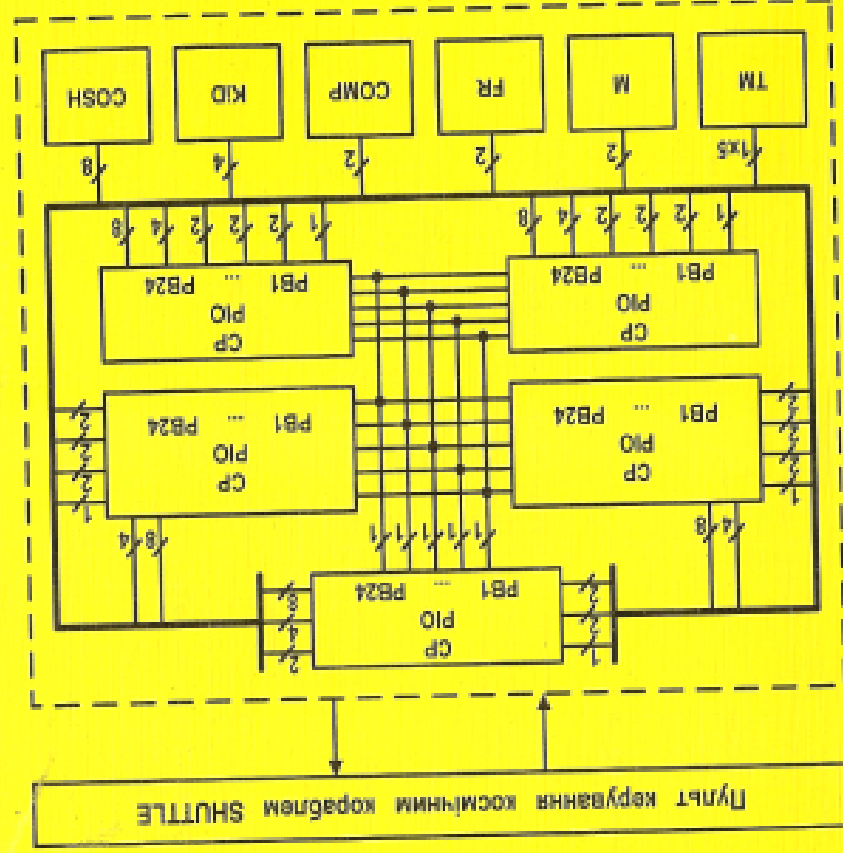


Тарасенко В.П., Маламан А.Ю.,
Черниченко Ю.П., Корнильчук В.Л.

НАДІЙНІСТЬ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

Пульт керування космічним кораблем SHUTTLE



УДК 681.518.54
ББК 32.97
Т19

Гриф надано Міністерством освіти і науки України (лист від 12 лютого 2007р. №1.4/18-Г-349)

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом "Комп'ютерна інженерія"

Рецензенти: проф. Азаров О.Д. (Вінницький національний технічний університет); проф. Жуков І.А. (Національний авіаційний університет); проф. Павловський В.І. (Чернігівський державний технічний університет)

Тарасенко В.П., Маламан А.Ю., Черніченко Ю.П., Корнійчук В.І.

Т19 Надійність комп'ютерних систем. – К.: "Корнійчук", 2007.-256 с.

ISBN 966-7599-37-X

Викладено основи теорії надійності та особливості застосування її основних положень щодо комп'ютерних систем. Описані методи організації і структура засобів контролю функціонування окремих пристроїв комп'ютерів та комп'ютерних систем, методи прогнозування надійності великих інтегральних схем, приклади обчислювальних систем підвищеної надійності. Наведені в кінці книги задачі можуть бути використані для організації практичних занять з відповідних навчальних дисциплін. Ряд цих задач становлять самостійний інтерес, оскільки порушують важливі практичні питання оптимізації надійності електронних систем.

Книга розрахована на широке коло читачів та студентів вищих навчальних закладів.

УДК 681.518.54
ББК 32.97
ISBN 966-7599-37-X © "Корнійчук", 2007

Тарасенко В.П., Маламан А.Ю.,
Черніченко Ю.П., Корнійчук В.І.

НАДІЙНІСТЬ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом "Комп'ютерна інженерія"

Київ
"Корнійчук"
2007

ЗМІСТ

	Стор.
Вступ.....	4
1. Основи теорії надійності	7
1.1. Показники надійності.....	7
(Функції надійності, ненадійності, розподілу часу безвідмовної роботи, інтенсивності відмов–7. Напрацювання на відмову–9. Ефективна інтенсивність відмов–11. Гарантований технічний рекурс–12. Функції ремонту та готовності, інтенсивність ремонту–12. коефіцієнт готовності–14)	
1.2. Експериментальне визначення показників надійності	15
(Види випробувань–15. Плани випробувань–16. Теоретичні функції надійності–18. Метод максимуму правдоподібності–25. Метод зворотних рангів–28. Задачі та приклади–31)	
1.3. Дані про надійність	37
1.4. Надійність великих інтегральних мікросхем.....	42
1.5. Розрахунок надійності з поступових відмов.....	43
1.6. Повний розрахунок надійності.....	45
(Механічні амортизатори–45. Примусове охолодження–46. Інтенсивність відмов під час зберігання–47. Оцінка часу ремонту–47. Задачі та приклади–48)	
1.7. Автоматизовані системи розрахунку надійності.....	55
2. Забезпечення надійності комп'ютерних систем.....	58
2.1. Вибір показників надійності.....	58
2.2. Методи підвищення надійності.....	65
(Задачі на приклади–63)	
2.3. Резервування без відновлення.....	71
(Задачі на приклади–76)	
2.4. Приклади резервування без відновлення.....	85
(Задачі на приклади–98)	
2.5. Резервування з відновленням.....	100
(Задачі на приклади–107)	
2.6. Тренування елементів і систем.....	111
(Задачі на приклади–115)	
2.7. Оптимальна надійність.....	118
(Задачі на приклади–118)	
3. Надійність та контроль пристроїв комп'ютерних систем.....	128
3.1. Основні поняття та визначення.....	128
3.2. Контроль арифметичних пристроїв.....	131
3.3. Контроль пристроїв управління.....	135
3.4. Контроль мікропрограмних блоків управління.....	138
3.5. Контроль пристроїв пам'яті та каналів зв'язку.....	142
(Найпростіші методи введення надмірності–143. Код з перевіркою на парність–145. Код Хеммінга–149. Надійність пристроїв пам'яті з контролем по коду Хеммінга–151. Коди для підвищення виходу придатних мікросхем пам'яті–153. Коди, що виправляють дві і більше помилок–155. Контроль пристроїв пам'яті з послідовним записом інформації груповими кодами–156. Підвищення надійності пристроїв пам'яті за рахунок часової надмірності–158. Пристрої пам'яті з багатократним резервуванням–160. Резервування пристроїв постійної пам'яті–167. Задачі та приклади–168)	
3.6. Надійність накопичувачів пам'яті на жорстких магнітних дисках	171
(Дані про надійність НЖМД–171. RAID-системи НЖМД–175. Приклади серверів з тисячами НЖМД–181. Задачі та приклади–183)	
4. Надійність та контроль комп'ютерів і комп'ютерних систем.....	188
4.1. Приклади комп'ютерних систем підвищеної надійності).....	188
(Методи забезпечення надійності–188. Відмовостійкі комп'ютери Stratus–189.Авіаційні комп'ютерні системи–191. Комп'ютерний "тандем"–192. Комп'ютерні системи космічних об'єктів–193)	
4.2. Діагностика комп'ютерів і комп'ютерних систем).....	195
(Програмна, апаратна та програмно-апаратна діагностика–195. Генерування тестів методом активізації одномірного шляху–200. Сигнатурний аналіз–203. Побудова пристроїв із самодіагностикою–205. Діагностика персональних комп'ютерів–206)	
4.3. Профілактика комп'ютерів і комп'ютерних систем.....	210
(Заміна блоків, які вичерпали свій технічний ресурс–212. Задачі та приклади–213)	
4.4. Надійність програмного забезпечення комп'ютерів і комп'ютерних систем.....	216
4.5. Застосування програм, стійких до збоїв.....	220
(Задачі на приклади–222)	
4.6. Вплив на надійність засобів охолодження, електроживлення та людського фактору	223
(Коефіцієнти смертності людини–227)	
5. Розрахунок надійності в дипломному проекті.....	230
(Призначення роз'ємів–231. Схема підключення пристроїв персонально комп'ютера(ПК) –233. Інтенсивності відмов блоків ПК – 235. Задачі та приклади–237.)	
6. Коротка історія та актуальні проблеми теорії надійності.....	239
7. Задачі (Відповіді – 249).....	244
Література.....	255

ВСТУП

Забезпечення надійності технічних засобів є однією з основних задач і "вічних" проблем науки і техніки. Оскільки ненадійні вироби (починаючи від кам'яної сокири) ніколи і нікому не були потрібні, то проблемам надійності приділялась увага протягом усіх періодів розвитку техніки. Однак особливого значення проблеми надійності технічних засобів набули в другій половині XX століття. Це зумовлено, в першу чергу, появою складних електронних систем і великими втратами, зв'язаними з їх відмовами. У багатьох випадках низька надійність приводить до того, що вартість експлуатації деякого обладнання протягом року в кілька разів перевищує вартість самого обладнання. Велике значення має забезпечення надійності комп'ютерних систем (КС), тому що їх недостатня надійність завжди звужувала області їхнього застосування. Наприклад, найращі лампові електронні обчислювальні машини 1955 року мали середню тривалість безвідмовної роботи 4 години (у середньому кожні 4 години відбувалась відмова і був потрібний ремонт). Природно, що комп'ютери такої низької надійності мали обмежене застосування. Перехід на напівпровідникові елементи, а потім і на інтегральні мікросхеми підвищив надійність комп'ютерів на кілька порядків, однак і зараз їх недостатня надійність приносить великі матеріальні збитки. Так наприклад, втрати від помилок у системах обробки даних тільки по США складають 600 млн. доларів у рік.

Характер роботи КС такий, що іноді досить спотворення одного сигналу, щоб зруйнувати результат тривалих обчислень. Такі спотворення сигналів викликаються: відмовою елементів електронного обладнання; флуктуацією в часі параметрів елементів і напруги живлення; завадами і шумами через взаємний вплив електричних і магнітних кіл; помилками в програмному забезпеченні. При відмові елементів виникає так звана стійка відмова, що викликає постійну помилку. Усунення відмови можливо тільки шляхом заміни елементів. Флуктуація параметрів елементів призводить до збоїв, що тривають протягом всього часу відхилення їх параметрів від допустимих значень. У результаті дії завад виникають поодинокі випадкові збої, що надалі можуть і не з'являтися. Отже, неправильне функціонування КС виявляється у вигляді стійких або систематичних відмов і випадкових збоїв.

Математичний апарат аналізу процесів виникнення відмов і збоїв різний, тому вивчають їх в різних розділах загальної теорії надійності. Методи виявлення збоїв і виправлення помилок, викликаних їх появою, одержали назву методів контролю КС, а власне теорія надійності вивчає безвідмовну роботу КС, її зміну під впливом зовнішніх і

внутрішніх факторів і виробляє методи розрахунку і способи підвищення надійності КС.

Відповідно до державного стандарту України ДСТУ 2860-94 „Надійність в техніці. Терміни та визначення” *надійність* – це властивість виробу виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення встановлених експлуатаційних показників у заданих межах, що відповідають заданим режимам і умовам використання, технічного обслуговування, збереження і транспортування. Надійність є комплексною характеристикою виробу і включає в себе властивості безвідмовності, довговічності, збережності і ремонтпридатності.

Безвідмовність – властивість безперервно зберігати працездатність протягом деякого часу або деякого напрацювання.

Довговічність – властивість зберігати працездатність до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування і ремонтів.

Збережність – властивість безперервно зберігати справний і працездатний стан протягом та після зберігання і транспортування.

Ремонтпридатність – властивість, що полягає в пристосованості до попередження і виявлення причин виникнення відмов, ушкоджень і усуненню їхніх наслідків шляхом проведення ремонтів і технічного обслуговування.

Відмова – подія, що полягає в повній або частковій втраті працездатності системи. Як вже згадувалося, відмови можуть бути стійкі і систематичні. Оскільки відмови є випадковими подіями, то вони можуть бути залежними і незалежними. Крім того, відмови умовно поділяють на раптові і поступові. Раптові відмови з'являються в результаті різкої (стрибокподібної) зміни основних параметрів елемента (наприклад, перегорання одного з переходів транзистора). Поступові відмови виявляються в результаті повільної зміни параметрів системи і виходу їх з області допустимих значень.

Системи поділяють на *відновлювані* (такі, що у випадку виникнення відмов можуть бути відновлені) і *невідновлювані* (такі, що у випадку виникнення відмови або не підлягають або не піддаються відновленню). Прикладом відновлюваних систем є КС, що працюють в стаціонарних умовах, в той час як навігаційні КС, встановлені на борту ракети одноразового використання, є невідновлюваними системами.

Напрацювання – це тривалість або обсяг роботи системи у визначених умовах. За допомогою поняття напрацювання вводиться низка інших понять.

Напрацювання між відмовами – напрацювання відновлюваної системи між двома відмовами, що виникли послідовно.

Напрацювання на відмову - середнє значення напрацювання відновлюваної системи між відмовами.

Технічний ресурс - сумарне напрацювання системи за період експлуатації до руйнування або іншого граничного стану.

Термін служби - календарна тривалість експлуатації системи до руйнування або іншого граничного стану.

Гарантований ресурс - технічний ресурс, яким володіють не менш, ніж $\gamma \times 100\%$ експлуатованих систем, де γ є гарантованою ймовірністю.

Гарантований термін служби - термін служби системи, протягом якого виробник гарантує справність системи і несе матеріальну відповідальність за несправності, що виникли, за умови дотримання правил експлуатації.

1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

1.1. ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ. Основною кількісною характеристикою надійності є функція надійності $P(t)$, або скорочено надійність, що за визначенням дорівнює ймовірності того, що в заданому інтервалі часу або в межах заданого напрацювання при заданих режимах і умовах експлуатації відмов у системі не виникає, тобто

$$P(t) = W\{T > t\},$$

де T - час безвідмовної роботи системи, t - заданий час, $W\{A\}$ - ймовірність події A , яка в даному випадку полягає в тому, що $T > t$.

За аналогією з функцією надійності вводять функцію ненадійності, або скорочено ненадійність

$$Q(t) = W\{T \leq t\}.$$

Безпосередньо з визначення цих функцій випливає, що

$$P(t) + Q(t) = 1, \quad (1.1.1)$$

$$0 \leq P(t) \leq 1, \quad 0 \leq Q(t) \leq 1, \quad P(t_2) \leq P(t_1), \quad Q(t_2) \geq Q(t_1), \quad \text{де } t_2 > t_1.$$

В теорії надійності розглядаються системи для яких

$$P(0) = 1, \quad Q(0) = 0, \quad (1.1.2)$$

$$P(\infty) = 0, \quad Q(\infty) = 1,$$

тобто системи, що справні в початковий момент часу $t=0$ і, крім того, час роботи цих систем скінченний.

З теорії ймовірностей відомо, що функції вигляду $W\{T \leq t\}$ є функціями розподілу випадкової величини T . Отже, ненадійність є функцією розподілу часу безвідмовної роботи системи. Похідну від цієї функції називають щільністю $f(t)$ розподілу часу безвідмовної роботи

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = - \frac{dP(t)}{dt} \quad (1.1.3)$$

Зручною для використання в розрахунках характеристикою надійності є інтенсивність відмов $\lambda(t)$, яка по визначенню дорівнює відношенню $f(t)$ до $P(t)$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (1.1.4)$$

З (1.1.3) і (1.1.4) одержуємо:

$$\lambda(t)P(t) = f(t) = - \frac{dP(t)}{dt}, \quad \frac{dP(t)}{P(t)} = -\lambda(t)dt, \quad P(t) = C e^{-\int_0^t \lambda(t)dt},$$

де C - постійна інтегрування.

Враховуючи (1.1.2) остаточно отримуємо:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}. \quad (1.1.5)$$

Зручність використання λ -характеристики в розрахунках пояснюється її адитивністю. Нехай, наприклад, система складається з двох елементів, інтенсивності відмов яких дорівнюють відповідно λ_1 і λ_2 . Припустимо далі, що відмови елементів є незалежними і відмова системи настає при відмові, принаймні, одного елемента. Тоді для надійності системи отримуємо:

$$P(t) = W(T > t) = W(T_1 > t, T_2 > t),$$

де T_i - час безвідмовної роботи i -го елемента ($i = 1, 2$).

Оскільки, випадкові величини незалежні, то за теоремою про множення ймовірностей маємо:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = W(T_1 > t) W(T_2 > t),$$

де $\lambda(t)$ є λ -характеристикою всієї системи. Одночасно з цим

$$W(T_1 > t) = P_1(t) = e^{-\int_0^t \lambda_1(t) dt} \quad \text{та} \quad W(T_2 > t) = P_2(t) = e^{-\int_0^t \lambda_2(t) dt},$$

де P_i - надійність i -го елемента ($i = 1, 2$).

Отже,

$$e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = e^{-\int_0^t \lambda_1(t) dt} e^{-\int_0^t \lambda_2(t) dt} = e^{-\int_0^t (\lambda_1(t) + \lambda_2(t)) dt},$$

або $\lambda(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t)$.

У загальному випадку, коли система складається з n елементів, інтенсивність відмов системи $\lambda(t)$ при зроблених раніше припущеннях дорівнює сумі інтенсивностей $\lambda_i(t)$ відмов елементів

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t).$$

Знаючи одну із зазначених характеристик надійності легко отримати всі інші. Дійсно, з (1.1.1), (1.1.3) і (1.1.5) одержуємо:

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (1.1.6)$$

З (1.1.3), (1.1.4) і (1.1.5) маємо:

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (1.1.7)$$

Для $Q(t)$ відповідно з (1.1.1), (1.1.3) і (1.1.5) одержимо:

$$Q(t) = 1 - P(t) = \int_0^t f(t) dt = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (1.1.8)$$

Для $\lambda(t)$ з (1.1.3), (1.1.4), (1.1.6) маємо:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - P(t)} = \frac{-\frac{dP(t)}{dt}}{1 - Q(t)} = \frac{dQ(t)}{1 - Q(t)} \quad (1.1.9)$$

Окрім перерахованих функціональних характеристик надійності широко використовують і числові показники. Найважливішим з них є напрацювання на відмову T_0 , що визначається як математичне сподівання випадкової величини T

$$T_0 = M[T] = \int_0^{\infty} t f(t) dt.$$

Інтегруючи частинами і використовуючи (1.1.2), одержимо:

$$T_0 = -tP(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (1.1.10)$$

Наприклад, при $\lambda = \text{const}$

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (1.1.11)$$

Тоді

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (1.1.12)$$

У цьому випадку функція надійності має вигляд $P(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}$.

При виведенні формули (1.1.10) припускалось, що система функціонує за час t , який змінюється від 0 до нескінченності. Однак багато технічних систем мають заданий технічний ресурс T_p , а тому працюють в інтервалі часу від 0 до T_p . Для таких систем T_0 варто визначати за формулою:

$$T_0 = \int_0^{T_p} t f(t) dt + \int_{T_p}^{\infty} T_p f(t) dt.$$

Другий доданок враховує те, що при відпрацюванні системою свого технічного ресурсу, її знімають з експлуатації. Тому корисний час її роботи буде дорівнювати T_p , а ймовірність цього буде $\int_0^{T_p} f(t) dt$.

Отже,

$$T_0 = -tP(t) \Big|_0^{T_p} + \int_0^{T_p} P(t) dt + T_p \int_0^{T_p} f(t) dt = \int_0^{T_p} P(t) dt - T_p P(T_p) + T_p \int_0^{T_p} f(t) dt.$$

Але

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \int_0^{T_p} f(t) dt - \int_{T_p}^t f(t) dt = P(T_p) - \int_{T_p}^t f(t) dt.$$

При $t \rightarrow \infty$ маємо $P(\infty) = 0$, тому $P(T_p) = \int_{T_p}^{\infty} f(t) dt$.

та остаточно

$$T_0 = \int_0^{T_p} P(t) dt.$$

Експоненціальна функція надійності $P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$ внаслідок своєї простоти і зручності при розрахунках знайшла широкое застосування в теорії надійності. Ця функція має важливу властивість, для з'ясування якої розглянемо наступну задачу. Треба визначити $P(t, t_1)$ надійність системи в інтервалі (t_1, t) , якщо відомо, що система працювала безвідмовно до моменту t_1 . Оскільки події $\{T > t_1\}$ і $\{T > t\}$ при $t_1 < t$ залежні, то відповідно до правила множення ймовірностей маємо

$$P(t) = P(t_1)P(t, t_1), \quad (1.1.13)$$

де $P(t, t_1)$ - шукана ймовірність.

Але

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = e^{-\int_0^{t_1} \lambda(t) dt - \int_{t_1}^t \lambda(t) dt} = P(t_1) e^{-\int_{t_1}^t \lambda(t) dt}.$$

Звідси і з (1.1.13) остаточно отримуємо:

$$P(t, t_1) = e^{-\int_{t_1}^t \lambda(t) dt}.$$

При $\lambda = \text{const}$ надійність $P(t, t_1) = e^{-\lambda(t-t_1)}$, тобто в цьому разі ймовірність безвідмовної роботи системи не залежить від того, скільки часу система безвідмовно відпрацювала. Можна показати також, що якщо надійність системи не залежить від того, скільки вона вже безвідмовно відпрацювала, то функція надійності такої системи буде обов'язково експоненціальною, тобто експоненціальна функція надійності є єдиною, що має зазначену властивість. Таким чином, експоненціальний закон розподілу часу безвідмовної роботи не враховує передісторії. Теоретично цей закон може бути застосований тільки до виробів, що не піддаються зносу в процесі експлуатації і старінню з часом. Але, оскільки, таких виробів не існує, то на практиці експоненціальний розподіл застосовують у випадках, коли процеси старіння і зносу в системах протікають достатньо повільно і, крім того, аналізується порівняно невеликий період "життя" виробу.

Для оцінки точності експериментальних даних про надійність застосовують дисперсію часу безвідмовної роботи системи, що дорівнює

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (t - T_0)^2 f(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T_0^2 = 2 \int_0^{\infty} tP(t) dt - T_0^2.$$

Для експоненціального закону

$$\sigma^2 = 2 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Іноді для оцінки надійності використовують ймовірність $P(t_0)$ безвідмовної роботи за деякий час t_0 . Для експоненціального закону при $t_0 < T_0$ маємо:

$$P(t_0) = e^{-\lambda t_0} \approx 1 - \lambda t_0 = 1 - \frac{t_0}{T_0}.$$

Показник $P(t_0)$ в такому випадку залежить від T_0 , що не завжди зручно. Цей недолік відсутній у показника "ймовірність відмов за одиницю часу"

$$\lambda e = \frac{1 - P(t_0)}{t_0}.$$

який можна інтерпретувати також як ефективну інтенсивність відмов λ_e . При малих значеннях t_0 і постійній λ маємо:

$$\lambda_e = \frac{1 - P(t_0)}{t_0} \approx \frac{1 - (1 - \lambda t_0)}{t_0} = \lambda.$$

Гарантований технічний ресурс t_γ визначають з рівняння $P(t_\gamma) = \gamma$, де γ – гарантована ймовірність. При $\lambda = \text{const}$ маємо $e^{-\lambda t_\gamma} = \gamma$ або $t_\gamma = -T_0 \ln \gamma$. Оскільки γ близька до 1 (наприклад, $\gamma = 0,9$), то $t_\gamma = -T_0 \ln(1 - (1 - \gamma)) \approx (1 - \gamma)T_0$. Отже, при $\gamma = 0,9$ гарантований ресурс дорівнює тільки 0,1 від T_0 .

Розглянуті раніше характеристики надійності можна застосовувати як для невідновлюваних, так і для відновлюваних систем. Однак, останні вони характеризують від початку експлуатації до першої відмови. Але, оскільки відновлювані системи після відмови ремонтуються, в результаті чого їх працездатність відновлюється, то зазначених характеристик недостатньо для повного опису надійності таких систем. Для цього необхідно охарактеризувати також процес відновлення (ремонту) системи. З цією метою вводять функцію ремонту R , яка дорівнює ймовірності того, що час відновлення t_r буде менше заданого часу t , тобто $R(t) = W(t_r \leq t)$. Звідси випливає, що $R(t)$ є функцією розподілу часу відновлення.

За аналогією з функціями $f(t)$ і $\lambda(t)$ вводять функції щільності розподілу часу відновлення

$$r(t) = \frac{dR(t)}{dt}$$

та інтенсивності ремонту

$$\mu(t) = \frac{r(t)}{1 - R(t)}.$$

Також за аналогією з функцією $P(t)$ можна показати, що

$$R(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(t) dt}, \quad T_B = \int_0^{\infty} tr(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - R(t)) dt,$$

де T_B – середній час відновлення.

Якщо μ – постійна величина, то

$$R(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad T_B = \mu^{-1}.$$

Для характеристики працездатності відновлюваної системи в довільний момент часу вводять функцію готовності $G(t)$, яка дорівнює ймовірності того, що в момент часу t система справна. Ця функція

може бути отримана з функцій $P(t)$ і $R(t)$. Покажемо це для випадку, коли λ і μ – постійні.

Підрахуємо ймовірність $G(t + \Delta t)$ того, що система буде знаходитися в справному стані на момент часу $t + \Delta t$. Це може відбутися в результаті однієї з двох наступних несумісних подій: 1) система справна в момент часу t і продовжує знаходитися в цьому стані до моменту $t + \Delta t$; 2) система несправна в момент часу t , але за час Δt відновлюється.

Оскільки функція надійності експоненціальна, то (як було показано раніше) ймовірність безвідмовної роботи системи на відрізку $(t, t + \Delta t)$ залежить тільки від Δt , тобто

$$P(t + \Delta t, t) = e^{-\lambda \Delta t} \approx 1 - \lambda \Delta t.$$

Отже, ймовірність першої події дорівнює $G(t)(1 - \lambda \Delta t)$. Аналогічно можна показати, що при експоненціальному розподілі часу ремонту ймовірність завершення ремонту за час Δt залежить тільки від Δt і дорівнює

$$R(t + \Delta t, t) = 1 - e^{-\mu \Delta t} \approx \mu \Delta t.$$

Отже, ймовірність другої події дорівнює $(1 - G(t))\mu \Delta t$.

Через те, що зазначені дві події несумісні, маємо:

$$G(t + \Delta t) = G(t)(1 - \lambda \Delta t) + (1 - G(t))\mu \Delta t.$$

Звідси

$$\frac{G(t + \Delta t) - G(t)}{\Delta t} = -G(t)\lambda + (1 - G(t))\mu$$

і остаточно

$$G'(t) = \mu - (\lambda + \mu)G(t).$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд

$$G(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + C e^{-(\lambda + \mu)t},$$

де C – постійна інтегрування.

Якщо система при $t = 0$ завжди справна, то $G(0) = 1$. Отже,

$$G(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\mu + \lambda} e^{-(\lambda + \mu)t}. \quad (1.1.14)$$

Якщо ж система при $t = 0$ завжди несправна, то $G(0) = 0$ і

$$G(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} (1 - e^{-(\lambda + \mu)t}). \quad (1.1.15)$$

З (1.1.14) і (1.1.15) випливає, що незалежно від початкового стану системи при $t \rightarrow \infty$

$$G(t) \rightarrow \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

Знайдемо тепер середній час T_c справного стану системи за певний час T . Для цього досить знайти суму $G(t)$ на всьому інтервалі часу, тобто

$$T_c = \int_0^T G(t) dt = \frac{\mu}{\lambda + \mu} T + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2} e^{-(\lambda + \mu)T}$$

При досить великому T система буде знаходитися в справному стані в середньому наступну частину часу

$$\frac{T_c}{T} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 T} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 T} e^{-(\lambda + \mu)T} \approx \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

Ця величина одержала назву коефіцієнта готовності

$$K_T = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \approx \frac{T_c}{T}$$

Якщо λ або μ не є постійними величинами, то

$$K_T = \frac{T_0}{T_0 + T_B}$$

де T_0 - напрацювання на відмову, T_B - середній час відновлення.

Отже коефіцієнт готовності - це відношення тривалості безвідмовної роботи системи за даний період експлуатації до суми тривалості безвідмовної роботи і тривалості ремонтів за той же період експлуатації.

1.2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ. Забезпечення надійності виробів неможливе без достовірних даних про надійність їх елементів. Найбільш поширеною шляхом одержання таких даних є обробка інформації про відмови під час випробувань на надійність. Внаслідок цього всі провідні фірми, які виробляють електронне обладнання, мають випробувальні центри. Показовим прикладом у цьому плані є фірма "Motorola", де у такому центрі можуть одночасно випробовуватися до 10^6 виробів.

Види випробувань на надійність можна розділити на дві основні групи: визначальні і контрольні. В результаті проведення визначальних випробувань знаходять кількісні показники надійності. Мета контрольних випробувань - виявлення відповідності кількісних показників надійності вимогам технічних умов.

Важливе значення при проведенні випробувань має відтворення факторів, що впливають на надійність технічних засобів. Вибір цих факторів залежить від призначення і умов експлуатації випробовуваної апаратури. Найбільш важливими факторами, що враховуються при випробуваннях на надійність, є наступні: тиск (високий, низький, вакуум); температура (висока, низька, ділазон і швидкість зміни); тверді частинки (пісок, пил, град, сніг, метеорити); склад атмосфери (горючі і агресивні гази, аерозолі); радіація (сонячна, космічна, ядерна); вологість (вопкість, цвіль, зледеніння, дощ, туман); вібрації, шуми, ударні навантаження, звукові хвилі; фізичні поля (електромагнітні, гравітаційні).

В залежності від величини навантаження розрізняють: випробування при номінальному навантаженні; прискорені випробування при граничному навантаженні; випробування на визначення допустимого навантаження. Перший вид випробувань відповідає нормальним умовам експлуатації. З метою прискорення випробувань часто використовують форсований режим роботи при граничному навантаженні, що призводить до більш швидкої появи відмов. Метою останнього виду випробувань є визначення величини навантаження, дія якого призводить за короткий час до відмови системи.

Важливе значення при експериментальній оцінці надійності має **план випробувань**. Плани відрізняються один від одного трудомісткістю, тривалістю, точністю та іншими параметрами. ДСТУ встановлюють 13 подібних планів, в кожному з яких визначене число N об'єктів випробувань; дії U , R або M , що виконуються при виникненні відмов (U - об'єкт, що відмовив, не відновлюють і не замінюють справним; R - замінюють новим; M - відновлюють в процесі випробувань); критерії припинення випробувань. Умовні позначення цих планів і їх короткий зміст наступні:

[NUT] - одночасно випробовують N об'єктів; об'єкти, що відмовили під час випробування (ОВ), не відновлюють і не замінюють; випробування припиняють при досягненні напрацювання T .

[NUR] - те ж, що [NUT], але випробування припиняють, коли число ОВ досягло r (для $r=N$ маємо різновид [NUN] цього плану).

[NU(r, T)] - те ж, що і [NUT], але випробування припиняють, коли число ОВ досягне r або при досягненні напрацювання T - в залежності від того, яка з цих умов буде виконана раніше.

[NRT] - те ж, що і [NUT], але ОВ замінюють новими.

[NRr] - те ж, що і [NUR], але ОВ замінюють новими.

[NR(r, T)] - те ж, що і [NU(r, T)], але ОВ замінюють новими.

[NMT] - те ж, що і [NUT], але ОВ відновлюють.

[NM T_{Σ}] - те ж, що і [NUT], але ОВ відновлюють; випробування припиняють при досягненні сумарного по всіх об'єктах напрацювання T_{Σ} .

[NM r] - те ж, що і [NUR], але ОВ відновлюють.

[NM(r, T_{Σ})] - одночасно випробовують N об'єктів; ОВ відновлюють; випробування припиняють, коли або сумарне по всіх об'єктах число відмов досягне r або при досягненні сумарного по всіх об'єктах напрацювання T_{Σ} .

[NU(r_1, n_1), (r_2, n_2), ..., (r_{k-1}, n_{k-1}), r_k] - одночасно випробовують N об'єктів; ОВ при випробуваннях не відновлюють і не замінюють; після відмови r_i об'єктів ($i = 1, 2, \dots, k-1$) з випробувань знімають n_i об'єктів, що не відмовили; випробування припиняють після виникнення r_k відмов.

[NU(T_1, n_1), (T_2, n_2), ..., (T_{k-1}, n_{k-1}), T_k] - те ж, що і попередній план, але з випробувань знімають n_i об'єктів, що не відмовили при досягненні напрацювання T_i ; випробування припиняють при досягненні напрацювання T_k .

[NUz] - одночасно випробовують N об'єктів; ОВ під час випробування не відновлюють і не замінюють; i -й об'єкт ($i = 1, 2, \dots, N$) випробовують протягом напрацювання t_i .

У деяких планах об'єкти, що не відмовили, знімають з випробувань достроково. Необхідність цього може виникнути з ряду причин, наприклад, через відмову складових частин, надійність яких не досліджується з метою скорочення тривалості випробувань. Таку дію, що приводить до припинення випробувань об'єкту до настання відмови, прийнято називати цензуруванням.

Обсяг випробувань у цьому випадку визначають напрацюваннями на відмови і напрацюваннями до цензурування випробовуваних об'єктів. Чим більше сума зазначених напрацювань по всіх випробовуваних об'єктах, тим достовірніші результати випробувань, якими є так звана цензурована вибірка, елементами якої служать значення напрацювань на відмови і напрацювань на цензурування всіх випробовуваних об'єктів. По цензурованій вибірці, наприклад, методом максимуму правдоподібності, визначають параметри розподілу і числові показники надійності.

Маючи дані, отримані при випробуваннях, легко визначити експериментальні функції надійності $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ по формулах, які впливають безпосередньо з їх визначень, а саме:

$$Q(t) \approx \frac{n(t)}{N}, \quad (1.2.1)$$

де $n(t)$ - число елементів, що відмовили за час t .
Оскільки $P(t) = 1 - Q(t)$, то

$$P(t) \approx \frac{N - n(t)}{N}. \quad (1.2.2)$$

Далі одержуємо

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \approx \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N \Delta t} = \frac{\Delta n(t)}{N \Delta t}, \quad (1.2.3)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \approx \frac{\Delta n(t)}{(N - n(t)) \Delta t}, \quad (1.2.4)$$

де $\Delta n(t)$ - число елементів, що відмовили, за час від t до $t + \Delta t$. Далі будують гістограму для $\lambda(t)$, по якій визначають, чи змінюється λ у часі або ж залишається постійною. Для цього увесь час випробувань розбивають на інтервали Δt , так, щоб в кожний з них потрапило 4...6 відмов. Потім по формулі (1.2.4) для кожного інтервалу Δt розраховують λ_i і відміняють його на гістограмі $\lambda(t)$. На типовій λ - характеристиці (рис. 1.2.1) є три основні стадії роботи елементів. Перша одержала назву стадії припрацювання. Підвищена інтенсивність тут зумовлена прихованими дефектами виробництва (погана пайка, дефекти монтажу, тощо). Друга (від а до б) характеризується практично постійною низькою інтенсивністю відмов і одержала назву стадії нормальної роботи. Третя стадія (знос) характеризується постійним зростанням λ через появу великої кількості поступових відмов, зумовлених тим, що за час b параметри елемента під впливом дестабілізуючих факторів наблизилися до границь області допустимих значень і незначні навантаження виводять їх із цієї області.

Рис. 1.2.1. Типові гістограма і λ -характеристика

Незважаючи на нелінійність λ -характеристики в першій та третій стадіях її досить часто вважають постійною й рівною λ_0 . Передумовами для цього служать, по-перше, мала тривалість стадії припрацювання електронних компонентів та можливість її усунення взагалі за рахунок удосконалення виробництва, контролю якості та випробування готової продукції, і, по-друге, значна тривалість стадії нормальної роботи. Через це малонадійні елементи з дефектами відбраковують при контролі й випробуванні продукції, а елементи, що залишилися, мають низьку й постійну інтенсивність відмов. Стадія ж зносу виключається з розгляду через те, що для електронних елементів вона звичайно настає після тривалої стадії нормальної роботи, коли електронні системи вже морально застарівають і підлягають списанню. Якщо ж гістограма λ -характеристики не є типовою і не має значної за тривалістю стадії нормальної роботи, то виникає потреба як найкращого наближення функції ненадійності елементів одним з теоретичних законів розподілу часу безвідмовної роботи. При цьому ДСТУ рекомендують використовувати наступні п'ять *теоретичних функцій надійності* (позначені як E, DM, DN, LN, W на рис. 1.2.2...1.2.4). Тут E – експоненціальний розподіл з показниками

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad P(t) = e^{-\lambda t}, \quad \lambda(t) = \lambda, \quad T_0 = \lambda^{-1},$$

для систем, що не старіють і не зношуються. Оскільки практично систем, що не старіють, не існує, то ДСТУ рекомендує використовувати E-розподіл тільки для порівняльних оцінок надійності.

DM – дифузійний монотонний розподіл для систем (наприклад, механічних), де переважають відмови, причинами яких є процеси зношування, втоми і корозії:

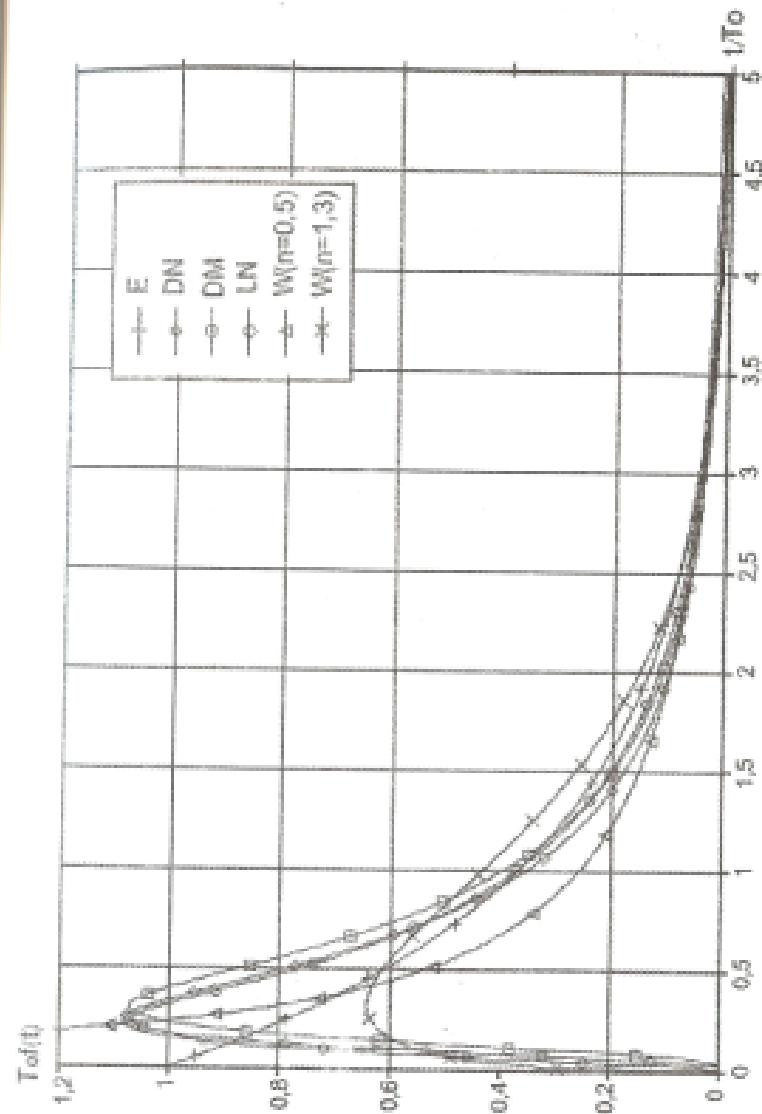


Рис. 1.2.2. Щільності розподілів

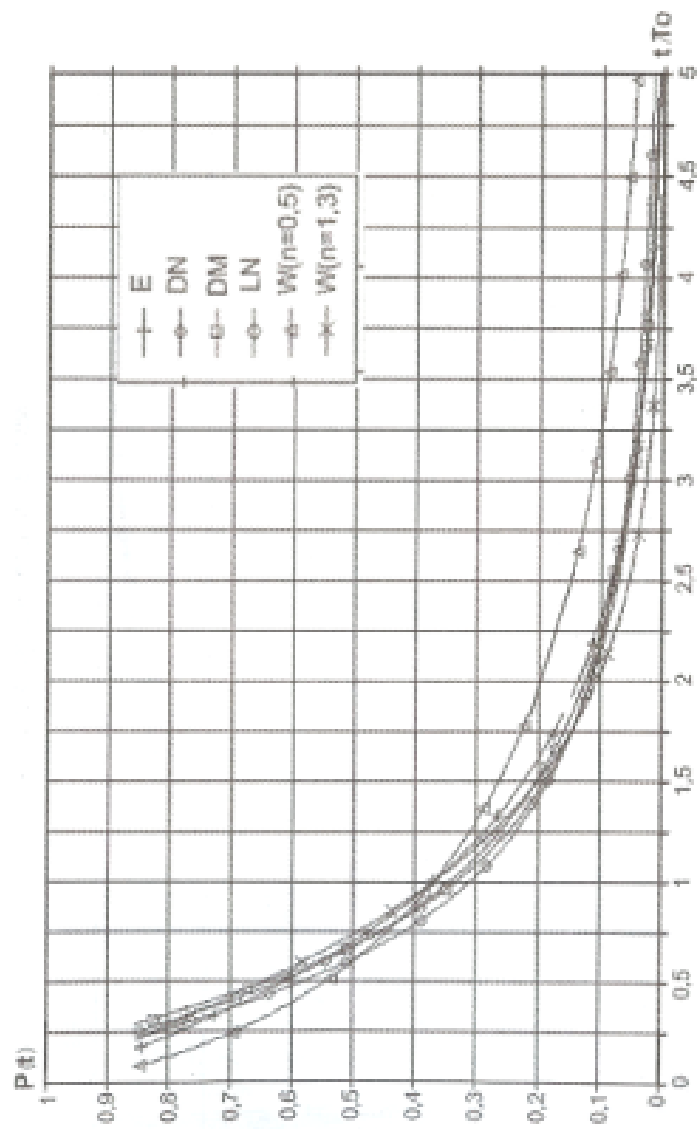


Рис. 1.2.3. Функції надійності

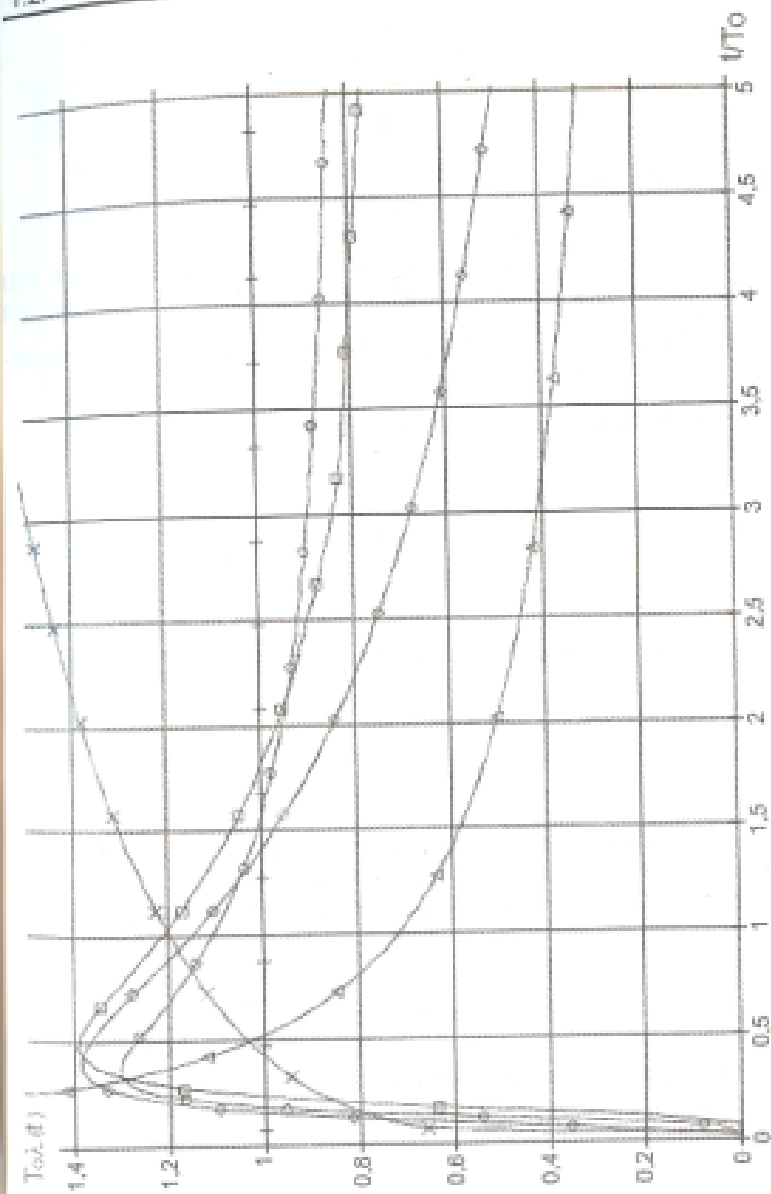


Рис. 1.2.4. Інтенсивності відмов розподілів

$$f(t) = \frac{t+\tau}{2v\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2v^2 t}}$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(x) dx = 1 - \int_0^t \frac{x+\tau}{2vx\sqrt{2\pi x}} e^{-\frac{(x-\tau)^2}{2v^2 x}} dx, T_0 = \tau(1 + \frac{v^2}{2})$$

де тут і далі τ і $v > 0$ - параметри масштабу і форми. Функцію P для DM - розподілу можна перетворити шляхом заміни змінної $\frac{x-\tau}{v\sqrt{x}} = u$. Тоді $du = \frac{x+\tau}{2vx\sqrt{x}} dx$, а границям зміни x від 0 до t відпові-

дватимуть межі зміни u від $-\infty$ до $\frac{t-\tau}{v\sqrt{t}}$, отже,

$$P(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{t-\tau}{v\sqrt{t}}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 1 - \Phi\left(\frac{t-\tau}{v\sqrt{t}}\right)$$

де $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$. Значення цієї функції наведені в табл.

1.2.1. Оскільки $\Phi(-x) + \Phi(x) = 1$, то

$$P(t) = \Phi\left(\frac{\tau-t}{v\sqrt{t}}\right)$$

DN - дифузійний немонотонний розподіл для електронних схем систем, що складаються з електротехнічних виробів і механічних елементів, основною причиною відмов яких є процеси старіння, різні процеси електричної природи і процеси втоми:

$$f(t) = \frac{\sqrt{\tau}}{v\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2v^2 t}}, P(t) = \Phi\left(\frac{\tau-t}{v\sqrt{t}}\right) - e^{2v^2} \Phi\left(-\frac{\tau+t}{v\sqrt{t}}\right), T_0 = \tau$$

LN - логарифмічно нормальний розподіл для систем, де основною причиною відмов є втома, зумовлена періодичними навантаженнями:

$$f(t) = \frac{1}{v\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - \ln \tau)^2}{2v^2}}, P(t) = \Phi\left(\frac{\ln \tau - \ln t}{v}\right), T_0 = \tau e^{\frac{v^2}{2}}$$

Таблиця 1.2.1. Значення функцій $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, $\Phi(1+x)$, $\Phi(2+x)$, $\Phi(3+x)$.

X	$\Phi(x)$	$\Phi(1+x)$	$\Phi(2+x)$	$\Phi(3+x)$
0,00	0,50	0,8414	0,9772	0,99865
0,05	0,50	0,8532	0,9798	0,99886
0,10	0,50	0,8644	0,9821	0,999032
0,15	0,50	0,8750	0,9842	0,999184
0,20	0,59	0,8850	0,9861	0,999313
0,25	0,59	0,8944	0,9878	0,999423
0,30	0,68	0,9032	0,9893	0,999517
0,35	0,67	0,9115	0,9906	0,999596
0,40	0,65	0,9192	0,9910	0,999663
0,45	0,64	0,9265	0,9926	0,999720
0,50	0,61	0,9332	0,9939	0,999767
0,55	0,79	0,9394	0,9941	0,999807
0,60	0,76	0,9452	0,9954	0,999841
0,65	0,72	0,9505	0,9950	0,999869
0,70	0,78	0,9554	0,9963	0,999892
0,75	0,73	0,9599	0,9972	0,999912
0,80	0,78	0,9641	0,9975	0,9999277
0,85	0,82	0,9678	0,9971	0,9999409
0,90	0,86	0,9713	0,9983	0,9999519
0,95	0,89	0,9744	0,9981	0,9999609

W - розподіл Вейбула для систем, надійність яких не досить точно описується розподілами E, DM, DN і LN:

$$f(t) = \frac{v}{\tau} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{v-1} e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v}, P(t) = e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v}, \lambda(t) = \frac{v}{\tau} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{v-1}, T_0 = \tau \Gamma\left(1 + \frac{1}{v}\right)$$

де $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} u^{x-1} e^{-u} du$ - гамма-функція для $x > 0$ (табл. 1.2.2).

Розглянуті п'ять розподілів часу безвідмовної роботи характеризують надійність елементів, у яких λ з часом зменшується, залишається постійною або зростає (монотонно чи з максимумом). Комбінація трьох розподілів Вейбула (KW)

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^{v_1} - \lambda t - \left(\frac{t}{\tau_2}\right)^{v_2}}$$

(тут експоненціальний розподіл з параметром λ – окремий випадок розподілу Вейбула) дозволяє описувати надійність елементів, що мають усі три стадії "життєвого циклу" (рис. 1.2.4 і 1.2.5): припрацювання ($0 < \nu_1 < 1$), нормальну роботу ($\nu_1 = \nu_2 = 1$) і знос ($\nu_2 > 1$).

Таблиця 1.2.2. Значення функції $\Gamma(x)$ для $x > 0$, $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,00000	1,20	0,91817	1,40	0,88726	1,60	0,89352	1,80	0,93138
1,02	0,98884	1,22	0,91311	1,42	0,88636	1,62	0,89592	1,82	0,93686
1,04	0,97814	1,24	0,90852	1,44	0,88581	1,64	0,89864	1,84	0,93969
1,06	0,96874	1,26	0,90440	1,46	0,88560	1,66	0,90167	1,86	0,94869
1,08	0,95973	1,28	0,90072	1,48	0,88575	1,68	0,90500	1,88	0,95507
1,10	0,95135	1,30	0,89747	1,50	0,88623	1,70	0,90864	1,90	0,96177
1,12	0,94359	1,32	0,89464	1,52	0,88704	1,72	0,91258	1,92	0,96877
1,14	0,93642	1,34	0,89222	1,54	0,88818	1,74	0,91683	1,94	0,97610
1,16	0,92980	1,36	0,89018	1,56	0,88964	1,76	0,92137	1,96	0,98374
1,18	0,92373	1,38	0,88854	1,58	0,89142	1,78	0,92623	1,98	0,99171

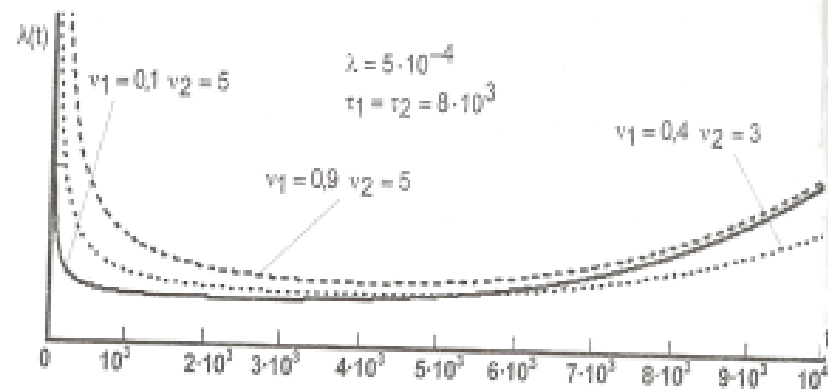


Рис. 1.2.5. Залежність $\lambda(t)$ для композиції розподілів Вейбула

Вибір найкращого наближення та оцінка правильності обраної гіпотези про функцію розподілу часу безвідмовної роботи здійснюють методами математичної статистики з використанням так званих критеріїв згоди. Найбільше поширення для цього одержали критерій χ^2 Пірсона і критерій Колмогорова. Основна ідея цих критеріїв згоди полягає в обчисленні ймовірності отриманої розбіжності між гістограмою функції $Q(t)$ і обраним теоретичним законом розподілу. Якщо ця ймовірність виявляється досить великою (наприклад, більшою за

0,25), то вважають, що прийнята гіпотеза про розподіл часу безвідмовної роботи не суперечить даним випробувань. Якщо ж вказана ймовірність мала, то гіпотезу відкидають і випробовують по критерію згоди інший теоретичний закон розподілу.

Після визначення найбільш підходящої функції надійності здійснюють оцінку її параметрів. Найкращу оцінку параметрів розподілу дає метод **максимуму правдоподібності**, суть якого полягає в наступному. Нехай в результаті випробувань було отримано ряд незалежних значень

$$X_1, X_2, \dots, X_n \quad (1.2.5)$$

досліджуваної випадкової величини X з щільністю ймовірностей $f(X_1, a_1, a_2, \dots, a_m)$, де a_i - параметри розподілу, що підлягають оцінці. Тоді ймовірність W_i того, що випадкова величина X прийме значення в околі точки X_i буде дорівнювати $W_i = f(X_i, a_1, a_2, \dots, a_m) \cdot \Delta X$.

Ймовірність же того, що випадкова величина X у процесі n незалежних випробувань прийме як свої значення ряд (1.2.5), буде дорівнювати добутку ймовірностей W_i , тобто $W = \prod_{i=1}^n f(X_i, a_1, a_2, \dots, a_m) \cdot \Delta X$.

Природно, що параметри a_i слід вибрати так, щоб ймовірність W прийняла максимальне значення (звідси назва – максимум правдоподібності). Отже, a_i треба визначати з рівнянь

$$\frac{\partial W}{\partial a_i} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, m). \quad (1.2.6)$$

У ряді випадків зручніше замість ймовірності W досліджувати на максимум вираз $L = \ln \frac{W}{(\Delta X)^N}$ та параметри a_i знаходити з рівнянь

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, m). \quad (1.2.7)$$

Корені систем рівнянь (1.2.6) і (1.2.7) збігаються, тому що логарифм є монотонною функцією.

Часто метод максимуму правдоподібності є єдиним способом оцінки параметрів розподілу. Наприклад, коли відома тільки частина ряду (1.2.5), а про інші члени ряду (1.2.5) відомо, що вони більше деякої величини b . Незважаючи на таку неповну інформацію, метод максимуму правдоподібності дозволяє все-таки оцінити a_i .

У цьому випадку функція правдоподібності L буде мати вигляд

$$L = \sum_{i=1}^n \ln f(X_i, a_1, a_2, \dots, a_m) + (N-n) \ln W(X > b). \quad (1.2.8)$$

Розглянемо приклади. Нехай в результаті випробувань за планом [NUT] (див. стор.16) отримано ряд значень напрацювання на відмову t_1, t_2, \dots, t_n . В інших елементах за час випробувань відмов не було. Отже, про час безвідмовної роботи $N-n$ елементів можна стверджувати тільки те, що $t_{n+i} > T$, де $i=0, 1, \dots, N-n$. За результатами даних випробувань треба визначити параметр експоненціальної функції надійності. Функція правдоподібності в цьому випадку має вигляд

$$L = \sum_{i=1}^n \ln(\lambda e^{-\lambda t_i}) + (N-n) \ln(e^{-\lambda T}),$$

тоді

$$\frac{dL}{d\lambda} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\lambda} - t_i \right) - (N-n)T = 0.$$

Звідси маємо $\frac{n}{\lambda} = \sum_{i=1}^n t_i + (N-n)T$, або остаточно

$$\frac{1}{\lambda} = T_0 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i + (N-n)T}{n}. \quad (1.2.9)$$

Якщо $N=n$, то як і слід було сподіватися, $\frac{1}{\lambda} = T_0 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$, тобто середній час безвідмовної роботи дорівнює середньому значенню часу напрацювань на відмову окремих елементів.

Припустимо тепер, що в результаті випробувань отримано n відмов. Ймовірність цієї події дорівнює $P^{N-n}(1-P)^n$, де $P = e^{-\lambda T}$ - надійність випробовуваних елементів. Тоді

$$L = (N-n) \ln P + n \ln(1-P).$$

Далі з рівняння $\frac{dL}{d\lambda} = 0$ одержуємо $\lambda = \frac{1}{T} \ln \frac{N}{N-n}$.

Після визначення параметрів розподілу виникає питання про його точність. Оцінка точності виконується методами математичної статистики і полягає у встановленні довірчих інтервалів, що відповідають заданій довірчій ймовірності і проведеному числу випробувань. Для експоненціального закону довірчі інтервали одержують шляхом множення T_0 на довірчі коефіцієнти δ_1 і δ_2 . Графіки залежностей δ_1 і δ_2 від числа випробовуваних елементів для довірчих ймовірностей $\alpha=90, 95, 99\%$,

95 і 99% показані на рис.1.2.6 (більш точні табличні дані про δ_1 і δ_2 наведені у відповідній літературі).

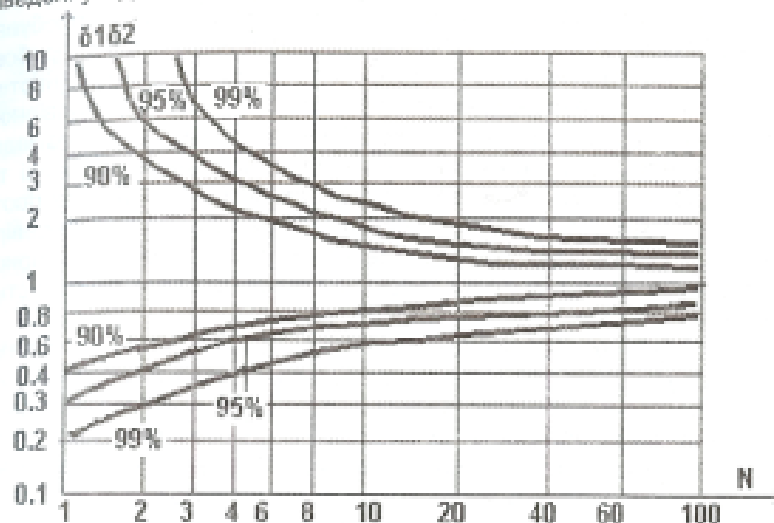


Рис. 1.2.6. Графіки залежностей δ_1 і δ_2 від числа випробовуваних елементів для довірчих ймовірностей $\alpha=90, 95$ і 99% .

Розглянемо приклад обробки результатів випробувань 1000 інтегральних мікросхем (ІМС) протягом 1000 годин. Припустимо, що число ІМС, що відмовили, визначалось через кожні 100 годин. Випробування дали наступні результати:

Номер відліку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число відмов	3	2	2	1	2	1	0	2	1	1

Вважаючи, що всі ІМС, що відмовили, пропрацювали до середини відповідних інтервалів, одержимо:

$$\sum_{i=1}^n t_i = 3 \cdot 50 + 2 \cdot 150 + 2 \cdot 250 + 1 \cdot 350 + 2 \cdot 450 + 1 \cdot 550 + 2 \cdot 750 + 1 \cdot 850 + 1 \cdot 950 = 6050.$$

Тоді з (1.2.9) маємо $T_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{6050 + 1000 \cdot 985}{15} = 66070$ (годин) або

$$\lambda = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ годин}^{-1}.$$

По графіках на рис. 1.2.6 при $n=15$ і $\alpha=90\%$ знаходимо $\delta_1=1,46$ і $\delta_2=0,74$. Отже, з ймовірністю 90%

$$66070 \cdot 0,74 < T_0 = 66070 < 66070 \cdot 1,46, \text{ або } 10^{-5} < \lambda = 1,5 \cdot 10^{-5} < 2 \cdot 10^{-5}.$$

Крім вищезазначених планів випробувань широкого застосування набув план (метод) послідовного аналізу, особливо зручний при контрольних випробуваннях. Як правило, при контрольних випробуваннях необхідно встановити, чи є напрацювання на відмову випробуваної системи більшим, ніж задане в технічному завданні (гіпотеза H1) або меншим, ніж задане (гіпотеза H2). Тоді, задаючи ймовірності прийняття та відхилення гіпотез, послідовно (наприклад, через задані інтервали часу) аналізують отримані дані. При цьому можливі три ситуації: 1) прийняти гіпотезу H1 та відхилити H2; 2) прийняти гіпотезу H2 та відхилити H1; 3) продовжити експериментальну перевірку гіпотез, оскільки отримані дані не дають достатніх доказів на користь ні першої, ні другої гіпотези. Час T за таким планом скорочується приблизно в 2 рази.

Розглянуті методи визначення показників надійності відносяться до класу так званих параметричних методів. У цій назві відбивається той факт, що під експериментальні дані "підганяють" який-небудь теоретичний закон розподілу напрацювання на відмову і далі, наприклад, методом максимуму правдоподібності, по цим даним оцінюють параметри розподілу, а потім і всі необхідні показники надійності. Однак такий підхід до оцінки надійності не завжди забезпечує необхідну достовірність результатів, особливо для високонадійних виробів, за час тривалих випробувань яких одержують тільки по 2...3 відмови. По таких даних із прийнятною для практики точністю неможливо встановити вид функції розподілу напрацювання на відмову. У таких випадках більш ефективними є непараметричні методи оцінки надійності, що не потребують знання закону розподілу напрацювання на відмову. Один з них одержав назву непараметричного прогнозування надійності *методом зворотних рангів* і полягає в наступному.

Нехай $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ - напрацювання до першої, другої і т.д. відмови. Тоді в околі точки t_i відповідно до (1.2.4) маємо:

$$\lambda(t_i - \frac{\Delta t}{2}) = \frac{n(t_i + \frac{\Delta t}{2}) - n(t_i - \frac{\Delta t}{2})}{(N - n(t_i - \frac{\Delta t}{2}))\Delta t} = \frac{1}{(N - n(t_i - \frac{\Delta t}{2}))\Delta t}$$

або

$$\lambda(t_i - \frac{\Delta t}{2})\Delta t = \frac{1}{N - n(t_i - \frac{\Delta t}{2})} = \frac{1}{N - n(t_i) + 1}$$

і далі

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t) dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{n(t)} \lambda(t) \Delta t = \sum_{i=1}^{n(t)} \frac{1}{N - i + 1}$$

функція $\Lambda(t)$ одержала назву накопиченої інтенсивності відмов (рис. 1.2.7). З її допомогою можна визначити інші функціональні показники надійності, наприклад, $P(t) = e^{-\Lambda(t)}$.

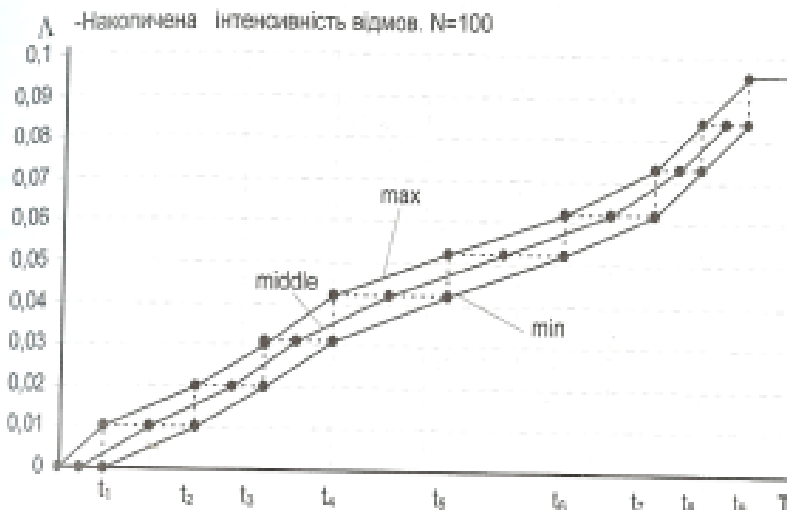


Рис. 1.2.7. Графік формування накопиченої інтенсивності відмов

Якщо подати функцію $\Lambda(t)$ як ряд

$$R(t) = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots + a_m t^m$$

і методом найменших квадратів визначити коефіцієнти a_i з умови

$$M = \int_0^T (\Lambda(t) - R(t))^2 dt = \min,$$

де T - тривалість випробування, то можна обчислити всі необхідні показники надійності. Наприклад,

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{-R(t)} dt.$$

Коефіцієнти ряду $R(t)$ можна знайти із рівнянь

$$\frac{\partial M}{\partial a_k} = 0, \quad k = \overline{1, m}.$$

В точках t_1, t_2, \dots, t_n функція $\Lambda(t)$ має розриви (рис. 1.2.7) і визначається наступною системою рівнянь:

$$\Lambda(t) = \Lambda_0 = 0, \quad \text{при } t \in (0, t_1),$$

$$\Lambda(t) = \Lambda_1 = \frac{1}{N}, \quad \text{при } t \in \{t_1, t_2\},$$

$$\Lambda(t) = \Lambda_2 = \Lambda_1 + \frac{1}{N-1}, \quad \text{при } t \in \{t_2, t_3\},$$

...

$$\Lambda(t) = \Lambda_i = \Lambda_{i-1} + \frac{1}{N-i+1}, \quad \text{при } t \in \{t_i, t_{i+1}\},$$

...

$$\Lambda(t) = \Lambda_{n-1} = \Lambda_{n-2} + \frac{1}{N-n+2}, \quad \text{при } t \in \{t_{n-1}, t_n\},$$

$$\Lambda(t) = \Lambda_n = \Lambda_{n-1} + \frac{1}{N-n+1}, \quad \text{при } t \in \{t_n, t_{n+1}\},$$

де $n=n(T)$, $t_{n+1}=T$ - тривалість випробувань (за цей час $n+1$ відмова не відбулась). Для $k = 1, 2, \dots, m$

$$M = \sum_{i=0}^n \int_{t_i}^{t_{i+1}} (\Lambda_i - R(t))^2 dt, \quad \frac{\partial M}{\partial \alpha_k} = -2 \sum_{i=0}^n \int_{t_i}^{t_{i+1}} (\Lambda_i - R(t)) t^k dt = 0.$$

Оскільки $\Lambda_0 = 0$, то

$$\sum_{i=1}^n \Lambda_i \frac{t_i^{k+1} - t_{i-1}^{k+1}}{k+1} - \int_0^T R(t) t^k dt = 0.$$

Звідси маємо:

$$\sum_{i=1}^n \Lambda_i \frac{t_i^{k+1} - t_{i-1}^{k+1}}{k+1} = \int_0^T \sum_{j=1}^m \alpha_j t^{k+j} dt,$$

та остаточно

$$\sum_{i=1}^n \Lambda_i \frac{t_i^{k+1} - t_{i-1}^{k+1}}{k+1} = \sum_{j=1}^m \frac{\alpha_j T^{k+j+1}}{k+j+1}. \quad (1.2.10)$$

Наприклад, якщо взяти $R(t) = \alpha t$, то $m=k=1$ і з (1.2.10) отримуємо:

$$\alpha = \frac{3}{2T^3} \sum_{i=1}^n \Lambda_i (t_{i+1}^2 - t_i^2). \quad (1.2.11)$$

Точність обчислень показників надійності залежить від степеня ряду $R(t)$, коефіцієнти якого, звичайно, знакоміні. Оскільки функція $\Lambda(t)$ монотонна і неспадна, то $\alpha_m > 0$.

Оцінити точність обчислень, наприклад T_0 , можна відношенням

$$\frac{T_{0,m+1} - T_{0,m}}{T_{0,m+1}},$$

де $T_{0,m}$ і $T_{0,m+1}$ - значення T_0 при апроксимації $\Lambda(t)$ рядами $R(t)$ степенів m і $m+1$. Ламана лінія (рис. 1.2.7), що з'єднує точки (t_i, Λ_i) обмежує $\Lambda(t)$ зверху. Ламана лінія, що з'єднує точки (t_i, Λ_{i-1}) , обмежує $\Lambda(t)$ знизу.

Ламану, що з'єднує точки $\left(\frac{t_i + t_{i+1}}{2}, \Lambda_i\right)$ можна вважати умовно середньою лінією, яка ділить площу, обмежену вказаними вище ламаними, на дві рівні частини. Аналогічну властивість має ламана лінія, що з'єднує точки $\left(\frac{\Lambda_i + \Lambda_{i-1}}{2}, t_i\right)$.

Задача 1.2.1 При випробуванні 1000 дискет протягом 45 діб ($T=45 \times 24=1080$ годин) відмовили 10 дискет (табл. 1.2.3). За результатами випробувань треба визначити:

1) напрацювання на відмову T_0 методом зворотних рангів при $m=1$ і $m=2$ та параметричним методом для розподілів E , W та Q (Q -розподіл вибрати по табл. 1.2.4);

2) ймовірність w_0 події, що відбулася в результаті випробувань, при заданих розподілах і зробити висновки за розрахунками;

3) експериментальну ймовірність $P(t_0)$ і розрахувати для неї довірчі межі, що відповідають довірчій ймовірності $\alpha=0,9 + 0,01C_0$ (t_0 - задано в табл. 1.2.5).

Розрахунки виконати при умові, що перевірки працездатності дискет проводились через кожних t_0 годин (табл. 1.2.5).

Приклад 1.2.1 Знайти T_0 із задачі 1.2.1 для W -розподілу по варіанту 9998 ($C_{11}=10$, $C_{20}=18$ і $t_0=540$).

Перша і друга перевірки працездатності дискет виявляють по п'ять відмов. Оскільки невідомі моменти їх відмов, то припустимо, що всі

відмови відбулися посередині терміну відліку, тобто перші 5 дискет пропрацювали $540:2=270$ (годин), а інші 5 дискет відмовили через $540+270=810$ (годин).

Таблиця 1.2.3. Вихідні дані до задачі 1.2.1 (моменти відмов дискет - в годинах від початку випробувань). Тут і далі C_i - залишок ділення номера залікової книжки на число i .

C_{11}	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
0	68	168	276	370	482	580	690	808	900	1020
1	348	732	804	852	908	916	972	1008	1030	1060
2	366	756	828	876	924	960	984	1018	1032	1060
3	408	840	888	928	968	984	1008	1030	1056	1070
4	264	564	660	744	804	864	922	978	1026	1060
5	96	240	368	468	568	668	758	846	926	1000
6	12	24	50	120	204	312	432	576	748	960
7	10	36	120	240	362	492	624	766	886	1020
8	48	144	268	384	504	624	730	838	914	1000
9	66	158	266	372	468	576	684	792	906	1020
10	60	156	252	360	480	588	696	802	910	1020

Таблиця 1.2.4. Вихідні дані до задачі 1.2.1

C_9	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	DM	DM, $v=1$	DN	DN, $v=1$	DN, $v=0,5$	LN	KW	KW, $v=1$	KW, $\lambda=0$

Таблиця 1.2.5. Вихідні дані до задачі 1.2.1

C_{20}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_0	20	24	27	30	36	40	45	54	60	72
C_{20}	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
t_0	90	108	120	135	180	216	270	360	540	1080

Функція правдоподібності для W-розподілу має вигляд

$$L = \sum_{i=1}^K \ln \left(\frac{v}{\tau} \left(\frac{t_i}{\tau} \right)^{v-1} e^{-\left(\frac{t_i}{\tau} \right)^v} \right) + (N-K) \ln \left(e^{-\left(\frac{T}{\tau} \right)^v} \right) =$$

$$= K \ln v - K \ln \tau + (v-1) \sum_{i=1}^K \ln \left(\frac{t_i}{\tau} \right) - \sum_{i=1}^K \ln \left(\frac{t_i}{\tau} \right)^v - (N-K) \left(\frac{T}{\tau} \right)^v.$$

де K - кількість відмов за термін випробування, t_i - напрацювання на відмову i -ї дискети, N - кількість дискет, що випробовуються.

Параметри v і τ розподілу знайдемо із рівнянь

$$\frac{dL}{dv} = \frac{K}{v} + \sum_{i=1}^K \left(\ln \left(\frac{t_i}{\tau} \right) - \left(\frac{t_i}{\tau} \right)^v \ln \left(\frac{t_i}{\tau} \right) \right) - (N-K) \left(\frac{T}{\tau} \right)^v \ln \left(\frac{T}{\tau} \right) = 0,$$

$$\frac{dL}{d\tau} = -\frac{K + (v-1)K}{\tau} + v \sum_{i=1}^K \left(\frac{t_i}{\tau} \right)^v + \frac{v(N-K)}{\tau} \left(\frac{T}{\tau} \right)^v = 0,$$

які після перетворень та спрощень мають вигляд

$$\frac{K}{v} = \sum_{i=1}^K \left(\left(\frac{t_i}{\tau} \right)^v - 1 \right) \ln \left(\frac{t_i}{\tau} \right) - (N-K) \left(\frac{T}{\tau} \right)^v \ln \left(\frac{T}{\tau} \right),$$

$$\tau^v = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K t_i^v + \frac{N-K}{K} T^v.$$

Для заданого $T = 1080$ годин, $K=10$, $t_1 = \dots = t_5 = 270$ годин, $t_6 = \dots = t_{10} = 810$ годин, $N = 1000$. Тому

$$\frac{2}{v} = \left(\left(\frac{270}{\tau} \right)^v - 1 \right) \ln \frac{270}{\tau} + \left(\left(\frac{810}{\tau} \right)^v - 1 \right) \ln \frac{810}{\tau} + 2 \cdot 99 \left(\frac{1080}{\tau} \right)^v \ln \frac{1080}{\tau},$$

$$\tau^v = 0,5 \left((270)^v + (810)^v \right) + 99 (1080)^v.$$

Розв'язок цих рівнянь (наприклад, шляхом комбінування способів підстановки та графічного) дає такі результати $v=1,198$ і $\tau=50219$

годин, $T_0 = \tau \Gamma \left(1 + \frac{1}{v} \right) = 47153$ годин.

Приклад 1.2.2. Знайти T_0 із задачі 1.2.1 методом зворотних рангів при $m=1$ і 2 для варіанту 9998).

Як і в прикладі 1.2.1 будемо вважати, що відмови відбулися посередині термінів відліку $t_1 = \dots = t_6 = 270$ годин, $t_7 = \dots = t_{10} = 810$ годин.

Тоді із (1.2.11) отримаємо

$$\alpha = \frac{3}{2T^3} \sum_{i=1}^n \lambda_i (t_{i+1}^2 - t_i^2) = \frac{3}{2T^3} (\lambda_1 \cdot 0 + \dots + \lambda_4 \cdot 0 + \lambda_5 \cdot (270^2 - 810^2) +$$

$$+ \lambda_6 \cdot 0 + \dots + \lambda_9 \cdot 0 + \lambda_{10} \cdot (1080^2 - 810^2)) = 9,55 \cdot 10^{-6} \text{ (годин}^{-1}\text{)},$$

що відповідає $T_0 = 104727$ годин.

При $m=2$ маємо два рівняння з двома невідомими α_1 і α_2

$$\sum_{i=1}^{10} \lambda_i \frac{t_{i+1}^2 - t_i^2}{2} = \frac{\alpha_1 T^3}{3} + \frac{\alpha_2 T^4}{4}.$$

$$\sum_{i=1}^{10} \lambda_i \frac{t_{i+1}^3 - t_i^3}{2} = \frac{\alpha_1 T^4}{3} + \frac{\alpha_2 T^5}{4}.$$

Для вказаних вище значень t_i , λ_i та T отримусмо

$$0,005 \frac{810^2 - 270^2}{2} + 0,01 \frac{1080^2 - 810^2}{2} = \alpha_1 \frac{1080^3}{3} + \alpha_2 \frac{1080^4}{4},$$

$$0,005 \frac{810^3 - 270^3}{3} + 0,01 \frac{1080^3 - 810^3}{3} = \alpha_1 \frac{1080^4}{4} + \alpha_2 \frac{1080^5}{5}.$$

Звідси маємо $\alpha_1 = 8,102 \cdot 10^{-6}$ (годин⁻¹), $\alpha_2 = 1,786 \cdot 10^{-9}$ (годин⁻²).

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{(-\alpha_1 t - \alpha_2 t^2)} dt = 18881 \text{ (годин)}.$$

Приклад 1.2.3. Знайти w_0 із задачі 1.2.1 для W -розподілу та варіанту 9998.

В прикладі 1.2.1 було знайдено значення $\nu = 1,198$ і $\tau = 50219$ годин для W -розподілу у випадку, коли перші 5 дискет відмовили при $\frac{t_0}{2} = 270$ годин, другі 5 дискет відмовили при $\frac{3}{2}t_0 = 810$ годин, а решті 990 дискет відмов не було. Тому ймовірність w_0 такої події

$$w_0 = f^5\left(\frac{t_0}{2}\right) f^5\left(\frac{3t_0}{2}\right) (\Delta t)^{10} P^{990}(2t_0), \quad (1.2.12)$$

де $f(t) = \frac{\nu}{\tau} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\nu-1} e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^{\nu}}$, $P(t) = e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^{\nu}}$. При $t_0 = 540$ годин, $\Delta t = 1$ годин, $\nu = 1,198$, $\tau = 50219$ годин, маємо для W -розподілу

$$w_{0,W} = 2,58 \cdot 10^{-55}.$$

При розрахунку параметрів розподілу за методом зворотних рангів $\alpha = \lambda = 9,55 \cdot 10^{-6}$ годин⁻¹. Ймовірність w_0 для E -розподілу можна визначити за формулою (1.2.12), коли взяти $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ та $P(t) = e^{-\lambda t}$. Розрахунок дає $w_{0,E} = 2,2 \cdot 10^{-55}$.

Оскільки $w_{0,W} > w_{0,E}$, то це свідчить, що W -розподіл більшою мірою відповідає експериментальним даним цього випробування.

Цікаво відзначити, що w_0 можна визначити в більш загальному випадку без припущення про час відмов перших 10 дискет. Якщо виходить тільки з факту відмов перших 5 дискет за термін від

$t_1 = 0$ до $t_2 = 540$ годин, других 5 дискет – за термін від t_2 до t_3 , та безвідмовної роботи решти 990 дискет за термін від t_1 до t_3 , то

$$W_0 = \left(\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \right)^5 \left(\int_{t_2}^{t_3} f(t) dt \right)^5 (P(t_3))^{990}. \quad (1.2.13)$$

При $\nu = 1,198$, $\tau = 50219$ годин, $t_1 = 0$, $t_2 = 540$ годин, $t_3 = 1080$ годин, маємо $w_{0,W} = 4,3 \cdot 10^{-28}$. Якщо ж $\lambda = 9,55 \cdot 10^{-6}$, то

$w_{0,E} = 4,65 \cdot 10^{-28}$. Це свідчить про те, що при вказаних вище пара-

метрах ν , τ та λ E -розподіл краще відповідає експериментальним даним, ніж W -розподіл. Однак для такої інтерпретації експериментальних даних треба відкоригувати параметри розподілів шляхом заміни функції правдоподібності (1.2.12) на функцію (1.2.13). Розрахунок параметрів W -розподілу, за яких W_0 по формулі (1.2.13) приймає максимальне значення $4,66 \cdot 10^{-28}$, дає $\tau = 105686$ годин і $\nu = 1,00363$. Отже і в такій інтерпретації W -розподіл краще відповідає експериментальним даним.

Приклад 1.2.4. Для варіанту 9909 знайти експериментальну ймовірність $P(t_0)$ і розрахувати для неї довірчі границі, що відповідають довірчій ймовірності $\alpha = 0,9 + 0,01 \cdot C_8$.

За $t_0 = 72$ години відмовила одна дискета. Тому

$$P(t_0) = (1000 - 1) : 1000 = 0,999.$$

Одна (або, в загальному випадку, k) відмова із 1000 (в загальному, із N) дискет, що випробовуються, може трапитись при будь-яких значеннях надійності P дискети за зазначений термін. Тому при випробуваннях завжди важливо знати достовірність отриманих результатів. Цю достовірність визначають шляхом обчислення довірчих границь, що задають інтервали, в яких з достатньо великою ймовірністю (наприклад 0,9) знаходиться величина P .

Обчислимо ці границі. Ймовірність того, що за термін t_0 відмовить k із N дискет, дорівнює $C_N^k (1-P)^k P^{(N-k)}$. Ймовірність k і більше

відмов дорівнює $\sum_{i=k}^N C_N^i (1-P)^i P^{(N-i)}$. Верхню границю довірчої ймовір-

ності P_B визначимо такою, щоб ймовірність отримання k і більше відмов була досить малою (наприклад, $1-\beta=0,1$). Це дає

$$\sum_{i=k}^N C_N^i (1-P_B)^i P_B^{N-i} = 1-\beta.$$

Нижню границю довірчої ймовірності P_H визначаємо такою, щоб отримання k і менше відмов було малоімовірним. Це дає

$$\sum_{i=0}^k C_N^i (1-P_H)^i P_H^{N-i} = 1-\beta.$$

Із визначення P_H та P_B на рис. 1.2.8 витікає, що

$$W\{P \geq P_H\} = W\{P \leq P_B\} = \beta, \quad W\{P_H \leq P \leq P_B\} = 2\beta - 1 = \alpha.$$



Рис. 1.2.8. До визначення P_H та P_B .

Оскільки $C_8(9909) = 5$, то $\alpha = 0,9 + 5 \cdot 0,01 = 0,95$; $\beta = 0,975$. До визначення P_H і P_B маємо два рівняння ($k=1$, $N=1000$)

$$C_N^0 (1-P_H)^0 P_H^N + C_N^1 (1-P_H)^1 P_H^{N-1} = 1 - 0,975 = 0,025,$$

$$\sum_{i=1}^N C_N^i (1-P_B)^i P_B^{N-i} = 0,025.$$

Із першого рівняння $P_H^N + N(1-P_H)P_H^{N-1} = 0,025$ знаходимо (наприклад графічним способом) $P_H = 0,9944$. До правої частини другого рівняння додамо і віднімемо P_B^N , що дає

$$P_B^N + \sum_{i=1}^N C_N^i (1-P_B)^i P_B^{N-i} - P_B^N = 0,025,$$

або $1 - P_B^N = 0,025$, тобто $P_B^N = 0,975$, $P_B = 0,999975$. Таким чином ймовірністю 0,95

$$0,9944 \leq P \leq 0,999975.$$

1.3. ДАНІ ПРО НАДІЙНІСТЬ. Для технічних виробів такі дані можна отримати тільки шляхом випробувань або наглядом за виробами в процесі їх експлуатації. Удосконалення виробів та технології їх виробництва роблять випробування дуже дорогим, а іноді і неможливим процесом. Це обумовлено тим, що для отримання достовірних даних необхідно випробувати великі партії виробів протягом тривалого часу. Дійсно, якщо для достовірності випробувань необхідно отримати принаймні 3 відмови, то для цього необхідно проводити випробування протягом $T_B = \frac{3}{N\lambda}$, що при $\lambda = 10^{-8}$ годин⁻¹ і $N=100$ складатиме $3 \cdot 10^8$ годин або близько 342 років. Зменшити T_B можна за рахунок збільшення числа N випробовуваних елементів, однак це призводить до збільшення вартості випробувань. Тому тривалі визначальні випробування на напруження відповідно до ДСТУ проводять один раз протягом 10000 годин.

Скоротити час випробувань можна в форсованому режим їх проведення, що прискорює знос виробів і викликає їх швидкі відмови. Наприклад, для ІМС форсований режим забезпечують підвищенням температури випробувань, а перерахунок інтенсивності відмов при випробуванні (λ_1 при температурі τ_1) і в робочих умовах (λ_2 при температурі τ_2) виконують за рівнянням Арреніуса

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = e^{k \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right)},$$

де $k = \frac{E_a}{K_b}$, K_b - постійна Больцмана, E_a - енергія активації процесу старіння ($0,7 \text{ eV} < E_a < 1 \text{ eV}$). Стандарт MIL-STD-883 задає тривалість T , години, форсованих випробувань в залежності від температури τ_1 , °C, їх проведення (табл. 1.3.1).

Таблиця 1.3.1. Час форсованих випробувань в залежності від температури їх проведення відповідно до стандарту MIL-STD-883.

T, годин	7500	3000	1500	1000	704	496	352	256	184	40	31
τ_1 , °C	100	110	120	125	130	135	140	145	150	175	185

Дані про надійність виробів звичайно можна знайти на сайтах фірм-виробників. Наприклад, фірма Analog Devices забезпечує всі свої ІМС інформацією про технологію виготовлення (ТВ) та показники надійності (табл. 1.3.2), де N - кількість ІМС; k - кількість відмов;

співвідношення дорівнює 1 до 10, а для більш точних оцінок його приймають: 1 до 30 для механічних елементів, 1 до 80 для електронних компонентів і 1 до 10 для електромеханічних виробів, що можуть мати відмови електричного і механічного походження (табл. 1.3.5).

Таблиця 1.3.4. Коефіцієнти K_i ($i=\overline{1,7}$) для деяких умов експлуатації

Умови експлуатації	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7
Стационарні лабораторні	1,0	1,0	1,0	1,0	0,4	1,0	0,5
Стационарні промислові	1,1	1,5	2,0	2,0	0,6	1,5	-
Наземні рухомі	1,5	2,5	2,5	2,5	1,0	2,0	1,2
Наземні переносні	1,7	2,0	2,0	1,5	0,8	1,5	1,0
Корабельні	2,0	2,0	2,0	2,0	0,8	1,5	1,0

Таблиця 1.3.5. Інтенсивності відмов $\lambda \cdot 10^{-8}$ годин⁻¹ деяких виробів у неробочому режимі

Найменування виробів	$\lambda \cdot 10^{-8}$	Найменування виробів	$\lambda \cdot 10^{-8}$
Циліндри гідравлічні	3	Акумулятори кислотні	0,6
Підшипники кулькові	1,1	Муфти механічні	44,1
Вентилятори осьові	12,5	Конденсатори плівкові	45
Арматура гідравлічна	277	Освідця лам'яті магнітні	0,002
Ущільнення	1,1	Диски лам'яті жорсткі	14,8
Пристрої електронагрівальні	35,5	Випрямлячі кремнієві регульовані	1,7
Шланги гнучкі	174	Електромагніти	30
Редуктори механічні	14,6	Реле теплові	200
Конденсатори змінної ємності	2,5	Резистори змінні загального призначення	2
Електродвигуни постійного струму	22	Резистори змінні дріотові	16,3
Електродвигуни змінного струму	49,9	Реле загального призначення	3,2
Генератори змінного струму	19,6	Перемикачі загального призначення	2,1
Клапани електромагнітні	19,4	Транзистори кремнієві загального призначення	0,11
Клапани гідравлічні	99	Двигуни дизельні	89,8
Клапани пневматичні	21,4	Механічні фільтри	3,5
Трансформатори силові	1,2	Паливні насоси	11,4
Насоси гідравлічні	4,3	Паливні клапани	18,7

1.4. НАДІЙНІСТЬ ВЕЛИКИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ МІКРОСХЕМ. Інтегральні мікросхеми (ІМС) малого рівня інтеграції випускалися великими серіями і досить тривалий час. Внаслідок цього дані про їх надійність можна було отримувати як шляхом тривалих випробувань, так й обробкою результатів експлуатації. Великі ІМС (ВІМС) випускаються малими серіями і, крім того, відбувається швидка заміна старих ВІМС більш новими ВІМС. Тому одержати достовірні дані про надійність ВІМС за інформацією про їх відмови практично неможливо. Однак такі дані необхідно мати, оскільки їх використовують для розрахунку надійності складних електронних систем (ЕС), порівняння різних ВІМС за рівнем надійності, планування обслуговування ЕС і постачання їх запасними ВІМС, оцінки термінів служби ЕС і витрат на їх експлуатацію. Тому дані про надійність ВІМС зараз отримують переважно розрахунковим шляхом.

Перша методика (М1) прогнозування надійності ВІМС була встановлена і експериментально перевірена шляхом аналізу даних про інтенсивність відмов ІМС малого й середнього рівня інтеграції:

$$\lambda = 10^{-10} (413 + 6,66B + 1,03L) \text{ годин}^{-1}, \quad (1.4.1)$$

де B - кількість зовнішніх виводів ІМС, L - кількість логічних елементів (вентилів) в ІМС (один вентиль відповідає приблизно 4 транзисторам). Лінійна залежність (1.4.1) між параметрами λ , B і L підтверджується теоретичними розрахунками, однак величини коефіцієнтів цієї формули запажають від технології ВІМС та інших факторів, які не враховуються в явному вигляді формулою (1.4.1).

Методика (М2) розрахунку надійності ВІМС враховує всю сукупність компонентів ВІМС і режими їх роботи:

$$\lambda = (\lambda_T \alpha_T N_T + \lambda_D \alpha_D N_D + \lambda_C (3N_T + 2N_D + B)) K_B,$$

де N_T - число транзисторів; N_D - сумарне число "діодних" компонентів

(діодів, резисторів і конденсаторів);

α_T і α_D - коефіцієнти режимів роботи

(табл. 1.4.1); $\lambda_T = 10^{-9}$, $\lambda_D = 6 \cdot 10^{-9}$,

$\lambda_C = 10^{-10}$ годин⁻¹ - інтенсивності від-

мов транзисторів, "діодних" компо-

нент і з'єднань, K_B - коефіцієнт зовнішніх впливів (табл. 1.4.2). Точ-

ність розрахунку надійності за да-

ною методикою залежить від достовірності даних про λ_T , λ_D й λ_C .

Значною мірою ослабити цю залежність дозволяє методика (М3)

визначення надійності одних ІМС за достовірними даними про надій-

ність інших ІМС. Вона базується на припущенні про те, що ІМС,

Таблиця 1.4.1. Коефіцієнти режимів роботи

	Температура t °С						
	20	30	40	50	60	70	80
α_T	1	1,4	1,9	2,6	3,6	4,9	6,2
α_D	1	1,3	1,7	2,0	2,6	3,4	4,1

Таблиця 1.4.2. Коефіцієнти зовнішніх впливів

Умови зовнішнього середовища	$K_{\text{в}}$
Лабораторні умови	1
Стационарні наземні	2
Переносні наземні	5
Рухливі наземні	7
Літаки	5
Супутники	8

Таблиця 1.4.3. Коефіцієнти розподілу відмов по компонентах ненадійності

Тип ІМС:	$a_{\text{в}}$	$a_{\text{м}}$	$a_{\text{к}}$	$a_{\text{п}}$
Біполярні	0,33	0,26	0,16	0,25
МДН	0,20	0,32	0,20	0,28

які відрізняються тільки функціональною складністю, але виконані за однаковою базовою технологією, мають відмінності в їх надійності:

$$\lambda_i = (\lambda_{\text{в}} N_{\text{в}i} + \lambda_{\text{м}} N_{\text{м}i} + \lambda_{\text{к}} N_{\text{к}i} + \lambda_{\text{п}} N_{\text{п}i}),$$

де $N_{\text{в}i}$ й $N_{\text{м}i}$ - число зовнішніх і внутрішніх з'єднань на кристалі i -ої ІМС, $N_{\text{к}i}$ - кількість корпусів на один кристал ($N_{\text{к}i}=1$ для однокристалової ІМС і $N_{\text{к}i}=k^{-1}$ для k -кристалової ІМС), $N_{\text{п}i}$ - площа кристала; $\lambda_{\text{в}}$, $\lambda_{\text{м}}$, $\lambda_{\text{к}}$, $\lambda_{\text{п}}$ - інтенсивності відмов відповідних компонентів, характерні для даної базової технології. Отже, знаючи λ_0 якої-небудь (базової) ІМС і розподіл відмов по компонентах ненадійності (табл. 1.4.3), можна прогнозувати надійність функціонально більш складної ІМС, але виконаної за тією ж базовою технологією:

$$\lambda_j = \lambda_0 \left(a_{\text{в}} \frac{N_{\text{в}j}}{N_{\text{в}0}} + a_{\text{м}} \frac{N_{\text{м}j}}{N_{\text{м}0}} + a_{\text{к}} \frac{N_{\text{к}j}}{N_{\text{к}0}} + a_{\text{п}} \frac{N_{\text{п}j}}{N_{\text{п}0}} \right).$$

ділу відмов по компонентах ненадійності ІМС, де $a_j = \frac{\lambda_j N_{j0}}{\lambda_0}$, $j = \{\text{в}, \text{м}, \text{к}, \text{п}\}$. Якщо припустити, що кількість внутрішніх з'єднань $N_{\text{м}}$ та площа $N_{\text{п}}$ кристала пропорційні числу логічних елементів $N_{\text{л}}$ в ІМС і, крім того, $N_{\text{к}} = N_{\text{к}0} = 1$, то

$$\lambda_j = \lambda_0 \left(a_{\text{к}} + a_{\text{в}} \frac{N_{\text{в}j}}{N_{\text{в}0}} + (a_{\text{м}} + a_{\text{п}}) \frac{N_{\text{л}j}}{N_{\text{л}0}} \right).$$

Остання формула (методика М4) більш зручна для розрахунку тому, що по призначенню ІМС простіше оцінити число $N_{\text{л}}$ в ній, ніж число з'єднань і площу кристала. При цьому корпуси ІМС повинні бути одного типу і відрізнятися тільки кількістю зовнішніх виводів.

Крім вищевказаних чотирьох методик відомі і інші, з якими можна ознайомитись в відповідній спеціалізованій літературі, наприклад, в [27].

1.5. РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ З ПОСТУПОВИХ ВІДМОВ. Стосовно КС такої розрахунок виконується, як правило, тільки для елементів і має за мету вирішення двох задач, а саме: 1) вибір оптимального електричного режиму роботи елемента; 2) визначення показника надійності елемента. Розрахунок надійності пристроїв КС з поступових відмов виконують припускаючи, що поступові відмови в окремих елементах є незалежними подіями.

Умови працездатності елемента можуть бути подані у вигляді системи нерівностей

$$A_{i0}(1 - \mu_{\text{в}i}) < A_i < A_{i0}(1 + \mu_{\text{в}i}), \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (1.5.1)$$

де A_i - визначальні параметри елемента, $A_{i0}(1 + \mu_{\text{в}i})$, $A_{i0}(1 - \mu_{\text{в}i})$ - верхні і нижні гранично допустимі відхилення визначальних параметрів елемента.

Визначальні параметри A_i є функціями параметрів a_j ($j=1, 2, \dots, n$) радіотехнічних компонентів (транзисторів, резисторів і ін.) елемента, тобто

$$A_i = \varphi_i(a_1, a_2, \dots, a_n), \quad (i=1, 2, \dots, m).$$

Під впливом різних дестабілізуючих факторів параметри a_j компонентів змінюються, тобто є функціями часу. Внаслідок цього визначальні параметри A_i також є функціями часу. Якщо при зміні визначальних параметрів умови (1.5.1) не порушуються, то елемент буде працювати безвідмовно. Відмова наступить тоді, коли хоча б одна з умов працездатності буде порушена. Отже, надійність елемента з поступових відмов дорівнює ймовірності того, що m -вимірний вектор

$$\mathbf{A}(t) = (A_1, A_2, \dots, A_m),$$

що визначає працездатність елемента, буде знаходитись в області D , заданої умовами (1.5.1), тобто

$$P_n(t) = W\{\mathbf{A}(t) \in D\}.$$

Для спрощення подальших перетворень припустимо, що область D є одновимірною і $\mu_{\text{в}} = \mu$, тобто

$$P_n(t) = W\{A_0(1 - \mu) < A(t) < A_0(1 + \mu)\},$$

де $A(t) = A_1 = \varphi(a_1, a_2, \dots, a_n)$, $A_0 = A(0)$. Якщо $A_0 \neq 0$, то

$$P_n(t) = W \left\{ \left| \frac{A(t) - A_0}{A_0} \right| < \mu \right\}.$$

Зміну параметрів a_j ($j=1, 2, \dots, n$) у часі в першому наближенні можна подати у вигляді лінійної залежності

$$a_j = (a_{j0} \pm \Delta a_{j0})(1 + X_j t),$$

де X_i - випадкова величина (коефіцієнт нестабільності) із щільністю розподілу $f_i(X_i)$, а Δa_{i0} обумовлено похибкою в установці параметра a_i і його зміною під впливом допустимих дестабілізуючих факторів (наприклад, температури).

Оскільки $\Delta a_{i0} \ll a_{i0}$ і $X_i \ll 1$, то

$$A(t) = \varphi(a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)) = A_0 + \sum_{i=1}^n (a_{i0} X_i \pm \Delta a_{i0}) B_i,$$

$$\text{де } B_i = \frac{\partial \varphi(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})}{\partial a_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Звідси одержуємо

$$W \left\{ \left| \frac{A(t) - A_0}{A_0} \right| < \mu \right\} = W \left\{ |Y| < \frac{\mu - \Delta A}{t} \right\},$$

$$\text{де } Y = \sum_{i=1}^n \frac{a_{i0} B_i}{A_0} X_i, \quad \Delta A = \sum_{i=1}^n \left| \frac{B_i \Delta a_{i0}}{A_0} \right|. \text{ Отже,}$$

$$P_n(t) = \int_{-\frac{\mu - \Delta A}{t}}^{\frac{\mu - \Delta A}{t}} \Psi(Y) dY,$$

де $\Psi(Y)$ - щільність розподілу випадкової величини Y .

Таким чином, знаючи щільність розподілу випадкових величин X_i , можна визначити щільність $\Psi(Y)$, а з її використанням - функцію надійності елементів з постулових відмов.

Оскільки Y залежить від a_i , то шляхом правильного вибору параметрів елемента (тобто, a_{i0}) можна одночасно забезпечити оптимізацію елемента за критерієм максимуму надійності.

1.6. ПОВНИЙ РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ. Такий розрахунок виконують з метою визначення основних показників надійності і ремонтотпридатності $P(t)$ і $R(t)$. При цьому припускають, що інтенсивність відмов λ - постійна, відмови є незалежними подіями і відмова одного елемента приводить до відмови всієї системи. Звичайно так буває, коли система не має апаратної і часової надмірності, яку саме і вводять для того, щоб система продовжувала безвідмовно працювати при наявності відмов деяких елементів. Розрахунок же надійності систем з надмірністю суттєво складніший.

З врахуванням вищевказаних припущень експлуатаційна інтенсивність відмов λ системи дорівнює сумі експлуатаційних інтенсивностей відмов її елементів λ_{ei} . Розрахунок надійності спершу вимагає підрахунку кількості N_i елементів i -го типу, що наявні в системі. Далі для кожного типу визначають інтенсивності відмов λ_{ei} [49], після чого обчислюють

$$\lambda = K_0 K_a \sum_{i=1}^n N_i \lambda_{ei}. \quad (1.6.1)$$

де n - кількість типів елементів системи, K_0 і K_a - коефіцієнти, що враховують якість обслуговування системи і наявність в ній механічних амортизаційних засобів. Коефіцієнт $K_0 = 1$ для побутової апаратури і $K_0 = 0,5$ для апаратури виробничо-технічного призначення. Такі значення K_0 зумовлені тим, що побутову апаратуру звичайно експлуатують люди, які не мають технічної освіти і можуть допускати роботу апаратури з перевантаженнями, що збільшує λ .

Коефіцієнт $K_a = 0,85$ при наявності засобів механічної амортизації і $K_a = 1$ при її відсутності. Застосування механічних амортизаційних засобів зменшує негативний вплив вібрацій і ударних навантажень на апаратуру, внаслідок чого її λ зменшується орієнтовно на 15%. Наприклад, для захисту апаратури від вібрацій і ударів широко застосовують гумометалічні амортизатори (рис. 1.6.1) АКСС-М (захист від вібрацій з амплітудою до 0,2 мм і частотою до 50 Гц), АП (захист від вібрацій і ударних навантажень із ударним імпульсом до 11 кгс), АЧ (вібрація і ударні навантаження до 3 кгс), АН (вібрація і ударні навантаження з $F \leq 15$ кг) та АТ (вібрація і ударні навантаження з $F \leq 40$ кг).

Далі за формулами $P(t) = e^{-\lambda t}$ і $T_0 = \lambda^{-1}$ знаходять функцію надійності системи і її напрацювання на відмову. Експлуатаційна інтенсивність відмов елементів λ_{ei} залежить від багатьох чинників і,

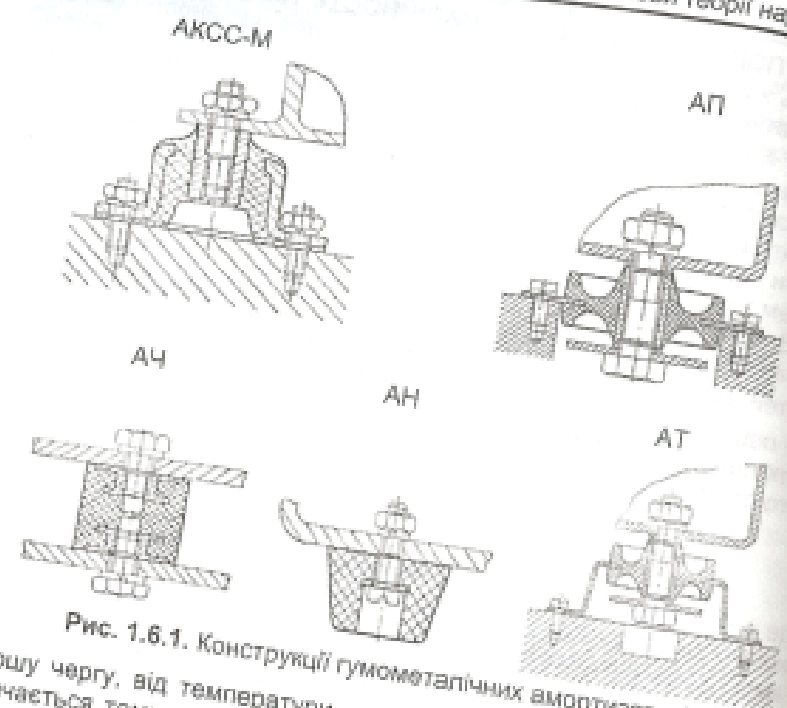


Рис. 1.6.1. Конструкції гумометалічних амортизаторів

в першу чергу, від температури, за якої працюють елементи. Вона визначається температурою зовнішнього середовища θ та її підвищенням на величину $\Delta\theta$ за рахунок потужності P , яку споживають елементи. Це підвищення, в свою чергу, залежить від конструктивних особливостей друкованої плати (ДП), на якій закріплені елементи, та багатьох інших причин. Тому визначення $\Delta\theta$ потребує досить складних теплотехнічних розрахунків, а іноді і експериментальних досліджень. В першому ж наближенні $\Delta\theta$ може бути оцінена формулою

$$\Delta\theta = \frac{P}{\alpha S} \quad (1.6.2)$$

де S – площа ДП в m^2 ; α – коефіцієнт тепловіддачі, який знаходиться в межах від 20 до 100 $\left(\frac{Вт}{m^2 \cdot ^\circ C}\right)$ при природному і від 50 до 200 $\left(\frac{Вт}{m^2 \cdot ^\circ C}\right)$ при примусовому охолодженні, наприклад, за рахунок застосування вентилятора. Наприклад, якщо ДП має розміри 100x100 мм і елементи, що розташовані на ній, споживають 20 Вт, то $\Delta\theta$ може знахо-

1.6. Повний розрахунок надійності

дитись в межах від 20 до 100 $^\circ C$ при природному і від 10 до 40 $^\circ C$ при примусовому охолодженні.

Крім експлуатаційної λ_e підраховують також і інтенсивність відмов під час зберігання λ_z , яка дорівнює сумі λ_{zi} елементів, з яких складається система. Згідно з ДСТУ 2992-95

$$\lambda_{zi} = \frac{\lambda_{oi} K_z}{K_{pi}}$$

де λ_{oi} – інтенсивність відмов під час роботи i -го елемента в лабораторних умовах; K_{pi} – коефіцієнт, який враховує конструктивно-функціональний тип елемента (табл. 1.6.1); K_z – коефіцієнт впливу умов зберігання на λ_{zi} (наприклад, $K_z = 1.0$ (1,2 або 1,4) при зберіганні елементів в опалюваному приміщенні (неопалюваному приміщенні або під навісом)).

Таблиця 1.6.1. Коефіцієнти K_{pi} для груп виробів

Група виробів	K_{pi}	Група виробів	K_{pi}
ІМС цифрові	1262	Конденсатори паперові	30
ІМС аналогові	2375	Конденсатори танталові	46
Діоди випрямляючі	150	Конденсатори слюдяні	22
Діоди універсальні	58	Конденсатори ніобітові	77
Стовпи випрямляючі	412	Варікапи	29
Діоди імпульсні	100	Стабілітрони	1000
Збірки діодні	375	Терморезистори	633
Транзистори біполярні	2667	Тиристори	208
Збірки транзисторні	229	Набори резисторів	95
Транзистори польові	571	Мікросхеми резистивні	95
Конденсатори на:		Резистори: недротяні,	190
напругу > 1600 В,	17	постійні дротяні,	100
напругу ≤ 1600 В	121	змінні дротяні	120

Оцінку часу T_B ремонту роблять шляхом розрахунку тривалості виконання всіх операцій, що відповідають технології ремонту. Для КС час відновлення складається з наступних складових:

1. Час t_1 обробки програми на несправній КС. Цей час відраховується від моменту появи відмови до її виявлення. Фактичні втрати машинного часу можуть бути значно більшими через те, що несправна КС може знищити раніше отримані результати. Час t_1 залежить

також від наявності в КС засобів контролю правильності роботи. При повному апаратному контролі всіх пристроїв $t_1=0$. При програмному контролі КС вважають, що $t_1=0,25$ години.

2. Початковий час t_2 простою - від моменту, коли оператор помітив несправність, до його звернення до ремонтника.

3. Час t_3 очікування ремонту. Значення t_2 і t_3 залежать від організації служби ремонту. При наявності чергового ремонтника $t_2+t_3=0$. Для централізованого ремонту цей час може тривати до декількох днів, необхідних для прибуття ремонтника.

4. Час дослідження і ремонту t_4 визначається витратами на завантаження і роботу тестових програм, на спроби усунення відмови і повторне виконання тестових програм для того, щоб переконатися, що ремонт дійсно зроблений. Величина t_4 залежить від кількості засобів контролю і діагностики, від трудомісткості операцій розбору, заміни вузлів, що відмовили, і збирання КС.

5. Час t_5 запуску КС після ремонту необхідний для завантаження програмного забезпечення. Цей час визначається якістю зовнішніх пристроїв і знаходиться в межах від 1 до 30 хв.

При наявності чергового ремонтника $T_B = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5$, що складає від 1 до 10 годин в залежності від типу КС, організації ремонту та інших чинників. Введення посади чергового ремонтника доцільно, якщо річний обсяг відновлювальних робіт, що дорівнює $N(1 - K_r)T_B$ (годин), де N - кількість КС, K_r - коефіцієнт готовності, $T_B = 1$ рік = 8760 годин, близький до річного фонду робочого часу чергового ремонтника. В іншому випадку доцільніше користуватись, наприклад, послугами місцевого сервісного центру ($T_B = 10 \dots 100$ годин), або заводу-виробника ($T_B = 100 \dots 200$ годин).

Розрахунок складових часу відновлення дозволяє не тільки оцінити середній час ремонту, але й зробити припущення про його функцію розподілу. Якщо всі складові приблизно рівні, то можна вважати, що T_B має розподіл, близький до нормального закону. Якщо ж усі складові T_B є величинами різного порядку, то можна припустити, що розподіл T_B відповідає експоненціальному закону. У цьому випадку $R(t) = 1 - e^{-\mu t}$, де $\mu = T_B^{-1}$. Більш точно $R(t)$ можна визначити моделюванням процесу відновлення на КС або за хронометражем робіт.

Задача 1.6.1. Оцінити напрацювання на відмову T_0 комп'ютера, що містить 10^7 елементів, в залежності від рівня i ($i=1,4,7$) інтеграції ІМС, з яких побудований комп'ютер, при наступних припущеннях:

1. Умови експлуатації (УЕ), особливості конструкції комп'ютера та його виготовлення (ОКВ) визначаються за таблицею 1.6.2, де ПС -

1.6. Повний розрахунок надійності

побутові стаціонарні, ПР - побутові рухомі, СП - стаціонарні промислові, РП - рухомі промислові, К - корабельні, ВК - вхідний контроль компонентів, ПВ - примусова вентиляція; УВ - усунення вібрацій, C_i - залишок від ділення номера варіанту на i ($i = 5,8$).

Таблиця 1.6.2.
Вихідні дані до задачі 1.6.1

C_5	УЕ	C_8	ОКВ
0	ПС	0	-
1	ПР	1	ВК
2	СП	2	ПВ
3	РП	3	УВ
4	К	4	ВК,ПВ
-	-	5	ВК,УВ
-	-	6	ПВ,УВ
-	-	7	ВК, ПВ,УВ

Таблиця 1.6.3. Вихідні дані до задачі 1.6.1.

C_4	Серії ІМС	$\lambda_0 \times 10^{-5}$ годин ⁻¹	L_0	P	v
0	1800	50	5000	DM	1
1	1802	30	3000	DH	1
2	1809	75	2500	LN	1
3	1821	70	8500	W	1,3

2. ІМС i -го рівня інтеграції містять $L_i = 10^i$ елементів. Експлуатаційну інтенсивність відмов λ_{ie} ІМС оцінити за формулою

$$\lambda_{ie} = \lambda_0 K_i K_n = \lambda_0 (a_k + a_b \frac{B_i}{B_0} + a_L \frac{L_i}{L_0}) K_i K_n$$

де λ_0 - інтенсивність відмов базової ІМС (табл.1.6.3); $a_k = 0,16$, $a_b = 0,33$, $a_L = 0,51$ для ІМС серій 1800 та 1802; $a_k = a_b = 0,2$, $a_L = 0,6$ для ІМС серій 1809 та 1821; $B_0=48$; $B_i=(7+C_{11})A_i$ - кількість зовнішніх виводів ІМС i -го рівня інтеграції, $A_1=2$, $A_4=8$, $A_7=32$; K_i і K_n - поправочні коефіцієнти (K_i - в табл.1.3.4; $K_n=0,7$, якщо діє один з факторів ВК, ПВ або УВ; $K_n=0,4$, якщо діє два із зазначених факторів; $K_n=0,1$, якщо діють всі фактори). Корпуси всіх ІМС однієї серії відрізняються тільки кількістю виводів.

3. На одній друкованій платі (ДП) може бути розміщено щонайбільше 50 ІМС, кожна з яких має 14 зовнішніх виводів. Кількість же ІМС з V виводами, що можуть бути розміщені на одній платі, дорівнює цілій частині числа $(50 \times 14) : V$. Тип плати визначає табл. 1.6.4. Поруч з кожною ІМС на платі встановлені конденсатори для фільтрації перешкод через кола живлення. Інтенсивність відмов конденсатора визначити за формулою

$$\lambda_E = \lambda_0 K_p K_z K_C K_i K_n$$

де $\lambda_0 = 1 \text{ Fit} = 10^{-9} \text{ годин}^{-1}$, K_i визначають із табл. 1.6.5 в залежності від температури θ ДП, K_z з табл. 1.3.4, $K_p = K_C = K_n = 1$.

4. Надійність з'єднувача ДП визначити на основі його напруження на відмову, що має розподіл (P, v) , вказаний в табл. 1.6.3. Параметр τ розподілу розрахувати, виходячи із експлуатаційної інтенсивності відмов з'єднувача [10]

$$\lambda_e = \lambda_0 K_k K_p K_c K_4,$$

де $\lambda_0 = 1 \text{ Fit}$, K_k і K_c визначити за умови, що число задіяних контактів дорівнює числу з'єднань-роз'єднань окремих електричних кіл дорівнює $2(C_9 + C_{10} + C_{11} + 16)$; K_p - із умови, що $t_n = 10(1 + C_3) \text{ }^\circ\text{C}$, а струмове навантаження (тобто відношення номінального розрахункового струму I через з'єднувач до максимального I_m) становить $0,1(1 + C_{10})$. Розрахунок τ розподілу (P, v) базується на тому, що під час визначальних випробувань, які, як правило, проводяться впродовж 10^4 годин, кількість відмов не залежить від розподілу. Тому, якщо визначати λ із рівняння $e^{-\lambda T} \approx 1 - \frac{r}{N}$, то і параметри довільного

розподілу можна розрахувати за формулою $P(T) \approx 1 - \frac{r}{N}$ або $P(T) = e^{-\lambda T}$. Наприклад, якщо $\lambda_e = 2 \text{ Fit}$, то для W -розподілу з

$$v = 1,3 \text{ маємо } P(T) = e^{-\left(\frac{T}{\tau}\right)^{1,3}} = e^{-\lambda_e T}, \text{ або } -\left(\frac{10^4}{\tau}\right)^{1,3} = -2 \cdot 10^{-5},$$

що дає $\tau = 41171085$ (годин).

Таблиця 1.6.4. Вихідні дані до задачі 1.6.1

C_3	Типи друкованих плат
0	Плати без металізованих отворів з пайкою хвилею припою
1	Плата з металізованими отворами, друкованим монтажем з числом шарів $N=2$ і кількістю вторинних пайок $K=10\%$ від загального числа пайок
2	Те ж, але для $N=3$ і $K=20\%$.

Таблиця 1.6.5. Коефіцієнти K_i до задачі 1.6.1

θ	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
K_i	1,0	1,2	1,4	1,7	1,9	2,3	2,9	3,6	4,6	6,0	7,9	10,9	15,4

5. Експлуатаційну інтенсивність відмов λ_e монтажних провідників, що з'єднують між собою ДП, визначити за формулою

1.6. Повний розрахунок надійності

$$\lambda_e = \lambda_0 K L K_4,$$

де $\lambda_0 = 1 \frac{\text{Fit}}{\text{м}}$ - інтенсивність відмов провідника довжиною один метр при температурі $\theta_0 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ та експлуатації в лабораторних умовах; L - довжина провідника; K - коефіцієнт температурного режиму (табл. 1.6.6); K_4 приведено в табл. 1.3.4.

Таблиця 1.6.6. Залежність K від робочої температури $\theta \text{ }^\circ\text{C}$

θ	25	30	35	40	45	50	55	60
K	1,0	1,29	1,65	2,09	2,62	3,28	4,07	5,02
θ	65	70	75	80	85	90	95	
K	6,14	7,48	9,06	10,9	13,1	15,6	18,5	

6. Довжину провідників визначити припускаючи, що ДП розташовані в одну лінійку з кроком 2 см. Тому, якщо кількість плат дорівнює m , то максимальна довжина провідника буде $2(m-1)$ см, а мінімальна - 2 см. Тоді середня довжина провідника буде дорівнювати m см.

7. Робочу температуру θ для провідників та інших елементів, які змонтовані на ДП, оцінити за формулою (1.6.2), де $\alpha = 60 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ }^\circ\text{C}}$, P - розрахувати в залежності від кількості ІМС, змонтованих на ДП, при умові, що одна ІМС i -го рівня інтеграції споживає $(0,2 + 2 \cdot 10^{-6})$ Вт і займає площу $0,1 \cdot B \text{ см}^2$, де B - кількість виводів ІМС, а температура зовнішнього середовища дорівнює $20 \text{ }^\circ\text{C}$ (для ПС і К), $30 \text{ }^\circ\text{C}$ (для СП), $40 \text{ }^\circ\text{C}$ (для РП і ПР).

Таблиця 1.6.7. Розрахунок λ_e КС на ІМС i -го рівня інтеграції

Типи елементів	n	λ_0 , годин^{-1}	K_i	λ_e , годин^{-1}	$n\lambda_e$, годин^{-1}
ІМС					
Конденсатори					
З'єднувачі					
:					
λ_e КС					

8. Для розрахунку T_0 припустити, що відмови елементів незалежні і відмова будь-якого елемента приводить до відмови всієї КС. Вихідні дані для розрахунку записати в табл. 1.6.7.

Приклад 1.6.1. Виконати завдання задачі 1.6.1 для ІМС першого рівня інтеграції за варіантом 9999.

Заданий варіант визначає: умови експлуатації – корабельні; особливості конструкції КС і її виготовлення – усунення вібрацій і вхідний контроль; параметр λ_{ei} повинен бути оцінений як

$$\lambda_{ei} = \lambda_0 K_1 K_n = \lambda_0 (0,2 + 0,2 \frac{V_1}{V_0} + 0,6 \frac{L_1}{L_0}) K_1 K_n,$$

де $V_0 = 48$; $\lambda_0 = 7 \cdot 10^{-7}$ годин $^{-1}$ для ІМС 1821; $L_0 = 8500$; $V_1 = (7 + C_{11}) \cdot 2 = 14$; $V_2 = 7 \cdot 8 = 56$; $V_7 = 224$; тип ДП – без металізованих отворів з пайкою хвилею припою; надійність з'єднувач має розподіл W з $\nu = 1,3$, його $\lambda_e = 10^{-9}$ годин $^{-1}$; число задіяних контактів $(C_9 + C_{10} + C_{11} + 16)2 = (0 + 9 + 0 + 16)2 = 50$, $t_n = 10^\circ\text{C}$, а $\frac{1}{t_m} = 1$.

Розрахунок надійності виконують за формулою (1.6.1), для якої в даному випадку $K_a = 0,85$ (по варіанту 9999 передбачено усунення вібрацій), $K_0 = 0,5$ (апаратура виробничо-технічного призначення), $n = 5$ (перелік елементів тут наступний: ІМС, конденсатори, з'єднання пайкою, з'єднувачі та монтажні провідники), N_i та λ_{ei} залежать від рівня інтеграції і умов застосування. Крім того, потрібно також визначити загальну кількість елементів вказаних п'яти типів.

Для побудови КС, що містить 10^7 елементів, на ІМС першого рівня інтеграції (10 елементів), потрібно $10^7 : 10 = 10^6$ ІМС. Для них

$$\lambda_{ei} = 7 \cdot 10^{-7} (0,2 + 0,2 \frac{14}{48} + 0,6 \frac{10}{8500}) K_1 K_n = 1,45 \cdot 10^{-7} \text{ (годин}^{-1}\text{)},$$

де $K_1 = 2$ (визначається табл. 1.3.4), $K_n = 0,4$ (визначається переліком заходів, що полегшують умови експлуатації). Таким чином, 10^6 ІМС обумовлюють інтенсивність відмов $10^6 \cdot 1,45 \cdot 10^{-7} = 0,145$ (годин $^{-1}$).

Кількість конденсаторів дорівнює числу ІМС, тобто 10^6 , а їх експлуатаційна інтенсивність відмов становить $\lambda_{e2} = 10^{-9} K_3 K_r$. Відповідно до табл. 1.3.4 $K_3 = 2$, а K_r залежить від температури ДП, що, в свою чергу, залежить від потужності, яку споживають ІМС, розташовані на ДП. Одна ІМС першого рівня інтеграції споживає

$0,2 + 2 \cdot 10^{-5} = 0,20002$ (Вт) і займає площу $0,2 \cdot 14 = 2,8$ (см 2). Тому вся плата має площу 140 см 2 , споживає 10 Вт і має температуру $\theta + \Delta\theta = 20 + 10 : (20 \cdot 140 \cdot 10^{-4}) = 20 + 36 = 56$ ($^\circ\text{C}$). Для такої температури [10] $K_1 = 2,9 + (3,6 - 2,9) : 5 = 3,04$. Таким чином, 10^6 конденсаторів обумовлюють інтенсивність відмов $10^6 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 3,04 = 6,08 \cdot 10^{-3}$ (годин $^{-1}$).

Загальне число паяних з'єднань дорівнює сумі числа пайок ІМС ($14 \cdot 10^6$) і числа пайок конденсаторів ($2 \cdot 10^6$), що дає $16 \cdot 10^6$, а їх інтенсивність відмов $\lambda_{e3} = \lambda_0 K_2$. З табл. 1.3.3 маємо $K_2 = 2$, а $\lambda_0 = 3 \cdot 10^{-8}$ годин $^{-1}$ (стор. 33 в [10]). Тому всі з'єднання пайкою обумовлюють інтенсивність відмов $16 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-8} \cdot 2 = 0,96$ (годин $^{-1}$).

Число з'єднувачів дорівнює числу ДП (тобто, $10^6 : 50 = 2000$), а їх інтенсивність відмов $\lambda_{e4} = 10^{-9} \cdot K_k K_p K_c K_d$. З табл. 5.13.3 [10] маємо: для 50 задіяних контактів $K_k = 9,5$; з табл. 5.13.2 [10]: при $t_c = 10^\circ\text{C}$, $\theta + \Delta t = 56^\circ\text{C}$, $\frac{1}{t_m} = 1$, $K_p = 14,66$; з табл. 5.13.4 [10]: для 50 з'єднань-роз'єднань $K_c = 0,41$; з табл. 1.3.4 маємо $K_d = 2$. Тому 20000 з'єднувачів створюють інтенсивність відмов

$$2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-9} \cdot 9,5 \cdot 14,66 \cdot 0,41 \cdot 2 = 2,28 \cdot 10^{-3} \text{ (годин}^{-1}\text{)}.$$

Цю інтенсивність відмов треба помножити на $K_a K_0 = 0,425$ і перерахувати на параметр τ для W -розподілу виходячи з формули

$$\left(\frac{10^4}{\tau}\right)^{1,3} = 228 \cdot 10^{-5} \cdot 0,425 \cdot 10^4 = 9,7,$$

звідки маємо $\tau = 10^4 : (9,7)^{0,769} = 1745$ (годин).

Число монтажних провідників залежить від числа ДП і задіяних контактів з'єднувачів і дорівнює $50 \cdot 20000 \cdot 0,5 = 500000$, а їх інтенсивність відмов складає $\lambda_{e4} = 10^{-9} \cdot K_L K_4$. Відповідно до табл. 1.6.6 при $\theta + \Delta\theta = 56^\circ\text{C}$ маємо: $L = 20000$ см = 200 м; з табл. 1.3.4: $K_4 = 2$, $K = 4,07 + (5,01 - 4,06) : 5 = 4,258$. Тому всі монтажні провідники створюють інтенсивність відмов $500000 \cdot 10^{-9} \cdot 4,258 \cdot 200 \cdot 2 = 0,852$ (годин $^{-1}$). Таким чином, постійна інтенсивність відмов КС складає:

$$\lambda_e = 0,425(0,145 + 0,00608 + 0,96 + 0,852) = 0,834 \text{ (годин}^{-1}\text{)},$$

а її функція надійності буде

$$P(t) = e^{-0,834t} e^{-\left(\frac{t}{1745}\right)^{1,3}}$$

Напрацювання T_0 на відмову легко визначити чисельним інтегруванням (див. приклад 2.3.1), яке дає $T_0 = 1,2$ години.

1.7. АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ. Створення надійних виробів є одним з найважливіших завдань виробництва взагалі. Успішне вирішення цього завдання вимагає проведення певних заходів для забезпечення надійності на всіх етапах життєвого циклу виробів. Ефективність цих заходів можна оцінити шляхом розрахунків надійності виробів, що проводяться на всіх стадіях їх створення (аванпроект, ескізний проект, технічний проект і т.д.). Якщо врахувати те, що на кожній із зазначених стадій, як правило, треба порівнювати декілька варіантів створення виробу, то стає очевидним, що розрахунки надійності є типовими й багаторазово повторюваними при проектуванні.

Незважаючи на відносну простоту методики визначення експлуатаційної інтенсивності відмов деякого виробу як суми інтенсивностей відмов елементів, помножених на поправочні коефіцієнти, що враховують дію дестабілізуючих факторів зовнішнього середовища, в цілому розрахунки надійності складного виробу досить громіздкі та трудомісткі. Це зумовлено як великою кількістю використовуваних елементів і дестабілізуючих факторів, так і конструктивними особливостями виробу. Наприклад, корабельний гідрокустичний комп'ютерний комплекс (комп'ютер та, приблизно, тисяча сенсорів) містить загалом до 100 000 елементів (ВМС, роз'ємів і ін.) трьох тисяч найменувань. Громіздкість та трудомісткість багаторазово повторюваних розрахунків надійності викликали появу автоматизованих систем розрахунку надійності (АСРН), реалізація яких зорієнтована на сучасні КС, доступні широкому колу проектувальників.

Перші АСРН, які ще є у вжитку і зараз, використовували пакети програм та бази даних, які відповідали довідникам [8,9], що раніш доповнювалися і перевидавалися з періодичністю в один-два роки. Однак поява нових класів виробів викликають необхідність оновлення баз даних про надійність, а також появу нових версій АСРН.

Сучасні АСРН, перш за все, мають відповідати сучасним методам проектування технічних засобів, що базуються на так званих *CALS-технологіях* або *CALS-принципах* (скорочення утворено від Continuous Acquisition and Life-Cycle Support - безперервної інформаційної підтримки життєвого циклу). Практично це означає, що АСРН повинні бути організовані як програмно-інформаційні системи типу "клієнт-сервер", які дозволяють широко використовувати можливості мережевих технологій та реалізувати безперервну інформаційну підтримку розрахунків надійності. Так, при наявності зв'язку сервера АСРН з глобальною мережею INTERNET час оновлення інформації про характеристики надійності комплектуючих електро-радіо виробів

в кінцевих користувачів становить не більше 1...2 днів з моменту її офіційної появи. Для оновлення вихідної інформації досить лише змінити дані в базі даних, довідкову систему і файл інструкцій роботи клієнтської частини, що зберігаються на сервері АСРН, без зміни коду програмних модулів клієнтської та серверної частин АСРН.

АСРН нових поколінь (наприклад, АСОНІКА-К) дозволяють не тільки розраховувати показники надійності радіо-електронної апаратури, але і дають можливість варіювати чисельними значеннями характеристик надійності комплектуючих електро-радіо виробів, змінювати математичні моделі інтенсивностей відмов λ , як окремих елементів, підсистем, так і КС в цілому, додавати для включення в розрахунки нові класи електро-радіо виробів, змінювати вікна інтерфейсу користувача без зміни програмного коду модулів підсистеми та багато іншого.

Ще одним важливим аспектом практичної реалізації АСРН у відповідності до CALS-технологій є інформаційна підтримка безпосередньо самого процесу розрахункової оцінки надійності. Ця підтримка полягає в тому, що будь-яка зміна проекту (додавання, заміна або вилучення компонентів) повинна викликати автоматичний перерахунок показників надійності радіо-електронної апаратури, в результаті якого користувачеві повідомляється про співвідношення між необхідним і поточним рівнями надійності. Якщо виникає потреба, то користувач може запустити підсистему аналізу результатів розрахунків. З її допомогою можна не тільки вибрати найбільш доцільні напрямки підвищення надійності, але й визначити необхідні кількісні значення (наприклад, граничнодопустимі значення робочої температури електро-радіо виробів, число резервних компонентів і т.д.). При внесенні будь-яких змін у проект користувач може оцінити їхню ефективність. Інакше кажучи, застосування сучасної АСРН для розрахункової оцінки надійності повинно одночасно вирішувати і завдання забезпечення необхідного рівня надійності при проектуванні.

І, нарешті, сучасні АСРН мають реалізувати ще один принцип CALS-технологій – безпаперовий (електронний) обмін даними. До складу клієнтської частини підсистеми входять інтерфейси зв'язку із промисловими системами автоматизованого проектування (конвертори вихідних файлів P-CAD, АСОНІКА-Т та ін.) і генератор звітів, що створює протокол роботи підсистеми в електронному вигляді. При розміщенні сервера підсистеми в локальній або глобальній мережі, підсистема дозволяє проводити розрахунки надійності як одного й того ж виробу з різних робочих станцій, так і різних виробів з однієї робочої станції на основі електронного обміну даними між клієнтськими додатками.

Застосування АСРН у навчальному процесі вищої технічної школи при вивченні конструкторських дисциплін звичайно відкриває більше можливостей в поліпшенні якості виконуваних студентами навчальних завдань і проектів. Однак, природно, що можливості АСРН охоплюють далеко не всі аспекти програм навчальних дисциплін з надійності КС.

2. ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

2.1. ВИБІР ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ. Забезпечення потрібного рівня надійності КС пов'язане з необхідністю порівняння різних варіантів її підвищення. При цьому може виявитися, що частина показників надійності в одному варіанті краща, ніж в другому варіанті, а інша частина – гірша. Нехай, наприклад, функції надійності для першого і другого варіантів будуть відповідно $P_1(t) = 2e^{-2\lambda t} - e^{-2\lambda t}$ та $P_2(t) = e^{-\lambda t}$. Тоді ймовірності безвідмовної роботи за 500 годин при $\lambda = 10^{-4}$ (годин⁻¹) складатимуть $P_1(500) = 0,99$ та $P_2(500) = 0,95$, тобто $P_1(500) > P_2(500)$. Однак напрацювання на відмову $T_2 = \lambda^{-1}$ буде більшим, ніж $T_1 = 0,75\lambda^{-1}$. Отже, якщо як основний показник надійності взяти $P(500)$, то вищу надійність забезпечує варіант 1. Якщо ж за основний показник надійності прийняти напрацювання на відмову, то вищу надійність забезпечує варіант 2.

Очевидно, що вибирати той або інший варіант підвищення надійності треба з врахуванням умов експлуатації і втрат, викликаних відмовою. Математично це можна обґрунтувати шляхом введення функції прибутку $C(t)$. Для невідновлюваних систем $C(t)$ дорівнює прибутку від експлуатації системи, яка відмовила в момент часу t , тобто

$$C(t) = -\beta + \gamma\varphi(t), \quad \varphi(0) = 0,$$

де $\beta = \beta_1 + \beta_2$ – втрати, пов'язані з відмовою системи, β_1 – вартість системи, β_2 – додаткові втрати від відмови системи, γ – прибуток за одиницю часу роботи системи, $\varphi(t)$ – функція, що характеризує зростання прибутку. Найкращою ж слід вважати систему, яка забезпечує найбільший середній прибуток, тобто величина

$$C^* = M[C(t)] = -\beta + \gamma M[\varphi(t)] \quad (2.1.1)$$

є загальною оцінкою ефективності систем. Величини β і γ не залежать від надійності системи і визначаються її вартістю і корисністю. Єдиною величиною, що залежить від надійності є $M[\varphi(t)]$. Отже, її слід вважати основним показником надійності. Враховуючи, що $\varphi(0) = 0$ і $P(\infty) = 0$, маємо:

$$M[\varphi(t)] = \int_0^{\infty} \varphi(t)f(t)dt = \int_0^{\infty} \varphi'(t)P(t)dt, \quad (2.1.2)$$

Приклад 1. Для КС, що встановлена на борту автоматичної космічної станції, прибуток прямо пропорційний часу роботи, тобто $C(t) = -\beta + \gamma t$. Отже, $\varphi(t) = t$, а з (2.1.2) одержуємо

2.1. Вибір показників надійності

$$M[\varphi(t)] = \int_0^{\infty} P(t)dt = T_0.$$

Як і можна було очікувати, основним показником надійності в даному випадку є середній час безвідмовної роботи.

Приклад 2. Для КС, встановленої на борту ракети одноразового використання, прибуток буде дорівнювати

$$C(t) = \begin{cases} -\beta, & \text{якщо } t < t_n, \\ \gamma - \beta, & \text{якщо } t \geq t_n, \end{cases}$$

де t_n – час польоту ракети. У цьому випадку

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < t_n, \\ 1, & \text{при } t \geq t_n, \end{cases}$$

$$\varphi'(t) = \delta(t - t_n)$$

де $\delta(t)$ – функція, що має такі властивості: $\delta(t) = 0$ при $t \neq 0$, $\delta(0) = \infty$ та

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1. \quad \text{Отже,}$$

$$M[\varphi(t)] = \int_0^{\infty} P(t)\delta(t - t_n)dt = P(t_n).$$

Основним показником надійності в даному випадку є ймовірність безвідмовної роботи протягом часу t_n .

Загальною оцінкою якості роботи конкретної відновлюваної системи доцільно вважати середнє значення прибутку за одиницю часу на інтервалі $(0, T_p)$

$$C_p = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} c(t)dt,$$

де T_p – технічний ресурс системи, $c(t)$ – прибуток від використання системи за одиницю часу. Для системи даного типу варто розрахувати математичне сподівання середнього прибутку за одиницю часу

$$C_p^* = M \left[\frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} c(t)dt \right] = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} M[c(t)]dt. \quad (2.1.3)$$

Введемо функцію $x(t)$, що дорівнює 1, коли система працює, і 0, коли система відновлюється. Під час роботи за одиницю часу система приносить прибуток γ . Відмова системи приводить до втрат C_0

першого роду, які обумовлені вартістю елементів, що відмовили, і до втрат ϵ другого роду, які викликані простоем системи і пропорційні тривалості відновлення. Отже, прибуток від системи за одиницю часу можна записати у вигляді:

$$c(t) = (\gamma + \epsilon)x(t) - \epsilon - \sum_{i=1}^n C_i \delta(t - t_i), \quad (2.1.4)$$

де $\delta(t)$ -дельта-функція; C_i - втрати першого роду, викликані i -ю відмовою ($i=1, 2, \dots, n$); n -число відмов за T_p ; t_i - моменти появи відмов.

Розглянемо випадок, коли $C_i \ll \epsilon$, тобто втрати від відмови системи визначаються тільки її простоем. Так буває, наприклад, в КС, побудованій на ІМС малого ступеня інтеграції, коли відмова однієї ІМС малої вартості приводить до відмови всієї КС. У цьому випадку

$$c(t) = (\gamma + \epsilon)x(t) - \epsilon. \quad (2.1.5)$$

Підставляючи (2.1.5) у (2.1.3), одержимо

$$C_p^* = \frac{\gamma + \epsilon}{T_p} \int_0^{T_p} M[x(t)] dt - \epsilon.$$

В цьому виразі від надійності залежить тільки множник

$$\frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} M[x(t)] dt = H.$$

який і слід вважати основним показником надійності. Оскільки функція $x(t)$ приймає тільки два значення, то для кожного t легко обчислити її математичне сподівання як

$$M[x(t)] = 1 \times G(t) + 0 \times [1 - G(t)] = G(t).$$

Отже,

$$H = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} G(t) dt = K,$$

тобто, основним показником H надійності в даному випадку є коефіцієнт готовності.

Розглянемо тепер випадок, коли $C_i \gg \epsilon$, тобто втрати визначаються вартістю елементів, що відмовили. Так буває, наприклад, в КС, побудованій із ВІМС, коли вартість блоку, що відмовив, досить велика, однак його заміна може бути зроблена швидко і втрати від простою малі. У цьому випадку

$$c(t) = \gamma - \sum_{i=1}^n C_i \delta(t - t_i). \quad (2.1.6)$$

2.1. Вибір показників надійності

Підставляючи (2.1.6) у (2.1.3), одержуємо

$$C_p^* = \gamma - \frac{1}{T_p} M \left[\sum_{i=1}^n C_i \right] = \gamma - \frac{C_0 N}{T_p}, \quad (2.1.7)$$

де N - середнє число відмов за час T_p , C_0 - середні витрати на усунення однієї відмови. В формулі (2.1.7) від надійності системи залежить тільки множник

$$\frac{N}{T_p} = H, \quad (2.1.8)$$

який і є основним показником надійності у випадку, коли $C_i \gg \epsilon$. Величина N може бути визначена, наприклад, за щільністю $f(t)$ розподілу часу безвідмовної роботи.

Взагалі процес функціонування відновлюваної системи, де час відновлення t_n такий, що можна вважати $t_n = 0$, одержав назву процесу поновлення. Найбільш повно процес поновлення характеризує функція поновлення $N(t)$ - середнє число поновлень (відмов), що відбулись до моменту часу t , або інтенсивність поновлень $\Psi(t)$. Очевидно, що

$$N(t) = \int_0^t \Psi(\tau) d\tau. \quad (2.1.9)$$

Якщо вважати, що поновлення повністю відновлює якість системи, то процес поновлення можна подати як заміну системи, що відмовила, новою. Для виявлення зв'язку між $\Psi(t)$ і $f(t)$ визначимо кількість замін (поновлень), що відбулись в інтервалі $(t, t+\Delta t)$. Виходячи з визначення $\Psi(t)$ можна вважати, що ця кількість буде дорівнювати $\Psi(t)\Delta t$. В той же час система, що починала роботу в момент $t=0$ на інтервалі $(t, t+\Delta t)$ в середньому відмовить $f(t)\Delta t$ раз. Однак, крім даної системи на інтервалі $(t, t+\Delta t)$ можуть відмовити і системи, що почали працювати в деякий момент $\tau < t$. Число таких систем буде $\Psi(\tau)\Delta \tau$, з них на інтервалі $(t, t+\Delta t)$ відмовлять в середньому $\Psi(\tau)\Delta \tau f(t-\tau)\Delta t$. Отже,

$$\Psi(t)\Delta t = f(t)\Delta t + \Delta t \int_0^t \Psi(\tau) f(t-\tau) \Delta \tau.$$

де додавання проводиться для всіх інтервалів $\Delta \tau$ від 0 до t .

Звідси одержимо рівняння

$$\Psi(t) = f(t) + \int_0^t \Psi(\tau) f(t-\tau) d\tau.$$

яке має назву рівняння поновлення. Розв'язок його за допомогою перетворення Лапласа дає $\Psi^*(S) = \frac{f^*(S)}{1-f^*(S)}$, де $f^*(S)$ і $\Psi^*(S)$ відображення за Лапласом функцій $f(t)$ і $\Psi(t)$. Коли, наприклад, $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, то

$$\Psi(t) = \lambda, \quad (2.1.10)$$

тобто для експоненціального закону надійності λ чисельно дорівнює інтенсивності поновлень. В загальному ж випадку це не так, але при будь-якій безперервній щільності розподілу $f(t)$, що прямує до нуля при $t \rightarrow \infty$, маємо

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Psi(t) = \frac{1}{T_0}, \quad (2.1.11)$$

При постійній інтенсивності відмов λ з (2.1.9) і (2.1.10) одержуємо $N(t) = \lambda t$. З врахуванням (2.1.8) звідси витікає, що

$$H = \frac{\lambda T_0}{T_p} \approx \lambda.$$

Це означає, що для такого типу відновлюваних систем основним показником надійності є інтенсивність відмов.

Таким чином, знаючи призначення й умови експлуатації КС для кожного конкретного випадку можна побудувати функцію прибутку, а вже за нею визначити основний показник надійності даної системи.

Процес функціонування системи з $t_0 \neq 0$ може бути зведений до процесу поновлення шляхом введення до розгляду випадкової величини $T+t_0$, де T – час безвідмовної роботи, t_0 – час відновлення системи. З теорії ймовірностей відомо, що сума двох незалежних випадкових величин T і t_0 має розподіл

$$\varphi(t) = \int_0^t f(t-\tau)g(\tau) d\tau.$$

Рівняння поновлення у цьому випадку буде мати вигляд

$$\Psi(t) = \varphi(t) + \int_0^t \Psi(\tau)\varphi(t-\tau) d\tau.$$

Таким чином, по аналогії з (2.1.11) маємо

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Psi(t) = \frac{1}{T_c},$$

де $T_c = T_0 + T_B$, T_0 – напрацювання на відмову, T_B – середня тривалість відновлення.

Незважаючи на велику різноманітність систем більшість з них можна класифікувати по [25] режиму застосування (безперервний

тривалий, багаторазовий циклічний, однократний); можливості відновлення (відновлювані, невідновлювані); можливості проведення технічного обслуговування (обслуговувані, необслуговувані); залежності прибутку від працездатності (пропорційний тривалості працездатного стану; прибуток з'являється, якщо система безвідмовно працює заданий час); втратах від відмов (втрати від простою, втрати від витрат на ремонт, втрати від того і іншого); подіях, що приводять до припинення експлуатації (відмова, закінчення виконання функцій, вироблення технічного ресурсу); можливості контролю перед застосуванням (контрольовані, неконтрольовані) тощо.

Задача 2.1.1. Система складається із $K = 2 + C_4$ окремих пристроїв (U_1, U_2, \dots), функції надійності (табл. 2.1.1) яких однакові.

Припускаючи, що відмови пристроїв незалежні й відмова одного з них приводить до відмови системи, визначити: а) напрацювання системи до першої відмови; б) напрацювання на відмову системи в тривалій її експлуатації, якщо ремонт полягає в заміні пристрою, що відмовив, на новий пристрій. Можна вважати, що тривалість такого ремонту $T_B = 0$.

Таблиця 2.1.1. Вихідні дані до задачі 2.1.1.

C_4	$P(t)$	Параметри розподілу
0	DM	$v = 0,5 + 0,15C_{11}$, $\tau = 100(C_3 + 1)$, (годин)
1	DN	
2	LN	
3	W	

Приклад 2.1.1. Розв'язати задачу 2.1.1 для $K = 2$, $P(t) = e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v}$, $v = 2$, $\tau = 100$. Напрацювання T_0 системи до першої відмови визначається її функцією $P_c(t)$ надійності

$$P_c(t) = (P(t))^k = e^{-2\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} = e^{-\left(\frac{1\sqrt{2}}{\tau}\right)^2 t^2},$$

а саме:

$$T_{0c} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{1\sqrt{2}}{100}\right)^2 t^2} dt = \frac{100}{\sqrt{2}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot 0,88623 \approx 63 \text{ (годин)}.$$

Напрацювання на відмову системи в тривалій її експлуатації за умови $T_B = 0$, можна визначити, виходячи із процесу відновлення для

окремих пристроїв. Для великого t інтенсивність поновлення одного пристрою $\psi_1 = T_0^{-1}$, де T_0 – напрацювання пристрою на відмову,

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{t}{100}\right)^2} dt = 100 \cdot 0,88623 \approx 89 \text{ (годин)}.$$

Оскільки відмови пристроїв незалежні, то інтенсивність відмов (поновлень) ψ_2 буде у два рази вища, тобто $2T_0^{-1}$. При відмові (відновленні) кожного пристрою відмовляє (відновлюється) і система, тому її інтенсивність поновлень становить $\frac{2}{T_0} = \frac{2}{89}$. Отже, напрацювання системи на відмову при тривалій експлуатації дорівнює $T'_{0c} = \frac{T_0}{2} \approx 44$ (годин). Зменшення T'_{0c} порівняно з T_{0c} на $\frac{63-44}{63} \cdot 100\% \approx 30\%$ зумовлено тим, що T_{0c} – це напрацювання на відмову системи, пристрої якої раніше не були в експлуатації і, отже, не витратили свого технічного ресурсу. В процесі ж тривалої експлуатації системи відновлення її роботи відбувається як заміна тільки пристрою, що відмовив, а пристрої, що не відмовили, продовжують працювати зі зменшеним технічним ресурсом.

2.2. МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ. Такі методи можуть застосовуватися на стадіях проектування, виготовлення і експлуатації комп'ютерних засобів (табл. 2.2.1). Однак, забезпечення високої надійності з мінімальними витратами можливе тільки у випадку, коли проблемі надійності приділяється увага на всіх стадіях життєвого циклу виробів, а роботи у цьому напрямку починаються з початком проектування.

Таблиця 2.2.1. Перелік найбільш часто використовуваних методів підвищення надійності комп'ютерних засобів

Методи підвищення надійності комп'ютерних засобів на основних стадіях життєвого циклу	
1. Проектування 1.1. Резервування 1.2. Спрощення виробів 1.3. Полегшення ремонту 1.4. Оптимізація параметрів виробів 1.5. Створення завадостійких елементів і пристроїв 1.6. Забезпечення стабільності параметрів 1.7. Організація полегшених режимів роботи 1.8. Використання високонадійних компонентів 1.9. Створення систем контролю і діагностики 1.10. Розширення допусків на параметри компонентів 1.11. Застосування ІМС більш високого рівня інтеграції 1.12. Створення структур з обмеженими наслідками відмов	2. Виготовлення 2.1. Удосконалення технології, автоматизація виробництва 2.2. Контроль якості (вхідний і вихідний) 2.3. Тренування елементів і систем
	3. Експлуатація 3.1. Науково обґрунтовані методи експлуатації 3.2. Узагальнення досвіду експлуатації 3.3. Профілактичні огляди і ремонти 3.4. Підвищення кваліфікації працівників 3.5. Використання стійких до збоїв програм

Спрощення структурних схем (1.2) і оптимізація параметрів виробів (1.4), забезпечення стабільності (1.6) параметрів компонентів та розширення допусків (1.10) на них підвищує надійність з поступових відмов. Структури з обмеженими наслідками відмов (1.12) запобігають ланцюговому або лавинному виходу з ладу компонентів через електричні або інші перевантаження, що викликані відмовою якогось елементу або видачею сигналів, здатних викликати відмову чи аварійні ситуації інших структурних частин системи.

Створення полегшених режимів роботи (1.7) (наприклад, шляхом примусової вентиляції) позитивно позначається на надійності. З цієї ж метою тепловідляючі елементи оснащують радіаторами і розташовують у місцях, що сприяють відведенню тепла. Використання більш надійних елементів (1.8) завжди бажано, однак зростання надійності компонентів часто відстає від практичних потреб. Використання ІМС з підвищеним рівнем інтеграції (1.11) так само позитивно позначається на надійності – хоча інтенсивність відмов ІМС зростає з ростом рівня інтеграції, але значно повільніше, ніж число елементів у ІМС. Підвищенню надійності сприяє і застосування ВІМС, що працюють на вищому рівні інтеграції, але значно повільніше, ніж число елементів у ІМС. Підвищенню надійності сприяє і застосування ВІМС, що працюють на вищому рівні інтеграції, але значно повільніше, ніж число елементів у ІМС. Підвищенню надійності сприяє і застосування ВІМС, що працюють на вищому рівні інтеграції, але значно повільніше, ніж число елементів у ІМС. Підвищенню надійності сприяє і застосування ВІМС, що працюють на вищому рівні інтеграції, але значно повільніше, ніж число елементів у ІМС.

Важливим конструктивним фактором підвищення надійності КС є зменшення впливу наведень і завод (1.5). З цієї метою широко використовують різного роду заземлені екрани. Щоб запобігти негативній дії завод через кола живлення, усі ці кола повинні мати малий імпеданс і мінімальну довжину з'єднувальних провідників. Заходи, спрямовані на створення вбудованих систем контролю та діагностики (1.9), сприяють полегшенню ремонту (1.3) і підвищенню коефіцієнта готовності. При наявності таких систем ремонт може зводитись до візуального спостереження за сигнальною індикацією та до заміни блоків, що відмовили, справними. Для виконання таких дій немає потреби використовувати працівників високої кваліфікації, що зменшує витрати на експлуатацію.

Коли всі перелічені методи не дають бажаних результатів, то використовують резервування (1.1), тобто вводять апаратну надмірність. Ідея методу полягає в тому, що в систему замість одного якось елементу вводять $n \geq 2$ ідентичних елементів, кожен з яких здатний виконувати ті ж самі функції. Один з цих елементів називають резервованим (основним), а решту – резервними (резервом). Тоді відмова резервованого елементу наступить тільки при відмові як основного, так і резервних елементів. Якщо відмови елементів незалежні і $P(t)$ є надійністю одного елемента, то ненадійність резервованого елемента дорівнює

$$Q(t) = W\{T_i < t, i = \overline{1, n}\} = \prod_{i=1}^n W\{T_i < t\} = (1 - P(t))^n.$$

Звідси для надійності резервованого елемента одержуємо $P_R(t) = 1 - (1 - P(t))^n > P(t)$, при $P(t) < 1$.

тобто надійність резервованого елемента завжди більше надійності нерезервованого. Відношення числа резервних елементів до числа резервованих (основних) елементів називають кратністю резервування. У розглянутому вище прикладі кратність дорівнює n . Введення апаратної надмірності дозволяє підвищити надійність як по відмовах, так і по збоях. Внаслідок цього резервування знайшло широке застосування в КС.

Крім апаратного резервування може бути використане і часове резервування, що дозволяє підвищувати надійність, як правило, по збоях, наприклад, шляхом триразового виконання якої-небудь операції з наступним виявленням правильного результату за принципом більшості (два з трьох).

На стадії виготовлення КС підвищення надійності досягають, в основному, за рахунок удосконалення технології, автоматизації виробництва (2.1) і контролю якості (2.2). У деяких випадках ефективним методом підвищення надійності є тренування елементів і систем (2.3), що полягає в попередньому (тобто перед початком експлуатації) включенні в роботу елементів і систем, що мають чітко виражену стадію припрацювання. Час тренування вибирається так, щоб основна частина малонадійних елементів за цей час відмовила.

Важливі заходи щодо забезпечення надійності можуть бути проведені на стадії експлуатації. Науково обґрунтований метод експлуатації (3.1) включає ретельно розроблені і обґрунтовані інструкції і методи експлуатації, профілактики і ремонту (3.3), а також чітко встановлені права, обов'язки і відповідальність обслуговуючого персоналу. На цій стадії проводять збір і узагальнення досвіду експлуатації (3.2), як з метою його використання при проектуванні нових систем, так і для оптимізації стратегії обслуговування існуючих КС. На ефективність експлуатації і надійність КС очевидним чином впливає кваліфікація обслуговуючого персоналу (3.4), особливо це помітно під час виконання ремонтних робіт. Найпростішим прикладом стійких до збоїв програм (3.5) є програма з дворазовим її виконанням та наступним порівнянням результатів.

Забезпечення надійності на різних етапах „життєвого“ циклу виробу можна подати в такій послідовності:

Аванпроект виробу

- Аналіз інформації про надійність кращих аналогів.
- Обґрунтування обраного варіанта побудови виробу.
- Оцінка очікуваного рівня надійності виробу.
- Формування вимог щодо надійності на стадії ескізного проекту.
- Ескізований проект виробу

- Вибір структурних рішень, що забезпечують виконання вимог надійності.
- Моделювання процесів функціонування виробу.
- Оцінка впливу зовнішніх дестабілізуючих факторів на надійність виробу.
- Складання переліку типів можливих відмов.
- Виявлення "слабких" по надійності частин виробу.
- Складання переліку критеріїв відмов і граничних станів.
- Аналіз впливу відмов частин виробу на його працездатність.
- Розробка заходів щодо попередження відмов і захисту від їх наслідків.
- Розробка програми випробувань виробу на надійність.
- Вибір системи контролю справності і діагностики виробу при експлуатації.
- Розробка правил технічного обслуговування і ремонту виробу.
- Визначення комплексу запасних виробів і приладів.
- Формування вимог щодо надійності для розробки технічного проекту виробу.
- Технічний проект виробу**
- Розробка режимів експлуатації.
- Складання переліку комплектуючих виробу, що підлягають входному контролю.
- Розрахунки надійності з врахуванням теплових режимів, вібрацій, шумів, міцності конструкцій.
- Вибір способів і засобів захисту від зовнішніх впливів.
- Розробка системи технічного обслуговування і ремонту.
- Розробка технічної документації**
- Аналіз технологічності виробу.
- Розробка спеціального випробувального устаткування.
- Розробка ремонтної і експлуатаційної документації.
- Перевірка безпеки і живучості при порушенні умов експлуатації.
- Аналіз результатів випробування дослідного зразка виробу і виявлення причин відмов.
- Постановка виробу на виробництво**
- Оцінка надійності технологічних систем.
- Розробка систем контролю надійності в процесі виготовлення.
- Організація обліку відмов, виявлених при виготовленні.
- Розробка системи неруйнівного контролю і діагностики при виготовленні.
- Серійне виробництво виробу**
- Збір і аналіз інформації про надійність серійних виробів.

- Аналіз результатів приймальних випробувань.
- Усунення причин технологічних відмов виробу.
- Контроль за дотриманням технології виготовлення.
- Введення в експлуатацію**
- Навчання обслуговуючого персоналу.
- Організація обліку даних про відмови.
- Аналіз якості монтажних робіт.
- Експлуатація**
- Контроль за дотриманням правил експлуатації.
- Організація підконтрольної експлуатації.
- Збір і аналіз даних про надійність при експлуатації.
- Організація ремонтних робіт**
- Навчання персоналу правилам забезпечення надійності при ремонті.
- Розробка документів для виконання ремонтних робіт.
- Оцінка технічного стану виробів, що надійшли в ремонт.
- Виявлення причин відмов відремонтованих виробів і оцінка їх надійності.

Всі роботи із забезпечення надійності доцільно проводити у відповідності з міжнародними стандартами забезпечення якості ISO 9000-9004, що діють у багатьох розвинутих країнах світу (ISO – The International Standard Organization – світова організація, що об'єднує національно-державні установи по стандартизації). Стандарти ISO (табл. 2.2.2) є універсальними і придатні для використання на підприємствах будь-якого сектора економіки.

Таблиця 2.2.2. Стандарти ISO забезпечення якості виробів.

ISO 9000. Загальні положення щодо вибору і застосування систем забезпечення якості (СЗЯ). (деологія стандартів ISO серії 9000: СЗЯ повинні попереджувати проблеми ще до їх появи).			
ISO 9001. СЗЯ при проектуванні нових виробів	ISO 9002. СЗЯ при серійному виробництві	ISO 9003. СЗЯ при випробуваннях і контролі виробів	ISO 9004. Фактори впливу на якість виробів на всіх стадіях їх життєвого циклу (рис. 2.2.1)



Рис. 2.2.1. Стадії життєвого циклу виробу.

2.3. РЕЗЕРВУВАННЯ БЕЗ ВІДНОВЛЕННЯ. Резервування є одним з основних методів підвищення надійності і єдиним методом, що дозволяє робити це необмежено. В залежності від того, відновлюються чи не відновлюються резервні елементи, які відмовили, розрізняють резервування з відновленням і без відновлення (табл.2.3.1)

Таблиця 2.3.1. Класифікація методів резервування.

Резервування		
Без відновлення	З відновленням	
Навантажене	Полегшене	Ненавантажене
З цілою кратністю	З дробовою кратністю	

Якщо відмови резервних елементів мають таку ж інтенсивність, як і основні елементи, то в цьому випадку резерв є навантаженим. У деяких випадках резервні елементи знаходяться у полегшеному режимі (наприклад, в неробочому стані і відмови в них мають характер відмов при зберіганні), тобто мають меншу інтенсивність. Таке резервування одержало назву полегшеного резерву. При ненавантаженому резерві вважають, що резервні елементи не відмовляють.

У залежності від кратності розрізняють резервування з цілою і дробовою кратністю. При цілій кратності кожен основний елемент має деяке число резервних елементів. При дробовій кратності група із n основних елементів резервується m елементами і при відмові одного з основних елементів вмикається в роботу один з резервних. При цьому будь-який резервний елемент повинен бути здатним виконувати функції будь-якого основного елемента. Резервування з дробовою кратністю також називають ковзним або змінним резервуванням.

У випадку навантаженого резерву без відновлення всі елементи знаходяться в тому самому режимі як до, так і після ввімкнення в роботу. Тому надійність кожного елемента не залежить від того, у який момент він перейшов у робочий стан, тобто не залежить від моментів відмов інших елементів. Нехай $p_i(t)$ буде надійністю i -го елемента, де $i = 1, 2, \dots, n$, n - загальне число елементів у резервованій групі, що складається з одного основного ($i=1$) та $n-1$ резервних елементів. Тоді для відмови резервованої групи необхідно, щоб відмовили всі елементи. Звідси її ненадійність

$$Q_n(t) = \prod_{i=1}^n q_i(t).$$

де $q_i(t) = 1 - p_i(t)$ - ненадійність i -го елемента. Отже, надійність резервованої групи буде

$$P_n(t) = 1 - Q_n(t) = 1 - \prod_{i=1}^n q_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i(t)).$$

Звідси виходить, що коли $p_i > 0$ і $n \rightarrow \infty$, то надійність $P_n(t) \rightarrow 1$, тобто з як завгодно ненадійних елементів при досить великому n можна побудувати як завгодно надійну систему. Якщо всі елементи рівнонадійні, то

$$P_n(t) = 1 - (1 - p(t))^n = 1 - q(t)^n, \quad (2.3.1)$$

де $p(t) = p(t)$, $q(t) = 1 - p(t)$. Для експоненціального закону надійності

$$P_n(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n \approx 1 - (\lambda t)^n.$$

Середній час T_n безвідмовної роботи системи

$$T_n = \int_0^{\infty} P_n(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - (1 - e^{-\lambda t})^n) dt.$$

Виконаємо заміну змінних за формулою $Z = 1 - e^{-\lambda t}$, тоді одержимо

$$T_n = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 \frac{1 - Z^n}{1 - Z} dZ = \frac{1}{\lambda} \int_0^1 (1 + Z + Z^2 + \dots + Z^{n-1}) dZ = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{\lambda} \left(\ln n + c + \frac{1}{2n} \right), \quad (2.3.2)$$

де $c = 0,57712\dots$ - стала Ейлера. Останній вираз ще раз показує, що з малонадійних елементів може бути побудована резервована система з як завгодно великим середнім часом безвідмовної роботи.

При вивченні навантаженого і полегшеного резервування зручно виходити з загальної математичної моделі виникнення відмов, що одержала назву моделі загибелі. Ця модель може бути застосована до систем, що складаються з n елементів та, крім того, потік відмов в яких задовольняє наступним двом умовам:

1. Якщо до моменту t відбулось $k-1$ відмов, то незалежно від моментів їх виникнення ймовірність того, що на інтервалі $(t, t+\Delta t)$ відбудеться одна відмова, дорівнює $\lambda_k \Delta t + o(\Delta t)$, а ймовірність того, що на цьому інтервалі відмов не буде, дорівнює $1 - \lambda_k \Delta t + o(\Delta t)$, де $o(\Delta t)$ - нескінченно мала величина більш високого порядку малості, ніж Δt .

2. Після n -ї відмови робота системи припиняється.

2.3. Резервування без відновлення

Будемо вважати, що система в момент t знаходиться в стані k (до цього моменту відбулося рівно $k-1$ відмов). Позначимо як $a_k(t)$ ймовірність того, що система в момент t знаходиться в стані k . Тоді

$$a_1(t + \Delta t) = (1 - \lambda_1 \Delta t) a_1(t),$$

$$a_k(t + \Delta t) = (1 - \lambda_k \Delta t) a_k(t) + \lambda_{k-1} a_{k-1}(t) \Delta t, \quad (k=2, 3, \dots, n),$$

$$a_{n+1}(t + \Delta t) = \lambda_n \Delta t a_n(t) + a_{n+1}(t).$$

Звідси маємо:

$$\frac{da_1(t)}{dt} = -\lambda_1 a_1(t),$$

$$\frac{da_k(t)}{dt} = \lambda_{k-1} a_{k-1}(t) - \lambda_k a_k(t), \quad (k=2, 3, \dots, n),$$

$$\frac{da_{n+1}(t)}{dt} = \lambda_n a_n(t).$$

Використовуючи перетворення Лапласа, одержимо:

$$a_1^0(s) = \frac{1}{s + \lambda_1},$$

$$a_k^0(s) = \frac{\lambda_{k-1}}{s + \lambda_k} a_{k-1}^0(s), \quad (k=2, 3, \dots, n),$$

$$a_{n+1}^0(s) = \frac{\lambda_n}{s} a_n^0(s).$$

Остаточно

$$a_{n+1}^0(s) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n}{s(s + \lambda_1) \dots (s + \lambda_n)}.$$

Якщо $\lambda_i \neq \lambda_j$ при $i \neq j$, то

$$a_{n+1}(t) = 1 - \sum_{k=1}^n \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n}{\lambda_k \omega'(-\lambda_k)} e^{-\lambda_k t}, \quad (2.3.3)$$

де $\omega(x) = (x + \lambda_1)(x + \lambda_2) \dots (x + \lambda_n)$. Очевидно, що при довільних λ_i вираз для $a_{n+1}(t)$ є досить громіздким. Якщо ж усі λ_i рівні, тобто $\lambda_i = \lambda$, то

$$a_{n+1} = 1 - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}. \quad (2.3.4)$$

З визначення моделі загибелі випливає, що функція ненадійності $Q_n(t) = a_{n+1}(t)$.

Для визначення середнього часу T_n безвідмовної роботи резервованої системи введемо поняття випадкового часу t_n життя систе-

ми. Якщо через v_k позначити час між $(k-1)$ -ю і k -ю відмовою, то $\tau_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$. Оскільки за визначенням часові відрізки v_k незалежні і розподілені по експоненціальному закону $W(v_k < t) = 1 - e^{-\lambda_k t}$, то

$$T_n = M[\tau_n] = M\left[\sum_{k=1}^n v_k\right] = \sum_{k=1}^n M[v_k] = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\lambda_k} = \sum_{k=1}^n T_{0k}. \quad (2.3.5)$$

Розглянемо використання моделі загибелі для аналізу ненавантаженого резерву, коли в неробочому стані елементи відмовити не можуть, а можлива відмова тільки основного елемента в робочому стані. Якщо елементи мають експоненціальну функцію надійності, то можна показати, що потік відмов при цьому буде процесом загибелі. У цьому випадку функція ненадійності Q_n буде визначатися виразом (2.3.3), а для рівнонадійних елементів - виразом (2.3.4), тобто

$$P_n(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}. \quad (2.3.6)$$

Оскільки $P_n(t)$ є надійністю резервованої групи елементів з кратністю n , то це означає, що $P_n(t)$ - ймовірність того, що за час t кількість відмов елементів буде меншою за n , тобто

$$P_n(t) = W_0(t) + W_1(t) + \dots + W_{n-1}(t), \quad (2.3.7)$$

де $W_i(t)$ - ймовірність того, що кількість відмов елементів в резервованій групі дорівнює i ($i=0, 1, \dots, n-1$). Із (2.3.6) і (2.3.7) випливає, що

$$W_0(t) = P_1(t) = e^{-\lambda t},$$

$$W_1(t) = P_2(t) - P_1(t) = \lambda t e^{-\lambda t},$$

$$W_2(t) = P_3(t) - P_2(t) = \frac{(\lambda t)^2}{2!} e^{-\lambda t},$$

$$\dots$$

$$W_{i-1}(t) = P_{i+1}(t) - P_i(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}.$$

Середній час безвідмовної роботи резервованого елемента

$$T_n = M[\tau_n] = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{-1},$$

або при рівнонадійних елементах $T_n = n\lambda^{-1} = nT_0$.

Порівнюючи навантажене і ненавантажене резервування треба вказати, що час життя навантажених τ_n' і ненавантажених τ_n'' еле-

ментів будуть дорівнювати відповідно $\tau_n' = \max(v_1, v_2, \dots, v_n)$ та $\tau_n'' = v_1 + v_2 + \dots + v_n$. Отже ненавантажене резервування завжди доцільніше навантаженого.

В реальних системах резервні елементи теж можуть відмовляти, але внаслідок того, що вони знаходяться в полегшеному режимі роботи, то, звичайно, інтенсивність їх відмов λ нижча, ніж основних елементів Λ . Однак, можливий і інший випадок, коли як основний, так і резервні елементи мають полегшений режим роботи і відповідно йому низьку інтенсивність відмов, але з часом внаслідок нагрівання відмов, режим роботи погіршується і відповідно збільшується інтенсивність відмов. Однак, як перший, так і другий випадки є процесами типу загибелі. При цьому для першого варіанту $\lambda_i = \Lambda + (n-i)\lambda_0$, а для другого $\lambda_i = k\lambda_0$, де k_i - коефіцієнт навантаження, що відповідає i -ому режиму роботи.

При створенні резервованих систем важливе значення має оптимальне визначення рівня резервування. Це зумовлено тим, що деяку систему можна зарезервувати цілком (тобто такою ж системою) або ж розділити її на складові частини (елементи) певного рівня і резервувати кожен з них. Апаратурні витрати однакові для обох способів резервування. Тому необхідно вибрати рівень резервування, що забезпечував би найвищу надійність. Для вирішення цієї задачі розглянемо систему, що складається з двох елементів (1 і 2).

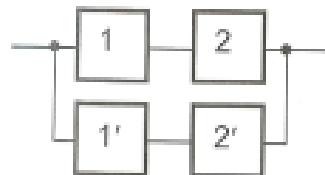


Рис. 2.3.1. Резервування на рівні всієї системи.

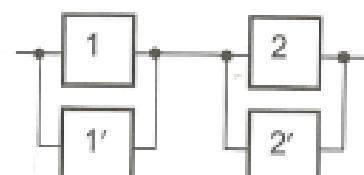


Рис. 2.3.2. Резервування на рівні елементів.

По першому способу резервування здійснюється на рівні всієї системи (рис. 2.3.1), а по другому - на рівні елементів (рис. 2.3.2), де цифрами зі штрихами позначені резервні елементи.

Якщо відмовлять елементи 1 і 1' або 2 і 2', то відмовить і вся система на рис. 2.3.1 та 2.3.2. Система на рис. 2.3.1 відмовить також і тоді, коли відмовлять елементи 1 і 2' або 2 і 1', однак система на рис. 2.3.2 за такого набору відмов залишиться працездатною. Таким чином, якщо надійність не залежить від способу ввімкнення елементів, що має місце при навантаженому і ненавантаженому резерву-

ванні, то із зникненням рівня резервування надійність підвищується. Отже, найбільш надійною буде система, у якій резервування здійснюється на найнижчому рівні, тобто для одержання найбільшої надійності систему слід розділяти на дрібні частини. На практиці це рекомендацію, на жаль, не завжди можна виконати внаслідок того, що деякі способи резервування реалізуються тільки при наявності перемикачів, які вмикають елементи, що відмовили, і вмикають резервні. Такі перемикачі також можуть відмовляти, а їх число зростає зі зникненням рівня резервування. Однак, у будь-якому випадку існує оптимальний рівень резервування, що може бути визначений у кожному конкретному випадку.

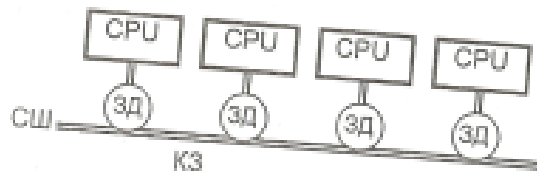


Рис. 2.3.3. Структурна схема КС до задачі 2.3.1.

Задача 2.3.1. КС складається з $n = C_3 + 2$ комп'ютерів CPU (рис. 2.3.3), з'єднаних між собою спільною шиною (СШ), яка, в свою чергу, складається із з'єднувачів (ЗД) та каналів зв'язку (КЗ). На рис. 2.3.3 $n=4$, тобто кількість ЗД та КЗ відповідно дорівнює 4 та 3. Відмови всіх цих компонентів незалежні і відмова одного з них призводить до відмови всієї КС. Інтенсивності відмов CPU і КЗ постійні і дорівнюють відповідно 10^{-4} і $(C_{20} + 1)10^{-6}$ (годин⁻¹), а час безвідмовної роботи ЗД має розподіл, вказаний в табл. 2.3.2. Для такої КС розрахувати, а для функцій ще й побудувати графіки таких показників:

- надійності;
- надійності КС на інтервалі від θ до $\theta+1$, якщо до моменту $\theta = 10^3(C_{11} + 1)$ годин КС працювала безвідмовно;
- напрацювання на відмову T_0 ;
- ефективну інтенсивність відмов λ_e за $t_0 = (10 + C_{10})$ годин;
- середній час $T_0(\theta)$ майбутньої безвідмовної роботи КС, якщо КС вже безвідмовно працювала $\theta = 10^3(10 + C_{10})$ годин;
- гарантований технічний ресурс t_γ , що відповідає гарантованій ймовірності $\gamma = 0,9 + 0,1C_{10}$;
- ймовірність безвідмовної роботи КС за $10^3(C_{11} + 1)$ годин;

2.3. Резервування без відновлення

а) ймовірність безвідмовної роботи КС за час від $\theta = 10^3(C_{11} + 1)$ годин до 2θ годин, якщо КС вже працювала безвідмовно до моменту θ .

Таблиця. 2.3.2. Вихідні дані до задачі 2.3.1.

C_9	$Q(t)$	τ , годин	ν	C_4	z	β
0	DM	33333	1	0	$Q(t)$	$10 \cdot 10^{C_5}$
1	DM	16667	2			
2	DN	50000	1	1	T_0	$1,5 + 0,1C_5$
3	DN	50000	2			
4	LN	30373	1	2	λ_e	$10 \cdot 10^{C_5}$
5	LN	6808	2			
6	W	54054	1,3	3	t_γ	$1,5 + 0,1C_5$
7	W	55376	1,5			
8	W	56434	2			

Задача 2.3.2 В КС із задачі 2.3.1 ввести надмірність з метою збільшення (для $Q(t)$ і λ_e зменшити) показника z надійності (табл. 2.3.2) в β разів. При цьому взяти до уваги, що комп'ютери, з яких побудована КС, мають по $2 + C_4$ незалежних портів для з'єднання CPU в КС. Для надмірної КС виконати пункти а1) – а8) задачі 2.3.1.

Приклад 2.3.1 Виконати завдання задачі 2.3.1 для варіанту 9998. Оскільки $C_3 = 2$, то $n = 4$ і схема КС має вигляд, поданий рис. 2.3.1. Тому її надійність

$$P_{КС}(t) = P_K^4 P_{КЗ}^3 P_{ЗД}^4$$

де P_K , $P_{КЗ}$ і $P_{ЗД}$ – надійність відповідно CPU, КЗ і ЗД, $P_K = e^{-10^{-4}t}$, $P_{ЗД}$ визначається розподілом W з параметрами $\nu = 2$ і $\tau = 56434$ годин.

Тому

$$P_{КС}(t) = e^{-4,57 \cdot 10^{-4}t - 4\left(\frac{t}{56434}\right)^2}$$

По графіку функції (рис. 2.3.4) $P_{КС}(t)$ легко визначити напрацювання на відмову T_0 графічним інтегруванням

$$T_0 = \sum_{i=0}^{14} 1000 P_{КС}(500+1000 i) = 795+502+\dots+2+1=2143 \text{ (годин)}.$$

Якщо зменшити крок інтегрування з 1000 годин до 1 години, то T_0 зросте до 2161 годин (відносна похибка складає 0,8%).

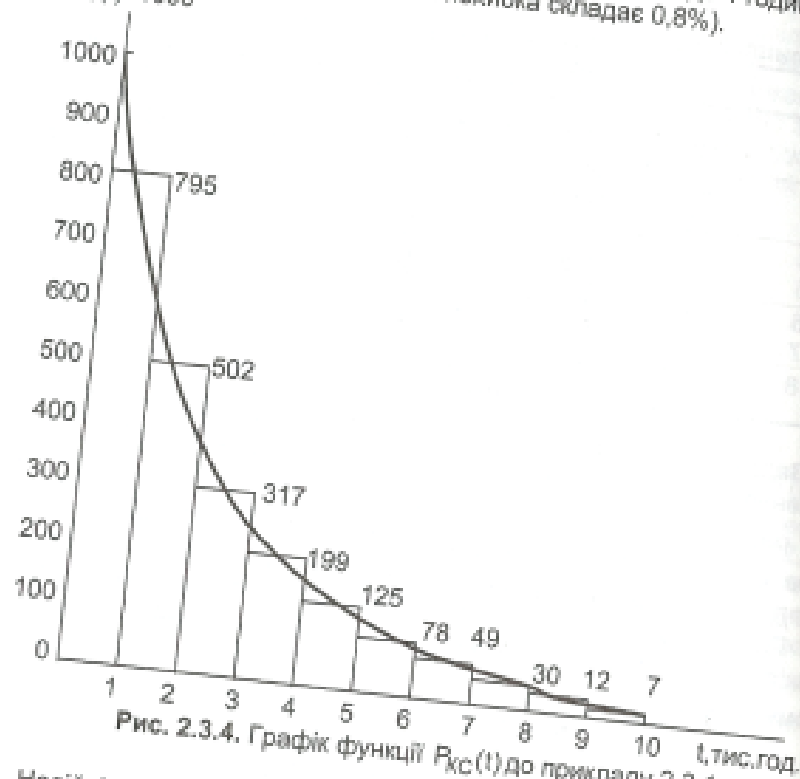


Рис. 2.3.4. Графік функції $P_{КС}(t)$ до прикладу 2.3.1.

Надійність $P_{КС}(\theta+t, \theta)$ КС на інтервалі від θ до $\theta+t$, якщо до моменту θ КС працювала безвідмовно, визначається загальною формулою (див. розділ 1.1) $P_{КС}(\theta+t, \theta) = \frac{P_{КС}(\theta+t)}{P_{КС}(\theta)}$. Отже, для випадку, що розглядається

$$P_{КС}(\theta+t, \theta) = \frac{e^{-\lambda_{КС}(\theta+t) - 4\left(\frac{\theta+t}{\tau}\right)^2}}{e^{-\lambda_{КС}\theta - 4\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^2}} = e^{-\lambda_{КС}t - 4\left(\left(\frac{\theta+t}{\tau}\right)^2 - \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^2\right)}$$

де $\lambda_{КС}$ - сумарна інтенсивність відмов чотирьох CPU та ЗД, а також трьох КЗ.

Ефективну інтенсивність відмов λ_e за $t=18$ годин обчислимо за формулою

$$\lambda_e = \frac{1 - P_{КС}(t)}{t_0} \quad (2.3.8)$$

Оскільки t_0 - досить мала величина, то $P_{КС}(t)$ розкладемо в ряд і обмежимося двома першими членами

$$\lambda_e \approx \frac{1 - (1 - (\lambda_{КС}t_0 + 4\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^2))}{t_0} = \lambda_{КС} + 4\frac{t_0}{\tau^2} \approx 4,57 \cdot 10^{-4} + \frac{4 \cdot 18}{56434^2} \approx 4,57 \cdot 10^{-4} \text{ (годин}^{-1}\text{)}.$$

Середній час $T_0(\theta)$ майбутньої безвідмовної роботи КС, що вже безвідмовно працювала $\theta = 11000$ годин, обчислимо за формулою $T_0(\theta) = \int_0^{\infty} P_{КС}(\theta+t, \theta) dt$, що в результаті дає $T_0(\theta) = 2042$ годин.

Гарантований технічний ресурс t_γ , який відповідає гарантованій ймовірності $\gamma = 0,98$ знайдемо з рівняння $P_{КС}(t_\gamma) = 0,98$. Якщо $P_{КС}(t_\gamma)$ розкласти в ряд і знехтувати його всіма нелінійними членами, то $\lambda_{КС}t_\gamma = 0,02$ або $t_\gamma = 44$ (години).

Показники a_7 і a_8 завдання обчислюють безпосередньо за формулами для $P_{КС}(\theta)$ і $P_{КС}(\theta+t, \theta)$.

Приклад 2.3.2 Розробити резервовану КС, яка задовольняє умовам задачі 2.3.2 для варіанту 9998.

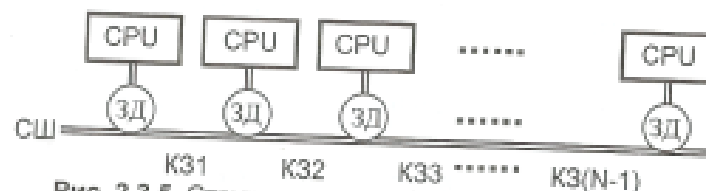


Рис. 2.3.5. Структурна схема КС до прикладу 2.3.2.

Відповідно до заданого варіанту треба зменшити інтенсивність відмов λ_e , яка в ненадмірній КС дорівнює $4,57 \cdot 10^{-4}$ годин⁻¹, в 10^4 разів. Для побудови резервованої КС можуть бути використані CPU з

чотирма незалежними портами. Оскільки головний „внесок” в ненадійність КС робить ненадійність CPU, то спробуємо вирішити поставлену задачу шляхом введення додаткового CPU (рис.2.3.5), вважаючи,

що КЗ і ЗД абсолютно надійні. Надійність $P_{КС}$ такої КС при $N=5$ становить $P_{КС} = P_K^5 + 5P_K^4(1-P_K)$. Перший доданок в цій сумі є ймовірністю того, що всі 5 CPU будуть працювати безвідмовно, а другий доданок – ймовірність того, що із п'яти CPU чотири будуть працювати безвідмовно, а один відмовить. Оскільки

$$\sum_{i=0}^N C_N^i P^i (1-P)^{N-i} = (P + (1-P))^N = 1,$$

то

$$P_{КС} = 1 - 10P_K^3(1-P_K)^2 - 10P_K^2(1-P_K)^3 - 5P_K(1-P_K)^4 - (1-P_K)^5.$$

Для малих значень t_0 можна вважати, що $P_K(t_0) \approx 1$, а

$1 - P_K(t_0) \approx \lambda t_0$, тому $P_{КС}(t_0) \approx 1 - 10(\lambda t_0)^2$. Рештою доданків, внаслідок їх малості, можна знехтувати. В цьому випадку

$$\lambda_{КС} = \frac{1 - P_{КС}(t_0)}{t_0} \approx 10\lambda^2 t_0 = 1,8 \cdot 10^{-6},$$

де $\lambda_{КС}$ – ефективна інтенсивність відмов системи з 5 CPU. Тоді

$$\frac{\lambda_{КС}}{\lambda_{КС4}} = \frac{1,8 \cdot 10^{-6}}{4,57 \cdot 10^{-4}} = 3,9 \cdot 10^{-3}.$$

З цього відношення робимо висновок, що один додатковий CPU не забезпечує зменшення $\lambda_{КС}$ в 10^4 разів. Для $N=6$ відповідно отримуємо

$$P_{КС6} = P_K^6 + 6P_K^5(1-P_K) + 15P_K^4(1-P_K)^2 \approx 1 - 15P_K^3(1-P_K) \approx 1 - 15(\lambda t_0)^3,$$

що дає

$$\frac{\lambda_{КС6}}{\lambda_{КС4}} = \frac{6,4364 \cdot 10^{-9}}{4,57 \cdot 10^{-4}} = 1,408 \cdot 10^{-5}.$$

Цього достатньо для вирішення поставленої задачі з припущенням про абсолютну надійність КЗ та ЗД. Однак, далі треба переконатися, що врахування ненадійності КЗ і ЗД не приведе до надкритичного росту $\lambda_{КС}$. Зауважимо, що повна оцінка надійності КС на основі шести CPU (КС6) потребує аналізу $2^{6+6+6} = 2^{17} = 131072$ ситуацій, в яких може опинитись КС внаслідок відмов CPU, ЗД і КЗ. Значно

зменшити кількість ситуацій дозволяє об'єднання CPU та ЗД в один пристрій (позначимо його як CPU+ЗД) з функцією надійності $P = P_K P_{ЗД}$. Для працездатності CPU+ЗД потрібно, щоб були працездатними і CPU і ЗД. Подальші спрощення можливі за рахунок окремого розгляду ситуацій, коли: 1) всі 5 КЗ працездатні (ймовірність цього $P_{КЗ}^5$); 2) лише 4 КЗ працездатні, один відмовив (ймовірність – $P_{КЗ}^4(1-P_{КЗ})$); 3) тільки 3 КЗ працездатні, два відмовили (ймовірність – $P_{КЗ}^3(1-P_{КЗ})^2$). Тільки ці три ситуації відповідають працездатному стану КС. Надійність КС6 в першій ситуації складає

$$P_1 = P_{КЗ}^5 P_{КС6} = P_{КЗ}^5 (P_K^6 + 6P_K^5(1-P_K) + 15P_K^4(1-P_K)^2).$$

В другій ситуації слід розглянути два окремих випадки:

а) відмова першого або шостого КЗ відокремлює один CPU+ЗД від інших п'яти, тому КС в цілому перетворюється на КС5 і її надійність

$$P_{2a} = 2P_{КЗ}^4(1-P_{КЗ})(P_K^5 + 5P_K^4(1-P_K)).$$

б) відмова другого або четвертого КЗ відокремлює від КС два CPU+ЗД. Тому КС перетворюється в безнадійну КС4, надійність якої

$$P_{2b} = 2P_{КЗ}^4(1-P_{КЗ})P_K^4.$$

В третій ситуації відмова першого і другого, або четвертого і п'ятого, або першого і п'ятого КЗ перетворює КС в КС4, для якої

$$P_3 = 3P_{КЗ}^3(1-P_{КЗ})^2 P_K^4.$$

Тому, надійність КС6 з урахуванням можливих відмов КЗ і ЗД

$$P_{КС6} = P_1 + P_{2a} + P_{2b} + P_3.$$

Якщо далі скористатися формулою (2.3.8), то отримаємо, що показник λ_{6} такої КС6 не задовольняє умові задачі. Це зумовлено тим, що КС6 має слабку ланку КЗ3, відмова якої викликає відмову всієї КС, оскільки при цьому КС роз'єднується на дві КС з трьома CPU в кожній, а для збереження працездатності КС потрібно мати чотири працездатних з'єднаних між собою CPU. Тому

$$P'_{КС6} = P_{КЗ} P_0.$$

де $P_{КЗ}$ – надійність слабкої ланки КЗ3, P_0 – надійність решти пристроїв. Якщо навіть $P_0 = 1$, то $P'_{КС6} = P_{КЗ} = e^{-\lambda t_0} \approx 1 - 19 \cdot 10^{-6} \cdot 18$ і

$$\frac{\lambda_{С6}}{\lambda_{С4}} = \frac{19 \cdot 10^{-6}}{4,57 \cdot 10^{-4}} = 4,16 \cdot 10^{-2}.$$

Виправити становище можна резервуванням КЗ3 (рис. 2.3.6). Для розрахунку $P_{КС8}$ у цьому випадку складемо таблицю станів КЗ (табл. 2.3.3), які не руйнують системи зв'язку в КС6, КС5 і КС4.

Таблиця 2.3.3. Стани КЗ, які не руйнують системи зв'язку в КС6, КС5 і КС4 (П - канал працює, В - відмова, Х - стан каналу не має значення).

Номери станів КЗ	Номери КЗ						Кількість CPU в КС	Ймовірність станів
	1	2	3	4	5	6		
0	П	П	П	П	П	П	6	$P_{КЗ6} = P_{КЗ}^6 + 2P_{КЗ}^5(1 - P_{КЗ})$
1	П	П	П	П	П	В		
2	П	П	В	П	П	П		
3	В	П	П	П	П	П	5	$P_{КЗ5} = 2P_{КЗ}^5(1 - P_{КЗ}) + 4P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ})^2$
4	В	П	В	П	П	П		
5	В	П	П	В	П	П		
6	П	П	П	П	В	П	4	$P_{КЗ4} = 2P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ}) + 4P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^2 + P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ})^2 + 2P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^3$
7	П	П	П	П	В	В		
8	П	П	В	П	В	П		
9	Х	В	П	П	П	П	4	$P_{КЗ4} = 2P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ}) + 4P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^2 + P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ})^2 + 2P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^3$
10	Х	В	П	П	П	В		
11	Х	В	В	П	П	П		
12	П	П	П	В	Х	П	4	$P_{КЗ4} = 2P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ}) + 4P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^2 + P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ})^2 + 2P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^3$
13	П	П	П	В	Х	В		
14	П	П	В	В	Х	П		
15	В	П	П	П	В	П	4	$P_{КЗ4} = 2P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ}) + 4P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^2 + P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ})^2 + 2P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^3$
16	В	П	П	П	В	В		
17	В	П	В	П	В	П		

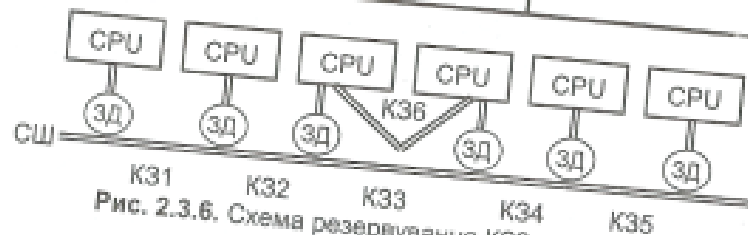


Рис. 2.3.6. Схема резервування КЗ3 до прикладу 2.3.2.

Система зв'язку КС з шести CPU не буде зруйнована, якщо всі або п'ять з шести КЗ працюють (номери станів 0, 1 і 2). Ймовірність

цих станів буде $P_{КЗ8}$ (табл. 2.3.3). Далі, рядки від 3 до 8 табл. 2.3.3 відповідають станам, коли система зв'язку КС5 не буде зруйнована. Ймовірність цих станів буде $P_{КЗ5}$ (табл. 2.3.3). Аналогічно для КС4 в табл. 2.3.3 маємо $P_{КЗ4}$. На основі цих ймовірностей отримаємо функцію надійності КС6 з резервуванням КЗ3

$$P_{КС6}^* = P_{КЗ6}(P_K^6 + 6P_K^5(1 - P_K) + 15P_K^4(1 - P_K)^2) + P_{КЗ5}(P_K^5 + 5P_K^4(1 - P_K)) + P_{КЗ4}P_K^4. \quad (2.3.9)$$

Звідси маємо $\lambda_{КС6} = 5,48 \cdot 10^{-7}$ і $\frac{\lambda_{КС6}}{\lambda_{КС4}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$, що двоє не

„дотягує“ до умови задачі. Крім того, формула (2.3.9) не враховує появу в складі КС крім КЗ6 ще і двох ЗД, які з'єднують два CPU з КЗ6. Виправити цю неточність в даному випадку дуже просто, якщо КЗ6 і ці два ЗД об'єднати в один вузол з надійністю $P_{КЗ}P_{ЗД}^2$.

Наступними після КЗ3 слабкими ланками в структурі КС є КЗ2 і КЗ4. Їх і треба зарезервувати та по аналогії з вищевикладеним розрахувати їх надійність.

Зауважимо, що крім варіанту КС6 з резервуванням КЗ3 можливий варіант КС6 з симетричним розташуванням КЗ (рис. 2.3.7).

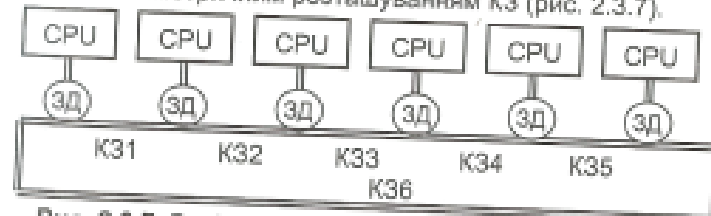


Рис. 2.3.7. Варіант схеми резервування до прикладу 2.3.2.

Надійність такої КС6

$$P_{КС6}^{**} = (P_{КЗ}^6 + 6P_{КЗ}^5(1 - P_{КЗ})) (P_K^6 + 6P_K^5(1 - P_K) + 15P_K^4(1 - P_K)^2) + P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ})^2 (6P_{КС5} + 6P_{КС4}) + 6P_{КЗ}^3(1 - P_{КЗ})^3 P_{КС4}.$$

де $P_{КС5} = P_K^5 + 5P_K^4(1 - P_K)$, $P_{КС4} = P_K^4$. Перший доданок в цій формулі відповідає випадку, коли кількість відмов КЗ не перевищує одиниці, а в КС працюють чотири CPU із шести. Ймовірність цього буде $P_{КЗ}^6 + 6P_{КЗ}^5(1 - P_{КЗ})$. Другий доданок з ймовірністю $P_{КЗ}^4(1 - P_{КЗ})^2$ відповідає випадку, коли кількість відмов КЗ дорівнює 2. Із 15 варіантів розподілів відмов двох КЗ із 6 три варіанти приводять до відмови

КС6 (відмови КЗ1 і КЗ4, КЗ2 і КЗ5, КЗ3 і КЗ6) і по шість варіантів відмов перетворюють КС6 в КС5 (відмови КЗ1 і КЗ2, КЗ2 і КЗ3, КЗ4 і КЗ5, КЗ5 і КЗ6, КЗ6 і КЗ1) і в КС4. Третій доданок відповідає випадку, коли кількість відмов КЗ дорівнює 3. Ймовірність цього випадку $P_{КЗ}^3(1-P_{КЗ})^3$. Тільки шість варіантів розподіла відмов КЗ перетворюють КС6 в КС4, залишаючи її працездатною. Це КЗ з номерами 1, 2 і 3; 2, 3 і 4; 3, 4 і 5; 4, 5 і 6; 5, 6 і 1; 6, 1 і 2.

Для КС на рис. 2.3.7 маємо:

$$\lambda_e = \frac{1 - P_{КС6}^{**}(t_0)}{t_0} = 5,7583 \cdot 10^{-5},$$

що відповідає умові задачі.

2.4. ПРИКЛАДИ РЕЗЕРВУВАННЯ БЕЗ ВІДНОВЛЕННЯ. Розгляд почнемо з полегшеного резервування досить простих об'єктів, особливістю яких є відмови двох типів: коротке замикання і розрив електричного кола (прикладом їх можуть бути елементи пристроїв енергоживлення, підсилювачі, інвертори, окремі електро- та радіо-компоненти тощо). Позначимо через α ймовірність розриву кола при появі відмови. Тоді коротке замикання при появі відмови має ймовірність $1-\alpha$. Аналіз надійності в даному випадку зручно вести за середнім часом безвідмовної роботи (СЧБР). Також будемо припускати, що потік відмов є процесом загибелі. За кратності резервування $K=2$ можливі два варіанти схем резервованої структури, що складається з таких об'єктів (рис. 2.4.1 та 2.4.2).

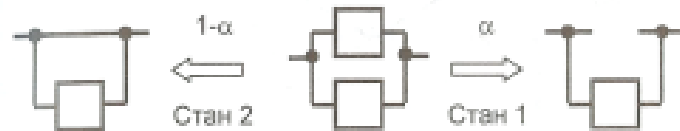


Рис. 2.4.1. Схема першого варіанту резервування з кратністю 2.

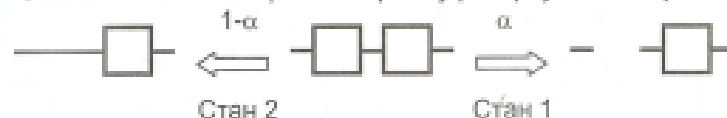


Рис. 2.4.2. Схема другого варіанту резервування з кратністю 2.

Відмови в таких структурах виникають в середньому через час $\frac{1}{2\lambda_2}$,

де λ_2 – інтенсивність відмов об'єкта в полегшеному режимі (за струмом або напругою). При цьому з ймовірністю α структури перейдуть у стан 1, а з ймовірністю $(1-\alpha)$ – у стан 2. При переході в стан 1 перша структура збереже працездатність ще в середньому протягом часу λ_1^{-1} , де λ_1 – інтенсивність відмов об'єктів, а друга структура відмовить. При переході в стан 2 все відбудеться навпаки: перша структура відмовить, а друга ще протягом часу λ_1^{-1} буде працездатною. Тому СЧБР для першого варіанту резервування

$$T_{21} = \frac{1}{2\lambda_2} + \frac{\alpha}{\lambda_1}.$$

За аналогією для другого варіанту резервування

$$T_{22} = \frac{1}{2\lambda_2} + \frac{1-\alpha}{\lambda_1}$$

Отже, коли $\alpha > \frac{1}{2}$, то $T_{21} > T_{22}$, а коли $\alpha < \frac{1}{2}$, то $T_{21} < T_{22}$. Очевидно, що в залежності від виконання цих умов, треба використовувати ту або іншу схему резервування. Потенційні можливості дублювання подібних об'єктів характеризує функція $T_2 = \max(T_{21}, T_{22})$, графік якої наведено на рис. 2.4.3.

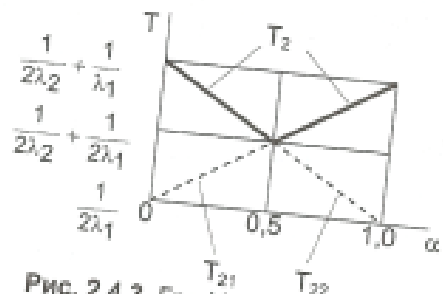


Рис. 2.4.3. Графік функції $T_2 = \max(T_{21}, T_{22})$.

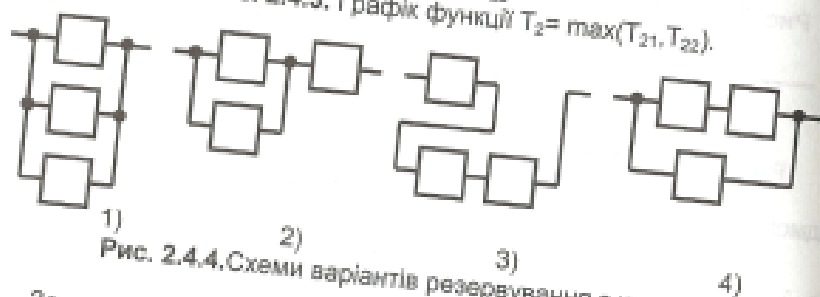


Рис. 2.4.4. Схеми варіантів резервування з кратністю 3.

За кратності $K=3$ можливі 4 варіанти схем резервування об'єктів, що розглядаються. Якщо припустити, що інтенсивності відмов всіх об'єктів дорівнюють λ , то для кожної з чотирьох схем на рис. 2.4.4 одержимо наступні СЧБР:

$$T_{31} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{3} + \frac{\alpha}{2} + \alpha^2 \right), \quad T_{32} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{7}{6} + \frac{\alpha}{2} - \alpha^2 \right),$$

$$T_{33} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{11}{6} - \frac{5\alpha}{2} + \alpha^2 \right), \quad T_{34} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{2}{3} + \frac{3\alpha}{2} - \alpha^2 \right).$$

Графіки цих функцій, а також функції $T_3 = \max(T_{31}, T_{32}, T_{33}, T_{34})$, показані на рис. 2.4.5. З цих графіків легко визначити інтервали значень α , для яких доцільно використовувати ту чи іншу схему

резервування, а саме: для $0 \leq \alpha \leq 0,27$ доцільна схема 3), для $0,27 \leq \alpha \leq 0,5 - 2)$, для $0,5 \leq \alpha \leq 0,73 - 4)$, для $0,73 \leq \alpha \leq 1 - 1)$.

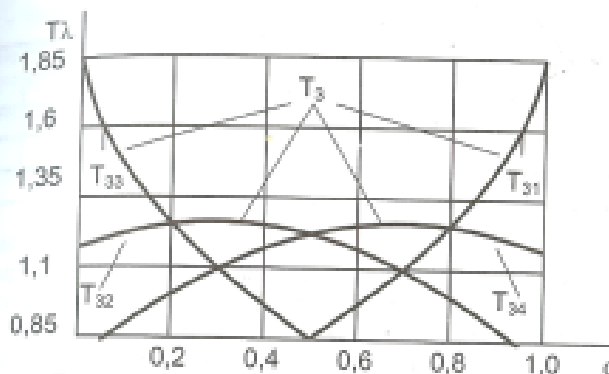


Рис. 2.4.5. Графіки функцій $T_{31}, T_{32}, T_{33}, T_{34}$ та $T_3 = \max(T_{31}, T_{32}, T_{33}, T_{34})$.

З вищевикладеного випливає, що при резервуванні необхідно враховувати характер відмов, тому що в іншому випадку резервування може привести до зниження надійності, наприклад, у випадку використання схеми 1 при відмовах типу короткого замикання.

Як приклад навантаженого резервування з кратністю 3 розглянемо використання мажоритарних елементів (МЕ). Основна ідея такого резервування полягає в тому, що замість одного функціонального пристрою S використовують три аналогічні пристрої (рис. 2.4.6), виходи яких підключають до входів МЕ (≥ 2), що

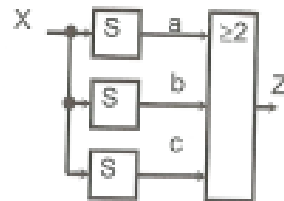


Рис. 2.4.6. Схема мажоритарного потрошення.

працює за принципом більшості, у даному випадку за принципом "2 з 3" (табл. 2.4.1). Оскільки Z формується за двома однаковими цифрами на входах МЕ, то така структура стійка до збою або відмови одного з трьох пристроїв. Для оцінки надійності такої потрошеної структури будемо вважати, що 0 в рядках a, b, c табл. 2.4.1 означає відмову або збій відповідного пристрою, а 1 - правильну

роботу. Тоді 0 у рядку Z буде означати відмову або збій потроєної структури, а 1 - правильну її роботу.

Таблиця 2.4.1. Робота МЕ в структурах з потроєнням.

a	0	0	0	0	1	1	1	1
b	0	0	1	1	0	0	1	1
c	0	1	0	1	0	1	0	1
Z	0	0	0	1	0	1	0	1
W_i	q^3	q^2p	q^2p	qp^2	q^2p	qp^2	qp^2	p^3

Нехай $p=1-q$ - надійність одного пристрою. Якщо відмови пристроїв є незалежними подіями, то ймовірність появи відмови у пристрої а і відсутність відмов у пристроях b і c дорівнює q^3 . Аналогічно можна одержати ймовірності W_i для будь-якого іншого стовпчика табл. 2.4.1. Оскільки події, що відповідають окремим стовпчикам табл. 2.4.1, несумісні, то надійність потроєної структури

$$p_3 = p^3 + 3p^2q = 3p^2 - 2p^3. \quad (2.4.1)$$

Очевидно, що така схема резервування доцільна, якщо $p_3 > p$ або

$$3p - 2p^2 > 1. \quad (2.4.2)$$

Для виконання умови (2.4.2) необхідно, щоб $p > 0,5$. Ріст надійності потроєної структури характеризує відношення $R_3 = \frac{p_3}{p} = 3p - 2p^2$ (рис.

2.4.7). Максимальне значення R_3 становить 1,125 при $p=0,75$.

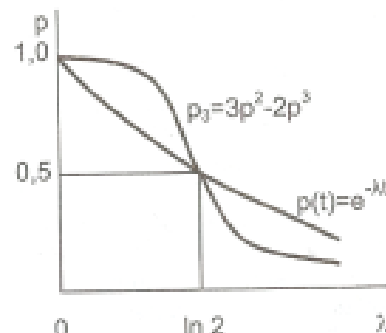
Рис. 2.4.7. Функція R_3 для потроєної структури.

Відзначимо, що для кожного λ СЧБР потроєної структури T_3 завжди менший за СЧБР одного пристрою T_0 . Дійсно, з (2.4.1) маємо:

2.4. Приклади резервування без відновлення

$$T_3 = \frac{3}{2\lambda} - \frac{2}{3\lambda} = \frac{5}{6} T_0.$$

де λ - інтенсивність відмов одного пристрою. Пояснюється це тим, що $p_3 > p$ тільки для $\lambda t < \ln 2$ (вважаємо, що $p(t) = e^{-\lambda t}$), а СЧБР визначається, головним чином, функцією надійності для великих значень λt , де $p_3 < p$ (рис. 2.4.8). Але оскільки технічні системи мають

Рис. 2.4.8. Графіки функцій p_3 та $p(t)$.

одиничний технічний ресурс T_p , то і порівнювати треба СЧБР протягом технічного ресурсу, тобто

$$T_3' = \int_0^{T_p} p_3(t) dt = \frac{3}{2\lambda} (1 - e^{-2\lambda T_p}) - \frac{2}{3\lambda} (1 - e^{-3\lambda T_p})$$

та

$$T_0' = \int_0^{T_p} p(t) dt = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda T_p}).$$

Тоді при $\lambda T_p < 1,4$ маємо $T_3' > T_0'$.

Аналіз надійності потроєної структури виконано вище за припущення про абсолютну надійність МЕ. З врахуванням же реальної надійності M МЕ маємо $p_3 = (3p^2 - 2p^3)M$. Доцільність використання потроєної структури в такому випадку визначає нерівність:

$$(3p^2 - 2p^3)M > p$$

або

$$M > (3p - 2p^2)^{-1}. \quad (2.4.3)$$

Область, що відповідає цій умові, показана на рис.2.4.9. З нерівності (2.4.3) випливає, що потроєння пристроїв може бути доцільним тільки при одночасному виконанні умов

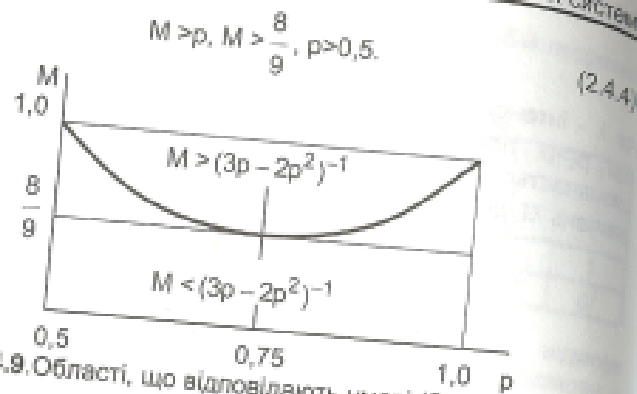


Рис. 2.4.9. Области, що відповідають умові (2.4.3).

Раніш було показано, що за відсутності перемикача або за його абсолютної надійності рівень резервування повинен бути щонайнижчим. У даному ж випадку виникає питання про те, на скільки складових частин слід поділити деякий функціональний пристрій, щоб досягти найвищої надійності при його мажоритарному резеруванні і ненадійному МЕ? Для відповіді на це питання подано пристрій S (рис. 2.4.6) як набір m складових (рис. 2.4.10), кожен з яких потроїмо (рис. 2.4.11). Інтуїтивно зрозуміло, що такий поділ повинен виконуватися на рівноцінні за надійністю частини. Про це ж говорить і наступне математичне твердження.

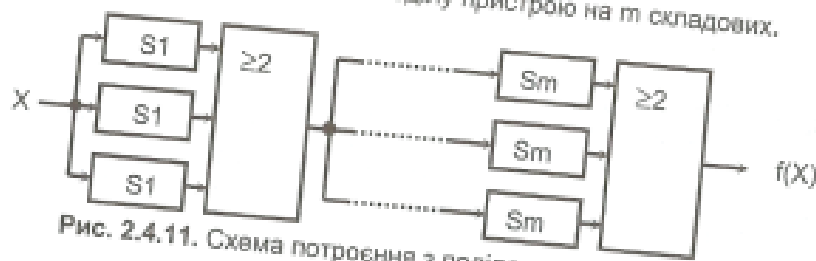
Рис. 2.4.10. Схема поділу пристрою на m складових.

Рис. 2.4.11. Схема потроєння з поділом пристрою на складові.

Якщо $\prod_{i=1}^m x_i = x^m$, $m > 1$, $x > 0$, $x_i < \frac{3}{2}$, для всіх i та, принаймні, для

однієї пари $x_i = x_j$ ($i, j = 0, 1, \dots, m$), то $(3x^2 - 2x^3)^m > \prod_{i=1}^m (3x_i^2 - 2x_i^3)$.

Отже, для одержання максимальної надійності всі складові частини повинні бути рівнонадійними. У цьому випадку надійність потроєного пристрою буде $p_2 = (3p_0^2 - 2p_0^3)^m M^m$, де $p_0 = \sqrt[m]{p}$ - надійність однієї складової. Звідси, для знаходження оптимальної надійності p_0 послідовно одержуємо

$$m = \frac{\ln p}{\ln p_0}, \quad (2.4.5)$$

$$\frac{d}{dp_0} \ln(3p_0^2 - 2p_0^3)^m M^m = 0,$$

$$\frac{d}{dp_0} \ln p \left(\ln(3p_0^2 - 2p_0^3) + \ln M \right) = 0,$$

та остаточно

$$(3 - 2p_0) \ln(3M - 2p_0 M) + 2p_0 \ln p_0 = 0. \quad (2.4.6)$$

У загальному виді рівняння (2.4.6) розв'язати неможливо. Для $M=1$ з (2.4.6) одержуємо $p_0=1$, що відповідає $m=\infty$, тобто, як і очікувалось, при абсолютно надійному МЕ поділяти пристрій доцільно на якомога дрібніші частини. Якщо ж взяти $M=0,95$, то

$p_0=0,85$, що відповідає скінченному $m = \frac{\ln p}{\ln p_0}$.

Таким чином, знаючи надійність МЕ і загальну надійність p пристрою за (2.4.6) можна визначити максимальну надійність однієї складової частини і загальне їх число. Характеристикою підвищення надійності при цьому може служити відношення

$$a = \frac{p_2}{p} = \frac{(3p_0^2 - 2p_0^3)^m M^m}{p_0^m} = (3p_0 - 2p_0^2)^m M^m,$$

Останній вираз може бути перетворений в такий спосіб:

$$a = p_0^m (3 - 2p_0)^m M^m = p(3M - 2p_0 M)^m$$

або $\ln a = \ln p + m \ln(3M - 2p_0 M)$.

Використовуючи (2.4.5) і (2.4.6), одержимо:

$$\ln a = \ln p + \frac{\ln p}{\ln p_0} \left(\frac{-2p_0 \ln p_0}{3 - 2p_0} \right) = \left(1 - \frac{2p_0}{3 - 2p_0} \right) \ln p = \frac{3 - 4p_0}{3 - 2p_0} \ln p.$$

Отже, $a = p^{\frac{3-4p_0}{3-2p_0}}$. Звідси $a_{\max} = a \Big|_{p_0=1} = \frac{1}{p}$.

Таким чином, підвищення надійності шляхом мажоритарного потроєння є особливо ефективним при низькій надійності пристрою, що резервується. Слід відзначити, що ефективність такого резервування зростає зі збільшенням надійності МЕ. Наприклад, для $M=0,95$ з (2.4.6) одержуємо $p_2=0,85$. Якщо $p=0,1$, то $a = 0,1^{-0,3} \approx 2$. В той же час для $M=1$ маємо $p_2=1$, $a = 1(0,1)^{-1} = 10$.

Поряд зі схемами мажоритарного потроєння, що використовують один міжкаскадний МЕ (рис.2.4.11), відомі також схеми із трьома міжкаскадними МЕ (рис. 2.4.12).

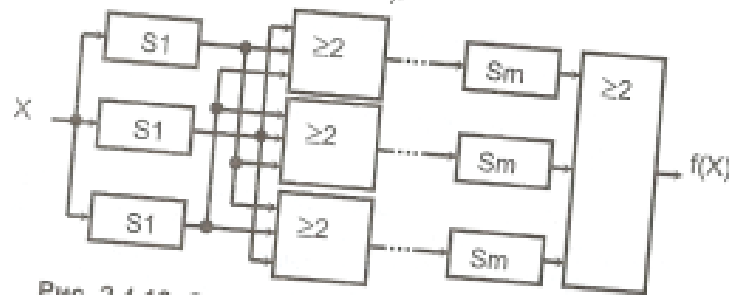


Рис. 2.4.12. Схема потроєння з трьома міжкаскадними МЕ.

Надійність резервованого в таких спосіб функціонального пристрою становить

$$p_3' = (3p_1^2 - 2p_1^3)(3p_2^2 M^2 - 2M^3 p_2^3)^{m-1} M,$$

де p_1 – надійність одного пристрою першого каскаду, p_2 – надійність одного пристрою другого і наступних каскадів. З наведеного на попередній сторінці твердження випливає, що p_3' буде максимальною за рівної надійності всіх каскадів, тобто коли $p_1 = p_2 M$. У цьому випадку

$$p_3' = (3p_2^2 M^2 - 2M^3 p_2^3)^{m-1} M$$

за умови, що $p_2^{m-1} p_1 = p$. Де p – надійність нерезерованого пристрою. Звідси одержуємо рівняння для визначення оптимальної надійності одного каскаду

$$m = \frac{\ln p}{\ln M} \cdot \frac{d \ln p_3'}{d p_2} = 0,$$

або остаточно

$$(3-2p_2 M) \ln (3M^2 - 2p_2 M^3) + p_2 M \ln p_2 = 0.$$

Графіки відношень функцій p_3' та p_3 до p приведені на рис. 2.4.13.

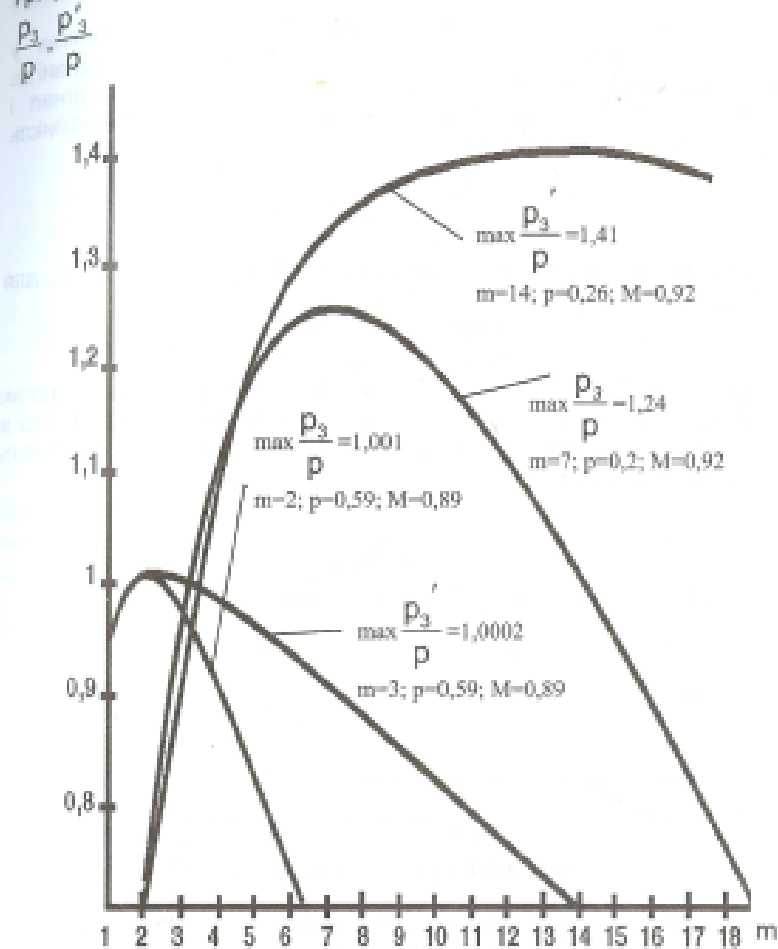


Рис. 2.4.13. Графіки відношень $\frac{p_3}{p}$ та $\frac{p_3'}{p}$.

З них видно, що для $M=0,89$ і $p=0,59$

$$\max p_3 = 0,5906 > \max p_3' = 0,5901,$$

а для $M=0,92$ і $p=0,2$

$$\max p_3' = 0,282 > \max p_3 = 0,248.$$

Отже, для вибору схеми потроєння, що забезпечує найбільшу надійність для заданих p і M , слід обчислити p_3 і p_3' і порівняти їх між собою.

Загальний випадок мажоритарного резервування полягає у наявності непарного числа $2k+1$ пристроїв, виходи яких приєднані до входів елемента, що відновлює правильний вихідний сигнал і працює за принципом більшості (тобто, " $k+1$ з $2k+1$ "). Надійність такого резервування визначає вираз

$$p_{2k+1} = M \sum_{i=k+1}^{2k+1} C_{2k+1}^i p^i (1-p)^{2k+1-i}$$

де p - надійність одного нерезервованого пристрою. Наприклад, для $2k+1=5$ маємо

$$p_5 = Mp^3(10 - 15p + 6p^2),$$

$$a_5 = Mp^2(10 - 15p + 6p^2).$$

Якщо $1 > p > 0,5$, то $a_5 > 1$ (рис. 2.4.14). Аналогічно можна показати, що для будь-якого $2k+1 \geq 3$ та $1 > p > 0,5$ відношення $a_{2k+1} > 1$, тобто в такому випадку мажоритарне резервування підвищує надійність функціональних пристроїв.

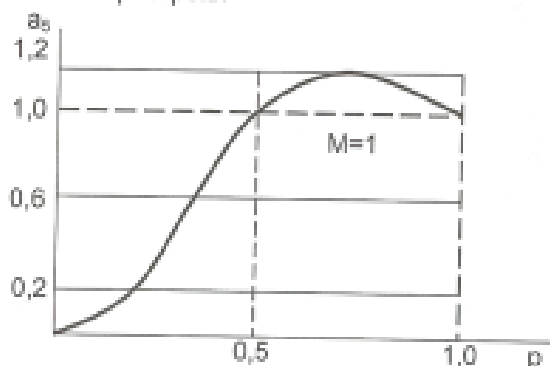


Рис. 2.4.14. Графік залежності $a_5(p)$.

Подальшого підвищення надійності можна досягти, застосовуючи адаптивне мажоритарне резервування, принцип якого пояснює схема на рис. 2.4.15. Резервованій в такий спосіб пристрій містить $2k+1$ функціональних пристроїв S_i ; блок SRU, що відновлює правильний вихідний сигнал; компаратор COMP і реєстр стану RGS. За відсутності відмов SRU реалізує мажоритарну функцію

$$M_{2k+1}^{k+1} = \bigcup_{\text{по всіх } \sigma} Y_{\sigma_1} Y_{\sigma_2} \dots Y_{\sigma_{k+1}}$$

2.4. Приклади резервування без відновлення

де $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{k+1})$; $\sigma_j \in \{1, 2, \dots, 2k+1\}$; $\sigma_i \neq \sigma_j$, при $i \neq j$. Компаратор COMP стежить за появою відмов. Відмову i -го пристрою визначають

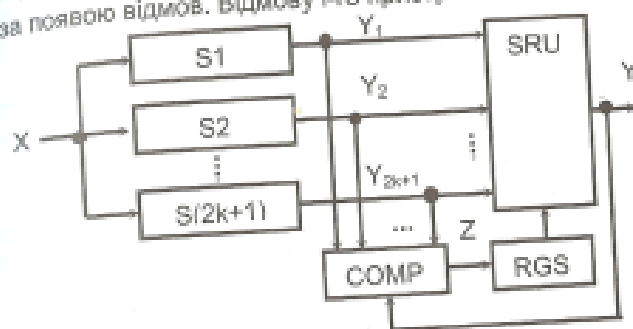


Рис. 2.4.15. Схема адаптивного мажоритарного резервування.

по розбіжності цифри Y_i з цифрою Y на виході SRU і формують сигнал відмови i -го пристрою

$$Z = Y_i \bar{M}_{2k+1}^{k-1} \vee \bar{Y}_i M_{2k+1}^{k-1}$$

Номери пристроїв, що відмовили, фіксуються у відповідних розрядах реєстра RGS. Під впливом слова, записаного в RGS, блок SRU відключає пристрої, що відмовили, і змінює вихідні функції. З послідовною появою 1, 2, 3 і т.д. відмов сигнал на виході SRU буде формуватися відповідно до виразів

$$M_{2k}^{k+1}, M_{2k-1}^k, M_{2k-1}^{k-1}, \dots, M_3^2, M_2^2$$

Якщо, наприклад, працездатними будуть залишатися пристрої з молодшими номерами, то $M_2^2 = Y_1 Y_2$, $M_3^2 = Y_1 Y_2 \vee Y_1 Y_3 \vee Y_2 Y_3$, $M_4^2 = Y_1 Y_2 Y_3 \vee Y_1 Y_2 Y_4 \vee Y_1 Y_3 Y_4 \vee Y_2 Y_3 Y_4$ і т.д. При такій організації мажоритарного резервування число пристроїв може бути парним. Відмова системи наступить тоді, коли відмовлять $2k$ пристроїв або вийде з ладу SRU. Отже, надійність системи можна визначити як

$$p_{2k+1} = M(1-Q) = M(1-(1-p)^{2k+1} - (2k+1)p(1-p)^{2k}) = M(1-(1-p)^{2k}(1+2kp))$$

де Q -ймовірність того, що відмовлять $2k$ з $2k+1$ резервних пристроїв, p -надійність одного пристрою, M - надійність SRU, RGS та COMP. Оскільки $p_{2k+1} \rightarrow M$ при $k \rightarrow \infty$, то маючи досить велике число резервних пристроїв можна надійність системи зробити як завгодно близькою до M . За аналогією з раніш розглянутим випадком для $2k+1=3$ можна визначити область доцільного використання систем з $2k+1 > 3$ пристроями. Зокрема, за кратності резервування n СЧЕР резервованої групи складатиме

$$T_{0n} = \sum_{i=2}^n \frac{T_0}{i}$$

де T_0 - СЧБР одного пристрою. Для $n=4$ одержуємо:

$$T_{0n} = T_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{13}{12} T_0 > T_0$$

тобто $T_{0n} > T_0$ для будь-якого $n \geq 4$.

Слід зауважити, що застосування отриманих вище оцінок надійності щодо цифрових пристроїв найчастіше приводить до занижених результатів. Це пояснюється тим, що цифровий елемент, що відмовив, як правило, перетворюється в генератор 0 або 1. В деяких випадках ця особливість обумовлює істотну корекцію оцінок. Наприклад, якщо припустити, що резервні пристрої на рис. 2.4.6 при відмові перетворюються у генератори 0 і 1 з рівними ймовірностями та, крім того, ці події є незалежними, то в цьому випадку надійність системи становитиме

$$P_3 = ((3p^2 - 2p^3) + 3Ap(1-p)^2)M,$$

де A - ймовірність того, що два пристрої, які відмовили, є генераторами взаємно інверсних цифр. Для $A=0,5$ маємо:

$$P_3 = \frac{3p - p^3}{2} M.$$

Технічний ефект від врахування типів відмов характеризує відношення

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{3 - p^2}{6p - 4p^2} \Big|_{p=0,5} = 1,4.$$

з якого видно, що зниження надійності може бути досить значним.

Врахувати характер відмов в розрахунках надійності дозволяє так звана таблиця пошкоджень (табл. 2.4.2). У цій таблиці змінні y ($j=1,2,\dots,m$, m -число елементів в аналізованій системі) визначають стан елементів, а саме: $y=1$, коли i -й елемент відмовив; $y=0$, коли i -й елемент справний. Якщо деякий елемент може мати відмови кількох типів, то його буде характеризувати відповідне число змінних y . У стовпчику $y=(0,0,\dots,0)$ вказані значення функції $z=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при відсутності відмов, а в інших стовпчиках значення z за відповідних відмов. За допомогою таблиці пошкоджень по розбіжності і збігові відповідних стовпчиків з легко визначити істотні і несуттєві відмови. Ця таблиця також може бути використана для діагностики елементів системи, що відмовили. Однак складність такої таблиці часто стає на перешкоді її використання.

Таблиця 2.4.2. Структура таблиці пошкоджень.

		0	1	...	0	1	y_1
		0	0	...	1	1	y_2
	
x_n	...	x_2	x_1	0	0	1	y_m
0	...	0	0				
0	...	0	1			z	
...				
1	...	1	1				

Як приклад ненавантаженого резерву розглянемо спосіб підвищення надійності шляхом накопичення запасних елементів. Тут основні елементи, що відмовили, замінюються запасними, а відмова системи наступить тоді, коли буде вичерпаний весь запас. Оскільки до ввімкнення в роботу елементи знаходяться в режимі зберігання, то інтенсивність їх відмов можна вважати рівною нулю. Основне питання, що виникає при такому резервуванні, є визначення кількості N запасних елементів, необхідних для підтримки працездатності системи протягом визначеного часу t (наприклад, року). Якщо позначити як N_0 середнє число відмов у системі, то найпростіше знайти потрібну кількість елементів виходячи з функції поновлення $N_0=N(t_0)$, що для $\lambda=\text{const}$ дає $N_0=n\lambda t_0$, де n - кількість елементів даного типу в системі, а λ - їх інтенсивність відмов.

У загальному випадку $N_0 = \frac{nt_0}{T_0}$, де T_0 - СЧБР елементів.

Оскільки за визначенням функція поновлення дорівнює середньому числу відмов, що відбулись до моменту t_0 , то кількість відмов на відрізку $(0, t_0)$ буде менше величини N_0 з ймовірністю 0,5. Можна визначити N_0 з більшою вірогідністю, а саме: $N_0(\alpha)$ дорівнює мінімальному числу, яке з ймовірністю α буде більшим кількості відмов даних елементів за час t_0 . Якщо $\lambda=\text{const}$, то $N_0(\alpha)$ може бути визначене з моделі загибелі, де є n робочих і k резервних елементів. Відмова системи настає, коли відмовлять $k+1$ елементів, а відмовляти можуть тільки робочі елементи. Тоді функція надійності такої системи

$$P_k(t) = \sum_{i=0}^k \frac{(\lambda n t)^i}{i!} e^{-\lambda n t}$$

Цю функцію можна інтерпретувати як ймовірність того, що в системі за час t відбудеться не більше k відмов. Отже, якщо знайти таке k , для якого будуть виконані нерівності $P_{k-1}(t_0) < \alpha \leq P_k(t_0)$, то $N_0(\alpha) = k$.

Приклад 2.4.1. КС складається з 8 CPU і відмовляє при відмові 6 і більше CPU. Відмови CPU незалежні, мають однакову і постійну інтенсивність. Визначити надійність КС на інтервалі від t до $t+\tau$, якщо до моменту часу t КС працювала безвідмовно.

Для надійності такої КС за час $t+\tau$ можна записати

$$P_{KC}(t+\tau) = P_{KC}(t)P_{KC}(t+\tau, t),$$

де $P_{KC}(t)$ – надійність КС, $P_{KC}(t+\tau, t)$ – шукана надійність. Звідси

$$P_{KC}(t+\tau, t) = \frac{P_{KC}(t+\tau)}{P_{KC}(t)}.$$

Оскільки КС відмовляє при відмові 6, 7 і 8 CPU, то

$$P_{KC}(t) = 1 - Q_{KC}(t) = 1 - C_8^6 P^2 (1-P)^6 - C_8^7 P (1-P)^7 - (1-P)^8 = \\ = 1 - (1-P)^6 (1+6P+21P^2),$$

де $P = e^{-\lambda t}$ – надійність одного CPU, C_m^n – кількість комбінацій із n по m .

Остаточно одержуємо

$$P_{KC}(t+\tau, t) = \frac{1 - (1-P(t+\tau))^6 (1+6P(t+\tau)+21P^2(t+\tau))}{1 - (1-P(t))^6 (1+6P(t)+21P^2(t))}.$$

Приклад 2.4.2. За умов прикладу 2.4.1 визначити надійність КС на інтервалі від t до $t+\tau$, якщо відомо, що до моменту часу t у КС відмовило 2 CPU.

Оскільки інтенсивність відмов CPU постійна, то його надійність на деякому інтервалі не залежить від того, скільки часу CPU працював безвідмовно до зазначеного інтервалу, а залежить тільки від тривалості цього інтервалу. Таким чином, відмова КС наступить тоді, коли відмовлять 6 і більше CPU. Але, за умовою, у КС уже відмовило 2 CPU і загальна кількість працюючих CPU на момент часу t дорівнює 6, тому відмова КС наступить, коли відмовлять 4, 5 або всі 6 CPU. Отже, шукана ймовірність дорівнює

$$P_{KC}(t+\tau, t, 2) = 1 - C_6^4 P^2 (1-P)^4 - C_6^5 P (1-P)^5 - (1-P)^6.$$

Задача 2.4.1. КС, що складається з n CPU, відмовляє при відмові $n-k$ і більше CPU (табл. 2.4.3, де C_i – залишок від ділення номера залікової книжки на число i). Відмови CPU незалежні, мають однакову і постійну інтенсивність відмов $\lambda = 10^{-4}$ (годин⁻¹). Треба:

1. Для одного CPU (і всієї КС) від аргументу λt побудувати графіки функцій: А1) надійності; А2) ненадійності; А3) розподілу часу

2.4. Приклади резервування без відновлення

безвідмовної роботи; А4) щільності розподілу часу безвідмовної роботи; А5) інтенсивності відмов; А6) надійності CPU (КС) на інтервалі від t до $t+\tau$, якщо до моменту $t=10^4$ годин CPU (КС) працював безвідмовно; А7) надійності КС на інтервалі від t до $t+\tau$, якщо до моменту часу t у КС відмовили m CPU.

Таблиця 2.4.3. Значення параметрів і функцій для задач

C_{10}	n	k	m	r	C_8	$Q(t)$	τ	v
0	9	C_6	C_4	3	0	DM	6667	1
1	9	C_6	3	C_4	1	DN	10000	2
2	8	C_6	2	C_3	2	DN	10000	1,5
3	8	C_6	C_3	2	3	DN	10000	1
4	7	C_6	1	C_2	4	DN	10000	0,5
5	7	C_6	C_2	1	5	LN	6075	1
6	6	C_6	1	C_2	6	W	5000	0,5
7	6	C_6	C_2	1	7	W	11071	1,5
8	5	C_4	1	C_2	8	W	11284	2
9	5	C_4	C_2	1				

2. Для одного CPU (і всієї КС) визначити числові показники надійності: В1) напрацювання на відмову; В2) ефективну інтенсивність відмов λ_e за 10 годин; В3) середній час T_0 майбутньої безвідмовної роботи CPU (КС), якщо CPU (КС) безвідмовно працював $\tau=10^4$ годин; В5) T_0 для КС після того, як КС проробила $t=10^4$ годин, при цьому в КС за час t відмовило r К; В6) гарантовані технічні ресурси t_g , що відповідають гарантованим ймовірностям $\gamma = 0,81 + 0,01(C_8 + C_{11})$.

3. Визначити кількість додаткових CPU у КС, необхідних для того, щоб: С1) λ_e зменшилася в $M = 10^{(C_{11}+1)}$ разів; С2) напрацювання на відмову КС збільшилося в 2 рази (табл.2.4.3).

Задача 2.4.2. Виконати всі пункти задачі 2.4.1 для випадку, коли розподіл часу безвідмовної роботи CPU задано функцією $Q(t) = Q(t, \tau, v)$ (табл. 2.4.3).

2.5 РЕЗЕРВУВАННЯ З ВІДНОВЛЕННЯМ. Таке резервування є одним з найбільш дієвих методів підвищення надійності. При вивченні такого резервування звичайно припускають, що функції надійності і відновлення є експоненціальними. У цьому випадку робота резервної групи описується марковським випадковим процесом (до прізвища А.А.Маркова, який вперше досліджував такі процеси). Процес, що протікає в деякій системі, називається марковським, якщо для кожного моменту часу ймовірність будь-якого стану системи в майбутньому залежить тільки від стану системи в даний момент і не залежить від того, яким чином система дійшла до цього стану.

Розглянемо спочатку найпростіший випадок навантаженого дублювання. Припустимо, що відмови і відновлення в системі є незалежними подіями з інтенсивностями λ і μ відповідно. Тоді така система може знаходитися в одному з трьох станів: 1) обидва елементи справні; 2) один елемент знаходиться в робочому стані, інший - в ремонті; 3) обидва елементи знаходяться в ремонті. Визначимо ймовірності W_{ij} переходів системи з i -го стану в j -й за деякий проміжок часу Δt . Оскільки відмови і відновлення - незалежні події, то

$$W_{11} = e^{-\lambda\Delta t} e^{-\mu\Delta t} = 1 - 2\lambda\Delta t + 0(\Delta t),$$

$$W_{12} = 2e^{-\lambda\Delta t}(1 - e^{-\mu\Delta t}) = 2\lambda\Delta t + 0(\Delta t),$$

$$W_{13} = (1 - e^{-\lambda\Delta t})(1 - e^{-\mu\Delta t}) = 0(\Delta t),$$

$$W_{21} = e^{-\lambda\Delta t}(1 - e^{-\mu\Delta t}) = \mu\Delta t + 0(\Delta t),$$

$$W_{22} = e^{-\lambda\Delta t} e^{-\mu\Delta t} = 1 - (\lambda + \mu)\Delta t + 0(\Delta t),$$

$$W_{23} = (1 - e^{-\lambda\Delta t})e^{-\mu\Delta t} = \lambda\Delta t + 0(\Delta t),$$

$$W_{31} = (1 - e^{-\mu\Delta t})(1 - e^{-\lambda\Delta t}) = 0(\Delta t),$$

$$W_{32} = 2(1 - e^{-\mu\Delta t})e^{-\lambda\Delta t} = 2\mu\Delta t + 0(\Delta t),$$

$$W_{33} = e^{-\mu\Delta t} e^{-\lambda\Delta t} = 1 - 2\mu\Delta t + 0(\Delta t).$$

Отриману систему ймовірностей переходів зручно подати у вигляді матриці переходів

$$\{W_{ij}\} = \begin{Bmatrix} 1-2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & 1-(\lambda+\mu) & \lambda \\ 0 & 2\mu & 1-2\mu \end{Bmatrix}. \quad (2.5.1)$$

а всю систему - у вигляді орієнтованого графа, вершини якого відповідають станам системи, а ребра - можливим переходам (рис. 2.5.1).

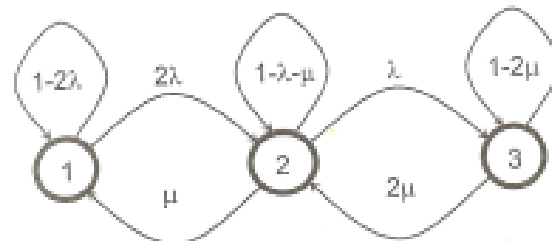


Рис.2.5.1. Граф переходів дубльованої системи з відновленням.

За ймовірностями переходів по формулі повної ймовірності легко скласти рівняння, що зв'язують між собою ймовірності W_i ($i=1,2,3$) перебування системи у відповідних станах:

$$W_1(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^3 W_{j1} W_j(t) = (1 - 2\lambda\Delta t)W_1(t) + \mu\Delta t W_2(t),$$

$$W_2(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^3 W_{j2} W_j(t) = 2\lambda\Delta t W_1(t) + (1 - (\mu + \lambda)\Delta t)W_2(t) + 2\mu\Delta t W_3(t),$$

$$W_3(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^3 W_{j3} W_j(t) = \lambda\Delta t W_2(t) + (1 - 2\mu\Delta t)W_3(t).$$

Звідси одержуємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1(t)}{dt} &= -2\lambda W_1(t) + \mu W_2(t), \\ \frac{dW_2(t)}{dt} &= 2\lambda W_1(t) - (\mu + \lambda) W_2(t) + 2\mu W_3(t), \\ \frac{dW_3(t)}{dt} &= \lambda W_2(t) - 2\mu W_3(t). \end{aligned} \right\} \quad (2.5.2)$$

при початкових умовах $W_1(0)=1$, $W_2(0)=0$, $W_3(0)=0$. Знаючи ймовірності $W_i(t)$ ($i=1,2,3$), можна знайти функцію готовності системи $G(t)=W_1(t)+W_2(t)$. Звідси та з (2.5.2) маємо:

$$G(t) = \frac{\mu^2 + 2\mu\lambda}{(\lambda + \mu)^2} \frac{\lambda^2 e^{-2(\lambda + \mu)t}}{(\lambda + \mu)^2} + \frac{2\lambda^2 e^{-(\lambda + \mu)t}}{(\lambda + \mu)^2}.$$

Для визначення K_r систему (2.5.2) розв'язувати не потрібно. У цьому випадку досить знати сталі значення ймовірностей $W_k(t)$, для яких $\frac{dW_k(t)}{dt} = 0$. Тоді з (2.5.2) і за умови, що $W_1 + W_2 + W_3 = 1$, маємо

$$W_1 = \frac{\mu^2}{(\lambda + \mu)^2}, \quad W_2 = \frac{2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2}, \quad W_3 = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2}. \quad (2.5.3)$$

Таким чином,

$$K_r = W_1 + W_2 = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2}.$$

Відношення

$$\alpha = \left(\frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} \right) \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right)^{-1} = 1 + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (2.5.4)$$

характеризує зростання коефіцієнта готовності при дублюванні елементів. Оскільки $1 < \alpha < 2$, то дублювання в будь-якому випадку приводить до збільшення K_r . Наприклад, для $T_0 = 19$ і $T_a = 1$ коефіцієнт готовності недубльованої системи $K_r = \frac{19}{19+1} = 0,95$, тоді

$\alpha = 1 + 20^{-1} = 1,05$. Коефіцієнт готовності дубльованої системи

$$K_r = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} = \frac{T_0^2 + T_0 T_B}{(T_0 + T_B)^2} = \frac{399}{400} = 0,9975.$$

Якщо вважати, що $T_a = 1$, то напрацювання на відмову дубльованої системи $T_0 = 399$. Це еквівалентно зростанню напрацювання на відмову в $\frac{399}{19} = 21$ раз. Отже, навіть незначний приріст K_r (у даному випадку в 1,05 рази) приводить до суттєвого збільшення T_0 (у даному випадку в 21 раз).

Аналогічно можна розглянути випадки полегшеного і ненавантаженого резервування. Наприклад, для полегшеного резерву замість матриці переходів (2.5.1) будемо мати

$$\{W_{ij}\} = \begin{Bmatrix} 1 - (\lambda + \lambda_1) & (\lambda + \lambda_1) & 0 \\ \mu & 1 - (\mu + \lambda) & \lambda \\ 0 & 2\mu & 1 - 2\mu \end{Bmatrix},$$

де λ_1 – інтенсивність відмов резервного елемента.

Якщо $\lambda_1 = 0$, то одержимо матрицю переходів для ненавантаженого резерву. Крім розглянутих можливі і інші варіанти. Наприклад, за наявності одного ремонтника у випадку відмови двох елементів їх відновлення відбувається по черзі, тобто матриця переходів для ненавантаженого резерву має вигляд

$$\{W_{ij}\} = \begin{Bmatrix} 1 - \lambda & \lambda & 0 \\ \mu & 1 - (\mu + \lambda) & \lambda \\ 0 & \mu & 1 - \mu \end{Bmatrix}.$$

Для одержання функції надійності ненавантаженого резервування необхідно дещо змінити модель переходів системи. Звичайно практичний інтерес становить час, за який система зі стану 1 вперше потрапляє до стану 3, тому будемо вважати, що зі стану 3 система не може перейти ні в який інший стан. Отже, матриця переходів для ненавантаженого резерву буде мати вигляд

$$\{W_{ij}\} = \begin{Bmatrix} 1 - \lambda & \lambda & 0 \\ \mu & 1 - (\mu + \lambda) & \lambda \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}.$$

Звідси одержуємо

$$W_1'(t) = -\lambda W_1(t) + \mu W_2(t), \quad W_2'(t) = \lambda W_1(t) - (\mu + \lambda) W_2(t), \quad W_3'(t) = \lambda W_2(t),$$

при початкових умовах $W_1(0) = 1, W_2(0) = W_3(0) = 0$.

Розв'язок цієї системи відносно $W_3(t)$ дає

$$P_2(t) = 1 - W_3(t) = \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1},$$

де $\lambda_{1,2} = \frac{2\lambda + \mu \mp \sqrt{\mu^2 + 4\lambda\mu}}{2}$.

Звідси СЧБР

$$T_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \begin{pmatrix} \lambda_2 & -\lambda_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} = T_0 \left(2 + \frac{T_0}{T_B} \right),$$

де $T_0 = \frac{1}{\lambda}, T_B = \frac{1}{\mu}$. Оскільки звичайно $T_0 > T_B$, то $T_2 > 3T_0$.

Оцінити напрацювання на відмову можна і без розв'язання диференціальних рівнянь наступним чином. У дубльованій системі три стани – 1, 2 і 3. Перехід в стан 3 (відмова) здійснюється із стану 2. Ймовірність $W_{2,3}$ цього переходу дорівнює ймовірності того, що час t_B відновлення буде більше ніж час t_p безвідмовної роботи

$$W_{2,3} = W\{t_B > t_p\}.$$

Якщо події відмови та відновлення незалежні і мають щільності розподілів $f(t)$ і $r(\tau)$, то (рис. 2.5.2)

$$W\{t_B > t_p\} = \int_0^{\infty} dt \int_0^{\tau} f(t) \cdot r(\tau) dt.$$

Якщо $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$ і $r(\tau) = \mu \cdot e^{-\mu \tau}$, то

$$W\{t_B > t_p\} = \int_0^{\infty} \mu \cdot e^{-\mu \tau} d\tau \int_0^{\tau} \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

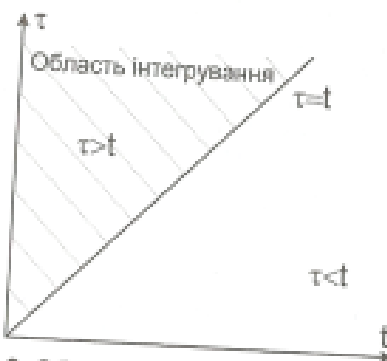


Рис. 2.5.2. Область інтегрування для визначення $W\{t_B > t_p\}$

Середній час, протягом якого система буде перебувати в стані 2 до переходу в інший (перший чи третій) стан дорівнює

$$\tau_2 = \int_0^{\infty} P(t)(1-R(t))dt,$$

де $P(t)$ і $R(t)$ – функції надійності та відновлення пристрою. Якщо $P(t) = e^{-\lambda t}$ і $R(t) = 1 - e^{-\mu t}$,

$$\text{то } \tau_2 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} e^{-\mu t} dt = \frac{1}{\lambda + \mu}.$$

Таким чином, робота дубльованої системи буде складатися з наступних циклів: перехід із стану 1 в 2 за час T_0 і перехід із стану 2 в стан 1 чи 3 за час τ_2 . Ці цикли роботи будуть повторюватись до тих пір, поки система перший раз не перейде в стан 3 (відмова). Це може трапитись за один цикл з ймовірністю W_{23} , чи за два цикли з ймовірністю

рністю $(1 - W_{23})W_{23}$, чи за i циклів з ймовірністю $(1 - W_{23})^{i-1}W_{23}$. Тому напрацювання на відмову T'_2 дубльованої системи буде дорівнювати

$$T'_2 = (T_0 + \tau_2) \sum_{i=1}^{\infty} i(1 - W_{23})^{i-1}W_{23} = (T_0 + \tau_2)W_{23} \frac{1}{W_{23}} = \frac{T_0 + \tau_2}{W_{23}}.$$

Якщо λ і μ постійні, то $T_0 = \frac{1}{\lambda}$, $\tau_2 = \frac{1}{\lambda + \mu}$, $W_{23} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$. Тоді

після спрощення $T'_2 = \frac{2}{\lambda} + \frac{\mu}{\lambda^2} = T_0(2 + \frac{T_0}{T_B})$, що співпадає з раніше отриманою формулою.

На основі цих розрахунків можна оцінити і функцію P'_2 надійності наступним чином. За час t кількість циклів роботи дубльованої системи буде дорівнювати $\frac{t}{T_0 + \tau_2}$. Тоді ймовірність того, що в жодному з цих циклів система не перейде в стан 3 (відмова), буде дорівнювати функції надійності

$$P'_2(t) = (1 - W_{23})^{\frac{t}{T_0 + \tau_2}}.$$

Якщо λ і μ постійні, то $1 - W_{23} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$, $\frac{1}{T_0 + \tau_2} = \frac{\lambda(\lambda + \mu)}{2\lambda + \mu}$,

$$P'_2(t) = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^{\frac{\lambda(\lambda + \mu)t}{2\lambda + \mu}} = e^{-\left(\ln \frac{\lambda + \mu}{\lambda}\right) \frac{\lambda(\lambda + \mu)t}{2\lambda + \mu}}.$$

Так як $\ln \frac{\lambda + \mu}{\lambda} = \ln \left(1 + \frac{\mu}{\lambda}\right) \approx \frac{\mu}{\lambda}$, то $P'_2(t) = e^{-\frac{\lambda^2(\lambda + \mu)t}{\mu(2\lambda + \mu)}}$.

Істотною перевагою мажоритарного резервування є можливість швидкого виявлення системи, що відмовила. При абсолютно надійному мажоритарному елементі (МЕ) система може знаходитись в одному з чотирьох станів, а саме: 1) усі три пристрої справні; 2) два пристрої працюють, один відновлюється; 3) один пристрій справний, два відновлюються; 4) усі три пристрої відновлюються. В такому разі, за наявності трьох ремонтників матриця переходів має вигляд

$$(W_{ij}) = \begin{pmatrix} 1-3\lambda & 3\lambda & 0 & 0 \\ \mu & 1-2\lambda-\mu & 2\lambda & 0 \\ 0 & 2\mu & 1-\lambda-2\mu & \lambda \\ 0 & 0 & 3\mu & 1-3\mu \end{pmatrix}$$

Після розв'язку системи рівнянь, що відповідає цій матриці, одержимо

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{\mu^3}{(\lambda+\mu)^3}, & W_2 &= \frac{3\lambda\mu^2}{(\lambda+\mu)^3}, \\ W_3 &= \frac{3\lambda^2\mu}{(\lambda+\mu)^3}, & W_4 &= \frac{\lambda^3}{(\lambda+\mu)^3}. \end{aligned} \right\} \quad (2.5.5)$$

Система справна, якщо вона знаходиться в станах 1 або 2, тому

$$K_r = W_1 + W_2 = \frac{\mu^3 + 3\lambda\mu^2}{(\lambda+\mu)^3}$$

Відносно зростання коефіцієнта готовності становить

$$\alpha = \frac{K_{r2}}{K_{r1}} = \frac{\mu^2 + 3\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2} = 1 + \frac{\lambda\mu - \lambda^2}{(\lambda+\mu)^2} \leq \frac{9}{8}$$

і приймає найбільше значення коли $\mu=3\lambda$.

Можна помітити, що ймовірності W_i у (2.5.3) та (2.5.5) розподілені по біноміальному закону. Отже, в загальному випадку, коли число пристроїв дорівнює $2k+1$, маємо

$$\begin{aligned} W_i &= C_{2k+1}^{i-1} \left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{i-1} \left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{2k+2-i}, \quad (i=1, 2, \dots, 2k+1) \\ K_{r, 2k+1} &= \sum_{i=1}^{k+1} C_{2k+1}^{i-1} \left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^{i-1} \left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{2k+2-i}. \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

Значно кращі результати дає адаптивний МЕ, для якого

$$K_{r, 2k+1} = \sum_{i=1}^{2k} W_i,$$

а W_i - визначається по (2.5.6).

Марковські процеси можуть бути використані і для аналізу систем без резервування, наприклад, для визначення часу відновлення систем, що складаються з автономних елементів. Покажемо це на прикладі системи з двох елементів, відмови і відновлення яких є незалежними подіями з постійними інтенсивностями $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1$ і μ_2 відпо-

відно. Припустимо, що система працездатна, якщо працюють обидва елементи, а нові відмови при ремонті виникати не можуть. За прийнятих припущень система може знаходитися в одному з трьох станів: 1) обидва елементи працюють; 2) перший елемент відновлюється, а другий - справний; 3) перший елемент справний, а другий - відновлюється (рис. 2.5.3).

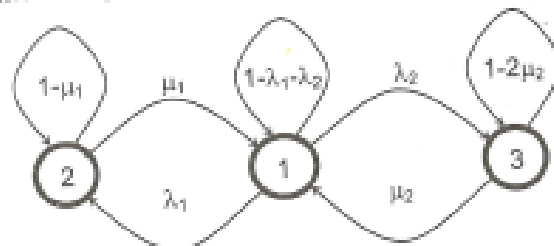


Рис. 2.5.3. Граф переходів нерезервованої системи для визначення її часу відновлення

Для усталеного режиму системи маємо рівняння

$$\begin{aligned} -(\lambda_1 + \lambda_2)W_1 + \mu_1 W_2 + \mu_2 W_3 &= 0, & \lambda_1 W_1 - \mu_1 W_2 &= 0, \\ \lambda_2 W_1 - \mu_2 W_3 &= 0, & W_1 + W_2 + W_3 &= 1, \end{aligned}$$

де W_i - ймовірність i -го стану ($i=1, 2, 3$). Звідси одержуємо

$$W_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}} = K_r = \frac{T_0}{T_0 + T_B} = \frac{1}{1 + \frac{T_B}{T_0}}$$

де $T_0 = (\lambda_1 + \lambda_2)^{-1}$ - напрацювання на відмову системи, T_B - час її відновлення. Отже,

$$\frac{T_B}{T_0} = \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2}$$

або остаточно:

$$T_B = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} T_{B1} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} T_{B2},$$

де $T_{B1} = \mu_1^{-1}$ і $T_{B2} = \mu_2^{-1}$ - час відновлення відповідно першого і другого елемента.

Приклад 2.5.1. КС складається з 8 CPU і відновляє при відмові 6 і більше CPU. Вважаючи, що відмови й відновлення CPU є незалежними подіями з $\lambda=10^{-4}$ і $\mu=10^{-2}$ (годин⁻¹), а також, що відмови виникають тільки в працюючій КС, визначити: А) функцію готовності КС за умови $G(0)=1$; В) коефіцієнт готовності КС і порівняти його з коефіці-

ентом готовності безнадлишкової КС; С) функцію надійності КС; D) напрацювання на відмову КС.

Задана система може перебувати в 7 станах (рис.2.5.4): 0 - всі CPU справні; 1 - сім CPU працюють, один відновлюється; 2 - шість CPU працюють, два відновлюються і т.д.

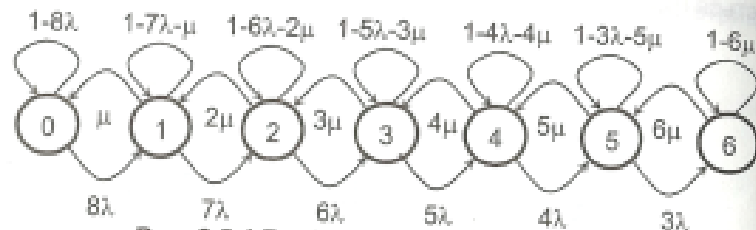


Рис. 2.5.4. Граф переходів КС до прикладу 2.5.1.

Ймовірності W_i перебування системи в i -му стані зв'язані між собою співвідношеннями

$$\left. \begin{aligned} W_0' &= -8\lambda W_0 + \mu W_1, \\ W_1' &= 8\lambda W_0 - (7\lambda + \mu)W_1 + 2\mu W_2, \\ W_2' &= 7\lambda W_1 - (6\lambda + 2\mu)W_2 + 3\mu W_3, \\ W_3' &= 6\lambda W_2 - (5\lambda + 3\mu)W_3 + 4\mu W_4, \\ W_4' &= 5\lambda W_3 - (4\lambda + 4\mu)W_4 + 5\mu W_5, \\ W_5' &= 4\lambda W_4 - (3\lambda + 5\mu)W_5 + 6\mu W_6, \\ W_6' &= 3\lambda W_5 + 6\mu W_6. \end{aligned} \right\} \quad (2.5.7)$$

$$W_0 + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + W_6 = 1. \quad (2.5.8)$$

Функція готовності КС $G(t) = 1 - W_6(t)$. Для визначення K_G треба розв'язати систему рівнянь, що утворюються із (2.5.7) заміною W_i' на 0 ($i=0, 1, \dots, 6$). Це обумовлено тим, що при $t \rightarrow 0$ ймовірність W_i прямує до границі, отже, W_i' прямує до 0.

Додаючи перше рівняння до другого, третього і т.д., маємо

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{8\lambda}{\mu} W_0; & W_2 &= \frac{7\lambda}{2\mu} W_1; & W_3 &= \frac{6\lambda}{3\mu} W_2; \\ W_4 &= \frac{5\lambda}{4\mu} W_3; & W_5 &= \frac{4\lambda}{5\mu} W_4; & W_6 &= \frac{3\lambda}{6\mu} W_5. \end{aligned} \right\}$$

Звідси і з рівняння (2.5.8) одержимо

2.5. Резервування з відновленням

$$W_0 + \frac{8\lambda}{\mu} W_0 + \frac{7\lambda}{2\mu} \frac{8\lambda}{\mu} W_0 + \frac{6\lambda}{3\mu} \frac{7\lambda}{2\mu} \frac{8\lambda}{\mu} W_0 + \frac{5\lambda}{4\mu} \frac{6\lambda}{3\mu} \frac{7\lambda}{2\mu} \frac{8\lambda}{\mu} W_0 + \frac{4\lambda}{5\mu} \frac{5\lambda}{4\mu} \frac{6\lambda}{3\mu} \frac{7\lambda}{2\mu} \frac{8\lambda}{\mu} W_0 + \frac{3\lambda}{6\mu} \frac{4\lambda}{5\mu} \frac{5\lambda}{4\mu} \frac{6\lambda}{3\mu} \frac{7\lambda}{2\mu} \frac{8\lambda}{\mu} W_0 = 1$$

або

$$W_0 = \left(1 + \frac{8}{1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^3 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^4 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^5 + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^6 \right)^{-1}$$

Для W_i при $i > 0$ одержимо:

$$W_1 = \frac{8}{1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^1 W_0; \quad W_2 = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 W_0; \quad W_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^3 W_0;$$

$$W_4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^4 W_0; \quad W_5 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^5 W_0;$$

$$W_6 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^6 W_0.$$

Отже, для $\lambda = 10^{-4}$ та $\mu = 10^{-2}$ (годин⁻¹) одержуємо

$$K_G = 1 - W_6 = 1 - \frac{28 \cdot 10^{-12}}{1,082856705628} \approx 1 - 26 \cdot 10^{-12}$$

Ненадлишкова КС повинна складатися з 3 CPU, тому що в цьому випадку відмова будь-якого CPU приводить до відмови всієї КС. Для

такої КС $T_0 = \frac{1}{3\lambda}$ і $T_n = \frac{1}{\mu}$. Отже, $K_G = \frac{\mu}{\mu + 3\lambda} = \frac{0,01}{0,0103} = 0,97087$ або

$\frac{1 - K_G}{1 - K_G} = \frac{0,02913}{26 \cdot 10^{-12}} \approx 1,12 \cdot 10^9$, тобто "коефіцієнт простою" $(1 - K_G)$ в над-

лишкової КС більше ніж в 10^9 разів менший.

Щоб визначити напрацювання на відмову КС треба знати її функцію надійності. Для цього граф переходів КС слід змінити так, щоб зі стану відмови система не могла вийти (рис.2.5.5). Стосовно

цього графа маємо $P_{КС}(t) = 1 - W_6(t)$ і $T_0 = \int_0^{\infty} P_{КС}(t) dt$.

Задача 2.5.1. Вважаючи КС із задачі 2.4.1 відновлюваною з кількістю ремонтників $C_3 + C_5 + 1$, а відмови і відновлення CPU системи подіями незалежними з $\lambda = 10^{-4}$ і $\mu = (C_3 + 1)10^{-2}$ (годин⁻¹), визначити:

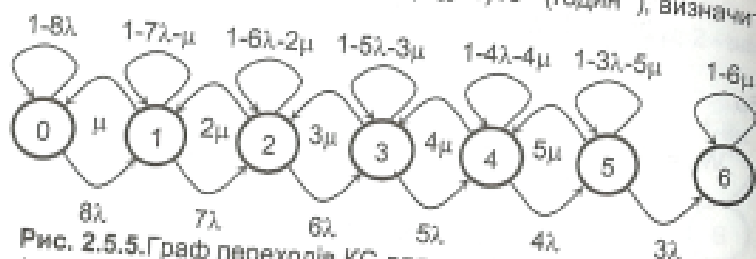


Рис. 2.5.5. Граф переходів КС для визначення функції надійності (приклад 2.5.1).

- A1) функцію готовності КС і побудувати її графік для $G(0)=1$;
 A2) коефіцієнт готовності КС і порівняти його з коефіцієнтом готовності ненадлишкової КС;
 B) функцію надійності КС і побудувати її графік;
 C1) напрацювання на відмову КС і порівняти її з напрацюванням на відмову ненадлишкової КС і КС, що не відновлюється;
 C2) ефективну інтенсивність відмов за 10 годин і порівняти її з інтенсивністю відмов КС, що не відновлюється;
 C3) гарантований технічний ресурс t_y , що відповідає гарантованій ймовірності $y = 0,81 + (C_9 + C_{11})10^{-2}$, та порівняти його з технічним ресурсом КС, що не відновлюється.
 Всі розрахунки робити за припущення, що нові відмови можуть виникати тільки в працюючій КС.

2.6. ТРЕНУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ І СИСТЕМ. Сучасні електронні системи будують з великого числа елементів, надійність яких врешті визначає надійність системи. Деякі типи елементів у початковій стадії роботи мають підвищену інтенсивність відмов (рис.2.6.1).

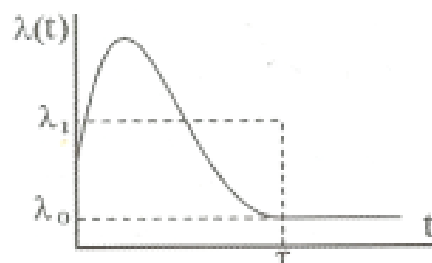


Рис.2.6.1. Початкова стадія λ-характеристики.

У цьому випадку з метою підвищення надійності таких елементів їх піддають тренуванню, причому для деяких типів елементів тренування є обов'язковим. Іншим, вже відомим, методом підвищення надійності елементів є резервування. Далі порівнюються ці два методи підвищення надійності елементів, λ-характеристика яких має явно виражену стадію припрацювання.

Будемо позначати: λ_0 – усталене значення λ ; $\lambda_1 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \lambda(t) dt$ –

середнє значення λ в період припрацювання; $p = e^{-\lambda_1 \tau}$ – ймовірність безвідмовної роботи в той же період; T_{kn} – середній термін служби резервної групи елементів із кратністю резервування k за умови, що n ($n \leq k$) елементів з цієї групи були піддані тренуванню протягом часу τ ; C_{kn} – вартість резервної групи елементів. Надалі будемо розглядати тільки випадок, коли в резервній групі або всі елементи нетреновані ($n=0$), або всі треновані ($n=k$), а резерв є навантаженим. Елементи, що вийшли з ладу не відновлюються і профілактичним ремонтом не піддаються. Крім того, в процесі тренування параметри елементів не змінюються, тобто надійність системи з поступових відмов не змінюється. Якщо виконати ступінчасту апроксимацію λ -характеристики елементів (рис.2.6.1) як

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_1 & \text{при } t \leq \tau, \\ \lambda_0 & \text{при } t > \tau. \end{cases}$$

то неважко обчислити T_{k0} і T_{kk} . Для тренуваних елементів $\lambda(t) = \lambda_0$

$$P_T(t) = e^{-\lambda_0 t},$$

$$T_{kk} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^k \frac{1}{i}. \quad (2.6.1)$$

Для нетрениваних елементів

$$P_H(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = \begin{cases} e^{-\lambda_1 t}, & \text{при } t < \tau, \\ e^{-\lambda_1 \tau - \lambda_0(t-\tau)}, & \text{при } t \geq \tau. \end{cases}$$

Оскільки $\lambda_1 > \lambda_0$, то $P_T > P_H$. Розділяючи область інтегрування на інтервали від 0 до τ і від τ до ∞ , одержимо:

$$T_{k0} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^k \frac{1}{i} - \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \sum_{i=1}^k \frac{(1-p)^i}{i}. \quad (2.6.2)$$

З порівняння P_T і P_H , T_{kk} і T_{k0} , випливає, що тренування збільшує як надійність, так і напрацювання на відмову.

Будемо вважати, що до тренування було m елементів із загальною вартістю $C_{10}m$. Тоді після тренування працездатними будуть тільки pm елементів із загальною вартістю $C_{11}pm$. Якщо не враховувати витрати, пов'язані з організацією і проведенням тренування, то

$$C_{11}pm = C_{10}m \text{ або } C_{11} = \frac{C_{10}}{p}. \text{ Звідси маємо:}$$

$$C_{k0} = kC_{10}, C_{kk} = kC_{11} = k \frac{C_{10}}{p}. \quad (2.6.3)$$

Для порівняння різних методів підвищення надійності зручно використовувати поняття питомого часу життя елементів $t_{kn} = \frac{T_{kn}}{C_{kn}}$. Якщо вважати, що $\lambda_0 = 1$ і $C_{10} = 1$, то з (2.6.1)-(2.6.3) одержимо

$$T_{k0} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{i} - (1-\alpha) \sum_{i=1}^k \frac{(1-p)^i}{i}, \quad T_{kk} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{i}, \quad C_{k0} = k, \\ C_{kk} = \frac{k}{p}, \quad t_{k0} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{1}{i} - \frac{(1-\alpha)}{k} \sum_{i=1}^k \frac{(1-p)^i}{i}, \quad t_{kk} = \frac{p}{k} \sum_{i=1}^k \frac{1}{i}. \quad (2.6.4)$$

де $\alpha = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}$. Оскільки $0 < \alpha < 1$ і $0 < p < 1$, то

$$T_{k+1,0} > T_{k0}, T_{k+1,k+1} > T_{kk}, T_{kk} > T_{k0}, t_{k+1,0} < t_{k0}, t_{k+1,k+1} < t_{kk}, t_{kk} < t_{k0}.$$

Таким чином, як резервування, так і тренування збільшують середній термін служби елементів T_{kn} , але зменшують питомий час життя t_{kn} . Якщо ж порівнювати T_{k0} , T_{kk} , t_{k0} і t_{kk} при $k=n$, то в залежності від α або p варто віддавати перевагу або резервуванню тренуваних елементів, або резервуванню нетрениваних елементів (рис. 2.6.2).

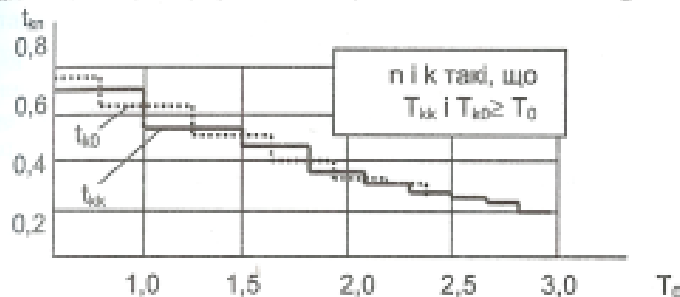


Рис. 2.6.2. Залежності t_{kn} від T_0 .

Наприклад, за умов $T_{11} = T_{20}$ і $t_{11} = t_{20}$ приходимо до рівнянь

$$p = 2 - \frac{\sqrt{2-\alpha}}{1-\alpha}, \quad p = \frac{\sqrt{\alpha(3+\alpha)} - 2\alpha}{1-\alpha}.$$

Криві, що відповідають цим залежностям (рис. 2.6.3), розділяють область можливих значень α і p на чотири субобласті, у кожній з яких виконується одна із вказаних на рис. 2.6.3 пар нерівностей.

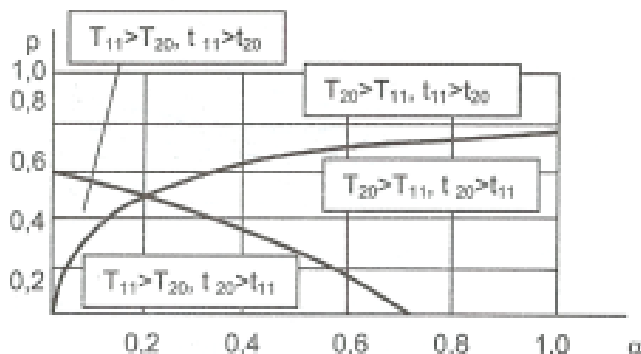


Рис. 2.6.3. Залежності p від α .

Ненадійність елементів відновлюваних систем обумовлює деякі додаткові витрати. Тому при побудові відновлюваних систем треба прагнути не тільки до підвищення середнього часу життя елементів, а також до зменшення витрат S_{kl} , викликаних ненадійністю елементів системи. У цьому випадку оптимальним методом підвищення надійності слід вважати такий метод, який мінімізує ці витрати.

Припустимо, що одночасний вихід із ладу двох і більше елементів неможливий, а час усунення відмови дуже малий порівняно з напруженням на відмову. Тоді заміна елементів є процесом відновлення, а його інтенсивність прямує до T_{kl}^{-1} і не залежить від функції надійності елементів. Отже, можна вважати, що за час t відбудеться tNT_{kl}^{-1} відмов елементів (N – кількість таких елементів). Вартість усунення одної відмови складає $C_{kl} + \beta$, де C_{kl} – вартість заміненого елемента, β – витрати, викликані зупинкою, зменшенням ефективності роботи системи, втратою інформації і т.п. Тоді загальні витрати, викликані ненадійністю елементів даного типу, складають

$$S_{kl} = \frac{TN}{T_{kl}} (C_{kl} + \beta) \quad (2.6.5)$$

де T – технічний ресурс системи.

Графіки функцій S_{kl} при різних значеннях P і α приведені на рис. 2.6.4. З цих графіків випливає, що існує оптимальна кратність

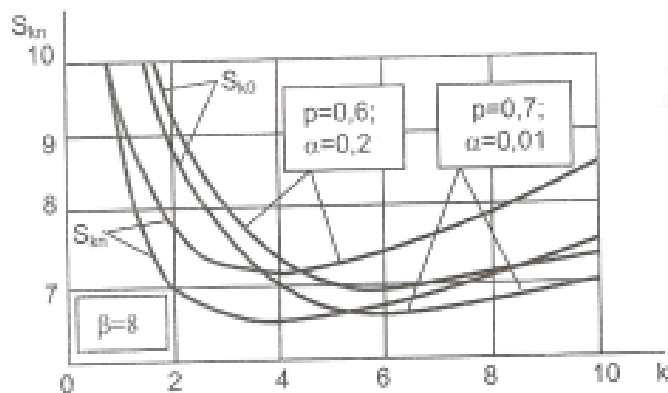


Рис. 2.6.4. Графіки функцій S_{kl} .

резервування, за якої S_{kl} приймає мінімальне значення. При цьому може бути доцільним резервування як тренуваних ($S_{kl} < S_{k0}$ при $\beta = 8$,

2.6. Тренування елементів і систем

$p=0,7$ і $\alpha=0,01$), так і нетренуваних ($S_{kl} < S_{k0}$ при $\beta=8$, $p=0,6$ і $\alpha=0,2$) елементів.

Для забезпечення надійності елементів не завжди вдається використовувати резервування, у той час тренування елементів можна здійснити практично завжди. У зв'язку з цим необхідно з'ясувати доцільність застосування тренуваних елементів для побудови відновлюваних систем. Очевидно, що підвищувати надійність шляхом тренування елементів не має сенсу, якщо $S_{11} > S_{10}$ або

$$\frac{\alpha}{p(1-\alpha)} > \beta. \quad (2.6.6)$$

На рис. 2.6.5 приведено сімейство кривих $P = \frac{\alpha}{\beta(1-\alpha)}$, де кожна крива розділяє область можливих значень α і p на дві субобласті -

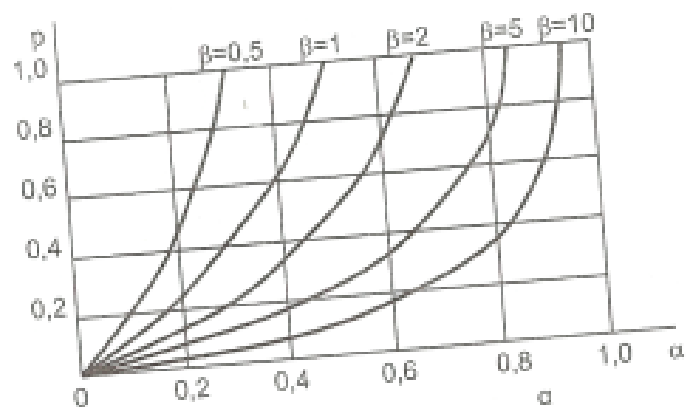


Рис. 2.6.5. Сімейство кривих $P = \frac{\alpha}{\beta(1-\alpha)}$.

верхню і нижню. Для точок (α, p) з нижньої субобласті, виконується умова (2.6.6), що свідчить про недоцільність застосування тренуваних елементів при даних значеннях α і p .

Приклад 2.6.1. Надійність накопичувачів на жорстких магнітних дисках (НЖМД) визначається розподілом W з $v < 1$, для якого характерна підвищена інтенсивність відмов λ на початку функціонування. Для зменшення λ нові НЖМД піддають тренуванню протягом декількох десятків годин. Визначити оптимальну тривалість тренування t , за якої сума S витрат на тренування і витрат, викликаних відмовами

НЖМД у гарантійний період T , будуть мінімальні, якщо витрати на проведення тренування пропорційні його тривалості. Перевірити, чи є доцільним тренування.

Для розв'язку цієї задачі необхідно знати число відмов за час тренування n і за час гарантійної експлуатації n_0 . Тоді

$$SN = S_1 t N + C_n + (C_n + C) n_0,$$

де $S_1 t$ – витрати на тренування одного НЖМД протягом часу t , C – вартість одного НЖМД, C_n – втрати, викликані відмовою одного НЖМД і пов'язані з необхідністю його заміни і моральними втратами від відмови (зниження авторитету виробника і зменшення збуту його продукції), N – кількість виготовлених НЖМД. Точне визначення n і n_0 вимагає розв'язку рівняння поновлення. Якщо ж врахувати, що відмов під час гарантійного терміну мало, то можна припустити, що відмов у замінених під час гарантійної експлуатації НЖМД буде ще менше. У цьому випадку $n = NQ(t)$ і $n_0 = NQ_1(T, t)$, де $Q(t)$ – ймовірність відмови НЖМД за час t , $Q_1(T, t) = Q(T+t) - Q(t)$ – ймовірність відмови НЖМД за час від t до $t+T$. Для W -розподілу

$$Q(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v}, \quad Q_1(T, t) = e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v} - e^{-\left(\frac{T+t}{\tau}\right)^v}.$$

$$\text{Отже, } S = S_1 t + C \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v}\right) + (C + C_n) \left(e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v} - e^{-\left(\frac{T+t}{\tau}\right)^v} \right).$$

Оптимальну тривалість t тренування знаходимо з рівняння

$$\frac{dS}{dt} = S_1 + C v e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v} \frac{v}{\tau} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{v-1} -$$

$$-(C + C_n) \left(e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v} \frac{v}{\tau} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{v-1} - e^{-\left(\frac{T+t}{\tau}\right)^v} \frac{v}{\tau} \left(\frac{T+t}{\tau}\right)^{v-1} \right) = 0.$$

Для $S_1 = 0,1$, $C = 0,0001 C_n$, $\tau = 10^6$ годин, $v = 0,5$ і $T = 10^4$ годин маємо $t = 25$ годин. Оптимальну тривалість t тренування можливо обчислити і безпосередньо по графіку залежності S від t . Доцільність же тренування можна встановити, порівнюючи втрати від відмов тренуваних S_T і нетренуваних S_N НЖМД:

$$S_T = S_1 t + C \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v}\right) + (C + C_n) \left(e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^v} - e^{-\left(\frac{T+t}{\tau}\right)^v} \right) = 525 S_1,$$

$$S_N = (C + C_n) \left(1 - e^{-\left(\frac{T}{\tau}\right)^v}\right) \approx 1001 S_1.$$

Оскільки $S_T < S_N$, то в даному випадку тренування є доцільним.

Задача 2.6.1. Для НЖМД визначити доцільність і оптимальну тривалість тренування, якщо надійність НЖМД задана KW -розподілом з параметрами $\tau_1 = 2^{C_5} 10^9$ годин,

$$v_1 = 0,5, \lambda = (1 + C_{20}) 10^{-7} \text{ годин}^{-1}, \quad \tau_2 = 2 \cdot 2^{C_9} 10^4 \text{ годин}$$

$v_2 = 1,1 + 0,1 \cdot C_{30}$, де C_i – залишок від ділення номера варіанту на число i ($i = 3; 5; 9; 11; 20; 30$). Інші параметри НЖМД: гарантійний термін служби $T = 4000(C_{11} + 1)$ годин; вартість одного НЖМД – C ; вартість тренування одного НЖМД тривалістю в одну годину $S_1 = 0,1(C_3 + 1)C$; втрати через відмову одного НЖМД $C_n = 1000(C_{20} + 1)C$;

Для НЖМД, які пройшли і не пройшли тренування, визначити:

- 1) напрацювання на відмову;
- 2) ймовірність безвідмовної роботи за термін $t = 10^4$ годин, де $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

2.7. ОПТИМАЛЬНА НАДІЙНІСТЬ. Використовуючи різні методи підвищення надійності принципово можна побудувати як заводські надійну КС. Однак кожен наступний крок у цьому напрямку викликає швидке зростання апаратних витрат. Наприклад, щоб збільшити в 1,5 рази СЧБР при навантаженому резерві необхідно мати один основний і один резервний елементи. Подальше ж збільшення СЧБР ще у 1,5 рази (тобто вже в 2,25 рази) вимагає чотирьох резервних елементів ($1+2^{-1}+3^{-1}+4^{-1}+5^{-1}>2,25$). Тому виникає задача визначення доцільного рівня надійності. З підвищенням надійності КС витрати C_y на її експлуатацію зменшуються, однак при цьому зростає і її вартість C_0 (приблизний характер залежностей C_y і C_0 від надійності p показаний на рис.2.7.1). Отже, сумарні витрати на виготовлення і

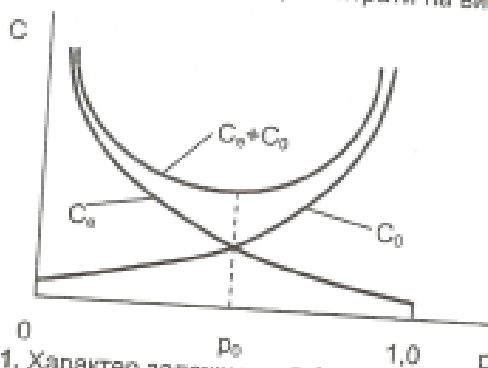


Рис.2.7.1. Характер залежностей C_y і C_0 від надійності p .

експлуатацію КС мають явно виражений екстремальний характер і мінімальні при деякому значенні $p=p_0$, яке і одержало назву оптимальної надійності.

У загальному вигляді знайти оптимальне значення показника надійності неможливо. Тому для розв'язку цієї задачі в кожному конкретному випадку необхідно будувати залежності C_y і C_0 від p . Найчастіше оптимальний показник надійності визначається шляхом перебору систем, у яких використані найбільш доцільні комбінації методів підвищення надійності. Розглянемо приклади.

Приклад 2.7.1. Одноплатний комп'ютер (ОК) керує роботою промислової установки. Відмова ОК приводить до її простою і витрат C_y за кожну годину. Ремонт ОК на місці потребує ремонтного персоналу і відповідного обладнання. Оскільки обсяг ремонтних робіт за рік для $T_B=10$ годин і $T_0=10000$ годин становить всього

$$8760(1-K_T)=8760 \frac{T_B}{T_0 + T_B} = 8,8 \text{ (годин)},$$

то це обумовлює доцільність ремонту не на місці роботи установки, а на заводі-виробнику ОК або в сервісному центрі. Перевезення ОК до місця ремонту і назад збільшує T_B . Тому сумарні витрати C_0 через відмову ОК за технічний ресурс T_p установки складають

$$C_0 = T_p(1-K_T)C_y + (T_p T_0^{-1})S_p,$$

де $T_p(1-K_T)C_y$ - сумарні втрати від простою установки за T_p , S_p - вартість ремонту ОК. Для $T_p=10$ років, $T_0=10^4$ годин, $T_B=100$ годин і $S_p C_y^{-1}=0,01$ маємо

$$\frac{C_0}{C_y} = \frac{87600 \cdot 100}{10100} + \frac{87600 \cdot 0,01}{10000} = 867,4.$$

Основна частина втрат викликана простоєм установки. Зменшити ці втрати можна за рахунок ненавантаженого резерву, тобто створенням запасу резервних ОК. Для тільки одного запасного ОК сумарні витрати складають

$$C_1 = S_0 + T_p(1-K_T)C_y + (T_p T_0^{-1})S_p,$$

де S_0 - вартість запасного ОК. Щоб розрахувати K_T використаємо ланцюг Маркова для ненавантаженого дублювання, а також припустимо, що час T_{B3} ремонту шляхом заміни дорівнює 0. В такому разі (див. 2.5.4) при двох ремонтниках

$$K_T = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} = \frac{T_0^2 + 2T_0 T_B}{(T_0 + T_B)^2}.$$

Якщо $S_0 C_y^{-1}=0,1$ і $T_B=100$ годин, то

$$C_1 C_y^{-1} = 0,1 + 87600 \frac{T_B^2}{(T_0 + T_B)^2} + 0,01 \frac{87600}{10000} = 8,78.$$

При двох запасних ОК втрати складають

$$C_2 = 2S_0 + T_p(1-K_T)C_y + (T_p T_0^{-1})S_p.$$

Для визначення K_T скористаємося ланцюгом Маркова для ненавантаженого потронування з трьома ремонтниками (рис.2.7.2). Звідси послідовно отримуємо

$$\begin{aligned} 0 &= -\lambda W_1 + \mu W_2, & 0 &= \lambda W_1 - (\lambda + \mu) W_2 + 2\mu W_3, & 0 &= \lambda W_2 - (\lambda + 2\mu) W_3 + 3\mu W_4, \\ & & 0 &= \lambda W_3 - 3\mu W_4, & & W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 1 \end{aligned}$$

$$W_4 = 1 - K_r = \left(1 + \frac{3\mu}{\lambda} + \frac{6\mu^2}{\lambda^2} + \frac{6\mu^3}{\lambda^3}\right)^{-1} = 1,65 \cdot 10^{-7}$$

Отже,

$$C_2 C_y^{-1} = 0,2 + 87600 W_4 + 0,088 = 0,302$$

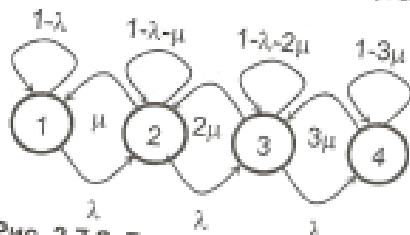


Рис. 2.7.2. Граф до прикладу 2.7.1.

Аналогічно для трьох і чотирьох запасних ОК маємо $C_3 C_y^{-1} = 0,388$ і $C_4 C_y^{-1} = 0,488$. Звідси виходить, що для заданих умов оптимальним є двократно ненавантажене резервування (один робочий і два запасних ОК).

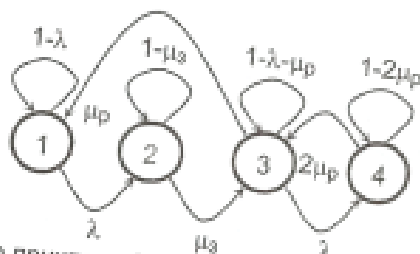


Рис. 2.7.3. Граф до прикладу 2.7.1, де враховується час ремонту.

Розрахунок вище був виконаний за припущення, що резервні ОК в режимі зберігання не відмовляють і час ремонту $T_{вз}$ дорівнює нулю. Врахувати $T_{вз}$ можна шляхом розгляду наступних станів системи: 1) два ОК справні; 2) робочий ОК відмовив і замінюється справним резервним; 3) робочий ОК справний, резервний ремонтується; 4) два ОК ремонтуються (рис. 2.7.3, де μ_3 і μ_r - інтенсивності відновлення шляхом заміни і ремонту відповідно). Звідси для $T_{вз} = 1$ година

$$0 = -\lambda W_1 + \mu_r W_3, \quad 0 = \lambda W_1 - \mu_3 W_2, \quad 0 = \mu_3 W_2 - (\mu_r + \lambda) W_3 + 2\mu_r W_4,$$

$$0 = \lambda W_3 - 2\mu_r W_4, \quad W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 1,$$

$$W_1 = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu_3} + \frac{\lambda}{\mu_r} + \frac{\lambda^2}{(2\mu_r)^2}\right)^{-1}, \quad W_3 \left(\frac{\lambda}{\mu_r}\right) W_1, \quad K_r = W_1 + W_3 = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu_r}\right) W_1$$

$$C_r C_y^{-1} = 0,1 + 87600 \frac{\frac{\lambda}{\mu_3} + \frac{\lambda^2}{2\mu_r^2}}{1 + \frac{\lambda}{\mu_3} + \frac{\lambda}{\mu_r} + \frac{\lambda^2}{2\mu_r^2}} + \frac{87600}{10000} \cdot 0,01 = 13,2$$

Останнє відношення в півтора рази більше, ніж коли $T_{вз} = 0$.

Врахувати відмови у режимі зберігання можна введенням наступних станів системи ($T_{вз} = 0$): 1) два ОК справні; 2) один ОК справний, другий відновлюється; 3) два ОК відновлюються; 4) один ОК справний, другий відмовив, але не відновлюється, тому що відмова відбулася в режимі зберігання і, внаслідок цього, залишилася непоміченою (рис. 2.7.4, де λ_p і λ_3 - інтенсивності відмов у режимах роботи і зберігання). Звідси послідовно одержуємо

$$0 = -(\lambda_p + \lambda_3) W_1 + \mu W_2, \quad 0 = \lambda_p W_1 - (\lambda_p + \mu) W_2 + 2\mu W_3, \quad 0 = \lambda_p W_2 - 2\mu W_3 + \lambda W_4,$$

$$0 = \lambda_3 W_1 - \lambda_p W_4, \quad W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 1, \quad W_3 = 1 - K_r = \frac{X}{X + Y} = 0,00045,$$

де $X = 1 + \frac{\lambda_p^2}{2\mu^2} + \frac{\lambda_p \lambda_3}{2\mu^2} + \frac{\lambda_3}{2\mu}$, $Y = 1 + \frac{\lambda_3}{\mu} + \frac{\lambda_p}{\mu} + \frac{\lambda_3}{\lambda_p}$. Для $\frac{\lambda_3}{\lambda_p} = 0,1$ і $W_3 = 0,00045$ маємо

$$C_0 C_y^{-1} = 0,1 + 87600 W_3 + 0,01 \cdot \frac{87600}{10000} = 39,6,$$

що в 4,5 рази більше, ніж коли $\lambda_3 = 0$.

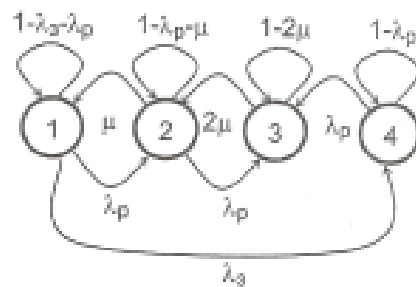


Рис. 2.7.4. Граф до прикладу 2.7.1, де враховуються відмови в режимі зберігання.

Задача 2.7.1 Для системи ОК з прикладу 2.7.1 знайти оптимальну кратність ненавантаженого резерву за наступних умов: $T_p = 5 + 0,5C_{30}$ років; $T_0 = 1 + C_9$ (тисяч годин); $S_p C_y^{-1} = 0,1 \cdot 10^{-C_4}$; $T_B = 20(1 + C_{11})$ годин; $T_{B3} = 0,5(1 + C_3)$ годин; $S_0 C_y^{-1} = 10^{-C_4}$; $\lambda_3 = 0,1 \cdot 10^{-C_3} \lambda$; $\lambda = T_0^{-1}$; кількість ремонтників - $(1 + C_5)$, де C_i - залишок від ділення номера варіанту на $i \in \{3, 4, 5, 9, 11, 30\}$.

Приклад 2.7.2 Завод випустив і продав N CPU на основі однокристальних обчислювачів (ОО). Шляхом аналізу матеріальних і моральних втрат від ненадійності CPU визначити оптимальну кількість запасних ОО, необхідних для гарантійного ремонту CPU, що відмовили, якщо інтенсивність відмов ОО λ - постійна; T_r - термін гарантії; C_B - матеріальні (грошова компенсація вартості CPU, що відмовив) і моральні (втрата довіри споживача) втрати від неможливості ремонту; C_0 - вартість ОО; λ_3 ОО у режимі зберігання дорівнює 0, а тривалістю ремонту можна знехтувати.

Якщо завод запасних ОО не випускає, то відмова одного ОО приведе до втрат C_B . Коли відбудеться і відмов, то втрати будуть в k раз більші. У цьому випадку сумарні втрати:

$$S_0 = \sum_{i=1}^N W_i C_B i = \sum_{i=1}^N C_i P^{N-i} (1-P)^i C_B i = C_B N(1-P),$$

де W_i - ймовірність того, що за T_r відбудеться і відмов, $P = e^{-\lambda T_r}$.

Якщо завод випустить k запасних ОО, то його втрати на виготовлення ОО складуть kC_0 , але перші k відмов додаткових втрат не викличуть. Вони з'являться, коли кількість відмов буде більшою за k . Отже, при випуску k запасних ОО загальні втрати:

$$S_k = \sum_{i=k+1}^{N+k} W_i C_B (i-k) + kC_0.$$

Зі збільшенням k сума членів $W_i C_B (i-k)$ зменшується, тому що зменшуються коефіцієнти при найбільших ймовірностях W_0, W_1, \dots , а другий доданок kC_0 буде зростати. Значення k , при якому S_k буде мінімальним, слід вважати оптимальним. Ймовірності W_i можна визначити з моделі загибелі на рис.2.7.5, де цифрами $i=0, 1, \dots, N+k$ позначені стани системи, у якій відбулося i відмов. З рис.2.7.5 одержуємо:

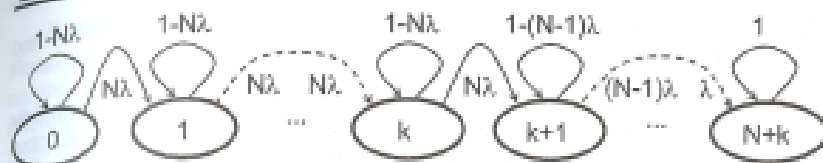


Рис.2.7.5. Граф моделі загибелі до прикладу 2.7.2.

$$W'_0 = -N\lambda W_0; \quad W'_1 = N\lambda W_0 - N\lambda W_1; \quad \dots; \quad W'_k = N\lambda W_{k-1} - N\lambda W_k;$$

$$W'_{k+1} = N\lambda W_k - (N-1)\lambda W_{k+1}; \quad \dots; \quad W'_{N+k} = \lambda W_{N+k-1};$$

$$W_0(0) = 1; \quad W_i(0) = 0 \text{ при } i > 0.$$

Звідси знаходимо

$$W_0(t) = e^{-N\lambda t}, \quad W_1(t) = N\lambda t e^{-N\lambda t}, \quad \dots, \quad W_k(t) = \frac{(N\lambda t)^k}{k!} e^{-N\lambda t}. \quad (2.7.1)$$

У загальному вигляді формули для W_{k+1}, W_{k+2} і т.д. громіздкі. Наприклад, для $N=2$ та $k=1$ (рис.2.7.6) послідовно одержуємо:

$$\frac{dW_0}{dt} = -2\lambda W_0, \quad \frac{dW_1}{dt} = 2\lambda W_0 - 2\lambda W_1,$$

$$\frac{dW_2}{dt} = 2\lambda W_1 - \lambda W_2, \quad \frac{dW_3}{dt} = \lambda W_2,$$

$$W_0 = e^{-2\lambda t}, \quad W_1 = 2\lambda t e^{-2\lambda t},$$

$$W_2 = 4e^{-2\lambda t} - 4e^{-2\lambda t}(1+\lambda t); \quad W_3 = 1 - 4e^{-2\lambda t} + e^{-2\lambda t}(3+2\lambda t).$$

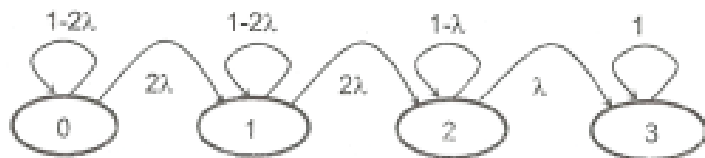


Рис.2.7.6. Граф моделі загибелі до прикладу 2.7.2 для $N=2$ та $k=1$.

Задача 2.7.2 За умов прикладу 2.7.2 знайти оптимальне число K_0 запасних ОО, якщо $N = 3 + C_5$; $\lambda = (C_9 + 1)10^{-5}$ (годин⁻¹); $T_r = (1 + C_{10})0,5$ років; $C_B = 100(1 + C_{11})C_0$, де C_i - залишок від ділення номера варіанту на число $i \in \{5, 9, 10, 11\}$.

Щоб скоротити обчислення можна скористатися значенням середньої кількості відмов для ненавантаженого резервування (див.

2.3), яка дорівнює $N\lambda T_r$. Оскільки $C_B \gg C_0$, то зрозуміло, що $K_0 > N\lambda T_r$.

Приклад 2.7.3. В експлуатації є N CPU на основі ОО із середнім залишковим технічним ресурсом T_r . Шляхом аналізу надійності, прибутку і витрат на виробництво визначити оптимальну кількість ОО, необхідних для ремонту CPU протягом T_r при заданому відношенні $\alpha = C_n C_0^{-1}$ (C_n – ціна ОО, C_0 – його собівартість), якщо інтенсивність відмов ОО у робочому режимі постійна. Час ремонту прийняти за 0.

Після закінчення гарантійного терміну завод не несе матеріальної відповідальності за відмови CPU. Тому його основною метою в цьому випадку є одержання максимального прибутку від виробництва ОО. Випуск k ОО вимагає витрат kC_0 . Якщо за час T_r в N CPU відбудеться i відмов, то прибуток заводу складає $-kC_0 + iC_n$ (при $i=1$); $-kC_0 + 2C_n$ (при $i=2$); ...; $-kC_0 + kC_n$ (при $i \geq k$). Позначимо W_i – ймовірність того, що за час T_r відбудеться рівно i відмов, тоді прибуток заводу складатиме

$$S_k = -kC_0 + C_n W_1 + C_n 2W_2 + \dots + C_n (k-1)W_{k-1} + C_n k(1 - W_0 - W_1 - \dots - W_{k-1}) = -kC_0 + C_n \sum_{i=1}^{k-1} iW_i + C_n k(1 - \sum_{i=0}^{k-1} W_i).$$

Те значення k , при якому S_k буде максимальним, визначає оптимальну кількість ОО, тобто шукану величину.

Ймовірності W_i можна визначити з моделі загибелі

$$W_i = \frac{(N\lambda T_r)^i}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot i} e^{-N\lambda T_r}.$$

Задача 2.7.3. Розв'язати задачу із прикладу 2.7.3 за наступних умов: $N = 10(1 + C_{11})$, $\lambda = 10^{-5}(1 + C_{10})$ годин⁻¹, $T_r = 10^4(1 + C_9)$ годин, $\alpha = 2 + C_4$.

Приклад 2.7.4. У супермаркеті касове обслуговування покупок здійснюється N CPU зі сканерами штрихових кодів. При відмові CPU ремонтується в сервісному центрі і плембується в податковій інспекції. Середній час ремонту T_B . Робота без касового апарата заборонена, тому відповідний відділ супермаркету припиняє роботу, що приводить до значних фінансових втрат, пропорційних часу ремонту $C_n T_B$. Зменшити ці втрати можна використанням k резервних CPU, які при відмові основних CPU будуть виконувати їх функції. Визначити економічно обґрунтовану кількість k запасних CPU, якщо інтенсивності їх відмов λ і відновлень μ постійні.

Виконати це завдання можна за допомогою ланцюгів Маркова. Якщо вважати, що в режимі зберігання $\lambda_i = 0$, то систему описує граф на рис. 2.7.7, де вершини відповідають станам системи та позначені цифрами i, j . Наприклад, стан $N, k-2$ означає, що за час роботи системи два основних CPU відмовили і були замінені двома резервними (у системі працюють N CPU, у запасі є ще $k-2$ CPU). Передбачається також, що ремонт здійснює один ремонтник. Тому всі ребра графа, спрямовані вліво, позначені символом μ . Якби ремонтників було 2, то ці ребра були б позначені символами $\mu, 2\mu, 2\mu, \dots$. При трьох ремонтниках – символами $\mu, 2\mu, 3\mu, 3\mu, \dots$. При $N+k$ ремонтниках – символами $\mu, 2\mu, 3\mu, 4\mu, \dots$.

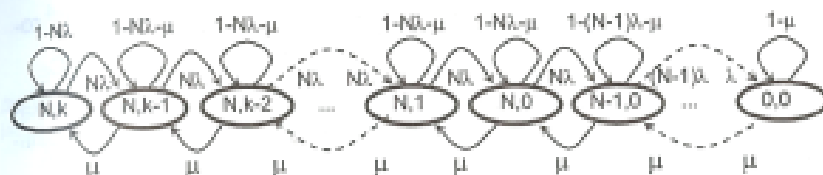


Рис. 2.7.7. Граф до прикладу 2.7.4.

Для визначення втрат від простою треба обчислити стаціонарні значення ймовірностей W_{ij} знаходження системи в станах i, j :

$$0 = -\lambda N W_{N,k} + \mu W_{N,k-1},$$

$$0 = \lambda N W_{N,k} - (\lambda N + \mu) W_{N,k-1} + \mu W_{N,k-2},$$

$$0 = \lambda N W_{N,k-1} - (\lambda N + \mu) W_{N,k-2} + \mu W_{N,k-3},$$

...

$$W_{N,k} + W_{N,k-1} + \dots + W_{N,0} + W_{N-1,0} + \dots + W_{0,0} = 1.$$

Звідси маємо

$$W_{N,k-1} = \frac{\lambda N}{\mu} W_{N,k}, \quad W_{N,k-2} = \frac{\lambda N}{\mu} W_{N,k-1}, \dots$$

Після підстановки цих значень в останнє рівняння знаходимо

$$W_{N,k} = \left[1 + \frac{\lambda N}{\mu} + \left(\frac{\lambda N}{\mu} \right)^2 + \dots \right]^{-1}$$

і далі через $W_{N,k}$ визначаємо всі інші ймовірності. Маючи ці ймовірності, обчислимо середній час T_n простою за деякий період T :

$$T_n = T \sum_{i=1}^N i W_{N,i,0}.$$

Тут сума береться тільки по станах $W_{N-i,0} > 0$, тому що в інших станах простою не буде. Таким чином, сумарні втрати від простою і необхідності закупівлі k К за деякий період T складають

$$S_k = C_{\Pi} T \sum_{i=1}^N i W_{N-i,0} + \frac{k C_E T}{T_p}$$

де C_E – вартість K , T_p – термін служби K , а відношення $T T_p^{-1}$ визначає частку вартості K з його технічного ресурсу, що припадає на розрахунковий період T . Далі за значеннями S_k при $k=1,2,3,\dots$ знаходимо k , при якому S_k мінімальне.

Задача 2.7.4. Вирішити задачу, сформульовану в прикладі 2.7.4 за наступних умов: $N = 10(1 + C_{11})$; $T_B = 30 + 5C_{10}$; $\lambda = (C_9 + 1)10^{-4}$ годин⁻¹; $T_p = (4 + C_5)10^4$ годин; $C_{\Pi} = (2 + C_{30})C_E$; $C_p = 10^{-2}(1 + C_{20})C_E$.

Визначити доцільність введення додаткових ремонтників і їх оптимальну кількість, якщо витрати на утримання одного ремонтника збільшують S_k на величину $C_p T$.

Приклад 2.7.5. Для забезпечення надійності інформаційної системи вирішено мати в ній декілька копій бази даних (БД). Вартість створення БД дорівнює C_B . На диску, вартість якого C_D , розміщується тільки одна копія БД. Визначити оптимальну кількість k дисків, на яких варто розмістити копії БД, якщо λ та μ дисків постійні, а також всі копії експлуатуються одночасно.

Запис і зберігання k копій БД протягом часу T вимагає в середньому витрат

$$C_K = k C_D \left(\frac{T}{T_p} + \frac{T}{T_0} \right) + Q_k(T) C_B$$

де T_p – технічний ресурс дисків; $T T_p^{-1}$ – частина технічного ресурсу дисків, що витрачається на зберігання БД протягом часу T ; T_0 – напруження на відмову диска; $T T_0^{-1}$ – кількість відмов дисків за час T ; $Q_k(T)$ – ймовірність відмови k дисків, у результаті чого БД буде втрачена. Передбачається, що диск відновлюється шляхом ремонту або закупівлі нового диска замість того, що відмовив. Для $k=1$ $Q_1 = 1 - P(T)$, де $P(T) = e^{-\lambda T}$. При $k > 1$ ймовірність Q_k можна визначити з моделі загибелі. Для $k=2$ система дисків буде мати три стани (рис.2.7.8): два диски справні (позначений як 2); один диск працює, а



Рис.2.7.8. Граф до прикладу 2.7.5.

другий відновлюється (позначений як 1); два диски відмовили (позначений як 0) – відмова системи, тобто $Q_k = W_0(t)$. Для визначення W_0 складемо рівняння

$$W_2' = -2\lambda W_2(t) + \mu W_1(t), \quad W_1' = 2\lambda W_2(t) - (\lambda + \mu) W_1(t),$$

$$W_0' = \lambda W_1(t), \quad W_0(0) = W_1(0) = 0, \quad W_2(0) = 1,$$

де W_i – ймовірність знаходження системи в стані i (і дисків працюють, $i=0,1,2$).

Аналогічно можна одержати рівняння для $k > 2$.

Задача 2.7.5. Для БД із прикладу 2.7.5 визначити оптимальну кількість копій БД, якщо: $\lambda = 10^{-4}(1 + C_{11})$ годин⁻¹; $T_p = (1 + C_9)10^4$ годин; $\mu = 0,01(1 + C_{10})$ годин⁻¹; $T = 10^4(1 + C_{20})$; $C_B = 100(1 + C_{30})C_D$; кількість одночасно експлуатованих копій – $(1 + C_3)$; $\lambda_3 = 0,1 \cdot 2^{-C_9} \lambda$.

3. НАДІЙНІСТЬ ТА КОНТРОЛЬ ПРИСТРОЇВ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

3.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ. Незважаючи на високу надійність сучасних КС, поява в них збоїв і відмов є цілком можливими подіями. Наприклад, найбільш частим проявом відмов і збоїв у персональних CPU є "зависання", коли CPU не реагує на команди, що надходять від зовнішніх пристроїв (клавіатури, "мишки" й ін.). Причинами таких зависань можуть бути:

- Наявність поганих контактів між частинами комп'ютера.
- Спотворення даних у постійній пам'яті К, що зберігає BIOS.
- Нестійка робота КМОН-пам'яті через розряд батареїки безпечного живлення або відмова ІМС цієї пам'яті.
- Випадкова модифікація командного файлу операційної системи.
- Наявність вірусу в системі або в завантажувальних файлах.
- Неузгодженість параметрів апаратної конфігурації з даними, записаними в КМОН-пам'яті.
- Відмова клавіатури, дисплея або інших пристроїв.
- Неправильне підключення кабелів, що з'єднують адаптери дисководів з дисковедами.
- Короточасний спад напруги в мережі електроживлення.
- Зовнішні електромагнітні перешкоди, що викликають спотворення сигналів у кабелях і шинах CPU, магнітних дисках.
- Деградація форматних міток на дисках або деградація комірок пам'яті при експлуатації К за умов підвищеної температури.
- Відмова буферних ІМС, що обслуговують потужноструміві ІМС або периферійні пристрої.
- Критичність частотних параметрів ІМС пам'яті або відеоадаптерів, адаптерів дисководів, звукових адаптерів та інших пристроїв стосовно тактової частоти материнської плати.
- Неузгодженість драйверів периферійних пристроїв з їх типами або ж встановленого при включенні комп'ютера програмного режиму із драйверами виконавчих або периферійних пристроїв.
- Погіршення якості роботи головок дисків.
- Забруднення магнітної головки дисководу гнучкого диска.
- Випадковий зсув магнітних головок дисків, у результаті акустичного удару або інших причин.
- Епізодичне сповільнення (прискорення) швидкості обертання дисків.
- Деградація сигналів, що зчитуються з дисків.
- Відмова дискети через погану якість магнітного носія.

Внаслідок можливих збоїв і відмов після виконання завдання на CPU виникає питання про достовірність отриманої інформації. У зв'язку із цим всі сучасні CPU мають систему різноманітних засобів, що контролюють правильність функціонування як окремих пристроїв, так і CPU в цілому. Ці засоби одержали назву системи контролю CPU. Основними вимогами до системи контролю є: автоматичне виявлення факту неправильної роботи CPU; усунення наслідків випадкових збоїв у процесі обчислень; локалізація місця відмови з точністю до змінного блоку.

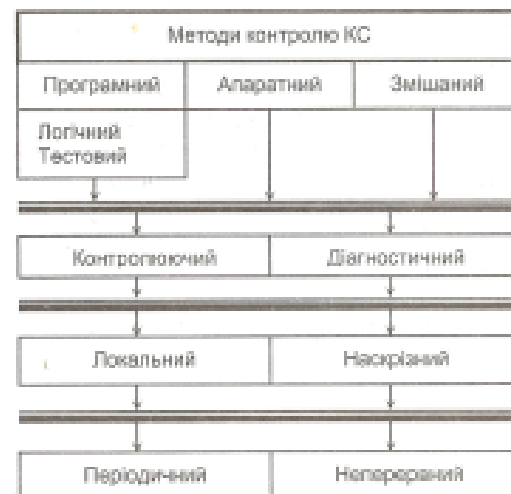


Рис.3.1.1. Класифікація методів контролю КС.

В систему контролю входять як програмні, так і апаратні засоби (рис.3.1.1). Програмний контроль базується на використанні програм, що дозволяють виявляти помилки, і ділиться на програмно-логічний і тестовий контроль. Прикладами програмно-логічного контролю є метод подвійного обчислення, використання різного роду тотожних співвідношень (наприклад, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ при обчисленні таблиць $\sin x$ і $\cos x$), знаходження контрольних сум та ін. Тестовим контролем називають перевірку працездатності CPU за допомогою випробувальних програм, які бувають контролюючими і діагностичними. Контролюючі тести призначені для виявлення факту несправності CPU, в той же час діагностичні тести служать для визначення місця несправності з точністю, наприклад, до змінного блоку.

Апаратним називають такий контроль, що здійснюється автоматично шляхом введення в CPU контрольної апаратури. Як і програмний, він буває контролюючий і діагностичний.

Апаратні й програмні засоби контролю можуть бути наскрізними, коли контролюються всі без винятку вузли CPU, і локальними, коли контролюються окремі пристрої CPU. Системи контролю можуть працювати безперервно або включатися періодично.

Апаратний і програмний методи контролю мають свої переваги і недоліки. Переваги програмних методів полягають у тому, що вони не вимагають включення до складу CPU додаткового обладнання і, внаслідок цього, можуть бути застосовані в будь-якому CPU. Однак використання таких методів знижує продуктивність CPU. На відміну від програмних методів апаратний контроль не знижує продуктивності CPU, однак його використання вимагає додаткових апаратних витрат. Тому в сучасних CPU і КС широко використовують комбінований програмно-апаратний контроль, що дозволяє при невеликих апаратних витратах досягти високого охоплення контролем (до 95% всієї апаратури). При цьому виявлення і виправлення одиничних помилок, як правило, здійснюється апаратним контролем, а багаторазові помилки, виявлені як апаратним, так і програмним способами, усуваються спеціальною програмою по сигналу про невиправлену помилку.

3.2. КОНТРОЛЬ АРИФМЕТИЧНИХ ПРИСТРОЇВ. Далі арифметичними пристроями (АП) будемо називати технічні засоби КС для виконання обробних (арифметичних) операцій. Контроль АП найчастіше здійснюють шляхом використання так званих кодів з контролем по модулю (КМ). Принципи їх побудови й застосування базуються на властивостях залишків чисел.

Залишком $C(N)$ числа N по модулю M називається залишок від ділення N на M . Два числа N_1 і N_2 рівні по модулю M , тобто

$$N_1 = N_2 \pmod{M},$$

якщо рівні їхні залишки $C(N_1) = C(N_2)$. КМ отримують приписуванням до числа його залишку. Наприклад, для $X=13=1101$, код числа з КМ ($M=3$) дорівнює $[X]=110101$, де перші чотири розряди в заданому числі, а останні два - контрольні розряди, отримані шляхом знаходження залишку від ділення X на M .

Контроль арифметичних операцій за допомогою кодів із КМ виконує наступні відомі із теорії чисел співвідношення:

$$\text{якщо } N_1 \pm N_2 = N_3, \text{ то } (C(N_1) \pm C(N_2)) \pmod{M} = C(N_3);$$

$$\text{якщо } N_1 \cdot N_2 = N_3, \text{ то } (C(N_1) \cdot C(N_2)) \pmod{M} = C(N_3);$$

якщо при діленні N_1 на N_2 одержують частку N_3 і залишок N_4 , тобто $N_1 = N_2 \cdot N_3 + N_4$, то $C(N_1) = [C(N_2) \cdot C(N_3) \pmod{M} + C(N_4)] \pmod{M}$.

Наприклад, нехай $N_1=38$, $N_2=13$. Тоді для $M=3$: $C(N_1)=2$, $C(N_2)=1$;

$$N_1 + N_2 = 51, \quad C(N_1 + N_2) = 0, \quad [C(N_1) + C(N_2)] \pmod{3} = [2+1] \pmod{3} = 0,$$

$$N_1 - N_2 = 25, \quad C(N_1 - N_2) = 1, \quad [C(N_1) - C(N_2)] \pmod{3} = [2-1] \pmod{3} = 1,$$

$$N_1 \cdot N_2 = 494, \quad C(N_1 \cdot N_2) = 2, \quad C(N_1) \cdot C(N_2) \pmod{3} = [2 \cdot 1] \pmod{3} = 2;$$

$$N_1 = N_2 \cdot 2 + 12, \quad N_3 = 2, \quad N_4 = 12; \quad C(N_1) = [1 \cdot 2 \pmod{3} + 0] \pmod{3} = 2.$$

Таким чином, якщо в процесі виконання деякої арифметичної операції трапиться збій, який змінить результат на величину, не кратну модулю M , то він буде виявлений по розбіжності залишку результату і контрольного залишку.

Контролюючі якості кодів із КМ залежать від величини модуля. Насамперед величина модуля повинна бути такою, щоб код виявляв помилки даного типу з максимальною ймовірністю. Модулі, величини яких дорівнюють степеню від основи системи числення, не ефективні, тому що відповідні їм коди не можуть виявити помилки, абсолютна величина яких більша за модуль. Наприклад, контроль по модулю 2 двійкових чисел забезпечує виявлення помилки тільки в молодшому розряді слова, тому що будь-які інші збої змінюють результат на величину 2^i , кратну модулю, а отже не можуть бути виявлені, бо

$$C(A \pm 2^i) = C(A) \pm C(2^i) \pmod{2} = C(A) \pm 0.$$

Важливою вимогою до величини модуля є простота визначення залишків. Найбільш повно цій вимозі задовольняють модулі типу $b^a - 1$, де a - натуральне число, b - основа системи числення. Для

$b = 2$ це будуть числа 3, 7, 15, 31 і т.д. В такому разі визначення залишків зводиться до додавання по модулю $b^a - 1$ всіх цифр числа.

Дійсно, якщо $M = b-1$ $N = \sum_{i=0}^{m-1} b^i x_i$, то

$$C(N) = C\left(\sum_{i=0}^{m-1} b^i x_i\right) = \left(\sum_{i=0}^{m-1} C(b^i x_i)\right) \bmod (b-1).$$

Оскільки $C(b) = 1$ і $C(b^i) = 1$, то

$$\sum_{i=0}^{m-1} (C(b^i x_i) \bmod (b-1)) = \left(\sum_{i=0}^{m-1} C(x_i)\right) \bmod (b-1).$$

Отже, $C(N) = \left(\sum_{i=0}^{m-1} C(x_i)\right) \bmod (b-1)$.

Наприклад, якщо $N = 87$, $b = 10$, то $C(87) = (8+7) \bmod 9 = 6$.

Аналогічні властивості мають і модулі типу $b^a + 1$. Наприклад, для $M=b+1$ $C(b^i) = b$ або -1 . Через це $C(b^i) = (-1)^i$

$$C(N) = \sum_{i=0}^{m-1} (-1)^i C(x_i) \bmod (b+1).$$

Якщо $N = 87$, $b = 10$, $M = 11$, то $C(87) = (-8+7) \bmod 11 = -1$ або $11-1=10$.

Коригувальні властивості коду із КМ визначають за припущення, що помилки в окремих розрядах є незалежними подіями, а ймовірності виникнення і-кратних помилок розподілені за біноміальним законом. Кратність помилки визначають за допомогою поняття арифметичної ваги і кодової відстані.

Арифметичною вагою числа N називають мінімальне число ненульових доданків у різних поданнях числа виду

$$N = a_0 2^0 + a_1 2^1 + \dots + a_{m-1} 2^{m-1}, \text{ де } a_i \in \{1, 0, 1\}.$$

Арифметичною відстанню d між числами N_1 і N_2 називається вага їхньої різниці, тобто $d(N_1, N_2) = |N_1 - N_2|$. Кратність помилки визначають як вагу різниці N_1 і N_1^0 , де N_1^0 - число, отримане в результаті збою із числа N_1 . Таке подання кратності помилки пов'язане з тим, що виникнення одиночного збою (наприклад, у колі переносу суматора) може привести до виникнення ланцюга помилкових 1 або 0, хоча по суті вони є наслідком одиночного збою.

Всі одиночні збої виявляються кодом з КМ. Невиявленими можуть бути тільки багаторазові помилки. Оскільки ймовірність появи трьох- і більше кратних помилок мала, то їх надалі не враховуємо.

Визначимо, яка частина подвійних помилок не буде виявлена кодом з КМ 3. Подвійна помилка змінює число на $\pm 2^i \pm 2^j$ ($i \neq j$). Числа 2^i мають при $i=0,1,2,\dots$, залишки рівні 1,2,1,2... Оскільки $a + 2 \pmod{3} = a-1 \pmod{3}$,

то можна стверджувати, що одиночний збій змінює залишок на величину ± 1 , а подвійна помилка буде змінювати залишок на величину $\pm 1 \pm 1$. У двох із чотирьох випадків залишок не зміниться, оскільки $+1-1 = -1+1 = 0$ і помилка не буде виявлена. Відповідно до прийнятого припущення всі випадки рівноймовірні. Тому половина всіх подвійних помилок не буде виявлена. Звідси ймовірність появи невиявленої помилки буде дорівнювати

$$Q_n = 0,5Q_2 = 0,5C_n^2 q^2 (1-q)^{n-2},$$

де q - ймовірність появи помилки в одному розряді, n - число розрядів у числі.

Відношення ймовірності появи невиявленої помилки в АП без контролю ($Q = 1 - (1-q)^n = nq$) до її ймовірності в АП із системою контролю (Q_n) називають потенційною ефективністю коригувального коду.

Отже,

$$K = \frac{Q}{Q_n} = \frac{1 - (1-q)^n}{Q_n} \approx \frac{4}{(n-1)q}.$$

Аналогічно для $M=7$ $K = \frac{12}{(n-1)q}$ і для $M=15$ $K = \frac{16}{(n-1)q}$.

Здатність контролювати арифметичні операції, відносно низька надмірність і висока ефективність кодів з КМ обумовили їх застосування у великих і середніх К. Великою перевагою кодів із КМ є можливість організації роздільного контролю АП. Суть роздільного контролю полягає в тому, що операції над числами і їх контрольними розрядами (КР) виконуються окремо в АП чисел (AUD) і в АП КР (AUC) (рис.3.2.1). По закінченні операції за допомогою вузла CHU формуються КР результату, які порівнюються з КР, що отримані в АUC. Розбіжність цих розрядів свідчить про наявність помилки ER.

Для побудови АUC необхідні блоки додавання й множення по модулю M . Зважаючи на мале число КР ці блоки зручно будувати як комбінаційні схеми. Наприклад, для контролю по модулю 3 комбіна-

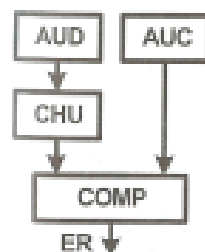


Рис. 3.2.1. Схема роздільного контролю АП.

ційні схеми будуть реалізувати функції додавання і множення, задані табл.3.2.1 і 3.2.2 (тут позначення x/x_1x_2 і т.п. відповідає натуральному і двійково-кодіваному поданню трійкових цифр. Оскільки ці функції не задані на наборах, де $x = (1, 1)$ і $y = (1, 1)$, то це може бути використане для мінімізації комбінаційних схем. Значна частина обладнання для контролю АП йде на побудову СНУ, які інакше називають схемами згортки по відповідному модулю. Їх доцільно також виконувати як комбінаційні схеми.

Таблиця 3.2.1. Двійково-кодівана сума по $M=3$.

x/x_1x_2	y/y_1y_2		
	0/00	1/01	2/10
0/00	0/00	1/01	2/10
1/01	1/01	2/10	0/00
2/10	2/10	0/00	1/01

Таблиця 3.2.2. Двійково-кодіваний добуток по $M=3$.

x/x_1x_2	y/y_1y_2		
	0/00	1/01	2/10
0/00	0/00	0/00	0/00
1/01	0/00	1/01	2/10
2/10	0/00	2/10	1/01

Таблиця 3.2.3. Функції блоку 4/3.

ab	x_1x_2
00	0 0
01	0 1
10	1 0
11	0 0

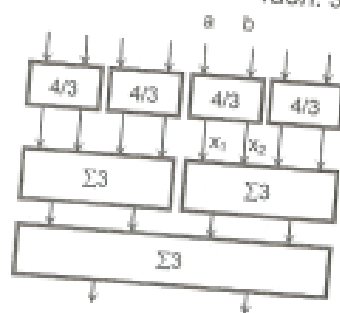


Рис.3.2.2. Структура СНУ.

Як модулі M найчастіше використовують числа 2^k-1 , тому принцип роботи СНУ полягає в додаванні по модулю відповідних груп розрядів. Наприклад, для визначення залишку по модулю 3 необхідно розбити все число, починаючи з молодших розрядів, на групи по два розряди. Після цього, їх треба додати по модулю 3. Відповідно до цього СНУ матиме структуру, показану на рис.3.2.2, де 4/3 і $\Sigma 3$ реалізують функції, задані табл. 3.2.3 і 3.2.1. Оскільки контроль по модулю

дозволяє виявляти помилки не тільки арифметичних операцій, але і при збереженні чисел і команд у запам'ятовуючому пристрої (ЗП), то його можна використати для наскрізного контролю по модулю всіх пристроїв (АП, ЗП та ін.). Збільшення числа КР на 1 порівняно, наприклад, з контролем по парності, певною мірою компенсується ідентичністю контролюючих засобів у всіх пристроях КС.

3.3 КОНТРОЛЬ ПРИСТРОЇВ КЕРУВАННЯ. Пристрої керування (СОУ) К прийнято ділити на два блоки: блок керування командами (СОК) і блок керування операціями (СОО). Основними вузлами СОК є регістр команд RGIN, лічильник команд CTRIN, дешифратор операцій. Деякі СОУ містять суматор адреси, лічильники циклів, допоміжні й індексні регістри. Виконання мікрооперацій на названих операційних вузлах можна контролювати різними способами, а саме: мікрооперації на регістрах (прийом, передача й зберігання кодів) - за допомогою контролю по парності або, наприклад, кодом Хеммінга, а мікрооперації на суматорі й лічильнику - за допомогою кодів з КМ. Щоб контролювати лічильник, необхідно мати вузол визначення контрольних розрядів (СНУ), контрольний лічильник CTRM по даному модулю M та компаратор COMP (рис.3.3.1). Сигнал x надходить на основний лічильник СТ і на контрольний лічильник CTRM. Розбіжність слів на виходах CTRM та СНУ свідчить про збій у роботі лічильника.

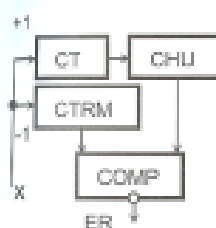


Рис.3.3.1. Схема контролю лічильника

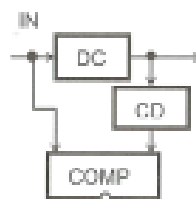


Рис.3.3.2. Схема контролю дешифратора

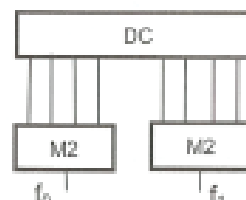


Рис.3.3.3. Схема контролю дешифратора суматорами по $M2$

Важливим вузлом СОК є дешифратор DC операцій IN, помилки в роботі якого можуть безповоротно спотворити обчислювальний процес. Найбільш дієвий контроль DC можна здійснити шляхом використання зворотного перетворення дешифрованого слова за допомогою шифратора (рис.3.3.2). Розбіжність слів на входах компаратора свідчить про помилки в роботі пристрою. Така схема контролю дозволяє виявляти помилки будь-якої кратності в CD і DC, однак кількість контрольних обладнання перевищує кількість контрольованого. Тому більш ощадливо можна контролювати DC за допомогою двох суматорів по $M2$ (рис. 3.3.3) з багатьма входами. При правильній роботі DC на одному з його виходів повинна бути 1, а на інших 0, в цьому випадку $f_0 = \bar{f}_1$. Якщо ж на виходах DC всі нулі або дві одиниці, то $f_0 = f_1$, що є сигналом помилки. Всі однократні помилки такий ко-

нтроль виявляє. Однак ряд дво- і більше кратних помилок можуть бути невиявлені, наприклад, помилки на двох входах елемента f_0 і на одному вході елемента f_1 . Описаний пристрій відноситься до класу пристроїв з повною самоперевіркою, тобто таких, що містять вбудовані блоки контролю, що самоперевіряються. У свою чергу, деякі пристрій називають пристроєм з повною перевіркою, якщо будь-яка його несправність із заданого класу (наприклад, будь-яка однаочна несправність) виявляється блоком контролю в момент її першого прояву. Поняття блока контролю з самоперевіркою означає, що будь-яка його несправність із заданого класу приводить до появи значень вихідних функцій, відмінних від значень, які видаються справним блоком контролю при справному контрольному пристрої. В цьому плані контроль DC за допомогою CD і компаратора, як і всі інші пристрої контролю з одним виходом, не має властивостей самоперевірки, оскільки завжди одна з несправностей виходу пристрою (типу генератор „нуля” або „одиниці”) не виявляється.

Для будь-якого цифрового пристрою може бути побудований пристрій контролю з самоперевіркою. У найпростішому випадку це можуть бути два ідентичних пристрої U , що контролюють один одного (рис. 3.3.4). Тут для певності використані пристрої із трьома вихо-

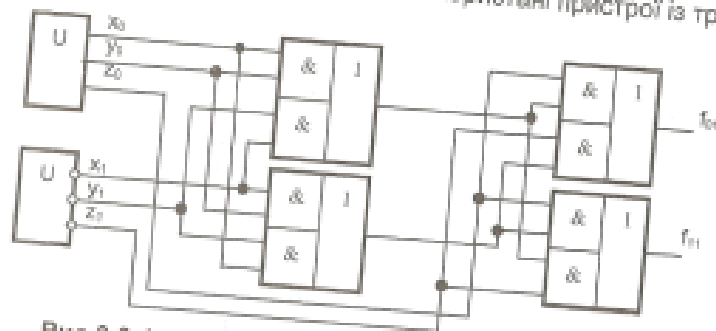


Рис.3.3.4. Схема організації пристрою з самоперевіркою.

дами. В одному з пристроїв U виходи інвертуються для одержання функцій $x_1 = \overline{x_0}$, $y_1 = \overline{y_0}$, $z_1 = \overline{z_0}$. Отже, при неправильній роботі U буде виконуватися одна або кілька рівностей: $x_1 = x_0$, $y_1 = y_0$, $z_1 = z_0$. Аналізувати три пари змінних (у загальному випадку n пар) незручно. Для усунення цього недоліку можна використати пристрій згортки контрольних пар (ПЗКП) з самоперевіркою, що реалізує функції: $f_{00} = x_0 y_0 \vee x_1 y_1$; $f_{01} = x_0 y_1 \vee x_1 y_0$, для яких при $x_0 = \overline{x_1}$ і $y_0 = \overline{y_1}$ мають місце співвідношення:

$$f_{00} = x_0 y_0 \vee x_1 y_1 \quad y_0 = f_{01} = x_0 y_1 \vee x_1 y_0$$

Один ПЗКП згортає дві пари контрольних біт в одну пару, тому n пар можуть бути згорнуті в одну за допомогою $(n-1)$ ПЗКП. Отже, якщо кожен вузол СОУ охоплений певним контролем з самоперевіркою, то за допомогою ПЗКП з самоперевіркою всі контрольні пари біт можуть бути згорнуті в одну пару і у такий спосіб буде отримано пристрій наскрізного контролю СОУ з самоперевіркою.

Засоби контролю СОУ щодо реалізації подібні засобам контролю методом дублювання і не піддаються істотному спрощенню. Внаслідок цього вимога наскрізного контролю СОУ не завжди може бути виконана з міркувань вартості. В цьому випадку контроль СОУ (рис.3.3.5) краще здійснювати методами повторних обчислень або

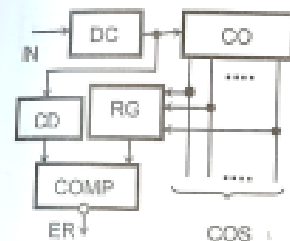


Рис.3.3.5.Схема контролю СОУ.

запам'ятовування керуючих сигналів. По першому методу всі операції виконуються двічі, а результати порівнюються. Очевидним недоліком цього методу є сповільнення проходження команд. Однак за правильної організації обчислювального процесу можна сумістити повторне обчислення з виконанням наступної команди. По методу запам'ятовування керуючих сигналів COS кожному виходу СОУ відповідає свій тригер з лічильним входом у спеціальному реєстрі RG. Перед початком виконання операції всі тригери RG встановлюються у вихідний стан. Поява керуючого сигналу на деякому виході призводить до зміни стану відповідного тригера. Правильна робота СО визначається збігом вмісту RG зі словом на виході шифратора CD, керуваного дешифратором СО.

Слід зазначити, що багато помилок СО можуть бути виявлені впаратним контролем АП. Наприклад, зникнення сигналу передачі множеного Y на суматор змінює добуток на величину $2^j Y$, ($j = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$). Якщо $2^j Y$ не кратне модулю, по якому здійснюється контроль АП, то цей збій буде виявлений засобами $2^j Y$ контролю АП.

3.4. КОНТРОЛЬ МІКРОПРОГРАМНИХ БЛОКІВ КЕРУВАННЯ.

Викладені вище методи контролю, в принципі, придатні для контролю як апаратних, так і мікропрограмних блоків керування (МБК). Однак контроль МБК має ряд особливостей. Розширений набір команд і складна логічна структура сучасних КС обумовили необхідність зберігання в постійній пам'яті ROM МБК великих масивів мікропрограми (МП), внаслідок чого стало актуальним завдання контролю правильності генерації адрес мікрокоманд (МК) і зчитування власне МК.

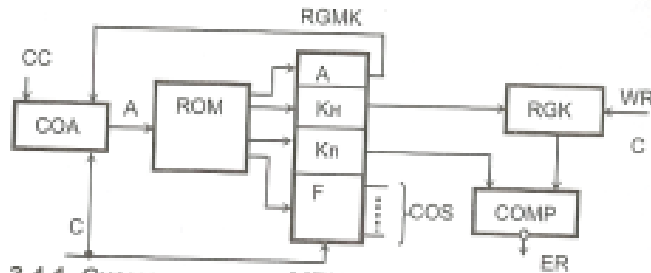


Рис. 3.4.1. Схема контролю МБК по поточному і наступному ключах.

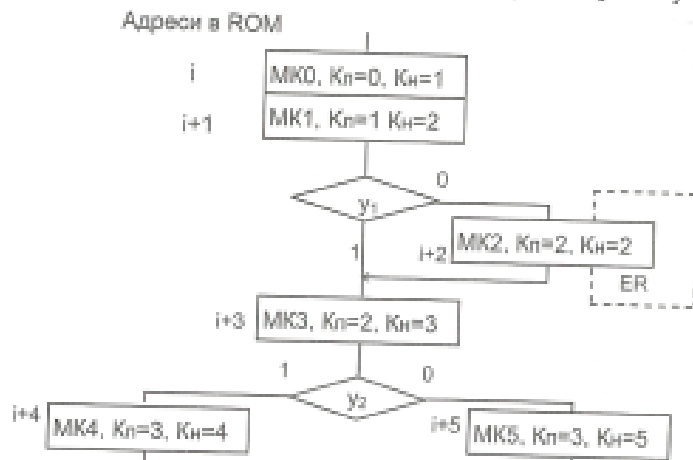


Рис.3.4.2. Фрагмент мікропрограми з ключами K_n та K_{n+1} .

Одним з найпростіших методів контролю правильності виконання МК є контроль по поточному (K_n) і наступному (K_{n+1}) ключах (рис.3.4.1). В МК формують два додаткових поля, де записують ключі K_n і K_{n+1} таким чином, щоб K_n наступної МК збігався з K_{n+1} поточної МК (рис.3.4.2). При читанні з ROM і запису в RGMK чергової МК зна-

чення K_n попередньої МК запам'ятовують в RGK і порівнюють з K_{n+1} чергової МК. Розбіжність зазначених K_n і K_{n+1} формус сигнал помилки ER. Недоліком такого контролю є неможливість виявлення ряду помилкових переходів до різних МК з однаковими K_n , які є у розгалужених МП (пунктир на рис. 3.4.2) при використанні малорозрядних ключів (трирозрядний ключ у мікропрограмі з $n > 8$ МК). В таких випадках можуть виникати довгі і навіть нескінченні помилкові цикли МК, виявити які можна за допомогою сторожового лічильника (СТ). Для цього в МК вводять додатковий R-розряд (рис.3.4.3,а), одиниця в якому скидає СТ в 0, а вказані одиниці розставляються в МП так, щоб за кожні n МК (n менше періоду СТ) відбувалось скидання СТ. Внаслідок цього при правильній роботі СО не повинно бути переносу CR із СТ. Наявність сигналу CR=1 свідчить про помилку.

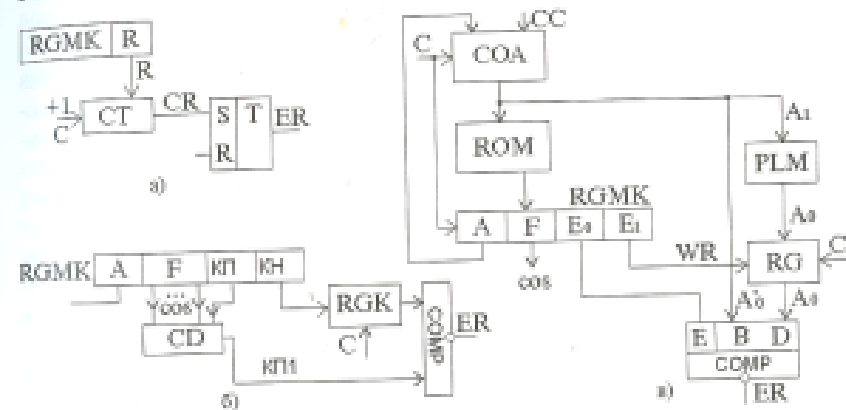


Рис 3.4.3. Варіанти схем контролю МБК.

Якщо в довгий або нескінченний помилковий цикл потрапить команда з R=1, то такий цикл не буде виявлений, що є недоліком цього варіанту контролю. Іншим недоліком є неконтрольованість сигналів керування. Однак цей недолік можна усунути за рахунок формування ключа K_n за допомогою шифратора (CD) по коду сигналів F керування (рис.3.4.3,б). Наприклад, CD може здійснювати згортку по модулю 3 сигналів F або контролювати окремі поля F по парності.

Частина біт в полі K_n варто залишити оскільки при виконанні умовних переходів від однієї МК можливий перехід до декількох МК і всі вони повинні мати однаковий ключ K_n . Шифратор же може в загальному випадку давати різні за значенням ключі. Для їх корекції і може знадобитися зазначене поле.

Ще одним недоліком контролю по ключу є збільшення довжини МК і ємності пам'яті мікропрограм за рахунок необхідності зберігання двох ключів. Цей недолік можна усунути шляхом пофрагментного контролю МП. Для цього в мікропрограмах виділяють лінійні ділянки (фрагменти), що не містять розгалужень. Внаслідок цього кожній ділянці адреси A_1 першої МК фрагменту однозначно буде відповідати адреса A_0 останньої МК фрагменту. По цих адресах складають таблицю $A_1 \rightarrow A_0$, яку записують в PLM (рис. 3.4.3,в), а в МК вводять два біти: E_1 - дозвіл запису A_0 (початок фрагменту) і E_0 - дозвіл порівняння (кінець фрагменту). Якщо наприкінці фрагменту адреса A_0 , що записана в RG, не збігається з адресою A_0 , по якій здійснюється вибірка останньої МК фрагменту, то формується сигнал ER. Недоліком цього варіанту контролю є неконтрольованість операційних частин МК, а також МК умовного переходу і помилкових фрагментів з $E_0=0$ за умови, що вони закінчуються правильною останньою адресою.

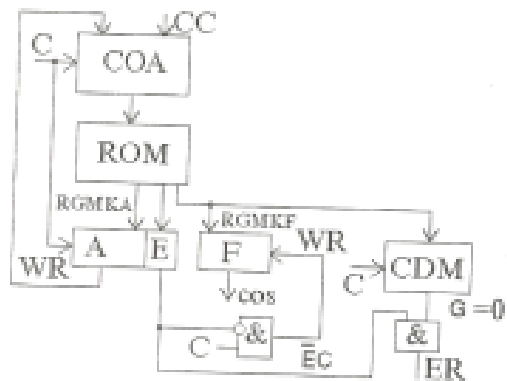


Рис.3.4.4. Схема контролю МК з ущільненням операційних частин фрагментів МП.

Вказані недоліки значною мірою усуваються шляхом ущільнення операційних частин всіх МК фрагменту за допомогою сигнатурного аналізу або додавання по модулю 2. Таке ущільнення здійснює багатотактний шифратор CDM, побудований, наприклад, на зсувному регістрі із зворотніми зв'язками або на накопичувачому суматорі SM по модулю 2 (рис. 3.4.4). В кожен фрагмент МП додають одну контрольну МК, в адресну частину якої вводять біт (E) дозволу перевірки сигнатури (SG). Оскільки під час перевірки сигнали COS повинні залишатися незмінними, то операційна частина RGMK тактується окремо від адресної частини сигналом EC. В операційній частині контрольної МК можна записати результуючу правильну SG (і порівняти її з отриманою в результаті ущільнення) або коригуючий код (що при ущільненні перетворює SG фрагменту в нуль). Другий підхід більш ефективний, тому що не вимагає порівняння і автоматично скидає SG в нуль наприкінці фрагменту, що є вихідним станом для контро-

лю наступного фрагменту. Недоліком же є втрата швидкодії через виведення додаткових МК.

Зуважимо, що розглянуті в розділах 3.2 - 3.4 методи забезпечують загалом контроль процесорних пристроїв і знайшли широке застосування в КС високої продуктивності. Процесорні пристрої в КС середньої продуктивності, в міні-, мікро- та персональних К, як правило, не контролюють, тому що застосування високонадійних ВМС обумовлює досить малу ймовірність появи помилок в них та й необхідність контролю процесорних пристроїв в К такого типу, то це завдання вирішується програмними засобами. Однак аналогічний підхід не можна застосувати щодо запам'ятовуючих пристроїв (ЗП), тому що внаслідок великої ємності ЗП відмови й збої в їх роботі є досить частими подіями, що й зумовило підвищену зацікавленість розробників до створення спеціалізованих методів забезпечення надійної роботи ЗП.

3.5. КОНТРОЛЬ ПРИСТРОЇВ ПАМ'ЯТІ ТА КАНАЛІВ ЗВ'ЯЗКУ. В запам'ятовуючих пристроях (ЗП) і в каналах зв'язку (КЗ) КС обробка інформації, як правило, не здійснюється. Отже ЗП і КЗ можна контролювати однаковими методами, а відмінності між методами і їх вибір обумовлені тільки особливостями технічної реалізації ЗП і КЗ. Тому нижче розглядаються методи підвищення надійності (МПН) тільки ЗП як технічно більш складних пристроїв, хоча багато з цих методів з деякою корекцією придатні і для КЗ.

Існує велика кількість МПН, які широко застосовують при проектуванні, виготовленні і експлуатації ЗП. Однак, незважаючи на це, помилки в роботі ЗП є цілком реальними подіями з далеко ненульовими ймовірностями. Тому досить ефективним є застосування структурних МПН, які спрямовані не на усунення власне відмов, а на усунення їх шкідливого впливу. Значення таких методів, їх економічна ефективність значно зросли у зв'язку із широким застосуванням ІМС. Це зумовлено, в основному, трьома наступними причинами.

По-перше, число транзисторів, конденсаторів, провідників у сучасних напівпровідникових ІМС пам'яті доходить до 10^9 . Виготовити кристал з таким числом компонентів без дефектів практично неможливо. Технологічне виключення зони дефектних комірок приводить до зменшення ємності пам'яті в 2^i рази (де $i=1,2,\dots$). При цьому разом з дефектними виключається велике число працездатних запам'ятовуючих елементів (ЗЕ). Структурні ж методи дозволяють виключити з роботи компоненти, що відмовили, більш ощадливим способом, і тим самим підвищити ємність і вихід придатних ІМС пам'яті.

По-друге, вартість апаратних засобів знижується швидше, ніж вартість програмного засобів. Тому економічно більш доцільно (технічно – більш продуктивно) усувати наслідки помилок в роботі пам'яті непрограмними засобами. Помилки ж в роботі пам'яті виникають через дестабілізуючу дію зовнішнього середовища; через відмови в ІМС пам'яті під час експлуатації; через те, що виробники КС одержують ІМС пам'яті не перевіреніми у всіх режимах, адже повна перевірка сучасних ІМС пам'яті внаслідок їх великої ємності неможлива, оскільки для цього потрібен час, що дорівнює $(3n^2+2n)2^n t$, де n – кількість комірок в ІМС, t – цикл звертання до ІМС. Для $n = 10^7$ і $t = 10^{-8}$ (с) це становитиме більше, ніж $10^{1000000}$ років. Впливати на всі описані причини виникнення помилок одночасно можна тільки структурними МПН.

По-третє, при відмові одного ЗЕ в ІМС ємністю, наприклад, 64 Мбіт, її необхідно або замінити, або зробити так, щоб ЗЕ, що відмо-

вив, не впливав на правильність роботи ЗП (тобто маскувати відмову). Очевидно, що маскуванню набагато доцільніше і ефективніше. Цей висновок підтверджує статистика відмов ІМС, а саме: для ІМС 65% всіх відмов становлять одиничні відмови ЗЕ накопичувача, 5% і 6% відповідають відмовам рядка і стовпчика накопичувача, 4% – поєдній відмові ІМС. Оскільки зі збільшенням ємності площа кристала під накопичувачем, збільшується, то й відсоток одиничних відмов накопичувача зростає. При цьому 75% відмов відповідають перетворенню елемента в генератор 1, а 25% – генератор 0.

Структурні МПН базуються на введенні як апаратної, так і часової надмірності. Найпростішими методами введення надмірності слід вважати такі, які не можуть бути подані у вигляді композиції інших, але які можуть застосовуватися самостійно і незалежно від інших МПН. Ці якості властиві наступним п'яти МПН: резервуванню (рис.3.5.1,а), коригуючим кодам (рис. 3.5.1,б), запису адреси в ЗП (рис.3.5.1,в), багаторазовому звертання без перетворення слів (рис.3.5.1,г), багаторазовому звертання з перетворенням слів (рис.3.5.1,д). Перші три методи відповідають введенню апаратної надмірності, а два останніх – часової. Вказаний поділ є дещо умовним тому, що введення додаткової апаратури вносить додаткові часові затримки, а введення часової надмірності пов'язане з необхідністю вводити деяку додаткову апаратуру.

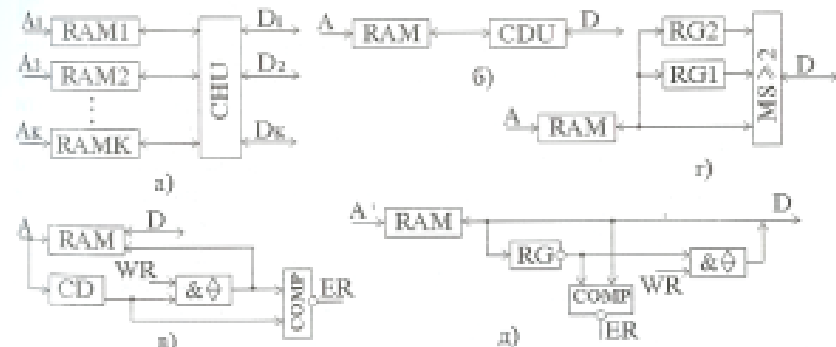


Рис.3.5.1. Найпростіші схеми введення апаратної та часової надмірності в ЗП.

Резервування (Р) за кратності $K \geq 3$ дозволяє виявляти і виправляти помилки в адресних і в розрядних колах, але вимагає для цього значної апаратної надмірності в ЗП (RAM) і введення схем контролю (CHU). При цьому виявляються помилки, викликані як відмовами, так і збоями.

При використанні коригувальних кодів (КК) ЗП підключають до шини даних D через блок кодування-декодування CDC (кодек). Такий метод може виявляти й виправляти помилки, викликані відмовами і збоями, тільки в розрядних колах, тому що слово може і не мати помилок, але може бути вибраним за помилковою адресою.

Запис адреси (ЗА) у ЗП виконується з метою виявлення помилок в адресних колах. Для цього кодер CD перетворює адресу в малорозрядне слово, що при запису фіксується в обраній комірці. При зчитуванні це слово порівнюється зі словом на виході ЗП і за неспівпадіння цих слів генерується сигнал помилки ER.

Багаторазове звертання без перетворення слів (БЗ) може відбуватися як при запису, так і при зчитуванні. При запису слово за заданою адресою фіксується в накопичувачі і в RG1, після чого виконується його зчитування і порівняння зі словом, записаним в RG1. Збіг цих слів свідчить про правильність виконаної операції, а за їх розбіжності операція повторюється. При зчитуванні операція повторюється двічі, а за розбіжності слів - тричі з наступним порозрядним мажоритарним формуванням слова на мультиплексорі. Метод дозволяє виявляти і виправляти помилки, викликані збоями в адресних і розрядних колах.

Багаторазове звертання з перетворенням слів (БЗП) застосовують для визначення біт комірок, що відмовили. Для цього зчитане з RAM слово інвертують і записують в ту ж саму комірку. Після цього операцію зчитування повторюють і виконують порозрядне порівняння слів. Розряди, що відмовили, як при першому, так і при другому зчитуванні будуть генерувати однакові цифри. Оскільки метод БЗ є окремим випадком БЗП, то можна вважати рівноцінними їх коригувальні властивості по збоях. Узагальнені коригувальні властивості розглянутих методів показані в табл. 3.5.1, де буквами В і К вказана можливість виявляти і коригувати помилки в адресах (А) і розрядах (Р). Слід зазначити, що в табл.3.5.1 відображені потенційні можливості методів, які в ряді випадків можуть бути і не реалізовані. Наприклад, багаторазове зчитування слів із ЗП, побудованого на елементах з руйнуючим зчитуванням, не дозволяє ні виявляти, ні виправляти помилки, оскільки після зчитування здійснюється регенерація зчитаної, а, отже, і помилкової інформації.

Таблиця 3.5.1. Узагальнені властивості найпростіших МПН ЗП.

Метод	Помилки			
	Збої		Відмови	
	А	Р	А	Р
Р	ВК	ВК	ВК	ВК
КК	-	ВК	-	ВК
ЗА	В	-	В	-
БЗ	ВК	ВК	-	В
БЗП	ВК	ВК	-	В

сті методів, які в ряді випадків можуть бути і не реалізовані. Наприклад, багаторазове зчитування слів із ЗП, побудованого на елементах з руйнуючим зчитуванням, не дозволяє ні виявляти, ні виправляти помилки, оскільки після зчитування здійснюється регенерація зчитаної, а, отже, і помилкової інформації.

Найпростішим і найчастіше використовуваним в ЗП КК є код з перевіркою на парність. Для побудови кодеків цього коду застосовують ІМС багаторозрядних суматорів по модулю 2 (рис.3.5.2), що реалізують функції

$$S_1 = V_1 \bar{A} \vee V_2 A, \quad S_2 = \overline{V_1 A \vee V_2 \bar{A}}$$

$$\text{де } A = \sum_{i=0}^7 D_i (\text{mod } 2). \text{ Якщо } V_1 = \bar{V}_2, \text{ то}$$

$S_1 = \bar{S}_2$, тобто такий суматор є пристроєм з самоперевіркою.

Рис. 3.5.2. 8-розрядний суматор по модулю 2.

При кодуванні, що здійснюється одночасно із записом слова в ЗП (RD=0), 8 інформаційних біт доповнюють контрольним бітом DCO так, щоб загальне число 1 у слові було непарним. Для цього DCO повинен визначатися як \bar{A} , що досягається подачею сигналів $V_1=0, V_2=1$, тоді $S_1 = \bar{A}$ або $V_1=1, V_2=0$, тоді $S_2 = \bar{A}$. При декодуванні, що здійснюється при зчитуванні слова із ЗП (RD=1), виконується підрахунок загального числа біт у слові (D, DCO) і при парному числі одиниць генерується сигнал помилки ER. Зазначені дії може здійснювати пристрій по схемі на рис. 3.5.3. При кодуванні RD=0 і DCO=A.

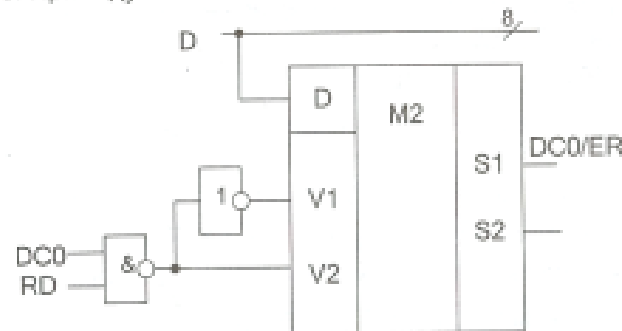


Рис. 3.5.3. Схема керування ІМС ИП2.

При декодуванні RD=1 і $S_1 = \overline{DCO \bar{A} \vee DCO A} = A + DCO (\text{mod } 2) = \text{ER}$. ІМС ИП2 допускає просте каскадне включення (рис. 3.5.4), за якого число входів дорівнює $8k$, де k - кількість ІМС. Наприклад, при $k=2$ для S_1 другої ІМС одержимо

$S_1 = (V_1 A_1 \vee V_2 A_1) A_2 \vee (V_2 A_1 \vee V_1 A_1) A_2$, що після перетворення дає $S_1 = V_1 A_1 \vee V_2 A_1$, де A_1 й A_2 – суми по модулю 2 сигналів D_i першої і другої ІМС; $A = A_1 + A_2 \pmod{2}$, V_1 і V_2 – сигнали V_1 і V_2 першої ІМС (рис.3.5.4).

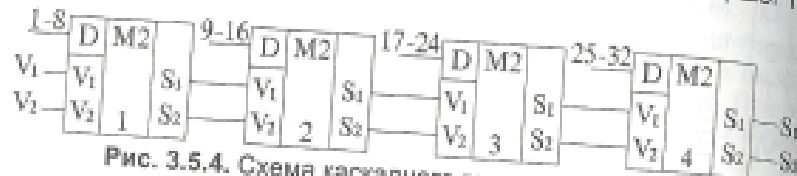


Рис. 3.5.4. Схема каскадного включення ІМС ІП2.

Загальним недоліком методу коригувальних кодів є неконтрольованість адресних кіл. Усунути цей недолік можна за рахунок спільного застосування методів коригувальних кодів і запису адреси в ЗП. Стосовно контролю по парності це можна зробити шляхом запису в ЗП біта, що дорівнює сумі біта непарності слова і біта непарності адреси, по якій записується деяке слово.

Нехай, наприклад, слово $D_1 = 10110110$ треба записати за адресою $A_1 = 101101$. Тоді в цю ж комірку на місце DCO записується біт $D_{CO1} = 0 + 1 = 1$. Якщо при зчитуванні цього слова:

1) помилки не буде, то по завершенні зчитування на регістрі RGA адреса ЗП буде записано $A_1 = 101101$, а на RGD ЗП – $D_1 = 10110110$ і $D_{CO1} = 1$. Розрахунок по A_1 і D_1 нового D_{CO1} дає 1.

Ознакою відсутності помилки є співпадіння нового D_{CO1} з D_{CO1} із RGD;

2) помилка виникла в першому біті слова D_1 , то по завершенню зчитування на RGA буде $A_1 = 101101$, а на RGD $D = 00^*10110$ і $D_{CO1} = 1$. Розрахунок по A_1 і D_1 нового D_{CO1} дає 0. Ознакою помилки є неспівпадіння нового D_{CO1} з D_{CO1} із RGD;

3) помилка виникла в адресних колах (замість слова D_1 з комірки $A_1 = 101101$ зчитано слово $D_2 = 10001101$ із комірки $A_2 = 001101$ і $D_{CO2} = 1 + 1 = 0$), то по завершенню зчитування на RGA буде $A_1 = 101101$, а на RGD $D_2 = 10001101$ і $D_{CO2} = 1$. Розрахунок по A_1 і D_2 нового D_{CO2} дає 0. Ознакою помилки є неспівпадіння нового

D_{CO1} з D_{CO1} із RGD, але метод не дозволяє визначити місце виникнення помилки.

Таким чином, один контрольний біт є достатнім для виявлення однократної помилки в адресній або розрядній частині ЗП. Простота технічної реалізації і досить високі якості кодів з контролем по парності щодо виявлення помилок обумовили широке використання їх не тільки для виявлення помилок у словах, але й у масивах слів. Прикладом такого контролю є двовимірний контроль по парності, що використовується у ЗП на магнітній стрічці (МС). Кожен рядок даних у ЗП на МС являє собою один байт із контрольним бітом непарності. Наявність хоча б однієї 1 у рядку (ця умова гарантується застосуванням біта непарності) забезпечує самосинхронізацію за рахунок об'єднання елементом АБО всіх розрядів зчитаного рядка. Сукупність рядків з одного масиву доповнюється рядком D_N контролю по парності. Розряди цього рядка є бітами непарності відповідного стовпчика (рис. 3.5.5). Отже,

$$D_p = \sum_{i=1}^8 D_i \pmod{2}, \quad D_N = \sum_{i=0}^{N-1} D_i \pmod{2}.$$

D_{01}	D_{02}	...	D_{0n}
D_{11}	D_{12}	...	D_{1n}
...
D_{N1}	D_{N2}	...	D_{Nn}

Рис. 3.5.5. Розміщення бітів непарності у ЗП на магнітній стрічці.

Аналіз можливих варіантів розміщення одно-, дво-, трьох-, і чотирьохкратних помилок (рис.3.5.6,а,....,з) показує, що всі однократні помилки можуть бути виявлені і виправлені, усі дво- і трикратні помилки виявляються, ряд чотирьохкратних помилок не виявляється.

Аналогічно можна показати, що всі 5-, 6- і 7-кратні помилки виявляються, а частина 8-кратних помилок не виявляється і

т.д. Такий метод може бути використаний для контролю ЗП, побудованих на багаторозрядних ІМС пам'яті. Необхідність контролю таких ЗП більш потужним кодом, ніж контроль по парності, зумовлена тим, що відмова однієї ІМС приводить до помилок великої кратності. Наприклад, при відмові 4-розрядної ІМС з ймовірностями 4/16, 6/16, 4/16 й 1/16 виникають 1-, 2-, 3-, 4-кратні помилки. Внаслідок цього однобітовий контроль по парності їх не виявляє з ймовірністю 7/16. Варто відзначити, що контроль тільки по стовпчиках у цьому випадку є більш економічним, ніж контроль по рядках і стовпчиках, оскільки вимагає для своєї реалізації однієї додаткової ІМС (рис.3.5.7), що зберігає контрольні біти 1, 2, 3 і 4 розрядів всіх ІМС.

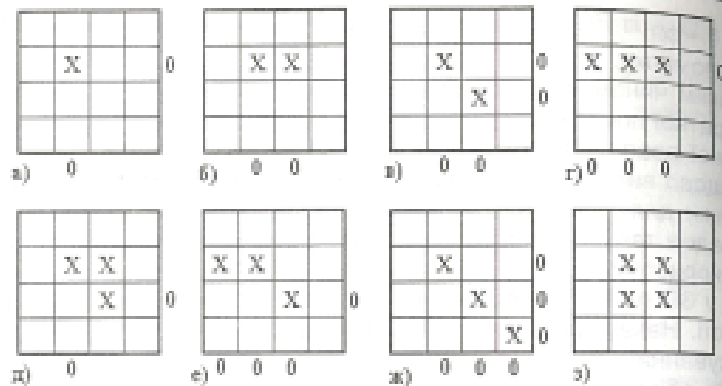


Рис. 3.5.6. Варіанти розміщення одно-, дво-, трьох-, і чотирьохразових помилок.



Рис. 3.5.7. Схема контролю на парність по стовпчиках.

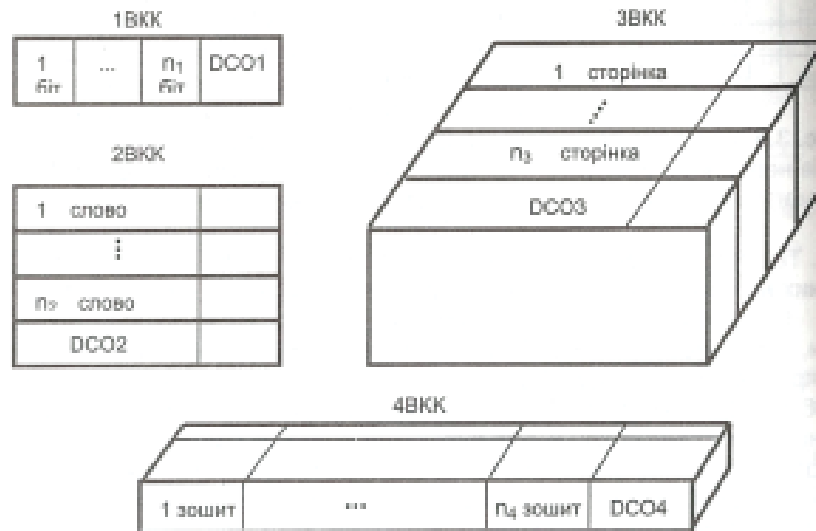


Рис. 3.5.8. Схеми побудови h-BCC з перевіркою на парність.

Розглянуті два приклади КК з перевіркою на парність є окремими випадками h-вимірних КК (hBCC) такого класу (рис. 3.5.8). Одно-вимірний (1BCC) містить n_1 інформаційних біт і один контрольний рядок DCO1, 2BCC - n_2 інформаційних рядків і один контрольну сторінку DCO2, 3BCC - n_3 інформаційних зошитів і одну контрольну зошит DCO3, 4BCC - n_4 інформаційні зошити і один контрольний зошит DCO4 і т.д. Якщо число координат дорівнює h, то hBCC має $N = \prod_{i=1}^h (n_i + 1)$ біт, із них $l = \prod_{i=1}^h n_i$ будуть інформаційними та $k = N - l$ контрольними. Надмірність hBCC становить

$$r = \frac{N-l}{N} = 1 - \frac{l}{N} = 1 - \prod_{i=1}^h \frac{n_i}{n_i + 1}$$

Кодова відстань для hBCC $A = 2^h$. Тому код може гарантовано виправляти $2^{h-1} - 1$ і виявляти 2^{h-1} помилок при декодуванні по критерію максимуму правдоподібності. Такі унікальні можливості hBCC дозволяють використовувати його для кодування архівів з практично необмеженим (1000 і більше років) терміном зберігання. Прикладом таких архівів є дані гідрометеорологічних та геофізичних досліджень, які з роками не втрачають своєї цінності [24].

Крім hBCC в КС знайшов застосування код Хеммінга. Кодек такого коду складається з формувача FCH контрольних біт, дешифратора DC номера даними шини D формує контрольні біти DCO, а при декодуванні за даними шини D і DCO формує ознаку FL помилки і її номер (синдром). FCH складається із суматорів по модулю 2, які формують групові біти контролю по парності.

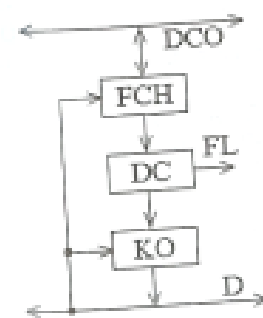


Рис. 3.5.9. Структура кодека коду Хеммінга.

При цьому слово розбивається на групи, що взаємно перетинаються так, щоб аналіз їх контрольних біт однозначно вказував би місце однократної помилки. Дешифратор DC (рис.3.5.9) перетворює синдром у одиничний сигнал по одній з обраних шин. Цей сигнал додається в коректорі до коду D, тим самим виправляючи помилку.

Широке застосування кодів Хеммінга в ЗП зумовило випуск ІМС, які реалізують функції кодеків. Прикладом таких ІМС (рис.3.5.10) є 555ВЖ1 (аналог SN74LS630N), що призначена для побудо-

ви високонадійних систем пам'яті з довжиною слова в 22 розряди (16 інформаційних і 6 контрольних). Обмін інформацією йде по 16-бітній двонаправленій шині даних D0...D15 і 6-бітній шині контрольних розрядів DCO0...DCO5. Дворозрядний код керування C00C01 забезпечує формування контрольних розрядів (00), запис 22-розрядного слова в регістр даних ВЖ1 (01), формування ознак помилки (11) і видачу на шину даних виправленого слова і синдрому помилки (10).

У режимі формування контрольних біт 16-розрядне слово, яке необхідно записати в ЗП, надходить на шину D і на підключені до неї виводи ВЖ1 (рис.3.5.11). ВЖ1 формує контрольні біти, які разом з 16-розрядним словом, яке надійшло раніше, записуються в ЗП. Контрольні біти формуються шляхом додавання по модулю 2 наступних розрядів

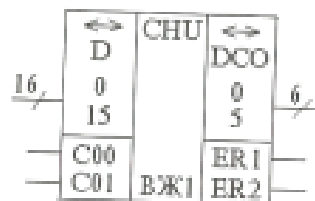


Рис. 3.5.10. Позначення ІМС 555ВЖ1.

При цьому D_{CO0} і D_{CO1} ІМС ВЖ1 видає з інверсією для виявлення помилок "всі 1" або "всі 0", що можуть виникнути у випадку обриву всіх шин. При вказаному формуванні контрольних біт слова 00...0 і 11...1 будуть помилковими, тому що при рівності D контрольні біти мають вигляд 110000. Процес кодування і декодування зручно подавати у вигляді перевірконої матриці, у якій кожному контрольному біту відповідає один рядок. Одиницями в цих рядках позначають розряди, які додаються для отримання відповідного контрольного біта:

$$\begin{aligned} D_{CO0} &= D_0 + D_1 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_9 + D_{10} + D_{13} + 1, \\ D_{CO1} &= D_0 + D_2 + D_3 + D_5 + D_6 + D_8 + D_{11} + D_{14} + 1, \\ D_{CO2} &= D_1 + D_2 + D_4 + D_5 + D_7 + D_9 + D_{12} + D_{15}, \\ D_{CO3} &= D_0 + D_1 + D_2 + D_6 + D_7 + D_{10} + D_{11} + D_{12}, \\ D_{CO4} &= D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_{13} + D_{14} + D_{15}, \\ D_{CO5} &= D_3 + D_9 + D_{10} + D_{11} + D_{12} + D_{13} + D_{14} + D_{15}. \end{aligned}$$

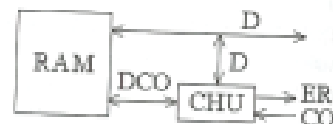


Рис. 3.5.11. Схема підключення ІМС 555ВЖ1.

D																DCO					
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	5	4	3	2	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Наприклад, якщо $D=1010011101001101$, то $DCO=100110$.

Корекція зчитаного із ЗП слова здійснюється в інших трьох режимах роботи ВЖ1. Спочатку зчитане із ЗП слово за наявності керуючого кода 01 записується в 22-розрядний регістр даних ВЖ1, а код $C_{01}C_{00}$ встановлюють в 11. Після цього на виходах ER1 і ER2 ВЖ1 формуються ознаки однократної (ER1=1) або багатократної помилки (ER2=1). В останньому режимі по коду $C_{01}C_{00}=10$ видається 16-розрядне виправлене слово і 6-розрядний синдром помилки, по якому можна встановити позицію помилкового розряду. Цей синдром формується шляхом порозрядного порівняння зчитаних із ЗП контрольних розрядів із контрольними розрядами, що обчислені заново по прийнятим із ЗП інформаційним розрядам. Якщо помилки немає, то всі контрольні розряди співпадають і на виходах DCO будуть 1. Якщо є однократна помилка, то, як видно з виразу для D_{COi} , вона викличе зміну трьох контрольних розрядів. Наприклад, помилка в D_2 викличе зміну D_{CO1} , D_{CO2} і D_{CO3} . Отже, синдром цієї помилки буде 110001. Таким чином, ознакою однократної помилки в слові $D_0 \dots D_{15}$ є наявність трьох нулів у слові $DCO_0 \dots DCO_5$. Однократна помилка в контрольних розрядах приводить до неспівпадіння тільки одного розряду й відповідає синдромам з одним нулем. Однак помилку в контрольних розрядах ВЖ1 не виправляє. При необхідності це можна зробити програмним способом, наприклад, шляхом запису в ЗП зчитаного слова в режимі формування контрольних розрядів ($C_{01}C_{00}=00$). Дворазова помилка викликає в синдромі появу парної (2, 4 або 6) кількості нулів. Наприклад, помилки в D_0 і D_1 приведуть до появи нулів в розрядах DCO_1 і DCO_2 , у той час як DCO_0 і DCO_3 свої значення не змінюють. Такий же синдром буде і при помилках в D_8 і D_9 . Трьох- і більш кратні помилки, як правило, не виявляються і у ряді випадків можуть викликати помилкову корекцію. Засобів для розширення розрядності ВЖ1 не має. Така якість властива ІМС 1804ВЖ1 (AM2960DC).

Надійність ЗП з контролем по коду Хеммінга можна розрахувати по формулі

3. Надійність та контроль пристроїв КС

$$P_{n,1} = (P^n + nP^{n-1}(1-P))P_0$$

де P – надійність однорозрядного блоку ЗП, P_0 – надійність кодера. Якщо однорозрядний блок ЗП складається з k ІМС (рис.3.5.12), то надійність усього ЗП дорівнює добутку окремих рядків ІМС, тобто

$$P'_{n,1} = (P_M^n + nP_M^{n-1}(1-P_M))^k P_0$$

де P_M – надійність однієї ІМС. Для $P_0=1$, $n=22$, $k=1$ і $P=e^{-\lambda t}$, маємо $T_{22,1} = \frac{43}{21-22\lambda}$, $T_{16,0} = \frac{1}{16\lambda}$, $\frac{T_{22,1}}{T_{16,0}} \approx 1,5$, де $T_{22,1}$ і $T_{16,0}$ – напрацювання на відмову ЗП з кодом Хеммінга і без нього. Аналогічно для

$k=2$ одержимо $\frac{T_{22,1}}{T_{16,0}} \approx 1,9$. Таким чином, напрацювання на відмову ЗП з кодом Хеммінга зростає не менш ніж в 1,5 рази порівняно з ЗП без КК, причому, з ростом k цей ефект посилюється.

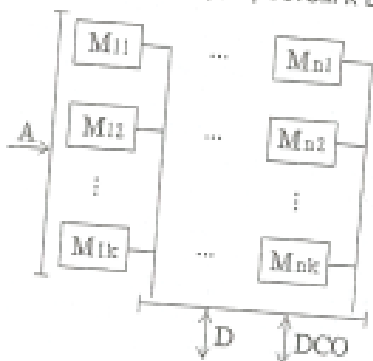


Рис. 3.5.12. Структура одно-розрядного блока ЗП.

– все інше. Припустимо, що відмова елемента в групі "а" приводить до повної відмови ІМС, а відмова елемента в групі "б" – до одиночної відмови накопичувача. Припустимо далі, що відмови елементів із груп "а" й "б" незалежні, а їх сумарна інтенсивність дорівнює інтенсивності відмов ІМС, тобто

$$\lambda_M = N\lambda_a + \lambda_b$$

де $\lambda_b = \alpha\lambda_M$ – інтенсивність повних відмов ІМС, $\lambda_a = \frac{(1-\alpha)}{N}\lambda_M$ – інтенсивність відмов ЗЕ накопичувача, $1-\alpha$ – частка одиночних відмов ІМС

Коли як критерій надійності взяти $P(t)$, то при $k=1$, $P_0=1$ і $n=22$ код Хеммінга доцільно застосувати для підвищення надійності, якщо $P_{22,1} = P^{22} + 22P^{21}(1-P) > P_{16,0} = P^{16}$. Звідси одержуємо $P^{22} + 22P^{21}(1-P) > P^{16}$ або $22P^5 - 21P^6 = 1$. Це рівняння при $0 < P < 1$ має корінь $P > 0,656$. Отже, якщо $P > 0,656$, то $P_{22,1} > P_{16,0}$.

Враховання характеру відмов ІМС дозволяє уточнити розрахунок надійності. Розділимо всі компоненти ІМС на дві групи. До групи "а" віднесемо всі ЗЕ, а до групи "б" – все інше. Припустимо, що відмова елемента в групі "а" приводить до повної відмови ІМС, а відмова елемента в групі "б" – до одиночної відмови накопичувача. Припустимо далі, що відмови елементів із груп "а" й "б" незалежні, а їх сумарна інтенсивність дорівнює інтенсивності відмов ІМС, тобто

3.5. Контроль запам'ятовуючих пристроїв і каналів зв'язку

$(0 \leq \alpha \leq 1)$, N – ємність ІМС. Тоді $P_M = P_a^N P_b$, де $P_M = e^{-\lambda_M t}$,

$$P_a = e^{-\lambda_a t}, P_b = e^{-\lambda_b t}$$

Рядок ІМС буде працювати безвідмовно, якщо слово, зчитане із цього рядка, буде мати не більше однієї помилки. Це відбудеться в тому випадку, якщо у всіх ІМС елементи "б" працюють, а в елементах "а", що належать одному слову, буде не більше однієї відмови, тобто

$$P_a^n (P_a^n + nP_a^{n-1}(1-P_a))^N$$

або, якщо тільки в одній з ІМС відмовив елемент "б", а в інших ІМС немає жодного елемента із групи "а", що відмовив, тобто

$$nP_a^{n-1}(1-P_a)P_a^{N(n-1)}$$

Отже, надійність P_C рядка ІМС буде становити

$$P_C = P_b^n (P_a^n + nP_a^{n-1}(1-P_a))^N + nP_b^{n-1}(1-P_b)P_a^{N(n-1)} = P_M^n \left(1 + n \frac{1-P_a}{P_a} \right)^N + nP_M^{n-1}(1-P_b)$$

Звідси $P_{n,1} = P_C P_0 \geq P'_{n,1}$.

Коди Хеммінга застосовують не тільки для підвищення надійності ЗП, але й для підвищення виходу придатних ІМС пам'яті. Прикладом таких ІМС може служити 563PE2 (рис.3.5.13), що має ємність 32К×8 і містить декодер адреси, накопичувач 8К×38, 38-розрядний регістр слова, схему виправлення помилок (СВП) по коду Хеммінга типу (38×32), додатковий накопичувач 64×8 і ряд формувачів і керуючих схем. PE2 керується 15-розрядною адресою A0...A14, сигналами CS і CE (при

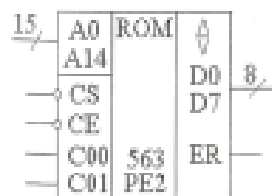


Рис.3.5.13. Позначення ІМС 563PE2.

CS=CE=1 виводи PE2 переходять у стан високого вихідного опору) і має 3 службових (ER, C00, C01) і 8 інформаційних виводів. Наявність 38-розрядного вбудованого регістра дозволяє робити прискорену вибірку одного з 4 слів, довжиною в 8 розрядів. Основним призначенням СВП є підвищення виходу придатних ІМС. Якщо ж дефектів немає, то СВП можна використати для підвищення надійності ІМС по відмовах накопичувача, що виникають в процесі експлуатації, або

відключити її шляхом подані сигналу $C_{01}=0$. Оскільки СВП діє на вихідне слово тільки у випадку його корекції, то при зчитуванні даних зі справних комірок або при відключеній СВП час вибірки можна скоротити. Про відсутність помилок в комірці свідчить сигнал $ER=0$. Звертання до додаткового накопичувача (ДН) виконується за адресами $A_0, \dots, A_3, A_{10}, A_{11}$ при $C_{00}=1$. По адресах 000000 і 100000 у ДН записані слова $0 \dots 0$ і $1 \dots 1$, які служать для перевірки статичних і динамічних параметрів ІМС. Комірчи з адресами $110000, \dots, 111111$ користувач може використати за своїм розсудом (наприклад, для заміни комірок, що відмовили), інші комірки служать для зберігання номерів масиву слів, записаних в PE2 і тестів для перевірки СВП. Запам'ятовуючий елемент PE2 реалізований на одному NМОП-транзисторі, а інші елементи побудовані на статичних КМОП-транзисторах, що відключаються від джерела живлення після запису інформації у внутрішній регістр.

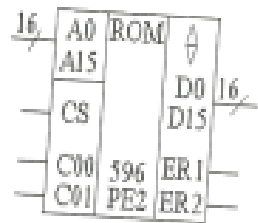


Рис.3.5.14. Позначення ІМС 596 PE2.

Аналогічно по ТТЛ-технології виконана ІМС 596PE2 (рис. 3.5.14), що має ємність 64К 16-розрядних слів і розміщена в корпусі з 42 виводами. Керування здійснюється 16-розрядною адресою $A_0 \dots A_{15}$ і сигналом CS вибору ІМС (вибір по 1). Для підвищення виходу придатних ІМС PE2 має вбудовану СВП і додатковий накопичувач ємністю 64 16-розрядних слів. Ці пристрої керуються службовими сигналами C_{00} і C_{01} .

При виявленні і виправленні помилки на виході ER1 встановлюється сигнал 1. Такий же сигнал на виході ER2 сигналізує про невірну помилку у вихідних даних. Цей сигнал можна використати для відключення ІМС по схемі із дублюванням, яку застосовують для підвищення надійності (рис. 3.5.15). Сигнал C_{00} дозволяє звертання до додаткового накопичувача за адресою $A_0 \dots A_5$. Сигналом 0 на вході C_{01} відключають СВП в повністю придатному накопичувачі. Додатковий накопичувач в ІМС PE2 виконує ті ж функції, що і в ІМС 563PE1. PE2 допускає роботу з імпульсним джерелом живлення. При відключеному живленні на виходах ІМС встановлюється стан високого опору незалежно від інших вихідного опору незалежно від інших сигналів, що дозволяє поєднувати виходи ІМС монтажним АБО.

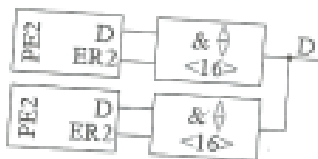


Рис. 3.5.15. Схеми дублювання ІМС PE2.

сигналів, що дозволяє поєднувати виходи ІМС монтажним АБО.

Ефективність застосування коду Хеммінга для підвищення виходу придатних ІМС пам'яті можна оцінити на наступному прикладі. Припустимо, що схеми керування ЗП абсолютно надійні, а вихід придатних ІМС пам'яті дорівнює 1%. Тоді $P^M=0,01$, де $P=P(0)$ – початкова надійність одного ЗЕ, $M=2^{20}=1,04 \cdot 10^6$. Звідси $P \approx 1 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}$. Якщо вважати, що ІМС пам'яті організована у вигляді матриці $16K \times 72$ і використано код Хеммінга (72,64), то початкова надійність таких ІМС буде дорівнювати

$$P_{72,1} = (P^{72} + 72P^{71}(1-P))^{16K}, \quad (3.5.1)$$

що при $P=1 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}$ дасть $P_{72,1}=0,06$, тобто вихід придатних ІМС пам'яті зростає в 6 разів при надмірності всього в $((72-64) \cdot 64) \cdot 100\% = 12,5\%$.

Відзначимо, що інтенсивність відмов ІМС, які мають СШУ, не буде постійною. Дійсно

$$\lambda(t) = \frac{dP_{72,1}}{dt} = \frac{16K \cdot 72 \cdot 71 \lambda (1-P)}{72 - 7P} = 1,125 \lambda_M \frac{1-P}{1,01-P}$$

де $\lambda_M = 2^{20} \lambda$ – інтенсивність відмов всіх ЗЕ ІМС, λ – інтенсивність відмов одного ЗЕ, $P = e^{-\lambda t}$.

Крім того, не всі ІМС будуть мати однакову надійність. Найвищу надійність будуть мати ті ІМС, які після виготовлення не мають елементів, що відмовили. Надійність таких ІМС можна обчислити за формулою (3.5.1), де $P = e^{-\lambda t}$ – надійність одного ЗЕ. Якщо ІМС містить m комірок, у кожній з яких є по одному ЗЕ, що відмовили, то така ІМС буде визнана придатною, а її надійність буде

$$P_{72,1,m} = (P^{72} + 72P^{71}(1-P))^{16K} P^{71m} < P_{72,1}$$

Найнижчу надійність $P_{72,1,16K} = P^{71 \cdot 16K}$ будуть мати ІМС, в яких $m=16K$.

Для таких ІМС $T_0' = \frac{1}{71 \cdot 16K \lambda} = 0,9T_0$, де T_0 – напрацювання на відмову ІМС без СШУ.

Крім коду Хеммінга в ЗП також використовують коди, що виправляють дві і більше помилок. Однак надмірність таких кодів росте дуже швидко. Дійсно, якщо код виправляє r помилок у слові довжиною n біт, то він повинен розпізнавати наступні ситуації: помилки немає (одна ситуація), помилка в i -му розряді (n ситуацій), помилка в i -му і j -му розрядах (C_n^2 ситуацій) і т.д. Число контрольних розрядів k повинне бути достатнім для однозначного кодування і наступного декодування вказаних ситуацій. Отже,

$$2^k \geq 1+n+C_n^2+\dots+C_n^r = \sum_{j=1}^r C_n^j \text{ або } k \geq \log_2 \sum_{j=1}^r C_n^j.$$

Якщо, наприклад, $n-k=16$, а $r=2$, то шляхом підбору визначаємо, що $k=9$, оскільки

$$2^9 = 512 > 1+25+\frac{25 \cdot 24}{2} = 326 \quad \text{і} \quad 2^8 < 1+24+\frac{24 \cdot 23}{2} = 301.$$

Прикладом таких кодів є так звані коди Ріда-Соломона, які використовують для двоступеневого кодування інформації у компакт-дисках (CD ROMax). Вони здатні виявляти до чотирьох, виправляти до двох помилок і мають три зони перехресного переміщення символів. Таке переміщення застосовують для того, щоб не допускати псування великої кількості символів, які розташовані поряд на носії інформації. Воно полягає в тому, що суміжні символи записуються якнайдалі один від одного. Таким чином, при ушкодженні якоїсь ділянки CD ROMa не може зіпсуватися більше одного-двох суміжних раніше символів, які може виправити система декодування. В CD ROMax для музичних записів також передбачена інтерполяція, коли значення помилкового символу, яке не виправив декодер Ріда-Соломона, обчислюється як середнє арифметичне від величин двох сусідніх символів. Без такої системи захисту при відтворенні запису з CD ROMa чувся б виразний тріск, на тлі якого злегка прослуховувалася б музика.

Коригуючих властивостей коду Хеммінга не достатньо для достовірного контролю ЗП з послідовним записом інформації (диски, стрічки), тому що помилки в таких ЗП є багаторазовими і носять груповий (пакетний) характер, а окремі байти поєднуються в масиви значних розмірів. Для контролю таких ЗП, а також послідовних каналів зв'язку, використовують групові коди з утворюючими поліномами 8...16 степенів. Прикладом кодека для таких кодів є ІМС 1818ВЖ1 (F9401), що реалізована на 16-розрядному регістрі (RG) зсуву з лінійним зворотнім зв'язком. ВЖ1 здійснює ділення вхідного слова, що інтерпретується бінарним поліномом $D(x)$, на поліном $P(x)$ і обчислює залишок $R(x)$, тобто $D(x)=Q(x)P(x)+R(x)$, де $Q(x)$ - частка. Схема включення ВЖ1 при контролі послідовного каналу зв'язку $D>$ показана на рис. 3.5.16,а. Залежно від слова $SE_2...SE_0$ ділення можна виконувати на один з поліномів

$$P_{000}=x^{16}+x^{15}+x^2+1, P_{001}=x^{16}+x^{14}+x+1, P_{010}=x^{16}+x^{13}+x^{12}+x^7+x^4+x^2+x+1,$$

$$P_{011}=x^{12}+x^{11}+x^3+x^2+x+1, P_{100}=x^8+x^5+x^4+x+1, P_{101}=x^2+1,$$

$$P_{110}=x^{16}+x^{12}+x^5+1, P_{111}=x^{16}+x^{11}+x^4+1.$$

Залишок від ділення є словом, по якому визначається наявність помилки в послідовно переданих даних. Для контролю каналу $D>$

необхідно одну ВЖ1 підключити на його вхід, а іншу - на виході та, крім того, настроїти їх на однакові поліноми, наприклад P_{000} . Тоді при передачі по сигналу $E=1$ перша і друга ІМС будуть обчислювати $R(x)$, а після завершення передачі даних по сигналу $E=0$ перша ІМС передасть на вхід другої ІМС обчислений нею поліном $R(x)$. Повний збіг поліномів означає відсутність помилки в даних, про що друга ІМС слювіщає сигналом $ER=0$. При наявності помилки $ER=1$. Входи S і R служать для початкової установки регістра в 0 або 1. Застосування ВЖ1 дозволяє значно підвищити достовірність роботи апаратури передачі даних за рахунок того, що в повідомленнях практично будь-якої довжини виявляються 98% помилок. Узагальнена схема пристрою для одержання залишку R від ділення $D(x)$ на поліном

$$P(x)=P_n x^n + P_{n-1} x^{n-1} + \dots + P_2 x^2 + P_1 x + 1$$

показана на рис.3.5.14,б. Ділення зводиться до виконання зсувів (<) і додавань (+). Слово, що відповідає $D(x)$, послідовно записується в

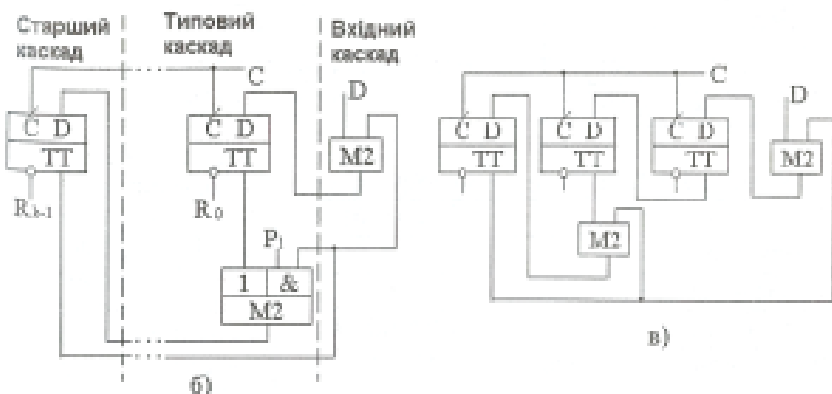
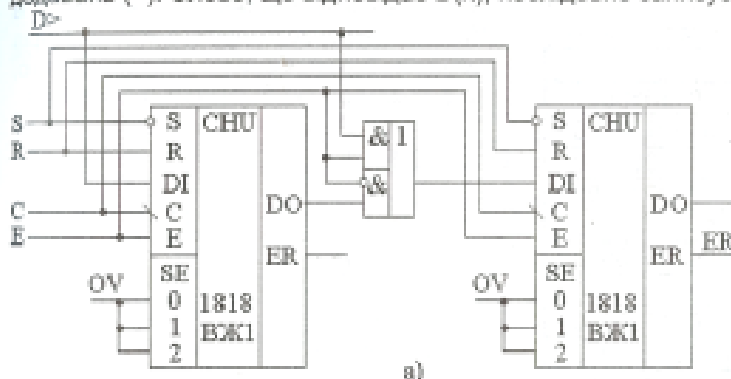


Рис. 3.5.16. Схеми включення ІМС ВЖ1 для контролю послідовного

каналу (а) та формування залишку (б і в).

регістр зсуву, побудований на D-тригерах. Цикли ділення починаються після запису 1 у старший розряд R_{n-1} регістра. У цьому випадку елементи & відкриваються, коефіцієнти P_i полінома $P(x)$ надходять на суматори $M2$ по модулю 2 і відбувається додавання $D(x)$ і $P(x)$. Для конкретних $P(x)$ схема визначення залишку (СВЗ) може бути спрощена. Наприклад, для $P(x)=x^3+x^2+1$ СВЗ показана на рис. 3.5.16, а принцип її роботи пояснює приклад (рис.3.5.17) і цифрова діаграма в табл. 3.5.2. Додавання вхідного слова D зі словом 1101, що ініціюється появою 1 у старшому розряді RG , тут замінено додаванням слова D зі словом 101 з наступним зсувом. Для визначення кінця ділення необхідно мати лічильник зсувів або одержувати цей сигнал від зовнішніх пристроїв.

Таблиця 3.5.2. Цифрова діаграма ділення

RG	D
000	1011010011
001 <	0110100110
010 <	1101001100
101 <	1010011000
+10	1
110 <	0100110000
+10	1
001 <	1001100000
011 <	0011000000
110 <	0110000000
+10	1
001 <	1100000000
011 <	1000000000
R=111 <	0000000000

Основним ефектом, що досягається введенням часової надмірності в ЗП, є можливість визначення номерів розрядів, що відмовили, внаслідок того, що з такого розряду завжди зчитується

$$\begin{array}{r}
 D = 1011010011 \mid 1101 = P \\
 \underline{1101} \\
 01100 \\
 \underline{1101} \\
 0001100 \\
 \underline{1101} \\
 111 = R
 \end{array}$$

Рис.3.5.17. Приклад роботи схеми визначення залишку.

одна і та ж цифра (залежно від типу відмови - "константа 0" або "константа 1"). Наявність таких даних підвищує коригувальні властивості кодів. Прикладом може служити так званий

Таблиця 3.5.3. Приклад до методу Долгова.

Початкове слово	10011011
Зчитане слово	10111011
Запис інверсного слова	01000100
Читання інверсного слова	01100100
Інвертування інверсного слова	10011011

метод Долгова, що базується на поєднанні коду з контролем по парності і часової надмірності. Цей метод призначений для виправлення помилок, викликаних відмовами в розрядних колах. Метод полягає в тому, що при читанні здійснюється контроль по парності. При виявленні помилок відбувається запис інверсного слова, його читання і інвертування. У результаті цих дій однократна помилка, викликана відмовою одного розряду, буде виправлена (табл.3.5.3, де передбачається, що третій розряд має відмову типу "константа 1").

Таблиця 3.5.4. Приклад до розширеного методу Долгова.

Читання	$a_1 \dots a_p \bar{b}_1 \dots \bar{b}_r c_1 \dots c_{n-r}$ (1)
Інверсія	$\bar{a}_1 \dots \bar{a}_p b_1 \dots b_r \bar{c}_1 \dots \bar{c}_{n-r}$
Запис-читання	$\bar{a}_1 \dots \bar{a}_p \bar{b}_1 \dots \bar{b}_r c_1 \dots c_{n-r}$
Інверсія	$a_1 \dots a_p b_1 \dots b_r \bar{c}_1 \dots \bar{c}_{n-r}$ (2)

Метод Долгова може бути розширений на випадок довільного коду, що виправляє m і виявляє $m+k$ помилок. Припустимо, що в комірку відбулося n відмов ($n \leq m+k$), які викликали r помилок ($r \leq n$), оскільки деякі відмови можуть не

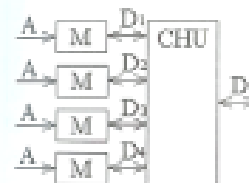


Рис. 3.5.18. ЗП з почотверенням.

інвертувати цифри. Якщо $r \leq m$, то код звичайним способом виправляє їх. Якщо $r > m$, але $r \leq m+k$ то код виявляє помилку, але виправити її не може. Комірку з n відмовами представимо в наступному вигляді $a_1 \dots a_p b_1 \dots b_r c_1 \dots c_{n-r}$, де перші p біт відповідають працюючим елементам, а інші біти відповідають елементам, що відмовили.

При цьому розряди b_i ($i=1, r$) внаслідок відмов інвертуються і, отже, створюють помилки, а розряди c_i помилок не вносять, тому що тип відмови збігається із записаною в ньому цифрою. У слові (1) було r помилок (табл.3.5.4), а в слові (2) - $(n-r)$ помилок. Якщо $n-r \leq m$, то помилки будуть виправлені. Отже, у вихідному слові і у слові, перетвореному по описаній процедурі ("інверсному слові"), може бути наступне число помилок:

Можна виправити

Вихідне слово $0, 1, \dots, m, m+1, \dots, n-m, n-m+1, \dots, n-1, n$
 Інверсне слово $n, n-1, \dots, n-m, n-m-1, \dots, m, m-1, \dots, 1, 0$

Можна виправити

Всі помилки можна виправити, якщо $n-m-1 \leq m$ або $n \leq 2m+1$. Таким чином, використання описаної процедури дозволяє виправляти всі $n \leq 2m+1$ помилок, що викликані n -кратною відмовою. Наприклад, код

Хеммінга в такому разі може виправляти помилки, викликані відмовами в трьох розрядах.

Резервування є єдиним методом, що дозволяє виправляти помилки як в адресних, так і розрядних колах ЗП. Кориговальні властивості резервування залежать від його кратності K (звичайно $K \leq 4$). Наприклад, почотверення (мал.3.5.18) забезпечує правильну роботу при відмові двох пристроїв і дозволяє робити відновлення одного пристрою, що відмовив, зі збереженням відмовостійкості трьох працюючих пристроїв. Для цього СНУ за відсутності відмов реалізує функцію "3 з 4" $D = D_1 D_2 D_3 \vee D_1 D_2 D_4 \vee D_1 D_3 D_4 \vee D_2 D_3 D_4$, а з появою першої відмови відключає ЗП, що відмовив, і на його виходах встановлює 1. Внаслідок цього, наприклад, при відмові D_1 , $D = 1 D_2 D_3 \vee 1 D_2 D_4 \vee 1 D_3 D_4$, а система починає працювати за принципом "2 з 3". Надійність P_2 такого ЗП визначається за умови наявності в системі не менше двох працюючих пристроїв

$$P_2 = (P^4 + 4P^3(1-P) + 6P^2(1-P)^2)P_0 = (3P^4 - 8P^3 + 6P^2)P_0,$$

де P – надійність одного ЗП, P_0 – надійність СНУ. При $P_0 = 1$ і $P = e^{-\lambda t}$ напрацювання на відмову

$$T_{0,4} = \frac{3}{4\lambda} - \frac{8}{3\lambda} + \frac{6}{2\lambda} = \frac{13}{12\lambda} > \frac{1}{\lambda} = T_0.$$

Застосовувати почотверення доцільно, якщо $P_2 \geq P$. Ця нерівність зводиться до умови $3P^4 - 8P^3 + 6P^2 \geq P$, що виконується,

коли $P \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{6} \approx 0,23$. Якщо $\lambda = 10^{-6}$ (годин⁻¹), то це відповідає $t \leq 1,47 \cdot 10^6$ (годин) = 168 років, що набагато перевищує технічний ресурс будь-якої системи. Отже, для реальних t $P_2 > P$.

Недоліком почотверення є значна апаратна надмірність, знизити яку можна тільки резервуванням меншої кратності (при цьому ЗП з потроєнням втрачає відмовостійкість при відновленні). Однак, незважаючи на цей недолік, потроєння часто застосовують і для його реалізації розроблені ІМС, наприклад, 583ХЛ1 (рис.3.5.19), що складається із чотирьох логічних пристроїв LU і регістрів RG.

Шина BM мікрооперації (МО) 14-розрядна: V_1, V_0, V_8 , де

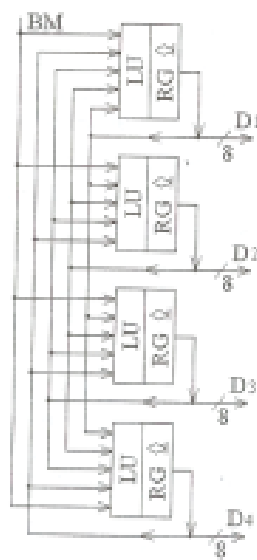


Рис. 3.5.19. Структура ІМС 583ХЛ1.

$i = \overline{1,4}, j = \overline{1,3}$. По сигналу $V_1 = 0$ здійснюється прийом слів з LU на RG (у цьому випадку слова на виходах LU і RG однакові), а по $V_1 = 1$ – зберігання прийнятих слів. Сигнали на входах V_{11}, V_{12}, V_0 і V_8 задають МО, що виконується ім LU (табл.3.5.5, де $f(A, B, C) = AB \vee AC \vee BC$). Наприклад, якщо необхідно виконати порозрядну кон'юнкцію байтів з D_1 і D_2 , а результат направити на D_3 і D_4 , то виконують МО9 в третьому і четвертому LU, тобто $V_{31} V_{32} V_{33} V_0 = V_{41} V_{42} V_{43} V_0 = 1100$. При

Таблиця 3.5.5. Мікрооперації, що виконуються LU в ІМС 583 ХЛ1.

№	V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_0	Слово на шині D_i			
					D_1	D_2	D_3	D_4
	0	0	0	X	0	0	0	0
1	0	0	X	0	0	0	0	0
	0	X	0	0	0	0	0	0
	X	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	D_4	D_4	D_4	D_4
3	0	1	0	1	D_3	D_3	D_3	D_3
4	0	1	1	0	$D_3 D_4$	$D_3 D_4$	$D_3 D_4$	$D_3 D_4$
5	0	1	1	1	$D_3 \vee D_4$	$D_3 \vee D_4$	$D_3 \vee D_4$	$D_3 \vee D_4$
6	1	0	0	1	D_2	D_2	D_2	D_2
7	1	0	1	0	$D_2 D_4$	$D_2 D_4$	$D_2 D_4$	$D_2 D_4$
8	1	0	1	1	$D_2 \vee D_4$	$D_2 \vee D_4$	$D_2 \vee D_4$	$D_2 \vee D_4$
9	1	1	0	0	$D_3 D_3$	$D_1 D_3$	$D_1 D_3$	$D_1 D_3$
10	1	1	0	1	$D_2 \vee D_3$	$D_1 \vee D_3$	$D_1 \vee D_3$	$D_1 \vee D_3$
11	1	1	1	0	$D_2 \vee D_3 \vee D_4$	$D_1 \vee D_3 \vee D_4$	$D_1 \vee D_3 \vee D_4$	$D_1 \vee D_3 \vee D_4$
12	1	1	1	1	$f(D_2, D_3, D_4)$	$f(D_1, D_3, D_4)$	$f(D_1, D_3, D_4)$	$f(D_1, D_3, D_4)$

цьому LU1 і LU2 повинні виконувати МО1, тобто видачу на шини D_1 і D_2 слова 0, що фактично відключає їх. Якщо ця умова не виконана,

Таблиця 3.5.6. Сигнали керування ЗП по схемі на рис. 3.5.20.

				Читання				Запис			
V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_0	0	0	0	1	0	0	1	1
V_{21}	V_{22}	V_{23}	V_0	0	0	0	1	0	0	1	1
V_{31}	V_{32}	V_{33}	V_0	0	0	0	1	0	0	1	1
V_{41}	V_{42}	V_{43}	V_0	1	1	1	1	0	0	0	1

то на D_1 і D_2 утвориться порозрядна диз'юнкція слова з RG і слова, що надходить із зовнішніх виходів відповідної шини (тобто D_1 або D_2).

Приклад 8-розрядного ЗП, по-

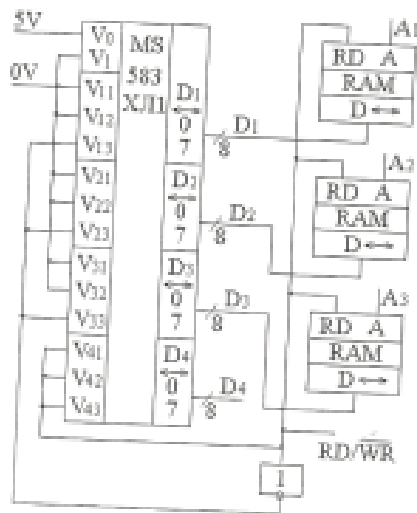


Рис. 3.5.20. Схема резервованого ЗП на ІМС ХЛ1.

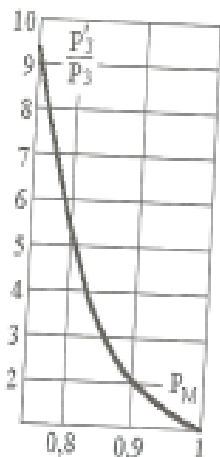


Рис. 3.5.21. Відношення P_3 до P_3 як функція P_M .

Якщо ІМС можна подати як набір "а" запам'ятовуючих елементів (ЗЕ), об'єднаних пристроєм "б" керування (рис.3.5.22), то формулу розрахунку надійності можна уточнити. У цьому випадку $\lambda_M = \lambda_a + N\lambda_b$, де λ_a ,

будованого на основі ІМС ХЛ1, подано на рис. 3.5.20. У режимі читання ($RD=1$) дані із ЗП надходять на MS і далі після порозрядного мажорювання з'являються на шині D_0 . В режимі запису слово з шини D_0 надходить на шини D_1, D_2, D_3 і записується у відповідні ЗП. Для забезпечення цих режимів необхідно подавати сигнали, вказані в табл.3.5.6.

Отже, $V_0=1, V_1=V_2=0, V_3=RD, V_4=RD, i=13$. Подача цих сигналів по схемі на рис.3.5.20 забезпечена підключенням відповідних виводів до шин живлення 0В і 5В і до шини RD/WR.

Надійність такої системи складає $P_3 = (3P^2 - 2P^3)P_0$, де P_0 і P – надійності ІМС ХЛ1 і ЗП. Якщо ЗП побудовано на ІМС із однорозрядною організацією і містить 8 таких ІМС, то $P = P_M^8$, де P_M – надійність однієї ІМС. Тоді

$$P_3 = (3P_M^{16} - 2P_M^{24})P_0$$

менше справжньої надійності, тому що в цьому випадку відбувається порозрядне відновлення сигналу, тобто

$$P_3 = (3P_M^2 - 2P_M^3)^8 P_0$$

Виграш в надійності буде визначатися відношенням P_3 до P_3 (рис.3.5.21), яке може приймати великі значення, особливо для малих P_M .

Якщо ІМС можна подати як набір "а" запам'ятовуючих елементів (ЗЕ), об'єднаних пристроєм "б" керування (рис.3.5.22), то формулу розрахунку надійності можна уточнити. У цьому випадку $\lambda_M = \lambda_a + N\lambda_b$, де λ_a ,

λ_b, λ_a – інтенсивності відмов ІМС, пристрою керування і одного ЗЕ, N – кількість ЗЕ. Тоді

$$P_M = e^{-\lambda_M t} = e^{-\lambda_b t} e^{-\lambda_a N t} = P_b P_a^N$$

Вибраний по заданій адресі біт буде правильним, якщо в пристроях "б" ІМС відмов немає, а в обраних ІМС в частині "а" – не більше однієї відмови, або ж один із пристроїв "б" відмовив, а в частинах "а" і "б" інших ІМС відмов немає, тобто

$$P_3 = P_b^3 (3P_a^2 - 2P_a^3)^N + 3P_b^2 (1 - P_b) P_a^{2N}$$

Якщо n -бітний ЗП побудовано на n_k ІМС, то його надійність становить

$$P_{3nk} = P_0 P_3^{n_k}$$

де P_0 – надійність ІМС ХЛ1 і пристрою вивірки ІМС.

Подальшого зниження надійності досягають в дубльованому ЗП (рис.3.5.23), однак тут можливе тільки виявлення помилок. Нехай появи помилок – незалежні події, а q – ймовірність появи помилки в одному біті шини D ЗП. Помилки не будуть виявлені, якщо вони з'явилися в однойменних розрядах двох ЗП. Ймовірність появи i -кратної помилки в одному ЗП дорівнює $C_n^i q^i (1-q)^{n-i}$, де n – розрядність шини D, а ймовірність появи такої ж помилки в другому ЗП дорівнює $q^i (1-q)^{n-i}$. Отже, ймовірність виявлення помилки



Рис. 3.5.22. Структура ЗП для уточнення розрахунку надійності.

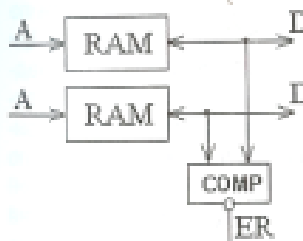


Рис. 3.5.23. Структура дубльованого ЗП.

Отже, ймовірність виявлення помилки

$$P_{02} = 1 - \sum_{i=1}^n C_n^i q^i (1-q)^{n-i} q^i (1-q)^{n-i}$$

Цей вираз може бути використаний для визначення напрацювання T_{02} на невиявлену помилку

$$T_{02} = \int_0^{\infty} P_{02}(t) dt$$

яке може служити характеристикою властивостей методу підвищення вірогідності роботи ЗП щодо виявлення помилок. Іншою характеристикою таких властивостей може служити відсоток P_0 i -кратних

($i=1, n$) помилок, що виявляються. Якщо припустити, що два слова на виходах двох ЗП містять у сумі i помилок, то при непарному i кожна з них буде виявлена. При парному i можлива поява однакових помилок у двох ЗП, які не будуть виявлені. Наприклад, при $i=4$ помилка в розрядах j і k не буде виявлена, якщо в цих же розрядах другого ЗП відбудуться помилки.

Отже,
$$P_0(i) = \begin{cases} 100 \% \text{ при непарному } i, \\ (1 - \frac{C_n^{0,5}}{C_{2n}^i}) \times 100 \% \text{ при парному } i. \end{cases}$$

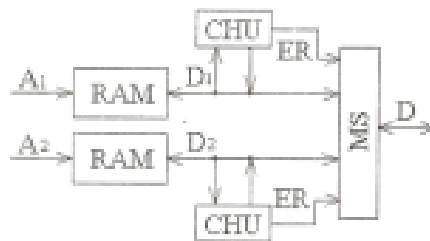


Рис. 3.5.24.Схема дубльованого ЗП з контролем по парності.

Значно поліпшити коригувальні властивості дубльованого ЗП можна за рахунок спільного застосування його з інформаційною надмірністю. Прикладом такого поєднання є дубльований ЗП з контролем по парності (рис.3.5.24). При запису слово із шини D надходить на коди CHU і записується разом з бітом контролю по парності в два ЗП. При читанні за допомогою контролю по парності визначається наявність або відсутність помилки і по цій інформації здійснюється передача правильного слова D_1 або D_2 на шину D. Якщо D_1 і D_2 містять помилки, то передача блокується, а по бітах парності формується сигнал невиправної помилки. Оскільки

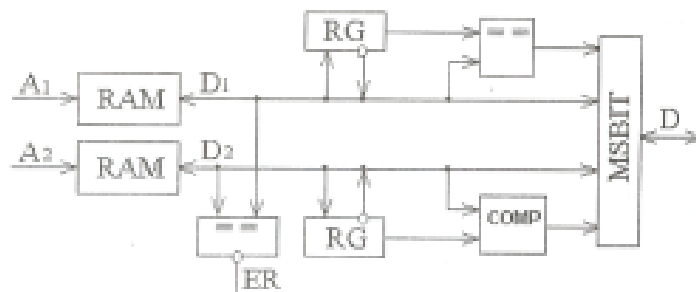


Рис. 3.5.25. Структура ЗП з поєднанням дублювання і часової надмірності.

контроль по парності виявляє помилку довільної непарної кратності, то ЗП такого типу дозволяє виправляти помилку непарної кратності за умови, що вона відбулася тільки в одному ЗП.

Прикладом поєднання дублювання і часової надмірності є ЗП (рис.3.5.25), у якому по сигналу ER неспівпадіння слів D_1 і D_2 здійснюється запис і читання інверсних кодів $\overline{D_1}$ і $\overline{D_2}$ з наступним їх порівнянням з D_1 і D_2 . Це порівняння дозволяє виявити біти, що не відповіли, з яких на мультиплексорі MSBIT формується правильне слово. Припустимо, що в ЗП1 у генератор "1" (Г1) перетворилися 1 і 5 розряди, а в генератор "0" (Г0) - третій розряд. У ЗП2 у Г0 перетво-

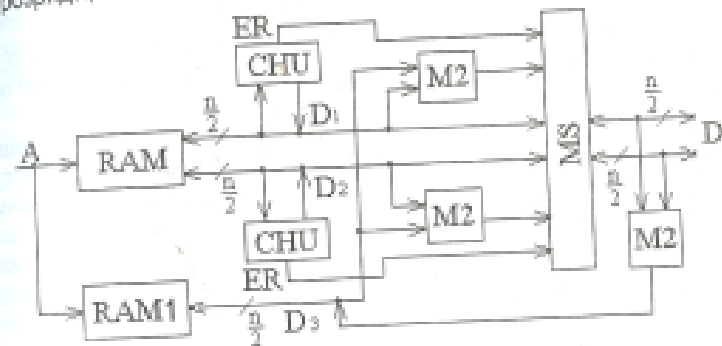


Рис. 3.5.26. Схема ЗП, що реалізує метод Амосова.

рилися 2 і 4 розряди. Тоді при читанні слова 101101 послідовно одержимо

$$\begin{array}{ll} D_1 = 111001 & D_2 = 100101 \\ \overline{D_1} = 010011 & \overline{D_2} = 010000 \\ \text{відмови (x) в } D_1 & \text{відмови в } D_2 \\ \text{MSBIT } D_1 = 1x1x0x & D_2 = 10x1x1 \\ & D = 101101 \end{array}$$

Відмова такого ЗП наступить тоді, коли відмовлять однойменні розряди однойменних комірок.

Поєднання резервування з коригувальними кодами дозволяє зменшити апаратну надмірність і зберегти можливість виправлення помилок. Прикладом тому є метод Амосова, у відповідності з яким до основного ЗП (RAM) підключається резервний ЗП (RAM1), в якого довжина слова у два рази менша (рис.3.5.26). В RAM1 по тій самій адресі записують суму D_1 і D_2 по модулю 2. При читанні контроль по парності визначає наявність або відсутність помилки ER. В разі виявленні помилки в D_1 або в D_2 передача на вихід помилкового

слова забороняється, а замість нього на вихід передається сума правильного слова з D_3 по модулю 2. Помилка в D_1 і D_2 призводить до формування сигналу невиправленої помилки. Наприклад, нехай

$$\begin{aligned} D_1 &= 101100 \\ D_2 &= 101001 \\ D_3 &= 000101 \end{aligned}$$

тоді

$$\begin{aligned} \text{Якщо в слові } D_1 \text{ виникла трикратна помилка, то вона буде вияв-} \\ \text{лена схемою контролю й на вихід } D \text{ пройде слово, а саме:} \\ D_2 &= 101001 \\ D_3 &= 000101 \\ D_1 &= 101100 \end{aligned}$$

Відносна надмірність ЗП по такій схемі складає приблизно 1,5, а її коригувальні властивості близькі до дубльованого ЗП з контролем по парності.

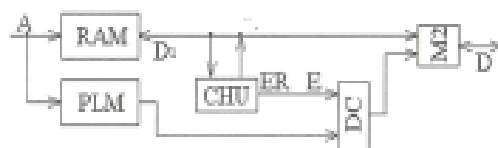


Рис. 3.5.27. Структура ЗП з пасивним резервом.

бути ефективним і пасивний резерв, для якого характерне включення резервних елементів при профілактичних процедурах або при відновленні працездатності ЗП. Відомо, що відмови ІМС пам'яті проявляються у вигляді одиночних відмов накопичувача. Усунути відмови такого типу можна шляхом застосування контролю по парності і додаткового ЗП малої ємності, наприклад, PLM (рис.3.5.27). Під час профілактичних перевірок виявляються біти, що відмовили і "слабкі" біти, їх адреси і позиції в слові ("слабкі" - біти, які часто дають збої).

Таблиця 3.5.7. Діаграма до прикладу роботи ЗП по схемі на рис. 3.5.26.

Стани ЗП	Випадок 1	Випадок 2
Запис	00010110	00101010
Читання	00010110	00111010
Наявність помилки	Ні	Так
Вихід PLM	100	100
Вихід DC	00000000	00010000
Вихід M2	00010110	00101010

Розглянуті ЗП відносяться до класу пристроїв з активним резервом, тому що резерв вмикається автоматично при відмовах основної апаратури. Разом з тим у ряді випадків може

бути ефективним і пасивний резерв, для якого характерне включення резервних елементів при профілактичних процедурах або при відновленні працездатності ЗП. Відомо, що відмови ІМС пам'яті проявляються у вигляді одиночних відмов накопичувача. Усунути відмови такого типу можна шляхом застосування контролю по парності і додаткового ЗП малої ємності, наприклад, PLM (рис.3.5.27). Під час профілактичних перевірок виявляються біти, що відмовили і "слабкі" біти, їх адреси і позиції в слові ("слабкі" - біти, які часто дають збої). По цих адресах в PLM записуються позиції бітів, що відмовили й "слабких" бітів. В процесі роботи ЗП по сигналу помилки ER слово, записане в PLM, декодується і надходить на суматори M2, тим самим ви-

правляючи помилку. Наприклад, якщо в комірці за адресою A відмовив п'ятий біт, перетворившись у генератор "1", то в PLM за адресою A буде записане слово 101. Робота ЗП при зберіганні слів 00010110 і 00101010 пояснюється діаграмою відмови, внаслідок чого помилки вана цифра збіглася з характером відмови, внаслідок чого помилки не виникло і корекція не знадобилася. У випадку 2 виникла помилка, але вона була виправлена.

Коригувальні можливості цього методу визначаються ємністю N PLM, а саме: пристрій виправляє N одиночних помилок накопичувача. Якщо розрядність PLM збігається з розрядністю RAM, то DC можна із пристроєм виключити. У цьому випадку в PLM варто записувати двшифрований номер біта, що відмовив, а вихід ER блока CHU подати на вхід дозволу PLM.

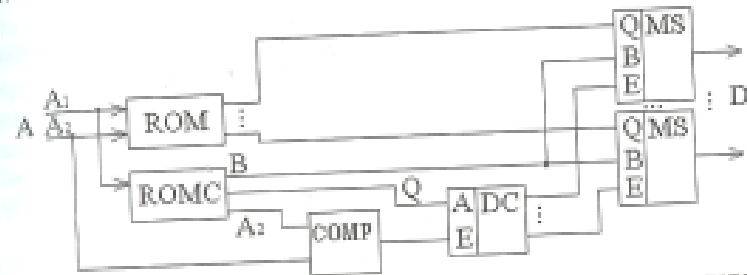


Рис. 3.5.28. Схема ROM з корекцією багаторозрядних помилок.

Недоліком такої структури ЗП є її орієнтація на одnorозрядні ІМС. Такі ІМС використовують для побудови активних ЗП великої ємності. Побудова ж ЗП на багаторозрядних ІМС пам'яті викликає необхідність корекції багаторазових помилок. Для цього треба використовувати CHU, здатний виявляти багаторазові помилки, а це ускладнює його і збільшує надмірність накопичувача. Однак в окремих випадках вдається домогтися цього досить ощадливими способами. Наприклад, зараз широке поширення одержали одноразово програмовані ІМС постійної пам'яті (ROM). Одним з параметрів таких ІМС є коефіцієнт програмованості K, тобто відношення кількості правильно запрограмованих ІМС до загальної кількості взятих до програмування ІМС. Якщо, наприклад, для деяких типів таких ІМС $K=0,6$, то це означає, що із 100 ІМС записати правильну інформацію вдається тільки в 60 ІМС. Дослідження показують, що найбільш частою помилкою в бракованих ІМС є неможливість записати деякий символ по якійсь одній адресі. По інших же адресах запис здійснюється правильно. Отже, якщо замінити неправильно записаний по одній адресі

3. Надійність та контроль пристроїв КК

символ, то ІМС може бути використана для побудови ROM. Таку заміну можна здійснити по схемі, показаній на рис.3.5.28.

ЗП в цілому містить основний ROM і контрольний ROMC. Адреси, по яких відбувається звертання до ROM, умовно розділяють на два поля A_1 і A_2 . Після запису інформації в ІМС, з яких побудовано ROM, виявляються всі адреси з неправильними символами. Поля A_2 цих адрес записують по адресах A_1 в ROMC. Зрозуміло, що це можна зробити тільки тоді, коли немає двох ІМС, у яких частини A_1 адрес із помилковими символами збігаються. Якщо ж такі ІМС є, то при серійному виробництві їх використовують у різних виробках або взагалі одну з них відбраковують. За адресою A_1 в ROMC, крім A_2 , записують ще правильний символ В для заміни помилкового і номер Q позиції, що займає В у слові D.

При звертанні до комірок ROM з помилками за адресою A_1 вибирається A_2 , внаслідок чого збуджується вихід компаратора, що дозволяє декодування номера Q. Обраний вихід DC збуджує відповідний MS, за допомогою якого і відбувається заміна помилкового символу зчитаного з ROM, на правильний символ, зчитаний з ROMC. При звертанні до комірок, які помилок не містять, компаратор не збуджує DC і MS не впливає на зчитані дані.

Приклад 3.5.1. ЗП ємністю 1 Мбайт має довжину слова 64 біт і побудований на ІМС пам'яті, відмови (збої) якої є одиничними відмовами (збоями) накопичувача. Визначити для такого ЗП напрацьовання на відмову і збій за умови, що в такому ЗП використовується коригувальний код (КК), який виправляє одну помилку, а інтенсивності відмов λ і збоїв λ_z запам'ятовуючого елемента постійні.

Для застосування в ЗП коду, який виправляє r помилок, необхідно збільшити довжину слова на k розрядів, де $k \geq \log_2 \left(\sum_{i=0}^r C_{n+k}^i \right)$.

Для $r=1$ і $n=64$ маємо $k \geq \log_2(1+64+k)$. Підбором одержуємо, що $k \geq 7$ ($7 > \log_2(1+64+7) > 6$). Отже,

$$P = (P_{3E}^{71} + 7P_{3E}^{70}(1 - P_{3E}))^n P_K,$$

де P_K – надійність блоку кодування-декодування; $n = 1M \frac{8}{64} = 128K$ – кількість комірок в ЗП; $P_{3E} = e^{-\lambda_z t}$ – надійність ЗЕ по відмовах або

$P_{3E} = e^{-\lambda_z t}$ – надійність ЗЕ по збоях. Далі визначимо відповідне напруження $T_0 = \int_0^{\infty} P(t) dt$.

Приклад 3.5.2. Для ЗП із прикладу 3.5.1 визначити економічну доцільність застосування КК, що виправляє однократну помилку, по збоях і відмовах, якщо технічний ресурс ЗП дорівнює T_P . Наслідком відмов ЗП є тільки необхідність заміни ЗП (витрати на новий ЗП – S_0), а наслідком збоїв є необхідність повторення всіх операцій, виконаних від останнього збереження результатів до моменту появи збою (T_3 – фіксований період збереження результатів).

Оскільки наслідком відмов є необхідність заміни ЗП вартістю S_0 , то споживач буде зазнавати збитків у розмірі $S_0(1 - P_0(T_P))$, де $P_0(T_P)$ – надійність ЗП за час T_P . Застосування в ЗП КК приводить до зростання його складності приблизно в $(64+7):64 \approx 1,11$ разів. Якщо вважати, що в стільки ж разів зростає й вартість ЗП, то $S_1 = 1,11S_0$. У цьому випадку втрати від відмов ЗП із КК будуть складати $S_1(1 - P_1(T_P))$, де $P_1(T_P)$ – надійність ЗП із КК за час T_P . Застосовувати такі ЗП буде економічно доцільно, якщо $S_1(1 - P_1(T_P)) < S_0(1 - P_0(T_P))$.

Наслідками збоїв є втрата результатів роботи оператора протягом часу $0,5T_3$, де T_3 – період збереження результатів роботи на магнітному диску. За час T_P втрати від збоїв складатимуть $\sigma_0 = 0,5T_3 \delta (1 - P(T_3)) \frac{T_P}{T_3}$, де $P(T_3)$ – надійність ЗП по збоях за час T_3 .

δ – вартість однієї години роботи оператора. Застосування КК для боротьби із збоями буде доцільним, якщо $\sigma_1 + (S_1 - S_0) < \sigma_0$, де σ_1 – втрати від збоїв у ЗП із КК, що виправляють одну помилку.

Задача 3.5.1. ЗП ємністю $N = 32(1 + C_{30})M$ байт має довжину слова 64 біти і побудований на ІМС пам'яті, відмови (збої) яких є одиничними відмовами (збоями) накопичувача. Для такого ЗП визначити:

A1) ймовірність безвідмовної роботи за 1, 2, 3, 4 і 5 років;

A2) ймовірність беззбійної роботи за 1, 5 і 10 годин;

A3) напрацьовання на відмову; A4) напрацьовання на збій; за умови, що інтенсивність відмов λ ЗЕ дорівнює $10^{-15}(1 + C_{10})$ (годин⁻¹), а інтенсивність збоїв ЗЕ становить $\lambda_z = 10^{-10}(1 + C_{11})$ (годин⁻¹).

Для тих же умов розрахувати параметри A1...A4 для ЗП, в якому застосовується код, що виправляє одну, дві й три помилки.

Дослідити економічну доцільність застосування в ЗП КК, які виправляють $k = 1 + C_3$ помилок, по:

В1) збоїв;

В2) відмовах; якщо технічний ресурс ЗП дорівнює $T_p = 1 + C_3$ років. Наслідком відмов ЗП є тільки необхідність заміни ЗП (витрати на новий ЗП – S_3), а наслідком збоїв є необхідність повторення всіх операцій, виконаних від останнього збереження результатів до моменту появи збою. Період збереження результатів фіксований,

$$T_3 = 0,5(1 + C_4) \text{ (годин)}, \quad \frac{\delta}{S_0} = 0,01(1 + C_5).$$

Знайти T_p , T_3 і $\frac{\delta}{S_0}$ (δ – вартість однієї години роботи оператора).

за яких застосування КК, який виправляє k помилок:

В3) доцільно;

В4) недоцільно.

3.6. НАДІЙНІСТЬ НАКОПИЧУВАЧІВ НА ЖОРСТКИХ МАГНІТНИХ ДИСКАХ. Функції накопичувачів на жорстких магнітних дисках (НЖМД) в сучасних КС надзвичайно важливі, оскільки вони зберігають операційні системи, прикладні програми, бази даних користувачів та іншу інформацію. Внаслідок цього, відмова НЖМД вимагає не тільки певних витрат на його ремонт або заміну, але й ще більших зусиль на відновлення вказаних даних, які за вартістю можуть у багато разів перевищувати вартість самого НЖМД. З цієї причини виробники НЖМД приділяють багато уваги підвищенню їх надійності. Однак, незважаючи на це, їх відмови не є рідкісними подіями, не вартими уваги з технічної точки зору. Далі приведені експериментальні дані про надійність НЖМД та описані фактори, що впливають на неї. При цьому виходимо із припущення, що час безвідмовної роботи НЖМД має W -розподіл.

Випробування на надійність НЖМД проводять при підвищеній температурі (звичайно 42°C), з метою збільшення інтенсивності відмов для зменшення часу випробувань. При цьому НЖМД перебувають у робочому режимі, коли протягом всього часу випробувань виконують операції пошуку, запису і зчитування даних. Режим холостого ходу відрізняється від робочого режиму тим, що НЖМД перебувають у включеному стані (диски обертаються), але звертання до них не проводять.

Наприклад, під час одного з таких випробувань 500 НЖМД випробовувались протягом 672 годин при 42°C . За цей час було зафіксовано три відмови: після 12, 133 й 232 годин роботи. За даними цих випробувань розраховані по методу максимуму правдоподібності параметри ν і τ W -розподілу виявилися рівними 0,443 й 69331860 годин. Обробка результатів аналогічних 49 випробувань НЖМД, які були проведені фірмами-виробниками, дозволила одержати статистично більш достовірне значення для $\nu = 0,552 \pm 0,167$ і $\tau = 3787073$ години. Перерахунок отриманих параметрів для інших умов експлуатації (наприклад, для температури навколишнього середовища 25°C) здійснюють за допомогою поправочних коефіцієнтів (табл. 3.6.1).

Таблиця 3.6.1. Коефіцієнт K_T зниження напрацювання на відмову T_0 (тисяч годин) НЖМД в залежності від температури T навколишнього середовища

$T^\circ \text{C}$	25	30	34	38	42	46	54	58	62	70
K_T	1,00	1,28	1,54	1,86	2,22	2,65	3,71	4,37	5,12	6,96
T_0	232	181	151	125	104	88,0	62,7	53,4	46,4	32,5

Наприклад, якщо НЖМД працює при 25°C , то поправочний коефіцієнт $K_T = 2,22$. Отже для 25°C $\tau = 3787073 \cdot 2,22 = 8,41 \cdot 10^6$ годин. Звідси, при $v = 0,55$, $Q(2424) = 1 - P(2424) = 0,01123$ або 1,123% відмов. На кількість відмов істотно впливає тривалість роботи НЖМД. Врахувати цей фактор можна за допомогою коефіцієнтів, що приведені в табл. 3.6.2.

Таблиця 3.6.2. Коефіцієнти напрацювання на відмову в залежності від тривалості t (тисяч годин) роботи НЖМД за рік експлуатації.

t	0,49	1,1	1,8	2,4	3,0	4,3	4,9	5,6	6,2	7,5	8,76
K	2,04	1,41	1,11	1,00	0,89	0,74	0,69	0,66	0,61	0,56	0,54

Звичайно, виробники піддають випробуванням-тренуванням НЖМД протягом 24 годин після їх виготовлення. За цей час відбувається $1 - P(24) = 0,000891$ або 0,0891% відмов. Отже, у користувача протягом року за 2400 годин експлуатації відмовлять $1,1230 - 0,0891 = 1,0339$ НЖМД. При цьому ефективна інтенсивність відмов $\lambda_0 = \frac{Q(t_0)}{t_0} = \frac{0,01034}{2400} = 4,31 \cdot 10^{-6} (\text{годин}^{-1})$, що відповідає напрацюванню на відмову за перший рік роботи $T_0 = \lambda_0^{-1} = 232140$ (годин) (табл. 3.6.1).

У НЖМД одна частина обладнання відмовляє з постійною інтенсивністю (тобто не залежить від режиму роботи НЖМД), а друга частина відмовляє з інтенсивністю, пропорційною кількості дисків і тривалості робочого режиму. Для НЖМД фірми Seagate кількість відмов за рік залежно від числа k дисків у НЖМД становить $B = 0,6 + 0,2k$ %. Тут $B = 0,6$ відповідає кількості відмов НЖМД при $k = 0$ (НЖМД, що працює в режимі холостого ходу).

Довготривалі (рік і більше) випробування НЖМД вимагають значних витрат і через це не проводяться. Частково компенсувати недостачу даних при цьому можна за результатами гарантійного обслуговування протягом трьох років (табл. 3.6.3). Прогнозування надійності

Таблиця 3.6.3. Дані про відмови НЖМД фірми Seagate.

Рік експлуатації	Перший	Другий	Третій
Кількість відмов за рік	1,20 %	0,78 %	0,39 %
Сумарна кількість відмов	1,20 %	1,98 %	2,37 %
Сумарна тривалість роботи, годин	2400	4800	7200

НЖМД на більш тривалій період можливе на основі трьох перерахованих нижче очевидних можливостей.

Оптимістичний прогноз: кількість відмов буде зменшуватися за W -розподілом при $v = 0,552$. Однак такий прогноз погано узгоджується з явищами зносу в електромеханічних пристроях.

Реалістичний прогноз: після першого року експлуатації кількість відмов стабілізується й далі буде залишатися постійною, наприклад, на рівні $(0,78 + 0,39) : 2 = 0,58$ %, тобто за m років відбудеться $1,2 + 0,58(m - 1)$ % відмов НЖМД.

Песимістичний прогноз припускає, що, наприклад, після 3-х років експлуатації наступить стадія зносу з наростаючою інтенсивністю за W -розподілом, наприклад з $v = 1,3$. Тоді можна скористатися KW -розподілом, визначаючи його параметри за трьома точками за 1, 2 та 3 роки експлуатації та приймаючи, що $\tau_1 = 8,41 \cdot 10^6$ та $v_1 = 0,552$. Але таке визначення параметрів не завжди можливе з двох причин: по-перше, через низьку точність вихідних даних (навіть при випробуваннях, в яких всі дії та фактори регламентовано, вона складає біля 0,30 або 30%); по-друге, через малі терміни спостереження за працюючими виробами, протягом яких стадія зносу може бути відсутньою або недостатньо себе проявляти.

Частково зняти вказані невизначеності можна за рахунок орієнтування на „найгірший випадок“. Для цього за результатами випробувань та експлуатації в гарантійний період складають табл. 3.6.4 значень функції $Q(t)$ і їх 30% можливих відхилень $0,7Q(t)$ та $1,3Q(t)$ і припускають, що стадія зносу починає себе проявляти при $t \geq 4824$ годин. Отже, при $t \leq 4824$ годин можна з KW -розподілу ви-

ключити складову $(t \cdot \tau^{-1})^{v_1}$, що описує стадію зносу. В результаті отримують функцію

$$Q_1(t) = 1 - e^{-\left(t \cdot \tau^{-1}\right)^{v_1} - \lambda t}$$

параметри якої необхідно визначити за умови, що вони не виводять функцію $Q_1(t)$ за межі встановлених значень (табл. 3.6.4) і забезпечують максимальний прояв „складової зносу“. Звідси отримуємо умови вибору параметрів τ_1 , v_1 та λ :

$$0,7Q(t) \leq Q_1(t) \leq 1,3Q(t); \quad (3.6.1)$$

$$t \leq 4824;$$

$$0,7\tau \leq \tau_1 \leq 1,3\tau; \quad \tau = 8407302; \quad 0,7v \leq v_1 \leq 1,3v; \quad v = 0,552;$$

$$\lambda = \frac{0,7(Q(7224) - Q(4824))}{2400} \times \frac{0,6}{0,6 + 0,2k} \Big|_{k=2} = 6,825 \times 10^{-7} \text{ (годин}^{-1}\text{)}$$

$$\Delta = \max_{\tau_1, \nu_1} (319,7 \times 10^{-4} - Q_1(7224))$$

Таблиця 3.6.4. Значення функції $q(t)=10^4 Q(t)$ за даними експлуатації ($t=2424, 4824, 7224$ годин) і випробувань ($t=24$)

	$t=24$	$t=2424$	$t=4824$	$t=7224$
$0,7q(t)$	6,2	90,2	144,8	172,8
$q(t)$	8,9	128,9	208,9	245,9
$1,3q(t)$	11,6	167,6	269,0	319,7

Таблиця 3.6.5. Значення $q_1(t)=Q_1(t)10^4$ для $\tau=8407302, \nu=0,552$

τ_1	ν_1	$t=24$	$t=2424$	$t=4824$	$t=7224$	Δ
$0,7\tau$	$0,7\nu$	82,52 *	495,81 *	652,51 *	768,41 *	---
$0,7\tau$	ν	10,75	150,72	228,13	292,20	27,20
$0,7\tau$	$1,3\nu$	1,52 *	53,82 *	93,47 *	129,94 *	---
τ	$0,7\nu$	71,95 *	435,42 *	574,95 *	678,81 *	---
τ	ν	8,86	126,87	193,52	249,21	70,189
τ	$1,3\nu$	1,21 *	45,26 *	79,82 *	111,76 *	---
$1,3\tau$	$0,7\nu$	65,06 *	395,82 *	524,00 *	619,89 *	---
$1,3$	ν	7,69	112,06	172,01	222,48	96,92
$1,3\tau$	$0,568$	6,27	100,08	155,93	203,47	115,93
$1,3\tau$	$0,569$	6,20	99,45	155,08	202,46	117,05
$1,3\tau$	$0,570$	6,11 *	98,69	154,06	201,24	---
$1,3\tau$	$1,3\nu$	1,03 *	40,33 *	71,78 *	101,05 *	---

Результати розрахунку ν_1 і τ_1 приведені в табл.3.6.5, де знаком "*" відмічені значення $Q_1(t)$, які не задовольняють умові 3.6.1. З табл.3.6.5 маємо $\tau_1 = 10929493, \nu_1 = 0,569$.

Порівнюючи значення $Q(t)$ та $Q_1(t)$ робимо висновок, що в найгіршому випадку складова, що описує стадію зносу, обмежується значенням $1,3Q(t) = 0,03197$ при $t=7224$. Відповідно маємо:

$$1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^{\nu_1}} - \lambda_1 \left(\frac{t}{\tau_2}\right)^{\nu_2} = 0,03197$$

або

$$0,0204533 + \left(\frac{7224}{\tau_2}\right)^{\nu_2} = -\ln(0,9679).$$

Звідси знаходимо

$$\left(\frac{7224}{\tau_2}\right)^{\nu_2} = 0,0120389.$$

Якщо $\nu_2=1,3$, то $\tau_2=216396$; якщо $\nu_2=2$, то $\tau_2=65839$; якщо $\nu_2=3$, то $\tau_2=31519$. Для вибору ж одного значення необхідно мати додаткові дані, наприклад, знати напрацювання на відмову даного типу НЖМД, яке можна визначити шляхом збору даних про відмови. Якщо, наприклад, $T_0=25469$ годин, що відповідає напрацюванню 10,6 років експлуатації (2400 годин роботи на рік), то $\nu_2=3,15$ та $\tau_2=29384$.

Раніше зроблене припущення, що для $t \leq 4824$ знос не впливає на $Q_1(t)$, може викликати додаткову похибку, яку можна усунути перерахуванням значень τ_1 та ν_1 з отриманими значеннями τ_2 та ν_2 .

Надійність 0,99 за рік експлуатації задовольняє потребам багатьох користувачів, але є випадки, коли цінність втрачених даних при відмові НЖМД є набагато більшою, ніж ціна самого НЖМД. В такому разі для підвищення надійності економічно доцільно використання резервування НЖМД. Ця технічно очевидна і економічно обґрунтована ідея знайшла своє втілення в відмовостійких RAID-системах – дискових масивах (ДМ), які складаються із двох і більше НЖМД.

Абревіатура RAID первісно утворена від Redundant Arrays of Inexpensive Discs (надмірний масив недорогих дисків). Однак пізніше RAID стали розуміти як Redundant Arrays of Independent Discs (надмірний масив незалежних дисків).

В RAID-системах використовують два методи доступу до даних: паралельний доступ (parallel-access array) і незалежний доступ (independent-access array). При паралельному доступі ДМ складається з n НЖМД (H_1, \dots, H_n). Кожен НЖМД розділений на m блоків даних, обсягом d , а обсяг кожного НЖМД дорівнює md . Для запису даних об'ємом D їх розбивають на блоки $D[j]$ об'ємом d і записують на ДМ по принципу: $D[j]$ на H_j , $D[j+1]$ на H_{j+1} і т. д.. При досягненні останнього H_j , запис продовжується в перший H_1 (рис.3.6.1). В цьому випадку дані $D[j], D[j+1], \dots, D[j+n]$ можна буде зчитати в n раз швидше (без

врахування часу формування блоку), якщо блоки передаються паралельно.

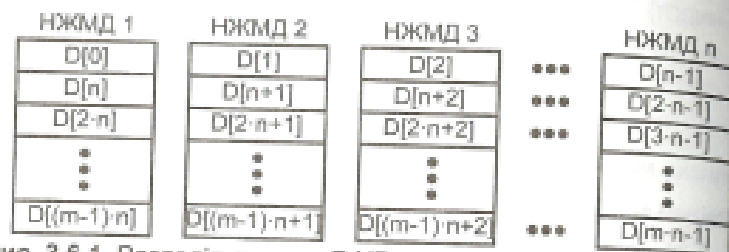


Рис. 3.6.1. Розподіл даних в RAID-системах з паралельним доступом.

При незалежному доступі до ДМ блоки даних $D[i]$ записують на один H_i диск ДМ. По заповненню диска H_i запис блоків даних триває на диск H_{i+1} (рис. 3.6.2). Швидкість запису буде не вище, ніж при роботі з одним диском. Однак ДМ із незалежним доступом в кожен момент часу може обслуговувати одночасно кілька запитів, якщо дані розташовані на різних дисках. Паралельний доступ використовують у тих випадках, коли обсяг одного переданого блоку даних D велика, а незалежний доступ - при обробці великої кількості запитів малого обсягу.

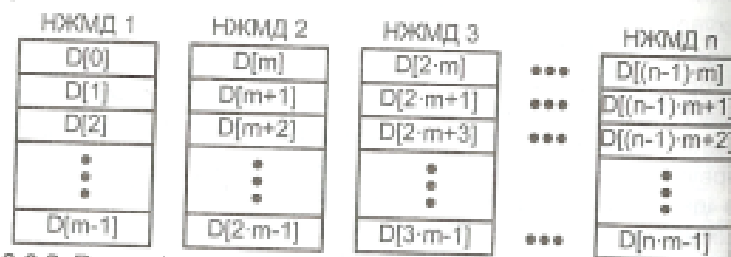


Рис. 3.6.2. Розподіл даних в RAID-системах з незалежним доступом.

В RAID-системах розмір блоку може становити від одиниць кілобайт до декількох мегабайт (аж до всього обсягу НЖМД). Розмір блоку вибирається під час ініціалізації ДМ. Дисковий простір RAID являє собою об'єднання блоків даних всіх НЖМД масиву. Для опису RAID-систем використовується поняття лінійного адресного простору (linear address space). Для КС RAID-система подається суцільною послідовністю даних з наскрізною нумерацією (лінійного адресного простору) від 0 до $gn-1$, де m - кількість блоків даних одного НЖМД; а $g=n-c$ - кількість НЖМД в RAID, які не зберігають надмірні контрольні дані, що використовуються при відновленні інформації; n - кіль-

кість НЖМД в RAID; c - кількість НЖМД в RAID, що зберігають надмірні контрольні дані. Контрольні дані не відображаються в адресному просторі, що надається контролером ДМ.

Контролер забезпечує перетворення адрес із лінійного адресного простору у фізичні адреси НЖМД, а також зміну контрольних даних. Розподіл даних допускає розбиття адресного простору на блоки даних і встановлення залежності між адресами лінійного адресного простору й номерами дисків, на які буде здійснюватися запис (зчитування) потрібного блоку даних.

Відомо декілька основних різновидів RAID-систем: RAID 0, RAID 1, RAID 2, RAID 3, RAID 4, RAID 5 та їх композиції.

RAID 0 це ДМ із паралельним доступом, в якому дані розбиваються на блоки і кожен блок записується (або ж зчитується) на окремий НЖМД. В RAID 0 (рис. 3.6.3) розподіл даних по НЖМД ДМ здійснюється без використання додаткових засобів підвищення надійності. При відмові одного із НЖМД ДМ дані незворотно втрачаються.

В RAID 1 (рис. 3.6.3) застосоване дублювання всіх НЖМД у ДМ.

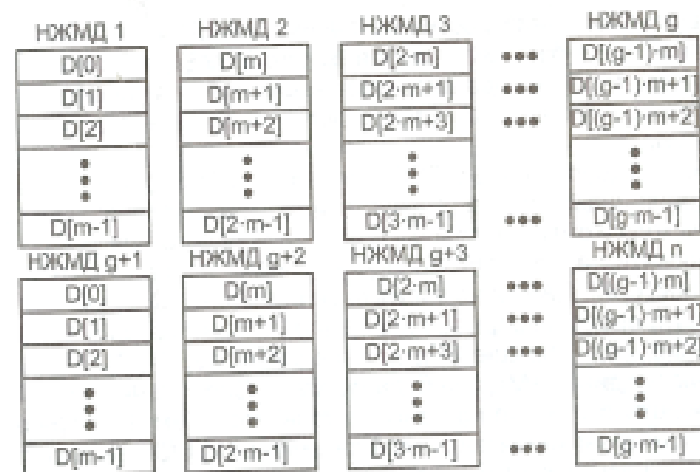


Рис. 3.6.3. Структура RAID 1

Всі НЖМД ДМ розбиваються на пари, і на кожному НЖМД в таких парах зберігають одні і ті ж дані ($n=2g$, $c=g$). Для незворотної втрати даних повинні відмовити два НЖМД однієї з пар ДМ. Тут викорис-

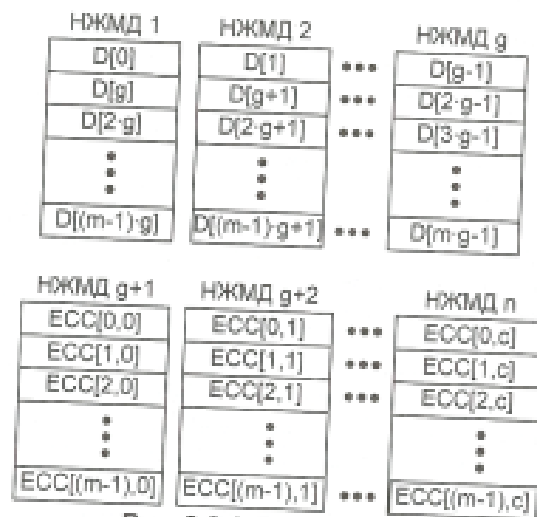


Рис. 3.6.4. Структура RAID 2

товується незалежний доступ до даних. В RAID 1 час запису може виявитися трохи більшим, ніж для одного НЖМД, залежно від стратегії запису: запис на два диски може виконуватись або паралельно для збільшення швидкості, або строго послідовно для збільшення надійності.

В RAID 2 (рис. 3.6.4, де ECC – контрольні біти коду Хеммінга) для підвищення надійності застосовується надмірне кодування з використанням коду Хеммінга ($c = \lceil \log_2(1+g) \rceil$). Така організація ДМ дозволяє відновлювати дані при відмові одного НЖМД ДМ і виявляти відмови двох НЖМД ДМ. RAID 2 не застосовують широко, тому що для зберігання контрольної інформації необхідно використовувати більше одного НЖМД і при збільшенні g зростає c (RAID 3, RAID 4 і RAID 5 використовують один НЖМД при будь-якому g). Великі значення c в RAID 2 пояснюються тим, що при використанні коду Хеммінга з'являється можливість визначення того, якою саме із НЖМД ДМ вийшов з ладу. Однак в сучасних контролерах використовують інші механізми визначення відмови того або іншого НЖМД. В RAID 2 використовується паралельний доступ до даних на рівні біт або байт.

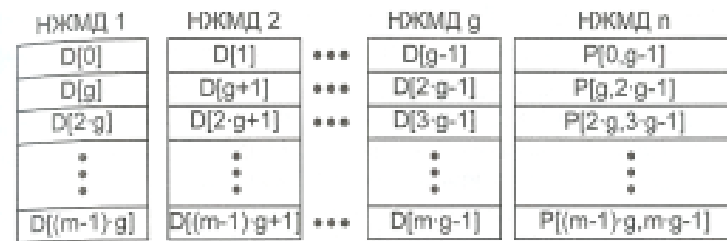


Рис. 3.6.5. Структура RAID 3

В RAID 3 (рис. 3.6.5) для підвищення надійності застосовують надмірне кодування з використанням біта парності, що записується на виділений n -й ДМ. Така організація дозволяє організувати відновлення даних при відмові одного НЖМД ДМ і потребує, щоб в системі був присутній механізм визначення несправного НЖМД (подібна вимога є і в RAID 1, RAID 4, RAID 5). В RAID 3 використовується паралельний доступ до даних на рівні біт або байт.

В RAID 4, як і в RAID 3, для підвищення надійності застосовують надмірне кодування з використанням біта парності, що записується на виділений НЖМД ДМ ($c=1$, $d=512$ байт). Відмінність між RAID 3 і RAID 4 полягає в тому, що розмір блоків даних в RAID 4 складає 512 байт або більше.

В RAID 5 (рис. 3.6.6), як і в RAID 3 і RAID 4, для підвищення надійності застосовують надмірне кодування з використанням біта парності ($c=1$; $d=512$ байт). Однак біти парності записуються не на

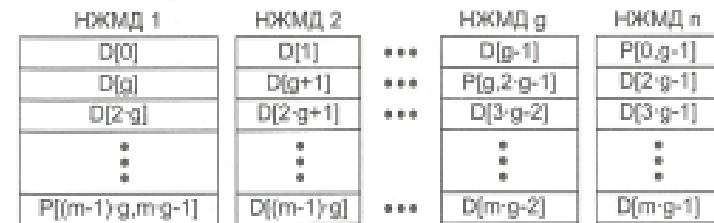


Рис. 3.6.6. Структура RAID 5.

виділений НЖМД ДМ, а розподіляються рівномірно між всіма НЖМД ДМ. Як і в RAID 4 розмір блоків даних встановлюється більше 1 байта і, як правило, становить 512 байт.

RAID-системи, за винятком RAID 0, є системами з резервуванням і відновленням даних. Відмова будь-якого НЖМД ДМ в RAID 0

приводить до втрати даних. Ймовірність безвідмовної роботи RAID 0 визначають за формулою $P_0(t) = P_c(t)P^n(t)$, де P_c - ймовірність безвідмовної роботи контролера, що надалі для простоти опущена, $P(t)$ - надійність одного НЖМД. Для Е-розподілу надійності компонент ДМ при розрахунку показників надійності ДМ із резервуванням і відновленням даних використовують теорію ланцюгів Маркова.

На сьогоднішній день кількість дисків у сучасному дисковому масиві (ДМ) може досягати 7000. Група дисків монтується в блоки, які займають одну «полицю» в «шафі» (рис.3.6.7).

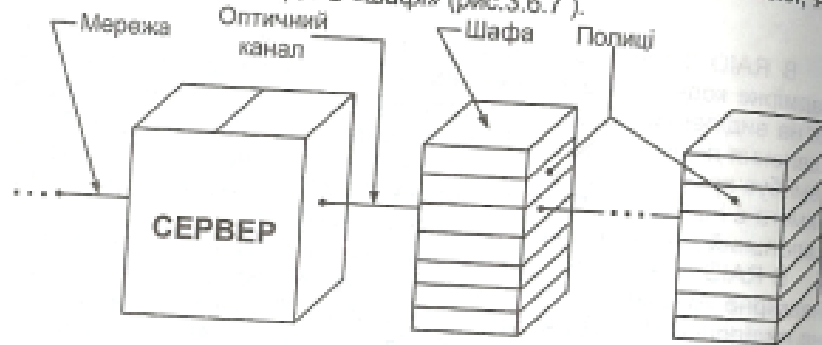


Рис.3.6.7. Схема підключення ДМ.

Кількість шаф і зайнятих в них полиць визначає загальну ємність М ДМ, що може досягати 220 Тбайт ($T - \text{тера} = 2^{40} \approx 10^{12}$). При такій кількості дисків досягти безвідмовної роботи всіх дисків у ДМ практично неможливо, що призводить до використання в ДМ різних методів підвищення надійності, у тому числі й RAID-методів 1, 3, 5, 6 або 10, що знижує їх загальну ємність М. Приклади КС - серверів і їхніх параметрів наведені в табл. 3.6.6.а і 3.6.6.б, де кількість процесорних ВІС задана трьома числами X_1, X_2, X_3 , які визначають сумарне число процесорних ВІС у КС (X_1), сумарне число (X_2) CPU у них ($X_1 = X_2$, якщо в процесорних ВІС упаковано по одному CPU і $X_2 = 2 \cdot X_1$, якщо в процесорних ВІС упаковано по два CPU) і сумарне число (X_3) потоків команд, які спроможні обробляти всі CPU КС ($X_3 = X_2$ якщо CPU може обробляти тільки один потік команд і $X_3 = 2 \cdot X_2$, якщо CPU може обробляти два потоки команд). Якість КС оцінюють вартістю (С); швидкістю роботи (V) при обробці запитів з тестів TPC-C (зарахування й зняття грошей з банківських рахунків).

TPC-H (читання й модифікація інформації з бази даних систем підтримки прийняття рішень ємністю 10 Тбайт) і інших; відношенням $S = C/V$, що залежить від типу тесту й одиниць виміру.

Таблиця 3.6.6.а. Приклади серверів з дисковими масивами

Тип сервера	IBM System p5 595	HP Integrity SuperDome (2003)	FUJITSU PRIMEQUEST 540 c/s w/51 Front-Ends.
Кількість ПЕ	32/64/128	64/64/64	16/32/64
Тип ПЕ	CPU Power 5+	Itanium 2	Itanium 2
Частота роботи ПЕ(ГГц)	2,4	1,4	1,6
КЕШ L3	1,2 Гбайт	184 Мбайт	24 Мбайт
RAM КС	2 Тбайт	1 Тбайт	1 Тбайт
ОС	AIX 5L v.5.3	HP-UX11.1 v2 64-bit	Red Hat Enterprise Linux UAS
СУБД	DB2 9	Oracle database 10g EE	Oracle database 10g EE
Вартість млн. дол	12	8,4	4,9
V(TPC-C)	4 млн. опер./хв	1 млн. опер./хв.	1,26 млн. опер./хв..
S=C/V	4 дол./опер./хв.)	8,4 дол./опер./хв.)	3,9 дол./опер./хв.)
Кількість N НЖМД	6760	2220	2144
Ємність m одного диска (Гбайт)	36,4	36,4	36,4
Швидкість обертання диска W (обер./хв.)	15000	15 000	15 000
Сумарна ємність M ДМ (Тбайт)	220	38	77,3

Таблиця 3.6.6.6. Приклади серверів з дисковими масивами

Тип сервера	HP Integrity Superdome (2006)	Sun Fire E25K Server	IBM System p5 575
Кількість ПЕ	64/128/128	72/144/144	8/8/8
Тип ПЕ	Itanium 2	Ultra SPARCIV	Power 5+
Частота роботи ПЕ(Гц)	1,6	1,5	2,2
КЕШ L3	1,2 Гбайт	--	288Мбайт
РАМ КС	512 Гбайт	228 Гбайт	64 Гбайт
ОС	HP-UX11.1 v3 64-біт	Solaris 10	AIX 5L v.5.3
СУБД	Oracle database 10g EE	Oracle database 10g EE	DB2 UDB8.2
Вартість млн. дол	6,7	5,8	8,5
V(ТРС-Н)	171 тис. опер./годину.	171 тис. опер./год.	180 тис. опер./год.
S=C/V	39 дол./ (опер./годину)	54 дол./ (опер./годину)	47 дол./ (опер./годину)
Кількість N НЖМД	3380 (з них 308 запасних)	1322	3456
Ємність n одного диска (Гбайт)	36,4	73,4	36,4
Швидкість обертання диска W (обер./хв.)	15 000	15 000	15 000
Сумарна ємність M ДМ (Тбайт)	111	97	118

3.6. Надійність накопичувачів на НЖМД

Приклад 3.6.1. Визначити напрацювання на відмову T_0 ДМ RAID 3. ДМ RAID 3 може перебувати в одному із трьох станів (рис. 3.6.8): 0 - відмов немає, 1 - відмовив один НЖМД, 2 - відмовило два НЖМД в результаті чого відбулася втрата даних. Тому для ймовірностей

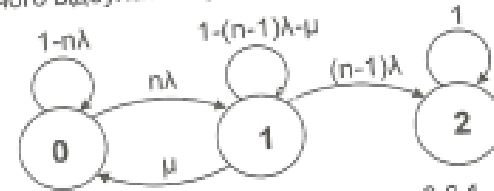


Рис. 3.6.8. Граф до прикладу 3.6.1.

$W_i (i=0,1,2)$ перебування ДМ у станах 0, 1 й 2 маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dW_0(t)}{dt} = -n\lambda W_0(t) + \mu W_1(t); \\ \frac{dW_1(t)}{dt} = n\lambda W_0(t) - ((n-1)\lambda + \mu)W_1(t); \\ \frac{dW_2(t)}{dt} = (n-1)\lambda W_1(t). \end{cases}$$

яка при $W_0(0) = 1, W_1(0) = W_2(0) = 0$ має розв'язок

$$P(t) = W_0(t) + W_1(t) = A_1 e^{-\lambda_1 t} + A_2 e^{-\lambda_2 t},$$

де $\lambda_{1,2} = 0,5((2n-1)\lambda + \mu \pm \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 4n\lambda\mu})$; $A_1 = C_1(1 - \frac{\lambda_1}{\mu} + 4\frac{\lambda}{\mu})$,

$i = 1$ або 2 ; $C_1 = \frac{(n\lambda - \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_2)}$; $C_2 = \frac{(n\lambda - \lambda_1)}{(\lambda_2 - \lambda_1)}$. У найбільш несприятливому

випадку, коли $\mu = T_B^{-1} = 200^{-1} = 0,005$ і $\lambda = 232140^{-1} = 4,31 \cdot 10^{-6}$ (годин⁻¹), $n=2$, $A_1 \approx 0$, $A_2 \approx 1$, $\lambda_2 = 1,48 \cdot 10^{-6}$ (годин).

Тому $T_0 = \lambda_2^{-1} = 67567568$ (годин). Відзначимо, що за такого T_0 ймовірність відмови ДМ за рік експлуатації дорівнює 10^{-4} . Це означає, що втрапи даних через відмову ДМ з RAID 3 будуть мати місце один раз рік на 10 000 ДМ, що в 100 раз менше, ніж в ДМ без застосування RAID 3.

Приклад 3.6.2. Для ДМ RAID 1 побудувати граф станів для визначення функції надійності.

В RAID 1 всі диски дублюються. Тому для $n=2$ г дисків ДМ може знаходитись в наступних станах: 0 - відмов в системі нема (з цього

стану можливий перехід тільки в стан 1); $1, \dots, g$ – кількість відмов в ДМ дорівнює номеру стану, але всі пари дисків, які зберігають таку ж інформацію, працюють, тому що кількість дисків з відмовами в них не більше одиниці (з цих станів можливі три переходи: один в стан з номером $i+1$, другий – в стан $i-1$ при відновленні; третій – в стан $g+1$ при відмові дискової пари); $g+1$ – відмовила одна із дискових пар. Граф станів ДМ зображений на рис. 3.6.9. При відмові ще одного диска в ДМ, який знаходиться в стані $0 < i < g$, можлива відмова ДМ, або перехід в стан $i+1$. Ймовірність цих переходів пропорційна відповідно $n-i$ та i .

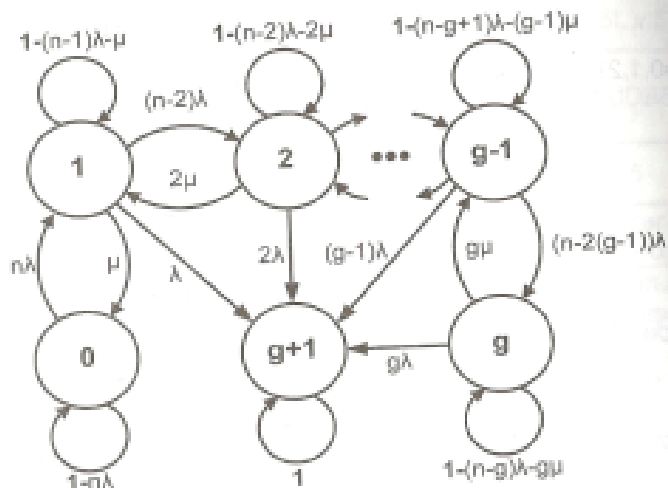


Рис. 3.6.9. Граф до прикладу 3.6.2.

Задача 3.6.1. ДМ побудовані по системі RAID $_i$ ($i=1$ при $C_2 = 1$, $i=3$ при $C_2=0$) з $\mu = 0.01(C_{30} + 1)$, $\lambda = 10^{-6}(C_{20} + 1)$ год. $^{-1}$. Для додаткового підвищення його надійності можна збільшити кількість ремонтників або запасних дисків для заміни дисків ДМ, що відмовили. Для ремонту ДМ можна використати: штатного ремонтника (затрати $S = E(0.5 + C_{10})$ в місяць на одного ремонтника, E – ціна одного диска; $T_B = 1.5$ год.; середня ціна запчастин, необхідних для одного ремонту $B = 0.5E$; тривалість ремонту шляхом заміни $T_3 = 0$); договір про обслуговування з сервісним центром ($S = 0.1 \cdot 2^{-C_4} E$ на місяць за один диск; $T_B = 20$ годин; $B = 0.6 \cdot E$; $T_3 = 3$ години); ремонт

в сервісному центрі ($S = 0.9 \cdot E$ за один ремонт; $T_B = 100$ год.; $B=0$; $T_3 = 6 + C_9$).

Розрахувати кількість запасних дисків і вибрати форму обслуговування для найдешевшого забезпечення надійності ДМ за рік роботи на рівні $P = 1 - 10^{-4}(C_{11})$.

Приклад 3.6.3. Вирішити задачу 3.6.1 для RAID1 $g = 8$. Для вирішення задачі потрібно розрахувати функцію надійності $P(t)$ системи RAID-1 для $n = 2g = 16$. Для цього треба знайти рішення системи із 10 лінійних диференціальних рівнянь (Рис. 3.6.9). При наявності восьми ремонтників відновлення дисків відбувається незалежно один від одного. Тому в цьому випадку RAID-1 можна розглядати як систему, що складається з восьми частин, відмова однієї з яких приводить до відмови системи. Тому $P_c(t) = P_2^8(t)$, де $P_2(t)$ надійність однієї пари дисків дивись приклад 3.6.1 при $n=2$.

Якщо кількість ремонтників менше 8, то відновлення дисків буде залежне. Тому для точного вирішення задачі треба знайти рішення вказаних раніш 10 рівнянь. Цей шлях має два недоліки. По-перше, він трохи громіздкий у розрахунковому плані, по-друге, від прийнятих тільки при постійних λ і μ . Тому розглянемо приблизний спосіб вирішення цієї задачі, який не має вказаних недоліків і заснований на аналізі процесу функціонування системи RAID1 (Рис. 3.6.9) при $T_0 \gg T_B$.

Відмови в такій системі можливі тільки в станах $1, 2, \dots, 8$ тоді, коли за час перебування в цих станах з'являються нові відмови дисків. Ймовірність $W_{i,g}$ цього залежить від номера і стану. В стані 1 працюють 15 дисків. Тому ймовірність відмови одного з них дорівнює $15 \cdot P_1^{14} \cdot (1 - P_1) = 15 \cdot (1 - P_1)$, де $P_1 = P(\theta_1)$ – надійність одного диску, θ_1 – середній час перебування системи в стані 1.

Якщо відмовить диск, який був в парі з диском, що відмовив (при переході з стану 0 в стан 1), то система перейде в стан 9 (відмова). Інакше система перейде в стан 2. Тому ймовірності цих переходів дорівнюють $W_{12} = 14 \cdot (1 - P_1)$, $W_{19} = 1 - P_1$.

Аналогічно, для станів $2, \dots, 8$ отримаємо:

$$W_{2,3} = 12 \cdot (1 - P_2), \quad W_{2,9} = 2 \cdot (1 - P_2)$$

$$W_{3,4} = 10 \cdot (1 - P_3), \quad W_{3,9} = 3 \cdot (1 - P_3)$$

$$W_{4,5} = 8 \cdot (1 - P_4), \quad W_{4,9} = 4 \cdot (1 - P_4)$$

$$W_{5,6} = 6 \cdot (1 - P_5), \quad W_{5,9} = 5 \cdot (1 - P_5)$$

$$W_{8,7} = 4 \cdot (1 - P_8), \quad W_{6,9} = 6 \cdot (1 - P_6)$$

$$W_{7,8} = 2 \cdot (1 - P_7), \quad W_{7,9} = 7 \cdot (1 - P_7)$$

$$W_{8,9} = 8 \cdot (1 - P_8),$$

де $P_i = P(\theta_i)$, θ_i - середній час перебування системи в стані $i = (2, 8)$.

Час θ_i можна знайти, розглянувши кількість переходів із стану i в інші стани. Таких переходів за термін t буде t/θ_i і вони складаються з переходів в стан $i-1$ через відновлення (їх кількість t/T_B на один відновлюваний диск) і через відмови (їх кількість t/T_0 на один працюючий диск). Якщо в стані i кількість відновлювальних і працюючих дисків дорівнює відповідно i і $16-i$, то $t/\theta_i = (t \cdot i)/T_B + t \cdot (16-i)/T_0$. Тому $\theta_i = T_B \cdot T_0 / (i \cdot T_0 + (16-i) \cdot T_B)$.

Припустимо, що система працює наступним чином. Опинившись в стані 1 система при відмові одного з дисків з ймовірністю $W_{1,9}$ відмовляє, з ймовірністю $W_{1,2}$ переходить в стан 2 і з ймовірністю $1 - W_{1,2} - W_{1,8}$ переходить в стан 0. В стані 2 вона з ймовірністю $W_{2,9}$ відмовляє, з ймовірністю $W_{2,3}$ переходить до стану 3 і з ймовірністю $1 - W_{2,3} - W_{2,9}$ переходить до стану 1 і далі до стану 0. В стані 3, 4, ..., 8 система працює аналогічно. Тоді ймовірність відмови (переходу в стан 9) буде дорівнювати

$$Q_{1,9} = W_{1,9} + W_{1,2} \cdot W_{2,9} + W_{1,2} \cdot W_{2,3} \cdot W_{3,9} + W_{1,2} \cdot W_{2,3} \cdot W_{3,4} \cdot W_{4,9} + \\ + W_{1,2} \cdot W_{2,3} \cdot W_{3,4} \cdot W_{4,5} \cdot W_{5,9} + W_{1,2} \cdot W_{2,3} \cdot W_{3,4} \cdot W_{4,5} \cdot W_{5,6} \cdot W_{6,9} + \\ + W_{1,2} \cdot W_{2,3} \cdot W_{3,4} \cdot W_{4,5} \cdot W_{5,6} \cdot W_{6,7} \cdot W_{7,9} + W_{1,2} \cdot W_{2,3} \cdot W_{3,4} \cdot W_{4,5} \cdot \\ \cdot W_{5,6} \cdot W_{6,7} \cdot W_{7,8} \cdot W_{8,9} \quad (3.6.2)$$

і вона дорівнює ймовірності відмови системи в розрахунку на одне попадання системи в стан 1.

За час t таких попадань для системи з 16-ма дисками буде $n = 16t/T_0$. Тому надійність $P_C(t)$ системи за час t буде дорівнювати ймовірності того, що за n «випробувань» жодного разу відмов не буде $P_C(t) = (1 - Q_{1,9})^n \approx 1 - n \cdot Q_{1,9} = 1 - 16 \cdot t \cdot Q_{1,9}/T_0$.

При виведенні формули (3.6.2) припускалось, що система переходить в стан 9 (відмова) по «найкоротшому шляху» типу:

$$K_i = W_{1,2} W_{2,3} \dots W_{i-1,i} W_{i,9}, \quad \text{де } i \leq 8.$$

Зрозуміло, що це не завжди так, але будь-який інший більш довгий шлях з поверненням з стану i в стан $i-1$ і наступною відмовою буде менш ймовірним.

Наприклад, ймовірність $K_{1,1}$ переходів системи з стану 1 в стан 2 (коротко 1-2), 2-3, ..., (i-1)-i, -(i+1), (i+1)-i, i-9 (перехід з однокроковим поверненням) буде дорівнювати

$$K_{1,1} = W_{1,2} \cdot W_{2,3} \dots W_{i-1,i} \cdot W_{i,i+1} \cdot W_{i+1,i} \cdot W_{i,9}, \quad \text{де } i \leq 7.$$

Звідси отримуємо $K_{i-1}/K_i = W_{i,i+1} \cdot W_{i+1,i}$.

Аналогічно при переходах з j -кроковим поверненням отримуємо:

$$K_{i,j}/K_i = W_{i,i+1}^j \cdot W_{i+1,i}^j.$$

Ця формула дозволяє оцінити точність окремих складових K_i в формулі (3.6.2) наступним чином.

Перехід в стан 9 (відмова) з стану i може відбутися як по найкоротшому шляху (враховується ймовірність K_i), так і по шляху з одно-, дво-, трьох- і т.д. кроковим поверненням (в формулі 3.6.2 не враховано). Сумарна ймовірність неврахованих і врахованих переходів буде дорівнювати

$$S_i = K_i \cdot \sum_{j=0}^{\infty} W_{i,i+1}^j \cdot W_{i+1,i}^j \leq K_i \cdot \sum_{i=0}^{\infty} a^j \cdot b^j,$$

де $a = \max_i W_{i,i+1}$, $b = \max_i W_{i+1,i}$.

Звідси $S_i = K_i \cdot (1 + a \cdot b / (1 - a \cdot b)) = K_i / (1 - a \cdot b)$.

Таким чином, уточнене значення:

$$P_C(t) = (1 - Q_{1,9} / (1 - a \cdot b))^n \approx 1 - 16 \cdot t \cdot Q_{1,9} / (T_0 \cdot (1 - a \cdot b)).$$

4. НАДІЙНІСТЬ І КОНТРОЛЬ КОМП'ЮТЕРІВ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

4.1. ПРИКЛАДИ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ПІДВИЩЕНОЇ НАДІЙНОСТІ. Прогрес інтегральної технології виробництва комп'ютерних компонент, швидке зниження їх вартості і підвищення ступеня інтеграції ІМС є причинами розвитку теорії і практики створення відмовостійких CPU і КС.

Провідні фірми-виробники CPU і КС розробили розгалужені програми забезпечення надійності. Наприклад, в CPU сімейства VAX введені апаратні й програмні засоби збору і зберігання відомостей про помилки в роботі окремих пристроїв, які надалі використовуються для діагностики і технічного обслуговування CPU і проектування нових КС. Фірма IBM в CPU серії 3090 використала всі найбільш поширені методи забезпечення надійності, а саме:

- Резервування. Два, чотири або шість центральних процесорів можуть виконувати функції один одного. Оперативний ЗП (RAM) має резервні ІМС пам'яті для автоматичної заміни ІМС, що відмовили. Багатократне резервування пристроїв вводу-виводу з повною системою зв'язків між ними й іншими пристроями. Резервоване безперебійне джерело живлення.
- Коригувальні коди. виправлення однібітових і виявлення двобітових помилок в RAM. виправлення двобітових і виявлення трибітових помилок у зовнішньому ЗП. Контроль по парності внутрішніх комп'ютерних передач інформації.
- Часова надмірність. Повторне виконання команд. Оскільки більшість помилок в КС викликані випадковими збоями, які є наслідком короткочасних дестабілізуючих процесів (наприклад, нестабільність живлення), то замість спроби повторного виконання команд безпосередньо після виявлення помилки, КС припиняє своє функціонування, що дозволяє джерелу випадкової помилки зникнути. Така пауза триває від 5 мс до 5 с.
- Захист інформації. Багаторівневий захист даних по ключам.
- Контроль і управління температурним режимом роботи КС.
- Самодіагностика і автоматизоване технічне обслуговування. Використання апаратних засобів виявлення і локалізації відмов. Відключення пристроїв, що відмовили. Автоматичне звернення до сервісного центру фірми (наприклад, IBM) з метою аналізу і усунення причин відмови, технічного обслуговування з наступним тестуванням КС і аналізом завдань користувача.

4.1. Приклади КС підвищеної надійності

Ці методи разом із вдосконаленням структури КС дозволили постійно підвищувати найбільш важливі показники надійності: напруження на збій T_0 і кількість $M=N \times 10^{12}$ операцій, що виконуються між збоями (табл. 4.1.1). Одним із шляхів збільшення N є забезпечення відмово стійкості КС.

Таблиця 4.1.1. Показники надійності деяких КС

Система	T_0 , (годин)	N
B5500	15	0,03
PDP-10	10	0,04
Chi/05	17	0,07
Dual 370/165	9	0,28
SLAC	20	0,23
Cray-1	4	1,90
Sun II	1000	7,20
Tandem	16000	57,6

Найпростіші відмовостійкі КС створюють на основі резервування. Прикладом такого резервування може служити КС AS220, що є основою для дубльованої (AS220H) та потроєної (AS220HF) модифікацій. В КС AS220HF (рис. 4.1.1) процесор P і ЗП M потроєні і працюють синхронно, що забезпечує виявлення відмов протягом одного машинного циклу. Пристрої вводу IU і виводу OU не резервуються, тому що помилки в їх роботі легко виявляються.

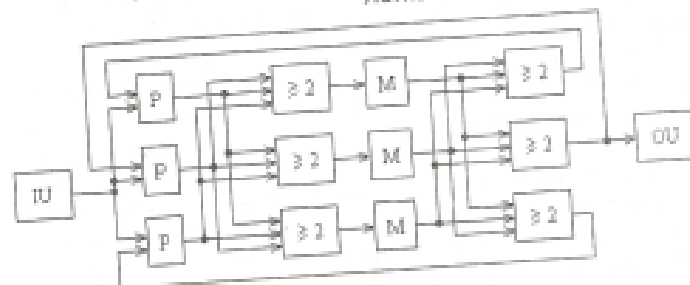


Рис.4.1.1. Структура КС AS220HF.

Поліпшення показників надійності вимагає збільшення апаратної надмірності. Наприклад, у відмовостійкій КС Stratus (рис. 4.1.2) використаний трикратний резерв основних пристроїв з дубльованою загальною шиною (B1 і B2). Тому можна вважати, що система складається із двох дубльованих CPU. Кожен пристрій такої КС містить схему контролю (CHU) з самоперевіркою, що визначає факт неправильної роботи пристрою по розбіжності вихідних сигналів. У випадку виявлення помилки дубльований пристрій переводиться з робочого стану в режим перевірки для з'ясування причин (збій, відмова) виникнення помилки. Якщо відбулася відмова, то виконують заміну при-

строю, що відмовив, і новий пристрій включається в роботу. У випадку збою дані виправляються, і сигнал помилки знімається. Оскільки

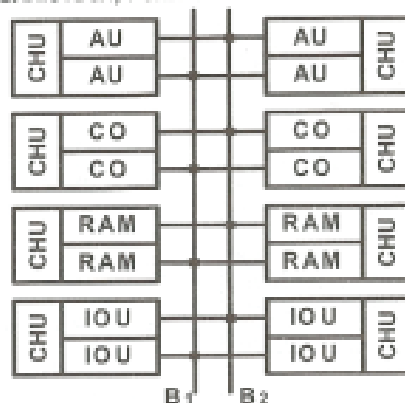


Рис 4.1.2. Структура КС Stratus.

інтенсивність збоїв на декілька порядків вища за інтенсивність відмов, то така організація відновлення правильної роботи пристрою значно зменшує час перебування КС в невідомостійкому стані, коли можливе тільки виявлення, але не виправлення помилки. Внаслідок цього значно зростає надійність системи. Варто відзначити, що помилка в роботі одного із пристроїв може викликати неправильні результати на виходах інших пристроїв, що вимкне їх із роботи на тривалий час, якщо помилка не буде виявлена при першому ж її прояві. Крім того, якщо результат з помилкою буде використаний тим же пристроєм, то помилку буде містити і новий результат, тобто випадковий збій виявить себе як відмова. Тому режим перевірки є досить ефективним способом підвищення надійності КС.

Недоліком такого методу забезпечення відмовостійкості є його досить велика надмірність. Зменшити її з незначною втратою коригувальних властивостей можна шляхом застосування пристроїв з наскрізним контролем. У цьому випадку роль другого пристрою, по якому визначається наявність (відсутність) помилки, виконує пристрій наскрізного контролю. Для пристроїв передачі й зберігання даних це може бути контроль по парності, а для обчислювальних пристроїв - контроль по модулю. Якщо не враховувати витрати на наскрізний контроль, то можна вважати, що надмірність такого методу в два рази менша, ніж у системі Stratus, і дорівнює 2. Цей метод реалізований у системі ESS, що призначена для комутації телефонних каналів. Метою створення системи було забезпечення двох годин простою за 40 років роботи (3 хвилини за рік). З цією метою ESS конструктивно

4.1. Приклади КС підвищеної надійності

була виконана у вигляді чотирьох дубльованих пристроїв, які зв'язані між собою дубльованими шинами. Оскільки для функціонування системи потрібний був тільки один комплект пристроїв, то за рахунок цього досягалося багато варіантів конфігурування працездатної системи. Тут дублювання використовувалося не тільки для запобігання відмов апаратної частини, але й для виявлення помилок і синхронізації. Багато із ІМС, що використані в системі ESS, мають властивість самотестування.

Дані про ймовірність P_i безвідмовної роботи за $i=1,2,3$ роки та еквівалентні їм інтенсивності відмов для деяких авіаційних КС, в яких використане резервування, приведені в табл. 4.1.2.

Таблиця 4.1.2. Показники надійності деяких авіаційних КС.

	Фірма-виробник, тип КС					
	CDC, 469	DELCO, M382	GEDEC, PDP11	LITON, 4516E	RCA, SCP234	Rockwell, DF224
P_1	0,925	0,99	-	-	-	-
P_2	-	-	0,99	0,98	0,899	-
P_3	-	-	0,95	-	-	0,92
$10^6 \cdot \lambda_E$	8,6	1,1	0,6 - 1,9	1,1	5,8	2,3

Резервування використовують не тільки на рівні пристроїв, але і на рівні всього CPU. Прикладом може бути система FTMP для управління польотом літака. Дев'ять CPU такої системи об'єднані в три групи по три CPU. Як CPU у групі, так і окремі групи ввімкнені за схемою мажоритарного резервування. Внаслідок цього фактично здійснюється дев'ятикратне мажоритарне резервування. Якщо $1-q = P$ - надійність одного CPU, то надійність однієї групи дорівнює

$$P_3 = 1 - q_3 = 1 - q^3 - 3q^2(1-q) = 1 - 3q^2 + 2q^3.$$

Тоді для всієї системи одержимо

$$P_C = 1 - 3q_3^2 + 2q_3^3 \approx 1 - 27q^4.$$

Оскільки система призначена для управління польотом літака, то основним показником надійності для неї є ймовірність безвідмовної роботи за час польоту, наприклад, за 10 годин. Для $q = 1 - 3q^{\lambda t} \approx \lambda t = 10\lambda$ маємо $P_C = 1 - 2,7 \cdot 10^5 \lambda^4$, що при $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-4}$ дає відповідно $P = 0,9975$ і $P_C = 1 - 10^{-9}$. Таким чином, нерезервованій CPU відмовляв би у середньому 25 разів за 10000 польотів або один раз за 400 польотів. В той же час у резервованій системі одна відмова приходить на 10^9 польотів. Якщо врахувати, що в день літак може зроби-

бити тільки два 10-годинних польоти, а термін служби літака приблизно дорівнює 20 рокам, то в середньому одна відмова буде виникати при експлуатації 6849 літаків протягом 20 років. Це вказує на практичну безвідмовність такої системи.

У наведених прикладах склад обладнання фіксований, що не відповідає сучасним тенденціям, а саме: створенню універсальних засобів, здатних адаптуватися до заданих вимог, наприклад, по надійності та продуктивності. Такими універсальними засобами є багато-процесорні відмовостійкі КС на основі мікрокомп'ютерів. Прикладом такої КС може бути система "Тандем", що складається (рис.4.1.4) з дубльованою загальною шиною, до якої підключаються не

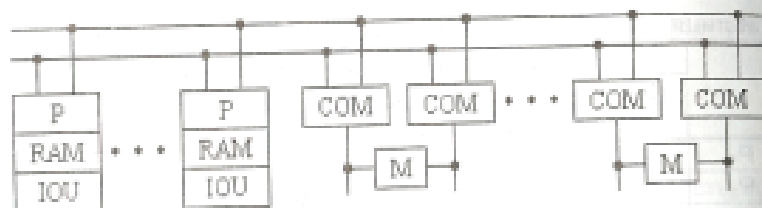


Рис.4.1.4. Структура КС "Тандем".

менше, ніж два КС і дискових ЗП. Кожен CPU містить процесор P, RAM і пристрій вводу-виводу IOU. Процесори, пристрої управління дисками COM і самі диски M мають два порти, що забезпечують зв'язок всіх пристроїв один з одним навіть при відмові одного з них. Програми обчислень розбиті на частини, які завершуються так званими контрольними точками. Кожна частина обчислюється на двох процесорах, після чого процесори обмінюються результатами. Збіг результатів свідчить про відсутність помилок, внаслідок чого процесором генерується сигнал "я живий". Відсутність такого сигналу від деякого процесора протягом певного часу сприймається іншими процесорами як його відмова. По факту відмови працюючі процесори вносять зміни у свої керуючі програми, які свідчать про відмову одного із процесорів і неможливість обміну інформацією з ним. Внаслідок цього процесор, який відмовив, виключається з роботи, а його виходи переходять в стан з високим вихідним опором і не заважають іншим процесорам працювати.

У системах типу "Тандем" висока надійність досягається за рахунок надмірності як апаратних, так і програмних засобів, що цілком допустимо при створенні високонадійних спеціалізованих КС. Негативним наслідком такого підходу часто є необхідність корекції програмного забезпечення. На відміну від цього в відмовостійких КС з тільки апаратною надлишковістю (типу Stratus) такої корекції робити

4.1. Приклади КС підвищеної надійності

не треба, що розширює можливості застосування стандартного програмного забезпечення.

Особливий клас відмовостійких КС становлять системи, встановлені на космічних кораблях. Характерною відмінністю таких КС є їх тривала експлуатація без ремонту, що досягається всіма можливими способами забезпечення надійності, у тому числі:

- самотестуванням всіх пристроїв при збоях (наприклад, контролювати ЗП можна шляхом додавання всіх даних на n -розрядному суматорі із циклічним переносом, де n - довжина машинного слова;
- наскрізним контролем пристроїв за рахунок використання фізичного (два або більше пристроїв виконують ті самі функції) або функціонального (різні пристрої виконують функції один одного) резервування;
- спеціальними тестами, що ініціюються з Землі, для діагностики і відключення пристроїв, які відмовили.

Наприклад, у космічному кораблі Voyager (1977 р.) була використана КС з резервуванням всіх пристроїв.

Головною відмінністю архітектури мікропроцесорів (МП): 19 МП системи Voyager було використання мікропроцесорів (МП): 19 МП об'єднані шиною даних у розподілену систему для керування кораблем і ще 8 МП - для наукових цілей.

Система Sift (Software-Implemented Fault Tolerance) мала ймовірність відмови 10^{-9} за 10 годин роботи, що означає 1,14 мільйона років функціонування (в середньому) без відмови. Для забезпечення надійності в системі Sift використано N незалежних CPU, що зв'язані між собою повною системою зв'язків ($N(N-1)$ зв'язків). Програмне забезпечення Sift розділене на велику кількість завдань. Надійність забезпечується тим, що вирішення завдань не залежить від числа справних CPU. Правильний результат підтверджують шляхом мажоритарного порівняння декількох рішень. Помилки виявляють по неідентичності рішень, їх також використовують для визначення CPU, що відмовив, та зміни конфігурації системи. Кількість CPU, що виконують одне і те ж завдання, може варіюватися залежно від самого завдання.

У космічному кораблі Shuttle (рис. на першій сторінці обкладинки) використано дві дублюючі одна одну КС з п'ятикратним мажоритарним резервуванням. Кожен CPU системи складається з центрального процесора CP, центрального контролера вводу-виводу CIO і 24 контролерів CB_{*i*} шин ($i = \overline{1, 24}$). Всі ці три частини CPU можуть працювати асинхронно. Вказані 24 шини служать для об'єднання всіх компонентів системи з метою багатократного резервування. П'ять шин кожного CPU використані для зв'язку всіх CPU між собою. Це дозволяє

кожному з CPU одночасно передавати свої дані на входи чотирьох інших CPU і в цей же час одержувати дані від них. Інші 19 шин кожного CPU використані для обміну даними з сенсорами телекамери ТМ (одна шина), зовнішньою пам'яттю М (2-кратний резерв), пристроєм зв'язку FR з наземним CPU (2-кратний резерв), контролером СМР маніпулятора (2-кратний резерв), клавіатурою К і дисплеєм D (4-кратний резерв) і з особливо важливими для керування кораблем контролерами й датчиками СШ (8-кратний резерв). Координує роботу всіх CPU операційна система (ОС). Вона стежить за ідентичністю даних, що надходять від дубльованих компонентів системи на входи дублюючих один одного CPU. Приблизно 330 разів за секунду (тобто кожні 3 мс) ОС ініціює запити на порівняння результатів роботи всіх CPU. Відсутність протягом 4 мс відповіді "результати зійшлися" трактується як відмова CPU, який не відправив відповіді. Надалі всі компоненти КС ігнорують результати роботи CPU, що відмовив.

Після другої відмови система звертається до дублюючої системи, що може шляхом порівняння і самотестування ізолювати відмову.

4.2. ДІАГНОСТИКА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ. Хоча надійність КС постійно зростає, поява відмов у них цілком можлива. Дуже часто для переводу КС у робочий стан необхідно відшукати й замінити блок, що відмовив. Заміна виконується досить просто, однак значно складніше локалізувати відмову. КС перших поколінь обслуговували кваліфікованими фахівцями, які застосовували інтуїтивні прийоми пошуку відмов, що базувалися на досвіді їх роботи на даній КС. Як допоміжні засоби використовували різні випробувальні програми, однак через їх недосконалість основний тягар локалізації відмов покладалася на обслуговуючий персонал.

Зараз такий підхід до діагностики відмов неприйнятний з ряду причин. По-перше, досвід експлуатації сучасних КС досить важко накопичувати і узагальнювати, оскільки відмови стали рідкісними подіями, крім того з'являються все новіші і досконаліші системи. По-друге, зі зменшенням вартості ІМС з'явилися КС з широкими логічними можливостями і складними структурами, що нараховують мільйони компонентів. По-третє, мікромініатюризація ускладнює доступ до блоків для обслуговуючого персоналу. Нарешті, швидкий ріст кількості КС, що знаходяться в експлуатації, вимагає спрощення їх обслуговування. Все це в сукупності призвело до того, що сучасні КС мають систему засобів діагностики, які дозволяють швидко знаходити блоки, що відмовили.

Залежно від виду використовуваних засобів розрізняють програмну, апаратну і програмно-апаратну діагностику. Розрізняють також внутрішню і зовнішню діагностику. За внутрішньої діагностики діагностичні засоби розміщуються всередині пристрою, що діагностується, а за зовнішньої - поза ним. Залежно від часу включення розрізняють оперативну і профілактичну діагностику. Оперативні засоби діагностики включаються в роботу по сигналу відмови, що виявляється системою контролю, профілактична ж діагностика виконується періодично в заздалегідь заплановані проміжки часу.

Основними засобами програмної діагностики є контролюючі і діагностичні програми, які складаються із сукупності відносно невеликих по обсягу підпрограм - тестів. Кожним тестом здійснюється завантаження вхідних даних в блок, який перевіряється і який виконує над цими даними за допомогою комп'ютерних команд обмежене число дій. Результат цих дій порівнюється із заздалегідь визначеним еталонним значенням. У справному блоці результати виконання всіх тестів повинні збігатися з еталонними. З іншого боку, яка б не була несправність, завжди можна скласти такий тест, результат виконання якого спотворюється при наявності даної несправності.

Складання системи тестів, а потім і формування з них контролюючих і діагностичних програм зручно виконувати за допомогою так званої діагностичної таблиці (табл. 4.2.1). Число N рядків діагностичної таблиці (ДТ) дорівнює кількості тестів, а число M стовпчиків - числу можливих відмов. При цьому враховуються тільки одиночні відмови, тому що в протилежному випадку обсяг ДТ збільшився б до неймовірних розмірів (число одиночних, подвійних і т.д. відмов дорівнює

Таблиця 4.2.1. Структура діагностичної таблиці (№ - номер тесту)

№	Номери відмов					
	1	2	...	j	...	M
1	0	1	...	D_{1j}	...	D_{1M}
2	0	1	...	D_{2j}	...	D_{2M}
...
i	D_{i1}	D_{i2}	...	D_{ij}	...	D_{iM}
...
N	D_{N1}	D_{N2}	...	D_{Nj}	...	D_{NM}

$\sum_{i=0}^M C_M^i = 2^M$). Частково

врахувати багаторазові відмови можна за рахунок того, що всі багаторазові відмови в межах одного змінного блоку можна вважати як одну відмову, а сполучення двох і більше відмов, які зустрічаються найчастіше, можуть бути враховані, як самостійні відмови.

ДТ заповнюється символами $D_{ij}=1$, якщо i -й тест при наявності j -ї відмови виконується неправильно, або $D_{ij}=0$, якщо i -й тест при наявності j -ї відмови виконується правильно. Для того, щоб сукупність тестів була достатньою для виявлення всіх відмов, необхідно, щоб у будь-якому стовпчику ДТ була хоча б одна одиниця. За виконання цієї умови неважно скласти всі можливі контролюючі програми, а саме: k -а контролююча програма повинна складатися з тестів, для яких

$$D_{1k} = D_{2k} = \dots = D_{Mk} = 1,$$

де $a_{jk} \in \{1, 2, \dots, N\}$ - номери тестів k -ї контролюючої програми.

Маючи всі можливі варіанти контролюючих програм, можна з них вибрати оптимальну. Наприклад, ту в якій міститься найменше число тестів, що покривають всі стовпчики ДТ. Оскільки при наявності відмови контролюючі програми (КП) виконуються доти, доки якимось тестом не буде виявлена відмова, то на перше місце в КП варто ставити ті тести, які виявляють найбільшу кількість відмов.

Після виявлення контролюючою програмою відмови виникає завдання її локалізації, що вирішується діагностичною програмою (ДП). Для того, щоб які-небудь дві несправності можливо було розрізнити, необхідно і достатньо, щоб їхні стовпчики в ДТ відрізнялися хоча б в

одному розряді, тобто, щоб існував хоча б один тест, що правильно виконується при одній несправності і неправильно виконується при іншій. По мірі виконання тестів формується N -розрядний ключ відмов, i -й ($i=1, 2, \dots, N$) розряд якого визначається з умови

$$K_i = \begin{cases} 0, & \text{якщо } i\text{-й тест виконується правильно,} \\ 1, & \text{якщо } i\text{-й тест виконується неправильно.} \end{cases}$$

Порівнюючи ключ відмови із стовпчиками ДТ, визначають номер j відмови, що повинен задовольняти умові:

$$\bigwedge_{i=1}^N (K_i D_{ij} \vee \overline{K_i D_{ij}}) = 1. \quad (4.2.1)$$

При великій кількості можливих відмов і малому числі тестів умови (4.2.1) можуть задовольняти множина несправностей, тобто, рівень локалізації буде недостатній. Для усунення цього недоліку є дві можливості: 1) збільшити кількість тестів; 2) робити аналіз характеру помилки. Збільшення кількості тестів вимагає додаткової пам'яті для їх зберігання і часу КС для їх обробки. Тому більш ефективною є друга можливість (особливо коли закон, що пов'язує характер спотворення результату з характером несправності, досить простий). Так буває в регістрах, суматорах і інших вузлах, коли номер спотвореного розряду в результаті тесту однозначно пов'язується з номером розряду, який відмовив у вузлі. Для реалізації цієї можливості в ЗП КС повинні зберігатися еталони не тільки правильних, але і неправильних результатів тестів, характерних для різних відмов КС.

Якщо після проходження ДП виявиться, що жоден із стовпчиків не задовольняє умові (4.2.1), то це означає, що має місце або несправність, неврахована в діагностичній таблиці, або збіг декількох відмов. Якщо виключити першу можливість і вважати, що коли який-небудь тест виконується неправильно за j -ї відмови, то він буде виконуватися неправильно і при збігу j -ї відмови з іншими відмовами, тоді всю множину кратних відмов можна виділити шляхом знаходження стовпчиків, для яких виконується умова

$$\bigwedge_{i=1}^N (K_i D_{ij} \vee \overline{D_{ij}}) = 1 \quad \text{або} \quad \bigwedge_{i=1}^N (K_i \vee \overline{D_{ij}}) = 1.$$

Приведені вирази означають, що тести, які за j -ї несправності повинні виконуватися неправильно ($D_{ij}=1$), дійсно виконувалися неправильно.

Останнім етапом проектування програмного діагностичного контролю є формування з отриманої раніше системи тестів ДП. Відомо два основних способи об'єднання тестів у ДП. По першому способу

всі тести (T_1, T_2, \dots) формуються в ДП так, що перехід від даного тесту до наступного не залежить від результату проходження даного тесту. Результати роботи ДП аналізуються тільки після виконання всіх тестів. Більш гнучким є другий спосіб, по якому всі тести розташовуються в ДП у вигляді дерева (рис. 4.2.1). Вибір тієї або

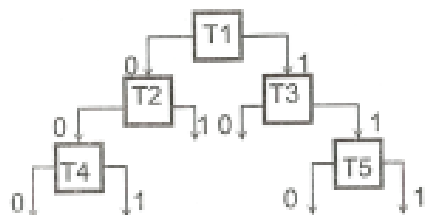


Рис.4.2.1. Структура ДП по другому способу.

іншої гілки здійснюється залежно від результатів виконання чергового тесту, тобто відбувається послідовне уточнення місця відмови. Внаслідок цього під час роботи ДП виконуються тільки невелика частина тестів, а саме: $\log_2 N$, де N – загальна кількість тестів.

Перевага програмної діагностики полягає у її простоті. Реалізація такої діагностики не вимагає ні спеціального обладнання, ні зміни структури КС. Однак програмна діагностика має і ряд істотних недоліків. По-перше, складання списку несправностей і наборів діагностичних програм є досить трудомістким процесом. Так, наприклад, для контролю 40-розрядного арифметичного пристрою потрібно близько 260 тестів, причому список несправностей містить близько 200 найменувань. По-друге, програмна діагностика вимагає великих витрат машинного часу, тому що для одержання коду відмови потрібно виконання багатьох тестів. По-третє, сам принцип програмної діагностики є суперечливим, бо виявлення і локалізація відмови доручається КС, у справності якої нема впевненості. Внаслідок цього програмна діагностика не в змозі контролювати все обладнання КС.

Всі ці недоліки не властиві апаратній діагностиці (АД), що здійснюється додатковим обладнанням, призначеним тільки для пошуку місця відмови. Найпростішим прикладом АД є навантажене резервування з індикацією помилок по розбіжності вихідних сигналів. Перевагою АД є також відсутність затримки у визначенні місця відмови і можливість фіксації збоїв. Однак у АД є і істотний недолік, що полягає в необхідності додаткової, значної за обсягом, апаратури.

Апаратно-програмна діагностика (АПД) сполучає в собі переваги як програмної, так і апаратної діагностики, а саме: відсутність громіздкої додаткової апаратури, високий ступінь автоматизації про-

цесу пошуку відмов, можливість досягнення практично будь-якої глибини діагностики, повний контроль всієї апаратури КС, насичну індикацію номера несправного блоку. До недоліків АПД можна віднести необхідність врахування при проектуванні КС вимог діагностики до структури КС і конструктивного розміщення її обладнання. Отже, це єдиний спосіб побудови ефективної системи діагностичного контролю. Суть вищезгаданих вимог зводиться до наступного.

1. **Просторовий доступ.** Звичайно, програмі в КС доступна невелика частина регістрів і елементів пам'яті. В той же час, для локалізації відмов важливо мати можливість визначати стан будь-якого елемента. Отже, необхідно прагнути до збільшення просторового доступу ДП до окремих вузлів КС.

2. **Часовий доступ.** Звичайно в КС мінімальний інтервал часу між моментами, у які ДП могла б визначити стан КС, дорівнює командному циклу, а безліч проміжних станів – недоступні ДП. Помилка, що з'явилася в процесі виконання команди, може бути сплутворена наступними мікроопераціями, що в значній мірі ускладнює діагностику. Тому для полегшення діагностики варто прагнути до забезпечення можливості зупинок КС у будь-якому проміжному циклі виконання команди.

3. **Розчленовування** (розподіл обладнання між блоками). Збільшення обсягу обладнання в блоках і правильний його розподіл по блоках спрощує діагностику. Якщо, наприклад, тригер і всі логічні елементи, що відносяться до одного розряду регістра, включені до одного блоку, то виявлення помилки в даному розряді дозволяє одночасно визначити і несправний блок.

4. **Однорідність.** Вимога по однорідності (повторюваності) полягає в зменшенні числа типів блоків. Чим вище однорідність, тим простіша діагностика, тому що одна і та ж діагностична процедура може бути використана для більшого числа однотипних блоків.

Діагностична процедура в КС з АПД являє собою послідовність так званих діагностичних експериментів, кожний з яких складається із трьох частин: 1) подача на вхід досліджуваного блоку комбінації сигналів – стимулів; 2) виконання досліджуванним блоком послідовності операцій; 3) визначення вихідних сигналів, що виробляє досліджуваний блок, і оцінка отриманих результатів.

Для реалізації цієї процедури використовуються тести локалізації помилок у поєднанні із спеціальною апаратурою, що призначена тільки для перевірки. Частина цієї апаратури використовується для установки блока в спеціальний стан перед експериментом і для фіксації стану блока після експерименту. Це здійснюється шляхом виконання операцій "установка" і "опитування". "Опитування" виконується

шляхом запису в фіксовану зону пам'яті стану кожного тригера блоку. Операція "установка" є зворотною до "опитування"; інформація із спеціальної зони пам'яті використовується для установки блока в фіксований стан. Оскільки не всі регістри і тригери програмно доступні, то для виконання цих операцій вводяться додаткові зв'язки, що використовуються тільки для діагностики і не використовуються при нормальній роботі КС. Завдяки цим зв'язкам збільшується просторовий доступ до блоків. Операції "опитування" і "установка" є потужним засобом діагностики, тому що дозволяють безпосередньо після виявлення помилки засобами контролю повністю зберегти стан блока для наступного аналізу обслуговуючим персоналом або за допомогою спеціальних програм. Крім того, пізніше блок може бути знову встановлений у цей же стан за допомогою операції "установка". Врешті, розробник ДП може перед виконанням тесту встановити об'єкт перевірки в будь-який зручний для нього стан, записуючи відповідну інформацію в спеціальну зону пам'ятіЗП і виконуючи потім операцію "установка". Це полегшує складання тестів і спрощує формування та подачу потрібних стимулів на даний блок.

Інша частина спеціальної діагностичної апаратури використовується для створення тимчасового доступу, тобто для того, щоб блок можна було зупинити в будь-якому проміжному такті командного циклу. Це дозволяє виконувати невеликі частини командного циклу або навіть окремі мікрооперації, а потім аналізувати отримані результати за допомогою програм.

Для одержання тестів локалізації помилок можуть бути використані різні методи, наприклад, метод активізації одновимірного шляху. Суть його пояснимо на прикладі складання тесту для діагностики перемикальних схем (ПС). Припустимо, що деяка ПС складається з окремих логічних елементів (ЛЕ) і не має зворотних зв'язків, а кожен ЛЕ може мати одну з трьох несправностей, а саме: 1) вихідний сигнал $Y=1$; 2) $Y=0$; 3) один із входів ЛЕ розімкнутий ("відірваний"). Перші дві несправності означають перетворення ЛЕ в генератор відповідної константи. Несправність типу "розімкнутий вхід" відповідає подачі на даний вхід ЛЕ константи 0 або 1 залежно від типу ЛЕ. Кожну із цих несправностей можна виявити шляхом подачі на входи ЛЕ деяких наборів значень вхідних змінних. Наприклад, якщо ЛЕ реалізує функцію $Z=X \vee Y$ і розімкнутий вхід рівноцінний подачі на нього 0, то по табл. 4.2.2 ушкоджень легко скласти ДТ (табл.4.2.3), з якої випливає, що вхідний набір 00 виявляє відмову $Z=1$, а набори 01 і 10 виявляють відмови X- (розімкнутий вхід X), Y- і $Z=0$.

Таблиця 4.2. 2. Таблиця ушкоджень ЛЕ $X \vee Y$

XY	$X \vee Y$	Z=0	Z=1	X-	Y-
00	0	0	1	0	0
01	1	0	1	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1

Таблиця 4.2.3. Діагностична таблиця ЛЕ $X \vee Y$

Тести XY	Відмови			
	Z=0	Z=1	X-	Y-
00	0	1	0	0
01	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	0	0

Отже, набори 00, 01 і 10 є тестом для виявлення будь-якої відмови ЛЕ $X \vee Y$. Таким же чином може бути побудований тест для виявлення відмов у будь-якому ЛЕ з довільним числом входів. Однак для перевірки ЛЕ необхідно мати можливість подавати вектори тесту на входи ЛЕ і спостерігати сигнали на виході ЛЕ. Якщо входи і виходи ЛЕ доступні для ДП, то така можливість забезпечена. Але оскільки окремі ЛЕ є досить малими одиницями обладнання, то далеко не кожен з них є доступним для ДП. Як правило, для ДП доступні лише ПС, що містять значне число ЛЕ. У зв'язку із цим виникає задача відтворення сигналів на виходах ЛЕ по сигналах на виходах ПС, а також задача формування тестів на виходах ЛЕ по сигналах на входах ПС. Перша задача вирішується шляхом вибору ланцюга ЛЕ, що з'єднує вихід досліджуваного ЛЕ з виходом ПС, і подачі на входи ЛЕ обраного ланцюга таких сигналів, щоб сигнал Z на виході ПС однозначно характеризував сигнал Y на виході досліджуваного ЛЕ, тобто так, щоб $Y=Z$ або $Y=\bar{Z}$. Наприклад, якщо вихід Y досліджуваного ЛЕ (рис. 4.2.2) з'єднаний з виходом Z ПС через ЛЕ Y_1, Y_2, \dots, Y_n , то сигнали a_i, b_i необхідно підібрати так, щоб



Рис. 4.2.2. Визначення активізованого шляху.

та ЛЕ, що з'єднує вихід досліджуваного ЛЕ з виходом ПС, і подачі на входи ЛЕ обраного ланцюга таких сигналів, щоб сигнал Z на виході ПС однозначно характеризував сигнал Y на виході досліджуваного ЛЕ, тобто так, щоб $Y=Z$ або $Y=\bar{Z}$. Наприклад, якщо вихід Y досліджуваного ЛЕ (рис. 4.2.2) з'єднаний з виходом Z ПС через ЛЕ Y_1, Y_2, \dots, Y_n , то сигнали a_i, b_i необхідно підібрати так, щоб

$Z=F(Y, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n)=Y^*$, де $Y^* \in \{Y, \bar{Y}\}$. Обраний в такий спосіб ланцюг називають активізованим шляхом. Після вибору шляху треба підібрати такі вектори на вході ПС, які забезпечують подачу тесту на досліджуваний ЛЕ і констант a_i, b_i на входи інших ЛЕ ланцюга. Для цього переглядають ланцюг від виходу ПС до її входів і по мірі перегляду знаходять значення проміжних змінних, а потім і вхідних змінних.

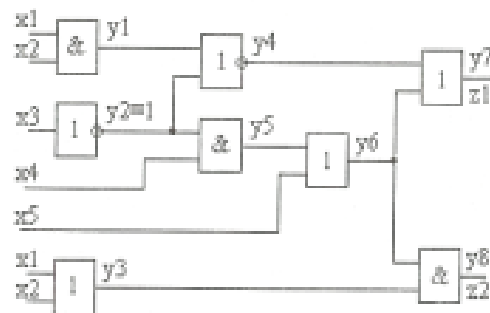


Рис. 4.2.3. ПС для побудови тесту.

$x=(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)=(0,0,1,0,0)$ або $(0,1,1,0,0)$ дозволяє виявити помилку $y_2=1$ по сигналу $z_1=0$. Для активізації другого шляху треба, щоб $y_4=0, y_1=1, x_1=1, x_2=1, x_5=0, x_4=1$, тобто тест $(1,1,1,1,0)$ по сигналу $z_1=1$ дозволяє виявити відмову $y_2=1$. Нарешті, для активізації третього шляху треба, щоб $y_3=1, x_3=0, x_4=1$, тобто один з векторів $(0,1,1,1,0), (1,0,1,1,0)$ або $(1,1,1,1,0)$ дозволяє виявити помилку $y_2=1$ по сигналу $z_2=1$.

Всі складені в такий спосіб тести для локалізації відмов (ТЛВ) зберігаються в зовнішній пам'яті і по сигналу початку операції "діагностика" зчитуються в оперативну пам'ять діагностичного К. Кожен ТЛВ містить всю необхідну інформацію про проведений діагностичний експеримент, а саме: комбінацію стимулів, кількість машинних тактів, які необхідно виконати в даному експерименті, еталон стану КС після експерименту, адреси наступних ТЛВ. Після введення чергового ТЛВ управління передається операції установки, завдяки чому всі регістри і тригери переводяться в стани, зумовлені стимулом. Далі процесор діагностичного К працює протягом заданої кількості тактів з прийнятою для даної КС швидкістю. По нулю лічильника тактів робота КС припиняється і здійснюється операція "опитування". Після завершення фіксації стану КС у спеціальній зоні оперативної пам'яті починається аналіз даних, отриманих у ході діагностичного експерименту. Для цього дані експерименту або порівнюються з еталоном, або включається спеціальна програма аналізу даних. У другому випадку фіксується не тільки сам факт відмови, але і аналізується характер помилки, завдяки чому підвищується розрізняльна здатність тесту.

Аналіз даних експерименту може дати три результати: 1) ТЛВ встановив місце несправності; 2) ТЛВ не виявив помилку; 3) ТЛВ виявив помилку, що свідчить про наявність відмови в декількох блоках.

Розглянемо, як приклад, побудову тесту для виявлення відмови $y_2=1$ у ПС, показаний на рис.4.2.3. Від y_2 до виходів ПС є три ланцюги: $y_2, y_4, y_7; y_2, y_5, y_6, y_7$ і y_2, y_6, y_8 . Для активізації першого шляху треба, щоб $y_4=0, x_1=1, x_2=1, y_1=0, y_2=1$, тобто

один з векторів

$(0,1,1,0,0)$ або $(1,0,1,0,0)$

дозволяє

виявити помилку $y_2=1$

по сигналу $z_1=0$

. Для активізації

другого шляху

треба, щоб $y_4=0, y_1=1, x_1=1, x_2=1, x_5=0, x_4=1$

, тобто тест $(1,1,1,1,0)$

по сигналу $z_1=1$

дозволяє виявити

відмову $y_2=1$

. Нарешті, для

активізації

третього шляху

треба, щоб $y_3=1, x_3=0, x_4=1$

, тобто один з

векторів $(0,1,1,1,0), (1,0,1,1,0)$

або $(1,1,1,1,0)$

дозволяє виявити

помилку $y_2=1$

по сигналу $z_2=1$

у першому випадку оператору видається номер несправного блока. У другому випадку переходять до ТЛВ для дослідження іншого блока. Адреса першої команди цього ТЛВ вказана у даному ТЛВ. У третьому випадку управління передається ТЛВ з більш високою розрізняльною здатністю, що дозволяє локалізувати відмову з точністю до одного блоку. Адреса цього тесту, як і в попередньому випадку, має бути вказана у даному ТЛВ.

Тести ТЛВ формуються в ДП таким чином, щоб на початку її роботи запустити лише ті ТЛВ, для проходження яких необхідна справність тільки апаратури діагностики, правильність функціонування якої легко встановити. З охопленням перевіркою все більшої частини апаратури обмеження, що накладаються на ТЛВ, поступово звужуються. В роботу включаються пристрій керування КС (тобто лічильник команд, реєстр команд, блок управління операціями) та інші прилади команд, реєстр команд, блок управління операціями) та інші пристрої. Нарешті здійснюється перехід до ТЛВ, що складається із стандартних операцій процесора. Завдяки такій організації процесу діагностики, природно, підвищується достовірність результатів проходження ТЛВ.

Побудована в такий спосіб система діагностики дозволяє досягти високого ступеня автоматизації процесу пошуку несправностей. Однак досягається це значними витратами при проектуванні і експлуатації. Наприклад, обсяг пам'яті, що займають ТЛВ, становить величину порядку 10^6 біт.

Складність і трудомісткість одержання тестів і побудови на їх основі ДТ для великих ІМС, послужили причиною того, що для діагностики став широко застосовуватися сигнатурний аналіз, що базується на перетворенні послідовних цифрових кодів на регістрі зсуву з лінійними зворотними зв'язками. Приклад такого регістру із зворотним зв'язком $D_7 \rightarrow H$, приведений на рис. 4.2.4, в цифровій діаграмі формування на ньому

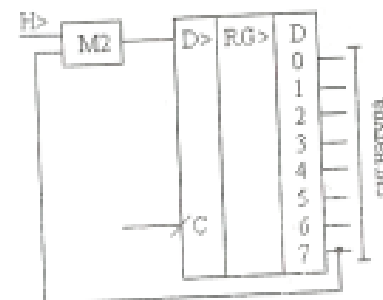


Рис. 4.2.4. Приклад генератора сигнатур.

сигнатур 16-бітових послідовностей H_i (1), H_i+E_1 (2), $H_i+E_2+E_{11}$ (3), де E_i – помилка в i -му ($i=0,1,\dots,15$) розряді, мають вигляд

RG	H
00000000	1011011011011101
<1-<810110110	11011101
<901101100	1011101
<1011011001	011101
<1110110011	11101
<1201100110	1101
<1311001101	101
<141001101001	
<15001101011	
<1601101011	

сигнатура

 $H + E_3$

00000000	1010011011011101
<1-<810100110	11011101
<901001100	1011101
<1010011001	011101
<1100110011	11101
<1201100111	1101
<1311001111	101
<141001111001	
<15001111011	
<1601111011	

 $H + E_3 + E_{11}$

00000000	1010011011011101
<1-<901001100	1001101
<1010011001	001101
<1100110011	01101
<1201100110	1101
<1311001101	101
<141001101001	
15001101011	
<1601101011	

Для сигнатурної діагностики на досліджуваній блок подають задану послідовність вхідних сигналів, що викликає появу на виході блоку послідовності H_n . За допомогою сигнатурного аналізатора ця послідовність перетворюється в сигнатуру, що порівнюється із сигнатурою справного блоку. Збіг цих сигнатур вказує на справність блоку з високою ймовірністю. Дійсно, зміна будь-якого одного біта в послідовності H_n завжди буде виявлена (діаграма 2). Зміну двох бітів не буде виявлено тільки в тому випадку, якщо вони відстають один від

одного на k позицій, де k – розрядність регістра (діаграма 3). Аналогічно, будь-які зміни m бітів у першій частині 16-бітового слова не будуть виявлені, якщо аналогічні зміни відбудуться в другій частині H_n . Отже, 8-бітова сигнатура 16-бітового слова H_n не буде виявляти тільки $\frac{2^8}{2^{16}}$ помилок, що становить 0,4% від кількості всіх можливих помилок. Ще більшу достовірність забезпечують 16-бітові сигнатури, які виявляють 99,998% помилок.

Складність діагностики сучасних мікропроцесорних систем, а також успіхи інтегральної схемотехніки привели до появи пристроїв із самодіагностикою. В таких пристроях в кожну плату (типовий елемент заміни – ТЕЗ) вмонтовуються засоби діагностики, які дозволяють швидко виявляти і замінити ТЕЗи, що відмовили. Для цієї мети служать, наприклад, ІМС серії 1828.

Для побудови блоків вмонтованої діагностики процесорів і схем довідльної логіки призначена ІМС 1828ВЖ1 (рис.4.2.5), що складається із схеми управління СО, арифметичного пристрою АУ і компаратора COMP. Виводи ІМС мають наступне призначення:

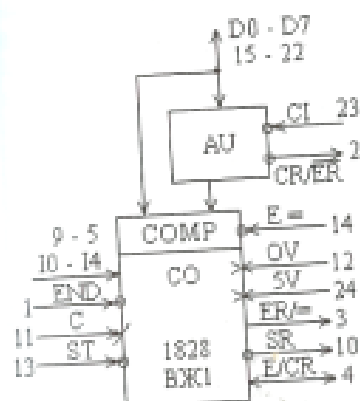


Рис. 4.2.5. Структура ІМС 1828ВЖ1.

END – повідомлення про закінчення попереднього тесту; CR/ER – вихід переносу або сигналу про позитивний результат тестування (TAK); ER/= – повідомлення про негативний результат тестування (HI) або вихід компаратора; E/CR – вхід дозволу формування сигналів TAK та HI або вихід переносу суматора (у режимі установки); 10-14 – входи коду мікрооперації; SR – вихід початкової установки; C, ST, E= – входи сигналів: такт, початок операції, дозвіл еталонів; CI – D0-D7 – двонаправлена шина видачі даних і прийому еталонів; CI – вхід переносу суматора, а в режимах сигнатурного аналізатора або лічильника числа переходів – вхід сигналу, що підлягає аналізу. ІМС ВЖ1 може працювати в режимах генераторів псевдовипадкових кодів з періодом 255 інкрементних і декрементних послідовностей від 0 до 255, сигнатурного аналізатора, лічильника числа переходів і суматора з порівнянням отриманої і контрольної сум.

які успішно пройшли перевірку. Наприклад, якщо таких байт буде 32 М, то з'явиться повідомлення: 32768 KB OK. Якщо помилок в ОЗП не виявлено, то вказане число збігається з обсягом всієї встановленої в ПК пам'яті. У деяких ПК може відобразитися менше значення пам'яті, якщо, наприклад, не тестується верхня пам'ять UMA (Upper Memory Area).

Менш відомою функцією процедури POST є те, що на початку виконання кожного тесту за адресою спеціального порта вводу-виводу POST видає коди тесту, які можуть бути прочитані тільки за допомогою спеціальної плати адаптера. Так звана POST-плата встановлюється в роз'єм розширення. На її вбудованому індикаторі в момент виконання процедури POST будуть швидко змінюватись дво-значні шістнадцятиригідні числа. Якщо ПК "зависне", то на цьому індикаторі буде відображений код того тесту, під час виконання якого відбувся збій. Це дозволяє істотно звузити коло пошуку несправного елемента. У багатьох ПК із системною шиною ISA або EISA BIOS видає POST-коди в порт вводу-виводу 80h.

ДП для окремих пристроїв поставляються разом із цими пристроями на дискеті або компакт-диску і дозволяють не тільки діагностувати, але і налаштувати пристрої. Наприклад, SCSI-адаптери, що випускають фірмою Adaptec, поставляються із програмою SCSISelect, що дозволяє конфігурувати і тестувати роботу адаптера. ДП мережних плат (наприклад, SMC і 3COM) дозволяють додатково перевіряти інтерфейси шин, вектори переривань та ін.

ДП операційних систем дозволяють одержати детальну інформацію про параметри ПК і системні події, що може допомогти при пошуку несправностей в обладнанні ПК.

ДП загального призначення використовуються для тестування всіх пристроїв ПК. Більшість тестових програм можна запускати в пакетному режимі, що дозволяє без втручання оператора виконати цілу серію тестів. Звичайно ці програми перевіряють всі типи системної пам'яті: основну, розширену і додаткову. Місце несправності часто можна визначити з точністю до окремої ІМС або біта модуля SIMM. Ряд ДП мають оригінальні особливостей, що підвищують їхню ефективність.

У більшості сучасних IBM-сумісних ПК застосовується BIOS фірми AMI (American Megatrends, Inc) з вбудованою ДП загального призначення AMIDiag. Ця програма дозволяє тестувати більшість нових процесорів, системи з декількома процесорами (до 16), пам'ять обсягом 4 Гбайт, адаптери, накопичувачі CD-ROM, звукову карту, мережні функції системи і багато чого іншого.

ДП Micro-score фірми Micro 2000 призначена для IBM-сумісних ПК, перевіряє порти вводу-виводу і лінії залиту переривання. ДП Micro-score при роботі не використовує BIOS, оскільки в ній є своя операційна система. Програма Micro-score може працювати з новітнім устаткуванням, вона розпізнає процесори фірм Intel, AMD і Cyrix, може тестувати накопичувачі CD-ROM і DVD-ROM.

Програма Norton Diagnostics (NDIAGS) входить до складу пакета Norton Utilities версії 8.0 (для DOS/Windows) і версії для Windows 9x, що є невід'ємною частиною системи зберігання і відновлення даних, тестування і пошуку несправностей. NDIAGS надає інформацію про тип процесора, версії системної BIOS, співпроцесора, відеоадаптера, типу миші і клавіатури, типу жорсткого диска і дисководів гнучких дисків, обсягу встановленої пам'яті, типу системної шини, кількості послідовних і паралельних портів. Програма ретельно перевіряє основні компоненти системи і дозволяє перевірити роботу індикаторів Num Lock, Caps Lock і Scroll Lock, які розташовані на клавіатурі, вивести на екран монітора сітку для налаштування центрування зображення і перевірки монітора на наявність спотворення растру.

Програма PC Technician фірми Windsor Technologies є багатофункціональною ДП для всебічної діагностики і пошуку несправностей у комп'ютерних системах. PC Technician має свою власну операційну систему, що усуває вплив можливих програмних конфліктів на її роботу. Програма написана на Асемблері і при тестуванні звертається безпосередньо до апаратури.

QUAPlus/FE фірми Diagsoft є однією із самих складних і багатофункціональних ДП, що дозволяють тестувати будь-які ПК. Важливим моментом у програмі є те, що вона розповсюджується на завантажувальних дискетах, які можуть використовуватись для завантаження ПК незалежно від встановленої операційної системи (DOS, OS/2 або UNIX) у випадку складних несправностей, коли, наприклад, система навіть не може виявити жорсткий диск. QUAPlus/FE тестує системну плату, відеоадаптер, жорсткий диск, дисководи, мишу, клавіатуру, принтер, паралельні і послідовні порти. Можна одержати інформацію про конфігурації системи, повну таблицю використовуваних і доступних переривань, драйверів пристроїв і резидентних програм, а також іншу інформацію. У пакет QUAPlus/FE входить багато інших утиліт, призначених для фахівців з ремонту ПК. На відміну від інших ДП, в QUAPlus/FE передбачена можливість тестування ПК із метою виявлення прихованих дефектів.

4.3. ПРОФІЛАКТИКА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ. Характер роботи КС такий, що відмова, яка з'явилася в ній, може довгий час бути непоміченою і привести до значних втрат. З метою зменшення потоку відмов в КС під час нормальної роботи і підвищення за рахунок цього коефіцієнта готовності, плануються і проводяться профілактичні роботи, під час яких здійснюють очистку, змашування, зовнішній огляд і регулювання всіх пристроїв КС (активна профілактика); проводяться заходи щодо захисту КС від несприятливих впливів зовнішнього середовища (пасивна профілактика - підтримка чистоти й прийнятної температури в машинному залі, усуненні вібрацій і інших аналогічних факторів); виявляються пристрої, що відпрацювали свій ресурс (попереджувальна профілактика). Активна профілактика значною мірою зводиться до видалення пилу, що погіршує охолодження КС, містить струмопровідні частки, які можуть викликати короткі замикання і містить речовини, які можуть прискорювати окислення і викликати порушення електричних контактів. При попереджувальній профілактиці (ПП) пристрої, що відпрацювали свій ресурс, виявляються або зовнішнім оглядом, наприклад, електромеханічних пристроїв КС, або шляхом погіршення на час випробувань робочих режимів схем або зовнішніх режимів. З цією метою можна, наприклад, змінювати напругу живлення, частоту тактових сигналів, створювати перешкоди в колах живлення, погіршувати температурний режим. У цих умовах малонадійні вузли можуть бути визначені або по наявності раптових відмов, або по збільшенню кількості збоїв. ПП схожа на заводські випробування (тренування), тому проводити її треба тільки після ретельного обґрунтування її доцільності.

Доцільність проведення профілактичних робіт (ПР) математично може бути показана в такий спосіб. Припустимо, що інтенсивність відмов КС постійна і дорівнює λ . Позначимо через λ_1 і λ_2 інтенсивності відмов відповідно в робочий і профілактичний періоди. Якщо виходити з гіпотези, що середня інтенсивність відмов від проведення профілактики не зміниться, то

$$\lambda = \frac{N}{T}, \lambda_1 = \frac{N_1}{T_1}, \lambda_2 = \frac{N_2}{T_2}, N = N_1 + N_2, T = T_1 + T_2,$$

де N - загальна кількість відмов за час T ; N_1 та N_2 - кількість відмов у робочий і профілактичний час; T_1 та T_2 - сумарна тривалість робочих і профілактичних періодів.

$$\text{Звідси} \quad \lambda = \frac{N_1 + N_2}{T_1 + T_2} = \frac{\lambda_1 T_1 + \lambda_2 T_2}{T_1 + T_2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 K_p}{1 + K_p},$$

де $K_p = \frac{T_2}{T_1}$ - коефіцієнт профілактики. Розв'язуючи останнє рівняння

відносно λ_1 , одержимо

$$\lambda_1 = \lambda - K_p(\lambda_2 - \lambda).$$

Звідси випливає, що ПР доцільно проводити тільки коли $\lambda_2 > \lambda$. При цьому є два шляхи зменшення λ_1 , а саме: збільшенням K_p або λ_2 . Відповідно до раніше зробленого припущення λ залишається при цьому незмінною. Однак, як у першому, так і в другому випадку є деякі обмеження. Збільшувати K_p означає збільшувати частку часу, яку відводять на ПР. Оскільки в цей час КС не завантажена виконанням завдань, то його варто віднести до втрат робочого часу. Природно при цьому прагнути до зменшення втрат, що обмежує K_p . Значно погіршувати режим роботи КС під час профілактики також не варто, тому що при такому режимі роботи можуть відмовляти вузли, які ще придатні до тривалої експлуатації. Це накладає обмеження на λ_2 . Звідси випливають два основні завдання профілактичного обслуговування: визначення строків і змісту ПР.

Вирішення другого завдання дуже залежить від типу КС, тому в загальному вигляді одержати його важко. Перше ж завдання допускає вирішення в загальному вигляді і полягає в визначенні частоти й тривалості профілактики. Звичайно проведення ПР планується з фіксованою циклічністю (один раз на добу, тиждень, місяць і т.д.). Тривалість профілактики залежить від її частоти. Якщо проводити профілактику частіше, то вона може бути менш тривалою і навпаки. Якщо профілактика не забезпечує безвідмовної роботи КС до наступної профілактичної перевірки, то

$$T_{\text{ц}} = T_p + T_{\text{п}} + T_{\text{н}},$$

де $T_{\text{ц}}$ - цикл роботи КС; T_p - робочий час КС; $T_{\text{п}}$ - тривалість профілактичних робіт; $T_{\text{н}}$ - час, на усунення несправностей. Коефіцієнт готовності K в цьому випадку становить

$$K = \frac{T_p}{T_p + T_{\text{п}} + T_{\text{н}}} = \frac{\varphi(T_{\text{п}})}{T_{\text{ц}}}$$

Час $T_{\text{н}}$ після профілактичної безвідмовної роботи КС при фіксованому $T_{\text{ц}}$ залежить від часу $T_{\text{п}}$, тобто $T_{\text{н}} = \varphi(T_{\text{п}})$. Функція $\varphi(T_{\text{п}})$ неспадаюча, тому коефіцієнт K буде мати максимальне значення при $T_{\text{н}} = 0$. Якщо припустити, що $T_{\text{н}} = CT_{\text{п}}$, то

$$T_p = \begin{cases} CT_{\text{п}}, & \text{при } T_{\text{п}} + CT_{\text{п}} \leq T_{\text{ц}}, \\ T_{\text{ц}} - T_{\text{п}}, & \text{при } T_{\text{п}} + CT_{\text{п}} > T_{\text{ц}}. \end{cases}$$

Тоді з умов $T_H=0$ і $T_P=CT_{\Pi}$ одержуємо $T_P+T_{\Pi}=T_{\Sigma}$ або $CT_{\Pi}+T_{\Pi}=T_{\Sigma}$. Звідси

$$T_{\Pi 0} = \frac{T_{\Sigma}}{1+C}$$

За оптимальної тривалості $T_{\Pi 0}$ профілактики

$$K = \frac{T_P}{T_P + T_{\Pi 0}} = \frac{C}{C+1}$$

і зі збільшенням C прямує до 1.

У загальному випадку $T_0=\varphi(T_{\Pi})$. Тоді при $T_H=0$ одержимо $T_{\Pi}+\varphi(T_{\Pi})=T_{\Sigma}$. Визначаючи функцію $\varphi(T)$ по даним експлуатації, можна знайти для даного T_{Σ} оптимальний час профілактичних робіт.

Приведена методика розрахунку базується на припущенні, що існує функціональна залежність між T_0 і T_{Π} , однак цілком зрозуміло, що залежність має кореляційний характер. Тому приведена методика може використовуватись для наближеного обчислення значення $T_{\Pi 0}$, яке в подальшому може бути уточнене.

Важливим різновидом ПР є заміна блоків, які вичерпали свій технічний ресурс. Такі заміни доцільні, якщо ці блоки мають зростаючу у часі інтенсивність відмов і якщо їх відмова в робочий період спричиняє більше економічних збитків C_1 , ніж їх заміна (збитки C_2) під час ПР. В такому разі середні збитки C за один цикл (робота – заміна) складатимуть

$$C = C_1(1-P(T)) + C_2P(T),$$

де $P(T)$ – надійність блока, T – тривалість одного циклу за умови, що

відмов за час T не буде. Середня тривалість циклу $T_{\Pi} = \int_0^T P(t)dt$ буде

меншою за T , тому що за час T іноді будуть виникати відмови, внаслідок яких цикл скорочується. Тому середні збитки за одиницю часу

будуть дорівнювати $S = \frac{C}{T_{\Pi}}$. Оптимальну тривалість ПР по заміні

блоків знайдемо із рівняння $\frac{dS}{dT} = 0$, яке після спрощень має вигляд

$$(C_1f(t) - C_2f'(t)) \int_0^T P(t)dt - (C_1(1-P(T)) + C_2P(T))P(T) = 0.$$

Оскільки $\frac{f(T)}{P(T)} = \lambda(T)$, то з попереднього виразу маємо

$$P(T) + \lambda(T) \int_0^T P(t)dt = \frac{C_1}{C_1 - C_2}.$$

Якщо, наприклад, $\lambda(T) = 0,0005T$ (годин⁻¹),

$$P(T) = e^{-0,00025T^2} \cdot \frac{C_1}{C_2} = 6, \text{ то } T=29 \text{ (годин)} [32].$$

Особливе значення має профілактика високонадійних КС з резервуванням, де накопичення несправних елементів може значно знизити надійність КС. Підтвердженням цього можуть служити системи з мажоритарним резервуванням. Якщо в резервованій з кратністю 3 системі виникне відмова, то надійність системи стане P^2 (P – надійність системи без резервування). Зрозуміло, що $P^2 < P$, тому необхідно проводити відновлення системи шляхом заміни пристроїв, які відмовили. Очевидно, що це доцільно робити при профілактичному огляді.

Задача 4.3.1. КС, що складається з N CPU, керує промисловим об'єктом і обслуговується виїзною бригадою сервісного центру, яка робить заміну CPU, що відмовили або відпрацювали свій ресурс за фіксований час T_B . Відмова КС приводить до значних разових матеріальних втрат B . Визначити оптимальну стратегію (періодичність, зміст, умови початку) проведення ПР такої КС, якщо вартість проведення однієї ПР дорівнює $C+mE$, де C – стала складова вартості проведення однієї ПР, m – середня кількість CPU, що замінюються під час ПР, E – вартість одного CPU, надійність якого $P(t)$ задана табл.4.3.1. В табл. 4.3.1 $\tau=10^4$ (годин) для всіх розподілів, крім того, для KW-розподілу $\tau_1 = \tau_2 = \tau$, $v_1 = 1$, $\lambda = 0$, $v_2 = v$. Інші вихідні дані: $B=(3+C_{90})E$, $C=(0,1C_{10}+0,1)E$, $N=1+C_9$ (вважаємо, що КС відмовляє при відмові всіх CPU), $T_B=10+C_{50}$ (годин). Для варіантів, у яких $C_9=0$, а $C_{11}=5$, виконати розрахунки для двох значень $N=1,2$.

Таблиця 4.3.1. Варіанти прикладів до задачі 4.3.1.

C_{11}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(t)$	DM	DN	DN	DN	LN	W	W	W	W	KW	KW
v	1	0,5	1	1,5	1	1	1,3	1,7	2	1,3	1,7

Приклад 4.3.1. Вирішити задачу 4.3.1 при $N=1$, $C=0,1E$, $B=100E$, $T_B=10$ годин.

За відсутності відмов ПР проводять з періодичністю T , при наявності ж відмови ПР починають саме з моменту відмови. Тому тривалість циклу від i -ї до $i+1$ -ї ПР буде меншою за T і дорівнює

$\int_0^T P(t)dt$ або з врахуванням часу проведення ПР $\int_0^T P(t)dt + T_B$. Оскільки

ки за умовою прикладу $N=1$, то витрати на ПР складатимуть $C+E$, якщо за час T відмови не було, і $C+E+B$, якщо трапилась відмова. Тому середні витрати S на одиницю часу дорівнюють

$$S = \frac{C+E+B(1-P(t))}{\int_0^T P(t)dt + T_B}$$

Періодичність ПР оптимальна, якщо витрати S будуть найменшими,

тому T знаходимо з рівняння $\frac{dS}{dT} = 0$. Після перетворень маємо

$$\varphi(t) = \frac{t(T) \int_0^T P(t)dt + T_B}{P(T)} + P(T) = \frac{B+C+E}{B} = 1,011.$$

Якщо побудувати графік цієї функції, то по ньому можна легко знайти T . Наприклад, для W -розподілу з $v=2$ попереднє рівняння має вигляд

$$\frac{2T}{\tau^2} \left(\int_0^T e^{-\frac{t}{\tau}} dt + T_B \right) + e^{-\frac{T}{\tau}} = 1,011,$$

з якого графічним способом отримуємо $T \approx 1049$ (годин). Оскільки $N=1$, то зміст і умови початку ПР тривіальні – замінити CPU, що відпрацював свій ресурс або відмовив.

Приклад 4.3.2. Вирішити задачу 4.3.1 для $N \neq 1$. За таких умов (див. попередній приклад)

$$S = \frac{C+NE(1-P(t))+B(1-P_C(T))}{\int_0^T P_C(T)dt + T_B}$$

де $P_C(T) = 1 - (1 - P(T))^N$ – надійність КС. Далі з рівняння $\frac{dS}{dT} = 0$ знахо-

димо T . Оскільки при $N > 1$ КС відмовостійка, то ПР можна починати по сигналу відмови 1, 2, ..., $N-1$ CPU. Тоді

$$S_i = \frac{C + iE + B(1 - P_{C_i}(T))}{T_{NJ}}$$

де S_i – витрати, обумовлені відмовами CPU за одиницю часу за умови, що ПР починаються при відмові i CPU ($i=1, 2, \dots, N-1$); $P_{C_i}(T_B)$ – надійність системи за умови, що i CPU відмовили; T_{NJ} – середній час роботи КС, що складається з N CPU, до відмови i CPU. Розрахувати T_{NJ} можна за формулою

$$T_{NJ} = \int_0^{\infty} P_{NJ}(t) dt,$$

де $P_{NJ}(t) = P^N + C_1^1 P^{N-1}(1-P) + \dots + C_{N-1}^{N-1} P^{N-1}(1-P)^{N-1}$ – надійність КС, що складається з N CPU і відмовляє за відмови i та більше CPU. Наприклад $P_{3,2}(t) = P^3 + 3P^2(1-P) = 3P^2 - 2P^3$. Для E -розподілу $P = e^{-\frac{t}{\tau}}$, тому

$$T_{3,2} = \int_0^{\infty} (3P^2 - 2P^3) dt = \frac{3}{2\lambda} - \frac{2}{3\lambda} = \frac{1}{3\lambda} + \frac{1}{2\lambda}.$$

Для W -розподілу, де $v=2$, маємо

$$T_{3,2} = \int_0^{\infty} \left(3e^{-2\frac{t}{\tau}} - 2e^{-3\frac{t}{\tau}} \right) dt = \frac{3\tau}{\sqrt{2}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{2\tau}{\sqrt{3}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right).$$

Якщо надійність CPU визначається не E -розподілом, то в цьому випадку змістом ПР може бути: 1) заміна тільки CPU, що відмовили; 2), 3), 4), ... – заміна CPU, що відмовили, та CPU, що мають напрацювання $2T$, або $3T$, або $4T, \dots$

4.4. НАДІЙНІСТЬ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КС. Програми для сучасних КС містять багато мільйонів команд. При створенні таких програм з різних причин в них можуть з'являтися помилки. Виник навіть технічний жарт, що "немає програм без помилок, а є програми з невиявленими помилками". Найбільш грубі помилки виявляються на стадії відлагодження програм, але оскільки перевірити кожну програму у всіх можливих режимах, як правило, не вдається, то немає і впевненості, що всі помилки в ній знайдені. При цьому природним є статистичний підхід до аналізу процесу виявлення помилок

у програмі. Цей процес характеризується функцією $\frac{f(t)}{R}$, де $f(t)$ - кількість виявлених і усунутих помилок за одиницю часу в програмі, яка містить R команд. Відповідно до цього визначення

$$\frac{f(t)}{R} = \frac{ds_n}{dt} = \frac{s_n(t + \Delta t) - s_n(t)}{\Delta t},$$

де $s_n(t)$ - кількість виявлених і виправлених помилок за час t в розрахунку на одну команду. Отже

$$s_n(\tau) = \frac{1}{R} \int_0^{\tau} f(t) dt.$$

Функція $f(t)$ може бути експериментально визначена при відлагодженні програм шляхом фіксації кількості виявлених помилок. Визначення $f(t)$ спрощується, якщо припустити, що

$$f(t) = \frac{s_0}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}},$$

де s_0 і τ_0 - параметри $f(t)$, що підлягають визначенню при відлагодженні програм.

$$\text{Тоді} \quad s_n(\tau) = \frac{1}{R} \int_0^{\tau} f(t) dt = \frac{s_0}{R} (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}).$$

Якщо $\tau \rightarrow \infty$, то $s_n(\infty) = \frac{s_0}{R}$ або $s_0 = R s_n(\infty)$. Звідси видно, що s_0 - це загальне число помилок у програмі перед початком відлагодження. Оскільки процес відлагодження не може тривати нескінченно, то в програмі завжди буде залишатися деяка кількість помилок

$$s(\tau) = \frac{s_0}{R} - s_n = \frac{s_0}{R} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}},$$

де $s(\tau)$ - кількість невиявлених помилок в розрахунку на одну команду. Якщо припустити, що помилки рівномірно розподілені по всій програмі, то ймовірність Q появи помилки за час Δt буде пропорційна швидкодії δ КС (середньому числу команд, що виконуються за одиницю часу) і кількості помилок, що залишилися в програмі, тобто $Q(\tau) = s(\tau) \delta \Delta t$.

Проводячи аналогію між процесами появи помилок і відмовами апаратних засобів ($Q \approx \lambda \Delta t$), можна зробити висновок, що інтенсивність помилок $s(\tau)$ не залежить від часу t і визначається тільки інтервалом Δt , на якому оцінюється ймовірність появи помилки. Звідси, напрацювання на "відмову", яка викликана невиявленою помилкою в програмі, буде дорівнювати

$$T(\tau) = \frac{1}{s(\tau) \delta} = \frac{R}{s_0 \delta} e^{\frac{\tau}{\tau_0}}.$$

Аналіз зміни $T(\tau)$ може служити підставою для вибору часу τ відлагодження програм, а саме: відлагодження припиняють, якщо $T(\tau)$ стає досить великим.

В тих випадках, коли вдається оцінити матеріальні втрати C_n від появи помилки в розрахунках, то час τ відлагодження можна оцінити кількісно в наступний спосіб. За час T_P роботи програми вона "відмовить" $\frac{T_P}{T(\tau)}$ раз, що викличе сумарні втрати $C_n \frac{T_P}{T(\tau)}$. Процес відлагодження програм вимагає витрат комп'ютерного часу і інших витрат, пов'язаних з ним. Якщо вартість однієї години відлагодження позначити C_0 , то за час τ таких витрат буде $C_0 \tau$. Отже, загальні втрати C від помилок і витрат на відлагодження програм будуть дорівнювати

$$C = \frac{C_n T_P}{T(\tau)} + C_0 \tau = \frac{C_n T_P s_0 \delta}{R} e^{\frac{\tau}{\tau_0}} + C_0 \tau.$$

$$\text{Звідси} \quad \frac{dC}{d\tau} = \frac{-C_n T_P s_0 \delta}{R \tau_0} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} + C_0 = 0 \quad \text{або} \quad \tau_M = -\tau_0 \ln \frac{C_0 R \tau_0}{C_n T_P s_0 \delta},$$

де τ_M - тривалість відлагодження, що забезпечує мінімум C .

Для виключення помилок в програмах можна використовувати їх резервування. Для цього, наприклад, розробляють декілька варіантів програм, що вирішують однакові задачі. Кожен із цих варіантів готують незалежні групи програмістів, використовуючи різні, але еквівалентні алгоритми. Потім кожна програма виконує свої розрахунки,

результати яких порівнюються і вважаються правильними за умови їх збігу. Оскільки появи помилок у програмах є подіями малоймовірними, то збіг двох і більше таких подій (тобто те, що дві або більше групи програмістів зроблять помилки в програмах, що дадуть однакові помилкові результати) є подією практично неможливою.

Причиною неправильної роботи КС може бути наявність у ній так званих "вірусних" програм, тобто програм, призначених для навмисного спотворення результатів роботи програм, спотворення файлів у пам'яті та створення умов для ненормального функціонування КС. Частка помилок або зависань КС внаслідок дії комп'ютерних "вірусів" становить приблизно від 10 до 30%. Відомо більше 100 000 вірусів і близько 100 антивірусних програм, призначених для боротьби з ними. Існують віруси (поліморфні віруси і макровіруси), здатні протидіяти антивірусним програмам. Один з різновидів таких вірусів "поселяється" в антивірусній програмі. Звичайно антивірусна програма видає сигнал про своє власне "зараження", якщо воно відбувається. Час, який необхідний для "лікування" від вірусу коливається від чверті години до декількох годин. Самим небезпечним вірусом є вірус, що знаходиться в виконуваному файлі. Прикладом такого вірусу є вірус ONE HALF, що спрацює звичайно 28 жовтня. В основному віруси "працюють" коректно і не викликають зависання КС. Але серед них трапляються такі, які повністю знищують системні області жорстких дисків або підкаталоги інформаційних масивів. В 90% випадках віруси впроваджуються в КС через мережі. Причому локальні мережі самі по собі не є рознощиками вірусів.

Ознаки зараження КС вірусами наступні: збільшення помилок або зависання КС; сповільнене завантаження програм; неполадки (різке сповільнення і помилки) при роботі принтера; миготіння лампочки дисководу, коли операції читання-запису відбуватися не повинні; зміна розмірів виконуваних програм; зменшення основної доступної пам'яті.

Самими малими за розміром є руйнівні віруси, їх розмір не перевищує 20 КБайт. Останнім часом особливо багато турбот додають користувачам макровіруси, що вражають файли MS Word і MS Excel. Макровіруси цього типу є одними із самих трудомістких для діагностики та видалення.

Якість антивірусних програм визначають по наступних характеристиках, що перелічені в порядку зменшення їх важливості:

1. Надійність і зручність роботи (відсутність технічних проблем, що вимагають від користувача спеціальної підготовки).
2. Кількість вірусів всіх типів, що виявляються; можливість перевірки файлів документів-таблиць (MS Word, Excel, Office 97 та

ін.), запакованих і архівованих файлів; можливість лікування заражених об'єктів.

3. Наявність: версій антивірусу під всі популярні операційні системи (DOS, Windows, Novel NetWare, OS/2, Alpha, Linux і т.д.); режимів "сканування по запиті" і "on-line сканування"; серверних версій з можливістю визначення джерела зараження.
4. Швидкість роботи та інші корисні функції.

Навіть якщо користувач має кілька найкращих антивірусних програм і користується ними, найбільш надійним захистом від вірусів є наступні профілактичні заходи щодо вірусного зараження:

1. Регулярне створення резервних копій (наприклад, раз у тиждень—повне, щодня — часткове копіювання). Наявність незаражених копій дозволить просто замінити "хворі" файли нормальними; наявність заражених, але не зіпсованих, копій дозволить відновити файли після видалення вірусу.
2. Створення резервних копій інсталяційних дискет перед встановленням нового програмного забезпечення (при встановленні програми на заражену КС вихідні дискети можуть заразитися під час інсталяції).
3. Перевірка файлів, що пересилаються по E-mail, на наявність вірусів.
4. Застосування захищених від запису дискет при копіюванні файлів на жорсткий диск. Це попередить проникнення вірусу на дискету і наступне зараження інших КС.
5. Перевірка дискет перед завантаженням з них файлів.
6. Постійне використання резидентної частини антивірусної програми, що стежить за всім підозрілим у роботі КС.

4.5. ЗАСТОСУВАННЯ СТІЙКИХ ДО ЗБОЇВ ПРОГРАМ. Стійкі до збоїв програми одержують, як правило, шляхом багаторазового повторення обчислень на рівні мікрооперацій, операцій, команд, ділянок програм або всієї програми. Так, наприклад, в КС "Стрэтч" всі арифметичні операції перевірялися як спеціальними апаратними засобами, так і повторним їх виконанням, що суміщалося з виконанням наступної команди.

Для підвищення надійності внаслідок збоїв всієї КС широко використовується метод багаторазового виконання на рівні ділянок програм. Суть його полягає в тому, що програма розбивається на ряд ділянок, кожна з яких виконується двічі, а результати порівнюються. Якщо результати першого і другого обчислень збігаються, то вважають, що результат одержали вірним і переходять до наступної ділянки обчислень. При розбіжності обчислення повторюють доти, поки не будуть отримані два однакових результати. Великою перевагою такого методу є його простота. При складанні програми необхідно лише передбачити відповідні дії, апаратних же витрат метод не вимагає. Недоліком цього методу є збільшення часу розв'язання задачі більш ніж у два рази і неможливість виявлення помилок, викликаних відмовами.

Продуктивність КС при використанні методу подвійного виконання залежить від числа ділянок, на які розбивається програма. Дійсно, велика довжина ділянки обумовлює і досить велику ймовірність появи збою. Отже, замість двох необхідно буде три і більше рази повторювати обчислення, через що час вирішення задачі буде збільшуватися. З іншого боку, при малій довжині ділянки значна частина часу буде йти на порівняння і запис у ЗП результатів обчислень, виконаних на окремих ділянках програми.

У зв'язку з цим виникає задача знаходження оптимального числа ділянок, на яке варто розбивати програму і при якому час T_p вирішення задачі буде мінімальним. Введемо позначення: T – час вирішення задачі за однократне виконання програми; t – тривалість обчислень на одній ділянці; $p(t)$ – ймовірність відсутності збою за час t .

Тоді відношення $\frac{T}{t}$ буде визначати число ділянок, на яке розбивається програма. Визначимо ймовірності дво-, три- або, навіть, i -кратного повторення виконання якої-небудь ділянки програми. Якщо збої – незалежні події, то ймовірність того, що дана ділянка програми буде виконуватись двічі, дорівнює ймовірності відсутності збою при першому і другому виконаннях, тобто

$$W_2 = p^2(t).$$

4.5. Застосування стійких до збоїв програм

Аналогічно, W_3 дорівнює ймовірності того, що в одному із двох попередніх обчислень відбувся збій, а в третьому обчисленні отримано правильний результат, тобто

$$W_3 = 2p^2(1-p) = 2p^2q,$$

де $q=1-p$. В загальному випадку W_i дорівнює ймовірності того, що в i -му і одному з попередніх обчисленнях збої були відсутні, а в інших минулих збої були, тобто

$$W_i = (i-1)p^2q^{i-2}.$$

Отже, середнє число обчислень буде дорівнювати

$$A = \sum_{i=2}^{\infty} iW_i = \sum_{i=2}^{\infty} i(i-1)p^2q^{i-2}.$$

Легко показати, що $\frac{A}{p^2} = \frac{2}{(1-q)^3}$. Звідси маємо $A = \frac{2}{p}$.

Таким чином, витрати часу на обчислення складатимуть $\frac{2T}{p}$.

Час T_3 , необхідний для виконання операцій порівняння і запису проміжних обчислень у ЗП, залежить від типу використовуваного ЗП, кількості k проміжних результатів і числа ділянок $\frac{T}{t}$ програми, тобто

$$T_3 = \frac{T}{t} f(k, \frac{T}{t}),$$

де $f(k, \frac{T}{t})$ – середній час виконання операцій порівняння і звертання до ЗП для запису результатів однієї ділянки програми. Якщо

вважати, що $f(k, \frac{T}{t}) = \text{const} = a$, то

$$T_p = \frac{2T}{p(t)} + \frac{Ta}{t} = T \left(\frac{2}{p(t)} + \frac{a}{t} \right).$$

Для деяких типів КС експериментально встановлено, що

$$p(t) = e^{-\lambda t},$$

де λ – інтенсивність збоїв. В цьому випадку T_p приймає мінімальне значення для t , яке можна визначити з рівняння

$$\frac{dT_p}{dt} = 2\lambda e^{\lambda t} \frac{a}{t^2} = 0.$$

Отже, знаючи T_p , можна визначити оптимальну довжину ділянки програми і відповідне їй число $\frac{T}{t}$ ділянок, при якому T_p буде мінімальним.

Приклад 4.5.1. Сумарна інтенсивність збоїв CPU і помилок оператора, у результаті яких набраний текст губиться, постійна і дорівнює λ (годин⁻¹). Збереження тексту на диску вимагає часу T_3 . Визначити оптимальний період T_0 запису (збереження) тексту.

Текст, трудомісткість (час набору) якого дорівнює T , буде розбитий на $\frac{T}{T_0}$ ділянок, кожна з яких буде один раз збережена. Отже,

сумарний час збереження всіх ділянок буде дорівнює $T_3 \left(\frac{T}{T_0} \right)$. Крім

того, внаслідок збоїв і помилок окремі ділянки будуть набиратися декілька разів. Наприклад, ділянка буде набиратися i разів, якщо при перших $(i-1)$ наборах відбувалася втрата тексту, а в останньому наборі текст не був загублений. Ймовірність цієї події дорівнює $(1-P)^{i-1}P$, де $P = e^{-\lambda T_0}$ – надійність CPU по збоях і помилках. Отже, внаслідок збоїв і помилок текст буде набиратися в середньому

$$A = \sum_{i=1}^{\infty} i(1-P)^{i-1}P$$

разів. Легко перевірити, що $\frac{A}{P} = \frac{1}{P^2}$ або $A = \frac{1}{P}$. Звідси маємо, що

сумарний час T_T набору тексту дорівнює

$$T_T = \frac{T_3 T}{T_0} + \frac{T}{P} = \frac{T_3 T}{T_0} + T e^{\lambda T_0}$$

Оптимальний період T_0 визначаємо з рівняння

$$\frac{dT_T}{dT_0} = -\frac{T_3 T}{T_0^2} + T \lambda e^{\lambda T_0} = 0.$$

Задача 4.5.1. Вирішити задачу, сформульовану в прикладі 4.5.1, за наступних умов: інтенсивність збоїв відповідає $Q(t)$ – розподілу (табл.2.3.1) зі зменшенням в $(C_{11}+1)10^3$ раз параметром τ ; $T_3 = (C_{10} + 1)0,01 + 0,01(C_4 + 1)T_0$.

4.6. ВПЛИВ НА НАДІЙНІСТЬ ОХОЛОДЖЕННЯ, ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ І ЛЮДСЬКОГО ФАКТОРА. Забезпечення високонадійної роботи КС є надзвичайно актуальною задачею науки і техніки, оскільки дуже багато зовнішніх факторів впливають на надійність. Прикладами найбільш важливих таких факторів є охолодження, електроживлення та людський фактор.

Для надійної роботи елементів КС необхідно мати засоби їх ефективного охолодження, які можуть бути реалізовані шляхом використання спеціальних корпусів, що розраховані на розсіювання тепла; застосуванням ефективних радіаторів і охолоджуючих вентиляторів; використанням відповідних програмних засобів.

При конструюванні корпусів і розміщенні в них елементів КС необхідно звести до мінімуму їх взаємне нагрівання.

Всередині корпусу знизити температуру повітря дозволяють додаткові радіатори і вентилятори. Радіатори посилюють теплообмін елементів, які охолоджуються (наприклад, процесора) з навколишнім середовищем. Це забезпечується за рахунок збільшення площі охолоджуваної поверхні в порівнянні із площею корпусу елемента. Звичайно радіатори виготовляють із алюмінію – матеріалу, що добре проводить тепло і порівняно не дорогого. При виборі радіатора перевагу варто віддавати радіаторам темних кольорів, оскільки темні тіла випромінюють тепло краще, ніж світлі. Чорний колір радіатора отримують не шляхом фарбування чорною фарбою, яка не проводить тепло, а застосуванням спеціальних технологій. Для більш ефективного охолодження елементів використовують спеціальні термопасти або термоплівки, які заповнюють повітряний зазор між корпусом елемента, який охолоджується, і його радіатором.

Функціональною характеристикою радіаторів є коефіцієнт термоопору або теплопровідності (величина, зворотна термоопору). Термоопір ($^{\circ}\text{C}/\text{Вт}$) залежить не тільки від матеріалу радіатора, його розміру, форми, але і від технології і якості виготовлення. Коефіцієнт термоопору визначає підвищення температури радіатора щодо температури навколишнього середовища при розсіюванні елементом, який охолоджують, потужності в 1 Вт. Наприклад, для коефіцієнта термоопору $2^{\circ}\text{C}/\text{Вт}$ і потужності 15 Вт, яка розсіюється елементом, температура радіатора підвищиться на 30°C . Значення коефіцієнта термоопору звичайно перебувають у межах від $0,5$ до $2^{\circ}\text{C}/\text{Вт}$.

Починаючи із процесорів 486DX2/66 радіатори стали їх невід'ємною частиною. З ростом швидкості процесорів зростало їх тепловиділення і, тому, збільшувався розмір радіатора. У процесорах типу Pentium разом з радіаторами використовуються ще і охолоджуючі

вентилятори. Вентилятор призначений для відводу теплого повітря від радіатора і одночасно подачі до нього більш холодного, тому його звичайно встановлюють поверх радіатора, що має тепловий контакт із охолоджуванним елементом. Такі засоби часто називають кулерами (від англійського cooler - пристрій охолодження). Рекомендуються охолоджувати не тільки процесори, а й інші ІМС, відеокарти, деякі типи пам'яті, жорсткі диски великої ємності.

Залежно від типу використовуваних підшипників (ковзання або кочення) розрізняють кілька типів вентиляторів. Краще, якщо вентилятор побудований на підшипниках кочення, тому що підшипники ковзання менш надійні і створюють більше шуму. Вентилятори на основі підшипників кочення працюють у середньому у два рази довше. Часто використовують два підшипники кочення, при цьому строк експлуатації вентилятора зростає мінімум в 1,5 рази в порівнянні з варіантом, у якому використовуються обидва типи підшипників.

Строк експлуатації вентилятора становить 2 - 3 роки. При цьому раз у рік слід очищати його від пилу, тому що пил може бути причиною погіршення продуктивності, підвищення рівня шумів і зупинки вентилятора, в результаті чого може вийти з ладу охолоджуваний елемент. Для запобігання перегріву процесора від зупинки вентилятора в конструкції самого процесора і інших охолоджуваних елементів передбачена система апаратно-програмних засобів попередження, що здійснює контроль за температурою і напругами живлення.

Продуктивність вентилятора характеризують: швидкість подачі повітря (звичайно близько 10 кубічних футів за хвилину, 1 фут = 0,3048 м); лінійна швидкість потоку повітря (звичайно 500...600 футів за хвилину); швидкість обертання вентилятора (звичайно 4...6 тисяч обертів за хвилину).

Експлуатаційні якості вентилятора характеризує рівень шумів. Якісні вентилятори мають рівень шуму менш 25 дБ.

Останніми роками для ефективного охолодження електронних компонентів КС стали використовувати кулери Пельтьє. Ці кулери містять спеціальні термоелектричні модулі, робота яких заснована на ефекті Пельтьє (відкритий в 1834 р.). Суть цього ефекту полягає в тому, що при проходженні електричного струму через контакт двох провідників, крім джоулевого тепла виділяється або поглинається (залежно від напрямку струму) додаткове тепло, що одержало назву тепла Пельтьє. Модуль Пельтьє являє собою термоелектричний холодильник, що складається з послідовно з'єднаних напівпровідників р-і n- типу, що утворюють р-n- і n-p-переходи. Кожний з таких переходів має тепловий контакт із одним з радіаторів. У результаті проходження електричного струму певної полярності утвориться перепад тем-

ператур між радіаторами модуля Пельтьє, при цьому один радіатор працює як холодильник, а інший радіатор нагрівається і служить для відводу тепла. Типовий модуль забезпечує різницю температур, що становить кілька десятків градусів. При відповідному примусовому охолодженні радіатора, що нагрівається, другий радіатор-холодильник дозволяє досягти негативних значень температур. Для збільшення різниці температур можливо каскадне включення модулів Пельтьє.

Велике значення має потужність модуля Пельтьє, оскільки модуль малої потужності не забезпечує необхідний рівень охолодження. З іншого боку застосування модуля занадто великої потужності може викликати зниження температури охолоджуемого радіатора до рівня конденсації вологи з повітря, що може привести до коротких замикань в електричних колах. Оскільки модулі Пельтьє в процесі роботи виділяють порівняно велику кількість тепла, необхідно застосовувати вентилятори не тільки в складі кулера, але і додаткові охолоджувачі в корпусі КС. Проте саме потужні модулі Пельтьє в складі кулерів і відповідні системи додаткового охолодження і вентиляції дозволили в процесорах, створених за традиційною технологією, збільшити частоту в 2 рази.

Наприклад, кулер Пельтьє PAX56B розміром 30x30 мм дозволяє підтримувати температуру процесора нижче 63 °С при розсіюванні ним потужності 25 Вт і зовнішній температурі 25 °С, що істотно краще використання кулера на основі радіатора і вентилятора. Живлення модуля Пельтьє, що входить до складу кулера, здійснюється від джерела напругою 5 В.

Додатковий захист процесора від перегріву можуть забезпечити спеціальні програмні засоби, так звані програмні кулери. Принцип роботи даних засобів базується на введенні в цикли роботи процесора команд тимчасової зупинки, коли процесор не завантажений. Зупинений процесор менше споживає потужності і, відповідно, менше виділяє тепла. Такі функції введені в операційні системи Windows NT і Linux. Ці системи виконують так званий halt-цикл у низькопріоритетних завданнях. Аналогічній меті служать спеціально розроблені програми і драйвери, наприклад, програми Spulde, Rain і Waterfall Pro в Windows 9x. Використовуючи програми такого типу, можна домогтися високих результатів без застосування спеціальних засобів охолодження.

Нестабільність напруги в мережі живлення (підвищення, зниження, перебої або відключення напруги) може привести до втрати даних або ж до відмови КС. Для попередження цього в блоках живлення КС високої якості можуть бути встановлені запобіжні пристрої.

Наприклад, у блоках живлення фірми IBM передбачений захист від високих напруг і струмових перевантажень, а також найпростіший фільтр для зниження рівня завад, що проникають із мережі. Автоматичне відключення КС при великих відхиленнях напруги від номінального передбачено в більшості високоякісних блоків живлення. Після нормалізації напруги із затримкою на 3 - 6 с вони автоматично включаються.

Додатковим пристроєм захисту є джерело безперебійного живлення (Uninterruptible Power Supply - UPS), що працює безупинно. Напряга живлення на КС надходить тільки через UPS. В UPS постійна напруга 12В від акумуляторної батареї перетворюється в змінну напругу. Підзарядка акумулятора здійснюється від електромережі. Навіть якщо напруга в мережі пропадає, UPS продовжує працювати, тому що при цьому припиняється тільки процес підзарядки батареї. У цьому режимі батарея розряджається, проте UPS ще протягом деякого часу може забезпечувати резервне живлення підключених до нього пристроїв. Час автономного живлення звичайно вказується в документації на UPS. Багато UPS продаються разом із програмним забезпеченням, що дає можливість КС коректно завершити роботу після одержання сигналу від UPS.

У високоякісних UPS додатково встановлюють ферорезонансні стабілізатори напруги. Вартість таких UPS становить біля 1 долара за кожен ват вихідної потужності. Вихідна потужність UPS повинна бути не нижче сумарної потужності, яка споживається КС і іншими підключеними до нього пристроями. У якісних блоках вихідна напруга має синусоїдальну форму, а в більш дешевих пристроях - прямокутну. Для деяких блоків живлення КС подача на вхід несинусоїдальної напруги не допускається і тому встановлюючи UPS це необхідно враховувати.

У складних технічних системах відмови і аварії можуть відбуватися і через неправильні дії (помилки) людини-оператора.

В деяких людино-машинних системах людина є найбільш ненадійною ланкою. Наприклад, в автомобільному транспорті більшість аварій (Іспанія - 47%, Італія - 52%, Бразилія - 75%, Німеччина - 82%, США - 85%, Польща - 96%) виникає через помилки водіїв. Від цього в світі кожен рік гине 250 000 людей (при умовній вартості життя людини в 100 000 доларів це становить - 25 млрд. доларів) і 8 млн. зазнають травм, втрачається біля 400 млн. людино-днів робочого часу, матеріальні збитки досягають 2% валового продукту. Через це автомобільний транспорт є найбільш небезпечним. На 1 млрд. пасажирокілометрів гине 20 людей. На повітряному транспорті цей показник дорівнює 6, а на залізничному - 2 [26].

Надійність функціонування системи людина-машина можна оцінити формулою [26]

$$P = \prod_{i=1}^n (1 - Q_i)$$

де Q_i - ймовірність появи помилки на i -му етапі функціонування системи, n - кількість етапів. З достатньою для практики точністю можна вважати, що таких етапів 5, а саме: підготовка вихідної інформації для введення в КС; введення інформації в КС; обробка інформації в КС; видача інформації з КС людині; сприйняття і обробка інформації людиною.

Кожний із цих етапів може бути розбитий на ряд елементарних дій. Наприклад, ймовірності правильного: сприйняття інформації на дисплеї - 0,95; натискання клавіші при друкуванні - 0,993; набору цифри при введенні інформації в КС - 0,98; розпізнавання зорового образу - 0,99; натискання кнопки - 0,9995; включення кнопки - 0,9999; оцінки інформації - 0,985.

В людино-машинних системах людина може не тільки помилятися, а й відмовляти (змирати). В табл. 4.6.1 наведені коефіцієнти λ смертності (інтенсивність відмов) людини в земних умовах (одиниця виміру - кількість випадків смерті в перерахунку на одну людину за одну годину) [26].

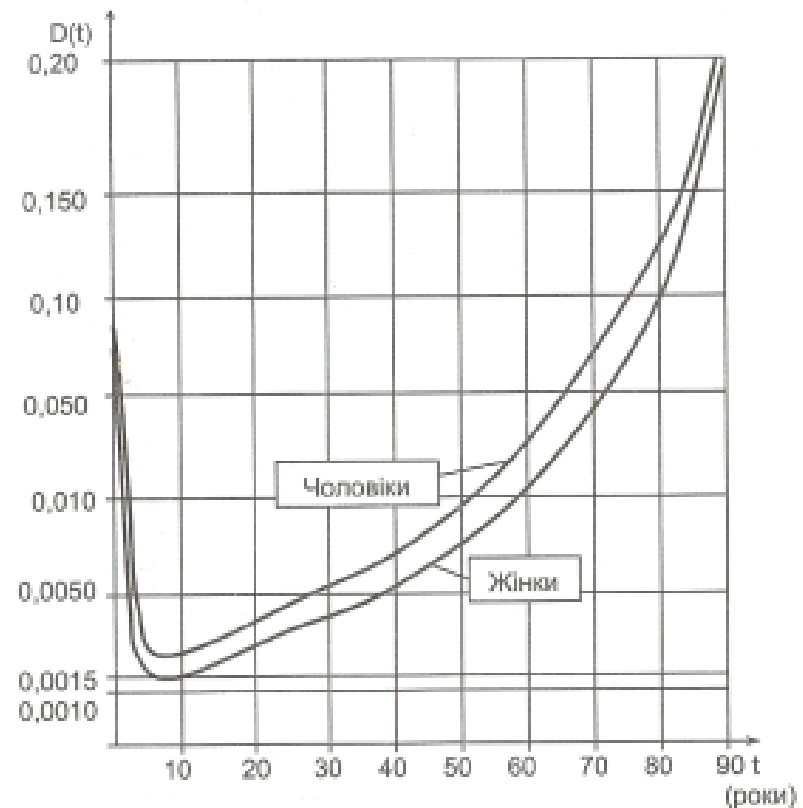
Таблиця 4.6.1. Коефіцієнти λ смертності людини (годин⁻¹)

$\lambda \times 10^3$	Джерело ризику і причина смерті
0,001	Природне середовище існування
0,004	Урагани, торнадо
0,008	Радіоактивне забруднення 1...5 Мбер за рік
0,01	Випромінювання телевізорів
0,04	Глобальні випадання радіоактивних речовин
0,08	Грози (враження блискавкою)
0,1	Тайфуни, циклони, бури; укуси отруйних комах і тварин
0,4	Землетруси, повені, цунамі, вибухливі гази автомобілів
0,8	Штучні джерела випромінювання в середовищі існування
1	Швейна і взуттєва промисловість, вогнепальна зброя
4	Текстильна і паперова промисловість, пожежі
8	Природна частота лейкомії (все населення)

Таблиця 4.6.1. Продовження.

10	Хвороби у віковій групі 10...14 років, падіння
40	Хвороби у віковій групі 5...29 років, нещасні випадки у віковій групі 5...14 років, залізничний транспорт, друкарні, а атомна, оборонна і обробна промисловість(США); обробна промисловість (в середньому)
80	Хвороби у віковій групі 30...34 років, нещасні випадки у вікових групах 15...19, 25...44 років, рак легенів у чоловіків, лікарі і радіологи
100	Хвороби у віковій групі 35...39 років, нещасні випадки у вікових групах 20...24, 45...74 років, захворювання органів дихання
400	Хвороби у віковій групі 40...49 років, нещасні випадки у віковій групі 75...84 років, екіпажі рибальських траулерів; шахтарі, залізничники, велоспорт, бокс аматорський
800	Хвороби у віковій групі 50...54 років, нещасні випадки у віковій групі 85 років і більше, автомобіль, полювання, лижі, серцево-судинні захворювання
1000	Хвороби у віковій групі 55...60 років, паління
4000	Хвороби у віковій групі 60...69 років, літаки, верхолази
8000	Хвороби у віковій групі 70...79 років, мотоспорт
10000	Хвороби у віковій групі 80...84 років, веслування
40000	Хвороби у віковій групі 85 років і більше, альпінізм
80000	Бокс професійний, льотчики-випробувачі
100000	Екіпажі військових вертольотів, стрибки
400000	Кінний спорт
800000	Спортивні автогонки

На рис.4.6.1. показано графік ймовірності $D(t)$ того, що особа, яка дожило до віку t років, не досягне віку $t+1$ рік [34]. За даними на 2004 рік середня тривалість життя в Україні для жінок становить 73 роки, а для чоловіків 62 роки. Для осіб, що палять тютюн, середня тривалість життя знижується і становить 62 та 59 років відповідно. Якби коефіцієнт смертності λ людини протягом всього її життя не зростав і визначався б лише параметрами точки мінімуму на рис.4.6.1 (що відповідає $D(t) = 0,0015$ і віку 7...10 років), то середня тривалість життя людини становила б приблизно 660...670 років.

Рис.4.6.1. Графік ймовірності $D(t)$.

5. РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ У ДИПЛОМНОМУ ПРОЄКТІ. Такий розрахунок проводиться для пристрою, розробка якого доведена до принципової схеми.

Якщо ж технічне завдання до дипломного проєкту передбачає розробку тільки програмних засобів, то проводиться розрахунок надійності комп'ютера або локальної мережі, що здатні реалізувати розроблені програмні засоби, з мінімальним за вартістю складом обладнання.

Завдання та вихідні дані для розрахунку визначаються індивідуально номером залікової книжки. Якщо цей номер окрім цифр містить і букви, то кожен з них треба замінити її порядковим номером в алфавіті. За отриманим в такий спосіб цифровим кодом залікової книжки визначають залишок C_i по модулю i , по якому з наведених нижче таблиць вибирають завдання й вихідні дані для розрахунку. Розрахунок надійності повинен містити вказані нижче розділи (5.1, 5.2, 5.3).

5.1. Вибір основного показника надійності і його розрахунок повинен бути зроблений для двох модифікацій (M1 та M2) пристрою:

1. Пристрій M1 призначений для експлуатації в лабораторних умовах, а його основний показник надійності (ОПН) вибирається відповідно до розділу 2.1.

2. Умови експлуатації (УЕ) і ОПН пристрою M2 вказані в табл. 5.1.1, де СП, НР, НП і К означають стаціонарні промислові, наземні рухомі, наземні переносні і корабельні УЕ.

Таблиця 5.1.1. Вихідні дані до розрахунку

C_4	УЕ	Q	C_5	ОПН	Підвищення надійності
0	СП	DM	0	$P(t_0), t_0 = 1000(C_{30} + 1)$	Зменшити $1 - P_0$ в $10(C_{40} + 1)$ разів
1	НР	DN	1	$Q(t_0), t_0 = 1000(C_{50} + 1)$	Зменшити $Q(t_0)$ в $10(C_{20} + 1)$ разів
2	НП	LN	2	$\lambda_e(t_0), t_0 = 1 + C_{40}$	Зменшити λ_e в $10(C_{30} + 1)$ разів
3	К	W	3	T_0	Збільшити T_0 в $1 + 0,1(C_{50} + 1)$ разів
			4	K_T	Зменшити $1 - K_T$ в $10(C_{11} + 1)$ разів

5.2. Розрахунок основного показника надійності виконувати припускаючи, що час безвідмовної роботи роз'єма має Q – розподіл (табл. 5.1.1) з $v = 1 + 0,01(1 + C_{30})$, а його параметр τ визначається відповідно до розділу 1.6.

5.3. Аналіз заходів щодо підвищення надійності повинен бути спрямований на пошук найбільш економічних заходів, які забезпечили б перелічені в табл. 5.1.1 поліпшення ОПН.

5.4. Розрахунок надійності КС або локальних мереж (LAN), що реалізують розроблені в проєкті програмні засоби, виконують за структурною схемою відповідного об'єкта.

Відмінності в розрахунку надійності CPU і LAN полягають в тому, що при розрахунку надійності LAN необхідно враховувати не тільки відмови CPU, з яких складається LAN, а також і відмови мережного обладнання (кабелів зв'язку, з'єднувачів, концентраторів тощо).

Основні електронні компоненти CPU зазвичай розміщені в його корпусі, що як конструктивна одиниця поставляється виробником разом з блоком живлення (UPC), кулером UPC, сенсорами температури, кнопками керування та сигнальними джерелами світла. У корпус при складанні CPU встановлюється головна (материнська) плата (рис. 5.4.1), до якої за допомогою з'єднань кабелями або без них приєднуються процесор, модулі пам'яті й інші пристрої CPU.

Материнська плата містить ряд (на рис. 5.4.1- шість) ІМС, що утворюють так званий чіпсет, який забезпечує зв'язок CPU з різними по швидкості роботи зовнішніми пристроями. Ці пристрої підключаються до ІМС чіпсета за допомогою великої кількості роз'ємів (на рис. 5.4.1 їх 50: від X1 до X50), призначення яких наступне:

X1 – роз'єм шини PCI-Express16 (забезпечує передачу даних із швидкістю 8 Гбайт/с) і відеокарти, до якої через VGA-кабель приєднують монітор (рис. 5.4.2,а);

X2 – трьохконтактний роз'єм кулера охолодження CPU;

X3 – багаторозрядний (Socket 3 – 237 гнізд, Socket 5 – 320 гнізд, Socket 7 – 321 гніздо, Socket A – 462 гнізда) роз'єм для підключення CPU (поруч встановлюється кулер охолодження CPU);

X4 – двохконтактний роз'єм кнопки RESET (рис. 5.4.2,б);

X5...X8 – чотири роз'єми на 240 контактів для підключення від одного до чотирьох модулів RAM;

X9 – роз'єм на 28 контактів для підключення ROM BIOS;

X10...X13 – чотири семиконтактних роз'єми для приєднання накопичувачів на жорстких дисках (HDD), що працюють із послідовним (serial) інтерфейсом ATA або IDE, тобто SATA (розроблений спеціально для скорочення кількості 80-провідних кабелів, необхідних для інтерфейсів IDE або ATA, які через свою велику ширину погіршують

X14 – IDE-канал 1 для підключення CD-ROM або DVD-RW (рис. 5.4.2,r);

X15...X22 – вісім USB портів для підключення FLASH-ЗП та інших USB-пристроїв;

X23...X27 – порти FDD (підключають пристрої вводу-виводу на гнучких дисках, рис. 5.4.2,в), LPT (підключають принтер - аналогічно рис. 5.4.2,а), COM (підключають модем, рис. 5.4.2,ж), PS2/KB (підключають клавіатуру, рис. 5.4.2,д), PS/2 Mouse (підключають «мишу», рис. 5.4.2,д);

X28...X35 – входи й виходи для підключення аудіо апаратури (колонки акустичної системи, мікрофони);

X36...X37 – два двоконтактних роз'єми сигнальних світлодіодів «Живлення включене» і «HDD виконує операцію» (підключення аналогічне рис. 5.4.2,д);

X38 – двоконтактний роз'єм внутрішнього "динаміка", що подає звукові сигнали, по кількості яких можна судити про несправності в роботі CPU (підключення - аналогічне рис. 5.4.2,д);

X39 – двоконтактний роз'єм живлення (рис. 5.4.2,б);

X40 – дасконтактний роз'єм для підключення батареї UPT живлення системного годинника і КМОП ЗП, у якому зберігаються основні параметри настройки системи;

X41, X42 – два виходи IDE-каналів, що використовуються для організації відмовостійкої системи жорстких дисків RAID (рис.5.4.2,з);

X43...X45 – три 188-контактних (частина зарезервованих контактів не використовуються; ряд контактів дублюється) роз'єми шини PCI із швидкістю 132 Мбайт/с для підключення PCI-пристроїв (додає звукова карта, внутрішній модем, TV-тюнер);

X46 – роз'єм типу RJ-45 на 8 контактів для підключення CPU до LAN-кабеля локальної мережі;

X47, X48 – два роз'єми шини PCI Express із швидкістю 500 Мбайт/с для підключення PCI-пристроїв підвищеної швидкості;

X49, X50 – роз'єми на 4 (для живлення CPU) і 24 контакти для підключення до головної плати живлення (рис. 5.4.2,i).

Не менше трьох частин (основний UP, монітор, принтер) CPU вимагають підключення до мережі ~220В. Для цього необхідно використовувати три роз'єми. Якщо їх не вистачає, то застосовують подовжувачі та розгалужувачі, надійність яких повинна враховуватися при розрахунку надійності CPU.

В розділах 1.2 та 1.3 вже було обґрунтовано, що в сучасних умовах практично єдиним способом забезпечення достовірності даних про надійність компонент персональних CPU є збір даних про відмови виробів під час експлуатації, наприклад, шляхом опитування ко-

ристувань CPU. Одне з таких опитувань [33] охопило 9528 власників персональних CPU (ПК) і дало наступні результати: 99% ПК на момент опитування експлуатувалися до 5 років; середній строк експлуатації всіх 9528 ПК склав 2 роки; в 52% ПК відмов не було; по одній відмові було в 24% ПК; по дві відмови було в 12% ПК; 10 і більше відмов було у 1% ПК; загальне число відмов за час експлуатації 9528 ПК складало 10 000 (0,52 відмови на один ПК за рік);

Причинами відмов ПК були відмови наступних блоків: накопичувачі HDD - 35%; головна (материнська) плата - 13%; FDD - 12%; блок живлення - 11%; відеокарта і монітор - 8%; плати розширення - 7%; RAM - 4%; ROM - 3%; кабелі - 2 %; батареї живлення UPT - 2%; вимикачі - 1%; роз'єми - 1%; процесори - 1%.

Відмова ПК завжди викликає додаткові витрати часу і засобів для його ремонту. Однак, у 65% випадків відмови викликають ще й додаткові непрямі збитки, а саме: втрату даних, записаних на HDD - 45% (27% - легковідновлюваних, 12% - важковідновлюваних, 6% - невідновлюваних); проблеми для репутації фірми - 18%; втрачені торговельні угоди - 2%.

Причинами відмов були: випадкові відмови блоків - 78%; небережна робота - 5%; перенапруга в мережі живлення - 4%; помилки в програмах - 2%; враження блискавкою - 1%; інші причини - 10%.

Інтенсивності відмов λ_i окремих блоків ПК можна оцінити по кількості заміन цих блоків під час гарантійного терміну обслуговування. Отримані в такий спосіб значення $\lambda_i \cdot 10^6$ (годин⁻¹) наведені в табл. 5.4.1 (в дужках вказані дані з реклами виробників).

Таблиця 5.4.1. Інтенсивності відмов блоків ПК.

Найменування виробів	$\lambda_i \cdot 10^6$ (годин ⁻¹)
Адаптери звукові	11,71
Акустичні системи Creative	4,02
Акустичні системи інших типів	9,72
Блоки живлення ПК (UP)	(10)
Батареї живлення КМДП-ЗУ, літєві	(22)
Батареї живлення інших типів	(57)
Відеоадаптери ATI	7,64
Відеоадаптери nVidia	5,64
Відеоадаптери PCI-Express ATI	6,2
Відеоадаптери PCI-Express nVidia	6,43
Головна плата, Socket 775	3,24

Таблиця 5.4.1. (Продовження).

Головна плата Socket 478	15,22
Головна плата Socket 478 + Video	18,26
Головна плата Socket 754	2,28
Головна плата Socket 939	3,92
Клавіатура	(36)
Корпуси Asus	11
Корпуси CoolerMaster	3,13
Корпуси CodeGen	7,98
Корпуси Chieftec	2,38
Корпуси Deluxe	10,73
Джерела безперебійного живлення APC	8,35
Джерела безперебійного живлення Powerware	5,57
Джерела безперебійного живлення Mustek	8,04
Кулери	30
Концентратори і маршрутизатори локальних мереж (залежно від виконуваних функцій, кількості портів і фірми-виробника)	0,24 – 22,83
Монітори	3,67
Накопичувачі на жорстких дисках Seagate	7,87
Накопичувачі на жорстких дисках Western Digital	(0,1) 12,3
Накопичувачі на жорстких дисках Samsung	8,56
Оптичні накопичувачі CD-ROM	2,01
Оптичні накопичувачі CD-RW	3,43
Оптичні накопичувачі DVD-ROM	3,42
Оптичні накопичувачі Combo	3,31
Оптичні накопичувачі DVD-RW	2,10
Процесори Intel	1,06
Процесори AMD	1,16
Оперативна пам'ять SDRAM	2,40
Оперативна пам'ять DDR RDAM	0,50
Оперативна пам'ять DDR2 DRAM	0,25
Пристрої вводу-виводу на гнучких дисках FDD	2,19
Мережа живлення 220 В ~ ($\mu=3$ години ⁻¹)	270

5.5. Вибір варіанта завдання для розрахунку надійності ПК або LAN здійснюється з врахуванням наведених нижче вимог.

Умови експлуатації ПК або LAN задає технічне завдання, а наслідки відмов - табл. 5.5.1.

При розрахунку надійності ПК або LAN надійність електромеханічних блоків враховується виходячи з припущення, що їх час без-

відмовної роботи має Q-розподіл (табл. 5.5.2). Параметр v DM, DN, LN і W – розподілів визначають по C_n залишку від ділення номера

Таблиця 5.5.1. Наслідки відмов та витрати на їх усунення.

C_n	Наслідки відмов	Витрати S на усунення наслідків відмов
0	Втрата баз даних	$S = 10 \times 2^{C_n} A$, де A – вартість одного HDD
1	Втрата робочого часу співробітників і простій дорогого устаткування	Витрати за одну годину $S = 0,1 \times 2^{C_n} B$, де B – вартість одного ПК
2	Виникнення аварійної ситуації	$S = 10^{C_n+1} B$, де B – вартість одного ПК

варіанта на число n, а параметр τ - по табл. 5.4.1 відповідно до розділу 1.6. Параметри v_2 і τ_2 KW- розподілу визначають при $T_0 = \frac{1}{\lambda_0}$,

де λ_0 - інтенсивність відмов HDD (табл. 5.4.1).

Розрахунок надійності ПК або LAN повинен містити вибір основного показника надійності (виходячи з наслідків відмов), розрахунок його за структурною схемою ПК або LAN і розробку заходів щодо підвищення надійності, що забезпечують мінімізацію втрат, викликаних відмовами окремих частин ПК або LAN.

Задача 5.5.1. Розрахувати надійність локальної мережі, побудованої на основі концентраторів із m портами ($3 \leq m \leq 9$) та $n = 9 + C_{30}$ однакових ПК, які містять $N = 32 + C_{30}$ блоків і пристроїв (роз'єми вважати за окремі блоки; кабелі, шнури або провідники з двома роз'ємами вважати за три блоки - два роз'єми і кабель). Вважати, що всі ПК мережі рівномірно розміщені в просторі з відстанню між ними 3 метри (рис 5.5.1, де $n=34$, $m=6$, а концентратори і ПК позначені символами O і * відповідно). Для проектування мережі слід використовувати концентратори з мінімальною кількістю портів, але достатньою для того, щоб між будь-якими двома ПК було не більше чотирьох концентраторів.

Звіт про рішення задачі повинен містити структурну схему ПК (див. рис. 5.4.1, 5.4.2) і LAN (рис. 5.5.1), вибір основного показника надійності на основі табл. 5.5.1, його розрахунок з врахуванням надійності окремих блоків (табл. 5.5.2) і розробку заходів, що забезпечують мінімізацію втрат, викликаних відмовами LAN. Після перевірки

правильності рішення цієї задачі звіт варто передати на зберігання студентам з метою наступного використання в дипломному проєктуванні.

Таблиця 5.5.2. Вихідні дані до задачі 5.5.1.

Q	Найменування блоків та параметри розподілу	
DM	Кулер, $v = 1 + 0,2C_9$	CD-ROM, $v = 1 + 0,1C_{10}$
DN	Клавіатура, $v = 1 + 0,15C_{11}$	
LN	Батареї живлення, $v = 1 + 0,09C_{20}$	Принтер, $v = 1 + 0,07C_{25}$
W	Роз'єми, $v = 1,1 + 0,08C_{30}$	FDD, $v = 1,1 + 0,06C_{40}$
KW	HDD, $\tau_1 = 10929453$ годин, $v_1 = 0,569$, $\lambda = 6,825 \times 10^{-7}$ годин ⁻¹	v_2 і τ_2 визначити відповідно до §3.6 при $T_0 = \frac{1}{\lambda_0}$, де λ_0 - інтенсивність відмов HDD (табл. 5.4.1)

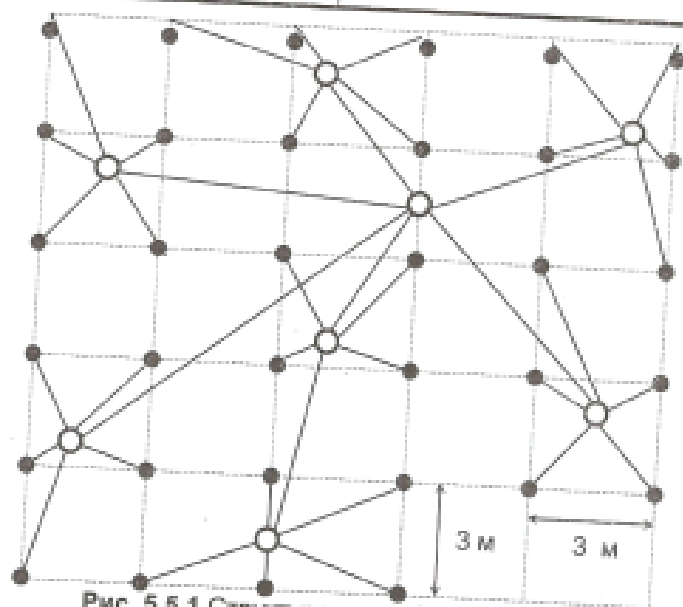


Рис. 5.5.1. Структура мережі до задачі 5.5.1.

6. КОРОТКА ІСТОРІЯ ТА АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ. Історичні корені теорії надійності технічних систем сягають "ранкової" пори існування людства в цивілізованих формах (див. Вступ). У сучасному ж вигляді ця теорія почала формуватися приблизно з середини двадцятого століття [35]. Найважливіші хронологічні віхи розвитку теорії надійності подані в наступному переліку.

1939 рік - шведський інженер і математик В. Вейбулл, аналізуючи відмови кулькових підшипників, запропонував просту і зручну математичну модель їх опису, яка відома тепер як W -розподіл. Наявність двох параметрів (τ і v) W -розподілу дозволяє з достатньою точністю апроксимувати практично будь-які емпіричні розподіли.

1943 рік - видатний український математик Б.В. Гнеденко знайшов три класи граничних розподілів, один з яких співпав з W -розподілом. Через це у ряді робіт цей розподіл називають розподілом Вейбулла-Гнеденка.

1945 рік - видатний російський математик А.М. Колмогоров, аналізуючи ймовірність ураження літаків зенітним вогнем, висловив ідею оцінки ефективності складних систем, відмови елементів яких приводять лише до часткової деградації функціональних можливостей систем (наприклад, зниження продуктивності або якості).

1945 рік - з'явилися перші роботи по прискорених випробуваннях на надійність.

1947 рік - американський математик Д. фон-Нейман запропонував використовувати статистичне моделювання для обчислення багатовимірних інтегралів по складних областях інтегрування. Незабаром цей метод знайшов широке розповсюдження у тому числі і для аналізу надійності систем з відновленням.

1956 рік - опубліковано перші роботи по оптимальному резервуванню (К. Шеннон, Е. Мур).

1956 рік - доведено дві граничні асимптотичні теореми в теорії процесів відновлення (А. Реньї, Г. Ососков), які дозволили створювати зручні інженерні методи аналізу складних високнадійних систем з відновленням.

1958 рік - Р. Беллман і С. Дрейфус запропонували використовувати динамічне програмування в теорії надійності, що привело до широкого впровадження в практику методів оптимального забезпечення запасними елементами.

1960 рік - почато роботи зі створення математичних моделей технічного обслуговування (Р. Барлоу, Л. Хантер).

1961-62 роки - з'явилися перші книги по теорії надійності (І. Базовський, Надійність: теорія і практика, 1961; Д. Ллойд, М. Ліпов, На-

дійність: організація досліджень, методи, математичний апарат, 1962).

1962 рік - Д. Ллойд і М. Лілов розглянули нове цікаве завдання в статистиці: оцінка довірчих границь для показників надійності системи по результатах випробувань елементів, які входять до її складу.

1963 рік - створення і систематизація математичних методів теорії масового обслуговування (А. Я. Хіннин) зіграли вирішальну роль в розвитку методів аналізу систем з відновленням.

1964 рік - Б. В. Гнеденко і його наукова школа (Ю.К.Беляєв, А.Д.Соловійов, І.М.Коваленко) почали розробляти асимптотичні методи аналізу систем з відновленням. Потреба в таких методах пов'язана з тим, що аналітичні методи при довільних законах розподілу часу відновлення і безвідмовної роботи приводять до надзвичайно складних формул, що займають десятки сторінок тексту. (Б. В. Гнеденко вказував, що такі формули навіть переписати без помилок важко, а вже використовувати їх у розрахунках і поготів). Зараз асимптотичні методи оцінки надійності широко використовуються для аналізу високонадійних складних систем з відновленням.

1965 рік - Р. Барлоу і Ф. Прошан ввели в розгляд ідею розділення розподілів ймовірностей на «старіючі» і «молодіючі» залежно від того, зростає або збуває функція інтенсивності відмов. Це дозволило створювати методи аналізу надійності, що інваріантні щодо типу розподілу і залежні тільки від класу, до якого даний розподіл відноситься. Останнє легко визначається фізичними властивостями виробів.

1965-69 роки - завершилося формування математичних основ сучасної теорії надійності публікацією декількох фундаментальних книг: Б. Гнеденко, Ю. Беляєв, А. Соловійов. Математичні методи в теорії надійності. - М.: Наука, 1965; Б.Гнеденко, І.Коваленко. Вступ до теорії масового обслуговування. - М.: Наука, 1966; Р. Барлоу і Ф. Прошан. Математична теорія надійності. - М.: Сов. Радіо, 1969; Козлов Б.А., Ушаков І.А. Короткий довідник з розрахунків надійності радіоелектронної апаратури. - М.: Сов. Радіо 1966. Остання книга неодноразово доповнювалася і перевидавалася: 1970 рік - США; 1975 - СРСР; 1978 - НДР; 1979 - ФРН; 1985 - СРСР; 1989 - ЧССР; 1995 - США.

1964-89 роки - І.М.Коваленко та його учні виконали ряд досліджень по застосуванню методів теорії масового обслуговування, марковських процесів, статистичного моделювання для розрахунку і забезпечення надійності складних електронних систем.

1974 рік - почато дослідження (Н. Манн) по застосуванню байєсовських методів в теорії надійності, які можуть приводити до створення способів об'єднання даних про надійність виробів за наслідка-

ми різнорідних випробувань, оцінки надійності унікальних виробів по їх прототипах і т.п.

1987 рік - інтенсивні дослідження надійності програмного забезпечення КС дали перші практично корисні результати.

1990 рік - У. Нельсоном видана книга по прискорених випробуваннях, що стала настільним посібником інженера-випробувача.

Стрімкий розвиток теорії надійності технічних систем взагалі та, особливо, науково-технічний доробок в частині підвищення надійності КС за останні 20 років привели до того, що сучасні КС можуть працювати безвідмовно роками. Ця обставина інколи породжує псевдореволюційні популістські заяви про те, що теорія надійності вичерпала себе і стала непотрібною для комп'ютерних фахівців. Однак інженерна теорія надійності, за образом висловлювання І.А.Ушакова, нагадує медицину. Різниця лише в областях застосування: технічний виріб чи людський організм. Чи можна уявити собі, що медицина вичерпає себе? Перефразовуючи класика можна вважати, що «чутки про смерть теорії надійності виявилися сильно перебільшуваними». Перед цією наукою є багато важливих проблем, які чекають свого вирішення. Перелічимо деякі із них.

Аналіз і оцінка ефективності систем, відмови елементів яких приводять лише до часткової деградації можливостей системи. Аналіз ефективності таких систем можна звести до оцінки їх надійності, вибравши відповідні критерії відмови (наприклад, відмова - це випадок, коли можливості системи впали нижче заданого рівня). Але за такого підходу не враховуються можливості системи після відмови виконувати свої завдання із зниженою ефективністю. Це може бути, у ряді випадків, дуже корисною якістю, яку не слід ігнорувати.

Аналіз і оцінка живучості системи, як здатність витримувати зовнішні дії (грубі не передбачувані помилки оператора, природні дії - землетруси, повені, ворожі дії, теракти, військові дії). Звичайно аналіз живучості зводять до аналізу «слабких місць» системи і оцінюють кількістю елементів, руйнування яких приводить до загибелі системи. Це важливий критерій, проте він не враховує багатьох чинників (можливості швидкої заміни елементів, що відмовили, «складність» або «трудомісткість» одночасного руйнування заданої кількості елементів системи і ін.) і властивостей системи.

Аналіз безпеки як властивості системи функціонувати без небезпечних наслідків для людини і навколишнього середовища. Для аналізу живучості і безпечності може бути корисна ймовірнісна теорія ризику.

Аналіз захищеності важливий для систем, які повинні працювати не тільки надійно, але і бути захищені від несанкціонованого доступу,

оскільки мають справу з конфіденційною або втаємниченою інформацією. Оскільки функціонування таких систем не можна вважати нормальним, якщо у них не працює захист, то постає питання про "дві надійності" – технічну та інформаційну.

В сучасних умовах величезне значення має надійність комп'ютерних програм (КП), оскільки функціонування все зростаючої кількості різноманітних систем залежить від правильності і якості КП. Як показали дослідження спроби застосування тут традиційних концепцій теорії надійності виявилися безуспішними, безперспективними і шкідливими, оскільки привели до плутанини. Традиційна теорія надійності базується на випадковій природі відмов, залежності появи відмов від часу, незалежності або ймовірнісної залежності окремих відмов. Відмови КП мають зовсім іншу природу. Вони не є випадковими, оскільки з'являються кожного разу, коли повторюються умови, що їх породжують. Вони не «об'єктивні», оскільки залежать від виду виконуваних операцій, вхідних даних і навіть від користувача. Відмови КП не залежать від часу: якщо не використовується КП або її «неправильна» частина, то вона не може відмовити. Відмови КП не мають незалежної природи. Всі копії КП відмовляють завжди, коли повторюються умови відмови. Заміна КП, що «відмовила», такою ж самою КП є безглузда по своїй суті.

Людський чинник в надійності технічних систем має велике значення, оскільки значна частина відмов в людино-машинних системах пов'язана з помилками обслуговуючого персоналу. Розробка методики розрахунку і оптимізації надійності складних людино-машинних систем з урахуванням людського чинника дозволила б значно зменшити втрати від відмов таких систем.

Аналіз надійності унікальних виробів (космічних станцій, ядерних реакторів, крупних гідротехнічних споруд тощо), створених в одиничних екземплярах має велике значення, оскільки вони виконують гранично відповідальні функції, і тому повинні бути надзвичайно надійними. Звичайно такі вироби не мають прототипів, немає й досвіду їх створення та експлуатації. Як оцінити їх надійність та забезпечити достовірність оцінок?

Аналіз надійності глобальних територіальних систем (мережі електропередач, газові і нафтові трубопроводи, військові системи) для яких навіть саме визначення надійності функціонування являє собою досить складне завдання, чекає створення спеціального апарату для розрахунку і оцінок.

Аналіз надійності телекомунікаційних мереж звичайно зводиться до аналізу зв'язності. Проте мережі часто мають канали з різною пропускнуою здатністю, багато їх якісних і технічних характеристик

залежать від протоколів передачі інформації, інтенсивності надходження запитів. Врахування всіх цих чинників вимагає симбіозу теорій надійності і масового обслуговування в якійсь новій якості.

Статистичне моделювання є універсальним і ефективним засобом аналізу надійності складних систем, оволодіння яким вимагає високого рівня професіоналізму. Створення простих і доступних спеціальних мов програмування високого рівня сприятиме широкому впровадженню цього методу в інженерну практику.

Аналіз надійності систем, що розвиваються, вимагає розв'язку ряду проблем. Як використовувати поточну інформацію про надійність системи для управління процесом її розвитку? Як врахувати в поточному проектуванні майбутню зміну систем?

Проблема створення ієрархічних систем постачання запасними частинами для масових виробів через центральний, регіональні і місцеві склади з відповідними правилами розміщення складів і доставки запасних частин користувачам чекає ще свого розв'язку, можливо, шляхом симбіозу теорій надійності і управління запасами.

Прискорені випробування у багатьох випадках є єдиним способом прогнозу надійності нових виробів масового виробництва. Очевидною є проблема організації зворотного зв'язку таких випробувань з результатами реальної експлуатації. Тільки після вирішення цієї проблеми можна перейти до розробки адекватних моделей прогнозу надійності шляхом прискорених випробувань.

Дані випробувань і реальної експлуатації є обов'язковою основою достовірних розрахунків надійності. Проте ці дані виявляються розрізненими, зібраними в різних умовах, одержаними за різними планами випробувань і навіть не зовсім ідентичних зразків. Постає питання, як коректно об'єднати (агрегатувати) такі дані з метою отримання достовірних результатів?

Проблем багато і всі очі мають можливість залучитися до їх вирішення.

7. ЗАДАЧІ. Приведені нижче задачі не вимагають складних розрахунків, тому можуть бути використані для практичних занять і контролю знань у некомп'ютеризованих аудиторіях. Всі задачі мають відповіді, а деякі і пояснення до розв'язку.

7.1. Система складається із двох CPU, інтенсивності λ відмов (ІВ) яких постійні. Визначити ІВ λ_0 системи, якщо відмови CPU незалежні, а відмова системи настає при відмові двох CPU.

7.2. ІВ елементів дорівнює $\lambda^2 t$. Визначити щільність розподілу часу безвідмовної роботи елементів.

7.3. Система складається із трьох пристроїв, надійності яких дорівнюють відповідно $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ та $\frac{2}{3}$. Відмова системи настає при відмові двох і більше пристроїв. Визначити надійність системи за умови, що відмови пристроїв незалежні.

7.4. Система складається із трьох елементів, надійності яких дорівнюють відповідно $\frac{9}{10}$, $\frac{4}{5}$ та $\frac{2}{3}$. Відмова кожного з них приводить до відмови всієї системи. Чому дорівнює надійність системи?

7.5. Система складається із трьох елементів з інтенсивностями відмов 0,2, 0,1 і 0,5 фіт (1 фіт = 10^{-9} годин⁻¹). Відмови елементів незалежні і кожна з них приводить до відмови всієї системи. Визначити середній час безвідмовної роботи системи.

7.6. ІВ системи дорівнює λ_1 при $t < \tau$ і λ_0 при $t \geq \tau$. Визначити напрацювання на відмову системи.

7.7. Ненадійність системи дорівнює $1 - (1 + \lambda t)e^{-\lambda t}$. Знайти інтенсивність відмов системи.

7.8. Щільність розподілу часу безвідмовної роботи системи дорівнює $\lambda^2 t e^{-\lambda t}$. Визначити напрацювання на відмову системи.

7.9. Ймовірність безвідмовної роботи системи протягом 1000 годин дорівнює 0,8 і не залежить від того, скільки до цього система працювала безвідмовно. Знайти напрацювання на відмову системи.

7.10. Система складається із трьох елементів, надійності яких P_1 , P_2 і P_3 . Система відмовляє, якщо відмовляє перший елемент або другий і третій елементи. Визначити надійність системи.

7.11. Щільність розподілу часу безвідмовної роботи дорівнює $0,75e^{-t} + ae^{-0,5t}$. Чому дорівнює величина a ?

7.12. Технічний ресурс системи дорівнює 80000 годин, а ІВ дорівнює $0,125 \cdot 10^{-4}$ годин⁻¹. Знайти напрацювання на відмову системи.

7.13. Система складається із чотирьох однотипних елементів і відмовляє при відмові двох і більше з них. Надійність елементів не залежить від того, скільки часу елементи працювали безвідмовно в минулому. Знайти ІВ системи при $t = 0$ і ймовірність безвідмовної роботи системи за час t .

7.14. Функція надійності системи дорівнює $(1 + \lambda t)e^{-\lambda t}$. Знайти напрацювання на відмову системи.

7.15. Система складається із трьох пристроїв. Відмова кожного із пристроїв приводить до відмови системи. Визначити напрацювання на відмову системи, якщо напрацювання на відмову пристроїв складають відповідно 2000, 5000 і 1000 годин за умови, що ІВ пристроїв постійні.

7.16. Щільність розподілу часу безвідмовної роботи системи дорівнює $\lambda e^{-\lambda t}$. Визначити ймовірність безвідмовної роботи системи на інтервалі часу від t до $t + \tau$, якщо відомо, що система працювала безвідмовно до моменту часу t .

7.17. Щільність розподілу часу безвідмовної роботи системи дорівнює $\lambda^2 t e^{-\lambda t}$. Визначити ймовірність безвідмовної роботи системи на інтервалі часу від t до $t + \tau$, якщо відомо, що система працювала безвідмовно до моменту часу t .

7.18. Система складається із трьох CPU і відмовляє при відмовах всіх CPU. Надійність одного CPU дорівнює $e^{-\lambda t}$. Визначити ймовірність безвідмовної роботи системи на інтервалі від t до $t + \tau$, якщо відомо, що до моменту часу t у системі відмовив один CPU.

7.19. Система складається з n пристроїв і відмовляє при відмові всіх n пристроїв. Функція надійності пристрою дорівнює $e^{-\lambda t}$. Знайти ефективну інтенсивність відмов системи за $t_0 = 10$ годин за умови, що $\lambda = 10^{-4}$ годин⁻¹, а $n = 2$.

7.20. Функції надійності й відновлення системи дорівнюють відповідно $P(t) = e^{-0,0001t}$ та $R(t) = e^{-0,01t}$. Визначити коефіцієнт готовності.

7.21. Функції надійності і відновлення системи дорівнюють відповідно $e^{-0,0001t}$ та $1 - e^{-0,01t}$. Чому дорівнює функція готовності, якщо $G(0) = 1$.

7.22. Система складається із двох CPU і відмовляє при відмові всіх CPU. Надійність одного CPU дорівнює $e^{-0,0001t}$. Функція відновлення системи $1 - e^{-t}$. Визначити коефіцієнт готовності системи.

7.23. Система складається із трьох однакових CPU і відмовляє тільки при відмові всіх CPU. Надійність одного CPU дорівнює $e^{-0,001t}$.

Функція відновлення системи дорівнює $1 - e^{-t}$. Визначити коефіцієнт готовності системи.

7.24. Щільність розподілу часу відновлення системи дорівнює $1,2e^{-4t} + 2,1e^{-3t}$. Визначити середній час відновлення системи.

7.25. Інтенсивність ремонту дорівнює $\mu^2 t(1 + \mu t)^{-1}$. Визначити функцію ремонту.

7.26. Випробовувалося 10 елементів протягом 20 годин. За час випробувань відмовили три елементи, проробивши відповідно 3, 9 і 16 годин. Знайти інтенсивність відмов елементів, яка вважається постійною.

7.27. Щільність розподілу часу безвідмовної роботи системи дорівнює $1,2e^{-4t}(1 + 1,75e^t)$. Визначити інтенсивність відмов системи в період нормальної роботи.

7.28. На надійність випробовувалися 27 елементів протягом 1000 годин. За час випробування відмовило 17 елементів. Моменти відмов елементів не фіксувалися. Визначити напрацювання на відмову елементів, якщо інтенсивність відмов постійна.

7.29. 27 ІМС випробовувалися протягом 10000 година. За час випробувань відмовило 17 ІМС. Моменти відмов елементів не фіксувалися. Вважаючи λ постійною, знайти її значення.

7.30. Випробовувалися на надійність 100 елементів протягом 100 годин. Через кожні 10 годин фіксувалася кількість елементів, що відмовили. Були отримані наступні результати:

Номер відліку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість відмов	6	4	6	13	7	4	10	2	8	10

За дослідними даними визначити значення функцій надійності, ненадійності, інтенсивності відмов і щільності розподілу часу безвідмовної роботи для $t=90$.

7.31. Випробовувалися на надійність N елементів, які проробили відповідно t_1, t_2, \dots, t_n годин. Вивести формулу для оцінки параметра розподілу, якщо $P(t) = (1 + \lambda t)e^{-\lambda t}$.

7.32. На випробуванні на надійність 5 елементів вони проробили відповідно 1, 3, 5, 7 й 9 годин. Визначити інтенсивність відмов елементів, якщо їх функція надійності дорівнює $(1 + \lambda t)e^{-\lambda t}$.

7.33. В деякій установі встановили 100 CPU. За перші 33 години роботи відмов CPU не було. Оцінити з ймовірністю 0,9 напрацювання на відмову CPU, за умови, що їх λ постійна.

7.34. В процесі випробувань елементів на надійність потрібно одержати не менш 10 відмов. Скільки годин має тривати випробування 500 елементів, якщо інтенсивність відмов елементів приблизно дорівнює 10^{-5} годин⁻¹.

7.35. Система експлуатується щодня по 8 годин. Інтенсивність відмов λ_p системи в робочому режимі в 5 разів вища, ніж інтенсивність відмов λ_n у неробочому стані і дорівнює 10^{-4} годин⁻¹. Визначити напрацювання на відмову системи.

7.36. Побудувати графік функції надійності $P(t)$ по поступових відмовах для елемента, визначальний параметр якого повинен задовольняти умові $\beta(R+1)^{-1} - R^{-1} > 0$, якщо $\beta_0=4, R_0=1$. Коефіцієнти x і y нестабільності β і R рівномірно розподілені в інтервалі від $-0,02$ до 0 , а помилки у встановленні параметрів $\Delta\beta = \Delta R = 0,2$.

7.37. Для роботи на автоматичній космічній станції необхідно вибрати один із трьох CPU, функції надійності яких рівні відповідно:

$$P_1 = e^{-2t}, \quad P_2 = 3e^{-2t} - 2e^{-3t}, \quad P_3 = 2e^{-2t} - e^{-4t} \quad (7.1)$$

За іншими показниками CPU рівноцінні. Який CPU варто вибрати для заданих умов експлуатації?

7.38. Для роботи на ракеті одноразового використання, розрахованої на політ тривалістю $t = \lambda^{-1} \ln(1,5)$, необхідно вибрати один із трьох CPU, функції надійності яких задані формулами (7.1). За іншими показниками CPU рівноцінні. Який CPU варто вибрати для заданих умов експлуатації?

7.39. Для роботи в системі, призначеній для управління промисловим технологічним обладнанням високої продуктивності, необхідно вибрати один із трьох CPU, функції надійності яких задані формулами (6.1). За іншими показниками CPU рівноцінні. Який CPU варто вибрати для заданих умов експлуатації?

7.40. Середні витрати на усунення однієї відмови CPU складають 250 гривень. Визначити повні витрати на усунення відмов CPU за весь період експлуатації ($T_p=80000$), якщо

$$P(t) = 0,75e^{-0,001t} + 0,25e^{-0,005t}, \quad R(t) = 1 - e^{-2t}$$

7.41. Обчислювальна система складається із трьох CPU і трьох каналів зв'язку, що зв'язують всі CPU один з іншим. Система працездатна доти, доки в ній працює не менш двох зв'язаних CPU. Шляхом розрахунку надійності визначити чи доцільно таке резервування без відновлення, якщо надійності CPU і каналів зв'язку

дорівнюють відповідно $\frac{1}{3}$ та $\frac{2}{3}$, відмови CPU і каналів незалежні, а

резерв є навантаженим.

7.42. Обчислювальна система складається із чотирьох CPU і має повну системою зв'язків, що реалізована шістьма каналами. Система вважається працездатною, якщо в її складі є два зв'язані між собою CPU. Шляхом розрахунку надійності визначити чи доцільно таке

резервування без відновлення, якщо надійності одного каналу та одного CPU рівні і складають 0,5.

7.43. В системі реалізовано навантажене дублювання елементів без відновлення. Функції надійності елементів - $e^{-0,02t}$ і $e^{-0,03t}$. Визначити середній час безвідмовної роботи дубльованого елемента.

7.44. В системі реалізовано навантажене потроєння елементів без відновлення. Функції надійності елементів - $e^{-0,01t}$, $e^{-0,02t}$ і $e^{-0,03t}$. Визначити середній час безвідмовної роботи потроєного елемента.

7.45. Система складається із двох рівноцінних за вартістю пристроїв і відмовляє при відмові одного із пристроїв. Функції надійності пристроїв дорівнюють відповідно $e^{-0,01t}$ і $e^{-0,02t}$. Для підвищення надійності можна здійснювати навантажене резервування як всієї системи, так й окремих пристроїв. Яку сумарну кількість пристроїв повинна містити резервована система, у якій напрацювання на відмову ≥ 45 ?

7.46. У резервованому елементі використане трикратне ненавантажене резервування. Відмова резервованого елемента настає при відмові трьох елементів. Визначити інтенсивність відмов резервованого елемента, якщо інтенсивність відмов нерезервованого елемента постійна.

7.47. Функції надійності і відновлення системи рівні відповідно $e^{-\lambda t}$ і $1-e^{-\mu t}$. Чому дорівнює ймовірність того, що на інтервалі від t до $t+\tau$ відбудеться дві відмови, якщо $\lambda=10^{-4}$ годин $^{-1}$, $\mu=10^{-1}$ годин $^{-1}$, $\tau=100$ годин, $t=10^4$.

7.48. В організації експлуатується 100 однотипних CPU, двадцять із яких протягом року відмовляють. Їх ремонт виконують шляхом заміни блоків, що відмовили, на наявні запасні блоки. Оцінити методом максимуму правдоподібності напрацювання на відмову таких CPU.

7.49. На стенді, що має 2 робочих місця, випробується партія з 4-х виробів. При відмові виробу його замінюють справним. Інтенсивність відмов виробів у режимі зберігання дорівнює нулю, а в робочому режимі - постійна. Вивести формули для визначення ймовірності того, що за час t випробування відбудеться 3 відмови.

ВІДПОВІДІ ДО ЗАДАЧ із розділу 7:

$$7.1. P_C = P^2 + 2P(1-P) = 2P - P^2 = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t},$$

$$\lambda_C(t) = \frac{f_C(t)}{P_C(t)} = \frac{-P'_C(t)}{P_C(t)} = \frac{2\lambda(1 - e^{-\lambda t})}{2 - e^{-\lambda t}}$$

$$7.2. f(t) = \lambda(t)P(t) = \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = \lambda^2 t e^{-\lambda^2 t^2 / 2}$$

$$7.3. P_1 P_2 P_3 + P_1 P_2 (1 - P_3) + P_1 (1 - P_2) P_3 + (1 - P_1) P_2 P_3 = 0,5$$

$$7.4. P_C = P_1 P_2 P_3 = 0,48$$

$$7.5. \lambda_C = 0,2 + 0,1 + 0,5 = 0,8 \text{ фіт; } T_C = \lambda_C^{-1} = 1,25 \times 10^8 \text{ годин.}$$

$$7.6. T_0 = \int_0^{\infty} P(t)dt = \int_0^{\tau} P(t)dt + \int_{\tau}^{\infty} P(t)dt = \frac{1}{\lambda_1} + \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1} \right) e^{-\lambda_1 \tau}$$

$$7.7. \lambda(t) = \lambda^2 t (1 + \lambda t)^{-1} \quad 7.8. T_0 = 2\lambda^{-1} \quad 7.9. T_0 = 10^3 \ln 1,25$$

$$7.10. P_C = P_1 P_2 P_3 + P_1 P_2 (1 - P_3) + P_1 (1 - P_2) P_3 = P_1 (P_2 + P_3 - P_2 P_3)$$

$$7.11. \int_0^{\infty} f(t)dt = 0,75 + \frac{a}{0,5} = 1; a = 0,125$$

$$7.12. T_0 = \int_0^{T_P} P(t)dt \cong 50500 \text{ годин.}$$

$$7.13. P_C = P^4 + 4P^3(1-P) = 4P^3 - 3P^4 = 4e^{-4\lambda t} - 3e^{-4\lambda t}; \lambda(0) = 0$$

$$7.14. T_0 = 2\lambda^{-1} \quad 7.15. T_0 = 588 \quad 7.16. P(t+\tau/t) = e^{-\lambda t}$$

$$7.17. P(t+\tau/t) = P(t+\tau)P^{-1}(t) = (1 + \lambda(t+\tau))e^{-\lambda(t+\tau)}((1 + \lambda t)e^{-\lambda t})^{-1} = e^{-\lambda \tau} (1 + \lambda \tau (1 + \lambda t)^{-1})$$

7.18. Оскільки ІВ CPU постійна, то його надійність не залежить від того, скільки він до цього працював безвідмовно. Отже:

$$P_C(t+\tau/t) = 1 - (1-P)^2 = 2P - P^2 = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}$$

$$7.19. P_2 = 1 - (1-P)^2 = 2P - P^2 = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}; \lambda_E = \frac{1 - P(t_0)}{t_0} = (1 - 2e^{-\lambda t_0} +$$

$$+ e^{-2\lambda t_0}) t_0^{-1} \cong \left(1 - 2(1 - \lambda t_0 + \frac{(\lambda t_0)^2}{2}) + (1 - 2\lambda t_0 + \frac{(2\lambda t_0)^2}{2}) \right) t_0^{-1} =$$

$$= \frac{\lambda^2 t_0^2}{t_0} = \lambda^2 t_0 = 10^{-8} \cdot 10 = 10^{-7}$$

$$7.20. K_r = T_c \cdot (T_0 + T_b) = 10000 : 10100 \approx 0,99.$$

$$7.21. G(t) = 0,99 + 0,01e^{-0,0101t}$$

$$7.22. P_c = 1 - (1 - P)^2 = 2P - P^2; \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} (2e^{-0,002t} - e^{-0,002t}) dt = 1500;$$

$$T_b = \int_0^{\infty} (1 - R(t)) dt = 1; K_r \approx 0,9993.$$

$$7.23. P_c = 1 - (1 - P)^3 = 3P - 3P^2 + P^3; T_0 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \frac{3}{\lambda} - \frac{3}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} = \frac{5500}{3};$$

$$T_b = \mu^{-1} = 1; K_r \approx 0,9995.$$

$$7.24. T_b = \int_0^{\infty} (1 - R(t)) dt; r(t) = 1,2e^{-4t} + 2,1e^{-3t}; R(t) = 1 - \int_0^t r(t) dt = 1 - 0,3e^{-4t} +$$

$$+ 0,7e^{-3t}; T_b = \int_0^{\infty} (0,3e^{-4t} + 0,7e^{-3t}) dt = \frac{0,3}{4} + \frac{0,7}{3} \approx 0,31.$$

$$7.25. R(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(t) dt}; \int_0^t \frac{\mu^2 t}{1 + \mu t} dt = \int_0^t \mu \left(\frac{1 + \mu t - 1}{1 + \mu t} \right) dt = \int_0^t \mu \left(1 - \frac{1}{1 + \mu t} \right) dt =$$

$$= \mu t \Big|_0^t - \ln(1 + \mu t) \Big|_0^t = \mu t - \ln(1 + \mu t); R(t) = 1 - e^{-\mu t + \ln(1 + \mu t)} = 1 - (1 + \mu t)e^{-\mu t}.$$

$$7.26. T_0 = \left(\sum_{i=1}^n t_i + (N - n)t_b \right) n^{-1} = (3 + 9 + 16 + 7 \times 20) : 3 = 56;$$

$$\lambda = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{56} \text{ (годин}^{-1}\text{)}.$$

$$7.27. \lambda(t) = r(t)P^{-1}(t); P(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 0,3e^{-4t} + 0,7e^{-3t};$$

$$\lambda(t) = \frac{1,2e^{-4t} + 2,1e^{-3t}}{0,3e^{-4t} + 0,7e^{-3t}} = \frac{1,2e^{-t} + 2,1}{0,3e^{-t} + 0,7} \rightarrow 3.$$

$$7.28. L = n \ln(t \leq T) + (N - n) \ln(t > T) = n \ln(1 - e^{-\lambda T}) + (N - n) \ln e^{-\lambda T} =$$

$$= n \ln(1 - e^{-\lambda T}) - (N - n) \lambda T; \frac{dL}{d\lambda} = \frac{n T e^{-\lambda T}}{1 - e^{-\lambda T}} - (N - n) T = 0;$$

$$e^{-\lambda T} = \frac{N - n}{N}; \lambda T = \ln \frac{N}{N - n};$$

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln \left(\frac{N}{N - n} \right)} = \frac{1000}{\ln(27 : (27 - 17))} = 1000.$$

$$7.29. \lambda = T^{-1} \approx 10^{-4} \text{ годин}^{-1} \text{ (див. відповідь до задачі 7.28)}.$$

$$7.30. P(90) = W(T > t) = (N - n(t)) N^{-1} = (100 - 60) : 100 = 0,4; q = 0,6;$$

$$\lambda(90) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{(N - n(t)) \Delta t} = \frac{70 - 60}{(100 - 60) \cdot 10} = 0,025;$$

$$f(90) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N \Delta t} = \frac{70 - 60}{100 \cdot 10} = 0,01.$$

$$7.31. f(t) = \lambda^2 t e^{-\lambda t};$$

$$L = \sum_{i=1}^N \ln f(t_i, \lambda) = \sum_{i=1}^N \ln(\lambda^2 t_i e^{-\lambda t_i}) = \sum_{i=1}^N (2 \ln \lambda + \ln t_i - \lambda t_i);$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{2}{\lambda} - t_i \right) = 0; \frac{2N}{\lambda} = \sum_{i=1}^N t_i; \lambda = \frac{2N}{\sum_{i=1}^N t_i}.$$

$$7.32. \lambda(t) = \lambda^2 t (1 + \lambda t)^{-1} = 0,16 t (1 + 0,4t)^{-1} \text{ (див. відповідь до задачі 7.31)}.$$

7.33. За 33 години, як це видно із експериментальних даних, надійність $P_0(t)$ одного CPU дорівнює $P_0(33) = 1$. Таке значення P_0 може бути загалом отримане при будь-якій надійності CPU $P(33) \neq 0$. Але ймовірність отримання $P_0(33) = 1$, наприклад, для $P(33) = 0,1$, складає $P^{100}(33) = (0,1)^{100} = 10^{-100}$, тобто ця подія – практично неймовірна. Щоб отримати з ймовірністю 0,9 надійність $P_0(33) = 1$ значення $P^{100}(33)$ має дорівнювати 0,9. Відповідно

$$P(33) = (0,9)^{\frac{1}{100}} = (1 - 0,1)^{\frac{1}{100}} = 1 - \frac{0,1}{100} = 0,999.$$

$$\text{Звідси } e^{-\frac{33}{T_0}} = 0,999 \text{ або}$$

$$T_0 = -\frac{33}{\ln(0,999)} = -\frac{33}{\ln(1 - 0,001)} \approx \frac{33}{0,001} = 33000 \text{ (годин)}.$$

$$7.34. t_p = K(n\lambda)^{-1} = 10(500 \cdot 10^{-5})^{-1} \approx 2000 \text{ (годин)}.$$

$$7.35. T_0 = \lambda_{cp}^{-1}; \lambda_{порівн} = (8\lambda_p + 16\lambda_n) : 24 = (8\lambda_p + (16\lambda_p) / 50) / 24;$$

$$T_0 = 2,88 \cdot 10^4 \text{ (годин).}$$

- 7.36. Надійність елемента з поступових відмов дорівнює ймовірності того, що визначальний параметр даному випадку

$$A(t) = \frac{\beta}{R+1} - \frac{1}{R} \text{ буде перебувати}$$

в області допустимих значень (в даному випадку $A(t) > 0$).

Згодом параметри β і R змінюють свої значення:

$$\beta(t) = (\beta_0 \pm \Delta\beta)(1 \pm xt),$$

$$R(t) = (R_0 \pm \Delta R)(1 \pm yt),$$

де $\Delta\beta$ і ΔR – похибки в установці параметрів β і R та їх допустимі зміни під впливом факторів зовнішнього середовища.

Отже,

$$A(t) = A_0 + \frac{dA}{d\beta} (\beta_0 xt \pm \Delta\beta) + \frac{dA}{dR} (R_0 yt \pm \Delta R) =$$

$$= 1 + \frac{\beta_0 xt \pm \Delta\beta}{R+1} - \left(\frac{\beta}{(R+1)^2} - \frac{1}{R^2} \right) (R_0 yt \pm \Delta R) = 1 + 2xt \pm 0,1 + 0 = 0,9 + 2xt.$$

Звідси $P(T) = W(0,9 + 2xt > 0) = W(x > -0,45t^{-1})$. Оскільки x рівномірно розподілений в інтервалі від 0 до $(-0,02)$, то $P(t) = 1$ при $x < 22,5$ і $P(t) = 22,5t^{-1}$ при $t > 22,5$ (рис. 5.1).

- 7.37. Для заданих умов експлуатації основним показником надійності є T_0 . Перший CPU має найбільше значення $T_{01} = \lambda^{-1}$,

$$T_{02} = \frac{5}{6} \lambda^{-1} \text{ і } T_{03} = \frac{3}{4} \lambda^{-1}.$$

- 7.38. Для заданих умов експлуатації основним показником

надійності є $P(t_1)$ при $t_1 = \lambda^{-1} \ln(1,5)$. В такому разі $P_1(t_1) = \frac{54}{81}$;

$$P_2(t_1) = \frac{60}{81}; P_3(t_1) = \frac{56}{81}. \text{ Найкращий CPU має номер 2.}$$

- 7.39. Для заданих умов експлуатації основним показником надійності є K_r . Оскільки за умовою T_B у всіх CPU однакові, то перший CPU буде мати найменший K_r .

- 7.40. Оскільки $T_B = 0,5 \ll T_0 = 750 + 50 = 800$, то відновлення – це процес поновлення з інтенсивністю $\Psi(t) \approx T_0^{-1}$. Отже, $N(T_B) = T_B T_0^{-1} = 80000 : 800 = 100$. $C(T_B) = 100 \cdot 250 = 25000$.

- 7.41. Для заданої системи (рис. 7.41.1) будемо скорочену

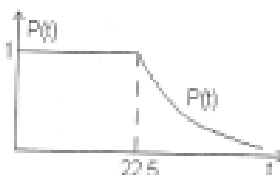


Рис. 7.36.1. До задачі 7.36.

табл. 7.41.1 повного поля станів (С), де П (або 0) означають, що відповідний канал або CPU працюють (відмовили), х – невизначеність кожного С (канал або CPU працюють або відмовили). Ймовірності станів 1, 2 і 3 у сумі дорівнюють

$$P_E^3 (P_K^3 + 3P_K^2(1-P_K) + 3P_K(1-P_K)^2),$$

а ймовірність стану 4 складає $3P_E^2(1-P_E)P_K$. Отже, надійність системи

$$P_3 = P_E^3 (P_K^3 + 3P_K^2(1-P_K) + 3P_K(1-P_K)^2) + 3P_E^2(1-P_E)P_K.$$

Для з'ясування доцільності такого резервування варто порівняти P_3 із надійністю $P_E^2 P_K$ безнадмірної системи:

$$\begin{aligned} P_3(P_E^2 P_K)^{-1} &= P_E (P_K^2 + 3P_K(1-P_K) + 3(1-P_K)^2) + 3(1-P_E) = \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{4}{9} + 3 \cdot \frac{2}{9} + 3 \cdot \frac{1}{9} \right) + 3 \cdot \frac{1}{3} > 1. \end{aligned}$$

Отже, таке резервування доцільне.

- 7.42. Для заданої системи (рис. 6.42.1) за аналогією із задачею 6.41 будемо таблицю повного поля станів і з неї одержуємо: $P_x = P^4(1-(1-P)^6) + 4P^3(1-P) \times (1-(1-P)^3) + 6P^2(1-P)^2P$, де P – надійність CPU або каналу зв'язку. Надійність безнадмірної системи дорівнює P^3 . Отже, при $P=0,5$ маємо $P_x/P^3 > 1$ і тому таке резервування доцільне.

- 7.43. $P_C = 1 - (1-P_1(t))(1-P_2(t)) = P_1(t) + P_2(t) - P_1(t)P_2(t)$;

$$T_0 = \int_0^{\infty} P_C dt = 1:0,02 + 1:0,03 - 1:0,05 \approx 63.$$

- 7.44. $P_C = 1 - (1-P_1)(1-P_2)(1-P_3) = P_1 + P_2 + P_3 - P_1P_2 - P_1P_3 - P_2P_3 + P_1P_2P_3$;

$$T_0 = \int_0^{\infty} P_C dt = 1:0,01 + 1:0,02 + 1:0,03 - 1:0,03 - 1:0,04 - 1:0,05 + 1:0,06 \approx 122.$$

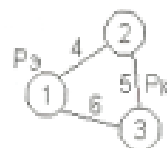


Рис. 7.41.1. До задачі 7.41.

Таблиця 7.41.1. До задачі 7.41.

С	К					
	1	2	3	4	5	6
1	п	п	п	п	п	п
2	п	п	п	п	п	0
3	п	п	п	п	0	0
4	п	п	0	п	х	х

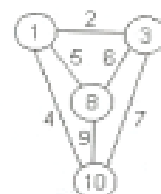


Рис. 7.42.1. До задачі 7.42.

7.45. Надійність P_0 системи без резервування (рис. 6.45.1) дорівнює

$$P_1 P_2 = e^{-0,01t} e^{-0,02t} = e^{-0,03t}$$

Отже, $T_{00} = \int_0^{\infty} P_0 dt \approx 33$, що менше

заданого часу. Менш надійний пристрій U2. Тому його резервувати треба в першу чергу (рис. 6.45.2). Надійність такої системи дорівнює

$$P_1(1 - (1 - P_2)^2) = P_1(2P_2 - P_2^2)$$

Звідси маємо

$$T_{01} = \int_0^{\infty} P_1(2P_2 - P_2^2) dt = \frac{2}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + 2\lambda_2} = \frac{2}{0,03} - \frac{1}{0,05} \approx 47.$$

Оскільки $47 > 45$, то система на рис.6.45.2 задовольняє умови задачі.

$$7.46. P_3 = \sum_{i=0}^2 \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} = (1 + \lambda t + \lambda^2 t^2 / 2) e^{-\lambda t}, \lambda(t) = -\frac{dP}{dt} P^{-1} = \frac{\lambda^3 t^2}{2 + 2\lambda t + \lambda^2 t^2}$$

7.47. Оскільки $\mu^{-1} \ll \lambda^{-1}$, то можна вважати, що здійснюється начебто ненавантажене резервування системи. Оскільки ж її інтенсивність відмов постійна, то не має значення час, який система пропрацювала до періоду, що розглядається. З врахуванням цього з моделі загибелі для шуканої ймовірності одержуємо

$$W(t+\tau, t, k) = \frac{(\lambda \tau)^k}{k!} e^{-\lambda \tau} \Big|_{k=2} = \frac{(0,01)^2}{2} e^{-0,01} \approx 0,5 \cdot 10^{-4} (1 - 0,01) = 0,495 \cdot 10^{-4}$$

7.48. $\frac{(\lambda Nt)^i}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot i} e^{-\lambda Nt}$ – ймовірність того, що за час t відмовлять i CPU;

$$L = \ln \left(\frac{(\lambda Nt)^i}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot i} e^{-\lambda Nt} \right) = i \ln \lambda + \ln \frac{(Nt)^i}{i!} - \lambda Nt; \frac{dL}{d\lambda} = \frac{i}{\lambda} - Nt = 0;$$

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{Nt}{i} = \frac{100 \cdot 365 \cdot 24}{20} = 5 \text{ (років)} = 43800 \text{ годин.}$$

7.49. Використати модель загибелі.

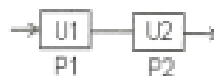


Рис. 7.45.1.
До задачі 7.45.

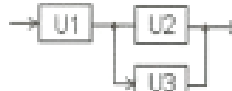


Рис. 7.45.2.
До задачі 7.45.

ЛІТЕРАТУРА

1. ДСТУ 2860-94 Надійність техніки. Терміни та визначення.
2. ДСТУ 2861-94 Надійність техніки. Аналіз надійності. Основні поняття.
3. ДСТУ 2862-94 Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги.
4. ДСТУ 2470-94 Надійність техніки. Системи технологічні. Терміни та визначення.
5. ДСТУ 2668-94 Безвідмовність обслуговування та готовність. Терміни та визначення.
6. ДСТУ 2504-94 Засоби обчислювальної техніки, відмовостійкість і живучість. Методи випробувань
7. ДСТУ 2506-94 Засоби обчислювальної техніки, відмовостійкість і живучість. Загальні технічні вимоги.
8. Надежность ЭРИ: Справочник. / С.Ф. Прытков и др. – М.: 22 ЦНИИ МО РФ, 2002. – 574 с.
9. MILITARY HAND BOOK - 217F.
10. Пащюра И. В. и др. Надежность электронных систем. – К.: Світ, 1997 – 128 с.
11. Николин В. А. Компакт-диск и CD устройства. – СПб.: И-во "Лань", 1997 – 112 с.
12. Губинский А. И., Кобзев В. В. Оценка надежности деятельности человека-оператора в системах управления. – М.: "Машиностроение", 1974, 52 с.
13. Siewiorek D. P., Swarz R. S. Reliable computer systems. Design and evaluation. Burlington: Digital Press, 1992. – 908 p.
14. Hardware and software fault tolerance in parallel computing systems/ editor Dimitri R. Aversky. London: ELLIS HORWOOD, 1992. – 334 p.
15. Шпиллер В. Уравнение Аррениуса и неравновесная кинетика: пер. с англ. – М.: Мир, 2000. – 176 с.
16. Иылуду К.А., Кривошеков С.А. Математические модели отказоустойчивых систем. - М.: Издательство МАИ, 1989 -144 с.
17. Литвинский И. Е., Прохоренко В. А. Обеспечение безотказности персональных ЭВМ. - М.: Радио и связь, 1993 - 208 с.
18. Лонгботтом Р. Надежность вычислительных систем. - М.: Энергоатомиздат, 1985 - 283 с.
19. Модели и методы оптимизации надежности сложных систем. - К.: Наукова думка, 1993 - 312 с.