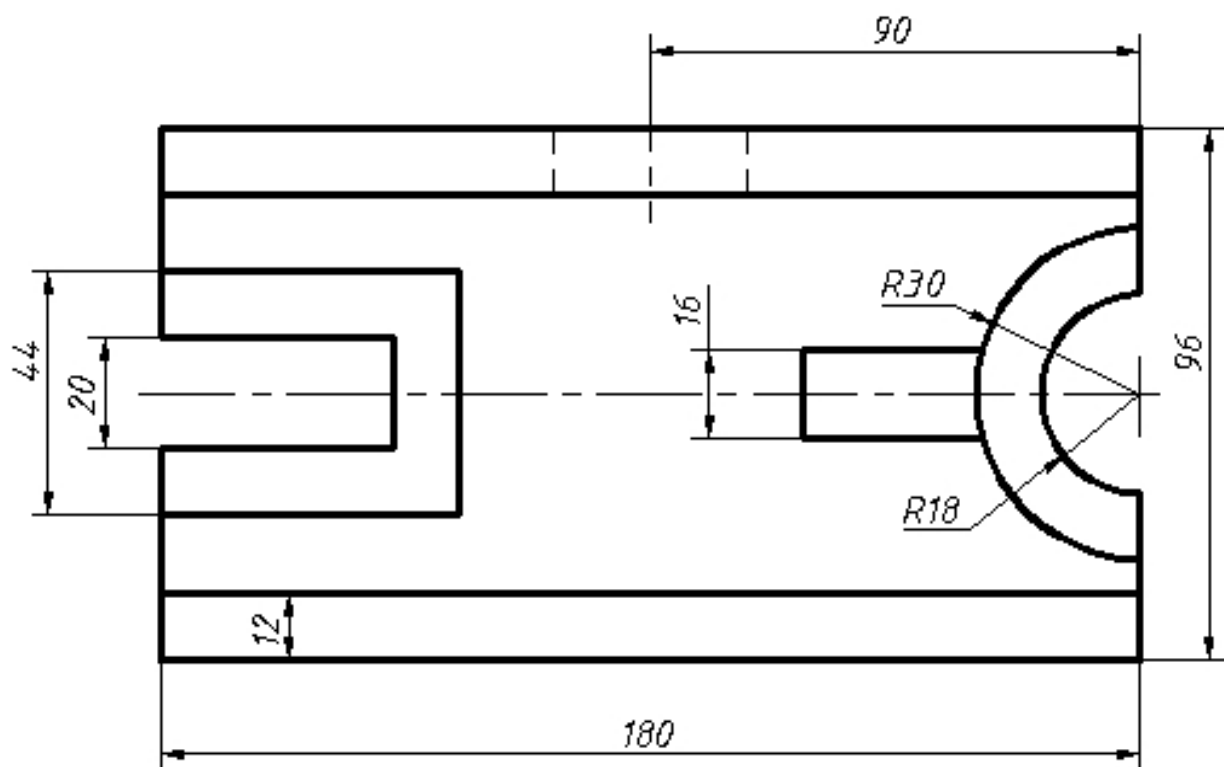
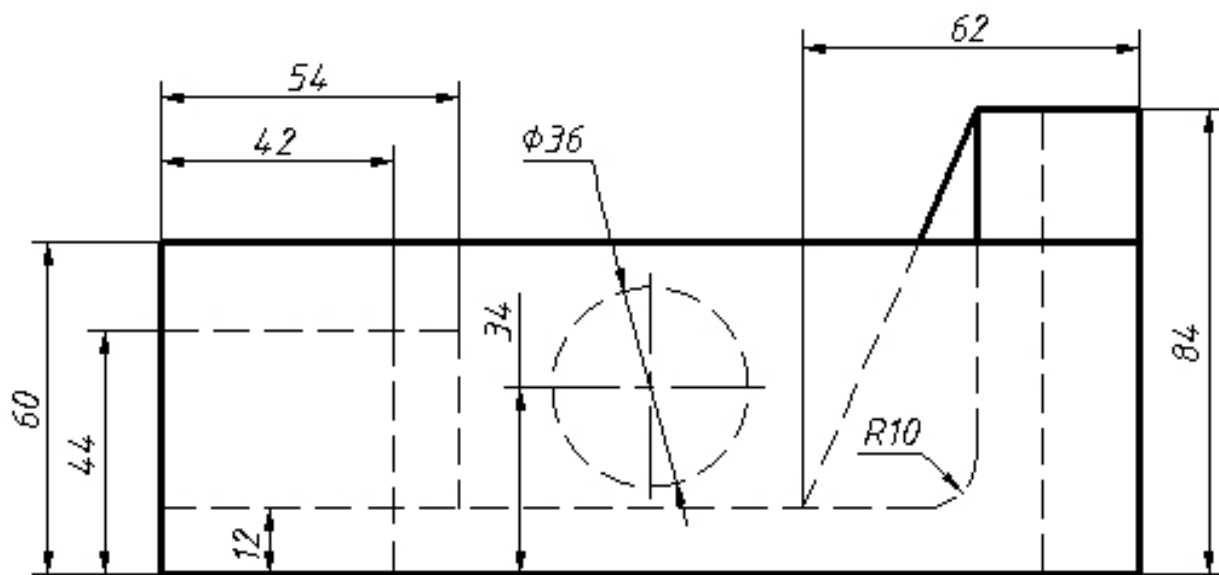
Вариант 6



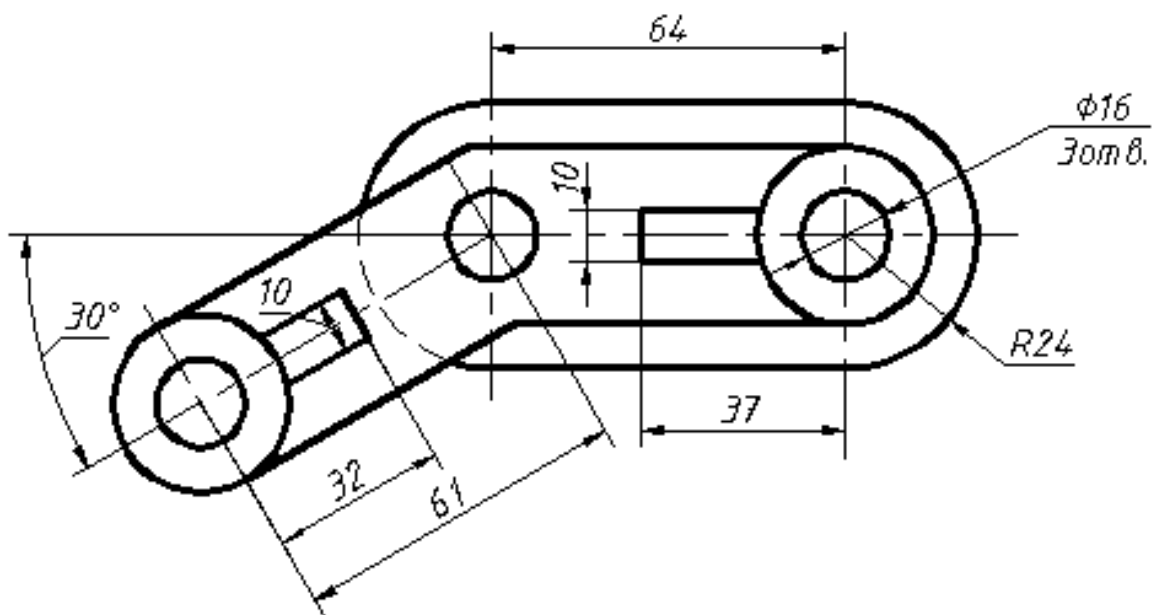
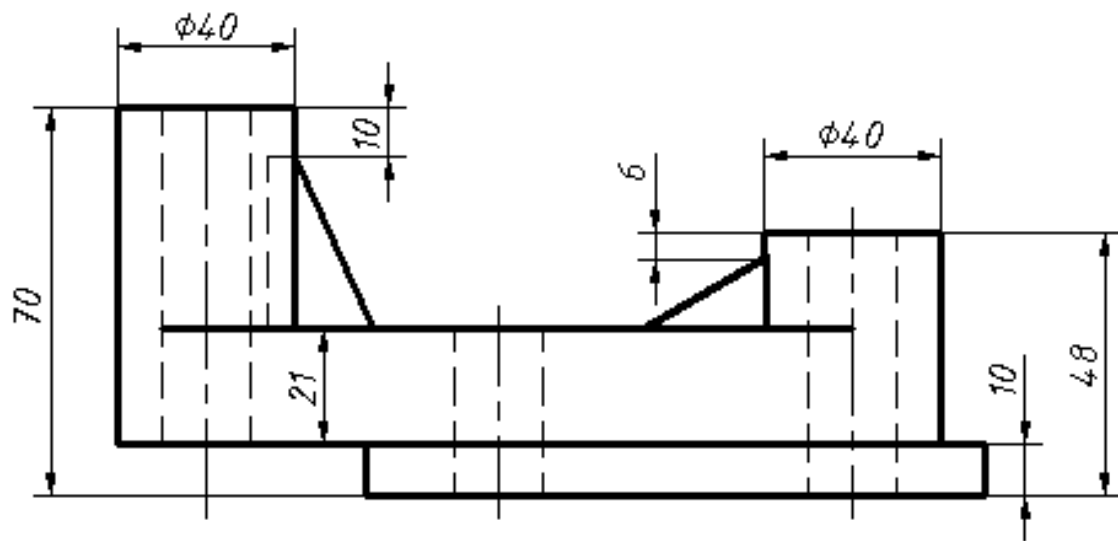
Вариант 7



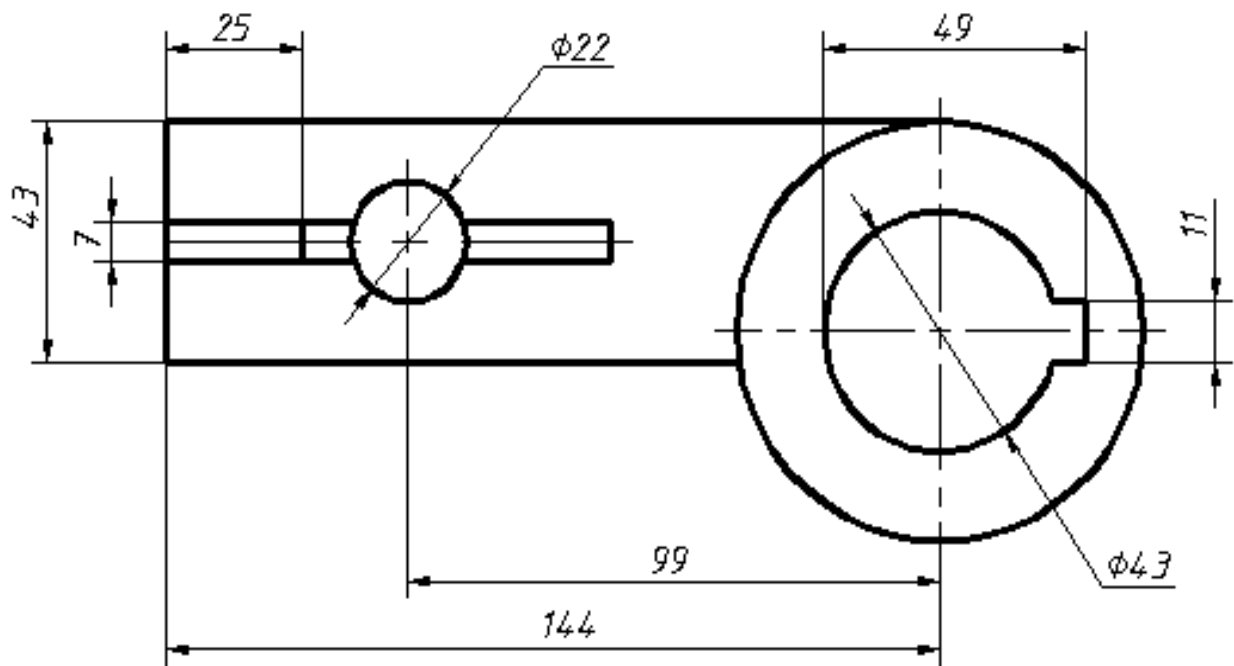
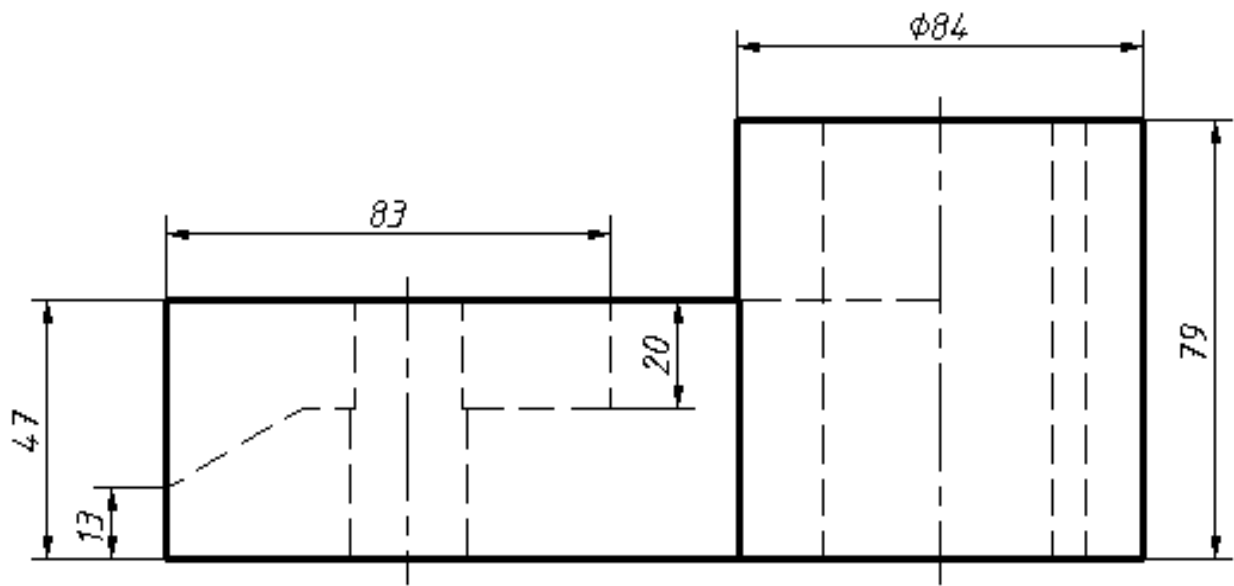
Вариант 8



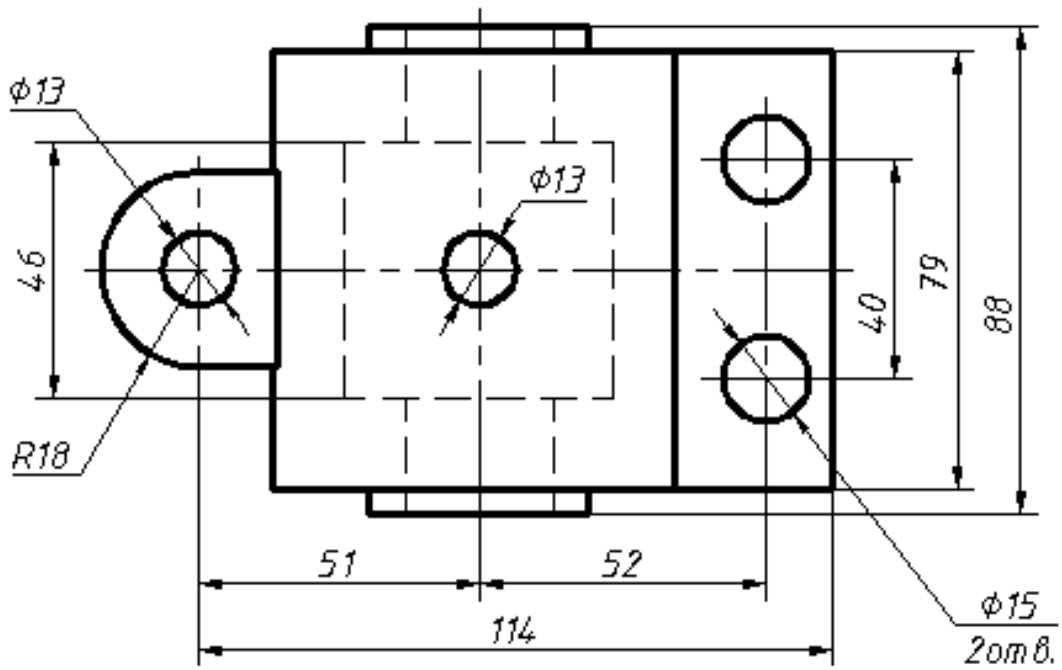
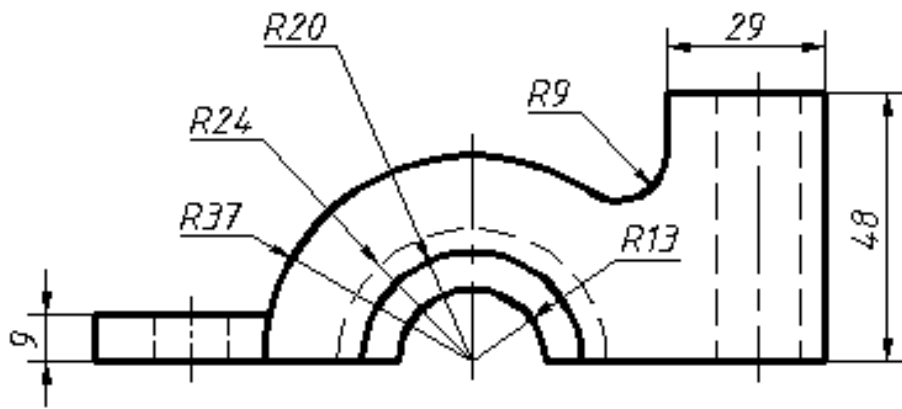
Вариант 9



Варіант 10

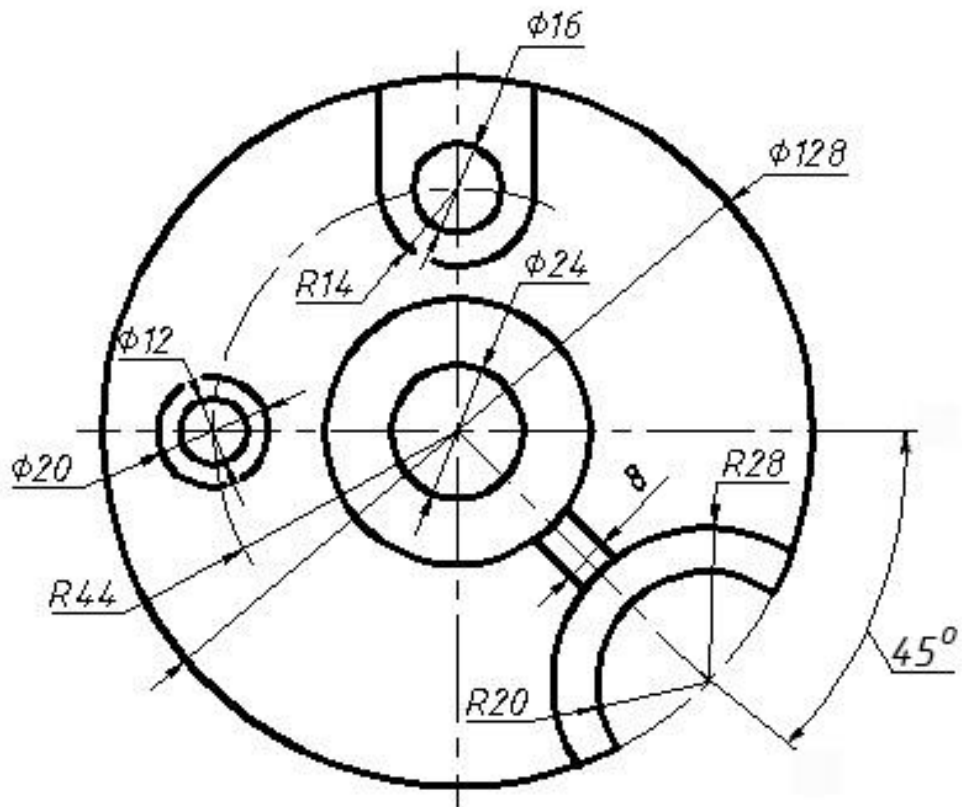
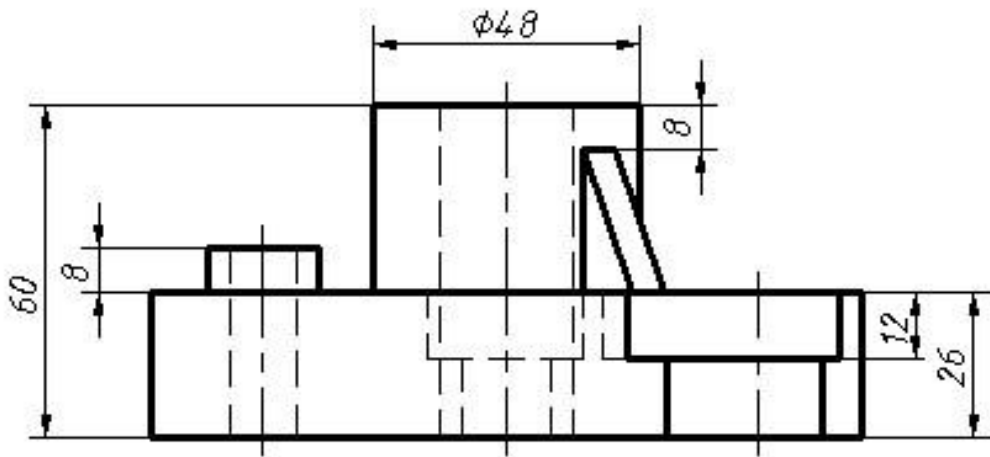


Варіант 11

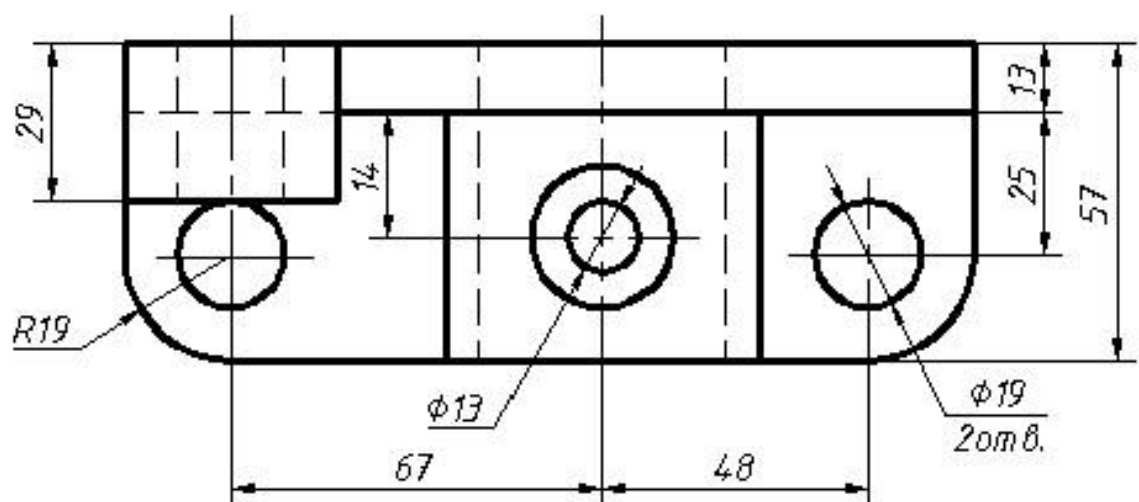
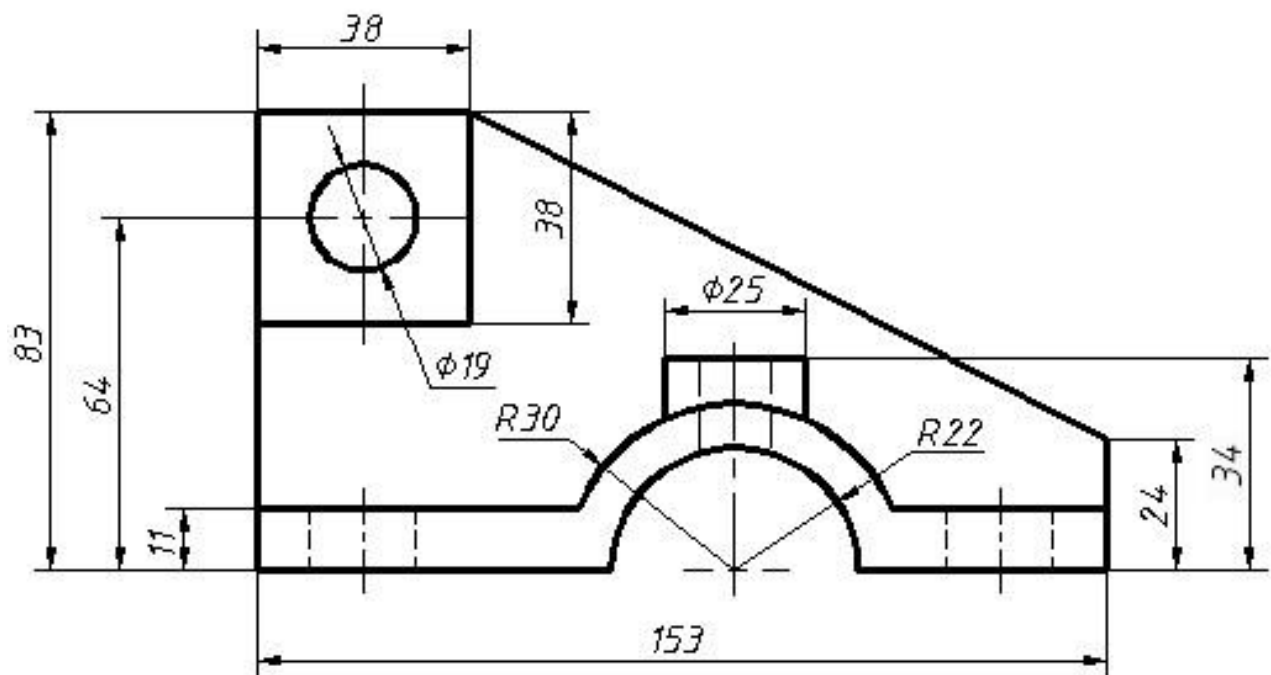


Вариант 12

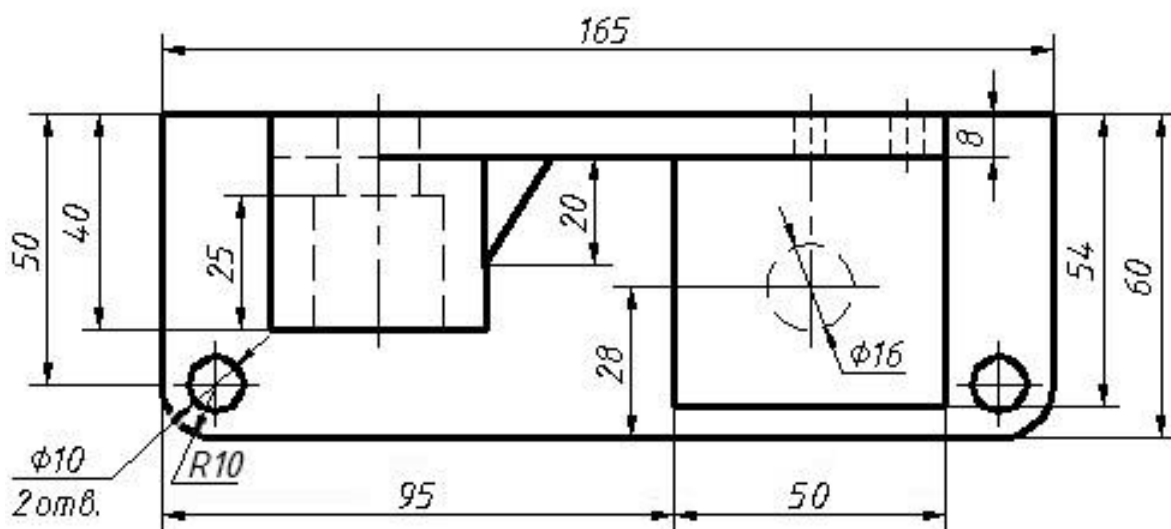
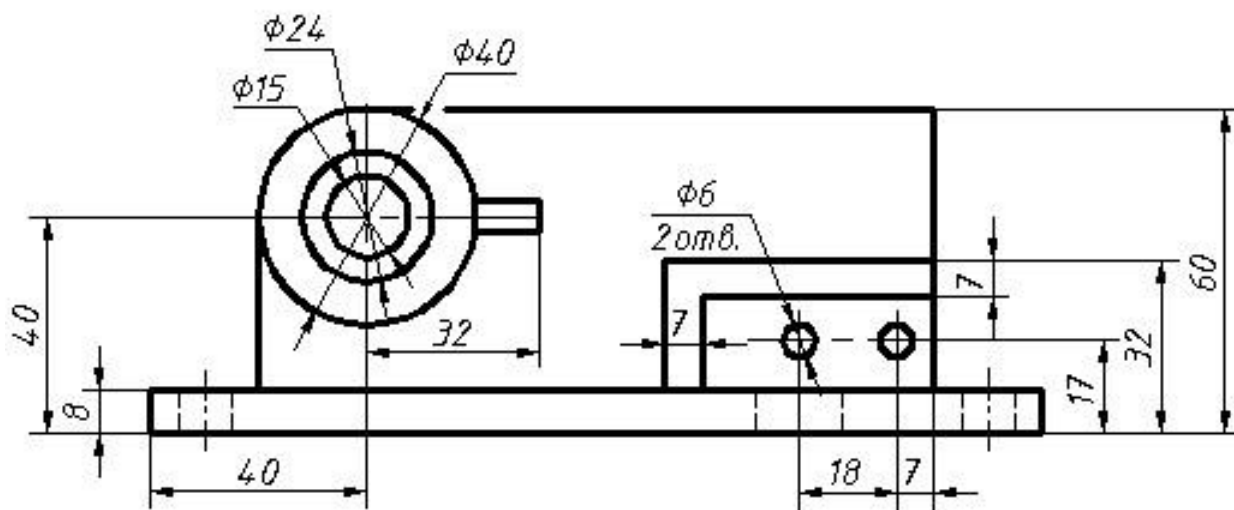




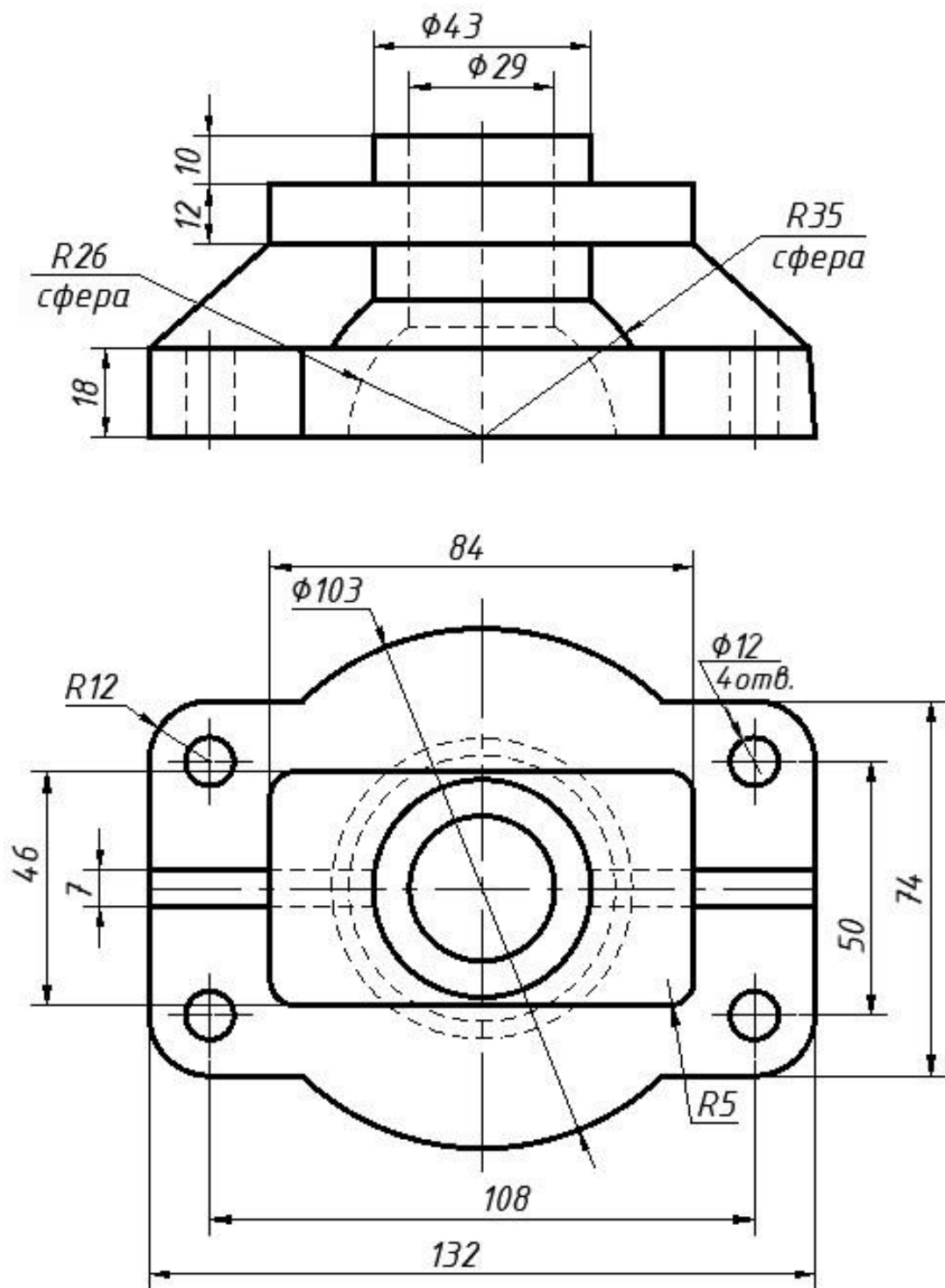
Вариант 13



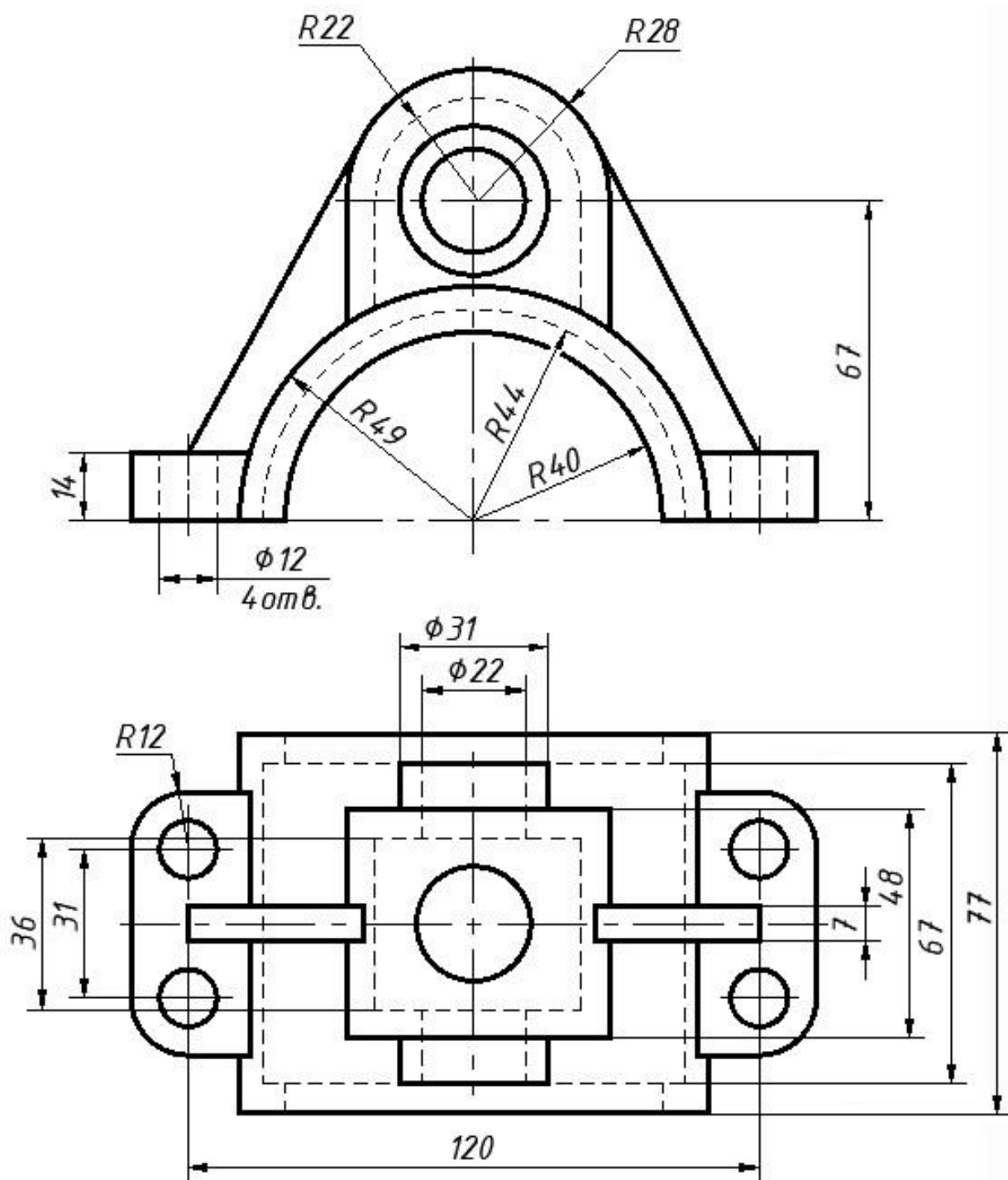
Вариант 14



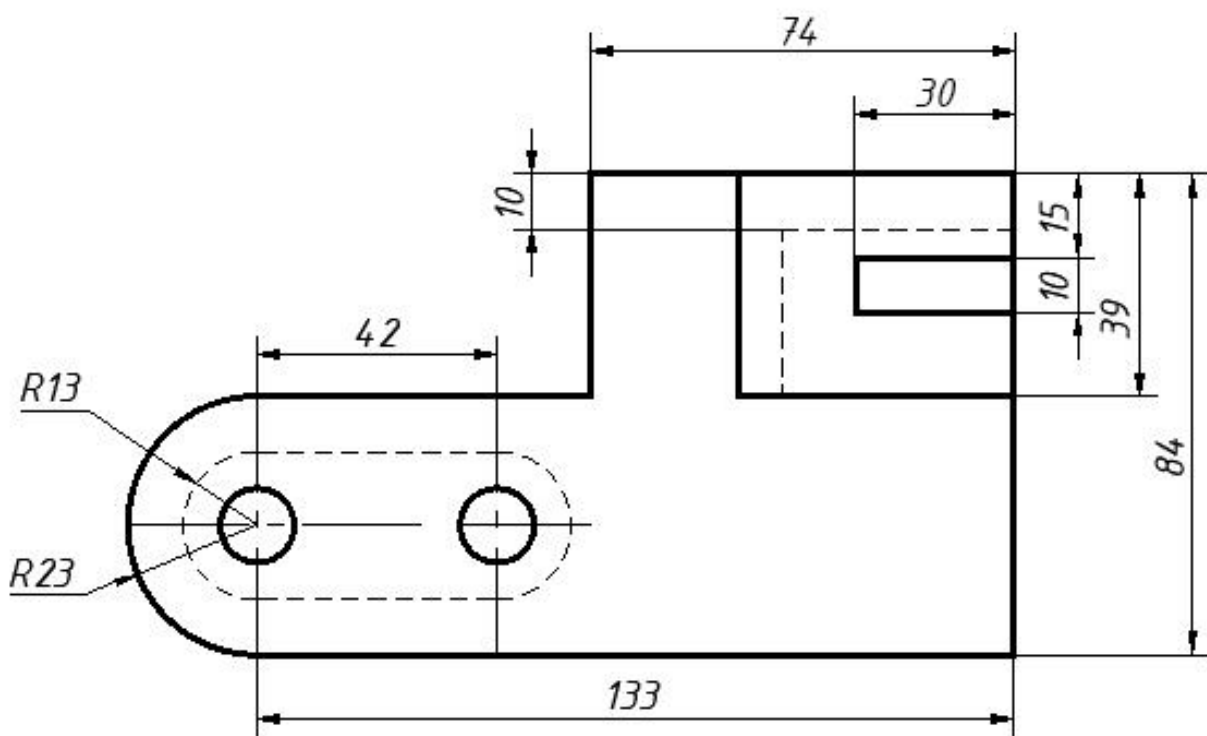
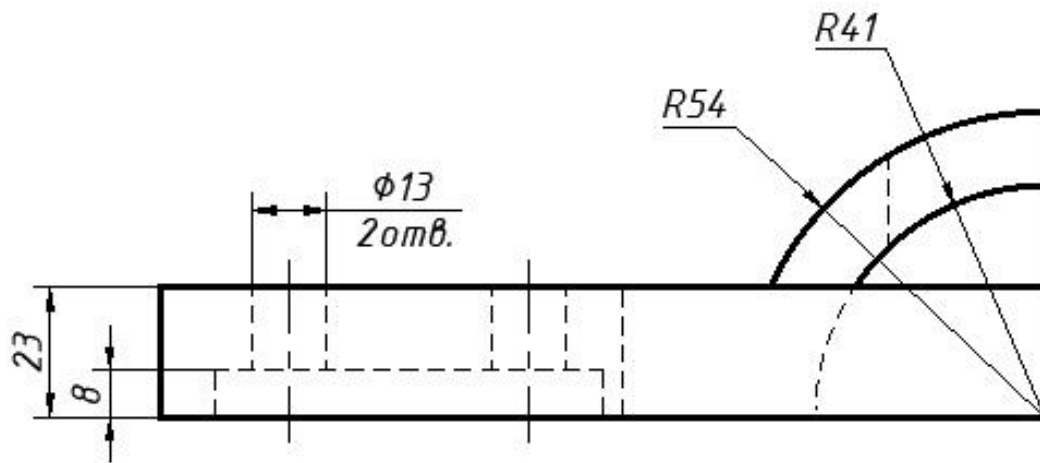
Вариант 15



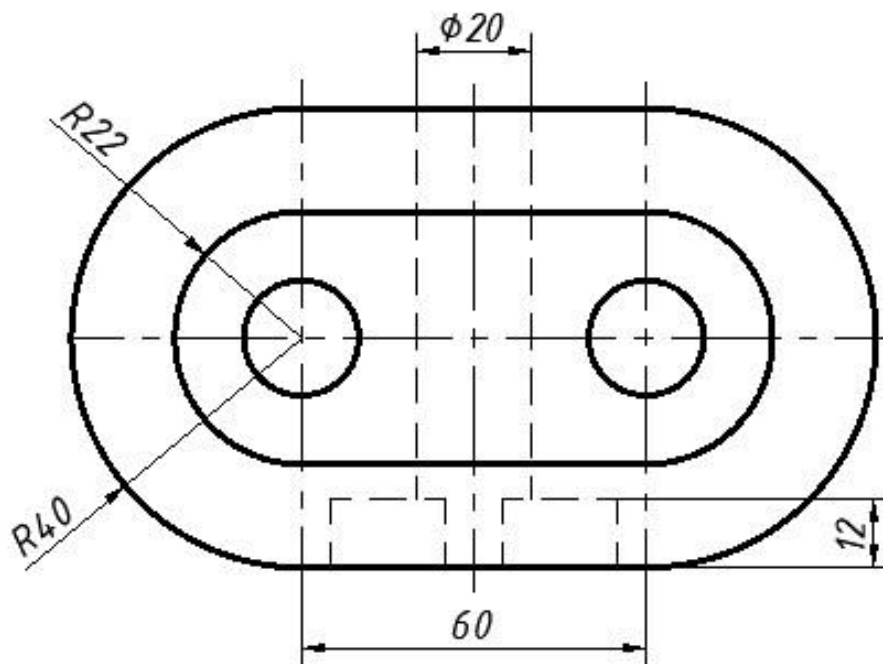
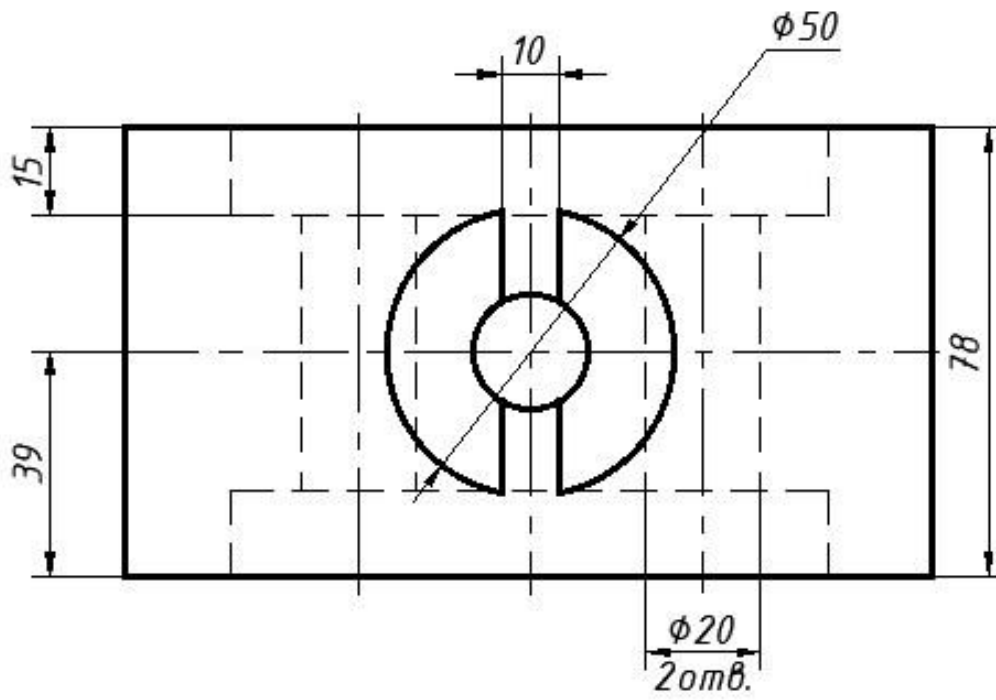
Вариант 16



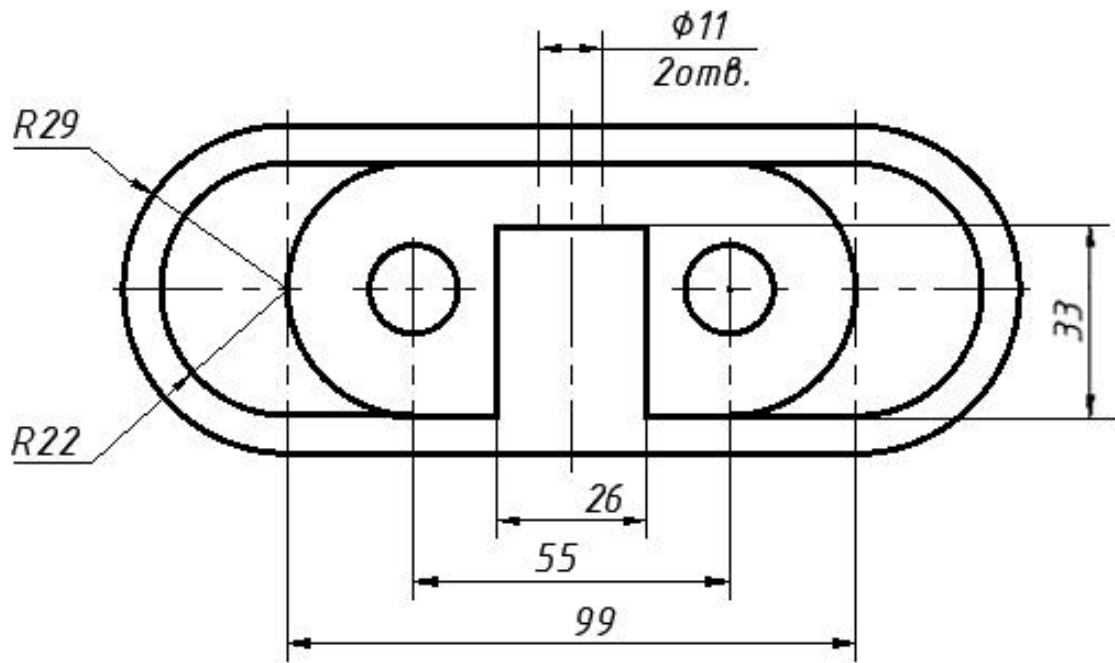
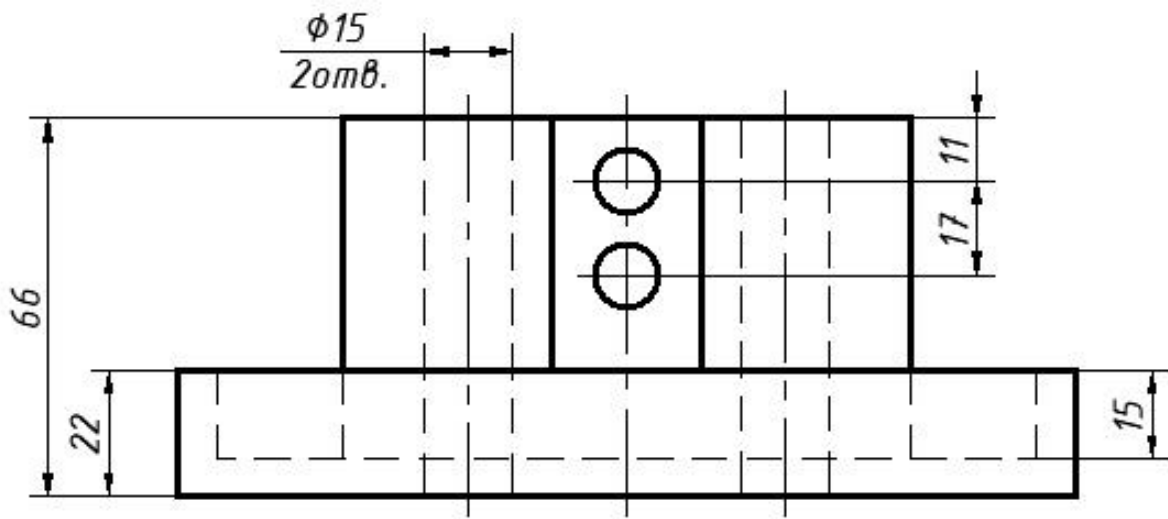
Варіант 17



Варіант 18

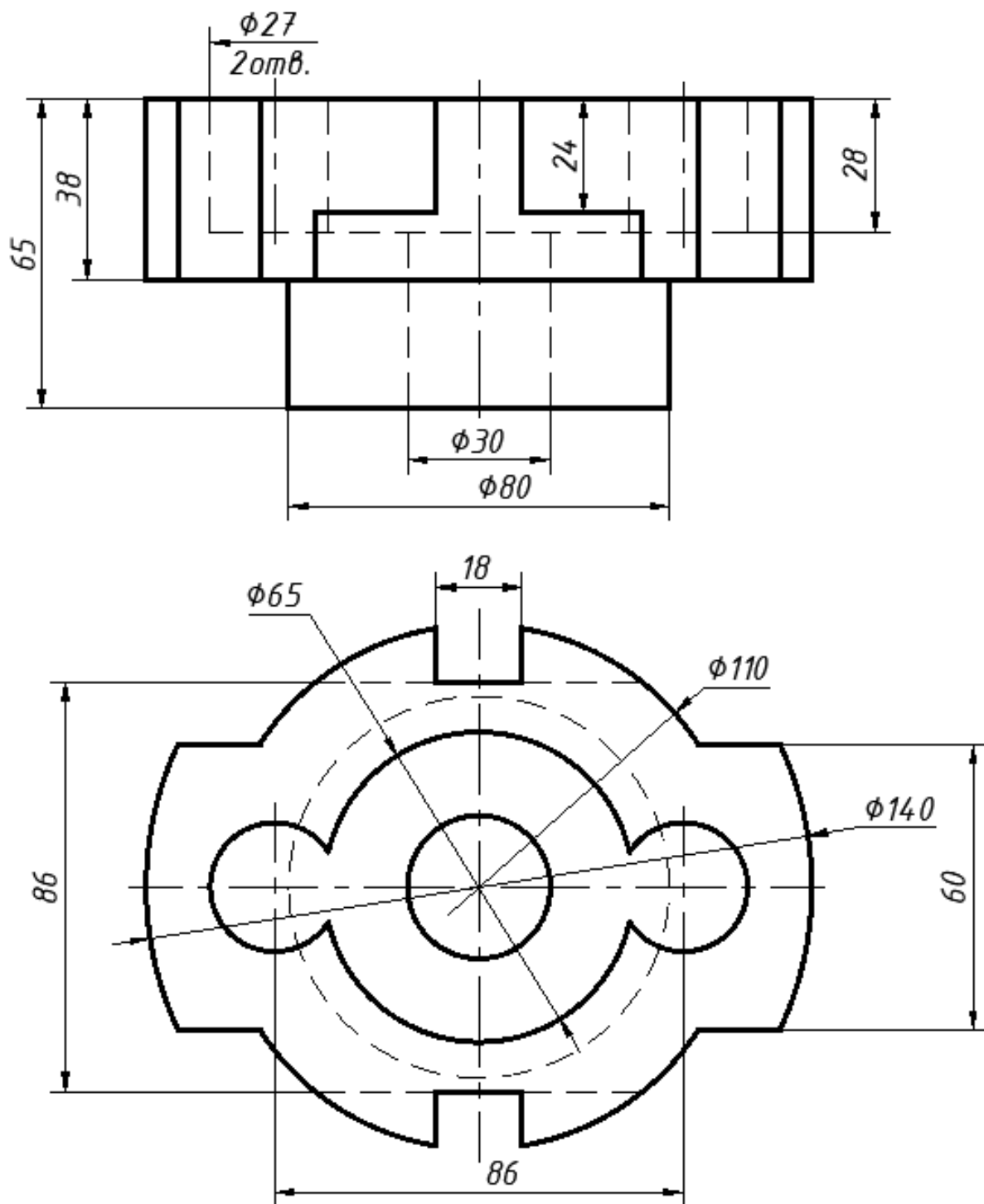


Вариант 19

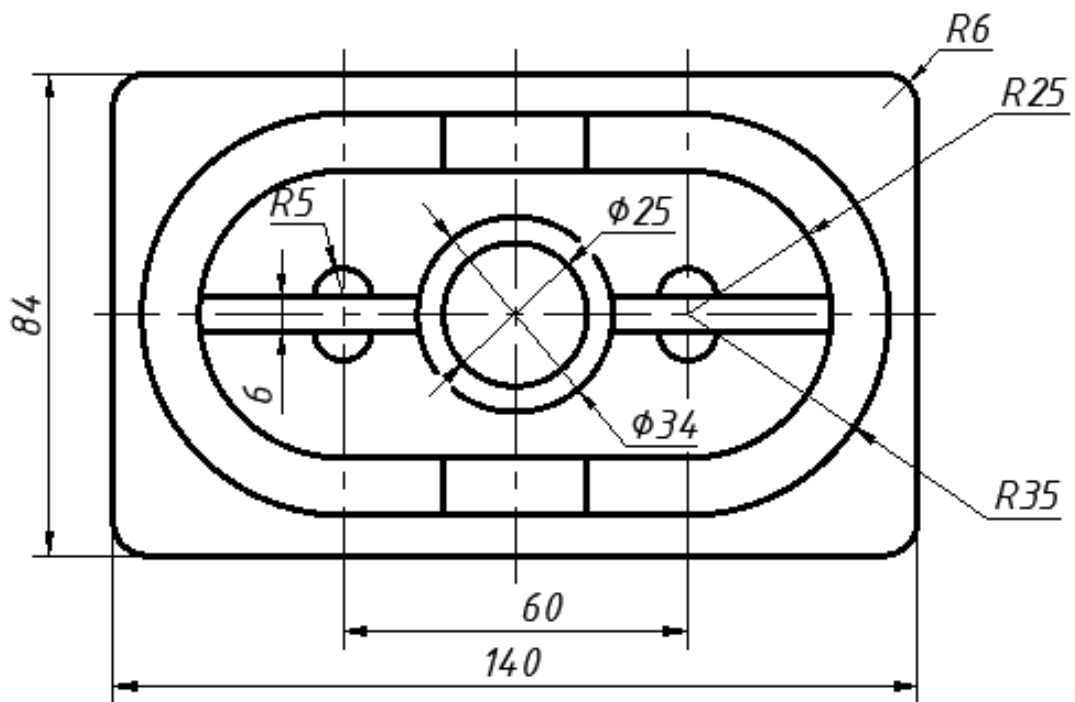
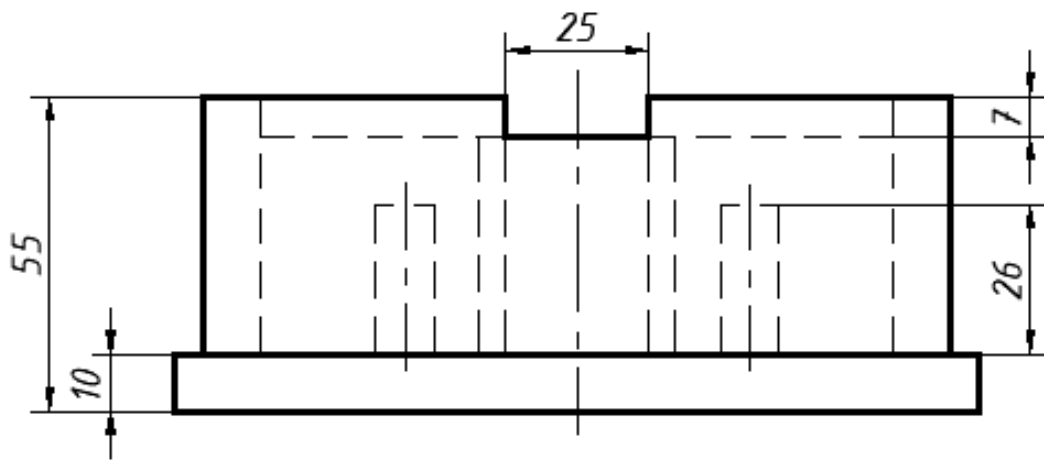


Вариант 20

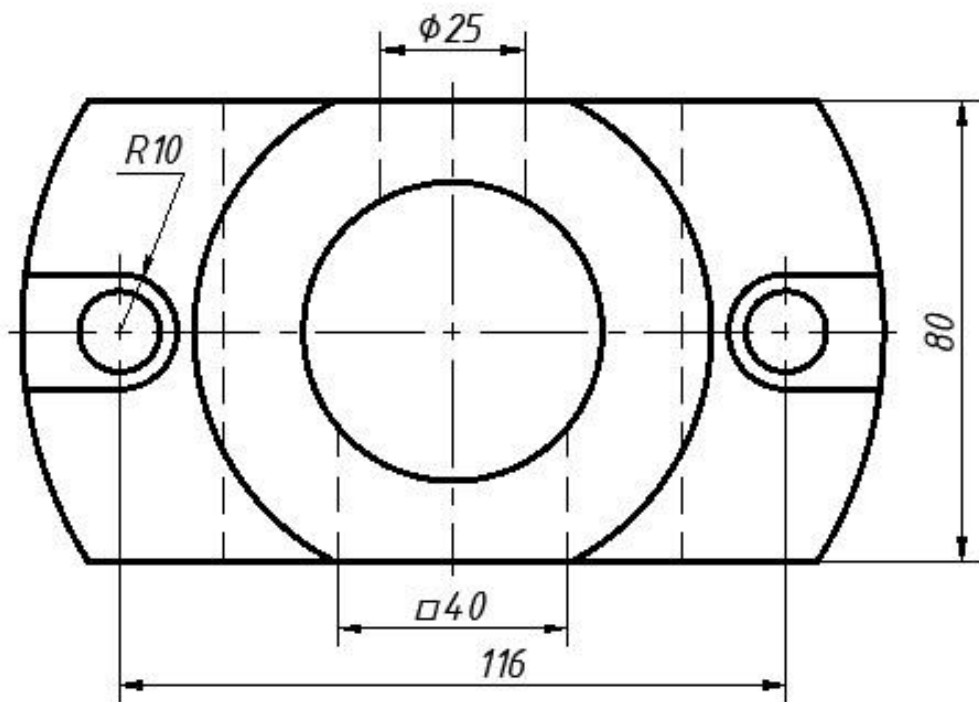
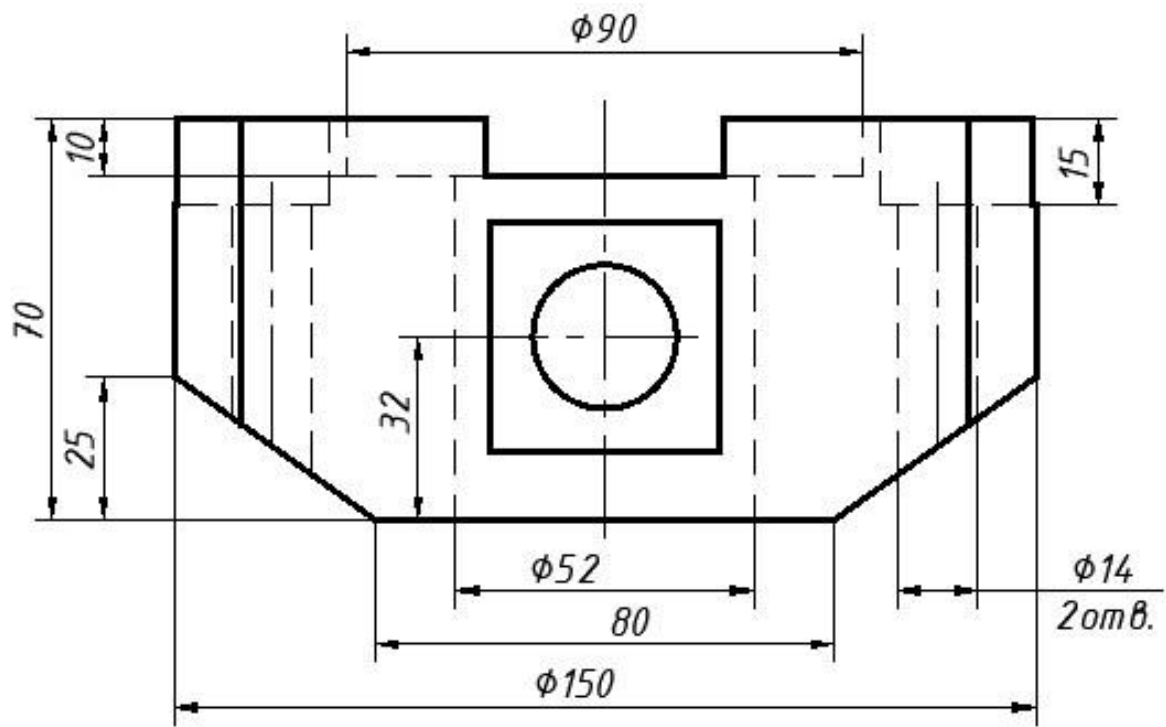




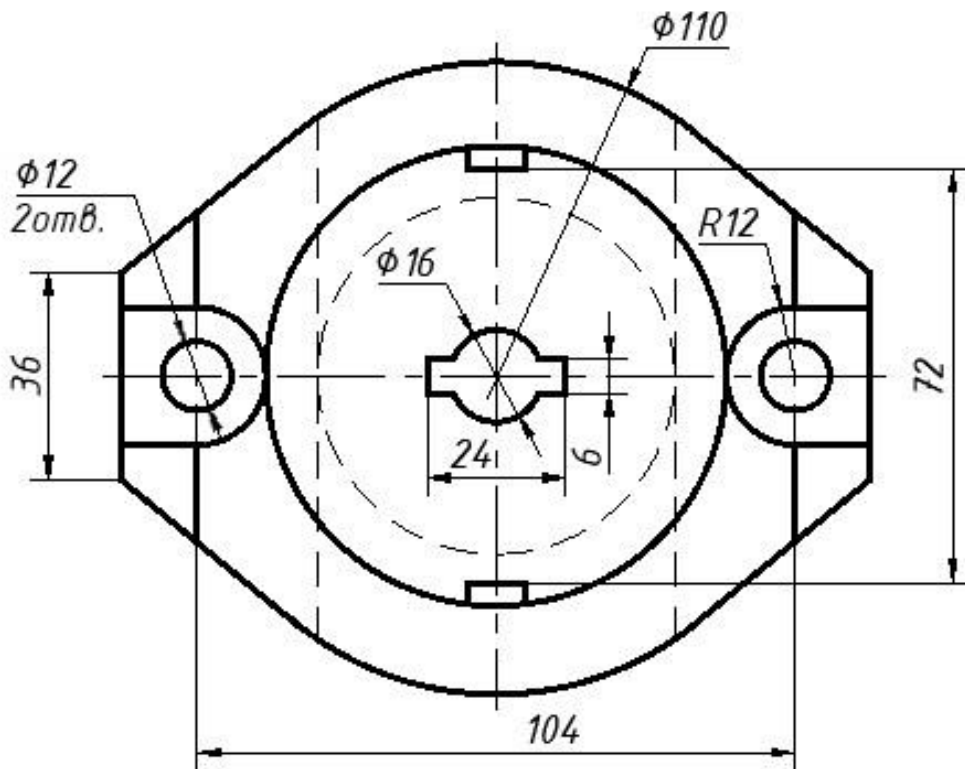
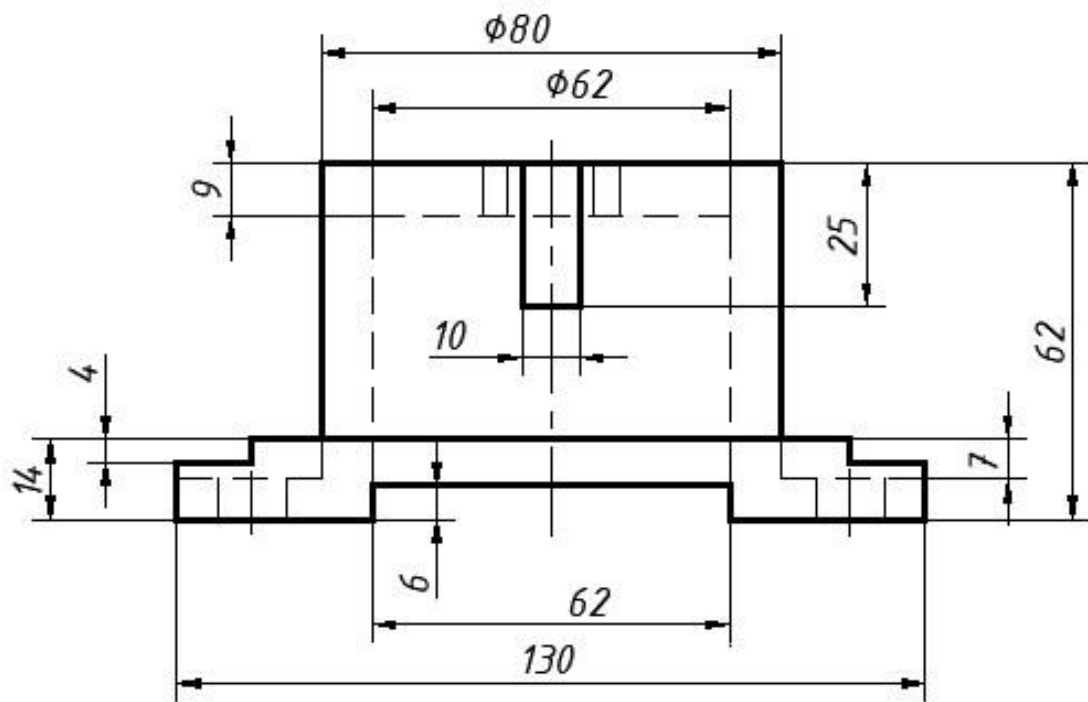
Вариант 21



Варіант 22



Варіант 23



Вариант 24

Електронне мережне навчальне видання

**Ванін** Володимир Володимирович

**Вірченко** Геннадій Анатолійович

**Яблонський** Петро Миколайович

**Надкернична** Тетяна Миколаївна

**Лебедєва** Ольга Олександрівна

## **КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА В СИСТЕМІ AUTOCAD**

**(з елементами математичних основ і програмування)**

Підручник

*В авторській редакції*

Відповідальний редактор    О. О. Голова, канд. тех. наук, доц.