

ОСНОВЫ
РАДИО-
ТЕХНИКИ



основы радиотехники

и антенны

Г.Б. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

Г. Б. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

ОСНОВЫ РАДИОТЕХНИКИ И АНТЕННЫ

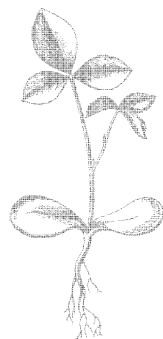
Часть I

ОСНОВЫ РАДИОТЕХНИКИ

*Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР в качестве учебника
для радиотехнических техникумов*



«СОВЕТСКОЕ РАДИО»
МОСКВА — 1969



БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ Г. Б. «Основы радиотехники и антенны», часть I «Основы радиотехники», М., «Советское радио», 1969, 432 стр., ц. 1 р. 08 к.

Учебник для техникумов «Основы радиотехники и антенны» разделен на две части, которые издаются отдельными книгами.

В первой части «Основы радиотехники» рассматриваются общие принципы радиотехники, колебательные контуры и фильтры, основы теории длинных линий, электромагнитные волны (их свойства, излучение и распространение), радиопомехи и общие вопросы радиоприема в условиях помех.

Кроме этих разделов, полностью охватывающих ныне действующую программу, учебник содержит изложение ряда вопросов, не предусмотренных программой. В частности, в настоящую книгу включен новый раздел, посвященный усилению сигналов, нелинейным и параметрическим явлениям в радиотехнике; приведены элементарные сведения из теории информации; введена отдельная глава о спектрах управляющих сигналов и радиосигналов; рассматриваются переходные процессы в колебательных контурах и длинных линиях.

Много внимания уделяется физической сущности явлений и вместе с тем выводятся математические соотношения, необходимые для практических расчетов.

Учебник может быть полезным не только для учащихся техникумов, но и для студентов вузов и инженеров-практиков.

6 табл., 245 рис., библи. 15 назв.

3—4—3
54—68

ГРИГОРИЙ БЕНЦИОНОВИЧ БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

ОСНОВЫ РАДИОТЕХНИКИ И АНТЕННЫ

Часть I

ОСНОВЫ РАДИОТЕХНИКИ

Научный редактор В. И. Ильин

Редактор Э. М. Горелик

Художественный редактор В. Т. Сидоренко

Технический редактор А. А. Белоус

Корректоры Л. И. Кирилльченко, А. И. Хаспекова

Подписано к печати с матриц 25/XII 1968 г.

Т-15307. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типографская № 2.

Объем 27 усл. п. л. Уч.-изд. л. 27,232.

Тираж 85 000 экз. (допечатка 85 001—170 000 экз.). Зак. 10

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт, п/я 693

Московская типография № 4 Главполиграфпрома

Комитета по печати при Совете Министров СССР

В. Переяславская ул., 46

Цена в переплете № 5 1 р. 08 к.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга «Основы радиотехники» является первым томом учебника для техникумов по курсу «Основы радиотехники и антенны». Второй том («Антенны») намечен к изданию в 1969 г.

Учебник полностью охватывает ныне действующую программу курса и, кроме того, содержит изложение ряда вопросов, не предусмотренных программой. В частности, в настоящую книгу включен новый раздел, посвященный усилению сигналов, нелинейным и параметрическим явлениям в радиотехнике; приведены элементарные сведения из теории информации; введена отдельная глава о спектрах управляющих сигналов и радиосигналов; рассматриваются переходные процессы в колебательных контурах и длинных линиях; наряду с фильтрами, составленными из реактивных элементов, рассматриваются реостатно-емкостные фильтры; из второй части курса («Антенны») в первую перенесена тема «Волноводы и объемные резонаторы» и т. д.

Все эти дополнения и изменения сделаны для того, чтобы курс «Основы радиотехники» как можно полнее соответствовал своему основному назначению — служить основой для изучения других радиотехнических наук на современном уровне. Опыт показывает, что по мере развития радиотехники изучение ее все более затрудняется непрерывным ростом разнообразия радиотехнических цепей, применяемых на практике. В таких условиях особенно важно как можно полнее систематизировать сведения о радиотехнических сигналах и цепях, о принципах и идеях, на которых базируется современная радиотехника, с тем чтобы будущие специалисты могли правильно оценить особенности и возможности тех или иных систем, приборов и цепей, с которыми они могут встретиться в своей практической работе. Для такой систематизации, очевидно, «Основы радиотехники» должны включать в себя не только рассмотрение цепей с постоянными параметрами, но и цепей с активными элементами (источниками питания, электронными лампами и транзисторами), цепей с переменными параметрами, достаточно подробный анализ радиотехнических сигналов и т. д.

При составлении учебника учитывалось также другое обстоятельство. Круг вопросов, рассматриваемых в «Основах радиотехники», отличается не только большим разнообразием, но подчас и большой сложностью для усвоения учащимися техни-

кумов. Примером тому могут служить элементы теории электромагнитного поля, распространение радиоволн в волноводах, анализ структуры ряда сигналов, элементы теории информации и многое другое. В связи с этим автор стремился к тому, чтобы каждая тема курса служила закреплению идей и принципов, заложенных в предыдущих темах, и методы исследования различных радиотехнических цепей были по возможности одинаковыми.

В процессе изложения курса необходимо привить учащимся навыки в решении задач и элементарных радиотехнических расчетов. Здесь может быть полезным учебное пособие автора «Задачи и расчеты по курсу «Основы радиотехники и антенны» (Машиностроение, 1966). Задачник составлен применительно к данному учебнику и рассчитан на самостоятельное освоение расчетной части курса в процессе выполнения домашних заданий.

Отзывы и пожелания по содержанию учебника просим направлять по адресу: Москва, Главпочтамт, п/я 693, издательство «Советское радио».

ВВЕДЕНИЕ

1. Радиотехника и ее основные особенности

Радиотехника — обширная область науки и техники, основным содержанием которой является передача и прием информации при помощи электромагнитных волн.

В настоящее время существует много отраслей радиотехники. Они различаются видом передаваемой информации; например, радиотелеграфии соответствует передача информации в виде условных телеграфных сигналов, радиотелефонии и радиовещанию — в виде звуковых сигналов, телевидению — движущихся изображений, радиолокации — координат объектов, радиоастрономии — данных об естественных космических телах и т. п.

Под информацией понимается совокупность сообщений о каком-либо процессе, состоянии предмета (объекта), его положении в пространстве и т. д. Сообщения могут быть непрерывными или прерывистыми (дискретными), они могут иметь характер звуковых колебаний, телеграфного кода, неподвижных или подвижных изображений, данных о координатах объекта и т. п.

Чтобы передать информацию электрическим способом, нужно:

- а) на передающем пункте преобразовать сообщение в *электрический сигнал*, который будем кратко называть сигналом;
- б) иметь линию связи между передающим и приемным пунктами для передачи полученного сигнала;
- в) на приемном пункте осуществить обратное превращение сигнала в сообщение.

Все эти преобразования должны происходить таким образом, чтобы сигнал и сообщение как можно полнее соответствовали друг другу. Тогда информация будет воспроизводиться правильно.

Характер электрического сигнала определяется изменением во времени напряжения, тока, напряженностей электрического и магнитного полей. Эти изменения по каким-то признакам должны отражать передаваемые сообщения.

Одновременно с сообщением сигналы переносят электромагнитную энергию, которая обычно невелика. Однако сигналы позволяют управлять мощными источниками энергии, и тогда их энергетическое воздействие становится весьма значительным.

Для линии радиосвязи характерно, что по ней передается сигнал в виде переменных электрического и магнитного полей, которые совместно излучаются, а затем распространяются в пространстве. Совокупность этих полей образует *электромагнитные волны*.

В чем же основные особенности радиотехники? Чем, например, отличается радиосвязь от проводной связи? Чтобы ответить на эти вопросы, рассмотрим, как совершается переход от телефонной связи к радиотелефонии.

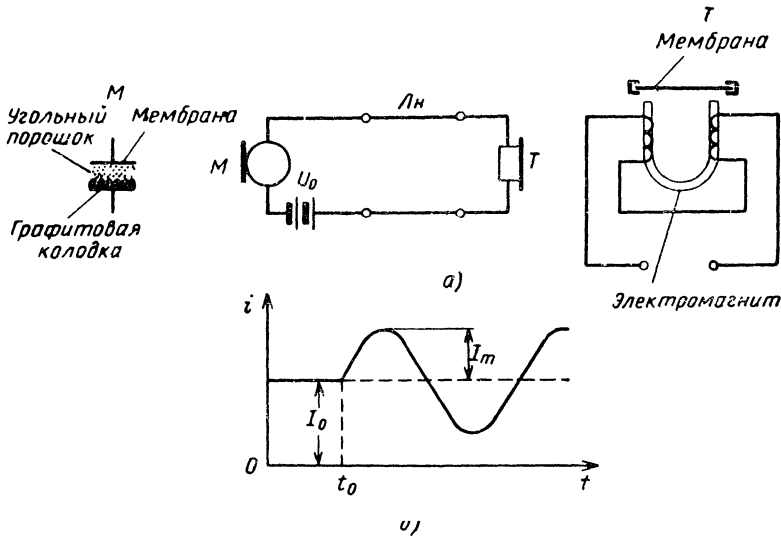


Рис. 0.1. Схема телефонной связи и ее элементы (а), форма тока в телефонной линии (б).

Простейшая схема телефонной связи (рис. 0.1, а) состоит из микрофона *M*, источника постоянного напряжения U_0 , двухпроводной линии *Ln* и телефона *T*. Временная диаграмма тока в телефонной линии показана на рис. 0.1, б.

До появления звуковых колебаний перед микрофоном ($t < t_0$) сопротивление цепи постоянно, поэтому ток в цепи не изменяется ($i = I_0$) и мембрана телефона неподвижна. Начиная с $t = t_0$, колебания воздуха, вызванные звуками, сообщаются мембране микрофона, угольный порошок микрофона то уплотняется, то разрыхляется, сопротивление порошка изменяется в такт со звуковыми колебаниями и соответственно изменяется ток i . Так как этот ток проходит по обмотке электромагнита телефона, то мембрана телефона совершает механические колебания, которые и воспроизводят переданные звуки.

Полученный ток i является электрическим сигналом, который отображает передаваемое сообщение. Если это сообщение — звук чистого тона, то сигнал должен изменяться по синусоидальному закону согласно уравнению

$$i = I_0 + I_m \sin \Omega (t - t_0) = I_0 + I_m \sin 2\pi F (t - t_0),$$

где i — ток в момент времени $t > t_0$ (мгновенное значение тока);

I_0 — ток при отсутствии звукового сообщения;

I_m — амплитуда переменной составляющей тока;

F — частота звукового сообщения;

$\Omega = 2\pi F$ — угловая (круговая) частота звукового сообщения;

t_0 — время начала звукового сообщения.

Чем громче звук, тем больше изменяется давление на угольный порошок микрофона и тем больше амплитуда I_m переменной составляющей тока. Чем выше тон звука, тем чаще совершаются колебания воздуха и мембраны микрофона, тем больше частота сигнала F . Человеческое ухо реагирует на звуковые колебания, частота которых находится в пределах от $F_{\text{мин}} = 16$ гц до $F_{\text{макс}} = (16 \div 20)$ кгц.

Перейдем к радиотелефонии, т. е. к передаче звуковых сообщений с помощью электромагнитных волн. В качестве промежуточного этапа рассмотрим схему, состоящую из двух цепей (рис. 0.2): передающей, которая содержит источник постоянного напряжения U_0 , микрофон M и индуктивность $L_{\text{прд}}$, и приемной, которая содержит индуктивность $L_{\text{пр}}$ и телефон T . Цепи связаны магнитным полем, охватывающим обе катушки индуктивности.

Ток передающей цепи пульсирует согласно звуковым колебаниям. Соответственно изменяется магнитное поле тока. Переменная составляющая поля индуцирует э. д. с. в приемной цепи и вызывает в ней ток звуковой частоты, который воздействует на телефон.

Казалось бы, таким способом можно осуществить беспроводную связь. В действительности это невозможно. Согласно закону Био — Савара напряженность магнитного поля, вызванного постоянным или медленно изменяющимся током, обратно пропорциональна квадрату расстояния r от проводника с током. Если учесть, что энергия поля пропорциональна квадрату напряженности, то станет ясным, что в рассматриваемой системе плотность энергии убывает пропорционально четвертой степени от расстояния r ! В таких условиях только при малом расстоянии и сильной связи между цепями можно рассчитывать на получение интенсивных колебаний мембраны телефона.

Иные соотношения получаются при передаче сигналов с помощью *свободного* переменного электромагнитного поля — электромагнитных волн.

Представим себе, что нами получены свободные электромагнитные поля, т. е. такие, которые непрерывно удаляются от возбуждавшего их источника и обратно к нему не возвращаются. Пусть возбуждатель излучает электромагнитные волны мощностью P_{Σ} . Если пренебречь поглощением электромагнитной энергии в окружающей среде, то можно утверждать, что вся излучаемая энергия пройдет через сферу, в центре которой находится излучатель. При радиусе сферы r поверхность ее равна $4\pi r^2$, а плотность потока мощности,

проходящей через данную сферу, $\Pi = P_{\Sigma}/4\pi r^2$, т. е. эта плотность обратно пропорциональна квадрату расстояния r . Как будет показано далее, плотность потока мощности электромагнитной волны пропорциональна квадрату напряженности поля. Следовательно, достаточно перейти к использованию свободных полей вместо полей индукции, чтобы получить огромный выигрыш в напряженности поля принимаемого сигнала: в данном случае напряженность поля обратно пропорциональна первой степени, а мощность поля обратно пропорциональна второй степени расстояния.

Как же получить электромагнитные волны? Для этой цели предназначены антенны, клеммы которой обозначены буквами A и Z на рис. 0.3.

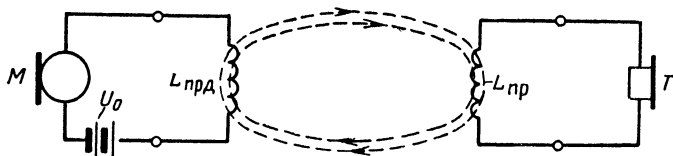


Рис. 0.2. Схема связи через поле индукции.

Буква A означает систему проводов, подвешенных над землей, а буква Z — так называемое заземление.

В непосредственной близости от антенны находятся связанные с ней электромагнитные поля. Они не отличаются существенно от рассмотренных полей индукции. Если же передающая антенна питается током высокой частоты, то за этой так называемой *зоной индукции* следует *зона излучения*, в которой электромагнитное поле свободное; энергия свободных полей уже не возвращается в передающую антенну, а переносится в виде электромагнитных волн во всех направлениях.

С некоторым приближением процесс излучения представляется так: связанные с антенной поля занимают большой объем пространства и всякое изменение во времени их электрической составляющей порождает несвязанное с антенной магнитное поле; аналогично, изменение магнитной составляющей поля индукции вызывает свободное электрическое поле. Вновь полученные поля, поскольку они «оторвались» от антенны, образуют электромагнитную волну, распространяющуюся в пространстве со скоростью света.

Очевидно, что, чем быстрее изменяются поля индукции, тем интенсивнее образованные ими поля излучения. Поэтому *эффективное излучение радиоволн возможно только на высоких частотах, называемых радиочастотами. Величина их порядка десятков килогерц — миллионов мегагерц.* Принципиально излучение возможно и на звуковых частотах, которые называют низкими, но для этого потребовались бы антенны неосуществимо больших размеров.

Следующая задача — как осуществить передачу информации радиоволнами: ведь волны имеют высокую частоту, а сигнал, ото-

бражающий информацию, — относительно низкую частоту? Это достигается *модуляцией*: ток высокой частоты до подведения его к передающей антенне изменяют по амплитуде, частоте или фазе согласно передаваемой информации. Модулирующий сигнал принято называть *управляющим* или *первичным*, а модулированные колебания — *радиосигналом* или *вторичным*.

Из сравнения проводной связи и радиосвязи можно сделать следующие выводы:

1. На передающем пункте проводной связи сообщение должно быть преобразовано в управляющий сигнал, а при радиосвязи требуется еще преобразовать управляющий сигнал в радиосигнал, т. е. осуществить модуляцию.

2. Линия радиосвязи, в отличие от линии проводной связи, не содержит проводов, а образуется электромагнитными волнами, излучение и прием которых производятся антеннами.

3. На приемном пункте проводной связи управляющий сигнал превращается в сообщение, а в радиоприемном устройстве этому должно еще предшествовать преобразование радиосигнала в управляющий (демодуляция).

Колебания высокой частоты, модулируемые управляющим сигналом, играют роль переносчика информации. Поэтому исходные колебания высокой частоты называются *несущим сигналом*, а частота их — *несущей*.

2. Блок-схема системы радиосвязи

Рассмотрим упрощенную блок-схему системы радиотелефонной связи (рис. 0.3, а) и соответствующие временные диаграммы напряжений и токов (рис. 0.3, б).

До момента времени $t = t_0$ от источника информации в передающее устройство сообщение не поступает. Поэтому напряжение, снимаемое с микрофона, постоянно ($u_y = U_0$), модуляции не происходит и напряжение радиосигнала u , которое генератор высокой частоты создает на зажимах передающей антенны, имеет постоянные амплитуду U_{0m} и несущую частоту¹ $\omega_0 = 2\pi f_0$. С момента поступления звукового сообщения ($t = t_0$) оно преобразуется микрофоном в управляющий сигнал низкой частоты u_y . Этим сигналом модулируются колебания генератора высокой частоты. В данном случае предполагается амплитудная модуляция, т. е. амплитуда колебаний несущей частоты изменяется по тому же закону, что и мгновенное значение управляющего сигнала. Полученный радиосигнал u при помощи передающей антенны излучается в пространство в виде радиоволн. Достигнув приемной антенны, радиоволны возбуждают на ее зажимах напряжение u' , совпадающее по форме с радиосигналом в пере-

¹ Здесь и в дальнейшем слово «угловая» в термине «угловая частота» опускается.

дающей антенне. Кроме антенны, приемное устройство содержит детектор и телефон. Детектор преобразует радиосигнал в управляющий, а телефон под воздействием управляющего сигнала воспроизводит переданное звуковое сообщение.

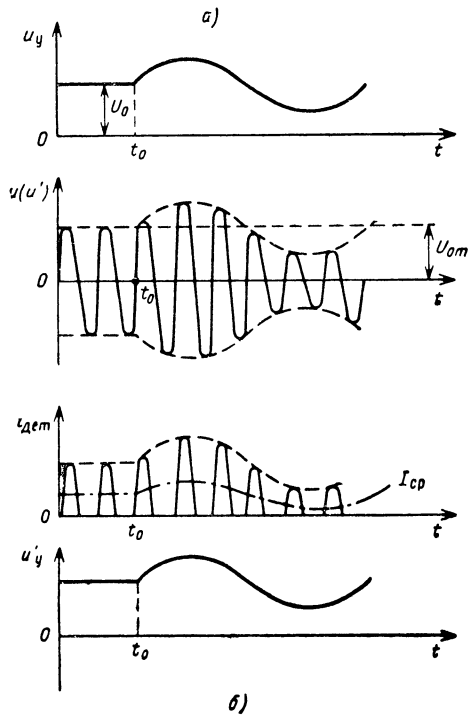
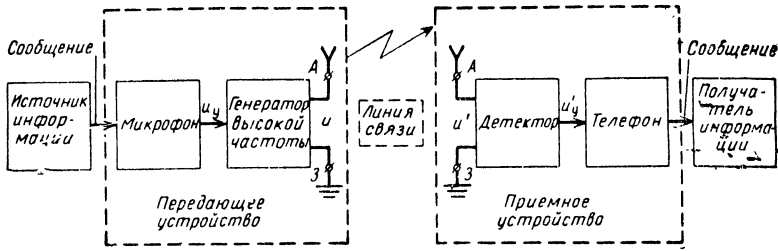


Рис. 0.3. Упрощенная блок-схема системы радиотелефонной связи (а) и временные диаграммы напряжений и токов в ней (б).

Схема детектора (рис. 0.4) состоит из элемента, обладающего односторонней проводимостью (в рассматриваемом случае диода D) и сопротивления нагрузки R , блокированного конденсатором C . Благодаря диоду ток в цепи детектора $i_{дет}$ идет только в одном направлении и представляет собой импульсы, амплитуда которых из-

меняется во времени по закону управляющего сигнала (рис. 0.3, б). Анализ любого пульсирующего тока показывает, что в его состав входят средний ток $I_{\text{ср}}$, имеющий форму огибающей пульсирующего тока, и переменные токи, изменяющиеся относительно среднего тока. В схеме детектора средняя составляющая пульсирующего тока совпадает по форме с управляющим сигналом, а остальные составляющие этого тока высокочастотные.

Для разделения токов высокой и низкой частоты емкость конденсатора C (рис. 0.4) подбирается такой, чтобы емкостное сопротивление конденсатора для частоты управляющего сигнала Ω было значительно больше, а для несущей частоты ω_0 — значительно меньше активного сопротивления R , т. е. $\frac{1}{\omega_0 C} \ll R \ll \frac{1}{\Omega C}$. При таком соотношении высокочастотные токи замыкаются преимущественно через емкость, а средний низкочастотный ток — через активное сопротивление. В результате с нагрузки детектора снимается напряжение $u'_y = I_{\text{ср}} R$ (рис. 0.3), которое изменяется по закону управляющего сигнала.

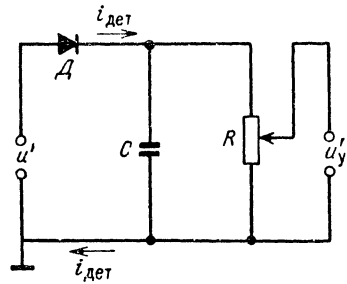


Рис. 0.4. Принципиальная схема амплитудного детектора.

Блок-схема на рис. 0.5 сложнее описанной за счет дополнительных каскадов, широко применяемых на практике. Эта схема требует некоторых пояснений.

1. В реальных условиях наряду с полезными радиосигналами на приемник воздействуют посторонние колебания высокой частоты, называемые *помехами*. На рис. 0.5 ради простоты все источники помех сконцентрированы в одном месте.

2. Чтобы исключить взаимные помехи одновременно работающих радиостанций, каждой из них отводят вполне определенную несущую частоту и в состав приемника вводят схемы, осуществляющие *избирательность (селекцию) сигналов по частоте*. Первым звеном частотной избирательности является входная цепь приемника.

Кроме частотной, существует *пространственная избирательность*, которая выражается в том, что излучение и прием радиоволн производятся преимущественно в определенных направлениях. Это достигается применением направленных антенн.

3. Для качественного детектирования необходимо, чтобы на входе детектора уровень сигнала был достаточно велик по сравнению с уровнем помех. Например, ламповый диодный детектор работает хорошо, если его входное напряжение превышает 0,1—0,3 в. В большинстве случаев к приемнику подводятся более слабые сигналы, так как радиоволны в процессе распространения рассеиваются в пространстве и поглощаются в атмосфере, земле и окружающих предметах. Подчас на вход приемника поступает 10^{-20} мощности **радиоволн**, излучаемых передающей антенной.

Чтобы в таких условиях получить требуемый по амплитуде сигнал, делают следующее:

а) высокочастотный генератор дополняют *услителем мощности высокой частоты* (рис. 0.5). Тогда несущая частота тока в передающей антенне задается первым каскадом — задающим генератором, а число каскадов в услителе мощности определяется требуемой мощностью тока в антенне.

Очевидно, более мощные колебания несущей частоты нужно промодулировать более мощным управляющим сигналом. В связи с этим между микрофоном и услителем мощности высокой частоты вводят усилитель низкой частоты, называемый *модулятором*;

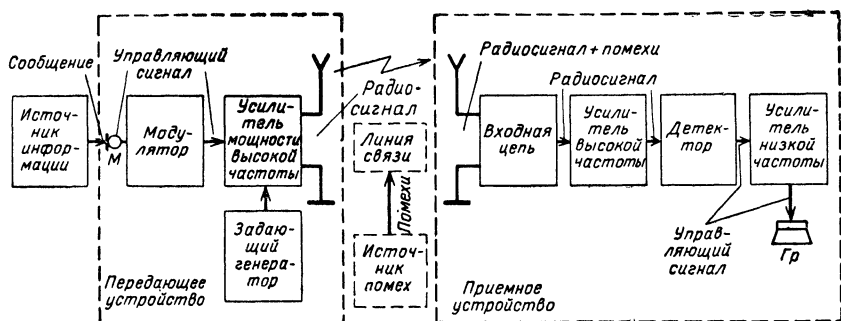


Рис. 0.5. Блок-схема радиосвязи.

б) направленные свойства антенн используют не только для пространственной избирательности, но и для усиления потока энергии радиосигнала в направлении линии радиосвязи;

в) чувствительность приемника увеличивают путем включения между входной цепью и детектором усилителя высокой частоты (УВЧ); нагрузку УВЧ выбирают такой, чтобы усилитель повышал частотную избирательность приемника.

4. Для повышения громкости приема продетектированный сигнал усиливают в услителе низкой частоты (УНЧ), после чего звуковое сообщение воспроизводится громкоговорителем *Гр*.

Качество радиосвязи оценивается в первую очередь верностью воспроизведения передаваемой информации. Верность эта тем выше, чем меньше искажений вносит каждое звено канала связи (передающее устройство, линия связи и приемное устройство). С этой точки зрения качество модулятора (включая микрофон) определяется тем, насколько его выходное напряжение достоверно воспроизводит передаваемое сообщение; качество амплитудной модуляции определяется соответствием огибающей радиосигнала управляющему сигналу модулятора; качество антенн, входной цепи и УВЧ определяется тем, насколько сохранена ими форма радиосигнала; качество детектора определяется соответствием выделенного детектором управляющего сигнала огибающей радиосигнала и т. д.

3. Принцип осуществления радиотелеграфии и радиолокации

Как упоминалось, в радиотехнике используются непрерывные и прерывистые (дискретные) сигналы. Ознакомимся с принципами радиолокации, где используются дискретные сигналы.

Радиотелеграфией называется передача телеграфных сигналов посредством радиоволн. Как известно, телеграфные сигналы коди-

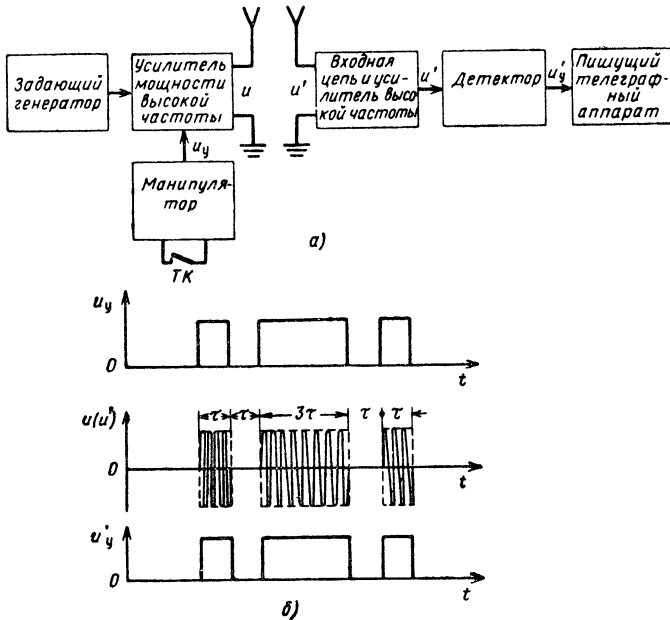


Рис. 0.6. Блок-схема системы радиотелеграфной связи (а) и временные диаграммы напряжений в ней (б).

руются по азбуке Морзе в виде точек и тире, между которыми имеются паузы (рис. 0.6). На время передачи сигналов замыкают телеграфный ключ передатчика ТК и с помощью манипулятора получают импульсы постоянного напряжения u_y , длительность τ которых для точки в три раза меньше, чем для тире. Эти импульсы служат управляющим сигналом для модуляции колебаний несущей частоты, полученных в задающем генераторе. На выходе усилителя мощности высокой частоты, т. е. в передающей антенне, радиосигнал принимает форму радиоимпульсов u — колебаний высокой частоты с огибающей в виде управляющих импульсов. Радиосигнал u' сохраняет свою форму до и после усиления по высокой частоте в приемнике. Далее, детектор производит демодуляцию, т. е. преобразует радиоимпульсы в импульсы постоянного напряжения u'_y . Последние ис-

пользуются для управления пишущим телеграфным аппаратом. В итоге на движущейся ленте аппарата во время действия каждого импульса прочерчивается линия. По длине линии определяется переданный сигнал (точка или тире).

Радиолокацией называется обнаружение и определение местоположения различных объектов по отраженным от них радиоволнам.

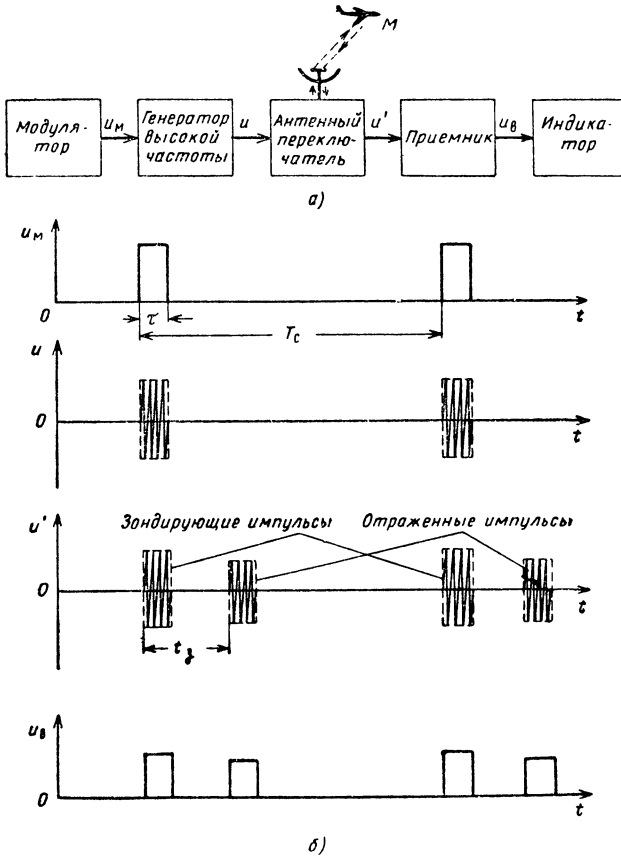


Рис. 0.7. Блок-схема радиолокационной станции (а), временные диаграммы напряжений в схеме (б).

На рис. 0.7 представлены блок-схема (а) и временные диаграммы (б) импульсной радиолокационной станции. В такой станции модулятор подает на генератор высокой частоты управляющее напряжение u_M в виде импульсов *длительностью* τ , которые повторяются через время T_c , называемое *периодом следования*. Генератор соответственно возбуждает колебания высокой частоты в форме радиопульсов u , имеющих несущую частоту f_0 и указанные параметры τ и T_c . Через антенный переключатель радиопульсы поступают в антен-

ну и в виде электромагнитных волн достигают объекта — радиолокационной цели M .

После отражения от цели волны распространяются в различных направлениях и часть из них улавливается приемно-передающей антенной.

Импульс передатчика называется *зондирующим*, а обратный импульс — *отраженным* или *эхо-импульсом*. Отраженный импульс приходит к антенне с запаздыванием относительно момента излучения зондирующего импульса. Запаздывание t_3 равно времени распространения электромагнитных волн до цели и обратно:

$$t_3 = \frac{2r}{c},$$

где r — дальность цели;

$c = 3 \cdot 10^8$ м/сек — скорость распространения радиоволн в воздухе.

По окончании зондирующего импульса антенный переключатель работает на прием и соединяет антенну с приемником, но так как мощность зондирующего импульса велика, то и в режиме передачи радиоимпульс просачивается на вход приемника. Зондирующий и отраженные радиоимпульсы u' усиливаются и детектируются в приемнике. В результате детектирования получаются видеоимпульсы u_v — импульсы постоянного напряжения, которые совпадают по форме с огибающей радиоимпульсов u' .

Индикатор измеряет дальность цели r по времени запаздывания t_3 отраженного импульса. Поскольку t_3 прямо пропорционально r , то шкалу индикатора градуируют непосредственно в единицах дальности. Заметим, что в зондирующем импульсе еще отсутствует информация о дальности цели, она появляется только в отраженном сигнале.

Для получения информации об угловом положении цели антенна станции должна быть направленной. Очевидно, что отраженный сигнал появляется только при облучении цели антенной, поэтому по ориентации антенны в момент приема отраженного сигнала можно судить о направлении на облучаемую цель.

4. Краткие сведения из истории радиотехники

Наша страна — родина радио. Изобрел радио гениальный русский ученый Александр Степанович Попов. Этому изобретению предшествовали многолетние исследования физиков в области электромагнетизма.

В 1831 г. Майкл Фарадей открыл закон электромагнитной индукции и тем самым установил связь между электрическими и магнитными явлениями. Он впервые высказал смелую для своего времени мысль, что в электромагнитных явлениях участвует промежуточная среда и поэтому электрические и магнитные возмущения передаются с конечной скоростью, зависящей от свойств среды.

Джемс Кларк Максвелл в 1864 г. опубликовал разработанную им теорию электромагнитного поля, согласно которой свет имеет природу электромагнитных волн и различные виды излучений отличаются от оптического только частотой электромагнитных колебаний. В 1886—1889 гг. Генрих Герц опытным путем получил электромагнитные волны и обнаружил способности их к отражению и преломлению, характерные для света. Таким образом, экспериментальным путем была доказана правильность теории Максвелла.

Идея практического применения электромагнитных волн для передачи сигналов была впервые высказана и осуществлена А. С. Поповым.

В возрасте двадцати трех лет А. С. Попов оканчивает физико-математический факультет Петербургского университета и начинает преподавательскую и научную работу в Кронштадтской минной школе. В распоряжении Попова был хороший физический кабинет, где он проводил опыты, в том числе и направленные на создание «прибора, который заменил бы нам электромагнитные чувства». Такой прибор был изобретен А. С. Поповым и продемонстрирован 7 мая 1895 г. на заседании Русского физико-химического общества. День 7 мая по постановлению Советского правительства объявлен Днем радио и отмечается ежегодно как выдающаяся дата в развитии человеческой культуры.

Приемник А. С. Попова принимал электромагнитные волны, возникавшие в атмосфере на расстоянии до 30 км, и сигнализировал этим о приближении грозы. Передающее радиоустройство в данном случае было естественным. Приемное устройство содержало источник питания, антенну, когерер¹, выполнявший функции детектора, звонок и электромагнитное реле, приводившее в действие пишущий прибор.

След за изобретением грозоотметчика А. С. Попов осуществляет радиотелеграфную связь. Несколько позже это сделал итальянский инженер Маркони и получил соответствующий патент в Англии 2 июня 1896 г., т. е. более чем через год после изобретения А. С. Попова. Следует заметить, что по законам Англии патент на изобретение в данной стране выдается независимо от наличия аналогичной работы в других странах. Поэтому ранее опубликованное описание изобретения А. С. Попова в журнале Русского физико-химического общества не могло служить препятствием для выдачи патента Маркони.

В 1898 г. помощник А. С. Попова П. Н. Рыбкин обнаружил возможность приема радиотелеграфных сигналов на слух. Это позволило резко увеличить дальность радиосвязи.

Изобретатель прилагал много усилий для внедрения радио в морском флоте, но царские чиновники не оценили открытия гениального соотечественника и не оказали ему необходимой помощи. Все

¹ В настоящее время наиболее употребительным является термин «когерер». (Прим. ред.)

же острая необходимость заставила их использовать изобретение А. С. Попова. В 1899 г. броненосец «Генерал-адмирал Апраксин» сел на камни у острова Гогланд. Для снятия броненосца с камней необходимо было установить связь с ближайшим селением Котка, удаленным на 44 км от места аварии. В таких условиях радиосвязь была необходимой и оказалась возможной. Монтаж антенн и другой радиоаппаратуры производился под руководством А. С. Попова и П. Н. Рыбкина. Радиосвязь регулярно поддерживалась до конца спасательных работ. Символично, что первая радиограмма, переданная по этой первой в мире радиолинии, помогла спасти рыбаков, унесенных в море на льдине. Таким образом, уже на заре своего развития радио послужило гуманным целям.

Несмотря на блестящее подтверждение практического значения радио, оно и после этого не получило в России необходимой промышленной и лабораторной базы. В иных условиях работал Маркони: зарубежные капиталисты, заинтересованные в получении прибылей от внедрения радиосвязи, предоставляли ему большие средства для постановки экспериментов и разработки аппаратуры.

К этому времени относится начало электроники, основанной на движении электрических зарядов в вакууме, газах, жидкостях и твердых телах. Первым электровакуумным прибором был диод, изобретенный Флемингом. В 1906 г. Ли де Форест ввел в лампу третий электрод — сетку. Изобретенный им триод способен усиливать и генерировать электрические колебания в широком диапазоне частот. Это совершило переворот в радиотехнике. В свою очередь радиотехника стимулировала развитие электроники. Теперь эти области науки и техники в такой мере переплетаются, что трудно установить их границы. Можно уже говорить об единой науке — *радиоэлектронике*. Радиоэлектронной аппаратурой часто называют и такую, в которой используются радиотехнические методы, но не происходит передачи электромагнитной энергии на расстояние.

Возвращаясь к вопросу о развитии радиотехники в России, нужно сказать, что после Октябрьской социалистической революции положение изменилось коренным образом. В. И. Ленин сразу же оценил огромные возможности радио.

Пятьдесят лет тому назад, в 1918 г., за подписью В. И. Ленина был издан декрет «Положение о радиолоборатории НКПиТ с мастерской при ней», согласно которому в Нижнем Новгороде была создана радиолоборатория. В этом первом в СССР научно-исследовательском институте в области радиотехники работали такие выдающиеся ученые, как М. А. Бонч-Бруевич, Д. А. Рожанский, В. П. Волгодин, В. К. Лебединский, В. В. Татаринов, А. Ф. Шорин и др. В лаборатории разрабатывались и совершенствовались электронные лампы, из которых особенно большой интерес представляют мощные генераторные лампы с водяным охлаждением; конструировались передатчики большой и малой мощности и ламповые радиоприемники для осуществления дальней радиотелефонии, а затем и радиовещания, которое названо В. И. Лениным «газетой без бумаги и без рас-

стояний»; решались в лаборатории и другие актуальные проблемы радиотехники.

Нижегородская радиолaborатория положила начало строительству в СССР мощных радиостанций. В 1922 г. вступила в строй первая радиовещательная станция мощностью 12 *квт*, в 1927 г. — станция мощностью 40 *квт*. В дальнейшем были построены станция на 100 *квт* (1929 г.), станция на 500 *квт* (1933 г.), сверхмощная радиовещательная станция и др. Советский Союз занимает первое место в Европе по мощности радиостанций.

За годы Советской власти в нашей стране вступило в строй много предприятий радиотехнической промышленности и научно-исследовательских институтов радиотехнического профиля; радиовещание и телевидение достигли огромного размаха; радиотехника проникла во все области науки и техники: для навигации в воздушном и морском флоте, для обнаружения оптически невидимых объектов, управления подвижными объектами, для ядерных исследований, закалки и плавки металлов, сушки древесины, в медицине и др. Труды многих советских ученых, в том числе М. В. Шулейкина, Б. А. Введенского, А. И. Берга, А. Л. Минца, В. А. Котельникова, А. А. Пистолькорса, В. И. Сифорова и др., получили признание во всем мире.

Подлинного триумфа советская радиотехника достигла в освоении космического пространства. Примером этого может служить плавная посадка межпланетной станции «Венера 4» на планету Венеры. На всем пути движения станции (около 300 млн. *км*) с ней поддерживалась регулярная связь, от нее поступала телеметрическая информация и с Земли на станцию подавались команды управления. Чтобы оценить это достижение советской радиотехники, достаточно сказать, что приемное устройство наземного комплекса связи с кораблем было настолько чувствительным, что оно, как указывает В. И. Сифоров, способно определить повышение уровня температуры океана, вызванное вылитым в него стаканом горячей воды.

В настоящее время ученые нашей страны и за рубежом успешно совершенствуют радиоаппаратуру в направлении ее миниатюризации, повышения надежности, освоения сверхвысоких частот, инфракрасных и оптических волн, увеличения дальности действия и расширения областей применения радиотехники.

Часть первая

СИГНАЛЫ. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

I

СИГНАЛЫ И ИНФОРМАЦИЯ

5. Характеристики сигналов

Основные определения. Все сигналы, за исключением случайных, *регулярные*. Они выражаются определенной функцией времени. Изображение такой функции (временная диаграмма) дает наглядное представление о *форме сигнала*. *Случайные (нерегулярные) сигналы* не могут быть представлены заранее заданной временной функцией, поскольку они беспорядочно изменяются во времени.

Регулярные сигналы разделяются на *периодические* и *непериодические*. Первые повторяются через равные промежутки времени, называемые периодом T , а если повторение прерывается в какую-то часть времени наблюдения, то сигнал относится к непериодическим. Характерно, что периодические колебания несут информацию только в одном периоде.

На рис. 1.1 показаны: периодические непрерывные управляющие сигналы синусоидальной (*а*), несинусоидальной (*б*) и прямоугольной (*в*) формы; дискретные управляющие сигналы в виде периодической последовательности прямоугольных (*з*) и трапецеидальных (*д*) импульсов; одиночный импульс (*е*), который является частным случаем непериодических сигналов; случайный сигнал (*ж*) и радиосигнал (*з*), полученный в результате амплитудной модуляции колебаний несущей частоты управляющим сигналом вида (*б*).

Синусоидальное напряжение характеризуется амплитудой U_m , периодом T и начальной фазой ψ . Период, угловая частота ω и частота f связаны зависимостью $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$. Если начало синусоиды смещено по оси времени на t_0 , то начальная фаза равна $\psi = \omega t_0$. Знак этой фазы отрицательный при сдвиге синусоиды вправо, как на рис. 1.1, *а*, и положительный — при сдвиге влево. Исходя из этого, мгновенное значение синусоидального напряжения записываем в виде

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi).$$

В импульсах и колебаниях, показанных на рис. 1.1, в, г, д, е, отмечены фронт ab , вершина bc и срез (задний фронт) cd . Параметрами импульсов служат: длительность τ (для прямоугольных колебаний это длительности тактов τ_1 и τ_2), амплитуда U_m , период следования T_c .

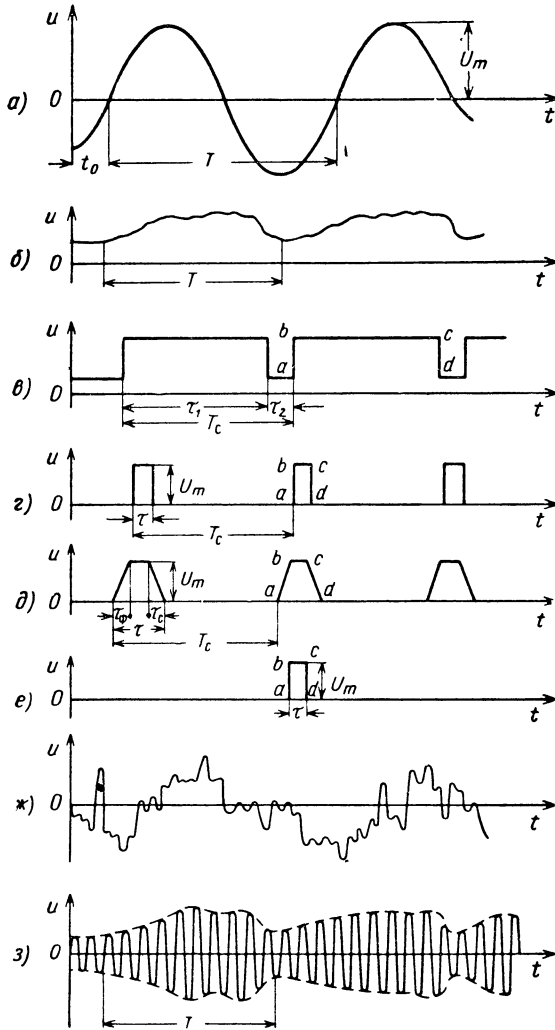


Рис. 1.1. Сигналы различной формы.

ния T_c или частота следования $F_c = 1/T_c$, длительности фронта τ_ϕ и среза τ_c . Отношение $T_c/\tau = q$ называется *скважность*. В среднем для радиолокационных импульсов $q = 1000$.

Анализ периодических сигналов и радиотехнических цепей производится не только временным способом, но и спектральным,

который основан на разложении сигналов в тригонометрический ряд Фурье. Цель временного анализа — определить изменение формы сигнала по *отклику* (реакции) цепи на оказываемое на нее *воздействие*. Спектральный способ позволяет выявить изменения сигнала по преобразованию спектра данной цепью. Оба способа дают одинаковый результат, но временным пользоваться целесообразно при сложном спектре сигнала, а спектральным — при простом.

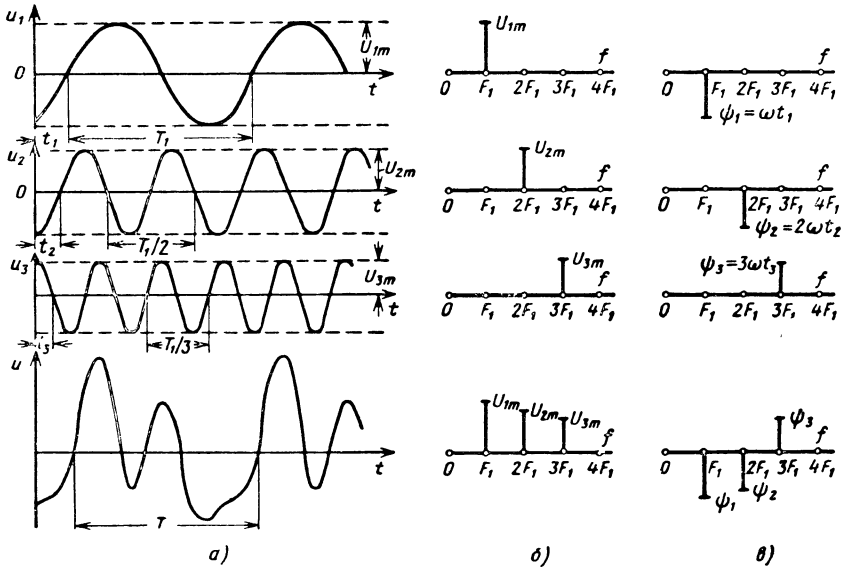


Рис. 1.2. Временные диаграммы (а), амплитудно-частотный спектр (б) и фазо-частотный спектр (в) периодического несинусоидального сигнала.

Понятие о спектрах периодических сигналов. Обратимся к напряжению периодического сигнала произвольной формы. Мгновенное значение его u равно сумме бесконечно большого числа гармонических составляющих:

постоянной составляющей U_0 , равной среднему значению сигнала за период;

мгновенного значения синусоидального напряжения первой гармоники u_1 , у которого частота ω_1 равна частоте повторения сигнала ω , амплитуда U_{1m} и начальная фаза ψ_1 ;

мгновенного значения синусоидального напряжения u_2 второй гармоники с частотой $\omega_2 = 2\omega$, амплитудой U_{2m} и начальной фазой ψ_2 ;

мгновенного значения синусоидального напряжения третьей гармоники u_3 с частотой $\omega_3 = 3\omega$, амплитудой U_{3m} и начальной фазой ψ_3, \dots , т. е.

$$u = U_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots = U_0 + U_{1m} \sin(\omega_1 t + \psi_1) + U_{2m} \sin(\omega_2 t + \psi_2) + U_{3m} \sin(\omega_3 t + \psi_3) + \dots$$

Пользуясь знаком суммы n слагаемых $\sum_{n=1}^{\infty}$, где n — любое целое число от 1 до ∞ , получаем сокращенную запись ряда:

$$u = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n). \quad (1)$$

Для иллюстрации этой зависимости на рис. 1.2, а показано, что если в любой момент времени t сложить три синусоидальных напряжения u_1, u_2, u_3 , имеющих соответственно периоды $T_1, T_2 = T_1/2, T_3 = T_1/3$, амплитуды U_{1m}, U_{2m}, U_{3m} и начальные фазы

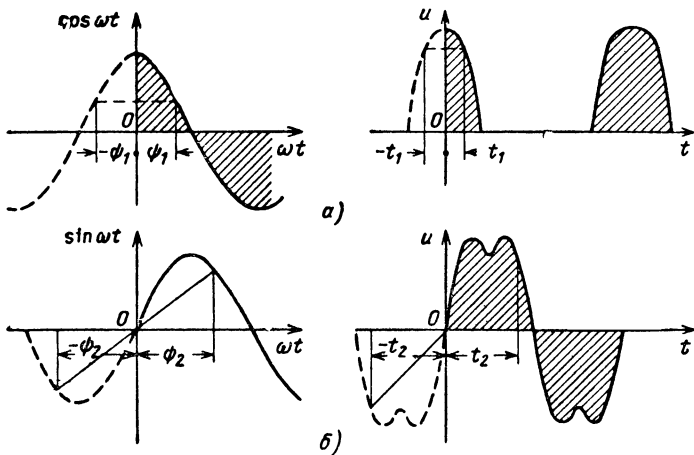


Рис. 1.3. Четные (а) и нечетные (б) функции.

$\psi_n = \omega t_1, 2\omega t_2, 3\omega t_3$, то получится несинусоидальное напряжение u с таким же периодом T , как и у первой гармоники ($T = T_1$).

Все гармонические составляющие образуют в совокупности *спектр сигнала*, изображаемый двумя диаграммами, из которых одна называется *амплитудно-частотным спектром*, а другая — *фазо-частотным*. На этих диаграммах ось абсцисс образует шкалу частот $f = n f_1$, а на оси ординат откладываются отрезки, длина которых пропорциональна амплитуде U_{nm} (для амплитудно-частотного спектра, рис. 1.2, б) или начальной фазе ψ_n (для фазо-частотного спектра, рис. 1.2, в) соответствующей n -й гармоники.

Можно исключить начальные фазы гармоник из ряда Фурье, если использовать преобразование

$$\begin{aligned} U_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n) &= U_{nm} \sin n\omega t \cos \psi_n + U_{nm} \cos n\omega t \sin \psi_n = \\ &= U'_{nm} \sin n\omega t + U''_{nm} \cos n\omega t, \end{aligned}$$

где $U'_{nm} = U_{nm} \cos \psi_n$ и $U''_{nm} = U_{nm} \sin \psi_n$ — постоянные величины,

выражающие соответственно амплитуды напряжения n -й гармоники для синусной и косинусной составляющих.

Теперь ряд Фурье (1) принимает вид

$$u = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{nm} \sin n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} U''_{nm} \cos n\omega t. \quad (2)$$

Такая запись особенно удобна в случае сигнала с так называемой четной или нечетной временной функцией. *Четной* называется функция, которая имеет одинаковые значения $f(t)$ для численно равных и обратных по знаку значений аргумента t , т. е. $f(t) = f(-t)$. Этими свойствами обладают косинус ($\cos \omega t$) и всякий сигнал u , симметричный относительно оси ординат Ou [см. рис. 1.3, а, где $\cos \psi_1 = \cos (-\psi_1)$ и $u(t_1) = u(-t_1)$]. Свойствами *нечетной* функции обладает синус ($\sin \omega t$) и всякий сигнал u , симметричный относительно начала координат O (рис. 1.3, б). Для нечетной функции характерно то, что она имеет численно равные и противоположные по знаку значения для численно равных и обратных по знаку аргументов [на рис. 1.3, б $\sin(\psi_2) = -\sin(-\psi_2)$ и $u(t_2) = -u(-t_2)$].

Все это приводит к выводу, что *спектральная функция «четного» сигнала содержит только постоянную и косинусные составляющие, а «нечетного» сигнала — только синусные составляющие; если же сигнал выражается произвольной функцией времени, то в нем имеются оба ряда составляющих: и синусный, и косинусный.*

Характерно, что *спектр периодических сигналов не сплошной, а линейчатый, т. е. между соседними линиями спектра имеются «просветы» шириной в частоту следования сигнала $F = 1/T$.*

6. Анализ амплитудно-модулированного (АМ) сигнала

Допустим, что управляющий сигнал изменяется по гармоническому закону, а радиосигнал модулируется по амплитуде этим управляющим сигналом, т. е. *приращение амплитуды радиосигнала происходит пропорционально приращению управляющего сигнала.*

Рассмотрим временные (рис. 1.4, а) и спектральные (рис. 1.4, б) диаграммы напряжений управляющего сигнала u_{γ} и радиосигнала u . До момента времени $t = t_0$ управляющее напряжение остается постоянным ($u_{\gamma} = U_0$), поэтому напряжение радиосигнала u сохраняет синусоидальную форму при несущей частоте $\omega_0 = 2\pi f_0$, амплитуде U_{0m} и начальной фазе, которую принимаем равной нулю¹:

$$u = U_{0m} \sin \omega_0 t.$$

Это соответствует на амплитудно-частотном спектре управляющего сигнала вертикальному отрезку U_0 , расположенному против

¹ В дальнейшем для упрощения записи начальные фазы исходных колебаний часто принимаются равными нулю.

частоты $\omega = 0$, а на спектре радиосигнала — вертикальному отрезку U_{0m} , расположенному против точки шкалы частот $\omega = \omega_0$.

Управляющее напряжение, начиная с $t = t_0$, изменяется по синусоидальному закону. Чтобы выявить временные и спектральные функции сигналов при модуляции, перенесем начало отсчета времени в точку $0'$ (рис. 1.4, а), где управляющее напряжение u_y максимально ($u_y = U_{y\text{макс}}$). Тогда напряжение u_y складывается из исходного U_0 и косинусоидального $U_{ym} \cos \Omega t$, т. е. уравнением для мгновенного значения управляющего напряжения будет

$$u_y = U_0 + U_{ym} \cos \Omega t,$$

где U_{ym} — амплитуда изменения управляющего сигнала;
 $\Omega = 2\pi F$ — частота управляющего сигнала.

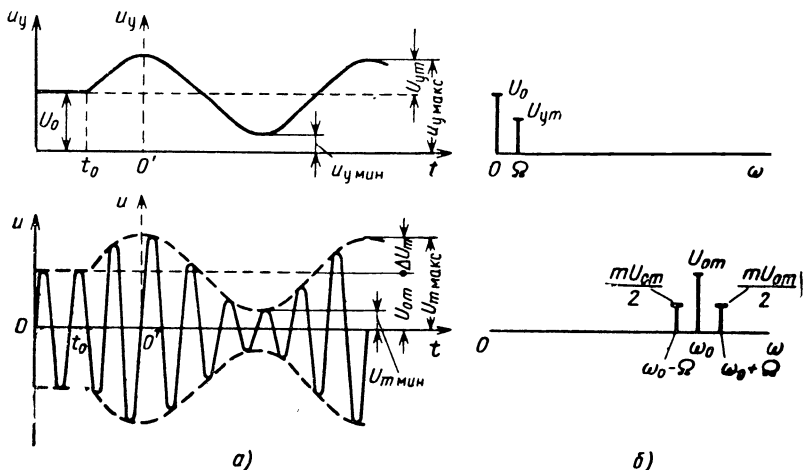


Рис. 1.4. Временные (а) и спектральные (б) диаграммы управляющего и радиосигналов при АМ синусоидальным напряжением.

В момент $t = 0$ получим $\cos \Omega t = 1$ и $u_y = U_0 + U_{ym} = U_{y\text{макс}}$.

Неискаженная амплитудная модуляция означает, что между амплитудой напряжения радиосигнала U_m и управляющим напряжением u_y соблюдается прямая пропорциональность. Поэтому

$$U_m = U_{0m} + \Delta U_m \cos \Omega t,$$

где ΔU_m — максимальное приращение амплитуды радиосигнала относительно исходного значения U_{0m} .

Умножив U_m на $\sin \omega_0 t$, получим мгновенное значение напряжения радиосигнала:

$$u = U_m \sin \omega_0 t = (U_{0m} + \Delta U_m \cos \Omega t) \sin \omega_0 t. \quad (3)$$

На временных диаграммах (рис. 1.4, а) модуляция изображается так: начиная с момента $0'$, к постоянному напряжению U_0 управляющего сигнала u_y прибавляется косинусоидальное напряжение

с амплитудой $U_{\text{гм}}$ и частотой Ω , а в радиосигнале колебания несущей частоты ω_0 продолжают по-прежнему, но амплитуда их изменяется относительно U_{0m} на величину $\Delta U_m \cos \Omega t$. Эти изменения амплитуды, соответствующие *огibaющей радиосигнала*, изображены штрих-пунктирными линиями. Следует помнить, что *огibaющая радиосигнала* — воображаемая кривая, которая очерчивает границы изменений амплитуды, а не сами колебания.

Имея в виду зависимость

$$\sin \omega_0 t \cos \Omega t = \frac{1}{2} \sin (\omega_0 + \Omega) t + \frac{1}{2} \sin (\omega_0 - \Omega) t,$$

уравнение (3) приводим к виду

$$u = U_{0m} \sin \omega_0 t + \Delta U_m \sin \omega_0 t \cos \Omega t = U_{0m} \sin \omega_0 t + \frac{\Delta U_m}{2} \sin (\omega_0 + \Omega) t + \frac{\Delta U_m}{2} \sin (\omega_0 - \Omega) t. \quad (4)$$

О глубине амплитудной модуляции судят по *коэффициенту модуляции*

$$m = \frac{\Delta U_m}{U_{0m}},$$

который показывает, какую часть от амплитуды напряжения несущей частоты U_{0m} составляет приращение амплитуды модулированного напряжения ΔU_m .

Когда нет модуляции, то $\Delta U_m = 0$ и $m = \frac{\Delta U_m}{U_{0m}} = 0$. При равенстве $\Delta U_m = U_{0m}$ коэффициент $m = \frac{\Delta U_m}{U_{0m}} = 1$ и амплитуда радиосигнала изменяется от минимальной $U_{m \text{ мин}} = U_{0m} - \Delta U_m = 0$ до максимальной $U_{m \text{ макс}} = U_{0m} + \Delta U_m = 2U_{0m}$. Если же коэффициент модуляции $m > 1$, то $\Delta U_m > U_{0m}$ и возникают искажения, называемые *перемодуляцией*.

Введя в выражение (4) величину $\Delta U_m = mU_{0m}$, получим

$$u = U_{0m} \sin \omega_0 t + \frac{mU_{0m}}{2} \sin (\omega_0 + \Omega) t + \frac{mU_{0m}}{2} \sin (\omega_0 - \Omega) t \quad (5)$$

Из уравнения (5) вытекает, что если синусоидальные колебания несущей частоты ω_0 промодулировать по амплитуде гармоническим управляющим сигналом с частотой Ω , то в результате получаются несинусоидальные колебания, которые состоят из трех синусоидальных: колебаний несущей частоты ω_0 с амплитудой U_{0m} , колебаний верхней боковой частоты $\omega_0 + \Omega$ с амплитудой $\frac{mU_{0m}}{2}$ и колебаний нижней боковой частоты $\omega_0 - \Omega$ с амплитудой $\frac{mU_{0m}}{2}$.

Как видим, нельзя сказать, что амплитудно-модулированные колебания получаются путем прибавления к колебаниям высокой

(несущей) частоты ω_0 колебаний низкой частоты Ω . В действительности в АМ колебании нет составляющей низкой частоты, в нем все составляющие высокочастотные (в данном случае это частоты ω_0 , $\omega_0 + \Omega$, $\omega_0 - \Omega$). Вместе с тем подтверждается, что периодический несинусоидальный сигнал, каким является АМ радиосигнал, состоит из ряда синусоидальных колебаний.

В спектре управляющего сигнала модуляция выражена вертикальным отрезком высотой $U_{\text{ум}}$ при частоте Ω , а на спектральной

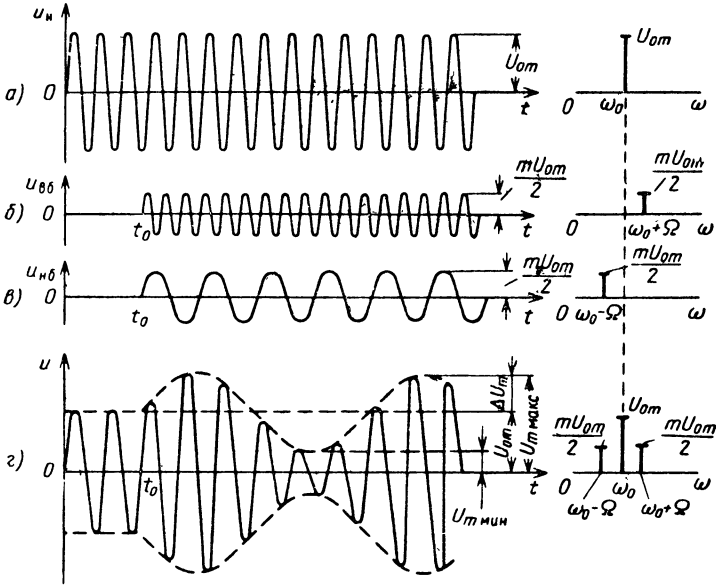


Рис. 1.5. Временные и спектральные диаграммы напряжений несущей частоты (а), верхней (б) и нижней (в) боковых частот и результирующего радиосигнала (г).

диаграмме радиосигнала — двумя вертикальными отрезками высотой $mU_{om}/2$ каждый при частотах $\omega_0 - \Omega$ и $\omega_0 + \Omega$. Название «боковые частоты» объясняется тем, что спектральные линии этих частот располагаются по обе стороны от несущей частоты.

На рис. 1.5 показаны временные и спектральные диаграммы напряжений несущей частоты u_n , верхней боковой частоты $u_{вб}$, нижней боковой частоты $u_{нб}$ и результирующего радиосигнала u , равного сумме мгновенных значений напряжений u_n , $u_{вб}$ и $u_{нб}$.

До изменения управляющего сигнала ($t < t_0$) коэффициент модуляции m и амплитуды боковых частот $mU_{om}/2$ равны нулю, т. е. нет колебаний боковых частот и результирующее напряжение является чисто синусоидальным напряжением несущей частоты ($u = u_n$). При появлении модуляции ($m > 0$) возникают синусоидальные напряжения боковых частот с постоянными амплитудами

$mU_{0m}/2$, но так как боковые частоты различны и не равны несущей, то сдвиг по фазе между составляющими напряжениями $u_{н}$, $u_{вб}$ и $u_{нб}$ непрерывно изменяется. Соответственно изменяется амплитуда результирующего радиосигнала. Когда все три напряжения совпадают по фазе, они полностью складываются и амплитуда радиосигнала получается максимальной:

$$U_{0m} + \left(\frac{mU_{0m}}{2} + \frac{mU_{0m}}{2} \right) = U_{0m} + mU_{0m} = U_{0m} + \Delta U_m = U_{m \text{ макс}}$$

Через половину периода модуляции оба напряжения боковых частот уже будут находиться в противофазе с напряжением несущей частоты, и поэтому амплитуда радиосигнала получится минимальной:

$$U_{0m} - \left(\frac{mU_{0m}}{2} + \frac{mU_{0m}}{2} \right) = U_{0m} - mU_{0m} = U_{0m} - \Delta U_m = U_{m \text{ мин}}$$

Следовательно, изменение амплитуды радиосигнала происходит в результате того, что к синусоидальным колебаниям несущей частоты прибавляются синусоидальные колебания боковых частот.

Это также можно доказать, пользуясь векторной диаграммой модуляции (рис. 1.6). Векторы несущей частоты \overline{OA} , верхней боковой частоты \overline{OB} и нижней боковой частоты \overline{OC} , пропорциональные соответствующим амплитудам, вращаются против часовой стрелки с угловыми скоростями, которые соответственно равны ω_0 , $\omega_0 + \Omega$ и $\omega_0 - \Omega$. Переносим \overline{OB} и \overline{OC} в точку A и складываем их. При этом обращаем внимание на то, что векторы \overline{AB} и \overline{AC} вращаются относительно вектора \overline{OA} со скоростью Ω , причем \overline{AB} — против часовой стрелки, а \overline{AC} — по часовой стрелке. Результирующий вектор $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{AC}$, называемый *вектором модуляции*, совпадает с вектором несущей частоты \overline{OA} и их сумма $\overline{OD} = \overline{OA} + \overline{AD}$ соответствует амплитуде радиосигнала.

В данный момент времени t вектор \overline{OA} повернут на угол $\omega_0 t$, вектор $\overline{OB} = \overline{AB}$ — на угол $(\omega_0 + \Omega)t$, вектор $\overline{OC} = \overline{AC}$ — на угол $(\omega_0 - \Omega)t$.

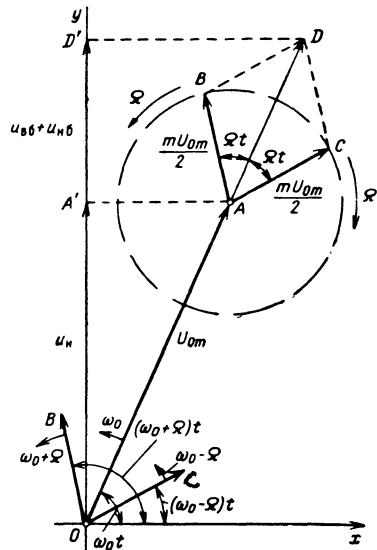


Рис. 1.6. Векторная диаграмма амплитудной модуляции.

$(\omega_0 - \Omega)t$ относительно линии отсчета фазовых углов Ox , а векторы \overline{AB} и \overline{AC} — на угол Ωt относительно \overline{OA} и \overline{OD} . Проекция всех этих векторов на вертикальную ось Oy равны мгновенным значениям соответствующих напряжений, в частности:

$$OA' = u_n, A'D' = u_{вс} + u_n \text{ и } OD' = u.$$

Так как в процессе модуляции концы векторов B и C описывают в противоположных направлениях окружности, то длина вектора модуляции \overline{AD} и амплитуда радиосигнала OD изменяются с частотой Ω . Однако вектор OD неизменно идет по линии OA и, следовательно, вращается с угловой скоростью несущей частоты ω_0 .

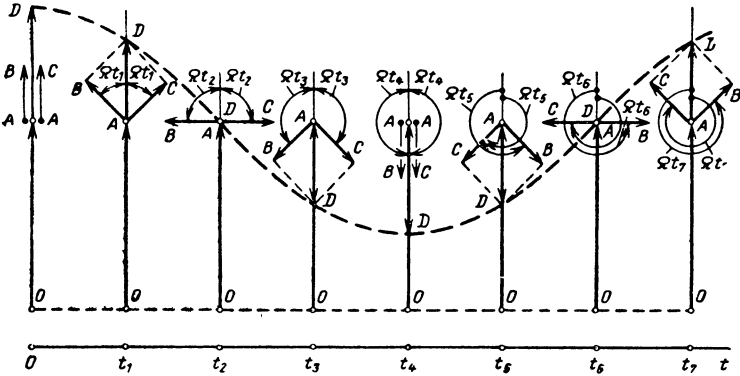


Рис. 1.7. Векторная диаграмма, иллюстрирующая процесс амплитудной модуляции.

Теперь представим себе, что начиная с момента, когда векторы \overline{OA} , \overline{AD} занимают вертикальное положение, плоскость рисунка вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω_0 (рис. 1.7). Тогда векторы \overline{OA} и \overline{AD} остаются неподвижными и только векторы боковых частот вращаются в обратные стороны с частотой Ω . В результате амплитуда радиосигнала OD изменяется для моментов времени $t = 0, t_1, t_2, t_3...$ согласно пунктирной линии. Это и есть огибающая радиосигнала.

Реальные управляющие сигналы u_{γ} сложнее чисто гармонических: в их спектре имеются частоты от минимальной Ω_{\min} до максимальной Ω_{\max} (рис. 1.8, а). Если бы в этом спектре были только две частоты, скажем Ω_1 и Ω_2 , то за счет первой к колебаниям несущей частоты ω_0 прибавилась бы одна пара боковых частот $\omega_0 + \Omega_1$ и $\omega_0 - \Omega_1$, а за счет второй — другая пара $\omega_0 + \Omega_2$ и $\omega_0 - \Omega_2$. Аналогично, в общем случае (рис. 1.8, б) на каждую гармоническую составляющую управляющего сигнала приходится одна пара боковых частот в радиосигнале и потому спектр радиосигнала кроме несущей частоты ω_0 содержит полосу, нижних боковых частот (от $\omega_0 -$

— $\Omega_{\text{мин}}$ до $\omega_0 - \Omega_{\text{макс}}$) и полосу верхних боковых частот (от $\omega_0 + \Omega_{\text{мин}}$ до $\omega_0 + \Omega_{\text{макс}}$). Коэффициент модуляции m для каждой пары боковых частот $\omega_0 \pm \Omega$ прямо пропорционален амплитуде той составляющей спектра управляющего сигнала, которая соответствует данной частоте Ω , причем так как $m \ll 1$, то высота спектральной линии любой боковой частоты радиосигнала $mU_{0m}/2$ не может быть больше половины высоты спектральной линии несущей частоты U_{0m} .

Большое практическое значение имеет ширина спектра радиосигнала $\Delta\omega_{\text{сп}}$. Если вычтем из максимальной частоты этого спектра $\omega_0 + \Omega_{\text{макс}}$ его минимальную частоту $\omega_0 - \Omega_{\text{макс}}$, то убедимся, что

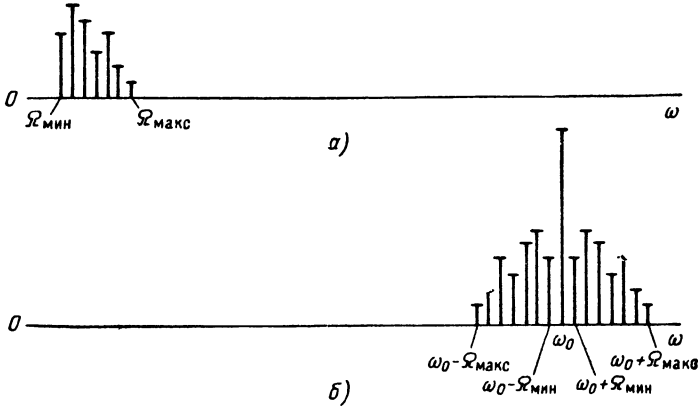


Рис. 1.8. Спектральные диаграммы управляющего сигнала (а) и соответствующего АМ радиосигнала (б).

при амплитудной модуляции ширина спектра радиосигнала в два раза больше максимальной частоты спектра управляющего сигнала:

$$\Delta\omega_{\text{сп}} = (\omega_0 + \Omega_{\text{макс}}) - (\omega_0 - \Omega_{\text{макс}}) = 2\Omega_{\text{макс}}. \quad (6)$$

7. Анализ частотно-модулированного (ЧМ) радиосигнала

Наиболее общим выражением для мгновенного значения напряжения радиосигнала является

$$u = U_m \sin \varphi, \quad (7)$$

где амплитуда U_m и фазовый угол φ — произвольные функции. При амплитудной модуляции U_m изменяется во времени согласно управляющему сигналу (передаваемому сообщению), а фазовый угол φ от этого сигнала не зависит. Если же U_m постоянна, а угол φ изменяется в соответствии с управляющим сигналом, то модуляция называется *угловой*, которая, в свою очередь, делится на фазовую и частотную.

Фазовой называется такая модуляция, при которой приращение фазового угла $\Delta\varphi$ пропорционально приращению управляющего сигнала Δu_y . *Частотной* называется такая модуляция, при которой приращение напряжения управляющего сигнала Δu_y вызывает пропорциональное приращение частоты $\Delta\omega$, а это косвенно влияет на изменение фазового угла φ . Оба вида угловой модуляции взаимно

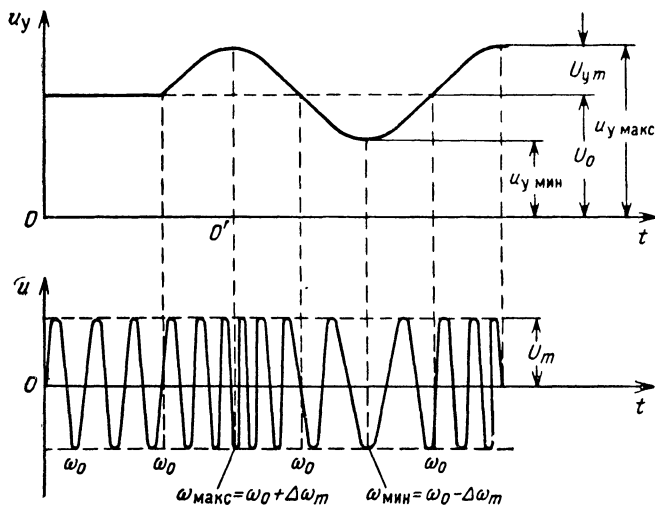


Рис. 1.9. Временные диаграммы управляющего сигнала и соответствующего ЧМ радиосигнала.

связаны. Действительно, если фаза колебания в момент времени t имеет значение φ , то мгновенное значение угловой частоты выражается производной

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Аналогично, при мгновенной частоте ω фаза колебаний за время t изменяется на величину, определяемую интегралом

$$\varphi = \int_0^t \omega dt.$$

Приведенная производная показывает, что закон изменения фазы колебания определяет его частоту, а приведенный интеграл показывает, что всякое изменение частоты колебания отражается на изменении его фазы.

Различие между частотной и фазовой модуляцией проявляется при модуляции сложным управляющим сигналом, содержащим ряд гармонических составляющих. В этом случае выявляются существенные преимущества частотной модуляции, в силу которых она

получила большее практическое применение, чем фазовая. Ограничимся исследованием ЧМ сигнала.

Связь между временными изменениями управляющего напряжения u_y и ЧМ напряжения u иллюстрируется рис. 1.9. До модуляции ($u_y = U_0$) радиосигнал имел среднюю несущую частоту ω_0 . В процессе модуляции частота получает приращение $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, пропорциональное приращению управляющего напряжения $\Delta u_y = u_y - U_0$. Например, частота радиосигнала максимальна ($\omega_{\max} = \omega_0 + \Delta\omega_m$), когда управляющее напряжение максимально ($u_{y \max} = U_0 + U_{ym}$), и минимальна ($\omega_{\min} = \omega_0 - \Delta\omega_m$), когда это напряжение минимально ($u_{y \min} = U_0 - U_{ym}$). Максимальное приращение частоты радиосигнала ($\Delta\omega_m$) относительно ее исходного значения ω_0 называется *девиацией частоты*. *Неискаженная частотная модуляция получается тогда, когда между девиацией частоты $\Delta\omega_m$ и амплитудой U_{ym} соблюдается прямая пропорциональность.*

ЧМ сигнал — несинусоидальный, поскольку частота его изменяется. Значит, спектр ЧМ сигнала содержит ряд гармонических составляющих. Выявим их.

Для этого обратимся к рис. 1.9 и выберем на нем начало отсчета времени t в $0'$, когда $u_y = u_{y \max}$. Тогда мгновенные значения управляющего напряжения и частоты радиосигнала выразятся уравнениями:

$$u_y = U_0 + U_{ym} \cos \Omega t;$$

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega_m \cos \Omega t.$$

Поскольку фазовый угол и частота сигнала связаны зависимостью $\varphi = \int_0^t \omega dt$, то при данном изменении частоты фазовый угол за время t изменится на величину

$$\begin{aligned} \int_0^t \omega dt &= \int_0^t (\omega_0 + \Delta\omega_m \cos \Omega t) dt = \int_0^t \omega_0 dt + \int_0^t \Delta\omega_m \cos \Omega t dt = \\ &= \omega_0 t + \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \sin \Omega t. \end{aligned} \quad (8)$$

Отношение $\Delta\omega_m/\Omega$ называется *индексом частотной модуляции*:

$$M = \frac{\Delta\omega_m}{\Omega}. \quad (9)$$

Так как при частотной модуляции величины $\Delta\omega_m$ и U_{ym} связаны прямой пропорциональностью, то *индекс частотной модуляции прямо пропорционален амплитуде изменения управляющего сигнала U_{ym} и обратно пропорционален частоте $\Omega = 2\pi F$.*

Будем считать, что в начальный момент $0'$ фаза радиосигнала φ равна нулю. При этом условии мгновенное значение фазового угла

φ равно полученному приращению угла, и в соответствии с формулами (8) и (9) имеем

$$\varphi = \psi + \int_0^t \omega dt = 0 + \omega_0 t + \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \sin \Omega t = \omega_0 t + M \sin \Omega t. \quad (10)$$

Если нет модуляции, то девиация частоты $\Delta\omega_m = 0$, индекс $M = \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} = 0$ и угол $\varphi = \omega_0 t$. Выходит, что второе слагаемое вы-

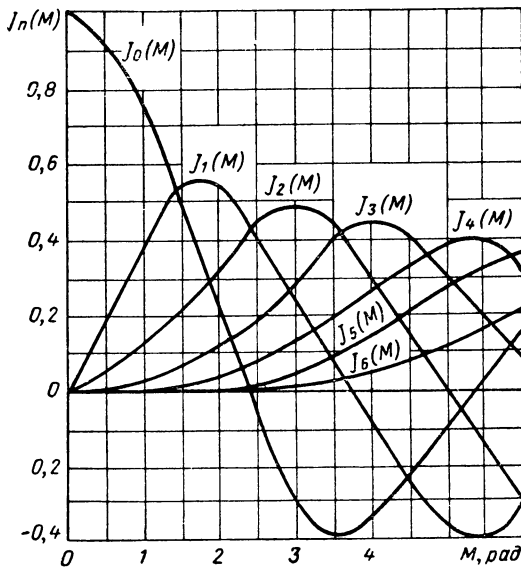


Рис 1.10. Зависимость функций Бесселя от их аргумента.

ражения (10) $M \sin \Omega t$ возникает только при модуляции и оно выражает изменение фазового угла радиосигнала под действием управляющего сигнала (сообщения). Это означает также, что индекс частотной модуляции M является амплитудой приращения фазового угла и измеряется в радианах.

На основании выражений (7) и (10) находим мгновенное значение ЧМ напряжения:

$$u = U_m \sin \varphi = U_m \sin (\omega_0 t + M \sin \Omega t) = U_m [\sin \omega_0 t \cos (M \sin \Omega t) + \cos \omega_0 t \sin (M \sin \Omega t)]. \quad (11)$$

Здесь мы сталкиваемся с тригонометрическими функциями от тригонометрических функций вида $\cos (M \sin \Omega t)$ и $\sin (M \sin \Omega t)$, которые, как доказывается в курсе математики, раскладываются в ряды по синусам и косинусам углов, кратных Ωt . Коэффициенты

при синусах и косинусах ряда содержат так называемые функции Бесселя от индекса модуляции M . Пользуясь таким разложением, представляем выражение (11) в виде

$$u = U_m [J_0(M) \sin \omega_0 t + J_1(M) \sin (\omega_0 + \Omega) t - J_1(M) \sin (\omega_0 - \Omega) t + \\ + J_2(M) \sin (\omega_0 + 2\Omega) t + J_2(M) \sin (\omega_0 - 2\Omega) t + \\ + J_3(M) \sin (\omega_0 + 3\Omega) t - J_3(M) \sin (\omega_0 - 3\Omega) t + \dots], \quad (12)$$

где U_m — амплитуда результирующего сигнала;

$J_0(M)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

$J_1(M)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка;

$J_2(M)$ — функция Бесселя первого рода второго порядка;

$J_3(M)$ — функция Бесселя первого рода третьего порядка.

Зависимость функций Бесселя $J_0(M)$, $J_1(M)$, $J_2(M)$, ... от индекса модуляции M показана на рис. 1.10.

Чтобы убедиться в правильности разложения в ряд (12), сопоставим результаты вычислений по выражениям (11) и (12) для нескольких частных значений исходных величин. Например, при $M = 0$ коэффициент $J_0(M) = 1$, а коэффициенты $J_1(M) = J_2(M) = \dots = 0$. С учетом этого из уравнения (12) находим

$$u = U_m \sin \omega_0 t.$$

Такой же результат получается при подстановке индекса $M = 0$ в формулу (11).

Примем $M = 1 \text{ рад} = 57,3^\circ$; $\omega_0 t = (36 \cdot 10^6)^\circ$ и $\Omega t = 30^\circ$. Тогда $J_0(M) = 0,7652$; $J_1(M) = 0,4401$; $J_2(M) = 0,1149$; $J_3(M) = 0,0196$ и согласно формуле (11)

$$u = U_m [\sin (36 \cdot 10^6)^\circ \cos (57,3^\circ \sin 30^\circ) + \cos (36 \cdot 10^6)^\circ \sin (57,3^\circ \sin 30^\circ)] = \\ = U_m \sin 28^\circ 39' = 0,4795 U_m,$$

а согласно формуле (12)

$$u = U_m [0,7652 \sin (36 \cdot 10^6)^\circ + 0,4401 \sin (36 \cdot 10^6 + 30)^\circ - 0,4401 \sin (36 \cdot 10^6 - 30)^\circ + \\ + 0,1149 \sin (36 \cdot 10^6 + 60)^\circ + 0,1149 \sin (36 \cdot 10^6 - 60)^\circ + 0,0196 \sin (36 \cdot 10^6 + 90)^\circ - \\ - 0,0196 \sin (36 \cdot 10^6 - 90)^\circ] = U_m [0,4401 \sin 30^\circ + 0,4401 \sin 30^\circ + \\ + 0,1149 \sin 60^\circ - 0,1149 \sin 60^\circ + 0,0196 \sin 90^\circ + 0,0196 \sin 90^\circ] = 0,4793 U_m.$$

Как видим, результаты вычислений очень близки. Если же учитывать все значения функции Бесселя независимо от их малости, то при любых значениях индекса модуляции M выражения (11) и (12) окажутся равнозначными.

Из уравнения (12) можно сделать следующие выводы:

1. Радиосигнал, полученный в результате частотной модуляции синусоидальных колебаний несущей частоты ω_0 гармоническим управляющим сигналом с частотой Ω , имеет периодический несинусоидальный характер и соответственно состоит из ряда чисто синусоидальных колебаний: несущей частоты ω_0 , первой пары боковых частот $\omega_0 + \Omega$, $\omega_0 - \Omega$, второй пары боковых частот $\omega_0 + 2\Omega$, $\omega_0 - 2\Omega$, третьей пары боковых частот $\omega_0 + 3\Omega$, $\omega_0 - 3\Omega$ и т. д. Спектральная диаграмма такого сигнала показана на рис. 1.11. Отметим, что спектр аналогичного АМ сигнала содержит кроме несущей частоты только одну пару боковых частот.

2. Амплитуда составляющей несущей частоты равна $U_m J_0(M)$, амплитуда первой пары боковых частот равна $U_m J_1(M)$, второй — $U_m J_2(M)$, третьей — $U_m J_3(M)$ и т. д., но поскольку U_m — общий множитель уравнения, то между амплитудами составляющих ЧМ

сигнала существует такое же соотношение, как между соответствующими функциями Бесселя. Например, коэффициент $J_0(M)$ определяет амплитуду несущей частоты, коэффициент $J_1(M)$ — амплитуду первой пары боковых частот, $J_2(M)$ — второй пары и т. д.

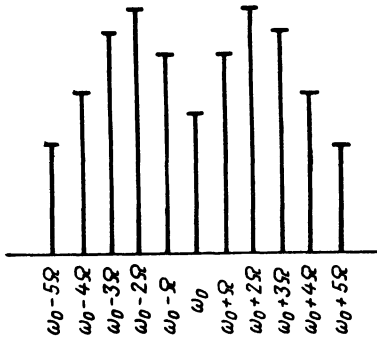


Рис. 1.11. Спектральная диаграмма ЧМ сигнала.

3. Теоретически спектр ЧМ сигнала имеет бесконечно много пар боковых частот, но обычно пренебрегают теми составляющими, амплитуда которых меньше 0,1 амплитуды результирующего радиосигнала U_m . При этом условии ширина спектра имеет конечное значение.

Если модуляция отсутствует ($U_{ym} = 0$), то нет девиации частоты ($\Delta\omega_m = 0$) и индекс модуляции $M = \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} = 0$. В этом случае, как было показано, $u = U_m \sin \omega_0 t$, т. е. при отсутствии частотной модуляции радиосигнал представляет собой чисто синусоидальные колебания несущей частоты ω_0 , амплитуда которых U_m такая же, как и всего модулированного радиосигнала.

Если $M \ll 1$, то можно пренебречь всеми коэффициентами, порядок которых выше первого. Следовательно, такой ЧМ сигнал, как и АМ сигнал, содержит колебания несущей частоты и первой пары боковых частот.

При увеличении индекса модуляции до $M = 2$ функции Бесселя принимают значения: $J_0(M) = 0,22$; $J_1(M) = 0,58$; $J_2(M) = 0,35$; $J_3(M) = 0,13$, и согласно формуле (12)

$$u = U_m [0,22 \sin \omega_0 t + 0,58 \sin (\omega_0 + \Omega)t - 0,58 \sin (\omega_0 - \Omega)t + 0,35 \sin (\omega_0 + 2\Omega)t + 0,35 \sin (\omega_0 - 2\Omega)t + 0,13 \sin (\omega_0 + 3\Omega)t - 0,13 \sin (\omega_0 - 3\Omega)t],$$

т. е. амплитуда несущей частоты уменьшилась до $0,22U_m$, но в спектре появились три пары боковых частот.

При $M = 4$ спектр содержит пять пар боковых частот.

Исследование более полных графиков или таблиц функции Бесселя от M показывает, что при $M = 7$ наблюдается восемь пар боковых частот, при $M = 20$ — двадцать одна пара и т. д. Легко заметить, что если $M \gg 1$, то число пар боковых частот равно $M + 1$, и так как интервал между соседними линиями спектра равен частоте управляющего сигнала, то ширина спектра ЧМ сигнала

$$\Delta\omega_{\text{сп}} = 2(M + 1)\Omega \approx 2M\Omega. \quad (13)$$

Здесь обращают на себя внимание два обстоятельства:

— при амплитудной модуляции ширина спектра радиосигнала зависит только от частоты управляющего сигнала, а при частотной модуляции — еще и от индекса модуляции;

— при одинаковой частоте модуляции Ω ширина спектра ЧМ сигнала с $M \gg 1$ в M раз шире спектра АМ сигнала.

Влияние индекса частотной модуляции на ширину спектра объясняется так: увеличение M означает, что фаза радиосигнала под влиянием управляющего сигнала все более отклоняется от фазы синусоидальной несущей, т. е. радиосигнал становится все более несинусоидальным; вместе с тем, по определению ЧМ, амплитуда всего радиосигнала должна оставаться постоянной, а это возможно только при появлении дополнительных синусоидальных колебаний боковых частот.

4. Поскольку $\Delta\omega_{\text{сп}} \approx 2M\Omega$, а $M = \Delta\omega_m/\Omega$, то

$$\Delta\omega_{\text{сп}} \approx 2 \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \Omega = 2\Delta\omega_m,$$

т. е. при $M \gg 1$ ширина спектра ЧМ сигнала приблизительно равна удвоенной девиации частоты, и так как эта девиация зависит только от амплитуды управляющего сигнала, то *ширина спектра ЧМ сигнала почти не зависит от частоты модуляции.*

Можно показать, что *при фазовой модуляции (ФМ) индекс M зависит только от интенсивности управляющего сигнала* и, следовательно, когда амплитуда этого сигнала $U_{\text{ум}}$ постоянная, а частота его Ω изменяется, число пар боковых частот сохраняется постоянным; умножив это число на интервал Ω между соседними боковыми частотами получаем, что ширина спектра ФМ сигнала изменяется прямо пропорционально частоте Ω . Радиоканал рассчитывается на максимальную ширину спектра, и, когда частота модуляции Ω понижается, спектр ФМ радиосигнала сужается и в неиспользованной части полосы пропускания канала действуют только помехи. Поскольку в таких условиях ширина спектра ЧМ сигнала почти не изменяется, фазовая модуляция менее помехоустойчива, чем частотная, и используется реже.

8. Анализ периодической последовательности импульсов

Разложим в ряд Фурье последовательность прямоугольных импульсов напряжения u с длительностью τ , частотой следования $F_c = 1/T_c$ и амплитудой U_m (рис. 1.12, а). Если отсчет времени вести от середины импульса, то временная функция u получается четной и ряд Фурье содержит только постоянную U_0 (рис. 1.12, б) и косинусные составляющие: первой гармоники $u_1 = U_{1m} \cos \Omega_c t$

(рис. 1.12, а), второй гармоники $u_2 = U_{2m} \cos 2\Omega_c t$ (рис. 1.12, з), третьей гармоники $u_3 = U_{3m} \cos 3\Omega_c t$ (рис. 1.12, д) и т. д.:

$$u = U_0 + U_{1m} \cos \Omega_c t + U_{2m} \cos 2\Omega_c t + U_{3m} \cos 3\Omega_c t + \dots \quad (14)$$

Заметим, что частота первой гармоники равна частоте следования импульсов $\Omega_c = 2\pi F_c = 2\pi/T_c$.

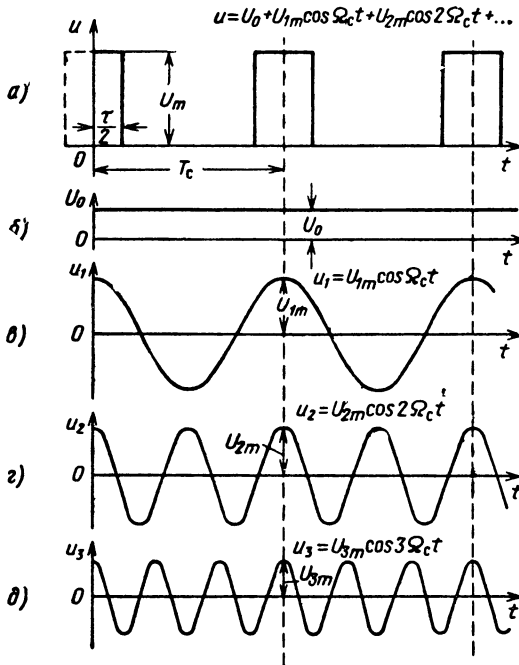


Рис. 1.12. Последовательность прямоугольных импульсов (а) и временные диаграммы гармонических составляющих.

Для определения постоянной составляющей U_0 находим площадь одного импульса $\int_{-\tau/2}^{\tau/2} U_m dt = U_m \tau$ и делим ее на период T_c :

$$U_0 = \frac{U_m \tau}{T_c} = \frac{U_m}{q}, \quad (15)$$

где q — скважность импульсов.

Для определения U_{1m} умножаем все слагаемые ряда (14) на $\cos \Omega_c t dt$ и интегрируем их в пределах одного периода следования:

$$\int_0^{T_c} u \cos \Omega_c t dt = U_0 \int_0^{T_c} \cos \Omega_c t dt + U_{1m} \int_0^{T_c} \cos^2 \Omega_c t dt +$$

$$+ U_{2m} \int_0^{T_c} \cos 2\Omega_c t \cos \Omega_c t dt + \dots \quad (16)$$

Как известно, площади положительных и отрицательных значений диаграммы косинусной или синусной функции любой частоты равны между собой и, следовательно, каждый из интегралов от этих функций равен нулю. То же самое можно сказать и об интеграле от произведения $\cos k\Omega_c t \cdot \cos m\Omega_c t dt$, так как это произведение равно сумме простых косинусоидальных функций:

$$\cos k\Omega_c t \cdot \cos m\Omega_c t = \frac{1}{2} [\cos (k + m)\Omega_c t + \cos (k - m)\Omega_c t],$$

где k и m — любые целые неравные числа.

Осталось одно слагаемое, которое равно

$$\begin{aligned} U_{1m} \int_0^{T_c} \cos^2 \Omega_c t dt &= \frac{U_{1m}}{2} \int_0^{T_c} (1 + \cos 2\Omega_c t) dt = \\ &= \frac{U_{1m}}{2} \Big| t \Big|_0^{T_c} = \frac{U_{1m} T_c}{2}. \end{aligned}$$

Таким образом, ряд (16) приводится к виду

$$\int_0^{T_c} u \cos \Omega_c t dt = U_{1m} \int_0^{T_c} \cos^2 \Omega_c t dt = \frac{U_{1m} T_c}{2},$$

откуда

$$U_{1m} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} u \cos \Omega_c t dt.$$

Для определения U_{2m} умножаем все слагаемые ряда (14) на $\cos 2\Omega_c t dt$ и интегрируем их от 0 до T_c . Имея в виду сказанное о равенстве нулю интегралов от $\cos n\Omega_c t$ и $\cos k\Omega_c t \cos m\Omega_c t dt$, получаем

$$\begin{aligned} \int_0^{T_c} u \cos 2\Omega_c t dt &= U_0 \int_0^{T_c} \cos 2\Omega_c t dt + U_{1m} \int_0^{T_c} \cos \Omega_c t \cos 2\Omega_c t dt + \\ &+ U_{2m} \int_0^{T_c} \cos^2 2\Omega_c t dt + U_{3m} \int_0^{T_c} \cos 3\Omega_c t \cos 2\Omega_c t dt + \\ &+ U_{4m} \int_0^{T_c} \cos 4\Omega_c t \cos 2\Omega_c t dt + \dots = \\ &= U_{2m} \int_0^{T_c} \cos^2 2\Omega_c t dt = \frac{U_{2m}}{2} \int_0^{T_c} (1 + \cos 2\Omega_c t) dt = \frac{U_{2m} T_c}{2}. \end{aligned}$$

Следовательно, амплитуда второй гармоники равна

$$U_{2m} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} u \cos 2\Omega_c t dt.$$

Аналогично, умножая ряд (14) на $\cos 3\Omega_c t dt$, $\cos 4\Omega_c t dt$, ..., определяем амплитуды соответствующих гармоник в виде

$$U_{3m} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} u \cos 3\Omega_c t dt, \quad U_{4m} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} u \cos 4\Omega_c t dt.$$

Для n -й гармоники

$$U_{nm} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} u \cos n\Omega_c t dt. \quad (17)$$

В нашем случае $u = U_m$ на протяжении двух отрезков времени по $\tau/2$ каждый, а в остальное время $u = 0$. Поэтому амплитуда n -й гармоники равна

$$\begin{aligned} U_{nm} &= \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c} u \cos n\Omega_c t dt = \frac{2}{T_c} 2 \int_0^{\tau/2} U_m \cos n\Omega_c t dt = \\ &= \frac{4U_m}{T_c} \cdot \frac{\sin \frac{n\Omega_c \tau}{2}}{n\Omega_c}. \end{aligned}$$

Введем в числитель и знаменатель выражения множитель $\frac{\tau}{2}$, чтобы получить функцию типа $\frac{\sin x}{x}$, где $x = \frac{n\Omega_c \tau}{2} = \pi n F_c$:

$$U_{nm} = \frac{4U_m}{T_c} \cdot \frac{\tau}{2} \cdot \frac{\sin \frac{n\Omega_c \tau}{2}}{\frac{n\Omega_c \tau}{2}} = \frac{2U_m}{q} \cdot \frac{\sin x}{x}. \quad (18)$$

Теперь, зная амплитуды всех гармоник, приступаем к построению спектральной диаграммы (рис. 1.13). От начала координат ($f = 0$) откладываем линию постоянной составляющей $U_0 = U_m/q$ [см. выражение (15)]. Затем используем соотношение (18), где U_m/q — постоянная величина, а x — независимая переменная, прямо пропорциональная частоте гармоники nF_0 . Следовательно, форма огибающей спектра (пунктирная линия) определяется отношением $\sin x/x$.

Если номер гармоники n невелик, то в случае большой скважности импульсов q угол x очень мал. В этом можно убедиться, выразив x через q :

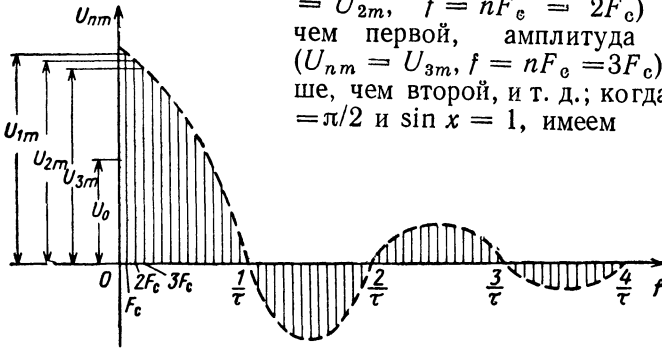
$$x = \pi n F_c = \frac{\pi n}{T_c} = \frac{\pi n}{q}. \quad (19)$$

Например, при $n = 1$ и $q = 1000$ угол $x = 0,001 \pi = 0,18^\circ$. Для такого малого угла $\sin x \approx x$ и

$$U_{1m} = \frac{2U_m}{q} \cdot \frac{\sin x}{x} \approx \frac{2U_m}{q},$$

т. е. амплитуда первой гармоники U_{1m} в два раза больше постоянной составляющей U_0 . Отрезок U_{1m} откладываем против частоты F_c .

Приближенное равенство $\sin x \approx x$ показывает также, что в области малых значений x синус угла изменяется почти прямо пропорционально углу. Затем рост функции $\sin x$ замедляется, и, когда $\sin x$ достигает максимума (± 1), скорость изменения синусоидальной функции равна нулю. Поэтому амплитуда второй гармоники ($U_{nm} =$



$= U_{2m}$, $f = nF_c = 2F_c$) меньше, чем первой, амплитуда третьей ($U_{nm} = U_{3m}$, $f = nF_c = 3F_c$) — меньше, чем второй, и т. д.; когда же $x = \pi/2$ и $\sin x = 1$, имеем

Рис. 1.13. Спектр последовательности прямоугольных видеопульсов.

$$U_{nm} = \frac{2U_m}{q} \frac{\sin x}{x} = \frac{2U_m}{q} \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = 1,274 \frac{U_m}{q}.$$

Когда угол $x = \pi$, то $\sin x = 0$ и $U_{nm} = 0$. Эта точка диаграммы характерна тем, что она расположена на оси частот и соответствует согласно выражению $x = \pi n F_c = \pi n / q$ частоте nF_c и гармонике n , равным

$$nF_c = \frac{x}{\pi \tau} = \frac{1}{\tau}, \quad n = \frac{xq}{\pi} = \frac{\pi q}{\pi} = q.$$

При переходе к гармоникам n свыше q , т. е. к $x > \pi$, наблюдается рост $\sin x$ и U_{nm} , но уже с отрицательным знаком.

Этот рост прекращается при угле $x = 3\pi/2$, соответствующем $\sin x = -1$. Тогда

$$U_{nm} = \frac{2U_m}{q} \cdot \frac{\sin x}{x} = \frac{2U_m}{q} \frac{(-1)}{\frac{3\pi}{2}} = -0,424 \frac{U_m}{q}.$$

Дальнейшее увеличение n и x сопровождается уменьшением $\sin x$ (по абсолютной величине), и когда $x = 2\pi$, то $\sin x = 0$ и

огибающая спектра второй раз пересекает ось частот. Очевидно, что при этом номер гармоники $n = xq/\pi = \frac{2\pi q}{\pi} = 2q$, а частота ее

$$nF_c = \frac{x}{\pi\tau} = \frac{2\pi}{\pi\tau} = \frac{2}{\tau}.$$

Следующий максимум огибающей получается при $x = 5\pi/2$, $\sin x = 1$, величина максимума равна

$$U_{nm} = \frac{2U_m}{q} \cdot \frac{1}{\frac{5\pi}{2}} = 0,254 \frac{U_m}{q}.$$

При $x = 3\pi$ номер гармоники $n = xq/\pi = 3q$, частота ее $nF_c = \frac{x}{\pi\tau} = \frac{3}{\tau}$ и $U_{nm} = 0$, так как $\sin 3\pi = 0$. Этим заканчивается третья, положительная, ветвь огибающей. Четвертая ветвь находится в области отрицательных значений, достигая величины $-0,182U_m/q$ при $x = \frac{7\pi}{2}$ и заканчиваясь при $f = \frac{4}{\tau}$ и $n = 4q$. Каждая последующая ветвь по-прежнему охватывает область частот, равную $1/\tau$, и число гармоник, равное q .

Из сказанного следуют выводы:

1. *Периодическая последовательность прямоугольных импульсов содержит бесконечно большое число гармоник, кратных частоте следования F_c .* Практически число гармоник конечное, но все же очень большое (при $q = 1000$ на каждую ветвь спектра приходится 1000 гармоник). Это объясняется тем, что прямоугольные импульсы имеют очень резкие перепады напряжения и только огромное число косинусоидальных напряжений, суммируясь, может дать одну и ту же величину $u = U_m$ на протяжении импульса τ и $u = 0$ в интервале между импульсами.

2. *Огибающая спектра по форме представляет затухающую кривую, которая проходит ось абсцисс через равные интервалы частот $1/\tau, 2/\tau, 3/\tau, \dots$* Так как каждый последующий максимум огибающей меньше данного $\left(\frac{2U_m}{q}, \left|\frac{0,424U_m}{q}\right|, \frac{0,254U_m}{q}, \left|\frac{0,182U_m}{q}\right|, \dots\right)$, то и энергии в соответствующей ветви заключено меньше. Например, в первых двух ветвях, т. е. в диапазоне частот $0-2/\tau$, сосредоточено 95% всей энергии импульса, остальные же 5% приходятся на частоты от $2/\tau$ до ∞ .

3. *Чем меньше длительность импульса τ , тем шире область частот спектра, в которой распределяется основная часть энергии импульсов.* Например, для сохранения 95% энергии импульсов нужно воспроизвести спектр частот, имеющий при $\tau = 1$ мксек ширину $\Delta f_{сн} = \frac{2}{\tau} = \frac{2}{10^{-6}} = 2 \cdot 10^6$ гц = 2 Мгц, а при $\tau = 0,1$ мксек — ширину $\Delta f_{сн} = \frac{2}{\tau} = 20$ Мгц.

4. Низкочастотные гармоники имеют более тупую вершину и пологие скаты, чем высокочастотные. Поэтому фронт и срез импульса образуются высокочастотными гармониками, а вершина импульса — низкочастотными.

5. Перемена знака амплитуд при переходе через нулевые значения спектра означает, что начальная фаза ψ гармоник изменяется скачком на 180° , оставаясь в пределах ветви постоянной. Таким образом показанная на рис. 1.13 диаграмма совмещает в себе данные об амплитудно- и фазо-частотном спектрах.

Спектр периодической последовательности прямоугольных радиоимпульсов (рис. 1.14) строим, исходя из того, что радиоимпульс полу-

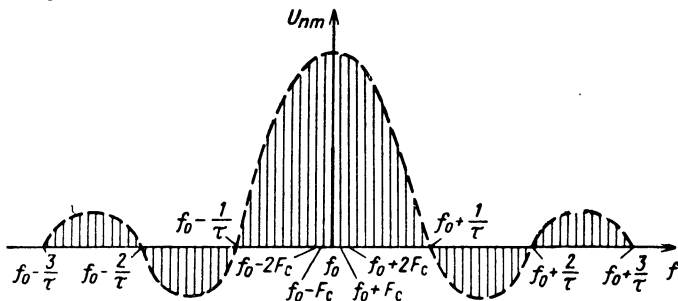


Рис. 1.14. Спектр последовательности прямоугольных радиоимпульсов.

чен в результате амплитудной модуляции колебаний с частотой заполнения f_0 гармоническими составляющими прямоугольных видеоимпульсов длительностью τ и периодом следования T_c .

Кроме несущей частоты f_0 в спектре радиоимпульса содержатся пары боковых частот: $f_0 + F_c$ и $f_0 - F_c$ (за счет модуляции первой гармоникой F_c видеоимпульсов), $f_0 + 2F_c$ и $f_0 - 2F_c$ (от второй гармоники $2F_c$), $f_0 + 3F_c$ и $f_0 - 3F_c$ (от третьей гармоники $3F_c$) и т. д. Что касается амплитуд гармоник, то они таковы, что если принять равными постоянной составляющую U_0 видеоимпульса (рис. 1.13) и амплитуду несущей частоты радиоимпульса (рис. 1.14), то амплитуда одной из двух боковых частот будет равна половине амплитуды соответствующей гармоники спектра видеоимпульса. Значит, измеряя ширину спектров $\Delta f_{\text{сн}}$ на одинаковом энергетическом уровне, получаем что $\Delta f_{\text{сн}}$ для радиоимпульса в два раза больше, чем для соответствующего видеоимпульса.

9. Анализ непериодических сигналов

Перейдем от периодической последовательности прямоугольных импульсов к одиночному импульсу. Это равнозначно увеличению периода следования T_c до бесконечно большой величины и соответственно уменьшению частоты следования F_c до бесконечно малой

величины df . За счет сближения спектральных линий спектр уплотняется и в пределе переходит из линейчатого в сплошной. Такой (сплошной) спектр характерен для непериодических сигналов.

Изобразить сплошной спектр амплитуд невозможно, так как если энергия сигнала распределяется на бесконечном множестве гармонических составляющих, то амплитуда каждой составляющей бесконечно мала. В связи с этим переходят от спектра амплитуд к более общему понятию — спектральной плотности амплитуд S .

Для линейчатого спектра плотность S равна частному от деления половины амплитуды гармоники $U_{nm}/2$ на интервал частот F_c . Обозначив спектральную плотность четной функции через S_c , записываем на основании выражения (17)

$$S_c = \frac{\frac{U_{nm}}{2}}{F_c} = \frac{2}{T_c 2F_c} \int_0^{T_c} u \cos n\Omega_c t dt = \int_0^{T_c} u \cos n\Omega_c t dt. \quad (20)$$

Для сплошного спектра число гармоник n теряет смысл и само понятие «гармоника» условно. Поэтому для обобщения выражения (20) заменяем $n\Omega_c$ текущей угловой частотой ω и пределы интегрирования $0 - T_c$ заменяем на $-\infty \div +\infty$:

$$S_c = \int_{-\infty}^{+\infty} u \cos \omega t dt. \quad (21)$$

В качестве примера определим по этой формуле спектральную плотность одиночного прямоугольного импульса, имея в виду, что он полностью сосредоточен в интервале времени $t = -\tau/2 \div +\tau/2$ и имеет при этом $u = U_m$:

$$\begin{aligned} S = S_c &= \int_{-\infty}^{+\infty} u \cos \omega t dt = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} U_m \cos \omega t dt = U_m \frac{\sin \omega t}{\omega} \Big|_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} = \\ &= U_m \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\omega} = U_m \tau \frac{2 \sin \frac{\omega\tau}{2}}{\omega\tau} = U_m \tau \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}. \end{aligned}$$

Обозначим площадь импульса $U_m\tau$ через A и независимую переменную $\omega\tau/2$ — через x' . Заметим при этом, что x' , как и ранее введенная переменная x , прямо пропорциональна частоте ω . Теперь имеем

$$S_c = A \frac{\sin x'}{x'}.$$

Сопоставляя это выражение с (18), замечаем полное подобие их. Такое же подобие наблюдается при другой форме периодических и соответствующих непериодических сигналов. Отсюда следует вывод:

огibaющие сплошного спектра неперидического сигнала и линейчатого спектра перидического сигнала, который получен путем повторения с перидом T_0 данного неперидического, совпадают по форме и отличаются только масштабом.

На рис. 1.15 изображены спектральные диаграммы одиночного прямоугольного импульса для трех значений длительности: τ' (огibaющая 1), $\tau'' < \tau'$ (огibaющая 2) и $\tau \rightarrow 0$ (огibaющая 3). По оси ординат отложено отношение спектральной плотности S_c к площади импульса A , т. е. $\frac{\sin x'}{x'}$ (это дает одинаковый первый максимум, рав-

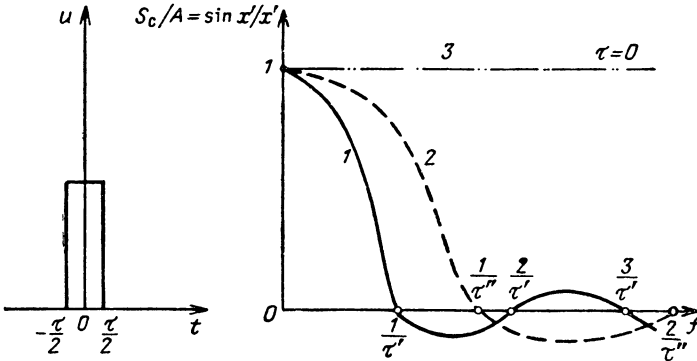


Рис. 1.15. Одиночный прямоугольный импульс и его спектр.

ный единице). Как известно, нулевые значения диаграммы наблюдаются при углах $x' = \pi, 2\pi, \dots$, соответствующих частотам $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2x'}{2\pi\tau} = \frac{x'}{\pi\tau} = \frac{1}{\tau}, \frac{2}{\tau}, \frac{3}{\tau}, \dots$. Следовательно, с уменьшением длительности импульсов τ нули диаграммы смещаются вправо по оси частот f (сравни огibaющие 1, 2), спектр становится более равномерным и, когда импульс настолько сужается, что τ стремится к нулю, спектр оказывается равномерным на всех частотах от 0 до ∞ .

Для нечетной функции, поскольку она содержит только синусные составляющие, спектральная плотность S_s определяется по формуле, аналогичной (21):

$$S_s = \int_{-\infty}^{+\infty} u \sin \omega t dt. \quad (22)$$

Для произвольных сигналов с косинусными и синусными составляющими спектральная плотность выражается комплексной величиной

$$S = S_c - jS_s = \int_{-\infty}^{+\infty} u (\cos \omega t - j \sin \omega t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} u e^{-j\omega t} dt. \quad (23)$$

Это выражение соответствует *обратному преобразованию Фурье*, так как оно позволяет по форме временной функции u определить зависимость спектральной плотности \dot{S} от частоты и изобразить спектральную диаграмму сигнала. Обратное преобразование позволяет по спектральной плотности \dot{S} найти исходную временную функцию:

$$u = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{S} e^{j\omega t} d\omega. \quad (24)$$

10. Дискретные сигналы

Кодирование дискретных сообщений. Процесс превращения дискретного сообщения в сигнал называется *кодированием*. Дискретное сообщение состоит из символов, т. е. условных обозначений, которые легко сводятся к комбинации цифр. Цифры кодируются

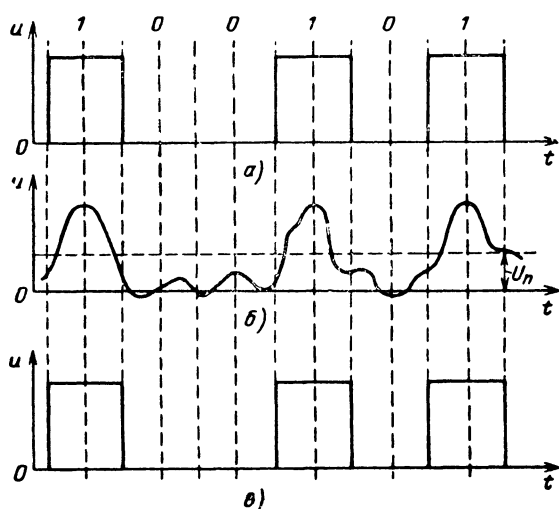


Рис. 1.16. Двоичный код 100101.

определенной группой импульсов. Если во всех кодовых группах цифрового или буквенного алфавита содержится одинаковое число знаков равной длительности, то код называется *равномерным*, если же это условие не соблюдается — то *неравномерным*. Примером неравномерного кода может служить азбука Морзе, в которой для ускорения передачи сообщений чаще встречающиеся буквы кодируются меньшим числом точек и тире.

Кодирование чисел зависит от применяемой системы счисления. Отличительным признаком системы является ее *основание m* — количество цифр, которое используется для записи чисел. В десятичной (арабской) системе счисления, где запись чисел производится

цифрами 0, 1, 2, ..., 8, 9, основание $m = 10$. В двоичной системе таких цифр две (0 и 1) и основание $m = 2$.

При любой системе счисления числа делятся на разряды, которые отсчитываются от конца числа к его началу. С увеличением номера разряда p цена последнего повышается. Например, в десятичной системе счисления единицей 1-го разряда ($p = 1$) является $10^0 = 1$; 2-го разряда ($p = 2$) $10^1 = 10$, 3-го разряда ($p = 3$) $10^2 = 100$, а p -го разряда 10^{p-1} . Число единиц в каждом разряде может быть 0, 1, ..., 9. Аналогично, при двоичной системе счисления для 1-го разряда ($p = 1$) единицей служит $2^0 = 1$, для $p = 2$ это $2^1 = 2$, для $p = 3$ $2^2 = 4$, для $p = 4$ $2^3 = 8$ и для p -го разряда 2^{p-1} , причем таких единиц в разряде может быть только 0 и 1.

Это крайне упрощает кодирование, так как большинство импульсных схем работает в режиме «включено — выключено», «да — нет» и для кодирования достаточно одному из этих состояний приписать единицу, а другому — нуль. Например, число 37 имеет двоичный код 100101, как показано в табл. 1, а соответствующий сигнал представляется последовательностью импульсов, в которой наличие импульса означает единицу, а отсутствие — нуль (рис. 1.16, а).

Таблица 1

Номер разряда числа p	6	5	4	3	2	1
Единица измерения данного разряда 2^{p-1}	$2^5=32$	$2^4=16$	$2^3=8$	$2^2=4$	$2^1=2$	$2^0=1$
Количество единиц измерения в разряде при коде 10010	1	0	0	1	0	1
Итого единиц в числе 100101	$1 \times 32 + 0 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 37$					

Число символов (знаков) в одной кодовой группе называется *значностью кода n* . В двоичной системе счисления значность кода равна высшему разряду числа. Так, приведенному коду 100101 соответствует значность $n = 6$.

Определим число возможных кодовых групп N . Если код двоичный ($m = 2$), но однозначный ($n = 1$), то $N = 2$, так как при этом образуются только коды 1 и 0. При $n = 2$ уже возможны группы 00, 11, 01 и 10, т. е. $N = 2^2 = 4$. Если значность кода $n = 3$, то могут быть комбинации 000, 111, 100, 010, 001, 110, 011, 101 и $N = 2^3 = 8$. Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что при равномерном коде с основанием m и значностью n число кодовых групп достигает

$$N = m^n. \quad (25)$$

При кодировании буквенного текста исходной величиной является число букв в алфавите. Допустим, что алфавит состоит из 32

букв. Тогда для передачи сообщений достаточно 32 кодовых групп ($N = 32$). Это требует согласно (25) значности двоичного кода

$$n \log_2 N = \log_2 N = \log_2 32 = 5,$$

где $\log_2 N$ — логарифм с основанием 2 от числа N .

Если кодировать буквы в алфавитном порядке последовательностью чисел 1, 2, 3, ..., 32 десятичной системы счисления, то двоичным кодом 9-й буквы «И» будет 01001; 12-й буквы «М» — 01100, 16-й буквы «Р» — 10000. Значит, слово «мир» выразится тремя группами импульсов, показанных на рис. 1.17.

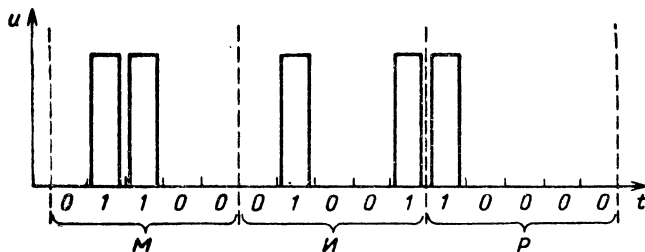


Рис. 1.17. Двоичный код слова «мир».

Дискретизация непрерывных сигналов. Любой непрерывный сигнал может быть преобразован без искажений или с небольшой погрешностью в дискретный сигнал. Такое преобразование, называемое *дискретизацией*, заключается в том, что в моменты времени $t = t_1, t_2, \dots, t_7$, разделенные интервалом Δt , передаются импульсы, амплитуда которых равна значению непрерывного сигнала в данный момент времени t (рис. 1.18, а). Чем меньше интервал Δt , тем точнее дискретный сигнал соответствует непрерывному. Существует все же минимальный предел интервала Δt , после которого верность воспроизведения исходного сигнала не повышается. Для гармонического колебания с частотой F это полупериод $\Delta t = T/2 = 1/2F$, а для непрерывного сигнала с наивысшей частотой спектра $F_{\text{макс}}$ это полупериод $\Delta t = \frac{1}{2F_{\text{макс}}}$.

Такой вывод основан на теореме Котельникова, которая гласит, что *если в спектре непрерывного сигнала не содержится гармонической составляющей с частотой выше $F_{\text{макс}}$ [гц], то сигнал полностью определяется дискретными значениями, взятыми через равные интервалы времени $\Delta t = \frac{1}{2F_{\text{макс}}}$ [сек].* В реальных условиях сигналы передаются с ограничениями спектра по частоте. Поэтому формула

$$\Delta t = \frac{1}{2F_{\text{макс}}} \quad (26)$$

применима к любым реальным сигналам, если под $F_{\text{макс}}$ понимать максимальную частоту того спектра, в котором непрерывно или ди-

скретно воспроизводится данный сигнал. В обоих случаях искажения будут одинаковыми.

Теперь требуется решить другую задачу: несмотря на то что число отсчетов сигнала конечно, уровней сигнала может быть бесконечное множество и для выражения их недостаточно ограниченного числа кодовых групп. Эта задача решается *квантованием*, которое заключается в округлении мгновенных значений сигнала $u = f(t)$ (в нашем примере 3; 3,8; 5,7; 6,9; 4,2; 0,8; 1,9; ...) до ближай-

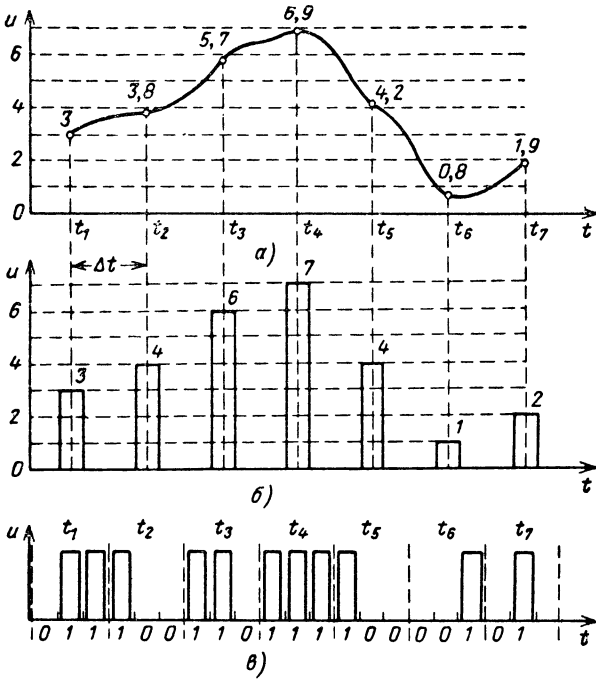


Рис. 1.18. Дискретизация непрерывного сигнала.

ших целых значений (соответственно до $u = 3; 4; 6; 7; 4; 1; 2, \dots$). Количество последних не должно превышать числа возможных кодовых групп N . Квантованные импульсы на рис. 1.18, б закодированы при значности кода $n = 3$ и основании $m = 2$, что дает $N = m^n = 2^3 = 8$, т. е. уровни квантования равны $0, 1, 2, 3, \dots, 7$. Двоичный код этих импульсов представлен на рис. 1.18, в.

Квантование, естественно, вносит погрешности в дискретизацию сигналов, но при правильном выборе интервала между уровнями Δu , называемого *шагом квантования*, можно добиться того, чтобы эти погрешности не превышали тех, которые возникли бы в непрерывном сигнале под воздействием помех (см. гл. X, § 68).

Весь процесс преобразования непрерывного сообщения в квантованные импульсы называется *импульсно-кодовой модуляцией*.

11. Элементарные сведения из теории информации

Теория информации, называемая иначе *общей теорией связи*, изучает структуру сигналов, дает количественную оценку заключенной в них информации, устанавливает общие законы передачи и приема информации и разрабатывает теорию систем связи с тем, чтобы наилучшим образом преобразовывать и воспроизводить информацию.

Теория информации неразрывно связана с теорией вероятностей. Чтобы это понять, сначала примем, что вероятность события, о котором сообщается по каналу связи, $p = 1$ (т. е. $p = 100\%$). Такое сообщение требует одной кодовой группы ($N = 1$) и не представляет интереса для получателя информации, так как получатель и без того знает, каков исход данного события. Пусть теперь вероятность события $p = 0,5$. Для сообщения о нем в алфавите должны быть две кодовые группы ($N = 1/p = 2$); и в таком случае получатель информации ждет от очередного сигнала ответа на вопрос: какое из двух равновероятных событий имело место? Еще больше информации заключается, скажем, в передаче буквенного текста с алфавитом из 32 букв ($N = 32$). Здесь получатель информации более озадачен: какая из 32 букв будет передана с очередным сигналом, ведь вероятность передачи каждого из них $p = 1/32$?

Таким образом, чем меньше вероятность p и больше неожиданности в каждом сигнале, тем больше информации содержит данное сообщение. Исходя из этого, количество информации \mathcal{I} , содержащейся в неискаженном сообщении, принято выражать двоичным логарифмом от $1/p = N$, т. е. от всего множества равновероятных сообщений:

$$\mathcal{I} = \log_2 \frac{1}{p} = \log_2 N. \quad (26a)$$

Если $p = 0,5$, а $N = 2$, то $\mathcal{I} = \log_2 2 = 1$. Иначе говоря, единицей информации служит элемент двоичного кода («1—0»), который соответствует сообщению об одном из равновероятных событий («да — нет»). Это так называемая *двоичная единица*.

При изучении кодов дискретных сообщений было установлено, что $N = 2^n$, а $n = \log_2 N$. Сопоставляя эту формулу с (26a), замечаем, что $\mathcal{I} = n$, т. е. количество информации в сообщении равно значности кода. Но так как за каждым знаком этого кода скрывается выбор «да — нет» или «1—0», то количество информации в случае дискретных сигналов означает, сколько раз нужно производить отбор равновероятных событий по принципу «да — нет», чтобы сообщить об одном из них.

Это положение наглядно иллюстрируется кодовым деревом, которое изображено на рис. 1.19 применительно к передаче сообщений об одном из 32 равновероятных событий ($p = 1/32$, $N = 32$). Построение кода представляется следующим образом. Первый отбор событий позволяет разделить их на две группы по 16. Одна из групп

кодируется нулем (0), а другая единицей (1). Второй аналогичный отбор позволяет разделить события на 4 группы по 8, третий отбор — на 8 групп по 4, четвертый — на 16 групп по 2 и пятый отбор — окончательный, так как сводится к выбору одного события. Имея в виду, что любая группа отобрана по принципу «да — нет» или «1—0», составляем двоичный код из пяти знаков ($n = 5$), каждый из которых выражает результат соответствующего отбора. Например, 11-е событие имеет код 01011, так как оно при первом отборе

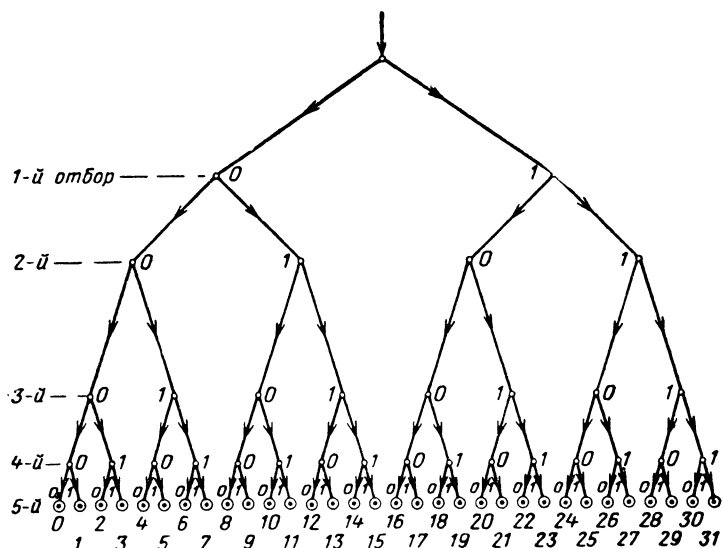


Рис. 1.19. Кодовое дерево, построенное для передачи сообщения об одном из 32-х равновероятных событий.

вошло в группу 0, при втором — в группу 1, при третьем — в группу 0, а при четвертом и пятом — в группу 1. Заметим, что 01011 совпадает с двоичным кодом числа 11. Это замечание справедливо и для любого другого числа (события).

В данном примере количество информации в сообщении

$$J = \log_2 N = \log_2 32 = 5 \text{ дв. ед.},$$

т. е. это количество действительно равно значности кода n .

Найденная мера количества информации пригодна для оценки не только дискретного, но и непрерывного сообщения. В этом можно убедиться на примере квантованных импульсов, отображающих непрерывное сообщение. Пусть элементарное сообщение длительностью T_c при наличии m уровней квантования выражается одной кодовой группой из n импульсов. Так как каждому уровню соответствует двоичная единица информации, то здесь, как известно, нужно предусмотреть число равновероятных событий

$$N = m^n \text{ дв. ед.} \quad (25)$$

Значность кода n определяется делением длительности сообщения T_c на интервал между импульсами Δt , который равен по теореме Котельникова $1/2F_{\text{макс}}$. Значит,

$$n = \frac{T_c}{\Delta t} = 2F_{\text{макс}} T_c,$$

а количество информации в данном сообщении равно

$$\mathcal{J} = \log_2 N = \log_2 (m^n) = n \log_2 m = 2F_{\text{макс}} T_c \log_2 m \text{ дв. ед.} \quad (27)$$

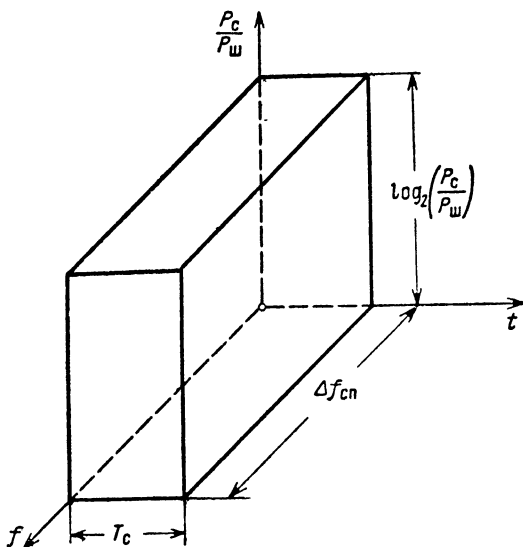


Рис. 1.20. Изображение объема сигнала.

Чтобы различить уровни квантования, шаг Δu не должен превышать средней амплитуды помех, пропорциональной корню квадратному из средней мощности помех $P_{\text{п}}$ (мощности шумов $P_{\text{ш}}$). Вместе с тем, максимальное напряжение $U_{\text{макс}}$ пропорционально корню квадратному из среднего значения суммарной мощности сигнала и помех $\sqrt{P_c + P_{\text{п}}}$. Это определяет число уровней квантования

$$m = \frac{U_{\text{макс}}}{\Delta u} = \sqrt{\frac{P_c + P_{\text{п}}}{P_{\text{п}}}} = \sqrt{1 + \frac{P_c}{P_{\text{п}}}} = \sqrt{1 + H_c},$$

где $H_c = P_c/P_{\text{п}}$ называется *превышением*. Введем эту величину в формулу количества информации (27)

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= 2F_{\text{макс}} T_c \log_2 m = 2F_{\text{макс}} T_c \log_2 \sqrt{1 + \frac{P_c}{P_{\text{п}}}} = \\ &= 2F_{\text{макс}} T_c \log_2 \sqrt{1 + H_c} \text{ дв. ед.} \end{aligned}$$

Если $H_c \gg 1$, то формула упрощается:

$$\begin{aligned} \mathcal{Y} &= 2F_{\text{макс}} T_c \log_2 \sqrt{H_c} = F_{\text{макс}} T_c \log_2 \left(H_c^{\frac{1}{2}} \right) = \\ &= F_{\text{макс}} T_c \log_2 H_c \text{ дв. ед.} \end{aligned} \quad (28)$$

Это соотношение послужило основанием для введения понятия *объема сигнала*, как произведения его длительности T_c , ширины спектра $\Delta f_{\text{сп}}$ и двоичного логарифма от превышения H_c :

$$V_c = T_c \Delta f_{\text{сп}} \log_2 H_c.$$

Объем сигнала изображается в виде объема параллелепипеда со сторонами T_c , $\Delta f_{\text{сп}}$ и $\log_2 H_c$ (рис. 1.20).

Система передачи информации должна быть согласована с параметрами сигнала. Согласование означает, что полоса пропускания канала связи $\Delta f_{\text{пр}}$ должна быть не меньше $\Delta f_{\text{сп}}$, длительность работы канала $T_{\text{к}}^{\text{р}}$ — не меньше T_c и допустимое превышение средней мощности сигнала над средней мощностью помех $H_{\text{к}}$ — не меньше H_c . Иначе говоря, *произведение $T_{\text{к}} \Delta f_{\text{пр}} \log_2 H_{\text{к}} = V_{\text{к}}$, называемое емкостью системы (канала) связи, должно быть по крайней мере равно объему сигнала $V_c = T_c \Delta f_{\text{сп}} \log_2 H_c$.*

Важно, что это условие можно реализовать при различном соотношении между множителями объема V_c и емкости $V_{\text{к}}$. Например, в ряде случаев целесообразно при переходе с одного участка системы связи на другой уменьшать (увеличивать) время передачи сигналов за счет расширения (сужения) полосы пропускания и спектра.

Есть еще один важный параметр — *предельная пропускная способность системы передачи информации*, который равен максимально возможной скорости передачи информации,

$$C = \frac{\mathcal{Y}}{T_c} = \frac{2F_{\text{макс}} T_c}{T_c} \log_2 \sqrt{1 + \frac{P_c}{P_n}} = F_{\text{макс}} \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{P_n} \right). \quad (29)$$

Отсюда следует, что *пропускная способность системы связи тем выше, чем больше ее полоса пропускания и больше отношение сигнал/помеха.*

II

КЛАССИФИКАЦИЯ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

12. Линейные четырехполюсники и двухполюсники

Признаки классификации радиотехнических цепей. Большинство радиотехнических схем имеет два входных и два выходных зажима (полюса). Это позволяет представить их в виде *эквивалентных четырехполюсников*, каждый из которых состоит из более простых элементов, преимущественно *двухполюсников*. Цепи, не содержащие источников энергии и усилительных элементов, называются *пассивными*, а содержащие — *активными*.

По характеру зависимости тока от напряжения различают *линейные и нелинейные цепи*. Линейные цепи подразделяются на цепи с постоянными и на цепи с переменными параметрами, меняющимися во времени. Последние называются параметрическими цепями. Параметры линейных цепей не зависят от напряжений и токов; а параметры нелинейных цепей зависят от напряжений и токов.

К линейным двухполюсникам относятся активное сопротивление R , индуктивность L и емкость C , вольтамперная характеристика которых прямолинейна (рис. 2.1, а). В качестве примера нелинейного двухполюсника сошлемся на диод, идеализированная характеристика которого имеет вид ломаной линии (рис. 2.1, б).

Для любой точки характеристики резистора отношение напряжения к току u/i , равное сопротивлению R , есть постоянная величина. Этого нельзя сказать о диоде: его сопротивление $R_d = u/i$ в области положительных анодных напряжений конечно ($R_d = R_d^+ \neq \infty$), а в области отрицательных, где ток $i = 0$, бесконечно велико ($R_d^- = u/0 = \infty$).

Сравним свойства линейных и нелинейных цепей.

1. Линейные цепи подчиняются, а нелинейные — не подчиняются *принципу наложения (суперпозиции)*. Принцип наложения заключается в том, что при воздействии на цепь нескольких э. д. с. любой формы и частоты отклик на каждую из них независим от других, а потому эти отклики можно суммировать. Объясняется это так: поскольку сопротивление линейной цепи не зависит от приложенного к ней напряжения, любая э. д. с., вводимая в такую цепь, вызывает прямо пропорциональное приращение тока. Отсюда мгновенное значение результирующего тока равно сумме мгновенных значений составляющих токов.

Пусть анодное напряжение диода, имеющего сопротивления $R_d^+ = 200 \text{ ом}$ и $R_d^- = \infty$, складывается из $u_1 = 10 \text{ в}$ и $u_2 = -6 \text{ в}$. В таком диоде ток, очевидно, равен $i = \frac{10 - 6}{0,2} = 20 \text{ ма}$. Если же

исходить из принципа наложения, то получим $i = \frac{u_1}{R_d^+} + \frac{u_2}{R_d^-} = \frac{10}{0,2} - \frac{4}{\infty} = 50 \text{ ма}$, что не соответствует действительности. Это подтверждает, что к нелинейным цепям неприменим принцип наложения.

2. Частоты спектров выходного и входного напряжений линейных цепей одинаковы, а нелинейных различны. Например, синусоидальное напряжение $1, 2, 3, \dots$, приложенное к цепи из резисторов,

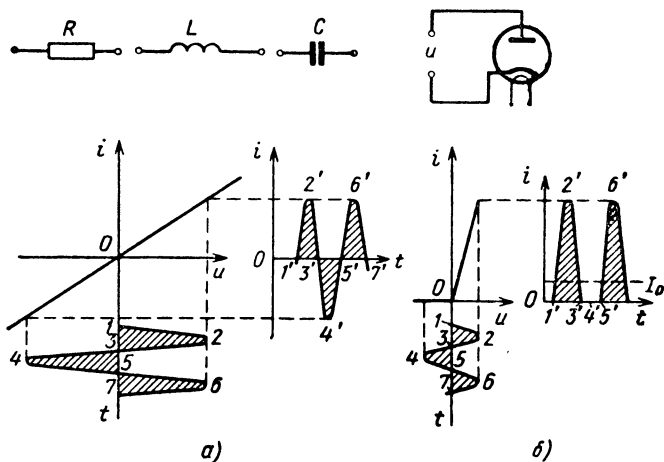


Рис. 2.1. Двухполюсники линейный (а) и нелинейный (б) и их вольтамперные характеристики.

вызывает в ней ток и выходное напряжение синусоидальной формы $1', 2', 3', \dots$ (рис. 2.1, а). Но если такое же напряжение будет приложено к диоду, то в нем возникнет пульсирующий ток $1', 2', 3'$, (рис. 2.1, б). Спектр этого тока имеет много гармонических составляющих, в частности постоянную составляющую I_0 . Такой составляющей нет во входном напряжении, доказательством чего может служить одинаковая форма положительной и отрицательной полуволн напряжения (среднее значение напряжения равно нулю).

То же самое можно сказать и о линейных системах с переменными параметрами. Допустим, что синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ приложено к резистору с сопротивлением R , изменяющимся во времени по закону

$$R = \frac{R_0}{\sin \omega t}.$$

Тогда ток i в резисторе равен

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin^2 \omega t}{R_0} = \frac{U_m}{R_0} \cdot \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = I_0 - I_{2m} \cos 2\omega t,$$

т. е. этот ток содержит постоянную составляющую $I_0 = U_m/2R_0$ и вторую гармонику с амплитудой $I_{2m} = U_m/2R_0$, каких нет во входном напряжении.

Из сказанного следует вывод: *если выходное напряжение системы содержит гармонические составляющие, отсутствующие в спектре входного напряжения, то в систему входит один или несколько нелинейных или параметрических элементов.* Во всех других случаях пользуются линейными системами с постоянными параметрами.

13. Линейный четырехполюсник и его характеристики

Почти во всех цепях имеются нелинейные элементы, но во многих случаях нелинейность их сказывается настолько незначительно, что схемы в целом рассматриваются как линейные. В связи с этим целесообразно установить параметры и характеристики линейного четырехполюсника.

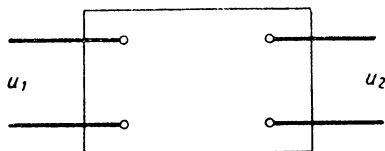


Рис. 2.2. Четырехполюсник.

Частотные и переходные характеристики четырехполюсника. Подадим на вход линейного четырехполюсника (рис. 2.2) гармоническое напряжение, мгновенное значение которого равно

$$u_1 = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1).$$

Комплексная величина этого напряжения

$$\dot{U}_1 = U_{1m} e^{j(\omega t + \psi_1)},$$

комплексная амплитуда

$$\dot{U}_{1m} = U_{1m} e^{j\psi_1}.$$

Отношение комплексных амплитуд выходного и входного напряжений называется *коэффициентом передачи напряжения четырехполюсника*:

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{U}_{1m}} = \frac{U_{2m}}{U_{1m}} e^{j(\psi_2 - \psi_1)}.$$

Коэффициент передачи напряжения как комплексное число может быть записан в показательной форме: $\dot{K} = K e^{j\psi}$, где K — модуль, а ψ — аргумент этого коэффициента.

Модуль коэффициента передачи $K = U_{2m}/U_{1m}$ показывает, во сколько раз четырехполюсник изменил модуль комплексной амплитуды напряжения, а *аргумент этого коэффициента* $\psi = \psi_2 - \psi_1$ показывает, на какой угол четырехполюсник изменил фазу напряжения.

Коэффициент передачи напряжения четырехполюсника, в котором имеются реактивные сопротивления, зависит от частоты. Зависимость модуля коэффициента передачи K от частоты входного синусоидального напряжения ω называется *амплитудно-частотной* (кратко — *амплитудной*), а зависимость аргумента коэффициента передачи напряжения ψ от частоты ω — *фазо-частотной* (кратко — *фазовой*) характеристикой четырехполюсника.

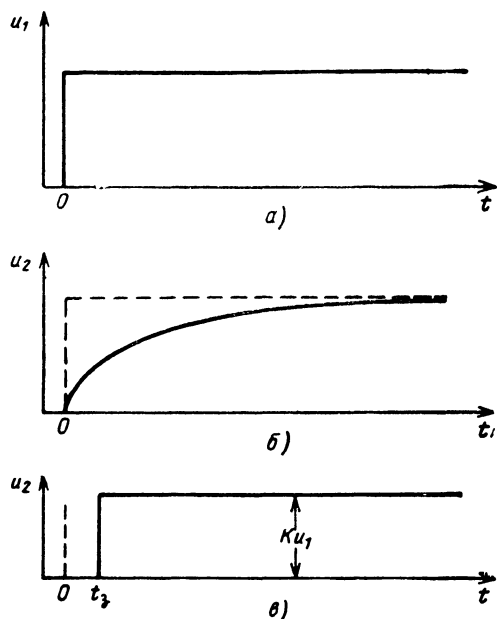


Рис. 2.3. Переходные характеристики четырехполюсника.

С помощью частотных характеристик четырехполюсника выявляются изменения спектра сигнала в данной цепи. Для этого, во-первых, нужно умножить каждую гармоническую составляющую входного напряжения на коэффициент передачи напряжения (с учетом как модуля K , так и аргумента ψ) для данной гармоники. Во-вторых, на основании принципа наложения суммируют полученные произведения с тем, чтобы воспроизвести выходное напряжение.

В то время как со спектральным представлением сигнала связаны упомянутые частотные характеристики, с временным представлением связаны *переходные (временные) характеристики четырехполюсника*.

Создадим на входе четырехполюсника мгновенный перепад напряжения $u_1 = E$, после чего будем поддерживать u_1 постоянным (рис. 2.3, а). Тогда, начиная с момента перепада, зависимость выходного напряжения u_2 от времени t будет переходной характер-

стикой четырехполюсника (рис. 2.3, б). Поскольку мгновенный перепад напряжения на входе цепи равнозначен мгновенному подключению источника питания, то такие характеристики отражают переходные процессы в четырехполюснике.

Условия неискаженной передачи сигналов. Форма частотных и переходных характеристик радиотехнических цепей должна соответствовать их назначению. Имеются, например, такие схемы, как электронные усилители, которые не должны изменять форму сигналов. Для этого прежде всего из схемы должны быть исключены

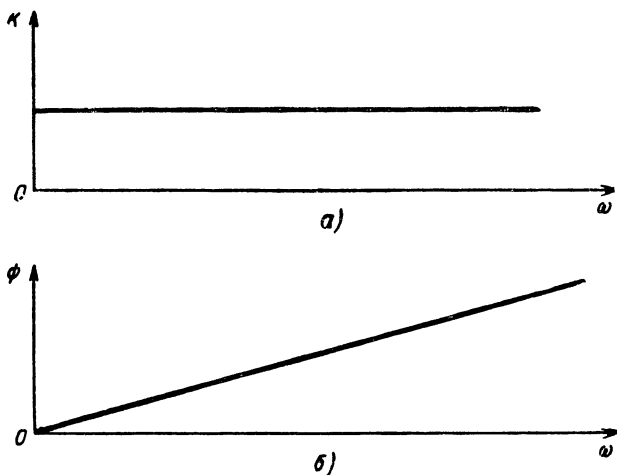


Рис. 2.4. Амплитудно-частотная (а) и фазо-частотная (б) характеристики линейного четырехполюсника, не искажающего передаваемый сигнал.

нелинейные и параметрические элементы. Но и в линейном четырехполюснике возможны искажения. Это так называемые *частотные искажения*, которые обусловлены зависимостью реактивных сопротивлений от частоты.

Признаками полного отсутствия частотных искажений является то, что: 1) амплитудно-частотная характеристика четырехполюсника имеет вид прямой, параллельной оси частот (рис. 2.4, а); 2) фазочастотная характеристика изображается наклонной прямой (рис. 2.4, б).

Первое означает, что модуль K на всех частотах одинаков, амплитуды всех гармонических составляющих сигнала усиливаются четырехполюсником в равной мере (в K раз) и соотношение между ними не изменяется. Второе условие означает, что фазо-частотная характеристика выражается уравнением прямой

$$\psi = a\omega,$$

где a — постоянный угловой коэффициент.

С другой стороны, аргумент коэффициента передачи напряжения ψ — это фазовый угол, на который отстает гармоническая составляющая с частотой ω за время задержки t_3 в четырехполоснике. Следовательно,

$$\psi = \omega t_3.$$

Сравнив оба уравнения, получим $t_3 = a$, т. е. гармонические составляющие сигнала любой частоты передаются с входа на выход четырехполосника за одно и то же время.

Таким образом, при соблюдении указанных условий четырехполосник не искажает формы сигнала, только изменяет его амплитуду в K раз ($u_2 = Ku_1$) и задерживает сигнал на время t_3 (рис. 2.3, θ).

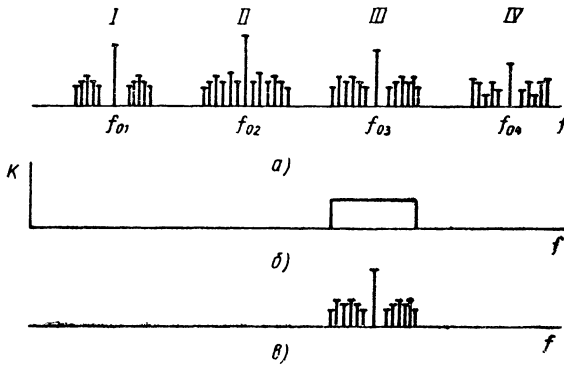


Рис. 2.5. Спектры частот радиосигналов на входе (а) и выходе (б) приемника с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой (б).

Приведенные частотные характеристики идеальны для усилителей управляющих сигналов. Несколько иными должны быть характеристики входных цепей и усилителей радиосигналов в связи с необходимостью избежать взаимных помех соседних по частоте радиостанций.

Помехи такого рода исключаются двумя путями. Во-первых, несущие частоты f_{01} , f_{02} , f_{03} , f_{04} , ... двух любых соседних радиостанций (I—II, II—III, III—IV, ...) разносят по крайней мере на ширину спектра одной радиостанции (рис. 2.5, а). Во-вторых, стремятся к тому, чтобы за пределами спектра принимаемого радиосигнала (на рис. 2.5, а, б — сигнала станции III) модуль коэффициента передачи напряжения высокочастотной части приемника K был равен нулю. Такой приемник обладает *идеальной частотной избирательностью*, т. е. идеальной способностью отделять по частоте полезный сигнал от сигналов и помех, которые не должны поступать к детектору.

Теперь осталось воспроизвести без искажений принятый сигнал (рис. 2.5, б). Для этого модуль K должен быть постоянным и, разумеется, не равным нулю на всех частотах спектра принимаемой ра-

диостанции (III на рис. 2.5, а, б). Полученная амплитудно-частотная характеристика высокочастотной части приемника имеет форму прямоугольника, боковые стороны которого соответствуют крайним боковым частотам спектра принимаемой радиостанции.

При других видах радиопомех оптимальные частотные характеристики иные.

14. Индуктивность и емкость колебательного контура

Свойства линейных двухполюсников целесообразно изучить на примере элементов колебательного контура, так как значительная часть данного курса посвящена колебательным цепям.

Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и конденсатора. Катушка индуктивности накапливает энергию магнитного поля, а конденсатор — энергию электрического поля. *Накопление электромагнитной энергии не происходит мгновенно, и по этой причине цепь, содержащая индуктивность, емкость или и то и другое, инерционна.*

Инерционность накопления и отдачи энергии магнитного поля обусловлена тем, что в катушке индуктивности при изменении в ней тока i и вызванного им потокосцепления $\Psi = Li$ возникает э. д. с. самоиндукции \mathcal{E}_L , которая по закону Ленца противодействует этому изменению,

$$\mathcal{E}_L = - \frac{d\Psi}{dt} = - L \frac{di}{dt}. \quad (30)$$

Знаком «минус» учитывается противодействие э. д. с. Коэффициент пропорциональности L , называемый *индуктивностью*, выражается в генри ($гн$), миллигенри ($мгн$) и микрогенри ($мкгн$), причем $1 гн = = 10^3 мгн = 10^6 мкгн$.

Инерционность накопления и отдачи энергии электрического поля обусловлена э. д. с. емкости \mathcal{E}_C , которая возникает в конденсаторе при наличии в нем электрического заряда q :

$$\mathcal{E}_C = - \frac{q}{C}. \quad (31)$$

Знак «минус» указывает на противодействие э. д. с. емкости процессу заряда конденсатора.

Постоянная C , называемая *емкостью*, измеряется в фарадах (ϕ), микрофарадах ($мк\phi$) и пикофарадах ($п\phi$), причем $1 \phi = 10^6 мк\phi = = 10^{12} п\phi$.

Э. д. с. генератора вызывает в цепи ток, который создает падение напряжения u_L на индуктивности L (рис. 2.6, а) и u_C на емкости C (рис. 2.6, б). Напряжение u_L численно равно и

противоположно по фазе э. д. с. самоиндукции \mathcal{E}_L (рис. 2.6, в, д), а напряжение u_C — э. д. с. емкости \mathcal{E}_C (рис. 2.6, г, е). Напряжения u_L и u_C приложены извне к L и C , а э. д. с. самоиндукции \mathcal{E}_L и емкости \mathcal{E}_C — от L и C к генератору. Поэтому противофазность u_L и \mathcal{E}_L , а также u_C и \mathcal{E}_C согласуется с тем, что в любой момент времени полярность напряжения и соответствующей э. д. с. одинакова. Например, в емкостной цепи (см. рис. 2.6, б) напряжение u_C вызывает зарядный ток, направленный от «+» к «-» генератора (сплошные стрелки), а э. д. с. емкости вызывает разрядный ток.

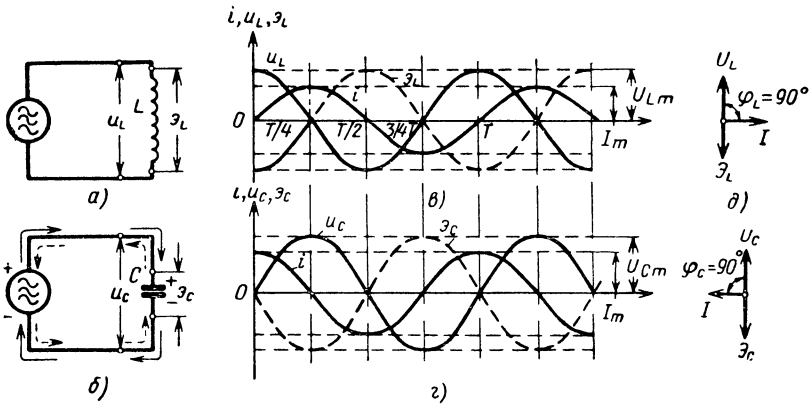


Рис. 2.6. Индуктивная (а) и емкостная (б) цепи, временные (в, г) и векторные диаграммы (д, е) напряжений и токов в этих цепях.

направленный от плюсовой обкладки конденсатора к минусовой (пунктирные стрелки).

В конденсаторе ток прямо пропорционален скорости изменения э. д. с. емкости:

$$i = -C \frac{d\mathcal{E}_C}{dt}, \quad (32)$$

тогда как в катушке индуктивности э. д. с. самоиндукции прямо пропорциональна скорости изменения тока [см. формулу (30)]. Вместе с тем, синусоидальная функция в максимуме изменяется с нулевой скоростью и при нуле с максимальной скоростью. Все это приводит к тому, что синусоидальный ток в индуктивности отстает по фазе на угол $\varphi_L = 90^\circ$ от напряжения u_L , а в емкости опережает на угол $\varphi_C = 90^\circ$ напряжение u_C , как показано на временных (рис. 2.6, в, г) и векторных (рис. 2.6, д, е) диаграммах.

Так как $\varphi_L = \varphi_C = 90^\circ$, то средняя мощность, поступающая от генератора в индуктивность или емкость, равна нулю, т. е. эта мощность имеет реактивный характер:

$$P = \frac{U_{Lm}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \varphi_L = \frac{U_{Cm}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \varphi_C = 0.$$

Пусть ток в индуктивности нарастает в нечетные четверти периода ($t = 0 \div T/4, T/2 \div 3T/4, \dots$). В это время э. д. с. генератора способствует, а э. д. с. самоиндукции препятствует росту тока и энергия от генератора поступает в магнитное поле катушки индуктивности. В четные четверти периода ($t = T/4 \div T/2, 3T/4 \div T, \dots$) э. д. с. самоиндукции поддерживает ток в цепи, а э. д. с. генератора препятствует этому, вследствие чего энергия, накопленная в магнитном поле катушки, возвращается генератору.

В конденсаторе напряжение u_C растет ($t = 0 \div T/4, T/2 \div 3T/4, \dots$) под действием э. д. с. генератора и при противодействии э. д. с. емкости, вследствие чего энергия генератора переходит в энергию электрического поля конденсатора. При разряде конденсатора, когда напряжение u_C падает до нуля ($t = T/4 \div T/2, 3T/4 \div T, \dots$), ток в цепи проходит под действием э. д. с. емкости и при противодействии э. д. с. генератора, в результате чего энергия возвращается от конденсатора к генератору.

Как видно, энергия всегда поступает к тому элементу схемы, который в данное время тормозит переход энергии от одного участка цепи к другому.

Поочередное противодействие э. д. с. самоиндукции (или емкости) и э. д. с. генератора снижает амплитуду тока в цепи. Это количественно учитывается соответственно индуктивным $x_L = \omega L$ и емкостным $x_C = 1/\omega C$ сопротивлениями, которые называются также реактивными. Весьма важно, что реактивные сопротивления уменьшают амплитуду тока за счет э. д. с., которые противодействуют току, а не за счет рассеяния энергии. Реактивные сопротивления сохраняют в цепи электромагнитную энергию.

15. Активное сопротивление контура

В реальном колебательном контуре имеют место потери энергии на нагрев проводов, в диэлектрике конденсатора и каркасе катушки индуктивности, в сердечнике катушки и на некоторое излучение электромагнитных волн во внешнюю среду. Как известно, элемент цепи, в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую, называется *активным сопротивлением* или кратко *сопротивлением* $R(r)$. Отсюда следует, что катушка индуктивности и конденсатор обладают не только реактивными (x_L, x_C), но и активными (r_L, r_C) сопротивлениями.

Более того, катушка индуктивности имеет некоторую емкость между витками, а обкладки и выводы конденсатора — некоторую индуктивность, но на низких радиочастотах можно пренебречь этими паразитными параметрами по сравнению с основными. Что каса-

ется сопротивлений r_L и r_C , то, поскольку они активные и принципиально отличаются от реактивных, ими не пренебрегают при исследовании реальных контуров.

Активное сопротивление колебательного контура r равно сумме сопротивлений r_L катушки и r_C конденсатора. Сопротивление r зависит от частоты. Это объясняется главным образом явлением поверхностного эффекта.

Выделим в прямолинейном цилиндрическом проводе, длина которого l , а удельное сопротивление ρ , два кольца 1 и 2 разного диаметра, но одинакового сечения ΔS (рис. 2.7, а, б). Эти кольца, очевидно, имеют равное омическое сопротивление (сопротивление постоянному току) $\Delta r_0 = \rho \frac{l}{\Delta S}$. но, кроме того, они обладают индуктив-

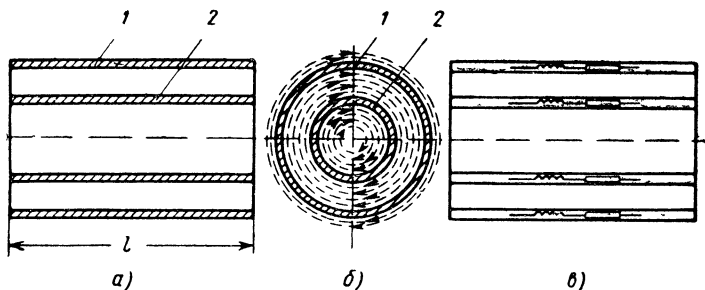


Рис. 2.7. К явлению поверхностного эффекта.

ностью, как показано на эквивалентной схеме (рис. 2.7, в), причем индуктивность колец различная.

Действительно, магнитное поле реального проводника существует не только вне проводника, но и внутри его (см. пунктирные стрелки на рис. 2.7, б). Поэтому элементы проводника, расположенные на различном расстоянии от наружной поверхности, охватываются различными по величине магнитными потоками. Так, при изменении магнитного потока кольцо 1 пересекается только внешними магнитными линиями, а кольцо 2 меньшего диаметра — еще и внутренними линиями. Значит, э. д. с. самоиндукции, поскольку она пропорциональна скорости изменения магнитного потока, больше в кольце 2, нежели в кольце 1. Соответственно, индуктивность и индуктивное сопротивление кольца 2 больше, чем кольца 1. Токи колец, очевидно, находятся в обратной пропорции.

Разница в токах сказывается тем больше, чем меньше радиус кольца 2, т. е. по мере удаления от наружной поверхности проводника плотность тока все более уменьшается.

С ростом частоты э. д. с. самоиндукции возрастает и поверхностный эффект усиливается. На радиочастотах ток практически проходит только по наружной поверхности провода. Это явление условно оценивается эквивалентной глубиной проникновения δ_s , под

которой понимают расстояние от поверхности провода, соответствующее уменьшению плотности тока по сравнению с максимальной в e раз ($e = 2,718$ — основание натуральных логарифмов). Для медного провода

$$\delta_s [cm] = \frac{6,67}{\sqrt{f [гц]}}.$$

Наблюдаемое в данном случае повышение э. д. с. самоиндукции сопровождается увеличением не только индуктивного, но и активного сопротивления провода. Это вызвано тем, что для прохождения переменного тока используется не все поперечное сечение провода ΔS , а лишь его поверхностный слой глубиной δ_s , который уменьшается с ростом частоты.

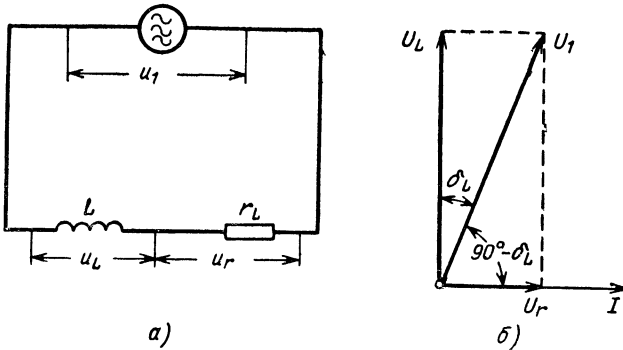


Рис. 2.8. Реальная катушка индуктивности в цепи переменного тока.

Активное сопротивление r_f медного круглого провода диаметром d при частоте f больше омического сопротивления r_0 в

$$\frac{r_f}{r_0} = 0,0385d [cm] \sqrt{f [гц]}.$$

В контурных катушках активное сопротивление возрастает за счет эффекта близости, сущность которого заключается в том, что в каждом витке катушки индуцируется дополнительная э. д. с. самоиндукции под влиянием магнитных полей соседних витков. Это еще более нарушает равномерность распределения тока по сечению провода. Большая часть тока в таких условиях проходит по той части поверхности провода, которая соприкасается с каркасом катушки, вследствие чего действующая поверхность сечения ΔS становится меньше и активное сопротивление катушки дополнительно возрастает.

Одновременно с частотой возрастают и другие виды потерь в контуре: на излучение электромагнитных волн, в диэлектрике конденсатора и в каркасе катушки индуктивности.

Если учесть сопротивление потерь r_L , то эквивалентная схема катушки индуктивности имеет вид рис. 2.8, а. В полученной схеме напряжение генератора u_1 распределяется между L и r_L ; соответственно изменяется и векторная диаграмма (рис. 2.8, б).

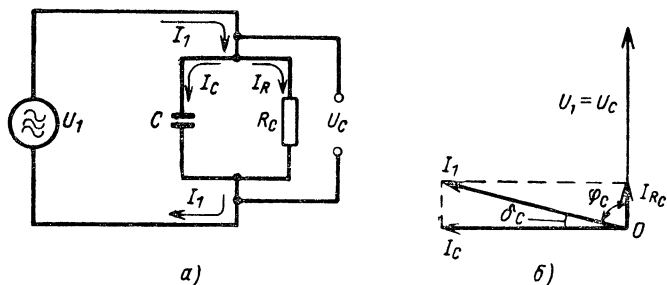


Рис. 2.9. Цепь конденсатора с потерями (а) и векторная диаграмма напряжений и токов в цепи (б).

Напряжение на сопротивлении U_r совпадает по фазе с током I , а напряжение на индуктивности U_L опережает его на 90° , в результате чего угол опережения по фазе напряжения генератора U_1 относительно тока I оказывается меньше 90° и равен $90^\circ - \delta_L$. Дополнительный угол δ_L называется *углом потерь*.

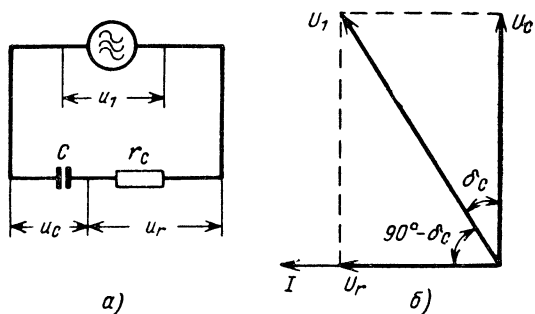


Рис. 2.10. Цепь конденсатора с потерями (а) и векторная диаграмма напряжений и токов в цепи.

Показателем потерь в катушке индуктивности может служить тангенс угла потерь $\operatorname{tg} \delta_L$ или обратная величина — *добротность катушки* Q_L :

$$\operatorname{tg} \delta_L = \frac{U_r}{U_L} = \frac{I r_L}{I \omega L} = \frac{r_L}{\omega L},$$

$$Q_L = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_L} = \frac{\omega L}{r_L}. \quad (33)$$

Потери в конденсаторе могут быть учтены с помощью сопротивления, которое по отношению к емкости C включается либо парал-

лельно (R_C на рис. 2.9, а), либо последовательно (r_C на рис. 2.10, а). В первом случае, как показано на схеме (рис. 2.9, а) и векторной диаграмме (рис. 2.9, б), ток генератора I_1 больше тока емкости без потерь $I_C = \frac{U_C}{1/\omega C}$ на величину тока в эквивалентном сопротивлении потерь конденсатора $I_{R_C} = U_C/R_C$. Вследствие этого сдвиг по фазе между током и напряжением генератора φ_C становится меньше 90° на величину угла потерь δ_C .

Тангенс этого угла равен

$$\operatorname{tg} \delta_C = \frac{I_{R_C}}{I_C} = \frac{U_C}{R_C} \cdot \frac{1}{U_C} = \frac{1}{\omega C R_C},$$

а добротность конденсатора .

$$Q_C = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_C} = \omega C R_C. \quad (34)$$

16. Шунтирование контура активным сопротивлением

Иногда возникает необходимость искусственно увеличить эквивалентное сопротивление потерь в контуре. Поскольку в последовательном соединении с L и C контура это сопротивление мало, подбор его осуществить трудно. На практике дополнительное сопротивление $R_{\text{ш}}$, которое включают параллельно контуру L , C , r_L , r_C (рис. 2.11, а).

Рассчитаем, какому последовательному (относительно L и C) активному сопротивлению $r_{\text{ш}}$ эквивалентно параллельное сопротивление $R_{\text{ш}}$. Для этого временно исключим из схемы r_L и r_C , имея в виду, что $r_L \ll \omega L$ и $r_C \ll 1/\omega C$, т. е. будем считать, что $R_{\text{ш}}$ параллельно подключено непосредственно к L и C (рис. 2.11, б).

Обозначим все эти параллельно включенные сопротивления большими буквами: $R_{\text{ш}}$, $X_L = \omega L$ и $X_C = 1/\omega C$. Затем из полученной схемы вынесем активное $R_{\text{ш}}$ и одно реактивное X сопротивления (рис. 2.11, в) для замены их эквивалентными последовательными сопротивлениями, которые обозначим малыми буквами $r_{\text{ш}}$ и x (рис. 2.11, г).

Обе схемы эквиваленты, если они имеют одинаковую проводимость между точками c и d . Общая проводимость параллельного соединения равна $\frac{1}{R_{\text{ш}}} + \frac{1}{jX} = \frac{1}{R_{\text{ш}}} - j \frac{1}{X}$, а проводимость последовательного соединения равна $\frac{1}{r_{\text{ш}} + jx}$. Поэтому

$$\frac{1}{R_{\text{ш}}} - j \frac{1}{X} = \frac{1}{r_{\text{ш}} + jx}.$$

Умножив числитель и знаменатель правой части равенства на сопряженное комплексное число знаменателя, получим

$$\frac{1}{R_{ш}} - j \frac{1}{X} = \frac{r_{ш}}{r_{ш}^2 + x^2} - j \frac{x}{r_{ш}^2 + x^2}.$$

Приравниваем отдельно вещественные и мнимые части равенства:

$$\frac{1}{R_{ш}} = \frac{r_{ш}}{r_{ш}^2 + x^2}, \quad \frac{1}{X} = \frac{x}{r_{ш}^2 + x^2}.$$

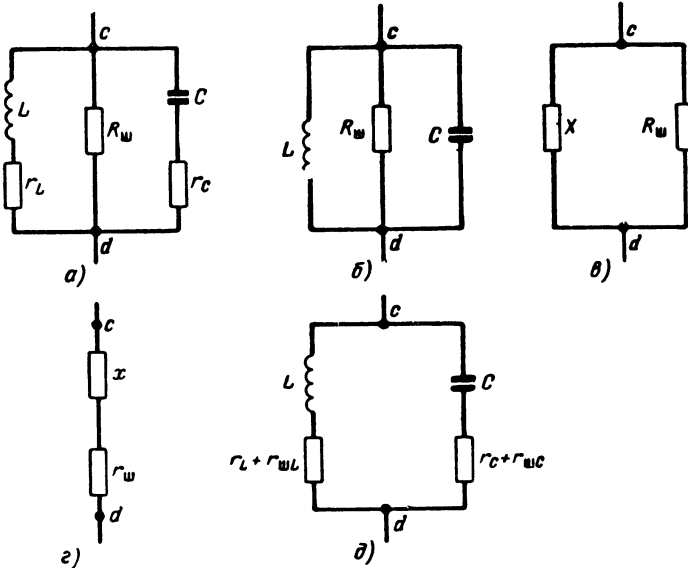


Рис. 2.11. Шунтирование контура активным сопротивлением.

Обычно в схемах колебательных цепей $r_{ш} \ll x$. Пренебрегая сопротивлением $r_{ш}$ по сравнению с x , имеем

$$R_{ш} = \frac{r_{ш}^2 + x^2}{r_{ш}} \approx \frac{x^2}{r_{ш}}, \quad (35)$$

$$X = \frac{r_{ш}^2 + x^2}{x} \approx \frac{x^2}{x} = x. \quad (36)$$

Отсюда следует, что при переходе от параллельного соединения к последовательному реактивное сопротивление можно считать неизменным, а активное сопротивление — изменяющимся согласно выражению (35). Следует обратить внимание на то, что, чем больше активное сопротивление $R_{ш}$ в параллельном соединении, тем меньше оно в последовательном соединении, ибо через большее сопротивление $R_{ш}$ ответвляется меньший ток и потери в контуре ($r_{ш}$) снижаются.

На основании полученных соотношений исключаем из схемы колебательного контура (рис. 2.11, а) активное сопротивление шунта $R_{ш}$, вместо него к сопротивлению r_L прибавляем $r_{шL}$ или к сопротивлению r_C прибавляем $r_{шC}$ (рис. 2.11, б).

Формулы (35) и (36) широко используются в радиотехнике. В частности, из этих формул следует, что между сопротивлениями потерь в конденсаторе, вычисленными, исходя из параллельного (R_C) и последовательного (r_C) соединения их с емкостью C , существует зависимость

$$R_C = \frac{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}{r_C}.$$

Эта зависимость позволяет представить выражение (34) добротности конденсатора в таком виде:

$$Q_C = R_C \omega C = \frac{\omega C}{\omega^2 C^2 r_C} = \frac{1}{\omega C r_C}. \quad (37)$$

17. Контурные катушки индуктивности

Контурные катушки, индуктивность которых не превышает 150—200 *мкГн*, выполняются *однослойными* (рис. 2.12, а). Намотка может быть произведена вплотную или с принудительным шагом. И в том и в другом случае индуктивность катушки определяется по формуле

$$L = \frac{0,001 D \omega^2}{\frac{l}{D} + 0,44}, \quad (38)$$

где L — индуктивность катушки, *мкГн*;

D — средний диаметр намотки, *мм*;

ω — число витков;

l — длина намотки, *мм*.

Заданную индуктивность катушки для повышения ее добротности стремятся получить при наименьшей длине провода и минимальных потерях в каркасе и сердечнике. Это достигается рациональным выбором размеров D и l , введением соответствующих сердечников в катушки и применением в них каркасов из высококачественных диэлектриков с малыми потерями. Наибольшая добротность получается при отношении $D/l = 2,5$, но конструктивно удобнее иметь это отношение меньшим.

Материал сердечника должен обладать высокой магнитной проницаемостью, так как это позволяет сократить число витков катушки. Вместе с тем, потери в сердечнике должны быть минимальными. Оба требования наиболее полно удовлетворяются при сер-

дечниках, изготовленных из феррита, альсифера и карбонильного железа.

Сердечники используются также для плавной регулировки индуктивности катушки. Регулировка производится перемещением сердечника вдоль каркаса (по резьбе).

Наиболее пригодными для изготовления каркасов оказались радиофарфор и высокочастотные пластмассы. Если допустима невысокая добротность катушки, то можно использовать гетинакс или прессшпан.

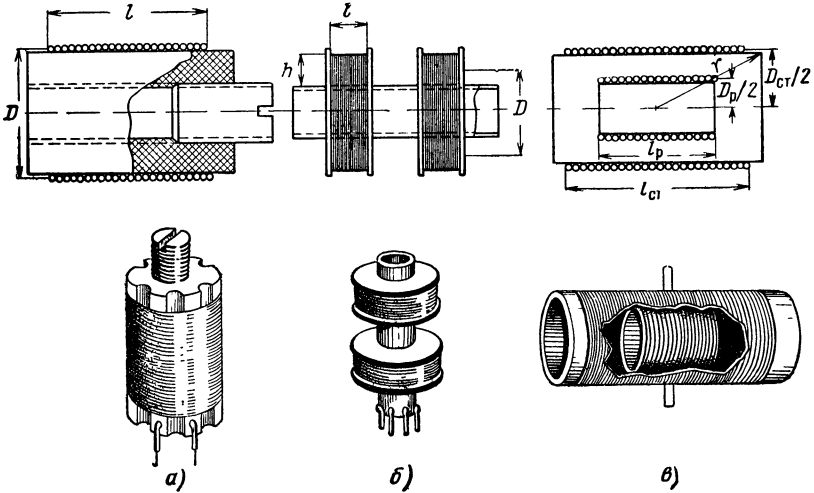


Рис. 2.12. Контурные катушки индуктивности.

Многослойные катушки (рис. 2.12, б) имеют меньшие размеры, чем однослойные с равной индуктивностью, но паразитная емкость их больше. Эту емкость снижают специальной намоткой, например «Универсаль», при которой различные витки располагаются под некоторым углом, зигзагообразно. Кроме того, катушки секционируют. Смещая вдоль каркаса одну секцию относительно другой, можно в небольших пределах изменять индуктивность катушки.

Ориентировочный расчет многослойной катушки любого вида намотки производится по формуле

$$L = \frac{0,008D^2 \omega^2}{3D + 9l + 10h}, \quad (39)$$

где L — индуктивность катушки, $мкГн$;
 D — средний диаметр намотки, $мм$;
 ω — число витков катушки;
 l — длина катушки, $мм$;
 h — высота намотки, $мм$.

Для ослабления паразитных связей контурную катушку помещают в латунный или алюминиевый экран. В экране наводятся вихревые токи, которые несколько снижают индуктивность и добротность катушки. Поэтому в тех случаях, когда паразитные связи между данной катушкой и другими цепями не имеют существенного значения, от применения экранов отказываются.

С учетом всех потерь добротность контурных катушек индуктивности находится в пределах 30—300.

Некоторыми особенностями отличаются катушки контуров высокочастотных каскадов радиопередатчиков. Ток в этих контурах велик, и потому намотка катушек производится проводом большого сечения с высокой проводимостью наружного слоя (обычно такие провода серебрятся). Витки катушки укладываются на каркас не вплотную, а принудительным шагом.

Часто в контурах передатчиков используются переменные индуктивности типа *вариометра*. В состав вариометра входят статорная $L_{ст}$ и роторная L_p катушки, которые соединяются между собой последовательно или параллельно. Регулировка индуктивности вариометра производится вращением роторной катушки внутри статорной.

Максимальная индуктивность $L_{макс}$ получается тогда, когда магнитные потоки статорной и роторной катушек совпадают по направлению и к каждой индуктивности $L_{ст}$ и L_p прибавляется максимальная взаимоиנדуктивность $M = M_{макс}$. В случае последовательного соединения катушек это дает

$$L_{макс} = (L_{ст} + M_{макс}) + (L_p + M_{макс}) = L_{ст} + L_p + 2M_{макс}.$$

Если же роторную катушку повернуть на 180° , то взаимоиנדуктивность опять будет максимальной, но так как теперь магнитные потоки катушек направлены противоположно, то взаимоиנדуктивность $M = M_{макс}$ вычитается из $L_{ст}$ и L_p и общая индуктивность вариометра оказывается минимальной:

$$L_{мин} = (L_{ст} - M_{макс}) + (L_p - M_{макс}) = L_p + L_{ст} - 2M_{макс}.$$

При параллельном соединении катушек пределы изменения индуктивности вариометра такие:

$$L_{макс} = \frac{L_{ст} L_p - M_{макс}^2}{L_{ст} + L_p - 2M_{макс}},$$

$$L_{мин} = \frac{L_{ст} L_p - M_{макс}^2}{L_{ст} + L_p + 2M_{макс}}.$$

Таким образом, используя одно, а затем другое соединение катушек, можно расширить пределы регулировки индуктивности.

Входящая в приведенные выражения максимальная взаимоиנדуктивность в микрогенри вычисляется по формуле

$$M_{\text{макс}} = 1,974 \frac{\left(\frac{D_p}{2}\right)^2 \omega_{\text{ст}} \omega_p}{r} 10^{-3}, \quad (40)$$

где $\omega_{\text{ст}}$, ω_p — число витков катушек;
 D_p и r — размеры, показанные на рис. 2.12, в.

18. Контурные конденсаторы

Различают конденсаторы постоянной и переменной емкости, а также полупеременные (подстроечные) конденсаторы. Последние отличаются от конденсаторов переменной емкости меньшими пределами изменения емкости и возможностью фиксации емкости после настройки и регулировки прибора.

Если емкость конденсатора C выразить в фарадах, диэлектрическую проницаемость вещества между обкладками конденсатора ϵ_a — в фарадах, деленных на метр, расстояние между соседними обкладками a — в метрах и действующую площадь одной обкладки S — в квадратных метрах, то емкость конденсатора с двумя обкладками запишется в виде

$$C = \frac{\epsilon_a S}{a}.$$

Емкость конденсатора с N обкладками равна

$$C = \frac{\epsilon_a S (N - 1)}{a}.$$

Если же C выразить в пикофарадах, a — в миллиметрах, S — в квадратных миллиметрах и ϵ_a — через диэлектрическую проницаемость воздуха ϵ_0 (относительная проницаемость $\epsilon_a/\epsilon_0 = \epsilon$), то формула примет вид

$$C = \frac{0,009\epsilon S (N - 1)}{a}. \quad (41)$$

Из конденсаторов постоянной емкости в качестве контурных используют воздушные, слюдяные, пленочные и керамические. Другие типы конденсаторов для этой цели непригодны из-за их низкой добротности (бумажные имеют $\text{tg } \delta_c \approx 0,015$, а электролитические $0,15-0,2$).

В слюдяных конденсаторах диэлектриком служит высококачественная слюда ($\epsilon = 6 \div 7$), а обкладками — листы фольги или тонкий слой серебра, нанесенный на пластины слюды методом распыления. В керамических конденсаторах диэлектриком является радиокерамика ($\epsilon = 12 \div 150$), а обкладками — слой серебра, нанесенный на керамику методом вжигания. Для слюдяных конденсаторов $\text{tg } \delta_c \approx 0,001$, а для керамических $\text{tg } \delta_c \approx 0,001 \div 0,0015$.

Сопротивление изоляции (утечка) больше 10^{10} ом. Конденсаторы типов СГМ (слюдяные герметизированные малогабаритные), КСО (конденсаторы слюдяные, опрессованные пластмассой), КТК (конденсаторы трубчатые керамические), КТМ (конденсаторы трубчатые малогабаритные), КДК (конденсаторы дисковые керамические) показаны на рис. 2.13.

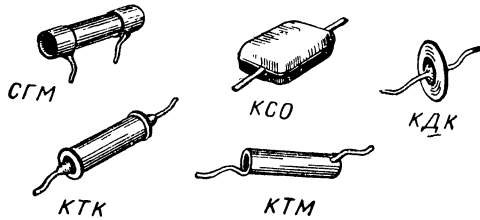
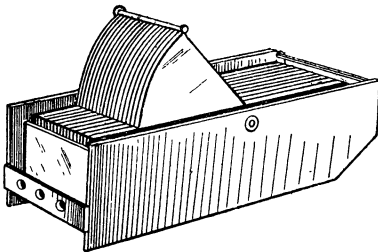
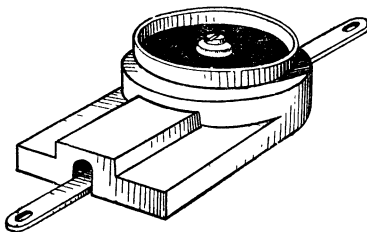


Рис. 2.13. Конденсаторы постоянной емкости.

Изменение емкости переменных конденсаторов происходит за счет изменения действующей поверхности их обкладок S [см. формулу (41)]. Конденсатор переменной емкости состоит из статорных пластин, прикрепленных к корпусу, и роторных пластин, закрепленных на оси (рис. 2.14, а).



а)



б)

Рис. 2.14. Конденсатор переменной емкости (а) и полупеременный конденсатор (б).

При повороте ротора пластины его входят в зазоры между статорными пластинами. Так как действующей является только та поверхность роторных пластин, которая введена в статор, то вращением оси ротора можно плавно изменять емкость конденсатора.

В радиоприемниках обычно используются блоки переменных конденсаторов, состоящие из нескольких секций; каждая из секций включается в какой-нибудь колебательный контур. Такие блоки позволяют осуществлять одноручечную настройку приемника. Основные качественные показатели блока: число секций, минимальная $C_{\text{мин}}$ и максимальная $C_{\text{макс}}$ емкости. Один из типовых блоков переменных конденсаторов радиовещательного приемника имеет следующие данные: число секций 3, $C_{\text{мин}} = 11 \text{ пф}$, $C_{\text{макс}} = 490 \text{ пф}$.

От профиля пластин ротора зависит закон изменения емкости. По форме профиля конденсаторы переменной емкости делятся на прямоемкостные, прямочастотные и среднелинейные (логарифмические). В прямоемкостных конденсаторах радиус роторных пластин по всему профилю одинаковый, в связи с чем равное приращение угла поворота ротора вызывает равное приращение емкости. Для среднелинейных конденсаторов характерно постоянство относительного изменения емкости по всему диапазону. В этих конденсаторах поворот пластин на равный, сколь угодно малый угол вызывает тем большее приращение емкости, чем больше ее абсолютная величина. Такой закон изменения емкости особенно удобен при соединении нескольких конденсаторов в один блок.

Отечественной промышленностью изготавливаются подстроечные конденсаторы марки КПК (конденсаторы подстроечные керамические, рис. 2.14, б). Статором в них служит керамическое основание, а ротором — керамический диск. Поверхности основания и диска, обращенные друг к другу, покрыты в некотором секторе тонким слоем серебра. Когда диск повернут относительно основания таким образом, что эти секторы полностью перекрываются, емкость конденсатора максимальна.

Показанный на рис. 2.14, б конденсатор КПК-1 обладает емкостью 2—7 пф, либо 4—15, 6—25, 8—20 пф. Его $\operatorname{tg} \delta < 0,002$, сопротивление изоляции больше 10^9 ом.

III

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В КОНТУРЕ

19. Свободные колебания в идеальном контуре

Идеальным контуром считается замкнутая цепь из индуктивности и емкости, в которых отсутствуют потери энергии.

Чтобы зарядить конденсатор идеального контура до напряжения источника U_m , ставим переключатель Π в положение 1 (рис. 3.1, а). Верхняя (по схеме) обкладка конденсатора получает положительный заряд, а нижняя — отрицательный; энергия электрического поля между обкладками конденсатора достигает величины $W_C = CU_m^2/2$, которая соответствует вполне определенной э. д. с. емкости.

Начинаем отсчет времени от момента $t = 0$ (рис. 3.1, б), когда переключатель Π ставится в положение 2. В образовавшемся контуре э. д. с. емкости играет ведущую роль (рис. 3.1, в). Эта э. д. с. вызыва-

ет в индуктивности ток проводимости, направленный, по условно принятому закону электротехники, от верхней обкладки конденсатора к нижней (в действительности ток разряда конденсатора обусловлен движением электронов, направленных во внешней цепи от нижней обкладки конденсатора к верхней). По мере разряда конденсатора ($t = 0 \div t_1$ на рис. 3.1, б) напряжение на нем падает от $u = U_m$ до $u = 0$, а ток в цепи возрастает от $i = 0$ до $i = I_m$.

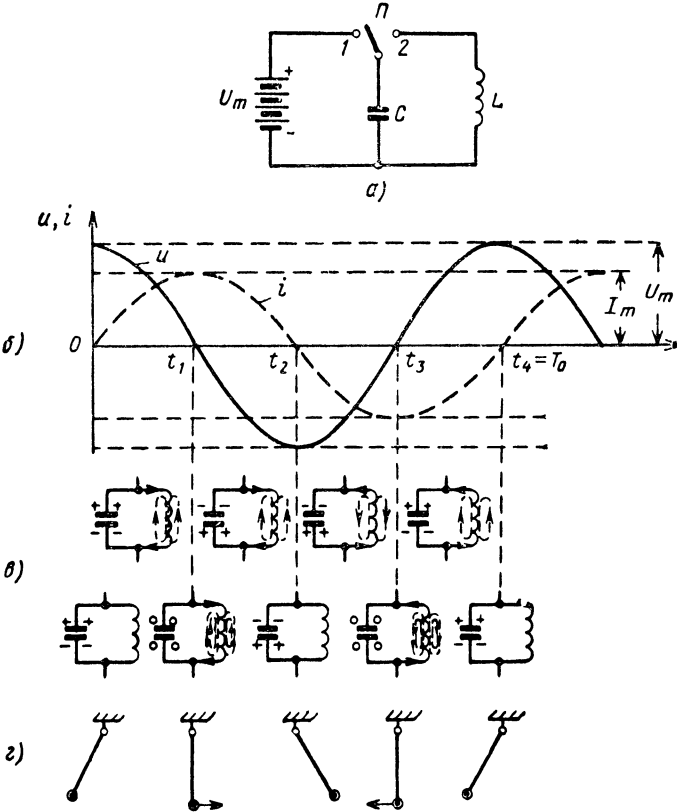


Рис. 3.1. Принципиальная схема для получения свободных колебаний в контуре без потерь, напряжение и ток в этом контуре и электромеханические аналогии свободных колебаний.

С появлением тока в контуре возникает э. д. с. самоиндукции, которая препятствует нарастанию тока. Противодействие э. д. с. самоиндукции является признаком того, что к катушке индуктивности поступает энергия от конденсатора. Действительно, к концу разряда напряженность электрического поля конденсатора, так же как и напряжение на нем, равна (равно) нулю, а магнитное поле, поскольку оно пропорционально току, максимально и обладает энергией $W_L = LI_m^2/2$.

С момента времени $t = t_1$ начинается вторая стадия процесса. В ней ведущую роль играет э. д. с. самоиндукции, а э. д. с. емкости противодействует току. Несмотря на то, что в начале стадии $u = 0$, ток мгновенно не исчезает, так как уменьшение тока сопровождается уменьшением напряженности магнитного поля, а это вызывает в катушке индуктивности э. д. с. самоиндукции, которая по закону Ленца препятствует понижению тока и поддерживает его в том же направлении. Этим током заряжается конденсатор, и согласно направлению зарядного тока нижняя обкладка получает положительный заряд, а верхняя — отрицательный (рис. 3.1, в). Значит, э. д. с. емкости возрастает, и притом в противофазе с э. д. с. самоиндукции, что растягивает процесс заряда конденсатора на время $t_1 \div t_2$, равное $t = 0 \div t_1$. Когда ток снижается до нуля ($i = 0$), напряжение на контуре достигает отрицательного максимума ($u = -U_m$) и энергия магнитного поля полностью преобразуется в энергию электрического поля $W_C = CU_m^2/2$.

За счет энергии электрического поля, накопленной в конденсаторе, э. д. с. емкости опять стала ведущей (рис. 3.1, в). Она вызывает ток, рост которого тормозится э. д. с. самоиндукции. Так как эта э. д. с. и напряжение на контуре u имеют обратную полярность по сравнению с полярностью в момент $t = 0$, то и направление тока разряда конденсатора обратное. Максимум тока ($i = -I_m$) наступает при полном разряде конденсатора ($u = 0$). К этому моменту ($t = t_3$ на рис. 3.1, б) энергия электрического поля вновь полностью преобразовалась в энергию магнитного поля.

В следующий отрезок времени ($t_3 \div t_4$) конденсатор заряжается до максимального напряжения $u = U_m$ током i , который вызван э. д. с. самоиндукции. Э. д. с. емкости противодействует процессу заряда конденсатора, в связи с чем ток уменьшается до нуля, а энергия магнитного поля полностью преобразуется в энергию электрического поля конденсатора.

При $t = t_4$ схема пришла в исходное состояние и описанный процесс может неограниченно повторяться, т. е. напряжение и ток в идеальном контуре изменяются по гармоническому закону:

$$u = U_m \cos \omega_0 t = U_m \sin (\omega_0 t + 90^\circ),$$

$$i = I_m \sin \omega_0 t,$$

где u, i — мгновенные значения напряжения и тока;
 U_m, I_m — амплитудные значения напряжения и тока;
 ω_0 — угловая частота напряжения и тока.

Период описанных изменений напряжения и тока равен $T_0 = 1/f_0 = 2\pi/\omega_0$, а отрезки времени $0 \div t_1 = t_1 \div t_2 = t_2 \div t_3 = t_3 \div t_4$ составляют одну четверть этого периода.

Характерно, что напряжение и ток в контуре без потерь сдвинуты по фазе на 90° . Это согласуется с реактивным характером мощностей в элементах L и C контура. Если бы в контуре выделялась активная мощность, то получить непрерывный синусоидальный ток без источника питания было бы невозможно.

Можно провести аналогию между описанным процессом и свободными колебаниями маятника без потерь (рис. 3.1, *з*), если исходить из того, что энергия электрического поля контура эквивалентна потенциальной энергии маятника, а магнитного поля контура — кинетической энергии маятника.

Отведем маятник из положения покоя и освободим его. За счет полученной потенциальной энергии маятник придет в колебательное движение. Нижнее положение маятник проходит с максимальной скоростью, т. е. при максимальной кинетической энергии и нулевой потенциальной энергии. В другом крайнем положении маятника его скорость и кинетическая энергия равны нулю, а потенциальная максимальна и т. д.

Сопоставляя состояния контура с различными положениями маятника, убеждаемся в полном соответствии происходящих в них процессов преобразования энергии. На этом основании полученные изменения напряжения и тока в контуре называют *свободными или собственными электромагнитными колебаниями*, а сам контур — *колебательным*.

Словом свободные (собственные) подчеркивается, что в данном случае колебания происходят без участия постороннего источника э. д. с. Внутри же контура за счет предварительно накопленной в нем энергии имеются две э. д. с.: самоиндукции и емкости. Первая вызывает рост напряжения на конденсаторе, а вторая противодействует этому; когда э. д. с. емкости вызывает рост тока в катушке индуктивности, тогда э. д. с. самоиндукции препятствует этому.

20. Свойства свободных колебаний в идеальном контуре

Свободные колебания в идеальном контуре характеризуются следующим.

1. В связи с тем что в контуре без потерь сохраняется неизменной электромагнитная энергия, амплитуда свободных колебаний остается постоянной, т. е. колебания имеют незатухающий характер. Заметим, что отсутствие потерь при свободных колебаниях в контуре, состоящем из L и C , подтверждается сдвигом по фазе на 90° между напряжением и током, поскольку это означает равенство нулю мощности, расходуемой в контуре:

$$P = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos 90^\circ = 0.$$

2. На основании равенства максимальных значений энергий электрического и магнитного полей

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \quad (42)$$

и того, что амплитуда напряжения на конденсаторе $U_m = \frac{I_m}{\omega_0 C}$ получаем

$$\frac{CI_m^2}{2\omega_0^2 C^2} = \frac{LI_m^2}{2}.$$

Отсюда

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC},$$

а

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (43)$$

Формула показывает, что частота свободных колебаний, называемая *собственной частотой контура*, зависит только от параметров контура L и C . Чем больше индуктивность контура, тем больше накапливаемая в ней энергия, тем больше э. д. с. самоиндукции, и так как эта э. д. с. замедляет процесс изменения тока в контуре, то с ростом L частота свободных колебаний понижается. С увеличением емкости контура увеличивается количество электричества, которое необходимо сообщить конденсатору для получения на нем заданного напряжения; следовательно, с увеличением C требуется больше времени, чтобы полностью зарядить и разрядить конденсатор, а это означает уменьшение собственной частоты контура.

3. Если, пользуясь выражением (42), разделить U_m на I_m , то получим

$$\frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho. \quad (44)$$

Величина $\sqrt{L/C}$, определяющая отношение амплитуды напряжения к амплитуде тока свободных колебаний, имеет размерность сопротивления и называется *характеристическим или волновым сопротивлением контура* ρ .

Если индуктивность L выражена в генри, а емкость C — в фарадах, то характеристическое сопротивление ρ выражено в омах. Если же L выражено в микрогенри, C — в пикофарадах, то ρ выражено в килоомах.

21. Частота, период и длина волны свободных колебаний

На основании формулы (43) определяем собственную частоту контура:

$$f_0 [\text{гц}] = \frac{\omega_0 [\text{рад/сек}]}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L [\text{гн}] C [\text{ф}]}}.$$

Отсюда период свободных колебаний равен

$$T_0 [\text{сек}] = \frac{1}{f_0 [\text{гц}]} = 2\pi \sqrt{L [\text{гн}] C [\text{ф}]}.$$

Если колебания, полученные в контуре, передать в антенну, то в пространстве, окружающем антенну, возникнут электромагнитные волны, которые распространяются со скоростью света $c = 3 \cdot 10^8$ м/сек. Расстояние, на которое распространяется электромагнитная волна за один период колебаний, называется *длиной волны* λ :

$$\lambda [\text{м}] = c [\text{м/сек}] T [\text{сек}] = \frac{c [\text{м/сек}]}{f [\text{гц}]} = \frac{3 \cdot 10^8}{f [\text{гц}]}.$$

Если частоту f выразить в мегагерцах, эта формула примет вид, более удобный для запоминания:

$$\lambda [\text{м}] = \frac{3 \cdot 10^8}{f [\text{Мгц}] 10^6} = \frac{300}{f [\text{Мгц}]}$$

или

$$\lambda [\text{м}] f [\text{Мгц}] = 300. \quad (45)$$

Собственной частоте контура соответствует собственная длина волны λ_0 , которая связана с параметрами L и C следующей зависимостью:

$$\begin{aligned} \lambda_0 [\text{м}] &= c [\text{м/сек}] T_0 [\text{сек}] = 3 \cdot 10^8 \cdot 2\pi \sqrt{L [\text{гн}] C [\text{ф}]} = \\ &= 18,8 \cdot 10^8 \sqrt{L [\text{гн}] C [\text{ф}]} . \end{aligned}$$

Обычно индуктивность L выражают в микрогенри, а емкость C — в пикофарадах. В этом случае

$$\begin{aligned} \lambda_0 [\text{м}] &= 18,8 \cdot 10^8 \sqrt{L [\text{гн}] C [\text{ф}]} = 18,8 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{L [\text{мкгн}]}{10^6} \cdot \frac{C [\text{пф}]}{10^{12}}} = \\ &= 1,88 \sqrt{L [\text{мкгн}] C [\text{пф}]} . \end{aligned} \quad (46)$$

Для практических расчетов могут быть полезны также формулы, связывающие реактивные сопротивления контура с его собственной длиной волны. Имея в виду, что

$$\omega_0 [\text{рад/сек}] = 2\pi f_0 [\text{гц}] = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda_0 [\text{м}]} = \frac{18,8 \cdot 10^8}{\lambda_0 [\text{м}]},$$

получаем

$$x_L [\text{ом}] = \omega_0 [\text{рад/сек}] L [\text{гн}] = \frac{18,8 \cdot 10^8 L [\text{мкгн}]}{\lambda_0 [\text{м}] 10^6} = \frac{1880 L [\text{мкгн}]}{\lambda_0 [\text{м}]}, \quad (47)$$

$$x_C [\text{ом}] = \frac{1}{\omega_0 [\text{рад/сек}] C [\text{ф}]} = \frac{\lambda_0 [\text{м}] 10^{12}}{18,8 \cdot 10^8 C [\text{пф}]} = \frac{530 \lambda_0 [\text{м}]}{C [\text{пф}]} . \quad (48)$$

22. Свободные колебания в реальном контуре

Уравнения колебаний. Эквивалентная схема реального контура (рис. 3.2) содержит индуктивность L , емкость C и активное сопротивление r , которое равно сумме сопротивлений потерь в индуктивности (r_L) и емкости (r_C). Свободные колебания в реальном и идеальном контурах, имеющих одинаковые L и C , весьма незначительно отличаются по частоте и существенно отличаются по закону изменения амплитуды. В реальном контуре преобразование реактивной энергии (электрической в магнитную и обратно) сопровождается потерями на сопротивлении r , вследствие чего амплитуда колебаний уменьшается от периода к периоду, или, как говорят, *свободные колебания в реальном контуре имеют затухающий характер*. Изменение амплитуды является признаком того, что эти колебания, строго говоря, несинусоидальные.

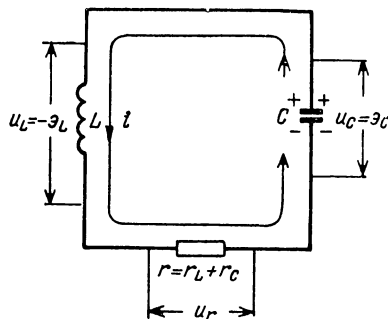


Рис. 3.2. Эквивалентная схема реального колебательного контура

Допустим, что в момент времени t происходит разряд конденсатора током i , положительное направление которого показано на рис. 3.2. В таких условиях конденсатор играет роль «источника э. д. с.», и, следовательно, э. д. с. емкости ε_C равна напряжению на конденсаторе u_C . При токе i заряд конденсатора за время dt изменяется на $dq = -idt$ (знак минус указывает на уменьшение заряда q при разряде). Значит, полный заряд в момент t определяется интегралом $q = -\int_0^t idt$ и э. д. с. емкости равна

$$\varepsilon_C = u_C = \frac{q}{C} = -\frac{1}{C} \int_0^t idt.$$

Эта э. д. с. вызывает в контуре ток, от которого возникают падения напряжения: u_L — на катушке индуктивности и $u_r = ir$ — на активном сопротивлении контура, причем напряжение u_L уравнивается э. д. с. самоиндукции ($u_L = -\varepsilon_L = L \frac{di}{dt}$).

Согласно второму закону Кирхгофа сумма э. д. с. и сумма падений напряжения в замкнутой цепи равны между собой ($\varepsilon_C = u_L + u_r$ или $u_L + u_r - \varepsilon_C = 0$):

$$L \frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C} \int_0^t idt = 0.$$

Дифференцируем обе части уравнения по времени t и делим все слагаемые на L :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0. \quad (49)$$

Это линейное дифференциальное уравнение решается методом подстановки. Будем искать решение на основе физических представлений.

Если в момент времени t ток в контуре имеет амплитудное значение I_m , то запас реактивной энергии в контуре равен $I_m^2 L/2$, а мощность потерь равна $I_m^2 r/2$. В ближайший элементарный отрезок времени dt запас энергии сокращается на величину $I_m^2 r dt/2$, вследствие чего новое значение амплитуды тока I'_m больше, чем I_m , на некоторую величину $dI_m < 0$:

$$I'_m = I_m + dI_m. \quad (50)$$

Теперь баланс энергии таков

$$\frac{L I_m'^2}{2} = \frac{L I_m^2}{2} - \frac{I_m^2 r}{2} dt = \frac{L I_m^2}{2} \left(1 - \frac{r}{L} dt\right).$$

Отсюда имеем

$$I'_m = I_m \sqrt{1 - \frac{r}{L} dt} = I_m \left(1 - \frac{r}{L} dt\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Выражение $\left(1 - \frac{r}{L} dt\right)^{\frac{1}{2}}$ разлагаем, как бином Ньютона, сохранив в разложении два слагаемых; остальными членами из-за малости величины $\frac{r}{L} dt$ пренебрегаем. Тогда

$$\begin{aligned} I'_m &= I_m \left(1 - \frac{r}{L} dt\right)^{\frac{1}{2}} = I_m - \frac{r}{2L} I_m dt, \\ dI_m &= I'_m - I_m = -I_m \frac{r}{2L} dt, \\ \frac{dI_m}{I_m} &= -\frac{r}{2L} dt = -\frac{dt}{\tau_u}, \end{aligned} \quad (51)$$

где $\tau_u = \frac{2L}{r}$ — коэффициент, называемый *постоянной времени контура*.

Интегрирование по времени выражения (51) и последующее потенцирование дает

$$\ln I_m = -\frac{t}{\tau_u} + C, \quad I_m = e^{-\frac{t}{\tau_u} + C} = e^{-\frac{t}{\tau_u}} e^C.$$

Постоянную интегрирования C находим из начальных условий: в начале процесса ($t = 0$) амплитуда тока $I_m = I_{0m}$, т. е. $I_{0m} = e^0 e^C = e^C$, а для момента времени t амплитуда тока равна

$$I_m = e^{-\frac{t}{\tau_u}} e^C = I_{0m} e^{-\frac{t}{\tau_u}}. \quad (52)$$

Отсюда мгновенное значение тока в контуре

$$i = I_m \sin \omega_0 t = I_{0m} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \sin \omega_0 t. \quad (53)$$

Дважды дифференцируем (53) по времени t , имея в виду правило дифференцирования произведения двух функций:

$$\frac{di}{dt} = I_{0m} \left(-\frac{1}{\tau_{\text{ц}}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \sin \omega_0 t + e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \omega_0 \cos \omega_0 t \right), \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i}{dt^2} = I_{0m} \left(\frac{1}{\tau_{\text{ц}}^2} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \sin \omega_0 t - \frac{1}{\tau_{\text{ц}}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \omega_0 \cos \omega_0 t - \right. \\ \left. - \frac{1}{\tau_{\text{ц}}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \omega_0 \cos \omega_0 t - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \omega_0^2 \sin \omega_0 t \right). \end{aligned} \quad (55)$$

Теперь производим подстановку из (53), (54) и (55) в (49):

$$\begin{aligned} I_{0m} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \left(\frac{1}{\tau_{\text{ц}}^2} \sin \omega_0 t - \frac{2}{\tau_{\text{ц}}} \omega_0 \cos \omega_0 t - \omega_0^2 \sin \omega_0 t - \frac{r}{L \tau_{\text{ц}}} \sin \omega_0 t + \right. \\ \left. + \frac{r}{L} \omega_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{LC} \sin \omega_0 t \right) = 0. \end{aligned}$$

Приравняв выражение в скобках к нулю и произведя подстановку $\tau_{\text{ц}} = 2L/r$, получаем

$$\begin{aligned} \left(\frac{r^2}{4L^2} - \omega_0^2 - \frac{r^2}{2L^2} + \frac{1}{LC} \right) \sin \omega_0 t - \left(\frac{2\omega_0 r}{2L} - \frac{\omega_0 r}{L} \right) \cos \omega_0 t = \\ = \left(\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2} - \omega_0^2 \right) \sin \omega_0 t = 0. \end{aligned}$$

Поскольку выражение в скобках равно нулю, то имеем

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}}. \quad (56)$$

Постоянная времени контура $\tau_{\text{ц}} = 2L/r$ и собственная частота его $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}}$ выражены через параметры L , C , r ; этим подтверждается, что уравнению (49) удовлетворяет выражение для мгновенного значения тока в контуре (53).

Аналогично доказывается, что мгновенное значение напряжения на индуктивности контура

$$u_L = U_{0m} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{ц}}}} \sin(\omega_0 t + \psi), \quad (57)$$

где U_{0m} — начальная амплитуда напряжения;
 $\psi = \text{arctg}(\omega_0 \tau_{\text{ц}})$ — сдвиг по фазе между напряжением u_L и током i .

Свойства свободных колебаний в реальном контуре. На основании зависимостей (53) и (57) делаем выводы о свойствах свободных колебаний в реальном контуре.

1. Амплитуда свободных колебаний убывает с течением времени t по экспоненциальному закону (52), как показано на рис. 3.3, а.

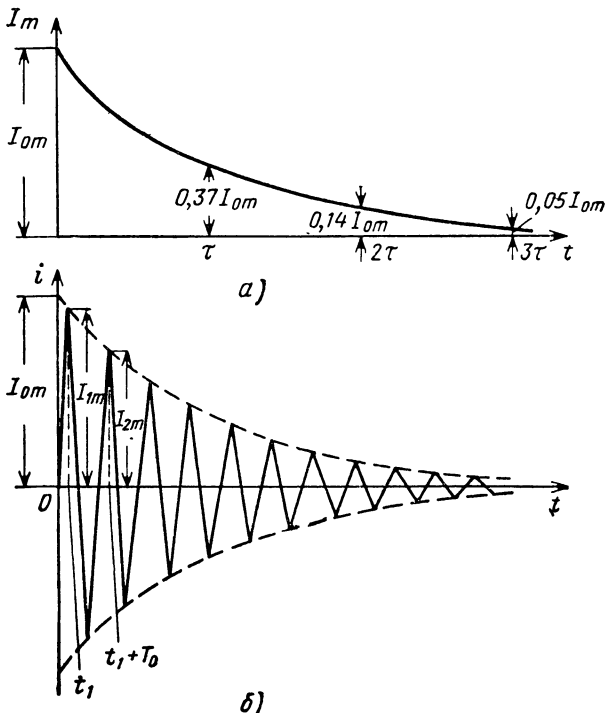


Рис. 3.3. Свободные колебания в реальном контуре.

2. Скорость убывания амплитуды колебаний тем больше, чем меньше постоянная времени цепи $\tau_{ц}$. Если в выражение (52) подставить $t = \tau_{ц}$, то получим

$$I_m = \frac{I_{0m}}{e} = \frac{I_{0m}}{2,718} = 0,3679 I_{0m} \approx 0,37 I_{0m}.$$

Следовательно, постоянная времени контура численно равна времени, в течение которого амплитуда свободных колебаний уменьшается на 63% от своего начального значения.

Если бы контур был идеальным ($r = 0$), то его постоянная времени была бы $\tau_{ц} = 2L/r \rightarrow \infty$, т. е. амплитуда колебаний сохранялась бы неизменной сколь угодно долго. По мере увеличения активного сопротивления контура постоянная времени $\tau_{ц}$ уменьшается и потому амплитуда колебаний убывает быстрее.

3. Скорость этого процесса прямо пропорциональна амплитуде колебаний в данный момент времени. Например, за время $0 - \tau_{ц}$ амплитуда I_m убывает от I_{0m} до $0,37 I_{0m}$; в следующий интервал, равный $\tau_{ц} - 2\tau_{ц}$, амплитуда I_m падает до $0,37(0,37 I_{0m}) = 0,14 I_{0m}$; за время $2\tau_{ц} - 3\tau_{ц}$ — до $0,37(0,14 I_{0m}) \approx 0,05 I_{0m}$ и т. д. Наблюдаемое замедление процесса затухания объясняется тем, что с убыванием I_m уменьшается мощность потерь в контуре $I_m^2 r/2$.

Теоретически экспоненциальный процесс длится бесконечно долго, а практически считают его законченным через время $t = (3 \div 5)\tau_{ц}$, когда амплитуда тока понижается на 95—99% от своего начального значения.

4. В формулу (56) собственной частоты ω_0 входит сопротивление r . Здесь сказывается то, что активное сопротивление контура как-то влияет на процесс обмена энергией между L и C . Однако это влияние очень мало и в большинстве случаев его можно не учитывать при расчете ω_0 . Действительно,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} \left(1 - \frac{r^2 C}{4L}\right)} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{r^2}{4\rho^2}}, \quad (58)$$

но так как r исчисляется несколькими, а ρ — сотнями омов, то $r^2/4\rho^2 \ll 1$; пренебрегая этой величиной, приходим к формуле собственной частоты идеального контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

5. Угол сдвига фазы между напряжением на индуктивности (емкости) и током контура равен

$$\begin{aligned} \psi &= \arctg(\omega_0 \tau_{ц}) = \arctg\left(\frac{2L}{\sqrt{LC} r}\right) = \arctg\left(\frac{2}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}\right) = \\ &= \arctg \frac{2\rho}{r} = \arctg 2Q, \end{aligned}$$

но так как добротность контура Q велика (десятки — сотни), то можно пренебречь влиянием сопротивления потерь на угол ψ и считать, что $\psi = 90^\circ$, как при $r = 0$ и $Q \rightarrow \infty$. При этом условии выражение (57) принимает вид

$$u_L \approx U_{0m} e^{-\frac{t}{\tau_{ц}}} \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{0m} e^{-\frac{t}{\tau_{ц}}} \cos \omega_0 t. \quad (59)$$

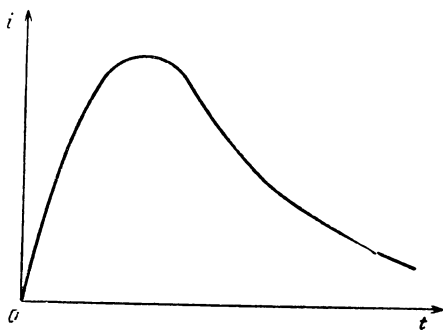


Рис. 3.4. Ток в контуре при аперiodическом разряде конденсатора.

6. Свободные колебания в контуре возможны при $r < 2\rho$. В противном случае подкоренное выражение в формуле (58) отрицательное и собственная частота контура ω_0 оказывается мнимой величиной. Физически это означает, что потери в контуре настолько велики, что перезаряд конденсатора становится невозможным и разряд его приобретает аperiодический характер (рис. 3.4). Переход от колебательного разряда к аperiодическому совершается при критическом затухании, соответствующем равенству $r = 2\rho$.

23. Коэффициенты, характеризующие затухание свободных колебаний в контуре

Для характеристики скорости процесса затухания свободных колебаний в контуре пользуются не только постоянной времени $\tau_{\text{ц}}$, но и логарифмическим декрементом затухания ϑ , затуханием d и добротностью контура Q .

Логарифмический декремент затухания — натуральный логарифм отношения амплитуды тока I_{1m} в какой-то момент времени t_1 к амплитуде тока I_{2m} через один период свободных колебаний T_0 (рис. 3.3, б). Согласно этому определению и формуле (52)

$$\vartheta = \ln \frac{I_{1m}}{I_{2m}} = \ln \frac{I_{0m} e^{-\frac{t_1}{\tau_{\text{ц}}}}}{I_{0m} e^{-\frac{t_1+T_0}{\tau_{\text{ц}}}}} = \ln e^{-\frac{t_1-t_1-T_0}{\tau_{\text{ц}}}} = \ln e^{\frac{T_0}{\tau_{\text{ц}}}} = \frac{T_0}{\tau_{\text{ц}}}.$$

Умножим числитель и знаменатель дроби на $2I_{1m}^2$:

$$\vartheta = \frac{T_0}{\tau_{\text{ц}}} \cdot \frac{2I_{1m}^2}{2I_{1m}^2} = \frac{T_0 r}{2L} \cdot \frac{2I_{1m}^2}{2I_{1m}^2} = \left(\frac{I_{1m}^2 r}{2} \cdot \frac{T_0}{2} \right) \frac{2}{LI_{1m}^2} = \frac{W'_r}{W'_L},$$

т. е. логарифмический декремент затухания показывает, какая часть энергии $W_L = LI_{1m}^2/2$, имеющейся в контуре в данный момент времени t_1 , расходуется в течение ближайшего полупериода свободных колебаний $T_0/2$ на активном сопротивлении контура r .

Параметр ϑ можно выразить также через параметры контура, имея в виду, что $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$, а $\tau_{\text{ц}} = 2L/r$:

$$\vartheta = \frac{T_0}{\tau_{\text{ц}}} = \frac{2\pi \sqrt{LC} r}{2L} = \pi r \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\pi r}{\rho}. \quad (60)$$

Затухание контура d — понятие, аналогичное логарифмическому декременту ϑ . Отличаются они тем, что d меньше ϑ в π раз.

$$d = \frac{\vartheta}{\pi} = \frac{r}{\rho}. \quad (61)$$

Добротность контура Q — величина обратная затуханию:

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\rho}{r}. \quad (62)$$

Так как скорость процесса затухания свободных колебаний в контуре тем выше, чем больше параметры d и ϑ и чем меньше Q , то для замедления процесса затухания нужно стремиться к уменьшению сопротивления потерь r и к увеличению характеристического сопротивления контура ρ .

Учитывая формулы (33) и (37), а также равенства

$$r = r_L + r_C \quad \text{и} \quad \rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

получаем

$$Q = \frac{\rho}{r_L + r_C} = \frac{1}{\frac{r_L}{\rho} + \frac{r_C}{\rho}} = \frac{1}{\frac{r_L}{\omega_0 L} + \omega_0 C r_C} = \frac{1}{\frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}}.$$

Как и следовало ожидать, добротность контура тем выше, чем больше добротности его элементов: катушки индуктивности и конденсатора. Добротность контура без потерь $Q \rightarrow \infty$, добротность контуров, применяемых на практике, не превышает 300.

IV

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

24. Общие сведения

Чтобы получить в контуре колебания с постоянной амплитудой, необходимо включить в него источник э. д. с., который к началу каждого периода восполнял бы потери энергии, происходящие на активном сопротивлении контура.

Если источник э. д. с. соединяется последовательно с индуктивностью и емкостью, то такая цепь называется *контуром с последовательно включенной э. д. с.* или, кратко, *последовательным контуром*.

Представим этот контур в виде четырехполюсника, входные зажимы которого подведены к источнику э. д. с. \mathcal{E}_1 , а выходное напряжение u_2 снимается с емкости C или индуктивности L (рис. 4.1). Обычно последовательный контур питается источником с малым внутренним сопротивлением. Поэтому сопротивление источника

либо будем считать равным нулю, либо отнесем его к активному сопротивлению контура r .

Пусть источник имеет синусоидальную э. д. с. \mathcal{E}_1 с амплитудой \mathcal{E}_m , частотой ω (рис. 4.2, а) и начальной фазой¹ $\psi = 0$:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \psi) = \mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

Если бы схема состояла только из активных сопротивлений, то в момент включения источника сразу же установились бы *вынужденные колебания с постоянной амплитудой*. В колебательном контуре это невозможно, так как он содержит энергоемкие элементы — емкость и индуктивность. Мгновенное появление напряжения на конденсаторе равнозначно мгновенному накоплению энергии

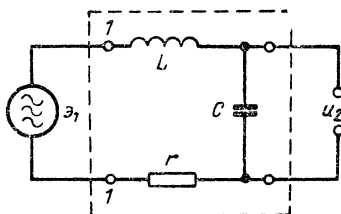


Рис. 4.1. Последовательный колебательный контур.

в его электрическом поле, а это потребовало бы бесконечно большой мощности от генератора. По той же причине невозможно мгновенное накопление энергии в магнитном поле, а следовательно, и мгновенное появление тока в катушке индуктивности. Амплитуда колебаний в контуре нарастает плавно от нуля до ее стационарного значения.

Этот *переходный процесс* связан с тем, что при подключении источника э. д. с. к цепи в ней возникают э. д. с. самоиндукции и емкости, из которых первая тормозит рост тока, а вторая — рост напряжения. Благодаря взаимодействию э. д. с. самоиндукции и емкости возникают свободные колебания, а источник э. д. с. поддерживает вынужденные колебания (и те и другие фактически существуют за счет энергии источника э. д. с., так как первоначально э. д. с. самоиндукции и емкости создаются генератором). Частота вынужденных колебаний равна частоте ω питающего генератора, а свободных колебаний — собственной частоте контура ω_0 .

Допустим сначала, что частоты ω и ω_0 равны. В таком случае ток вынужденных колебаний (рис. 4.2, б) будет изменяться по тому же закону, что и э. д. с. \mathcal{E}_1 :

$$i_b = I_{0m} \sin \omega_0 t;$$

¹ Начальная фаза ψ задается равной нулю ради простоты. Это не отражается на характере колебаний в контуре и потому не имеет принципиального значения. В дальнейшем с той же целью будем часто принимать $\psi = 0$ для исходных напряжений, токов и других величин.

ток свободных колебаний (рис. 4.2, в) будет затухать в соответствии с уравнением

$$i_{св} = -I_{0m} e^{-\frac{t}{\tau_u}} \sin \omega_0 t.$$

Начальные амплитуды тока вынужденных (I_{0m}) и свободных ($-I_{0m}$) колебаний взяты численно равными и противоположными по знаку, так как в начале переходного процесса результирующий

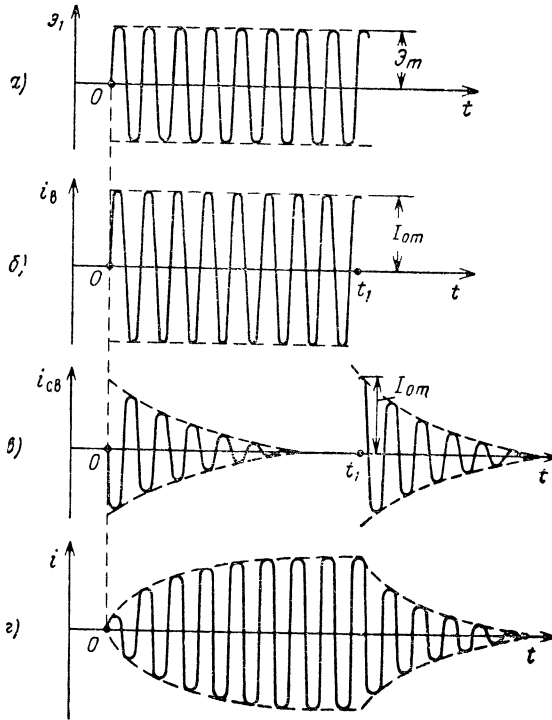


Рис. 4.2. Переходные процессы в колебательном контуре.

ток (рис. 4.2, в) равен нулю ($i = 0$ при $t = 0$). Мгновенное значение этого тока равно сумме мгновенных значений составляющих токов $i_{в}$ и $i_{св}$:

$$i = i_{в} + i_{св} = \left[I_{0m} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_u}} \right) \right] \sin \omega_0 t.$$

Выражение в квадратных скобках показывает, что амплитуда результирующего тока $I_m = I_{0m} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_u}} \right)$ возрастает по экспоненциальному закону за счет соответствующего спада свободных колебаний. Такой закон означает постепенное замедление роста ампли-

туды тока. Это объясняется тем, что вслед за включением генератора одновременно происходят два процесса: накопление энергии в индуктивности L и емкости C контура и частичная потеря энергии на активном сопротивлении r . По мере увеличения I_m растет мощность потерь $I_m^2 r/2$ и соответственно замедляется накопление реактивной энергии в контуре.

Теоретически стационарная амплитуда устанавливается бесконечно долго. Если же подставить значение $t = 3\tau_{ц}$, а затем $t = 5\tau_{ц}$ в выражение $I_m = I_{0m}(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ц}}})$, то получим соответственно $I_m = 0,95I_{0m}$ и $I_m = 0,99I_{0m}$, т. е. длительность переходного процесса можно считать практически равной $(3 \div 5)\tau_{ц}$.

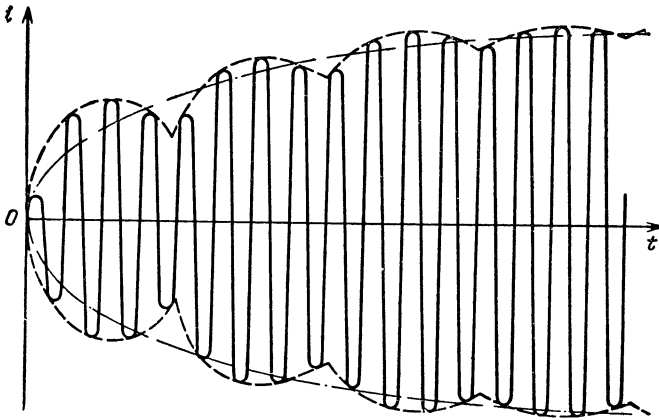


Рис. 4.3. Установление тока в контуре при включении источника э. д. с., частота которого не равна собственной частоте контура.

При выключении э. д. с. \mathcal{E}_1 вынужденные колебания сразу же прекращаются, но поскольку в реактивных элементах контура запасена энергия, то возникают свободные колебания с частотой ω_0 . На рис. 4.2, а показан случай, когда э. д. с. \mathcal{E}_1 выключается в момент t_1 , соответствующий максимальному току в контуре i_b . В таком случае свободные колебания начинаются с преобразования энергии магнитного поля, накопленной в катушке индуктивности. Ток этих колебаний выражается уравнением

$$i = i_{св} = I_{0m} e^{-\frac{t-t_1}{\tau_{ц}}} \cos \omega(t-t_1).$$

При $t = t_1$ ток $i = I_{0m}$, как было задано условием. Легко заметить, что свободные колебания при выключении э. д. с., как и при включении ее, почти полностью затухают через отрезок времени $(3 \div 5)\tau_{ц}$.

Таковую же длительность имеет переходный процесс и при неравных частотах вынуждающей э. д. с. (ω) и собственных колебаний (ω_0). Различие заключается лишь в том, что вследствие неравенства частот ω и ω_0 происходят биения: сдвиг по фазе между вынужденными и свободными колебаниями непрерывно изменяется и соответственно изменяется амплитуда результирующего тока и напряжения (рис. 4.3). Когда этот сдвиг равен $0, 2\pi, 4\pi, \dots$, составляющие колебания полностью складываются, а когда сдвиг фаз равен нечетному числу π , колебания вычитаются, но так как одно из составляющих колебаний имеет затухающий характер, то биения постепенно ослабевают. Биения происходят относительно некоторой кривой нарастания амплитуды, которая обозначена штрих-пунктирной линией на рис. 4.3.

Пример 1. Определить длительность переходного процесса в последовательном контуре, имеющем собственную частоту $f_0 = 3 \text{ МГц}$, емкость $C = 100 \text{ пф}$ и добротность $Q = 100$.

1. Индуктивность контура с учетом $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ равна

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 10^{12} \cdot 100 \cdot 10^{-12}} = 28 \cdot 10^{-6} \text{ гн} = 28 \text{ мкГн}.$$

2. Характеристическое сопротивление контура

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-12}}} = 530 \text{ ом}.$$

3. Активное сопротивление контура

$$r = \frac{\rho}{Q} = \frac{530}{100} = 5,3 \text{ ом}.$$

4. Длительность переходного процесса в контуре

$$\begin{aligned} t_{\text{прх}} &= (3 \div 5) \tau_{\text{ц}} = \frac{(6 \div 10) L}{r} = \frac{(6 \div 10) 28 \cdot 10^{-6}}{5,3} = \\ &= (32 \div 53) 10^{-6} \text{ сек} = (32 \div 53) \text{ мксек}. \end{aligned}$$

Как видно из примера, свободные колебания в контуре прекращаются очень быстро и после этого частота колебаний не зависит от собственной частоты контура ω_0 ; *от частоты* ω_0 (т. е. от L и C) *зависит лишь амплитуда тока в контуре.*

В соответствии с действительной частотой вынужденных колебаний ω реактивная составляющая входного сопротивления контура (между точками $I-I$ на рис. 4.1)

$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C},$$

а его полное входное сопротивление

$$z_{\text{вх}} = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Это сопротивление в общем случае имеет комплексный характер ($Z_{вх} = R_{вх} + jX_{вх}$) и выражается не только модулем $z_{вх}$, но и аргументом $\psi_{вх}$, равным сдвигу фазы э. д. с. генератора относительно его тока. Тангенс угла $\psi_{вх}$ определяется отношением составляющих входного сопротивления контура — реактивной $X_{вх} = x$ к активной $R_{вх} = r$:

$$\operatorname{tg} \psi_{вх} = \frac{X_{вх}}{R_{вх}} = \frac{x}{r} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}.$$

Аргумент $\psi_{вх} > 0$, когда реактивное сопротивление контура x имеет индуктивный характер ($\omega L > \frac{1}{\omega C}$) и э. д. с. генератора опережает по фазе его ток. Если же $x < 0$, т. е. емкостное сопротивление больше индуктивного ($\omega L < \frac{1}{\omega C}$), то угол $\psi_{вх}$ отрицательный и э. д. с. генератора отстает по фазе от тока.

Комплексный характер входного сопротивления контура говорит о том, что *в общем случае э. д. с. генератора используется для компенсации падений напряжения как на реактивном x , так и на активном r сопротивлении контура.*

25. Резонанс в последовательном контуре

Резонансом в любом контуре, в том числе и в последовательном, называется такое явление, при котором реактивная составляющая входного сопротивления контура равна нулю и контур представляет для генератора чисто активную нагрузку.

Из этого вытекают следующие свойства резонанса в последовательном контуре:

1. При резонансе $x = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, поэтому $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ и частота генератора

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

но $1/\sqrt{LC} = \omega_0$, т. е. *резонанс в последовательном контуре происходит при частоте генератора ω , равной собственной частоте контура ω_0* . Строго говоря, это не всегда правильно, так как при наличии в контуре сопротивления r собственная частота его ω_0 отличается, хотя и весьма незначительно, от $1/\sqrt{LC}$.

Если соблюдается равенство $\omega = \omega_0$, то контур называется *настроенным*, если же $\omega \neq \omega_0$, то контур называется *расстроенным*.

2. Равенство $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ при условии, что $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, дает

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho. \quad (63)$$

Таким образом, при резонансе индуктивное и емкостное сопротивления контура порознь равны его характеристическому сопротивлению.

3. Так как при резонансе $x = 0$, то входное сопротивление контура равно сопротивлению потерь:

$$z_{\text{вх}} = \sqrt{r^2 + x^2} = r.$$

Отсюда следует, что между амплитудными значениями э. д. с. \mathcal{E}_{1m} и тока генератора I_{1m} , являющегося одновременно током контура I_{km} , существует зависимость

$$I_{1m} = I_{km} = \frac{\mathcal{E}_{1m}}{z_{\text{вх}}} = \frac{\mathcal{E}_{1m}}{r}. \quad (64)$$

4. Если $x=0$, то

$$\operatorname{tg} \psi_{\text{вх}} = \frac{x}{r} = 0 \quad \text{и} \quad \psi_{\text{вх}} = 0,$$

т. е. при резонансе ток и э. д. с. генератора совпадают по фазе.

5. По формулам (63) и (64) устанавливаем соотношения между резонансными амплитудами напряжений на индуктивности U_{Lm} , емкости U_{Cm} и э. д. с. генератора \mathcal{E}_{1m} :

$$U_{Lm} = I_{km} \omega_0 L = I_{km} \rho, \quad U_{Cm} = I_{km} \frac{1}{\omega_0 C} = I_{km} \rho, \\ \mathcal{E}_{1m} = I_{km} r, \quad \frac{U_{Lm}}{\mathcal{E}_{1m}} = \frac{U_{Cm}}{\mathcal{E}_{1m}} = \frac{I_{km} \rho}{I_{km} r} = Q. \quad (65)$$

Из выражения (65) следует, что *при резонансе в последовательном контуре амплитуды напряжения на индуктивности и емкости равны между собой и каждая из них превышает амплитуду э. д. с. генератора в Q раз*. Отсюда происходит название резонанса в последовательном контуре — *резонанс напряжений*, а параметра Q — *добротность контура*. Численно добротность последовательного контура равна амплитуде напряжения (в вольтах) на индуктивности или емкости, если этот контур настроен в резонанс и к нему подводится от генератора э. д. с. с амплитудой в 1 в.

Допустим, что добротность $Q = 100$. Тогда при резонансе $U_{Lm} = U_{Cm} = 100\mathcal{E}_{1m}$. На первый взгляд может показаться непонятным, как напряжение на участке цепи превышает э. д. с. генератора, например, в 100 раз. Для пояснения рассмотрим векторную диаграмму (рис. 4.4), имея в виду ту же схему включения контура (рис. 4.1).

Исходным в диаграмме является вектор контурного тока $I_k = I_1$. Под углом 90° к нему в сторону опережения показан вектор напряжения на индуктивности $U_L = I_k \rho$ и в сторону отставания — вектор напряжения на емкости $U_C = I_k \rho$. Так как напряжения U_L и U_C численно равны и противоположны по знаку, то они полностью ком-

пенсируют друг друга и электродвижущая сила генератора $\mathcal{E}_1 = I_{кр} r$ не имеет составляющей на реактивных сопротивлениях: она вызывает лишь падение напряжения на активном сопротивлении r , вследствие чего э. д. с. \mathcal{E}_1 совпадает по фазе с током $I_{кр}$. Это говорит и о том, что величина э. д. с. \mathcal{E}_1 принципиально может быть любой относительно U_L и U_C и быть равной U_L/Q или U_C/Q , как доказано выше.

Энергетическая сущность резонанса напряжений заключается в следующем. Генератор сразу же после включения увеличивает запас энергии в реактивных элементах контура L и C . Когда переходный процесс заканчивается, индуктивность и емкость поочередно

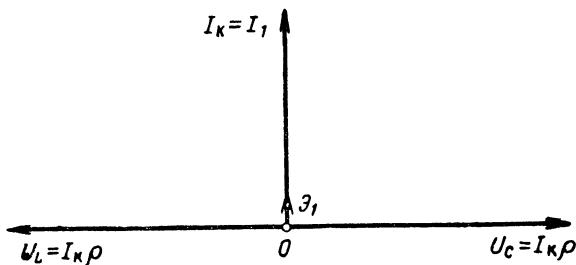


Рис. 4.4. Векторная диаграмма напряжений и токов при резонансе в последовательном колебательном контуре.

(через каждую четверть периода) будут передавать друг другу равное количество энергии. Однако при расстроенном контуре количество энергии электрического и магнитного полей в максимуме не равно, доказательством чего служит хотя бы то, что максимальные напряжения u_L и u_C при этом не равны между собой. Значит, излишки реактивной энергии в расстроенном контуре появляются при участии генератора, т. е. в результате обмена энергией между генератором и одним из элементов, L или C .

В случае же резонанса частота генератора равна собственной частоте контура и элементы L и C ведут себя, как при свободных колебаниях в идеальном контуре, т. е. происходит полное преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно. Генератор лишь компенсирует потери на активном сопротивлении контура r и потому вызывает максимальный ток. Максимальными и равными становятся напряжения на каждом из реактивных сопротивлений контура $\omega_0 L$ и $\frac{1}{\omega_0 C}$. Больше того, поскольку источником э. д. с. для индуктивности служит емкость, для емкости — индуктивность, а для активного сопротивления — генератор, напряжение на индуктивности или емкости за счет накопленной в них энергии может быть значительно больше э. д. с. генератора. Оно зависит от запаса энергии в L и C , а этот запас тем больше, чем больше

характеристическое сопротивление контура $\rho = \omega_0 L = 1/\omega_0 C$ и чем больше ток в контуре I_k , который, в свою очередь, обратно пропорционален активному сопротивлению контура ($I_k = \mathcal{E}_1/r$). Вот почему при резонансе усиление напряжения последовательного контура определяется отношением ρ/r , т. е. добротностью контура Q .

26. Входное сопротивление последовательного контура

Зависимость входного сопротивления контура от частоты. Колебательный контур настраивается в резонанс на несущую частоту радиосигнала ω_0 , т. е. собственная частота контура устанавливается равной ω_0 , но в этом случае контур оказывается расстроенным относительно боковых частот сигнала. Тем более контур расстроен относительно других радиосигналов.

В связи с этим представляет интерес зависимость входного сопротивления и коэффициента передачи напряжения контура от частоты. Рассмотрим первую зависимость (рис. 4.5).

Индуктивное сопротивление $x_L = \omega L$ имеет положительный знак и изменяется прямо пропорционально частоте ω , а емкостное сопротивление $x_C = 1/\omega C$ имеет отрицательный знак и изменяется обратно пропорционально частоте ω (рис. 4.5, а). Если их алгебраически сложить, то получим входное сопротивление идеального последовательного контура:

$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Это сопротивление равно нулю при резонансной частоте $\omega = \omega_0$, поскольку $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$. В области частот, меньших резонансной ($\omega < \omega_0$), индуктивное сопротивление меньше ($\omega L < \omega_0 L$), а емкостное — больше ($\frac{1}{\omega C} > \frac{1}{\omega_0 C}$), чем при резонансе; поэтому общее входное сопротивление получается емкостным ($x = \omega L - \frac{1}{\omega C} < 0$). При частотах, больших резонансной ($\omega > \omega_0$), индуктивное сопротивление больше ($\omega L > \omega_0 L$), а емкостное — меньше ($\frac{1}{\omega C} < \frac{1}{\omega_0 C}$), чем при резонансе, вследствие чего входное сопротивление контура приобретает индуктивный характер ($x = \omega L - \frac{1}{\omega C} > 0$).

Для реального контура L, C, r данное сопротивление x является только реактивной составляющей $X_{вх}$ полного входного сопротивления $Z_{вх}$. Кроме того, имеется активная составляющая $R_{вх}$, которая равна сопротивлению потерь r . В комплексной форме это записывается так:

$$Z_{вх} = R_{вх} + jX_{вх} = r + jx.$$

Зависимости активной составляющей $R_{вх} = r$ и абсолютных значений реактивной составляющей $|X_{вх}| = |x|$ от частоты ω показаны на рис. 4.5, б.

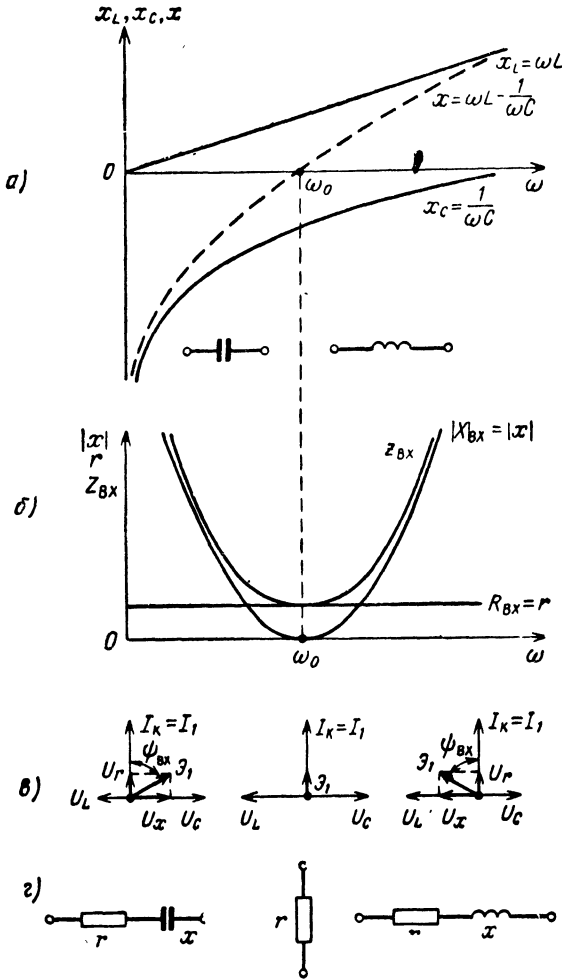


Рис. 4.5. Зависимость входного сопротивления идеального (а) и реального (б) последовательных контуров, соответствующие векторные диаграммы (в) и эквивалентные схемы (г).

Так как при резонансе ($\omega = \omega_0$) реактивное сопротивление контура чисто активное ($\psi_{Bx} = 0$) и минимальное ($Z_{Bx} = r$). Чем больше отклоняется частота ω от резонансной ω_0 , тем больше реактивное сопротивление $|x|$ и тем боль-

ше угол $\psi_{вх} = \arctg \frac{x}{r}$. Знак этого угла, как видно, такой же, как и сопротивления x . То же самое показывают векторные диаграммы (рис. 4.5, в).

При резонансе ток генератора I_1 (контура I_k) совпадает по фазе с э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 , тогда как равные напряжения на индуктивности (U_L) и емкости (U_C) компенсируют друг друга.

В области частот $\omega < \omega_0$ сопротивление $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ и соответственно напряжение на индуктивности $U_L = I_k \omega L$ меньше, чем на емкости ($U_C = I_k \frac{1}{\omega C}$); тогда суммарное реактивное напряжение $U_x = U_L - U_C$ совпадает по фазе с U_C и э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 , равная геометрической сумме напряжений на активном (U_r) и реактивных (U_x) сопротивлениях, отстает по фазе от тока генератора (контура) на угол $\psi_{вх}$, т. е. $\psi_{вх} < 0$. Это признак комплексного сопротивления с реактивной составляющей емкостного характера.

В области частот $\omega > \omega_0$ согласно неравенству $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ вектор напряжения $U_x = I_k x = I_k \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$ направлен в ту же сторону, что и вектор U_L , вследствие чего э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 , равная сумме напряжений U_r и U_x , опережает вектор тока генератора $I_1 = I_k$ на угол $\psi_{вх}$. Это соответствует комплексному входному сопротивлению с индуктивной реактивной составляющей ($\psi_{вх} > 0$).

Эквивалентные схемы входного сопротивления последовательного контура показаны на рис. 4.5, з.

Исследование входного сопротивления контура в области небольшой расстройки. Ширина спектра радиосигнала не превышает нескольких процентов от несущей частоты. Поэтому сосредоточим внимание на входном сопротивлении последовательного контура в области частот, близких к резонансу.

Начнем с преобразования формулы реактивной составляющей входного сопротивления последовательного контура, учитывая, что ω — частота генератора (вынужденных колебаний), $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — собственная частота контура и $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ — характеристическое сопротивление контура:

$$\begin{aligned} x &= \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 L \omega C} \right) = \rho \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0^2}{\omega} \right) = \\ &= \rho \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega} = \rho \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega_0 \omega}. \end{aligned}$$

Разность частот $\omega - \omega_0 = \Delta\omega$ называется *абсолютной расстройкой*, а отношение $\Delta\omega/\omega_0$ — *относительной расстройкой*. Для области частот, близких к резонансной,

$$\omega + \omega_0 \approx 2\omega,$$

а реактивное сопротивление контура

$$x = \rho \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega_0 \omega} \approx \rho \frac{2\omega \cdot \Delta\omega}{\omega_0 \omega} = \rho \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}.$$

Следовательно, отношение

$$\frac{x}{r} = \frac{\rho}{r} \cdot \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2Q \frac{2\pi \Delta f}{2\pi f_0} = 2Q \frac{\Delta f}{f_0}.$$

Обозначим величину $2Q \frac{\Delta f}{f_0}$, называемую *обобщенной расстройкой*, буквой a . Эта величина прямо пропорциональна относитель-

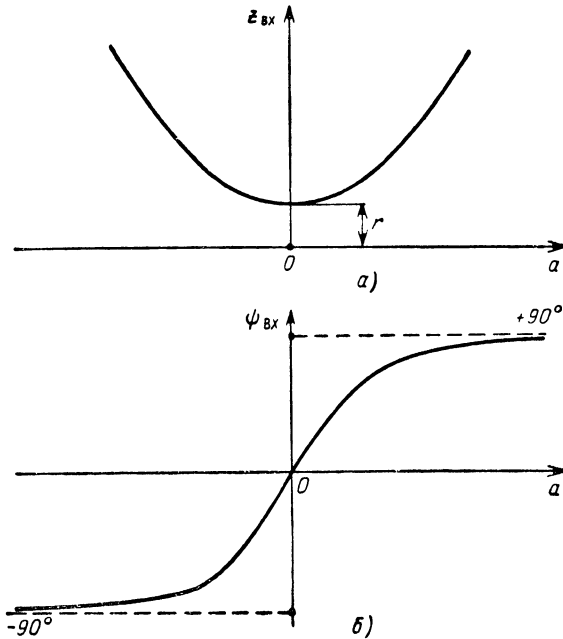


Рис. 4.6. Зависимость модуля (а) и аргумента (б) входного сопротивления контура от обобщенной расстройки.

ной расстройке контура $\Delta f/f_0$. Теперь введем обобщенную расстройку в выражение для комплексного полного сопротивления контура:

$$Z_{\text{вх}} = r + jx = r \left(1 + j \frac{x}{r} \right) = r \left(1 + j 2Q \frac{\Delta f}{f_0} \right) = r(1 + ja). \quad (66)$$

Модуль этого сопротивления

$$z_{\text{вх}} = \sqrt{r^2(1 + a^2)} = r \sqrt{1 + a^2}, \quad (67)$$

а аргумент

$$\psi_{\text{вх}} = \arctg \frac{x}{r} = \arctg \left(2Q \frac{\Delta f}{f_0} \right) = \arctg a. \quad (68)$$

На основании уравнений (67)—(68) построены графики зависимостей модуля $z_{\text{вх}}$ (рис. 4.6, а) и аргумента $\psi_{\text{вх}}$ (рис. 4.6, б) от обобщенной расстройки a . Из полученных зависимостей следуют выводы:

1. Если подставить значение $a = 0$ в формулы (67) и (68), то получим

$$z_{\text{вх}} = r \quad \text{и} \quad \psi_{\text{вх}} = \arctg(0) = 0,$$

т. е. резонансное входное сопротивление последовательного контура равно сопротивлению потерь и, естественно, имеет чисто активный характер.

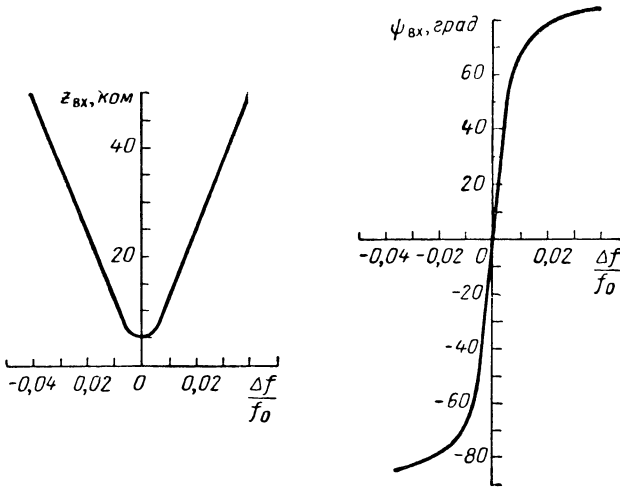


Рис. 4.7. К примеру 2.

2. В области частот генератора f , меньших резонансной частоты f_0 , расстройка $a < 0$, и согласно формулам (67) и (68) увеличение этой расстройки сопровождается увеличением модуля входного сопротивления контура $z_{\text{вх}}$, изменением $\text{tg} \psi_{\text{вх}}$ от 0 до $-\infty$, а аргумента $\psi_{\text{вх}}$ от 0 до -90° . Значит, контур эквивалентен комплексному сопротивлению с реактивной составляющей емкостного характера.

3. При отклонении частоты генератора f от резонансной f_0 в сторону больших частот ($\Delta f > 0$, $a > 0$) модуль входного сопротивления, как и при отрицательной расстройке, увеличивается, но аргумент этого сопротивления изменяется от 0 до $+90^\circ$, т. е. последовательный контур оказывается эквивалентным комплексному сопротивлению с активной составляющей r и реактивной составляющей x индуктивного характера.

Пример 2. Изобразить зависимости модуля и аргумента входного сопротивления последовательного контура от абсолютной расстройки контура

($\Delta f = 0; \pm 0,005f_0; \pm 0,01f_0; \pm 0,02f_0; \pm 0,03f_0; \pm 0,04f_0$), если резонансная частота контура $f_0 = 10 \text{ МГц}$, емкость $C = 25 \text{ пФ}$ и активное сопротивление $r = 5 \text{ ом}$.

1. Индуктивность контура

$$L = \frac{1}{(2\pi)^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4 \cdot 10 \cdot 10^{14} \cdot 25 \cdot 10^{-12}} = 10^{-5} \text{ гн} = 10 \text{ мкГн.}$$

2. Характеристическое сопротивление контура

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-12}}} = 633 \text{ ом.}$$

3. Добротность контура

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{633}{5} = 127.$$

4. Модуль и аргумент входного сопротивления контура рассчитываем по формулам (67) и (68) с учетом того, что $a = Q \frac{2\Delta f}{f_0}$:

$$z_{\text{вх}} = r \sqrt{1 + a^2}, \quad \psi_{\text{вх}} = \arctg a.$$

Результаты расчета сведены в табл. 2. По данным таблицы построены графики (рис. 4.7)

Т а б л и ц а 2

$\frac{\Delta f}{f_0}$	$\Delta f, \text{ кГц}$	$\rho \frac{2\Delta f}{f_0}, \text{ ом}$	$a = Q \frac{2\Delta f}{f_0}$	$z_{\text{вх}} = r \sqrt{1 + a^2}, \text{ ом}$	$\psi_{\text{вх}} = \arctg a$
-0,04	-100	-50,64	-10,16	50,7	-84°20'
-0,03	-300	-37,98	-7,62	38	-82°30'
-0,02	-200	-25,32	-5,08	25,8	-78°50'
-0,01	-100	-12,66	-2,54	13,6	-68°30'
-0,005	-50	-6,33	-1,27	8,1	-52°50'
0	0	0	0	5	0
0,005	50	6,33	1,27	8,1	52°50'
0,01	100	12,66	2,54	13,6	68°30'
0,02	200	25,32	5,08	25,8	78°50'
0,03	300	37,98	7,62	38	82°30'
0,04	400	50,64	10,16	50,7	84°20'

Зная зависимость входного сопротивления контура $Z_{\text{вх}}$ от расстройки Δf , легко определить, как влияет эта расстройка на ток контура $I_{\text{км}}$ (генератора $I_{1\text{м}}$). Действительно, так как амплитуда э. д. с. генератора $\mathcal{E}_{1\text{м}}$ предполагается постоянной и независимой от частоты, то закон изменения амплитуды контурного тока обратный по сравнению с законом изменения входного сопротивления контура:

$$i_{\text{км}} = I_{1\text{м}} = \frac{\mathcal{E}_{1\text{м}}}{Z_{\text{вх}}}.$$

Аргумент ψ комплексной величины контурного тока численно равен и противоположен по знаку аргументу входного сопротивле-

ния контура $\psi_{вх}$, так как $\psi_{вх}$ — угол сдвига фазы \mathcal{E}_{1m} относительно I_{1m} , а ψ — угол сдвига фазы I_{1m} относительно \mathcal{E}_{1m} .

Пример 3. Построить графики зависимости модуля и аргумента тока в контуре, данные которого (контура) приведены в предыдущем примере. Электродвижущая сила генератора имеет амплитуду $\mathcal{E}_{1m} = 100$ мВ.

Амплитуда тока в контуре как комплексная величина имеет модуль

$$I_{km} = I_{1m} = \frac{\mathcal{E}_{1m}}{z_{вх}}$$

и аргумент $\psi = -\psi_{вх}$.

По данным расчета составлена табл. 3 и построены графики (рис. 4.8).

Т а б л и ц а 3

$\Delta f, \text{ кГц}$	-400	-300	-200	-100	-50
$I_{km} = \mathcal{E}_{1m}/z_{вх}, \text{ ма}$	2	2,6	3,9	7,4	12,3
$\psi = -\psi_{вх}$	$84^\circ 20'$	$82^\circ 30'$	$78^\circ 50'$	$68^\circ 30'$	$52^\circ 50'$

Продолжение

$\Delta f, \text{ кГц}$	0	50	100	200	300	400
$I_{km} = \mathcal{E}_{1m}/z_{вх}, \text{ ма}$	20	12,3	7,4	3,9	2,6	2
$\psi = -\psi_{вх}$	0	$-52^\circ 50'$	$-68^\circ 30'$	$-78^\circ 50'$	$-82^\circ 30'$	$-84^\circ 20'$

Заметим, что в области малой расстройки контура фазовые характеристики прямолинейные (рис. 4.7, 4.8). Действительно, для малых значений Δf можно написать $\text{tg} \left(2Q \frac{\Delta f}{f_0} \right) \approx 2Q \frac{\Delta f}{f_0}$, откуда формула (68) принимает вид

$$\psi_{вх} \approx 2Q \frac{\Delta f}{f_0}.$$

Тем самым подтверждается, что если расстройка контура невелика, то зависимость между углами $\psi_{вх} = -\psi$ и расстройкой Δf близка к линейной.

При рассмотрении входного сопротивления последовательного контура были установлены основные фазовые соотношения в контуре. Теперь исследуем его амплитудно-частотные характеристики.

Допустим что контур, представленный в виде четырехполюсника на рис. 4.1, питается источником синусоидальной э. д. с. с амплитудой \mathcal{E}_{1m} . Разделив \mathcal{E}_{1m} на модуль входного сопротивления $z_{вх}$, выраженный формулой (67), получаем амплитуду контурного тока равной

$$I_{km} = \frac{\mathcal{E}_{1m}}{z_{вх}} = \frac{\mathcal{E}_{1m}}{\sqrt{r^2 (1 + a^2)}}.$$

Выходное напряжение четырехполюсника снимается с емкостного (или индуктивного) сопротивления $1/\omega C(\omega L)$. Это сопротивление при частотах генератора ω , близких к резонансной частоте контура ω_0 , можно считать равным характеристическому сопротивле-

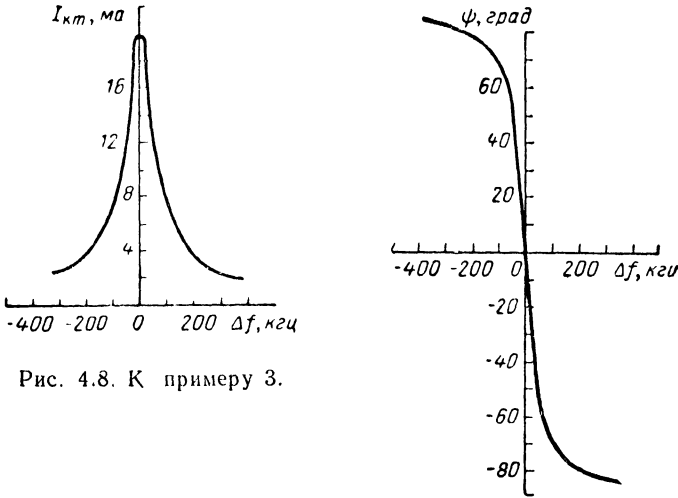


Рис. 4.8. К примеру 3.

нию контура $\rho = \frac{1}{\omega_0 C}$. Следовательно, амплитуда выходного напряжения равна

$$U_{2m} = I_{km} \rho = \frac{\partial_{1m} \rho}{\sqrt{r^2 (1 + a^2)}},$$

а модуль коэффициента передачи напряжения контура

$$K = \frac{U_{2m}}{\partial_{1m}} = \frac{\rho}{r \sqrt{1 + a^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + a^2}}. \quad (69)$$

27. Амплитудно-частотная характеристика последовательного контура

Уравнение избирательности. Выражение (69) представляет собой уравнение амплитудно-частотной характеристики последовательного контура.

Это же уравнение представляем в более развернутом виде:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{1 + a^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2 \Delta f}{f_0}\right)^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + \left[Q \frac{2(f - f_0)}{f_0}\right]^2}}. \quad (70)$$

На основании последнего соотношения строим амплитудно-частотные характеристики контуров с различными параметрами L , C , r (рис. 4.9, а):

1. Контур имеет сопротивление потерь $r = r_1$, характеристическое сопротивление $\rho = \rho_1$ и собственную частоту f_0 .

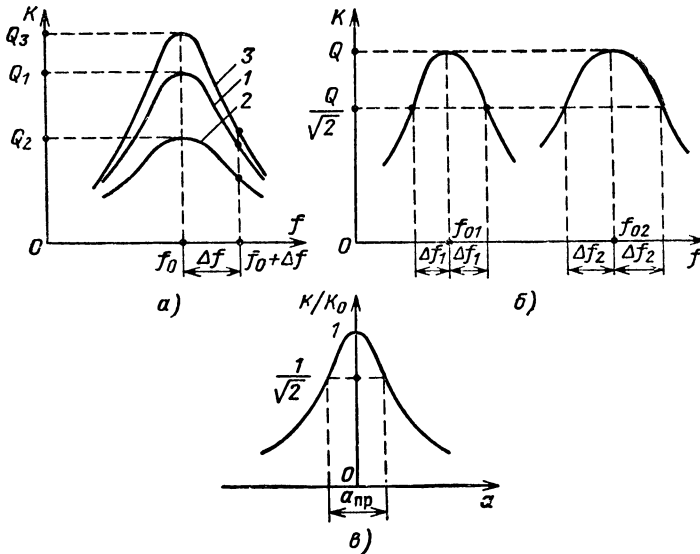


Рис. 4.9. Амплитудно-частотные характеристики последовательного контура в абсолютных (а, б) и относительных (в) координатах.

При этом резонансной частоте $f_{01} = f_0$ соответствует коэффициент передачи, равный $K_0 = Q_1 = \rho_1/r_1$, а при увеличении расстройки контура с любым знаком коэффициент K непрерывно уменьшается (характеристика 1).

2. При тех же параметрах L и C , а следовательно, и при тех же значениях ρ и f_0 ($\rho_2 = \rho_1$, $f_{02} = f_0$) принимаем сопротивление контура большим, чем прежде ($r_2 > r_1$). Поскольку добротность контура понизилась до $Q_2 = \rho_2/r_2$, резонансный максимум коэффициента передачи напряжения понизился в такой же пропорции: $K_0 = Q_2 < Q_1$. Кроме того, характеристика 2 более тупая, чем характеристика 1, так как согласно формуле (70) и рис. 4.9, а при меньшем значении Q одна и та же расстройка $\Delta f = f - f_0$ вызывает меньшее понижение K .

3. По сравнению с первым случаем индуктивность контура увеличена от L_1 до L_3 , во столько же раз понижена емкость (от C_1 до C_3), а сопротивление потерь осталось прежним ($r_3 = r_1$). Значит, характеристическое сопротивление и добротность контура возросли, пропорционально увеличился резонансный коэффициент передачи на-

пряжения ($K_0 = Q_3$) и характеристика \mathcal{Z} оказалась более острой, чем характеристика I .

4. Теперь сравним характеристики двух контуров, имеющих одинаковую добротность Q , но различную собственную частоту (f_{01} и $f_{02} > f_{01}$, рис. 4.9, б). Резонансные коэффициенты передачи обоих контуров одинаковые ($K_0 = Q$), но при меньших значениях коэффициента K контуру с большей резонансной частотой соответствует большая расстройка $\Delta f = f - f_0$. Например, если подставить

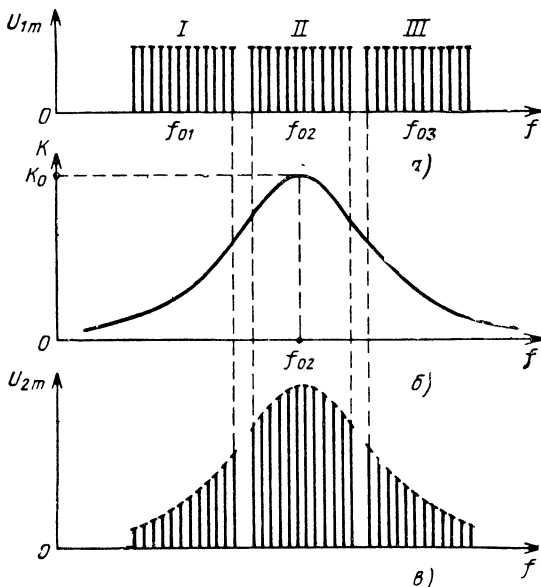


Рис. 4.10. Воспроизведение радиосигналов последовательным контуром.

в уравнение (70) значение $K = Q/2$, то получим абсолютную расстройку $\Delta f = f - f_0 = \frac{f_0}{Q}$, которая для контура с f_{02} больше, чем для контура с f_{01} , поскольку $\frac{f_{02}}{Q} > \frac{f_{01}}{Q}$.

Возвратимся к уравнению (69). Если обе части его разделить на $K_0 = Q$, то получится уравнение избирательности контура

$$\frac{K}{K_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}. \quad (71)$$

Это уравнение выражает амплитудно-частотную характеристику контура в относительных координатах (рис. 4.9, в), так как в ней по оси ординат откладывается отношение K/K_0 , а по оси абсцисс — обобщенная расстройка $a = Q \frac{2\Delta f}{f_0}$, пропорциональная относительной

расстройке $\Delta f/f_0$. В правую часть уравнения избирательности входит только обобщенная расстройка a . Поэтому полученная характеристика является единственной и может быть применена для последовательного контура с любыми параметрами L, C, r . Максимум характеристики соответствует резонансу ($a = 0$) и всегда равен единице ($K/K_0 = 1$).

Полоса пропускания контура. Полученные амплитудно-частотные характеристики отличаются от прямоугольных, которые отвечают требованиям идеальной избирательности от помех, вызванных соседними по частоте радиостанциями, и полностью исключают частотные искажения спектра принимаемого радиосигнала (см. § 13).

Предположим, что все гармонические составляющие радиосигналов станций *I, II, III* (рис. 4.10, *a*) имеют одинаковую амплитуду U_{1m} . Умножив амплитуду U_{1m} каждой гармонической составляющей радиосигнала на модуль коэффициента передачи напряжения последовательного контура K (рис. 4.10, *b*), получим соответствующую амплитуду выходного напряжения U_{2m} (рис. 4.10, *в*). Как видим, при реальной амплитудно-частотной характеристике последовательного контура избирательность его получается неполной и имеются частотные искажения. Понижение избирательности выражается в том, что контур настроен в резонанс на несущую частоту f_{02} радиостанции *II*, однако на выходе контура имеются напряжения составляющих спектров радиостанций *I* и *III*. Что касается частотных искажений, то они выражаются в изменении соотношения между амплитудами гармонических составляющих спектра радиосигнала принимаемой станции *II*: на выходе амплитуды различны, а на входе, по условию, они одинаковы.

Количественно частотные искажения оцениваются *полосой пропускания контура* $\Delta f_{\text{пр}}$. Это разность частот, в пределах которой модуль коэффициента передачи K не снижается более определенной величины. Обычно полосу пропускания определяют на уровне $1/\sqrt{2} = 0,707$ от резонансного коэффициента K_0 , что соответствует уменьшению мощности колебаний по сравнению с мощностью при резонансе в $(\sqrt{2})^2 = 2$ раза. Если подставить отношение $K/K_0 = 1/\sqrt{2}$ в уравнение (71), то $2\Delta f$ будет полосой пропускания контура $\Delta f_{\text{пр}}$, а обобщенная расстройка будет равной $a_{\text{пр}} = Q \frac{\Delta f_{\text{пр}}}{f_0}$. По определению, имеем

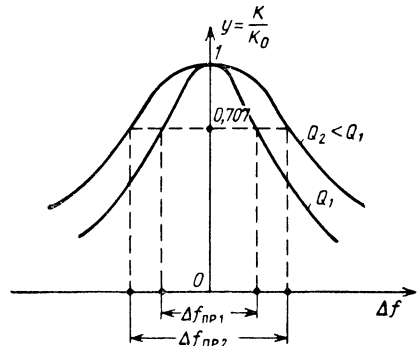


Рис. 4.11. К определению полосы пропускания контура.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a_{\text{пр}}^2}},$$

откуда $a_{\text{пр}} = \pm 1$, что соответствует полосе пропускания контура

$$\Delta f_{\text{пр}} = \frac{f_0}{Q} a_{\text{пр}} = \frac{f_0}{Q} = df_0. \quad (72)$$

Вывод: затухание контура показывает, какую часть от резонансной частоты контура составляет его полоса пропускания.

Влияние добротности контура на полосу пропускания отражено на амплитудно-частотной характеристике, представленной в виде зависимости коэффициента передачи напряжения контура K от абсолютной расстройки Δf (рис. 4.11). При добротности Q_2 характеристика менее острая, чем при более высокой добротности Q_1 , и поэтому прямая, проведенная на уровне $K/K_0 = 0,707$, отсекает на характеристике, снятой при Q_2 , большую полосу ($\Delta f_{\text{пр}2}$), чем при Q_1 , где $\Delta f_{\text{пр}} = \Delta f_{\text{пр}1}$.

Для воспроизведения радиосигнала с допустимыми частотными искажениями полоса пропускания контура должна быть не менее ширины основной части спектра радиосигнала. Если же это требование не удовлетворяется, то приходится снижать добротность контура, но тогда ухудшается его избирательность, потому что притупление амплитудно-частотной характеристики сопровождается увеличением коэффициента передачи напряжения не только в пределах спектра принимаемого радиосигнала, но и за его пределами. В таких условиях расширить полосу пропускания можно только переходом к более высокой несущей частоте радиосигнала f_0 .

Противоречие между избирательностью и полосой пропускания не может быть разрешено полностью, особенно если в схеме используется колебательная цепь в виде одиночного контура.

28. Примеры практического применения последовательного контура

Входная цепь приемника может служить примером практического применения последовательного контура. Простая схема входной цепи (рис. 4.12, а) состоит из антенны A с заземлением \mathcal{Z} и входного контура $L_{\text{вх}}, C_{\text{вх}}$.

Допустим, что все радиостанции излучают немодулированные колебания, т. е. работают только на своих несущих частотах $f_{01}, f_{02}, f_{03}, \dots$ Каждая из станций наводит в приемной антенне э. д. с., которую мы обозначим соответственно $\mathcal{E}_{11}, \mathcal{E}_{12}, \mathcal{E}_{13}, \dots$ Следовательно, на эквивалентной схеме (рис. 4.12, б) антенну можно заменить источниками э. д. с. $\mathcal{E}_{11}, \mathcal{E}_{12}, \mathcal{E}_{13}, \dots$ и считать их внутреннее сопротивление состоящим из реактивной x_A и активной r_A составляющих вы-

ходного сопротивления антенны. Входной контур $L_{вх}$, $C_{вх}$, $r_{вх}$ оказывается включенным последовательно с источниками э. д. с.

Для приема радиостанции с несущей частотой f_{01} контур настраивается конденсатором $C_{вх}$ в резонанс на частоту f_{01} , и тогда

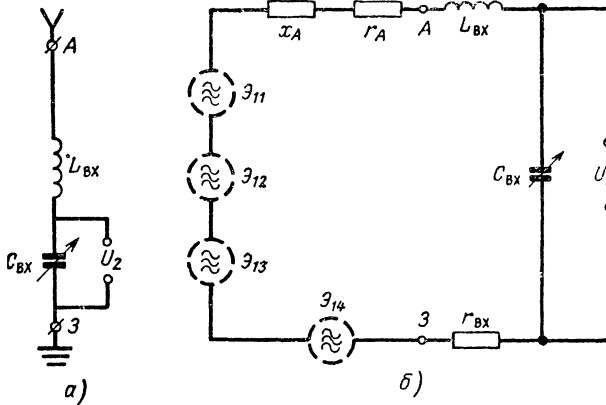


Рис. 4.12. Входная цепь приемника (а) и ее эквивалентная схема (б).

напряжение u_2 , снимаемое с емкости контура, превышает соответствующую э. д. с. \mathcal{E}_{11} в K_0 раз (резонанс напряжений). Для других э. д. с. (\mathcal{E}_{12} , \mathcal{E}_{13} , ...) входной контур расстроен и имеет значительно меньший коэффициент передачи напряжения (этот коэффициент может быть даже меньше единицы). В результате преимущественно усиливается напряжение принимаемого радиосигнала, т. е. осуществляется частотная избирательность.

При наличии модуляции к э. д. с. несущей частоты каждой станции прибавляются синусоидальные э. д. с. боковых частот. Входной контур настраивается в резонанс только на определенную несущую частоту, поэтому наряду с ослаблением колебаний посторонних радиостанций несколько ослабляются колебания боковых частот принимаемой радиостанции; точнее, их амплитуды усиливаются в меньшее число раз, чем амплитуда несущей частоты той же станции.

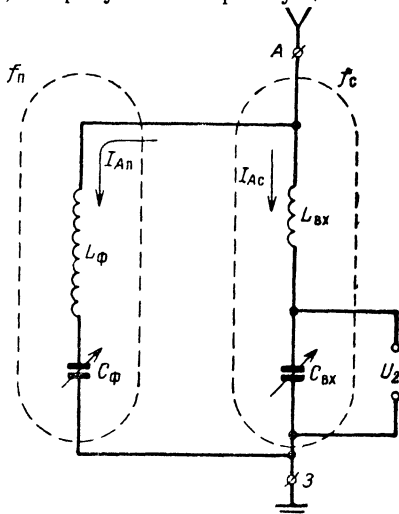


Рис. 4.13. Последовательный контур в качестве фильтра помех.

Если частота какой-то помехи f_n отлична от частоты принимаемого сигнала f_c , то влияние этой помехи можно ослабить *фильтром типа последовательного контура* L_ϕ, C_ϕ (рис. 4.13):

Входной контур $L_{вх}, C_{вх}$ настраивается в резонанс на частоту f_c , а фильтр — на частоту f_n . Поскольку для сигнала фильтр настроен, его входное сопротивление (между точками A и $З$) велико, а для помехи это сопротивление минимально. В таких условиях антенный ток сигнала I_{Ac} почти полностью проходит через входной контур и создает максимальное напряжение u_2 на конденсаторе $C_{вх}$, в то время как антенный ток помехи I_{An} преимущественно замыкается через малое сопротивление фильтра L_ϕ, C_ϕ и во входной контур помеха почти не попадает. Это еще более увеличивает отношение сигнал/помеха по сравнению с отношением такого рода в схеме, осуществляющей ослабление помехи только за счет расстройки входного контура.

V

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

29. Параллельный контур I вида

Параллельным колебательным контуром называется схема, состоящая из индуктивностей и емкостей, включенных параллельно источнику э. д. с. Существует несколько схем параллельного контура. Наиболее простая из них называется *контуром I вида* (рис. 5.1, *a*). В нем имеются две ветви, из которых одна образована индуктивностью L с сопротивлением потерь r , а другая — емкостью C (потери в емкости очень малы и ими обычно пренебрегают); питаются обе ветви источником э. д. с. \mathcal{E}_1 с внутренним сопротивлением R_i . Выходное (контурное) напряжение U_2 снимается с индуктивности (емкости). Так как U_2 меньше э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 на величину падения напряжения $I_1 R_i$, то U_2 является одновременно напряжением генератора U_1 . В комплексной форме это записывается так:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \mathcal{E}_1 - \dot{I}_1 R_i.$$

Отношение напряжения к току генератора есть входное сопротивление контура

$$Z_{вх} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}.$$

Это сопротивление может быть выражено через параметры контура, если учесть, что контур образован параллельно включенными сопротивлениями ветвей $Z_1 = r + j\omega L$ и $Z_2 = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}$:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(r + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{(r + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{r + jx},$$

где $x = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ — реактивное сопротивление контура при последовательном обходе его элементов.

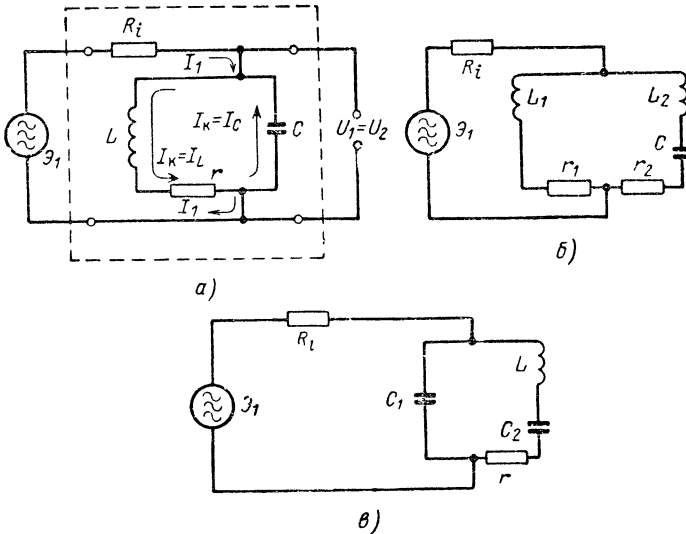


Рис. 5.1. Параллельные контуры I, II и III видов.

Обычно $r \ll \omega L$, поэтому можно пренебречь активным сопротивлением r по сравнению с индуктивным ωL (но не по сравнению с сопротивлением x , которое может быть равно нулю). На этом основании записываем

$$Z_{\text{вх}} \approx \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{r + jx} = \frac{L}{C} \cdot \frac{1}{r + jx}.$$

Умножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное комплексное число знаменателя:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{L}{C} \cdot \frac{r - jx}{r - jx} = \frac{Lr}{C(r^2 + x^2)} - j \frac{Lx}{C(r^2 + x^2)}.$$

Комплексный характер этого выражения означает, что входное сопротивление контура I вида имеет активную $R_{вх I}$ и реактивную $X_{вх I}$ составляющие:

$$R_{вх I} = \frac{Lr}{C(r^2 + x^2)}, \quad (73)$$

$$X_{вх I} = -\frac{Lx}{C(r^2 + x^2)}. \quad (74)$$

При резонансе, как известно, реактивная составляющая входного сопротивления контура равна нулю ($X_{вх I} = 0$). Это возможно согласно формуле (74), если $x = 0$. В таком случае, судя по выражению (73), резонансное входное сопротивление контура I вида активно по характеру и равно

$$R_{вх I} = \frac{L}{Cr} = \frac{\rho^2}{r} = \rho Q. \quad (75)$$

Параллельный контур, как и последовательный, при резонансе дает усиление, но не по напряжению, а по току. Убедимся в этом.

Электродвижущая сила генератора \mathcal{E}_1 распределяется между внутренним сопротивлением генератора R_i и входным сопротивлением контура $R_{вх I}$, а выходное напряжение U_2 снимается только с контура, т. е. с сопротивления $R_{вх I}$. Поэтому резонансный коэффициент передачи напряжения параллельного контура, равный отношению резонансного значения U_2 к \mathcal{E}_1 , определяется через сопротивления как

$$K_0 = \frac{R_{вх I}}{R_i + R_{вх I}}.$$

Из формулы видно, что $K_0 < 1$, т. е. параллельный контур не дает усиления по напряжению даже при резонансе.

Перейдем к анализу токов. Ток индуктивной ветви I_L отстает по фазе от вызвавшего его напряжения генератора U_1 почти на 90° , а ток емкостной ветви I_C опережает приложенное к нему напряжение U_1 на 90° , т. е. эти токи находятся в противофазе. Кроме того, при резонансной частоте ω_0 реактивное сопротивление $x = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ и, следовательно, $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$. Поскольку сопротивления ветвей равны и на них подается одинаковое напряжение U_1 , то и токи в ветвях равны между собой:

$$I_L = \frac{U_1}{\omega_0 L} = \frac{U_1}{\frac{1}{\omega_0 C}} = I_C.$$

Сдвиг по фазе между токами I_L и I_C на 180° означает, что если ток I_L направлен, допустим, от верхней (по схеме) точки контура к нижней, то ток I_C течет от нижней точки к верхней. Так как эти токи, кроме того, равны, их можно рассматривать как единый кон-

турный ток I_k , который последовательно проходит через индуктивную ($I_k = I_L$) и емкостную ($I_k = I_C$) ветви, не ответвляясь в цепь генератора (рис. 5.1, а). Вследствие этого общее сопротивление цепи L, C, r для контурного тока равно r и активная мощность в контуре равна

$$P_k = \frac{I_{km}^2 r}{2}, \quad (76)$$

где I_{km} — амплитуда контурного тока.

Эта мощность подводится от генератора. Следовательно, ее можно выразить через амплитуду тока генератора I_{1m} и резонансное входное сопротивление $R_{вх1} = \frac{L}{Cr}$ в виде

$$P_k = \frac{I_{1m}^2 R_{вх1}}{2} = \frac{I_{1m}^2 L}{2Cr}. \quad (77)$$

Приравняв правые части формул (76) и (77)

$$\frac{I_{km}^2 r}{2} = \frac{I_{1m}^2 L}{2Cr},$$

выявляем соотношение между токами контура и генератора:

$$\frac{I_{km}}{I_{1m}} = \sqrt{\frac{L}{Cr^2}} = \sqrt{\frac{\rho^2}{r^2}} = Q. \quad (78)$$

Таким образом, при резонансе в параллельном контуре I вида контурный ток больше тока генератора в Q (добротность) раз. Поэтому резонанс в параллельном контуре называется *резонансом токов*.

30. Параллельные контуры II, III и общего видов

Кроме контура I вида на практике применяются более сложные параллельные контуры — II, III и общего видов.

В контуре II вида одна ветвь образована индуктивностью L_1 , а вторая — индуктивностью L_2 и емкостью C (рис. 5.1, б). Распределение индуктивности $L = L_1 + L_2$ между ветвями контура оценивается коэффициентом включения

$$p_L = \frac{L_1}{L}.$$

В таком контуре возможны два резонанса: последовательный, который образуется индуктивностью L_2 и емкостью C , и параллельный, в котором участвуют все реактивные элементы контура. По-

следовательный резонанс — резонанс напряжений (резонанс ветви контура) — происходит при частоте генератора $\omega = \omega'_0$, удовлетворяющей равенству

$$\omega'_0 L_2 - \frac{1}{\omega'_0 C} = 0.$$

При этом общее сопротивление ветви контура L_2, C, r_2 настолько мало (оно равно r_2), что весь ток генератора практически замыкается через данный последовательный контур, а другая ветвь контура (L_1, r_1) в работе схемы не участвует.

Если уменьшать частоту генератора, то сопротивление ветви $L_2 C$ возрастет и приобретет емкостный характер, а индуктивное сопротивление ωL_1 уменьшится. На какой-то частоте $\omega = \omega_0$ они станут равными:

$$-\left(\omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C}\right) = \omega_0 L_1.$$

Полученный резонанс называется *параллельным* (резонанс токов), ибо теперь в работе схемы участвуют все элементы параллельного контура.

В контуре III вида в одну ветвь включена емкость C_1 , а в другую — индуктивность L и емкость C_2 (рис. 5.1, в). О распределении общей емкости $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ по ветвям контура судят по коэффициенту включения

$$p_C = \frac{C}{C_1}.$$

Коэффициент p_C , так же как p_L , меньше единицы. Очевидно, что и здесь возможны два резонанса: последовательный, образованный ветвью LC_2 на частоте ω_0 , и параллельный, в котором участвует весь контур. При частоте $\omega = \omega'_0$ реактивное сопротивление $\omega'_0 L - \frac{1}{\omega'_0 C_2} = 0$, и потому весь ток генератора практически замыкается через ветвь L, C_2, r . С повышением частоты ω относительно ω'_0 сопротивление ветви L, C_2, r , как всякого последовательного контура, возрастает и приобретает индуктивный характер, а сопротивление другой ветви (C_1), поскольку оно емкостное, понижается. Равенство этих сопротивлений наступает при частоте параллельного резонанса $\omega = \omega_0$:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C_2} = -\frac{1}{\omega_0 C_1}.$$

Отметим, что частота резонанса напряжений ω'_0 в контуре II вида больше, а в контуре III вида — меньше частоты резонанса токов.

Параллельный контур общего вида может иметь несколько ветвей, каждая из которых является последовательным контуром.

Так, в схеме, показанной на рис. 5.2, возможны три различных резонанса: один — последовательный в ветви L_1C_1 , другой — последовательный в ветви L_2C_2 и третий — параллельный, в котором участвуют все элементы контура. В дальнейшем речь будет идти только о параллельном резонансе.

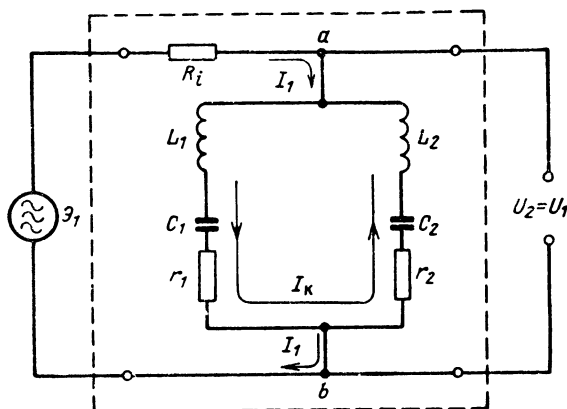


Рис. 5.2. Параллельный контур общего вида.

Определим входное сопротивление $Z_{\text{вх}}$ контура общего вида. Первая и вторая ветви контура имеют соответственно активное r_1, r_2 , реактивное x_1, x_2 и полное Z_1, Z_2 сопротивления. Очевидно, что

$$Z_{\text{вх}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(r_1 + jx_1)(r_2 + jx_2)}{r_1 + jx_1 + r_2 + jx_2} = \frac{(r_1 + jx_1)(r_2 + jx_2)}{r + jx},$$

где $r = r_1 + r_2$ — сопротивление активных потерь контура при последовательном обходе его элементов;

$x = x_1 + x_2$ — реактивное сопротивление контура при последовательном обходе его элементов.

В области частот, близких к резонансной, имеют место соотношения $r_1 \ll x_1$ и $r_2 \ll x_2$. Поэтому пренебрегаем r_1 и r_2 в числителе дроби. Затем исключаем мнимый член в знаменателе:

$$Z_{\text{вх}} \approx \frac{jx_1 \cdot jx_2}{r + jx} \cdot \frac{r - jx}{r - jx} = -\frac{x_1 x_2 r}{r^2 + x^2} + j \frac{x_1 x_2 x}{r^2 + x^2}.$$

Из полученного комплексного числа $Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}}$ выявляем активную $R_{\text{вх}}$ и реактивную $X_{\text{вх}}$ составляющие входного сопротивления контура:

$$R_{\text{вх}} = -\frac{x_1 x_2 r}{r^2 + x^2}, \quad (79)$$

$$X_{\text{вх}} = \frac{x_1 x_2 x}{r^2 + x^2}. \quad (80)$$

31. Резонанс в параллельном контуре

Свойства контура при резонансе. Резонанс в контуре, как было сказано, характерен тем, что реактивная составляющая входного сопротивления контура равна нулю и контур представляет для генератора чисто активную нагрузку, т. е. $Z_{вх} = R_{вх}$, а $X_{вх} = 0$.

Это определение позволяет выявить следующие свойства параллельного резонанса в контуре любого вида.

1. Так как реактивное сопротивление отдельно взятой ветви (x_1 или x_2) не равно нулю, то согласно формуле (80) условие $X_{вх} = 0$ сводится к $x = 0$, т. е. в случае резонанса реактивное сопротивление параллельного контура при последовательном обходе его элементов равно нулю.

2. Равенство $x = x_1 + x_2 = 0$ означает, что $x_1 = -x_2$, т. е. реактивные сопротивления ветвей контура численно равны и противоположны по знаку; если одна из ветвей контура имеет сопротивление индуктивного характера, то другая — сопротивление емкостного характера.

3. Из схемы контура видно, что резонансной частоте ω_0 соответствуют сопротивления $x_1 = \omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1}$ и $x_2 = \omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2}$. Это позволяет записать равенство $x_1 = -x_2$ в виде

$$\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1} = -\left(\omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2}\right)$$

или

$$\omega_0 (L_1 + L_2) = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right).$$

Обозначив через $L = L_1 + L_2$ и $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ соответственно общие индуктивность и емкость контура при последовательном обходе его элементов, получим

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

Таким образом, при резонансе в параллельном контуре его общие индуктивное и емкостное сопротивления равны между собой.

4. Из последнего равенства устанавливаем, что

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (81)$$

т. е. резонанс в параллельном контуре, как и в последовательном, наступает при равенстве частоты генератора и собственной частоты контура. Это в полной мере справедливо только при отсутствии потерь в контуре.

Из формулы (81) следует также, что при резонансе индуктивное и емкостное сопротивления параллельного контура порознь равны его характеристическому сопротивлению:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho.$$

5. Выражение (79) для случая резонанса ($x = 0$, $x_1 = -x_2$) имеет вид

$$R_{\text{вх}} = -\frac{x_1 x_2 r}{r^2 + x^2} = -\frac{x_1 (-x_1) r}{r^2} = \frac{x_1^2}{r} = \frac{x_2^2}{r}. \quad (82)$$

Вывод: *входное сопротивление параллельного контура при резонансе имеет активный характер и численно равно квадрату реактивного сопротивления любой ветви контура, деленному на сопротивление активных потерь во всем контуре.*

Применив формулу (82) к контуру I вида, для которого $x_1 = \omega_0 L$ и $x_2 = \frac{1}{\omega_0 C}$, получим

$$R_{\text{вх I}} = \frac{\omega_0^2 L^2}{r} = \frac{1}{\omega_0^2 C^2 r} = \frac{\rho^2}{r} = \frac{L}{Cr} = \rho Q.$$

Этот результат совпадает с формулой (75).

Для контура II вида $x_1 = \omega_0 L_1 = \omega_0 \rho_L L = \rho_L \rho$, а поэтому резонансное входное сопротивление равно

$$R_{\text{вх II}} = \frac{x_1^2}{r} = \rho_L^2 \frac{\rho^2}{r} = \rho_L^2 R_{\text{вх I}}. \quad (83)$$

Для контура III вида

$$x_1 = \frac{1}{\omega_0 C_1} = \frac{\rho_C}{\omega_0 C} = \rho_C \rho$$

и

$$R_{\text{вх III}} = \frac{x_1^2}{r} = \rho_C^2 \frac{\rho^2}{r} = \rho_C^2 R_{\text{вх I}}. \quad (84)$$

Физический смысл резонанса токов. Если бы схема состояла только из активных сопротивлений, то токи в ответвлениях не могли быть больше, чем в общей цепи. При резонансе токов такое явление возможно, так как генератор вслед за включением создает запас энергии в реактивных элементах контура, а затем эта энергия, как при свободных колебаниях в идеальном контуре, меняет свою форму с электрической (конденсатора) на магнитную (катушки индуктивности) и обратно. В этом случае генератор только компенсирует потери в контуре, и ток генератора оказывается значительно меньше тока в контуре, поскольку мощность потерь значительно меньше реактивной мощности, запасенной в контуре.

Убедимся в том, что усиление тока, наблюдаемое при параллельном резонансе, обусловлено превышением мощности P_q , запасаемой в индуктивности или емкости контура, над колебательной мощностью P_k , подводимой к контуру от генератора. Например, для контура I вида ($I_{km} = I_{1m}Q$; $R_{вх1} = \rho Q$; $x_L = x_C = \rho$):

$$P_q = \frac{I_{km}^2 x_L}{2} = \frac{I_{km}^2 x_C}{2} = \frac{I_{km}^2 \rho}{2},$$

$$P_k = \frac{I_{1m}^2 R_{вх1}}{2} = \frac{I_{km}^2 \rho Q}{2Q^2} = \frac{I_{km}^2 \rho}{2Q},$$

$$\frac{P_q}{P_k} = \frac{I_{km}^2 \rho}{2} \cdot \frac{2Q}{I_{km}^2 \rho} = Q.$$

Полученное соотношение мощностей не противоречит закону сохранения энергии, поскольку мощность P_k , подводимая от генератора, активная — она рассеивается на сопротивлении потерь r , а мощность P_q реактивная — она накапливается в индуктивности и емкости контура, причем это происходит на протяжении всего переходного процесса. К тому времени, когда колебания стабилизируются, реактивная мощность превысит активную в Q раз и такой она сохранится в контуре, переходя лишь от индуктивности к емкости и обратно. Аналогичное явление наблюдается и при резонансе напряжений.

32. Входное сопротивление параллельного контура при расстройке

Исследуем входное сопротивление контура I вида в области частот ω , близких к резонансной ω_0 . В этой области $x_1 = \omega L \approx \approx \omega_0 L = \rho$, $x_2 = -\frac{1}{\omega C} \approx -\frac{1}{\omega_0 C} = -\rho$ и в соответствии с формулой (66) комплексное выражение входного сопротивления контура имеет вид

$$Z_{вх} = \frac{jx_1 \cdot jx_2}{r + jx} = \frac{\rho^2}{r(1 + j\gamma)}. \quad (85)$$

Знаменатель дроби повторяет известное нам выражение входного сопротивления последовательного контура. Это дает основание полагать, что изменение частоты генератора вызовет в параллельном контуре обратные изменения входного сопротивления по сравнению с последовательным контуром.

Заменим ρ/r на Q и умножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное комплексное число знаменателя:

$$Z_{вх} = \frac{\frac{\rho^2}{r}}{1 + j\alpha} = \frac{\rho Q}{1 + j\alpha} \cdot \frac{1 - j\alpha}{1 - j\alpha} = \frac{\rho Q}{1 + \alpha^2} - j\rho Q \frac{\alpha}{1 + \alpha^2}.$$

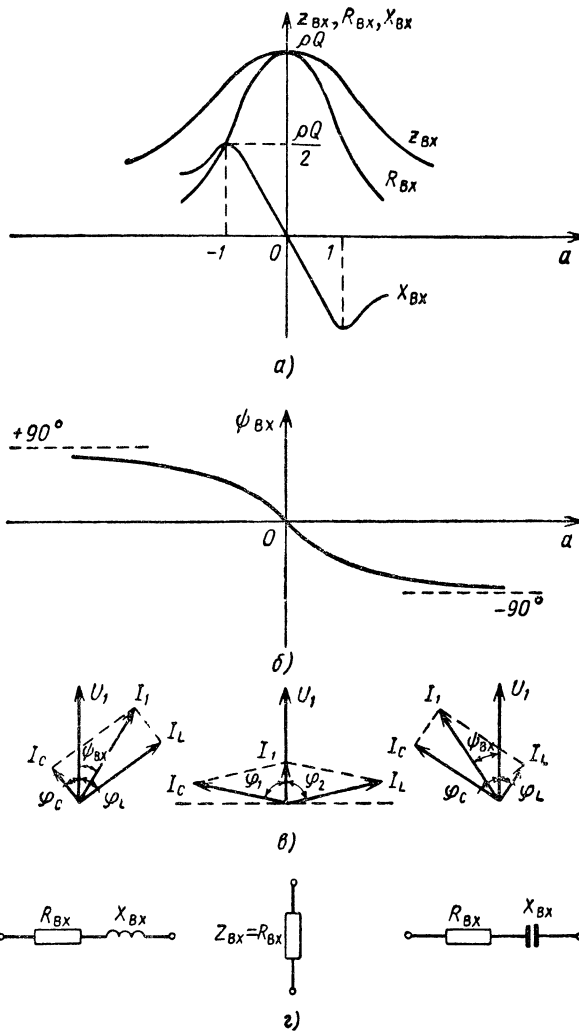


Рис. 5.3. Зависимость входного сопротивления параллельного контура от расстройки (*a*, *б*), соответствующие векторные диаграммы (*в*) и эквивалентные (*г*) схемы.

Полученное выражение показывает, что входное сопротивление параллельного контура Z_{BX} в общем случае выражается комплексным числом $Z_{BX} = R_{BX} + jX_{BX}$, в котором активная R_{BX} и реактивная X_{BX} составляющие соответственно равны

$$R_{BX} = \frac{\rho Q}{1 + a^2}, \quad (86)$$

$$X_{BX} = -\rho Q \frac{a}{1 + a^2}. \quad (87)$$

Исходя из этих составляющих, находим модуль $z_{вх}$ и аргумент $\psi_{вх}$ (т. е. сдвиг по фазе напряжения генератора относительно его тока):

$$z_{вх} = \sqrt{R_{вх}^2 + X_{вх}^2} = \frac{\rho Q \sqrt{1+a^2}}{1+a^2} = \frac{\rho Q}{\sqrt{1+a^2}}, \quad (88)$$

$$\psi_{вх} = \arctg \frac{X_{вх}}{R_{вх}} = \arctg(-a). \quad (89)$$

По полученным выражениям построены графики зависимости величин $R_{вх}$, $X_{вх}$, $z_{вх}$ и $\psi_{вх}$ от обобщенной расстройки a (рис. 5.3 а, б).

Подставив в (86), (87), (88) и (89) величину $a = 0$, убеждаемся в том, что резонансу соответствуют

$$R_{вх} = \rho Q, \quad X_{вх} = 0, \quad z_{вх} = \rho Q \quad \text{и} \quad \psi_{вх} = 0.$$

Согласно формулам (86) и (88) при любом знаке обобщенной расстройки контура a увеличение ее вызывает непрерывное уменьшение модуля $z_{вх}$ и активной составляющей $R_{вх}$ входного сопротивления контура.

Величина a входит в числитель выражения (87) как множитель первой степени и в знаменатель как слагаемое во второй степени. Поэтому с изменением a от нуля до ± 1 числитель выражения изменяется в большей мере, чем знаменатель, и реактивная составляющая входного сопротивления контура $X_{вх}$ возрастает по абсолютной величине. При дальнейшем увеличении расстройки влияние знаменателя сказывается в большей мере, чем числителя, и составляющая $X_{вх}$ уменьшается по абсолютной величине. Когда $a = \pm 1$, имеем $X_{вх} = \mp \rho Q/2$. Знак минус в выражении (87) указывает на то, что реактивная составляющая входного сопротивления контура при отрицательной расстройке положительна (имеет индуктивный характер) и при положительной расстройке отрицательна (имеет емкостный характер).

Последнее подтверждается также формулой (89) и соответствующим графиком аргумента входного сопротивления. В области частот, меньших резонансной, изменение a от $-\infty$ до 0 сопровождается изменением $\arctg \psi_{вх}$ от $+\infty$ до 0 и аргумента сопротивления $\psi_{вх}$ от 90° до 0 (напряжение генератора опережает по фазе ток генератора). В области частот, больших резонансной ($a > 0$), увеличение расстройки сопровождается изменением $\psi_{вх}$ от 0 до -90° (напряжение генератора отстает по фазе от тока генератора).

На векторных диаграммах (рис 5.3, в) показано, что при резонансе токи индуктивной (I_L) и емкостной (I_C) ветвей равны между собой и ток генератора I_1 совпадает по фазе с его напряжением U_1 ; при отрицательной расстройке $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, соответственно $I_L = U_1/\omega L > I_C = U_1\omega C$, а ток I_1 отстает по фазе от U_1 на угол $\psi_{вх}$; при положительной расстройке ($a > 0$) $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, токи $I_L < I_C$ и ток генератора I_1 опережает по фазе напряжение U_1 на угол $\psi_{вх}$.

Составляющие входного сопротивления контура при $a < 0$, $a = 0$ и $a > 0$ представлены на рис. 5.3, *г*.

Таким образом, подтверждается, что расстройка последовательного и параллельного контуров приводит к обратным изменениям их входных сопротивлений (см. рис. 4.5 и 5.3):

1. При резонансе входное сопротивление обоих контуров имеет активный характер, но для последовательного контура модуль этого сопротивления минимальный, а для параллельного — максимальный.

2. С увеличением расстройки независимо от ее знака модуль входного сопротивления последовательного контура непрерывно увеличивается, а параллельного — непрерывно уменьшается.

3. Расстройка любого из контуров делает входное сопротивление комплексным, но при частотах, меньших резонансной, реактивная составляющая входного сопротивления последовательного контура имеет емкостный характер, а параллельного — индуктивный; при частотах, больших резонансной, реактивная составляющая входного сопротивления последовательного контура имеет индуктивный характер, а параллельного — емкостный. Такое различие во влиянии расстройки объясняется тем, что при последовательном соединении L и C характер их общего реактивного сопротивления определяется большим из сопротивлений (емкостным при $a < 0$ и индуктивным при $a > 0$), а в случае параллельного включения L и C — большей из проводимостей (индуктивной при $a < 0$ и емкостной при $a > 0$).

На обратных изменениях входных сопротивлений последовательного и параллельного контуров основано применение параллельного контура $L_{\phi}C_{\phi}$ в качестве фильтра для подавления помех во входной цепи приемника (рис. 5.4). Фильтр включают последовательно с входным контуром $L_{вх}C_{вх}$, настраивают в резонанс на частоту помехи $f_{п}$, а входной контур — на несущую частоту полезного сигнала $f_{с}$. Вследствие того что входное (между точками A, b) сопротивление параллельного контура мало при расстройке и велико при резонансе, ток сигнала почти беспрепятственно проходит во входной контур, а ток помехи ослабляется в нем фильтром. В дальнейшем входной контур усиливает полезный сигнал за счет резонанса напряжений и дополнительно ослабляет помеху. Как видим, фильтр в виде параллельного контура, называемый иначе *фильтр-пробкой*,

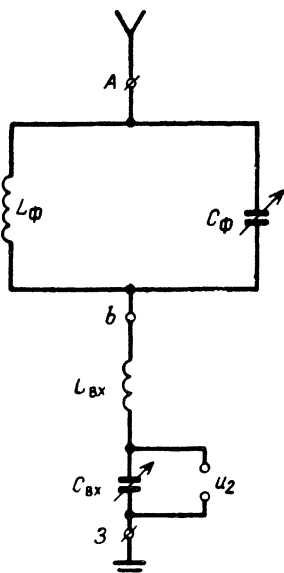


Рис. 5.4. Схема входной цепи приемника с фильтром-пробкой.

выполняет те же функции, что и последовательный контур в схеме на рис. 4.13, но последовательный контур соединяется параллельно с входным контуром, а фильтр-пробка — последовательно.

Пример 4. Построить графики зависимостей активной и реактивной составляющих, модуля и аргумента входного сопротивления параллельного контура I вида от относительной расстройки $\Delta f/f_0 = 0 \div 0,05$. Контур при резонансной длине волны 15 м имеет емкость 20 пф и активное сопротивление 4 ом.

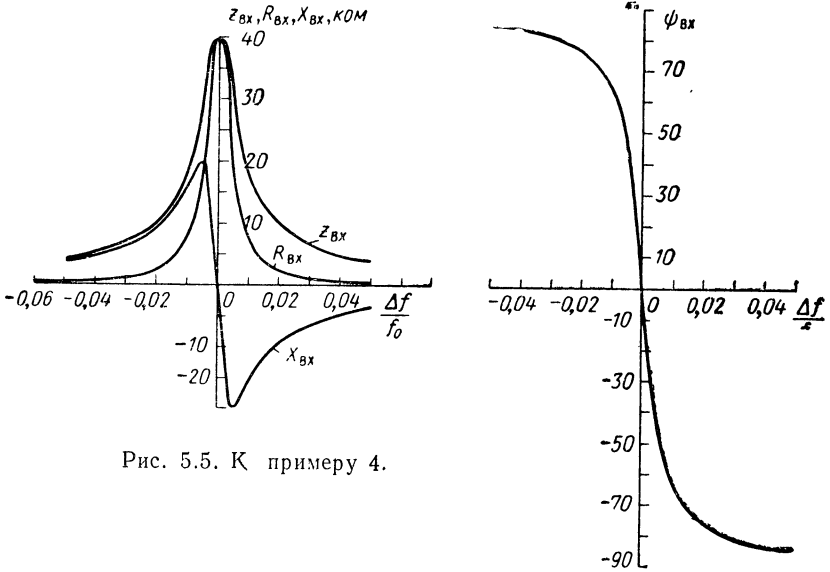


Рис. 5.5. К примеру 4.

Таблица 4

$\frac{\Delta f}{f_0}$	$a = Q \frac{2\Delta f}{f_0}$	$1 + a^2$	$R_{BX} = \frac{pQ}{1+a^2}, \text{ ом}$	$X_{BX} = -pQ \frac{a}{1+a^2}, \text{ ом}$	$z_{BX} = \sqrt{\frac{2}{R_{BX}^2 + X_{BX}^2}}, \text{ ом}$	$\psi_{BX} = \text{arc tg}(-a)$
-0,05	-9,95	100	396	3940	3954	$84^\circ 16'$
-0,04	-7,96	64,5	612,4	4889	4927	$82^\circ 50'$
-0,03	-5,97	36,6	1081	6459	6548	$80^\circ 30'$
-0,02	-3,98	16,9	2338	9326	9666	$75^\circ 54'$
-0,01	-1,99	4,96	7873	15889	17735	$63^\circ 18'$
-0,005	-0,995	1,99	19955	19850	28059	$44^\circ 48'$
0	0	1	39600	0	39600	0
0,005	0,995	1,99	19955	-19850	28059	$-44^\circ 48'$
0,01	1,99	4,96	7873	-15889	17735	$-63^\circ 18'$
0,02	3,98	16,9	2338	-9326	9666	$-75^\circ 54'$
0,03	5,97	36,6	1081	-6459	6548	$-80^\circ 30'$
0,04	7,96	64,5	612,4	-4889	4927	$-82^\circ 50'$
0,05	9,95	100	396	-3940	3954	$-84^\circ 16'$

1. Характеристическое сопротивление контура

$$\rho = \frac{530\lambda_0 [M]}{C [n\phi]} = \frac{530 \cdot 15}{20} = 398 \text{ ом.}$$

2. Добротность контура

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{398}{4} = 99,5.$$

Ход расчета по уравнениям (86)—(89) представлен в табл. 4, по данным которой построены графики на рис. 5.5. Из графиков видно, что максимум кривой $X_{вх}$ пересекает кривую $R_{вх}$ на уровне $\rho Q/2$.

33. Коэффициент передачи напряжения параллельного контура при резонансе и расстройке

Уравнение избирательности. Из схемы включения параллельного контура (рис. 5.1, а) видно, что колебательный контур шунтируется внутренним сопротивлением генератора R_i . На основании формулы (35) можно утверждать, что активное сопротивление R_i , включенное параллельно индуктивному сопротивлению $\omega L \approx \omega_0 L = \rho$ (или емкостному сопротивлению $\frac{1}{\omega C} \approx \frac{1}{\omega_0 C} = \rho$), эквивалентно активному сопротивлению $r_i = \rho^2/R_i$, включенному последовательно с индуктивностью L (или емкостью C). За счет этого сопротивление потерь контура увеличилось от r до $r + r_i$, а добротность контура понизилась от Q до

$$Q_3 = \frac{\rho}{r + r_i} = \frac{\rho}{r + \frac{\rho^2}{R_i}} = \frac{\rho}{r \left(1 + \frac{\rho^2}{rR_i}\right)} = \frac{Q}{1 + \frac{R_{вх}}{R_i}}, \quad (90)$$

где $R_{вх} = \rho^2/r$ — входное сопротивление одиночного параллельного контура при резонансе.

Анализ формулы (90) показывает, что эквивалентная добротность параллельного контура может быть высокой лишь при условии, что $R_i \gg R_{вх}$. Поэтому параллельное (относительно источника э. д. с.) включение контура применяют при достаточно большом внутреннем сопротивлении источника. Если же $R_i \ll R_{вх}$, то можно пренебречь падением напряжения на внутреннем сопротивлении источника э. д. с. и считать равными выходное напряжение контура \dot{U}_2 и э. д. с. генератора $\dot{\mathcal{E}}_1$. Это равнозначно тому, что коэффициент передачи напряжения четырехполюсника при всех частотах равен единице ($K = \frac{\dot{U}_2}{\dot{\mathcal{E}}_1} = 1$), т. е. контур не обладает избирательными свойствами по напряжению. Потеря резонансных свойств объясняется шунтированием контура малым активным внутренним сопротивлением R_i .

В контурах II или III вида параллельно внутреннему сопротивлению генератора R_i включено не все характеристическое сопротивление ρ , а только часть его $\rho_L \rho$ или $\rho_C \rho$. Поэтому сопротивление $r_i = \rho_L^2 \rho^2 / R_i$ или $r_i = \rho_C^2 \rho^2 / R_i$ и эквивалентная добротность, скажем, контура II вида равна

$$Q_3 = \frac{\rho}{r + r_i} = \frac{\rho}{r + \rho_L^2 \frac{\rho^2}{R_i}} = \frac{\rho}{r \left(1 + \rho_L^2 \frac{\rho^2}{r R_i}\right)} = \frac{Q}{1 + \rho_L^2 \frac{R_{\text{вх I}}}{R_i}}.$$

Значит, эквивалентная добротность контура II вида (так же как и III) выше ($\rho_L < 1$), чем для контура I вида. Это, очевидно, объясняется уменьшением шунтирующего действия генератора.

Теперь перейдем непосредственно к выводу уравнения амплитудно-частотной характеристики параллельного контура.

Синусоидальная э. д. с. $\dot{\mathcal{E}}_1$ при внутреннем сопротивлении R_i генератора и входном сопротивлении контура $Z_{\text{вх}}$ вызывает в питающей цепи ток

$$I_1 = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{R_i + Z_{\text{вх}}}.$$

Выходное напряжение \dot{U}_2 снимается с контура. Поэтому

$$\dot{U}_2 = I_1 Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1 Z_{\text{вх}}}{R_i + Z_{\text{вх}}},$$

а коэффициент передачи напряжения

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{\mathcal{E}}_1} = \frac{Z_{\text{вх}}}{R_i + Z_{\text{вх}}}.$$

Производим замену согласно (85), имея в виду, что $\rho^2/r = \rho Q$:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \frac{\rho Q}{(1 + ja) \left(R_i + \frac{\rho Q}{1 + ja}\right)} = \frac{\rho Q}{R_i + \rho Q + j R_i a} = \\ &= \frac{\rho Q}{R_i \left(1 + \frac{\rho Q}{R_i} + ja\right)} = \frac{\rho Q}{R_i \left[\left(1 + \frac{\rho Q}{R_i}\right) + j \frac{a}{1 + \frac{\rho Q}{R_i}} \left(1 + \frac{\rho Q}{R_i}\right)\right]} = \\ &= \frac{\rho Q}{R_i \left(1 + \frac{\rho Q}{R_i}\right) \left(1 + \frac{ja}{1 + \frac{\rho Q}{R_i}}\right)}. \end{aligned}$$

Но ведь

$$\frac{Q}{\left(1 + \frac{\rho Q}{R_i}\right)} = Q_3$$

и

$$\frac{a}{\left(1 + \frac{\rho Q}{R_l}\right)} = \frac{2Q \frac{\Delta f}{f_0}}{\left(1 + \frac{\rho Q}{R_l}\right)} = 2 \frac{\Delta f}{f_0} Q_3.$$

Следовательно,

$$\dot{K} = \frac{\rho Q_3}{R_l \left(1 + j2 \frac{\Delta f}{f_0} Q_3\right)}. \quad (91)$$

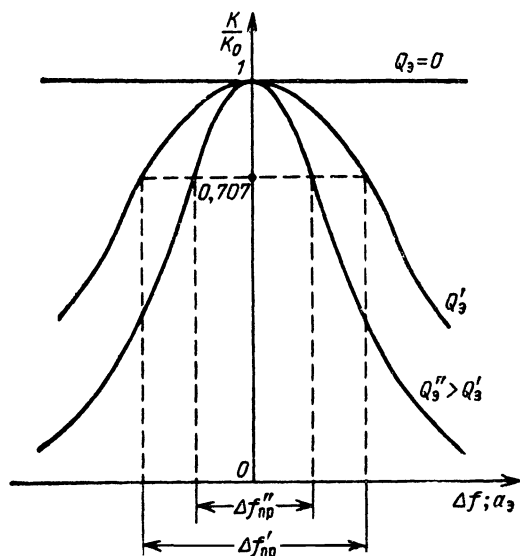


Рис. 5.6. Амплитудно-частотные характеристики параллельного контура.

При резонансе ($\Delta f = 0$) коэффициент передачи напряжения

$$K_0 = \frac{\rho Q_3}{R_l}. \quad (92)$$

Разделив (91) на (92), находим отношение

$$\frac{\dot{K}}{K_0} = \frac{1}{1 + j2 \frac{\Delta f}{f_0} Q_3},$$

модуль которого является уравнением амплитудно-частотной характеристики параллельного контура в относительных координатах (уравнение избирательности):

$$Y = \frac{K}{K_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_3^2 \left(\frac{2 \Delta f}{f_0}\right)^2}}. \quad (93)$$

Построенная по этому уравнению характеристика (рис. 5.6) имеет такую же форму, как для последовательного контура. Следовательно, применение любого одиночного колебательного контура не разрешает противоречия между избирательностью и частотными искажениями.

Полоса пропускания контура. Эта полоса $\Delta f_{\text{пр}}$ определяется как разность частот, в пределах которой коэффициент передачи напряжения K понижается не более определенного уровня, обычно до $0,707 = 1/\sqrt{2}$ от резонансного коэффициента K_0 .

Подстановка $K/K_0 = 1/\sqrt{2}$ и $2 \Delta f = \Delta f_{\text{пр}}$ в выражение (93) дает

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_s^2 \left(\frac{\Delta f_{\text{пр}}}{f_0}\right)^2}},$$

откуда с учетом выражения (90) находим полосу пропускания контура

$$\Delta f_{\text{пр}} = \frac{f_0}{Q_s} = \frac{f_s}{Q} \left(1 + \frac{R_{\text{вх}}}{R_i}\right). \quad (94)$$

Как видим, внутреннее сопротивление генератора оказывает существенное влияние на полосу пропускания параллельного контура. Если подставить в формулу (94) значения $R_i = \infty$; $R_{\text{вх}} = 0$, то соответственно получим $\Delta f_{\text{пр}} = f_0/Q$; $2f_0/Q$; ∞ . Этот результат объясняется следующим: при $R_i = \infty$ контур фактически не шунтируется и полоса пропускания получается такой же, как и у одиночного контура; при $R_i = R_{\text{вх}}$ потери на внутреннем сопротивлении генератора снижают эквивалентную добротность до половины добротности одиночного контура, в связи с чем полоса пропускания удваивается; когда же $R_i = 0$ (или $Q_s = 0$), напряжение на контуре равно э. д. с. генератора, амплитуда которой по условию не зависит от частоты, а это равнозначно бесконечно большой полосе пропускания.

В широкополосных схемах иногда приходится искусственно снижать эквивалентную добротность контура, для чего параллельно контуру включают активное сопротивление. Полоса пропускания такого контура подсчитывается по формуле (94), следует лишь подставить вместо сопротивления R_i общее шунтирующее сопротивление, вычисленное с учетом R_i .

VI

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ

34. Схемы связанных контуров

Связанными контурами называется совокупность двух или более контуров, включенных таким образом, чтобы электромагнитные колебания, происходящие в одном контуре, передавались в другой и в результате этого происходил обмен энергии между ними.

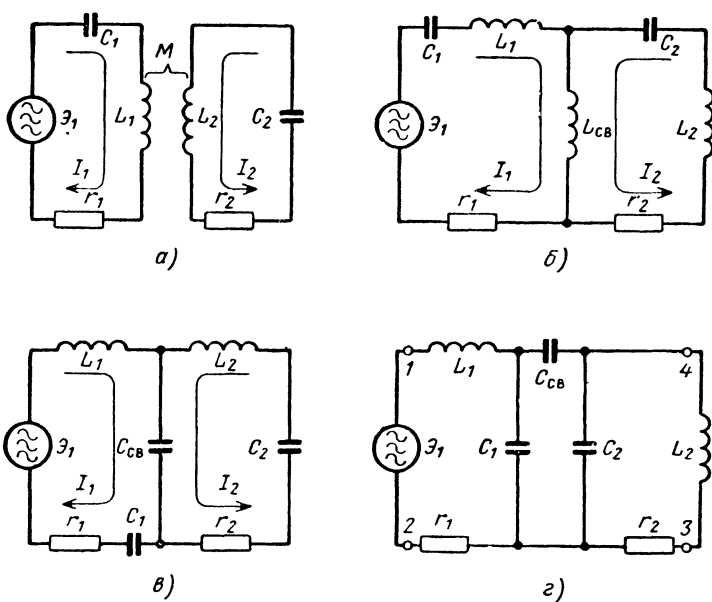


Рис. 6.1. Основные схемы связанных контуров.

В двухконтурной системе контур, называемый *первичным*, питается непосредственно от источника э. д. с., а другой контур — *вторичный* — получает энергию от первичного. Между контурами должен быть элемент, называемый *сопротивлением связи* $Z_{св}$. В зависимости от характера этого сопротивления различают схемы с трансформаторной (индуктивной), автотрансформаторной (кондуктивной), внутренней емкостной (простой емкостной), внешней емкостной (сложно-емкостной) и другими видами связи.

В схеме с трансформаторной связью (рис. 6.1, а) ток первичного контура I_1 , вызванный э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 , проходит через катуш-

ку индуктивности L_1 и возбуждает магнитное поле, которое индуктирует э. д. с. в катушке L_2 , а эта э. д. с. вызывает ток I_2 во вторичном контуре. Следовательно, в данной схеме сопротивление связи $Z_{св} = j\omega M$, где M — взаимдуктивность между контурами.

В схеме с автотрансформаторной связью (рис. 6.1, б) ток первичного контура I_1 индуктирует э. д. с. самоиндукции в катушке связи $L_{св}$, но так как эта катушка общая для обоих контуров, то во вторичном контуре возникает ток I_2 . Здесь сопротивление связи $Z_{св} = j\omega L_{св}$.

В схеме с внутренней емкостной связью (рис. 6.1, в) элементом связи служит конденсатор $C_{св}$, на котором при наличии тока в первичном контуре I_1 образуется э. д. с. емкости, вызывающая ток I_2 во вторичном контуре.

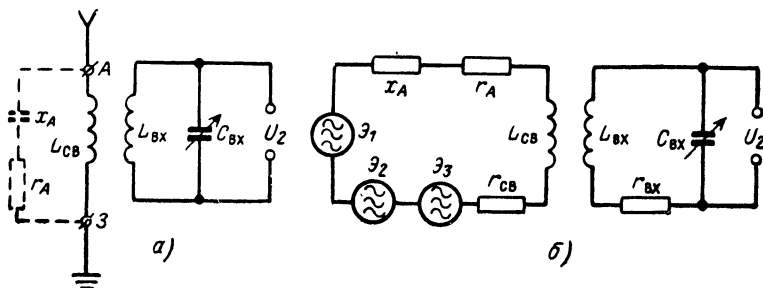


Рис. 6.2. Входная цепь приемника с индуктивной связью.

Следовательно, в данной схеме сопротивление связи $Z_{св} = \frac{1}{j\omega C_{св}}$.

В схеме с внешней емкостной связью (рис. 6.1, г) ток первичного контура разветвляется между конденсатором C_1 и последовательно включенными конденсаторами $C_{св}$ и C_2 . Возникающая на конденсаторе C_2 э. д. с. емкости возбуждает ток во вторичном контуре. Сопротивление связи здесь также равно $Z_{св} = \frac{1}{j\omega C_{св}}$.

На рис. 6.2, а изображена практическая схема входной цепи, в которой используются индуктивно связанные контуры. Первичный контур, называемый антенным, состоит из антенны A с заземлением Z и катушки связи $L_{св}$, а вторичный контур цепи, называемый входным, образован индуктивностью $L_{вх}$ и емкостью $C_{вх}$. На эквивалентной схеме (рис. 6.2, б) антенна представлена источниками э. д. с. $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \dots$ с активной r_A и реактивной x_A составляющими внутреннего сопротивления; $L_{св}, r_{св}$ — параметры катушки связи; $L_{вх}, C_{вх}, r_{вх}$ — параметры входного контура. Этот контур последовательный, поскольку э. д. с., индуктируемая в катушке $L_{вх}$, может быть представлена генератором, включенным последовательно относительно $L_{вх}, C_{вх}$. Антенный контур имеет постоянные параметры, а входной

настраивается в резонанс на несущую частоту принимаемой станции, и так как этот контур последовательный, то в нем сигнал принимаемой станции усиливается по напряжению в Q раз, а сигналы других станций такого усиления не получают. Этим осуществляется частотная избирательность.

35. Коэффициент связи

Количественно связь между контурами оценивается *коэффициентом связи* k , который выводится, исходя из коэффициентов передачи напряжения от одного контура к другому.

Разомкнем вторичный контур трансформаторной схемы и определим, какую часть от напряжения на всей индуктивности первичного контура L_1 (на рис. 6.1, $aL_1 = L_1$ и $L_{11} = L_2$) составляет напряжение, снимаемое с сопротивления ωM . Это есть коэффициент передачи напряжения от первичного контура ко вторичному

$$k_{12} = \frac{U_{св}}{U_{L_1}} = \frac{I_1 \omega M}{I_1 \omega L_1} = \frac{M}{L_1}.$$

Коэффициент передачи напряжения от вторичного контура к первичному k_{21} аналогично записывается в виде отношения напряжения на сопротивлении связи ωM к напряжению на всей индуктивности вторичного контура L_{11} , если первичный контур разомкнут, а генератор включен во вторичный:

$$k_{21} = \frac{U_{св}}{U_{L_{11}}} = \frac{I_2 \omega M}{I_2 \omega L_{11}} = \frac{M}{L_{11}}.$$

Общий коэффициент связи k равен среднему геометрическому от коэффициентов передачи k_{12} и k_{21} :

$$k = \sqrt{k_{12} \cdot k_{21}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_{11}}}. \quad (95)$$

Умножив числитель и знаменатель дроби на частоту колебаний в контурах ω , получим формулу коэффициента связи, пригодную и для схем с автотрансформаторной и внутренней емкостной связью,

$$k = \frac{\omega M}{\sqrt{\omega L_1 \omega L_{11}}} = \frac{x_{св}}{\sqrt{x_1 x_{11}}}, \quad (96)$$

где $x_{св}$ — реактивное сопротивление элемента связи;
 x_1, x_{11} — суммарные реактивные сопротивления тех элементов первичного и вторичного контуров, которые имеют знак (характер) элемента связи.

Например, для схемы с автотрансформаторной связью

$$x_{св} = \omega L_{св}, \quad x_1 = \omega(L_1 + L_{св}) = \omega L_1,$$

$$x_{11} = \omega(L_2 + L_{св}) = \omega L_{11}$$

и

$$k = \frac{x_{св}}{\sqrt{x_1 x_{11}}} = \frac{\omega L_{св}}{\sqrt{\omega L_1 \cdot \omega L_{11}}} = \frac{L_{св}}{\sqrt{L_1 L_{11}}}, \quad (97)$$

а для схемы с внутренней емкостной связью

$$k = \frac{x_{св}}{\sqrt{x_1 x_{11}}} = \frac{\frac{1}{\omega C_{св}}}{\sqrt{\frac{1}{\omega C_1} \cdot \frac{1}{\omega C_{11}}}} = \frac{\sqrt{C_1 C_{11}}}{C_{св}}. \quad (98)$$

В последней формуле $C_1 = \frac{C_1 C_{св}}{C_1 + C_{св}}$ и $C_{11} = \frac{C_2 C_{св}}{C_2 + C_{св}}$ — общие емкости первичного и вторичного контуров.

В случае внешней емкостной связи коэффициент связи выражается формулой

$$k = \frac{C_{св}}{\sqrt{(C_{св} + C_1)(C_{св} + C_2)}}. \quad (99)$$

Обычно емкость $C_{св}$ мала по сравнению с емкостями C_1 и C_2 , и поэтому можно пользоваться упрощенной формулой

$$k = \frac{C_{св}}{\sqrt{C_1 C_2}}.$$

Выведем формулу (99) через коэффициенты k_{12} и k_{21} . При определении k_{12} мысленно разрываем вторичный контур в точке \mathcal{Z} , а при выводе k_{21} отключаем генератор от точек $1-2$ и включаем его в разрыв вторичного контура (рис. 6.1, \mathcal{z}). Тогда k_{12} покажет, какую часть от напряжения, снимаемого с последовательно включенных конденсаторов $C_{св}$ и C_2 , составит напряжение, снимаемое с конденсатора C_2 . Отсюда коэффициент k_{12} равен отношению емкостных сопротивлений x_{C_2} к $x_{св} + x_{C_2}$:

$$k_{12} = \frac{x_{C_2}}{x_{св} + x_{C_2}} = \frac{1}{\omega C_2} : \left(\frac{1}{\omega C_{св}} + \frac{1}{\omega C_2} \right) = \frac{C_{св}}{C_2 + C_{св}}.$$

Аналогично можно написать

$$k_{21} = \frac{x_{C_1}}{x_{св} + x_{C_1}} = \frac{1}{\omega C_1} : \left(\frac{1}{\omega C_{св}} + \frac{1}{\omega C_1} \right) = \frac{C_{св}}{C_1 + C_{св}}.$$

Следовательно, общий коэффициент связи равен

$$k = \sqrt{k_{12} k_{21}} = \sqrt{\frac{C_{св}^2}{(C_{св} + C_1)(C_{св} + C_2)}} = \frac{C_{св}}{\sqrt{(C_{св} + C_1)(C_{св} + C_2)}}.$$

Этот результат совпадает с формулой (99).

Очевидно, что коэффициент связи в любой схеме можно увеличить за счет сопротивления связи, т. е. путем увеличения взаимной индуктивности M в трансформаторной схеме, увеличения индуктивности связи $L_{св}$ в автотрансформаторной схеме, уменьшения емкости связи $C_{св}$ при внутренней емкостной связи и увеличения $C_{св}$ при внешней емкостной связи.

36. Входное сопротивление связанных контуров

Электродвижущая сила генератора $\dot{\mathcal{E}}_1$ компенсирует падения напряжения на полном сопротивлении первичного контура Z_1 от тока этого контура I_1 и на сопротивлении связи $Z_{св}$ от тока вторичного контура \dot{I}_2 .

Следовательно, по второму закону Кирхгофа

$$\dot{\mathcal{E}}_1 = I_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_{св}. \quad (100)$$

Во вторичном контуре имеется лишь э. д. с., обусловленная током первичного контура I_1 в сопротивлении связи $Z_{св}$. Эта э. д. с. вызывает ток \dot{I}_2 в полном сопротивлении вторичного контура Z_2 , и поэтому сумма падений напряжения на сопротивлении связи $Z_{св}$ от тока I_1 и на сопротивлении Z_2 от тока \dot{I}_2 равна нулю:

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{I}_1 Z_{св} + \dot{I}_2 Z_2, \\ \dot{I}_2 &= -\dot{I}_1 \frac{Z_{св}}{Z_2}. \end{aligned} \quad (101)$$

Производим подстановку (101) в (100):

$$\dot{\mathcal{E}}_1 = \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_{св} = \dot{I}_1 \left(Z_1 - \frac{Z_{св}^2}{Z_2} \right).$$

Выражение в скобках определяет *входное сопротивление связанных контуров*, поскольку для вычисления полного сопротивления, оказываемого току генератора, нужно э. д. с. генератора $\dot{\mathcal{E}}_1$ разделить на ток генератора \dot{I}_1 . Входное сопротивление $Z_{вх}$ можно выразить через активное r_1 и реактивное x_1 сопротивления первичного контура, активное r_2 и реактивное x_2 сопротивления вторичного контура и реактивное сопротивление связи $x_{св}$, если иметь в виду, что $Z_1 = r_1 + jx_1$, $Z_2 = r_2 + jx_2$, $Z_{св} = jx_{св}$:

$$Z_{вх} = Z_1 - \frac{Z_{св}^2}{Z_2} = r_1 + jx_1 - \frac{(jx_{св})^2}{r_2 + jx_2} = r_1 + jx_1 + \frac{x_{св}^2}{r_2 + jx_2}.$$

Для выделения активной $R_{\text{вх}}$ и реактивной $X_{\text{вх}}$ составляющих входного сопротивления связанных контуров освобождаемся от мнимого члена в знаменателе дроби:

$$Z_{\text{вх}} = r_1 + jx_1 + \frac{x_{\text{св}}^2}{r_2 + jx_2} \cdot \frac{r_2 - jx_2}{r_2 - jx_2} = r_1 + jx_1 + \frac{x_{\text{св}}^2}{r_2^2 + x_2^2} r_2 - j \frac{x_{\text{св}}^2}{r_2^2 + x_2^2} x_2 = \left(r_1 + \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} r_2 \right) + j \left(x_1 - \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} x_2 \right),$$

здесь z_2 — модуль полного сопротивления вторичного контура.

Из полученного выражения ясно, что полное входное сопротивление имеет комплексный характер

$$Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}},$$

причем активная составляющая равна

$$R_{\text{вх}} = r_1 + \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} r_2, \quad (102)$$

а реактивная

$$X_{\text{вх}} = x_1 - \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} x_2. \quad (103)$$

Наличие составляющих $R_{\text{вх}}$ и $X_{\text{вх}}$ во входном сопротивлении системы контуров свидетельствует о том, что э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 сдвинута по фазе относительно тока генератора I_1 на угол

$$\psi_{\text{вх}} = \arctg \frac{X_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}}. \quad (104)$$

Если бы не было вторичного контура, то $R_{\text{вх}} = r_1$, а $X_{\text{вх}} = x_1$. Значит, вторые слагаемые в выражениях (102) и (103) обусловлены влиянием вторичного контура. Поэтому они называются *вносимыми сопротивлениями из вторичного контура в первичный* $r_{\text{вн}}$, $x_{\text{вн}}$:

$$R_{\text{вх}} = r_1 + r_{\text{вн}}, \quad X_{\text{вх}} = x_1 + x_{\text{вн}}. \quad (105)$$

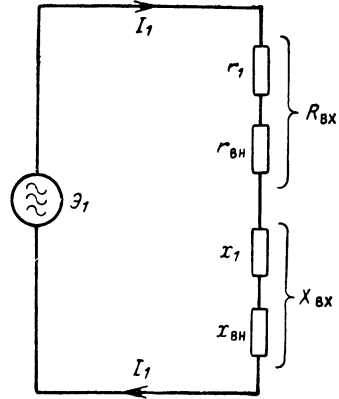
Сопоставив выражение (105) с (102), а затем с (103), можно убедиться в том, что активная и реактивная составляющие сопротивления, вносимого из вторичного контура в первичный, соответственно равны

$$r_{\text{вн}} = \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} r_2, \quad (106)$$

$$x_{\text{вн}} = - \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} x_2. \quad (107)$$

Знак минус указывает на то, что реактивное сопротивление, вносимое из вторичного контура в первичный, противоположно по знаку реактивному сопротивлению вторичного контура. Эквивалентная схема связанных контуров приведена на рис. 6.3.

Рис. 6.3. Эквивалентная схема связанных контуров.



37. Физический смысл вносимых сопротивлений

Рассмотрим физический смысл вносимых сопротивлений на примере индуктивно связанных контуров (рис. 6.1, а). Допустим, что оба контура в отдельности настроены в резонанс на частоту генератора ω_0 , т. е. $x_1 = x_2 = 0$. При этом условии ток первичного контура I_1 совпадает по фазе с э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 (рис. 6.4, а). Во вторичном контуре ток I_2 наводит э. д. с., которая по законам электромагнитной индукции отстает по фазе на 90° и равна $\mathcal{E}_2 = I_2 \omega_0 M$. Поскольку $x_2 = 0$, ток во вторичном контуре совпадает по фазе с вызвавшей его э. д. с. \mathcal{E}_2 и определяется частным \mathcal{E}_2/r_2 :

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} = \frac{I_1 \omega_0 M}{r_2}. \quad (108)$$

Этот ток, в свою очередь, наводит э. д. с. \mathcal{E}'_1 в первичном контуре, которая отстает по фазе на 90° от I_2 и равна

$$\mathcal{E}'_1 = I_2 \omega_0 M = \frac{I_1 \omega_0^2 M^2}{r_2}.$$

Из векторной диаграммы видно, что э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 находится в противофазе с наведенной э. д. с. \mathcal{E}'_1 . Значит, ток генератора I_1 равен частному от деления результирующей э. д. с. в первичном контуре $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}'_1$ на его сопротивление r_1 (реактивное сопротивление $x_1 = 0$):

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}'_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} - \frac{I_1 \omega_0^2 M^2}{r_1 r_2} = \frac{1}{r_1} \left(\mathcal{E}_1 - \frac{I_1 \omega_0^2 M^2}{r_2} \right).$$

Отсюда

$$\mathcal{E}_1 = I_1 r_1 + I_1 \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} = I_1 \left(r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} \right).$$

Входное сопротивление контура $R_{\text{вх}} = \mathcal{E}_1 / I_1$ оказалось чисто активным и состоящим из двух слагаемых:

$$R_{\text{вх}} = r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2}. \quad (109)$$

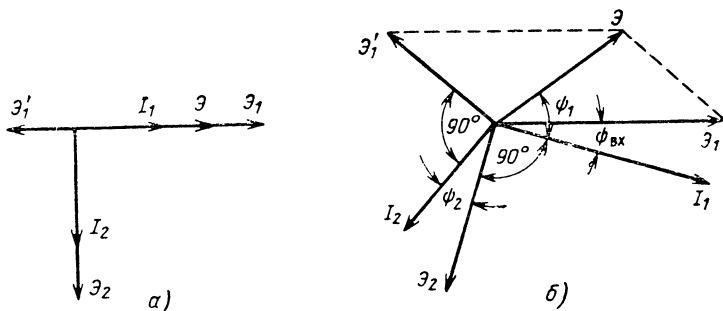


Рис. 6.4. Векторные диаграммы э. д. с. и токов в индуктивно связанных контурах.

Первое слагаемое — собственное сопротивление первичного контура r_1 , а второе — вносимое сопротивление

$$r_{\text{вн}} = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2}. \quad (110)$$

Формулы (109) и (110) можно получить из выражений (105)—(107), если в них подставить $x_1 = 0$, $x_2 = 0$.

Из сказанного следует, что один и тот же ток генератора можно выразить двумя формулами:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}'_1}{r_1} \quad \text{и} \quad I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_{\text{вх}}} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + r_{\text{вн}}}. \quad (111)$$

Первая формула показывает, что ток в первичном контуре уменьшился на величину \mathcal{E}'_1 / r_1 за счет противо-э. д. с. \mathcal{E}'_1 , индуцированной током вторичного контура. Вторая формула позволяет определить уменьшение тока I_1 как результат увеличения сопротивления первичного контура r_1 на величину вносимого сопротивления $r_{\text{вн}}$. Первое толкование отражает физическую сущность процессов, а второе — облегчает расчеты, но не соответствует физике явлений,

так как никакие сопротивления нельзя «внести» из одной цепи в другую.

Сопоставляя принципиальную (рис. 6.1) и эквивалентную (рис. 6.3) схемы связанных контуров, убеждаемся в том, что с точки зрения нагрузки на генератор сопротивления, вносимые в первичный контур, равнозначны всему вторичному контуру. Поэтому *мощность P_2 , поступающая во вторичный контур, равна мощности, выделяемой на вносимом сопротивлении в первичный контур.* Математически это доказывается так.

При действующем значении тока во вторичном контуре I_2 и активном сопротивлении его r_2 мощность

$$P_2 = I_2^2 r_2.$$

Сделав подстановку из выражений (108) и (110), представляем ту же мощность в виде

$$P_2 = I_1^2 \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2^2} r_2 = I_1^2 \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} = I_1^2 r_{\text{вн}},$$

что и требовалось доказать.

Нами рассмотрен частный случай, когда оба контура порознь настроены в резонанс, при этом вторичный контур не изменяет настройки первичного контура ($x_{\text{вн}} = 0$) и вносимое сопротивление имеет чисто активный характер.

В общем случае векторная диаграмма (рис. 6.4, б) строится, исходя из того, что оба контура расстроены и их сопротивления имеют комплексный характер: $Z_1 = r_1 + jx_1$, $Z_2 = r_2 + jx_2$. В таких условиях ток первичного контура I_1 не синфазен с результирующей э. д. с. \mathcal{E} , а сдвинут относительно нее на угол $\psi_1 = \arctg \frac{x_1}{r_1}$, так же как ток вторичного контура I_2 не синфазен с \mathcal{E}_2 , а сдвинут относительно нее на угол $\psi_2 = \arctg \frac{x_2}{r_2}$. По-прежнему в соответствии с законом электромагнитной индукции, э. д. с. \mathcal{E}_2 отстает по фазе от тока I_1 , а э. д. с. \mathcal{E}'_1 — от тока I_2 на 90° . Осталось построить вектор э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 путем вычитания из вектора результирующей э. д. с. \mathcal{E} вектора э. д. с. \mathcal{E}'_1 , наведенной в первичном контуре током вторичного контура.

Судя по положению найденного вектора \mathcal{E}_1 , аргумент входного сопротивления $\psi_{\text{вх}} = \arctg X_{\text{вх}}/R_{\text{вх}}$ не равен углу $\psi_1 = \arctg \frac{x_1}{r_1}$.

Иначе говоря, ток вторичного контура под влиянием э. д. с. \mathcal{E}'_1 изменил ток первичного контура I_1 не только по величине, но и по фазе. Действительно, если бы не было \mathcal{E}'_1 , то э. д. с. генератора \mathcal{E}_1 являлась бы одновременно э. д. с. \mathcal{E} , и тогда углы $\psi_{\text{вх}}$ и ψ_1 совпали бы.

Показанная на рис. 6.4, б векторная диаграмма соответствует индуктивному характеру сопротивлений вторичного контура (I_2 отстает по фазе от \mathcal{E}_2) и первичного контура (I_1 отстает от \mathcal{E}). При этом реактивная составля-

щая вносимого сопротивления должна быть емкостной ($x_{вн}$ и x_2 имеют обратные знаки), что подтверждается диаграммой. за счет э. д. с. $\dot{\mathcal{E}}_1'$ отставание по фазе тока I_1 от э. д. с. генератора $\dot{\mathcal{E}}_1$ уменьшилось от ψ_1 до $\psi_{вх}$.

Наблюдаемое изменение тока первичного контура под влиянием э. д. с. $\dot{\mathcal{E}}_1'$ записывается в виде

$$I_1 = \frac{\dot{\mathcal{E}}}{Z_1} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1 + \dot{\mathcal{E}}_1'}{Z_1} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1 + \dot{\mathcal{E}}_1'}{r_1 + jx_1},$$

а с помощью вносимых сопротивлений — в виде

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{Z_{вх}} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{R_{вх} + jX_{вх}} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{(r_1 + r_{вн}) + j(x_1 + x_{вн})}.$$

Обобщаем сказанное: в любых условиях вносимые сопротивления — условные понятия, посредством которых можно рассчитать полное изменение тока, происходящее под действием э. д. с., вводимой в данную цепь током другой цепи.

Соотношение между сопротивлениями $r_{вн}$ и r_1 может характеризовать величину связи между контурами. Если $r_{вн} < r_1$, то связь называется слабой, а если $r_{вн} > r_1$ — сильной.

38. Частные резонансы

На рис. 6.5 связанные контуры представлены в виде четырехполюсника, на вход которого подается э. д. с. $\dot{\mathcal{E}}_1$, а выходное напряжение U_2 снимается с емкостного сопротивления $1/\omega C_2$. В области частот, близких к собственной частоте контуров ω_0 , сопротивление $1/\omega C_2 \approx 1/\omega_0 C_2 = \rho_2$ и выходное напряжение $U_2 = I_2 \rho_2$. Отсюда следует вывод, что для получения наибольшего коэффициента передачи напряжения ток во вторичном контуре I_2 должен быть максимальным. При этом мощность колебаний во вторичном контуре также получается максимальной.

Необходимые ток и напряжение во вторичном контуре устанавливаются настройкой контуров в резонанс. Элементами настройки служат: в первичном контуре — конденсатор переменной емкости C_1 (им регулируется реактивное сопротивление x_1), во вторичном контуре — конденсатор переменной емкости C_2 (им регулируется реактивное сопротивление x_2) и взаимоиנדуктивность между контурами M (ею регулируется сопротивление связи $x_{св}$, а следовательно, и вносимые сопротивления $r_{вн}$ и $x_{вн}$).

Различают несколько видов резонанса.

Первый частный резонанс означает, что максимумы коэффициента передачи напряжения и тока во вторичном контуре достигаются только настройкой первичного контура. *Второй частный резонанс* заключается в получении максимумов коэффициента передачи напряжения и тока во вторичном контуре посредством настройки

вторичного контура. При первом и втором частных резонансах эти максимумы еще не достигают того предела, который наблюдается при полной настройке.

Будем поддерживать неизменной частоту и амплитуду э. д. с. генератора, изменяя лишь собственную частоту первичного контура ω_1 конденсатором C_1 . При этом изменится реактивное сопротивление первичного контура x_1 , а с ним и реактивная составляющая входного сопротивления четырехполюсника $X_{вх} = x_1 + x_{вн}$. Когда собственная частота ω_1 станет равной некоторой величине ω_{01} , сопротивление x_1 окажется численно равным и противоположным по знаку сопротивлению $x_{вн}$. Тогда $X_{вх}$ будет равно нулю и за счет этого ток

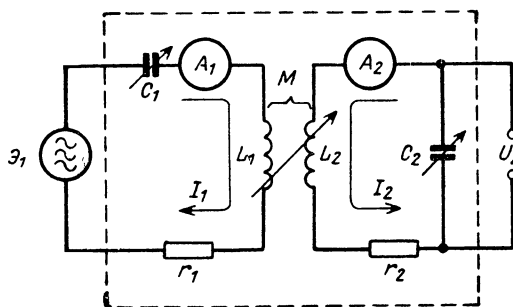


Рис. 6.5. Связанные контуры как четырехполюсник.

первичного контура I_1 достигнет максимума (рис. 6.6, а). Это, очевидно, приведет к увеличению до максимума э. д. с. и тока во вторичном контуре I_2 , т. е. наступит первый частный резонанс. Отсюда следует вывод: по мере приближения собственной частоты первичного контура ω_1 к частоте первого частного резонанса ω_{01} токи в обоих контурах возрастают.

Теперь положим, что настройка первичного контура произвольна и постоянна так же, как амплитуда и частота э. д. с. генератора. При этом собственная частота вторичного контура ω_2 изменяется конденсатором C_2 . Так как от частоты ω_2 зависит реактивное сопротивление вторичного контура x_2 , то таким способом можно добиться, чтобы сопротивление x_2 было численно равно и противоположно по знаку реактивному сопротивлению, вносимому из первичного контура во вторичный¹. Полное сопротивление вторичного контура станет чисто активным и минимальным, а ток в этом контуре I_2 — максимальным (рис. 6.6, б), т. е. наступит второй частный резонанс.

Увеличение тока I_2 сопровождается ростом э. д. с., индуцируемой этим током в первичном контуре. Вместе с индуцируемой

¹ Этим сопротивлением учитывается изменение тока I_2 , которое произошло бы под влиянием тока I_1 , если бы генератор был включен во вторичный контур вместо первичного.

э. д. с. растёт и сопротивление, вносимое из вторичного контура в первичный. В результате понижается ток в первичном контуре. Значит, отклонение собственной частоты ω_2 от частоты второго частного резонанса ω_{02} сопровождается уменьшением тока во вторичном контуре I_2 и увеличением тока в первичном контуре I_1 .

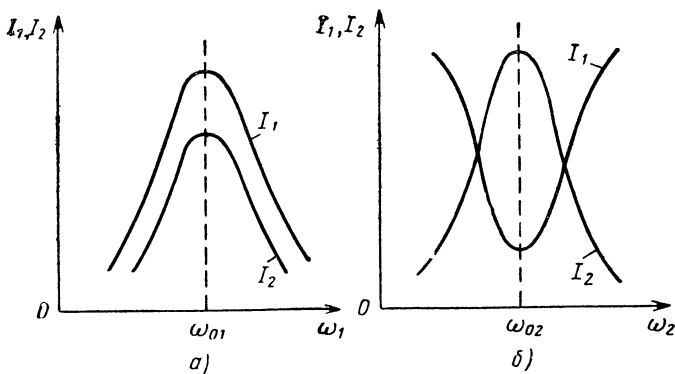


Рис. 6.6. Зависимость токов в связанных контурах от собственных частот первичного (а) и вторичного (б) контуров.

Изменения токов в контурах, показанные на рис. 6.6, справедливы, строго говоря, при небольшой расстройке контуров.

39. Полный резонанс

Предельный максимум тока во вторичном контуре достигается при *полном и сложном резонансе*.

Условия полного резонанса. Настройка в полный резонанс производится в такой последовательности:

1) при отключенном вторичном контуре настраивают первичный контур для получения в нем наибольшего тока I_{1m} ; поскольку это одиночный контур, ток I_{1m} получается тогда, когда собственная частота контура ω_0 равна частоте генератора, а реактивное сопротивление $x_1 = 0$;

2) устанавливают весьма слабую связь и настраивают вторичный контур до образования в нем наибольшего тока I_{2m} ; так как связь очень слабая, то вносимыми сопротивлениями можно пренебречь и считать, что ток I_{2m} получается, как в одиночном контуре, при $x_2 = 0$, т. е. когда собственная частота вторичного контура равна той же частоте генератора ω_0 ;

3) усиливают связь между контурами до тех пор, пока ток во вторичном контуре не достигнет своего предельного максимума (максимум — максимуму) I_{2mm} .

После первых двух этапов настройки ($x_1 = 0$ и $x_2 = 0$) реактивные составляющие вносимого и входного сопротивлений равны нулю:

$$x_{\text{вн}} = -\frac{\omega_0^2 M^2}{z_2^2} x_2 = 0, \quad X_{\text{вх}} = x_1 + x_{\text{вн}} = 0.$$

Остаются лишь активные составляющие сопротивлений, из которых вносимое сопротивление определяется по формуле (110), а входное — по формуле (109). Следовательно, ток в первичном контуре равен

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_{\text{вх}}} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2}} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1 \left(1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_1 r_2}\right)}. \quad (112)$$

Обозначим $\frac{\omega_0 M}{\sqrt{r_1 r_2}} = y$ и будем увеличивать y за счет M . Так как \mathcal{E}_1 и r_1 не зависят от M , то ток I_1 согласно выражению (112) будет изменяться обратно пропорционально функции $1 + y^2$. Эта функция растет медленнее при $y < 1$ и быстрее при $y > 1$. Например, если увеличить y от 0,4 до 0,8, а затем от 1,2 до 2,4, то в первом случае функция $1 + y^2$ увеличится в $\frac{1 + 0,8^2}{1 + 0,4^2} = 1,41 < 2$, а во втором случае — в $\frac{1 + 2,4^2}{1 + 1,2^2} = 2,77 > 2$. Значит, величине $y = y_{\text{кр}} = 1$ соответствуют критические значения взаимоиндуктивности $M = M_{\text{кр}}$ и сопротивления связи $x_{\text{св}} = x_{\text{св кр}}$:

$$x_{\text{св кр}} = \omega_0 M_{\text{кр}} = y_{\text{кр}} \sqrt{r_1 r_2} = \sqrt{r_1 r_2}. \quad (113)$$

Зная закон изменения функции $1 + y^2 = 1 + \omega_0^2 M^2 / r_1 r_2$, можно сказать, что ток I_1 при $M < M_{\text{кр}}$ убывает медленнее, а при $M > M_{\text{кр}}$ — быстрее, чем растет взаимоиндуктивность M (рис. 6.7). Ток вторичного контура

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} = \frac{I_1 \omega_0 M}{r_2} = \frac{I_1 x_{\text{св}}}{r_2} \quad (114)$$

с ростом взаимоиндуктивности увеличивается прямо пропорционально M и уменьшается в соответствии с током I_1 . В результате получается, что с увеличением связи ток вторичного контура сначала увеличивается, а затем уменьшается. Максимум тока $I_{2\text{мт}}$ оказывается предельным и достигается при $M = M_{\text{кр}}$, т. е. полный резонанс наблюдается при оптимальной или критической связи.

Название «оптимальная связь» происходит от того, что ей соответствует наибольшая мощность во вторичном контуре, а «критическая связь» — от того, что ей соответствует существенное изменение формы амплитудно-частотной характеристики¹.

¹ Если параметры первичного и вторичного контуров неодинаковы, то критическая и оптимальная связи несколько отличаются.

Величину оптимальной (критической) связи можно определить другим способом. Так, из эквивалентной схемы связанных контуров (рис. 6.3) видно, что если рассматривать вторичный контур, т. е. сопротивление $r_{вн}$, как нагрузку, то сопротивление r_1 будет внутренним сопротивлением источника питания этой нагрузки. Из курса

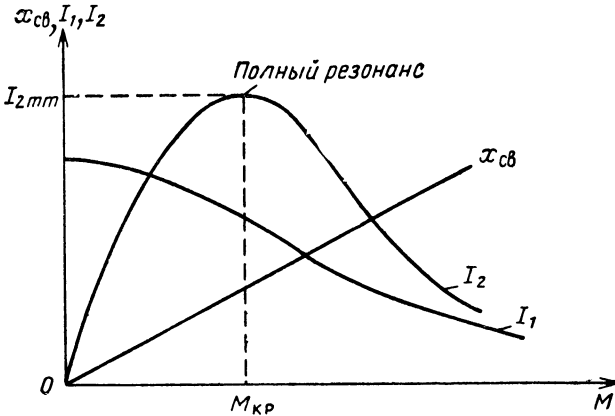


Рис. 6.7. Зависимость токов в контурах от взаимной индуктивности между ними.

электротехники известно, что наибольшая мощность поступает в нагрузку тогда, когда сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению генератора (при условии постоянства амплитуды э. д. с. генератора и независимости ее от нагрузки). В данном случае это означает, что наибольший ток I_{2max} во вторичном контуре получается при $r_{вн} = r_1$, т. е. при

$$r_1 = \frac{x_{св\ кр}^2}{r_2} = \frac{\omega_0^2 M_{кр}^2}{r_2},$$

откуда

$$x_{св\ кр} = \omega_0 M_{кр} = \sqrt{r_2 r_2}. \quad (113)$$

Это совпадает с ранее полученной формулой.

Разделим левую, а затем правую части равенства на $\sqrt{\omega_0 L_1 \omega_0 L_{11}}$:

$$\frac{\omega_0 M_{кр}}{\sqrt{\omega_0 L_1 \omega_0 L_{11}}} = \frac{M_{кр}}{\sqrt{L_1 L_{11}}} = k_{кр},$$

$$\sqrt{\frac{r_1 r_2}{\omega_0 L_1 \omega_0 L_{11}}} = \sqrt{\frac{r_1}{\rho_1} \cdot \frac{r_2}{\rho_2}} = \sqrt{d_1 d_2},$$

здесь $k_{кр}$ — коэффициент критической связи;

d_1, d_2 — затухание первичного и вторичного контуров.

Таким образом, установлено третье условие полного резонанса (первые два $x_1 = 0, x_2 = 0$): $k_{кр} = \sqrt{d_1 d_2}$. Когда связанные контуры одинаковы ($d_1 = d_2 = d$), то $k_{кр} = d$, т. е. полный резонанс получается при коэффициенте связи, численно равном затуханию одного из связанных контуров.

Напряжения, токи и энергетические соотношения. Из равенства $r_1 = r_{вн}$ следует, что входное сопротивление

$$R_{вх} = r_1 + r_{вн} = 2r_1,$$

а ток в первичном контуре

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_{вх}} = \frac{\mathcal{E}_1}{2r_1}. \quad (115)$$

Этот ток индуцирует во вторичном контуре э. д. с.

$$\mathcal{E}_2 = I_1 \omega_0 M_{кр} = \frac{\omega_0 M_{кр} \mathcal{E}_1}{2r_1},$$

которая вызывает в нем ток, равный с учетом выражения (113)

$$I_{2mm} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} = \frac{\mathcal{E}_1 \omega_0 M_{кр}}{2r_1 r_2} = \frac{\mathcal{E}_1}{2\sqrt{r_1 r_2}}. \quad (116)$$

Выходное напряжение U_{2mm} снимается с емкостного сопротивления $\frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{\omega_0 C_2} = \rho_2$. Следовательно, при одинаковых контурах ($r_1 = r_2 = r, \rho_1 = \rho_2 = \rho$)

$$U_{2mm} = I_{2mm} \rho_2 = \frac{\mathcal{E}_1 \rho_2}{2\sqrt{r_1 r_2}} = \frac{\mathcal{E}_1 \rho}{2r} = \frac{\mathcal{E}_1 Q}{2},$$

а коэффициент передачи напряжения

$$K_{mm} = \frac{U_{2mm}}{\mathcal{E}_1} = \frac{Q}{2}. \quad (117)$$

Сопоставив формулы коэффициентов передачи напряжения последовательного контура при его резонансе ($K_0 = Q$) и связанных контуров при полном резонансе ($K_{mm} = Q/2$), можно заметить, что второй коэффициент меньше первого в два раза. Причина этого заключается в том, что при равенстве $r_1 = r_{вн}$ только половина мощности, расходуемой генератором, поступает во вторичный контур, а остальная мощность теряется в первичном контуре.

При настройке ряда схем, содержащих связанные контуры, стремятся к увеличению не коэффициента передачи напряжения, а мощности при минимальных затратах энергии. В таких случаях сначала контуры настраивают в резонанс при слабой связи, т. е. получают $x_1 = 0, x_2 = 0$, а затем подбирают связь, исходя из следующих соображений.

Колебательная мощность генератора P_k расходуется в первичном P_1 и вторичном P_2 контурах. Все эти мощности можно выразить через ток первичного контура I_1 , если учесть, что этот ток определяет мощность P_1 на сопротивлении r_1 и мощность P_2 на вносимом сопротивлении $r_{вн}$:

$$P_k = P_1 + P_2 = I_1^2 r_1 + I_1^2 r_{вн}.$$

Мощность P_1 в соответствии с изменением тока I_1 уменьшается с усилением связи, но при $r_{вн} < r_1$ медленнее, чем при $r_{вн} > r_1$ (рис. 6.8). Мощность $P_2 = I_2^2 r_2$ согласно изменениям тока I_2 повышается до максимума $P_{2\max}$ при усилении связи от нуля ($r_{вн} = 0$)

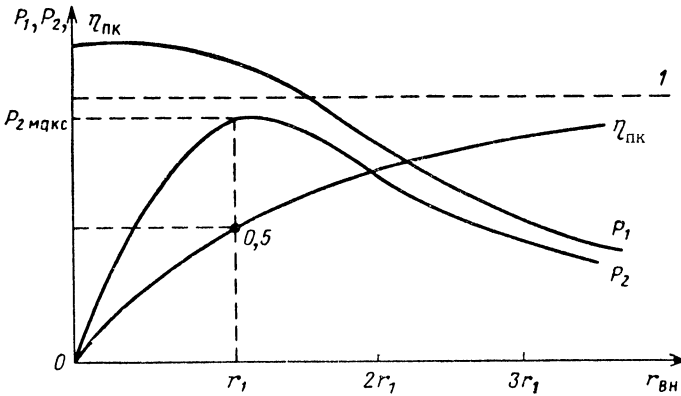


Рис. 6.8. Зависимость мощностей в связанных контурах и к. п. д. промежуточного контура от $r_{вн}$.

до критической ($r_{вн} = r_1$), после чего P_2 понижается. Этим объясняется, почему к. п. д. первичной цепи (промежуточного контура) $\eta_{пк}$, равный отношению мощности во вторичном контуре P_2 ко всей колебательной мощности генератора $P_k = P_1 + P_2$, неизменно растет с усилением связи между контурами (ростом $r_{вн}$). Такой же вывод следует из формулы

$$\eta_{пк} = \frac{P_2}{P_k} = \frac{I_1^2 r_{вн}}{I_1^2 r_1 + I_1^2 r_{вн}} = \frac{r_{вн}}{r_1 + r_{вн}}. \quad (118)$$

При полном резонансе ($r_{вн} = r_1$) к. п. д. промежуточного контура равен

$$\eta_{пк} = \frac{r_{вн}}{r_1 + r_{вн}} = 0,5,$$

т. е. в обоих контурах поровну распределяется мощность генератора ($P_1 = P_2$). Если требуется более высокий к. п. д. $\eta_{пк}$, то отказываются от применения полного резонанса и устанавливают связь, большую критической, но это влечет за собой некоторое понижение мощности колебаний во вторичном контуре.

40. Амплитудно-частотные характеристики связанных контуров

Форма характеристик. Форма амплитудно-частотной характеристики одиночного контура определяется его добротностью, а форма амплитудно-частотной характеристики связанных контуров — еще и коэффициентом связи. Рассмотрим эту характеристику. Будем считать, что контуры связаны индуктивно, имеют одинаковые параметры L, C, r и собственная частота каждого контура равна ω_0 . Остановимся на характеристиках для трех значений коэффициента связи k : равного, меньшего и большего критического (рис. 6.9).

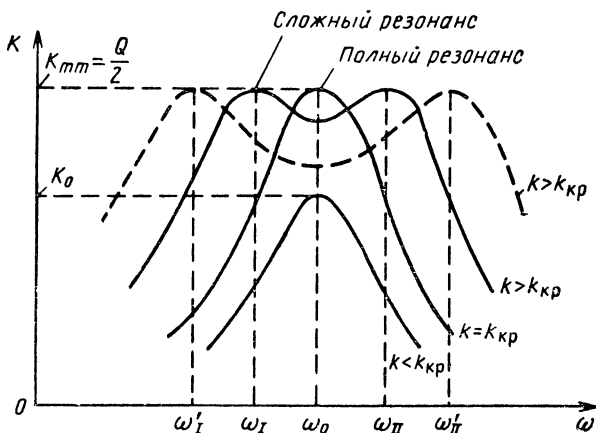


Рис. 6.9. Амплитудно-частотные характеристики связанных контуров.

При критической связи ($k = k_{кр}$) и частоте генератора $\omega = \omega_0$ наблюдается, как известно, полный резонанс. Коэффициент передачи напряжения достигает предельного максимума $K_{т.м.} = Q/2$. Напомним, что это происходит благодаря равенству активных сопротивлений: вносимого из вторичного контура в первичный $r_{вн}$ и первичного контура r_1 :

$$\frac{\omega_0^2 M_{кр}^2}{r_2} = r_1.$$

Отклонение частоты генератора ω от значения ω_0 вызывает расстройку контуров, увеличивает их реактивные сопротивления x_1, x_2 и за счет этого уменьшаются токи в контурах, а следовательно, и коэффициент передачи напряжения схемы.

При связи, меньшей критической ($k < k_{кр}$), амплитудно-частотная характеристика имеет аналогичную форму, но максимум характеристики расположен ниже, чем при $k = k_{кр}$. Причина заключается в том, что уже не соблюдается условие получения предельной мак-

симальной мощности во вторичном контуре: сопротивление r_1 осталось прежним, а вносимое сопротивление стало меньшим, чем $r_{1\text{кп}}$, так как взаимдуктивность $M < M_{\text{кп}}$:

$$r_{\text{вн}} = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} < \frac{\omega_0^2 M_{\text{кп}}^2}{r_2} = r_{1\text{кп}}.$$

Если связь больше критической ($k > k_{\text{кп}}, M > M_{\text{кп}}$), то при $\omega = \omega_0$ модуль коэффициента передачи напряжения K , как и в предыдущем случае, меньше, чем $K_{\text{мм}} = Q/2$. Причина та же: сопротивления $r_{\text{вн}}$ и r_1 не равны между собой, только знак неравенства теперь обратный ($r_{\text{вн}} > r_1$), поскольку $M > M_{\text{кп}}$:

$$r_{\text{вн}} = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} > \frac{\omega_0^2 M_{\text{кп}}^2}{r_2} = r_{1\text{кп}}.$$

Неравенство $r_{\text{вн}} > r_1$ ослабляется, когда частота генератора ω отклоняется от ω_0 , поскольку расстройка вторичного контура сопровождается ростом его реактивного сопротивления x_2 , а это уменьшает вносимое сопротивление

$$r_{\text{вн}} = \frac{\omega^2 M^2}{z_2^2} r_2 = \frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + x_2^2} r_2.$$

В результате при определенных частотах $\omega = \omega_1 = 2\pi f_1$ и $\omega = \omega_{11} = 2\pi f_{11}$, называемых *частотами связи*, наступает равенство $r_{\text{вн}} = r_1$:

$$\frac{\omega_{1(\text{II})}^2 M^2}{z_2^2} r_2 = r_1. \quad (119)$$

Опять мощность во вторичном контуре, ток в нем и коэффициент передачи напряжения достигают своего предельного максимума:

$$I_{2\text{мм}} = \frac{\mathcal{E}_1}{2\sqrt{r_1 r_2}}, \quad K = K_{\text{мм}} = \frac{Q}{2}.$$

Равенство (119) позволяет определить сопротивление связи, соответствующее частотам связи ($\omega = \omega_1, \omega_{11}$):

$$\omega_{1(\text{II})} M = z_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}. \quad (120)$$

Отсюда реактивная составляющая вносимого сопротивления в первичный контур равна

$$x_{\text{вн}} = -\frac{\omega_{1(\text{II})}^2 M^2}{z_2^2} x_2 = -\frac{z_2^2 \frac{r_1}{r_2}}{z_2^2} x_2 = -\frac{r_1}{r_2} x_2.$$

При одинаковых контурах ($r_1 = r_2$; $x_1 = x_2$)

$$x_{\text{вн}} = -\frac{r_1}{r_1} x_1 = -x_1,$$

т. е. в первичный контур вносится реактивное сопротивление, которое численно равно и противоположно по знаку собственному реактивному сопротивлению первичного контура, а реактивная составляющая входного сопротивления связанной системы контуров равна нулю:

$$X_{\text{вх}} = x_1 + x_2 = x_1 - x_1 = 0.$$

Это, как известно, признак резонанса, который в данном случае называется *сложным*.

В области частот ω , меньших так называемой «медленной» частоты связи ω_1 и больших «быстрой» частоты связи ω_{11} , модуль коэффициента передачи и ток во вторичном контуре убывают вследствие того, что возросшее реактивное сопротивление x_2 слишком уменьшает вносимое сопротивление $r_{\text{вн}}$ и оно оказывается меньше r_1 ; кроме того, здесь сказывается уменьшение тока первичного контура вследствие расстройки этого контура.

Итак, *при связи, меньшей критической, амплитудно-частотная характеристика имеет один максимум, который ниже предельного ($K_0 < K_{\text{мм}}$); при критической связи этот максимум достигает наивысшего уровня $K_{\text{мм}}$ (полный резонанс), а при связи, большей критической, на уровне $K_{\text{мм}}$ имеются два максимума (сложный резонанс).*

Если подставить $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$ в формулу (120), выведенную для сложного резонанса, то получится условие полного резонанса

$$\omega_{1(11)} M = z_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = r_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt{r_1 r_2} = \omega_0 M_{\text{кр}}.$$

Следовательно, полный резонанс — частный случай сложного. Результат их одинаковый ($I_2 = I_{2\text{мм}}$, $K = K_{\text{мм}}$), но полный резонанс наблюдается при критической связи между контурами ($M = M_{\text{кр}}$, $x_{\text{св}} = x_{\text{св кр}} = \sqrt{r_1 r_2}$) и частоте колебаний, равной собственной частоте контура ($\omega = \omega_0$), а сложный резонанс наблюдается при $\omega_1 < \omega_0$, $\omega_{11} > \omega_0$ и более сильной связи $M > M_{\text{кр}}$,

$$x_{\text{св}} = z_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}.$$

Частоты связи. Оба контура рассматриваемых схем последовательные. Поэтому зависимость реактивного сопротивления любого из них (x_1 , x_2) от частоты генератора ω (рис. 6.10) такая же, как на рис. 4.5, а.

В соответствии с формулой

$$x_{\text{вн}} = -\frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + x_2^2} x_2 \quad (121)$$

реактивная составляющая вносимого сопротивления обратна по знаку сопротивлению x_2 , равна нулю при резонансе ($\omega = \omega_0$) и по абсолютной величине возрастает, а затем убывает с отклонением от частоты ω_0 . Это обусловлено тем, что при малой расстройке, пока $x_2 < r_2$, изменение x_2 имеет большее влияние на величину числителя, чем на знаменатель формулы (121); при большей расстройке, наоборот, важнее величина x_2 в знаменателе, поскольку она берется в квадрате.

Алгебраическая сумма собственного x_1 и вносимого $x_{вн}$ сопротивлений выражает реактивную составляющую входного сопротивления $X_{вх}$. Результаты сложения зависят от коэффициента

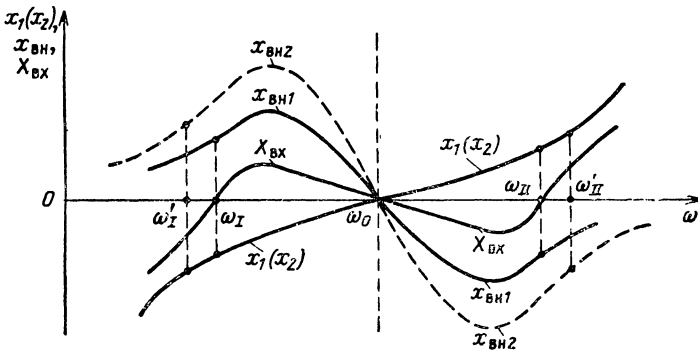


Рис. 6.10. Зависимость реактивных составляющих собственного, вносимого и входного сопротивлений связанных контуров от частоты.

связи k . Если $k = k_{кр}$, то вносимое сопротивление $x_{вн}$ мало и равенство $|x_1| = |x_{вн}|$ соблюдается только при одной частоте $\omega = \omega_0$, тогда $|x_1| = |x_{вн}| = 0$ и $X_{вх} = x_1 + x_{вн} = 0$.

Это соответствует полному резонансу. Если же связь больше критической, то сопротивление $x_{вн}$ больше и равенства $|x_1| = |x_{вн}|$ и $X_{вх} = 0$ соблюдаются при частотах $\omega = \omega_I$ и $\omega = \omega_{II}$. Это и есть частоты связи, соответствующие сложному резонансу.

После ряда преобразований условия сложного резонанса

$$X_{вх} = x_1 - \frac{x_{св}^2}{r_2^2 + x_2^2} x_2 = 0$$

определяются частоты связи:

$$\omega_I = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}, \quad \omega_{II} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}. \quad (122)$$

Из формулы (122) следует, что, чем больше коэффициент связи, тем меньше «медленная» частота связи ω_I и больше «быстрая» частота

связи ω_{11} по сравнению с собственной частотой каждого контура ω_0 . Для иллюстрации этого на рис. 6.10 нанесены две кривые вносимого сопротивления $x_{вн}$: сплошная — для меньшего и пунктирная — для большего коэффициента связи. В первом случае вносимое сопротивление меньше, и потому равенство $|x_{вн}| = |x_1|$ наступает при частотах связи ω_1, ω_{11} , которые ближе, чем ω_1 и ω_{11} , к собственной частоте контуров ω_0 (см. также рис. 6.9). Описанная зависимость частот связи от коэффициента связи показана на рис. 6.11.

Наличие двух частот ω_1 и ω_{11} в связанных контурах оказывает существенное влияние на происходящие в них *переходные процессы*.

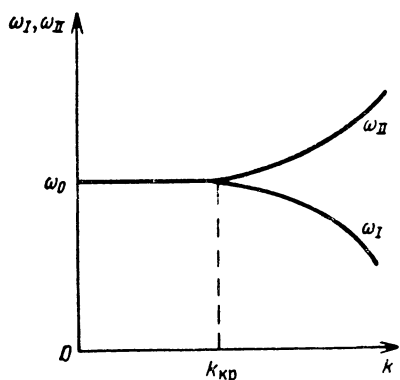


Рис. 6.11. Зависимость частот связи от коэффициента связи.

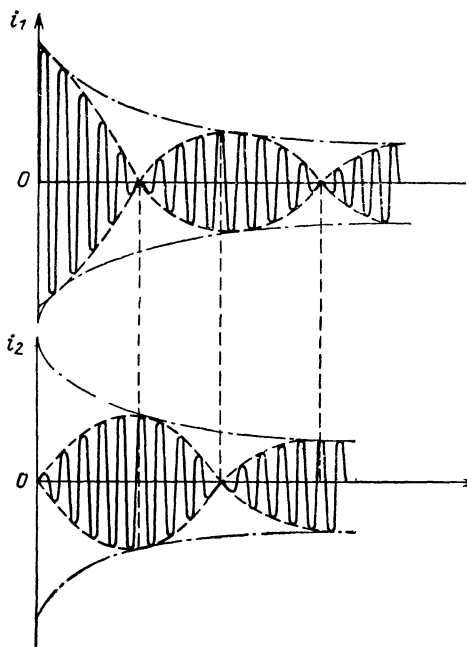


Рис. 6.12. Свободные колебания при ударном возбуждении связанных контуров.

Если возбудить единичным коротким импульсом систему из двух одинаковых по параметрам контуров, то возникнут свободные затухающие колебания с двумя различными частотами, близкими к частотам связи ω_1, ω_{11} . Когда коэффициент связи k сравнительно невелик, частоты ω_1 и ω_{11} отличаются незначительно и результирующие колебания образуют биения. Частота заполнения равна полусумме частот ω_1 и ω_{11} , т. е. практически равна собственной частоте каждого контура ($\frac{\omega_1 + \omega_{11}}{2} \approx \omega_0$), а частота огибающей равна разности $\omega_{11} - \omega_1$.

Сравнивая токи i_1, i_2 в контурах (рис. 6.12), замечаем, что при максимальной амплитуде тока первичного контура амплитуда тока вторичного контура равна нулю и наоборот. Это объясняется тем,

что запасенная в одном контуре электромагнитная энергия переходит за четверть периода в другой контур, затем обратно в первый контур и т. д.

В случае включения генератора синусоидальной э. д. с. в схему связанных контуров переходный процесс складывается из вынужденных колебаний с частотой генератора ω_0 и свободных колебаний типа

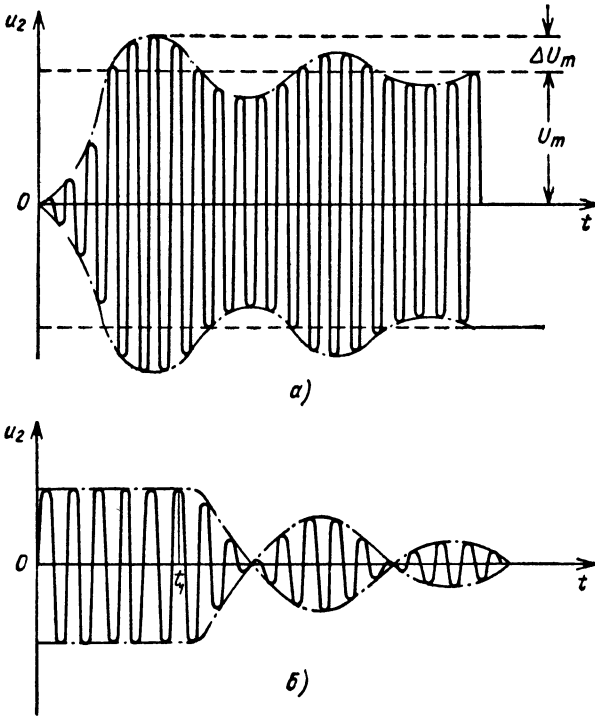


Рис. 6.13. Напряжение на конденсаторе вторичного контура при включении (а) и выключении (б) генератора синусоидальной э. д. с., питающего связанные контуры.

биений (рис. 6.13, а). В результате огибающая нарастает не монотонно, как в одиночном контуре, а имеет затухающие выбросы ΔU_m относительно стационарного значения U_m , которые тем больше, чем больше коэффициент связи k . Например, первый выброс ΔU_m равен $0,04U_m$ при критической связи ($k = k_{кр}$), а при максимально допустимой связи $k = 2,41k_{кр}$ (см. § 41) достигает величины $\Delta U_m = 0,27U_m$. Выбросы амплитуды нежелательны, и это, в частности, заставляет ограничивать коэффициент связи.

Свободные колебания в связанных контурах имеют форму биений и после выключения синусоидальной э. д. с. (рис. 6.13, б).

Уравнение амплитудно-частотных характеристик. Выведем уравнение амплитудно-частотной характеристики применительно к двум одинаковым индуктивно связанным контурам, каждый из которых последовательный $[Z_1 = Z_2 = Z = r(1 + ja)$ и $Z_{св} = j\omega M]$. Из § 36 известно, что

$$i_1 = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{Z_{вх}} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{Z_1 - \frac{Z_{св}^2}{Z_2}} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{Z - \frac{(j\omega M)^2}{Z}} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{Z + \frac{\omega^2 M^2}{Z}}, \quad (123)$$

$$i_2 = -\frac{i_1 Z_{св}}{Z_2} = -\frac{\dot{\mathcal{E}}_1 j\omega M}{Z(Z + \frac{\omega^2 M^2}{Z})} = -\frac{\dot{\mathcal{E}}_1 j\omega M}{Z^2 + \omega^2 M^2}.$$

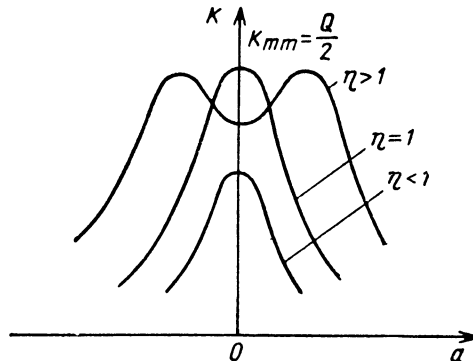


Рис. 6.14. Зависимость модуля коэффициента передачи напряжения связанных контуров от обобщенной расстройки.

Выходное напряжение \dot{U}_2 снимается с емкости вторичного контура, которая имеет сопротивление $\frac{1}{j\omega C} \approx -j\frac{1}{\omega_0 C} = -j\rho$. Поэтому

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= -j i_2 \rho = j^2 \frac{\dot{\mathcal{E}}_1 \omega M \rho}{Z^2 + \omega^2 M^2} = -\frac{\dot{\mathcal{E}}_1 \omega M \rho}{r^2 (1 + ja)^2 + \omega^2 M^2} = \\ &= -\frac{\dot{\mathcal{E}}_1 \omega M \rho}{r^2 \left[(1 + ja)^2 + \frac{\omega^2 M^2}{r^2} \right]} = -\frac{\dot{\mathcal{E}}_1 \omega M Q}{r \left[(1 + ja)^2 + \frac{\omega^2 M^2}{r^2} \right]}. \end{aligned}$$

Обозначим отношение данного коэффициента связи к критическому буквой η (параметр связи): $\eta = \frac{k}{k_{кр}} = \frac{x_{св}}{x_{св кр}} = \frac{\omega M}{\sqrt{r_1 r_2}} = \frac{\omega M}{r}$.

Тогда коэффициент передачи напряжения связанных контуров равен

$$\begin{aligned} K &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{\mathcal{E}}_1} = -\frac{\omega M Q}{r \left[(1 + ja)^2 + \frac{\omega^2 M^2}{r^2} \right]} = -\frac{Q \eta}{(1 + ja)^2 + \eta^2} = \\ &= -\frac{Q \eta}{(1 + \eta^2 - a^2) + j 2a}, \end{aligned}$$

а модуль этого коэффициента

$$K = \frac{Q \eta}{\sqrt{(1 + \tau^2 - a^2)^2 + 4a^2}}. \quad (124)$$

Уравнение амплитудно-частотной характеристики (124) иллюстрируется рис. 6.14, на котором показана зависимость модуля коэффициента передачи напряжения связанных контуров от обобщенной расстройки. Чтобы сделать более наглядным влияние связи (параметра η) на форму характеристики, представим выражение в скобках уравнения (124) как разность $(1 + \eta^2)$ и a^2 :

$$\begin{aligned} K &= \frac{Q \eta}{\sqrt{(1 + \tau^2)^2 - 2(1 + \tau^2)a^2 + a^4 + 4a^2}} = \\ &= \frac{Q \eta}{\sqrt{(1 + \tau^2)^2 - 2a^2 - 2\tau^2 a^2 + 4a^2 + a^4}} = \frac{Q \eta}{\sqrt{(1 + \eta^2)^2 + 2a^2 - 2\tau^2 a^2 + a^4}} = \\ &= \frac{Q \eta}{\sqrt{(1 + \eta^2)^2 + 2(1 - \tau^2)a^2 + a^4}}. \end{aligned} \quad (125)$$

Теперь исследуем выражение (125). При критической связи

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{k}{k_{кр}} = 1 \\ K &= \frac{Q}{\sqrt{4 + a^4}}, \end{aligned} \quad (126)$$

т. е. амплитудно-частотная характеристика при полном резонансе ($a = 0$) имеет один максимум $K_{mm} = Q/2$, причем увеличение расстройки a с любым знаком вызывает монотонное убывание коэффициента передачи напряжения.

Если связь меньше критической $\eta < 1$, то все коэффициенты при a в уравнении (125) положительны, поэтому увеличение расстройки, как и в предыдущем случае, сопровождается монотонным убыванием коэффициента передачи напряжения; подставив $a = 0$ в выражение (125), найдем, что при $\eta < 1$ резонансный максимум коэффициента передачи напряжения меньше, чем при критической связи (где $K_0 = Q/2$):

$$K_0 = \frac{\eta}{1 + \eta^2} Q. \quad (127)$$

Например, при $\eta = 0,5$ коэффициент $K_0 = \frac{0,5}{1,25} Q = 0,4Q$. Если связь больше критической ($\eta > 1$) и $a = 0$, то выражение (127) остается в силе и модуль коэффициента передачи напряжения также меньше, чем при критической связи. Например, при $\eta = 1,5$

$$K_0 = \frac{\eta}{1 + \tau^2} Q = \frac{1,5Q}{1 + 2,25} \approx 0,46Q.$$

Однако, поскольку коэффициент при a^2 в уравнении (125) отрицательный, увеличение расстройки a сначала сопровождается увеличением модуля коэффициента передачи напряжения вплоть до $K_{mm} = Q/2$ (сложный резонанс), а затем в большей мере сказывается положительное слагаемое a^4 и коэффициент K вновь понижается. В результате получается двугорбая характеристика.

41. Полоса пропускания контуров

Полоса пропускания связанных контуров $\Delta f_{\text{пр}}$, как и одиночного, зависит от формы амплитудно-частотной характеристики, и поэтому она определяется не только добротностью контуров Q и их собственной частотой f_0 , но и коэффициентом связи k .

Полоса пропускания одиночного контура, как известно, равна $\Delta f_{\text{пр}} = f_0/Q$. Это соответствует амплитудно-частотной характеристике 1 на рис. 6.15. Если для связанных контуров полосу пропускания отсчитывать, как и для одиночного контура, на уровне $1/\sqrt{2} = 0,707$ от максимума коэффициента передачи, то можно заметить,

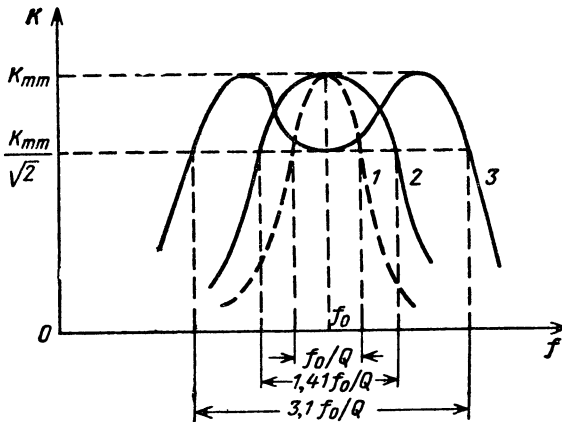


Рис. 6.15. К определению полосы пропускания связанных контуров.

что с увеличением коэффициента связи от весьма малого до $k_{\text{кр}}$ (характеристика 2) полоса пропускания возрастает от величины, меньшей f_0/Q , до $1,41f_0/Q$. Сужение полосы пропускания относительно полосы одиночного контура (f_0/Q) объясняется тем, что одновременно с расстройкой вторичного контура расстраивается первичный контур, это уменьшает ток I_1 и индуцируемую им э. д. с. \mathcal{E}_2 , что еще более понижает I_2 , U_2 и K . По той же причине расширение полосы пропускания сверх f_0/Q не ухудшает избирательности связанных контуров по сравнению с одиночным.

Когда связь превышает критическую, в характеристике появляются два горба (кривая 3) и полоса пропускания еще более расширяется. Последнее наблюдается до тех пор, пока впадина в амплитудно-частотной характеристике не опустится до уровня $K_{mm}/\sqrt{2}$. Этой характеристике 3 соответствует коэффициент связи $k = 2,41k_{\text{кр}}$ ($\eta = 2,41$) и максимально возможная полоса пропускания $\Delta f_{\text{пр}m} = 3,1f_0/Q$.

В правильности приведенных цифр можно убедиться из уравнения амплитудно-частотной характеристики связанных контуров. Например, если подставить $K = K_{mm}/\sqrt{2} = Q/2\sqrt{2}$ в выражение (126), выведенное для критической связи, то получим

$$\frac{Q}{2\sqrt{1 + \frac{a_{np}^2}{4}}} = \frac{Q}{2\sqrt{2}},$$

откуда обобщенная расстройка, соответствующая полосе пропускания, $a_{np} = 1,41$. Но $a_{np} = Q \frac{2\Delta f}{f_0} = Q \frac{\Delta f_{np}}{f_0}$, следовательно, подтверждается, что полоса пропускания связанных контуров при критической связи равна $\Delta f_{np} = a_{np} f_0 / Q = 1,41 f_0 / Q$

Найдем теперь значение η , при котором впадина двугорбой характеристики опускается до уровня $K = K_{mm}/\sqrt{2}$. Так как это происходит при $a = 0$, то производим подстановку $K_0 = Q/2\sqrt{2}$ в уравнение (127), справедливое для любых значений k :

$$\frac{Q}{2\sqrt{2}} = \frac{\eta}{1 + \eta^2} Q,$$

и получаем $\eta = 2,41$.

Подставив $\eta = 2,41$ и $K = K_{mm}/\sqrt{2} = Q/2\sqrt{2}$ в уравнение (124), найдем значение a , которое соответствует максимально возможной полосе пропускания:

$$\frac{Q}{2\sqrt{2}} = \frac{Q \cdot 2,41}{\sqrt{(1 + 2,41^2 - a_{np\ m}^2)^2 + 4a_{np\ m}^2}}.$$

Это значение равно $a_{np\ m} = 3,1$, т. е. максимальная полоса пропускания $\Delta f_{np\ m} = 3,1 f_0 / Q$.

Таким образом, регулируя связь между контурами, можно изменить полосу пропускания в больших пределах: от величины, меньшей, чем для одиночного контура, до величины, в 3,1 раза большей. Это первое преимущество связанных контуров.

Второе преимущество их обусловлено формой амплитудно-частотных характеристик: при переходе от одиночного контура к связанной системе имеется возможность получить одинаковую полосу пропускания при повышенной добротности контуров (до 3,1 раза), а это способствует повышению крутизны скатов амплитудно-частотной характеристики и приближению ее формы к прямоугольной. Тем самым более полно разрешается противоречие между избирательностью и полосой пропускания.

VII

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

42. Классификация и параметры электрических фильтров

Электрические фильтры предназначены для выделения ряда гармонических составляющих из спектра частот несинусоидальных колебаний.

Фильтр должен пропускать колебания в определенном интервале частот, называемом *полосой прозрачности*, и максимально

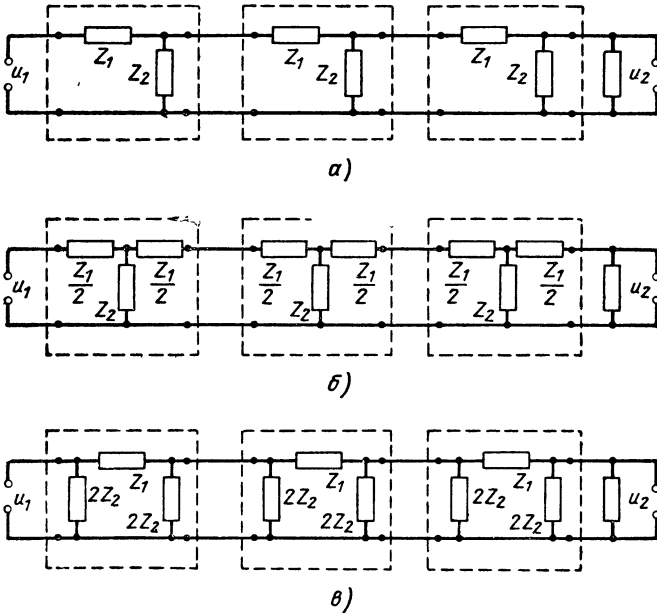


Рис. 7.1. Электрические фильтры, составленные из Г-образных (а), Т-образных (б) и П-образных (в) звеньев.

ослаблять эти колебания на других частотах, образующих полосу задерживания (непрозрачности). Частота ω_c , разделяющая эти полосы, называется *частотой среза* или *граничной частотой фильтра*. В соответствии с тем, как на шкале частот расположены полосы прозрачности и задерживания, различают фильтры нижних частот, верхних частот, полосовые пропускающие (кратко-полосовые) и полосовые задерживающие (кратко-заграждающие).

Рассмотренные ранее одиночные и связанные колебательные контуры способны, как известно, фильтровать колебания тех или иных частот, но их избирательность недостаточна для пропускания или задерживания полосы частот с большим отношением максимальной частоты к минимальной и к резкому изменению затухания на частоте среза. Если же это требуется, то прибегают к фильтрам в виде цепочки линейных четырехполюсников (рис. 7.1). Каждое звено цепочки (четырёхполюсник) содержит последовательно включенное Z_1 и параллельно включенное Z_2 сопротивления. По расположению

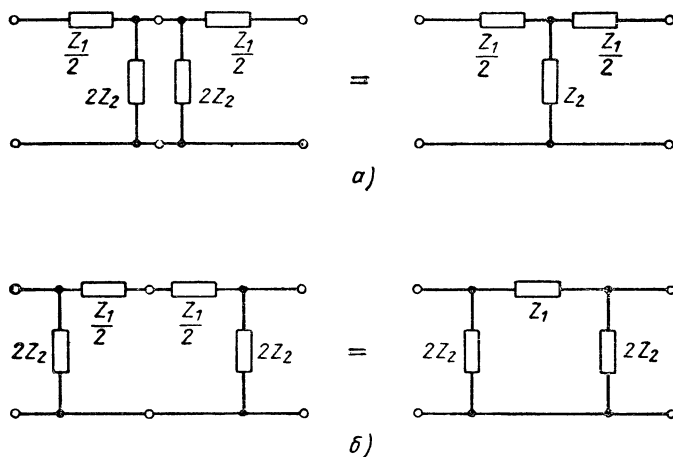


Рис. 7.2. Замена двух Г-образных соединений одним Т-образным (а) или одним П-образным (б) звеном.

этих сопротивлений на схеме фильтры делят на Г-образные (рис. 7.1, а), Т-образные (рис. 7.1, б) и П-образные (рис. 7.1, в).

Простейшие из них — Г-образные. Так, если в Т-образном фильтре заменить сопротивление Z_2 двумя параллельно включенными величиной $2Z_2$ каждое (рис. 7.2, а), а в П-образном фильтре сопротивление Z_1 заменить двумя последовательно включенными величиной $Z_1/2$ каждое (рис. 7.2, б), то выяснится, что любой из этих фильтров эквивалентен двум Г-образным.

Несмотря на более сложную схему, П- и Т-образные фильтры применяются чаще. Их преимущество заключается в симметрии входа и выхода, что позволяет менять местами генератор и нагрузку. Такими же свойствами обладают двухпроводные линии, и не случайно в теории симметричных фильтров и двухпроводных линий имеется много общего. Из этих соображений дальнейший анализ работы фильтров посвящается главным образом Т- и П-образным схемам.

Сопротивления звеньев должны быть реактивными, чтобы фильтр как можно меньше ослаблял сигнал в полосе прозрачности. Если сопротивления Z_1 и Z_2 подобраны так, что зависимость их от

частоты обратная, то произведение $Z_1 Z_2$ не изменяется с частотой. т. е. $Z_1 Z_2 = k^2$, где k — постоянная величина. Фильтр с такими элементами называется *фильтром типа k* . В нем одно из сопротивлений индуктивное, а другое емкостное, например: $Z_1 = j\omega L$, а $Z_2 = 1/j\omega C$ или $Z_1 = 1/j\omega C$, а $Z_2 = j\omega L$.

Основными качественными показателями фильтра являются затухание и частотная характеристика.

Затухание α определяет степень уменьшения амплитуды напряжения от входа (U_{1m}) к выходу (U_{2m}). Поэтому между затуханием α , измеренным в основных единицах — неперах (*неп*), и модулем коэффициента передачи напряжения K существует зависимость

$$K = \frac{U_{2m}}{U_{1m}} = e^{-\alpha} \text{ или } e^\alpha = \frac{1}{K}.$$

Натуральный логарифм от обеих частей равенства дает

$$\alpha [\text{неп}] = \ln \frac{1}{K} = \ln \frac{U_{1m}}{U_{2m}}. \quad (128)$$

На практике чаще применяется другая единица измерения затухания — децибел (*дб*), основанная на десятичных логарифмах:

$$\alpha [\text{дб}] = 20 \lg \frac{1}{K} = 20 \lg \frac{U_{1m}}{U_{2m}}. \quad (129)$$

Сопоставив уравнения (128) и (129), найдем, что $1 \text{ неп} = 8,686 \text{ дб}$.

Частотная характеристика фильтра выражает зависимость затухания α от частоты ω входного напряжения. Идеальным был бы фильтр, в полосе прозрачности которого затухание $\alpha = 0$, а в полосе задержания $\alpha \rightarrow \infty$, причем переход из одной полосы в другую совершается полностью на частоте среза ω_c (рис. 7.3). В реальных условиях фильтры не имеют такой частотной характеристики.

Для получения идеальной характеристики, во-первых, ни один из элементов фильтра не должен вносить потерь энергии во всей полосе прозрачности, а это невозможно, потому что не существует чисто реактивных сопротивлений. Во-вторых, в той же полосе энергия должна передаваться только в одном направлении — от генератора к нагрузке. Последнее требует, чтобы нагрузка была активным сопротивлением, способным полностью поглотить мощность поступающих к ней колебаний.

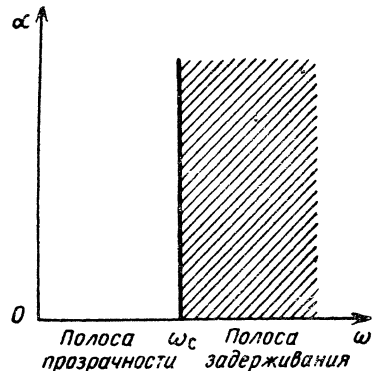


Рис. 7.3. Частотная характеристика идеального фильтра нижних частот

Но этого мало: таким же должно быть входное сопротивление любого звена фильтра, так как всякое нарушение однородности цепочечной схемы приводит к изменению условий передачи энергии по цепи и в том сечении ее, где однородность нарушена, происходит частичное или полное отражение энергии к генератору. В полосе задерживания такое отражение желательно и даже необходимо, а в полосе прозрачности нужно его избежать.

Фильтр считается *согласованным*, если выходное сопротивление любого его звена равно входному сопротивлению следующего звена.

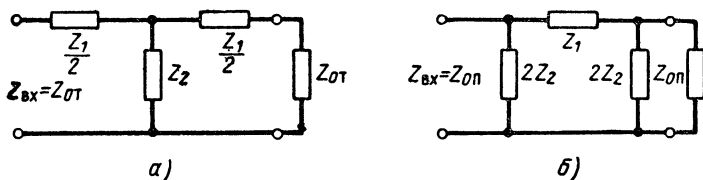


Рис. 7.4. Эквивалентные схемы звеньев фильтров, согласованных с нагрузкой.

Входное сопротивление согласованного фильтра называется *характеристическим* или *волновым* и обозначается Z_0 .

Формулы характеристических сопротивлений Т- и П-образных фильтров можно вывести, исходя из того, что входное сопротивление каждого звена фильтра $Z_{вх}$, нагруженного на характеристическое сопротивление Z_0 , равно этому сопротивлению. Именно такими изображены звенья фильтров на рис. 7.4.

Из рис. 7.4, а можно найти характеристическое сопротивление Т-образного фильтра:

$$Z_{0Т} = 0,5 Z_1 + \frac{Z_2 (0,5 Z_1 + Z_{0Т})}{Z_2 + 0,5 Z_1 + Z_{0Т}} = \frac{0,5 Z_1 Z_2 + 0,25 Z_1^2}{Z_2 + 0,5 Z_1 + Z_{0Т}} + \frac{0,5 Z_1 Z_{0Т} + 0,5 Z_1 Z_2 + Z_2 Z_{0Т}}{Z_2 + 0,5 Z_1 + Z_{0Т}} = \frac{0,25 Z_1^2 + Z_1 Z_2 + 0,5 Z_1 Z_{0Т} + Z_2 Z_{0Т}}{Z_2 + 0,5 Z_1 + Z_{0Т}}$$

или

$$Z_{0Т} Z_2 + 0,5 Z_1 Z_{0Т} + Z_{0Т}^2 - 0,5 Z_1 Z_{0Т} - Z_2 Z_{0Т} = 0,25 Z_1^2 + Z_1 Z_2, \text{ откуда}$$

$$Z_{0Т} = \sqrt{0,25 Z_1^2 + Z_1 Z_2}. \quad (130)$$

Аналогично доказывается, что характеристическое сопротивление П-образного фильтра (рис. 7.4, б) равно

$$Z_{0П} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4 Z_2}}}. \quad (131)$$

В правую часть (130) и (131) входят сопротивления Z_1 и Z_2 , которые зависят от частоты, тогда как характеристическое сопротивление фильтра Z_0 должно во всей полосе прозрачности быть равным ак-

тивному сопротивлению нагрузки R_H и от частоты не зависеть. Можно подобрать элементы L и C звена так, чтобы в любой момент времени величина энергии электрического и магнитного полей в звене была одинаковой, тогда входное сопротивление Z_0 будет активным, но сделать его независимым от частоты нельзя, и потому равенство $Z_0 = R_H$ будет соблюдаться только на одной частоте полосы прозрачности. Это вторая причина, по которой реальная частотная характеристика фильтра не совпадает с идеальной.

Третья причина — фильтр не обеспечивает бесконечно большого затухания в области задерживания, ибо для этого при любой частоте данной области последовательно включенное сопротивление Z_1 каждого звена должно быть бесконечно большим, а параллельно включенное сопротивление Z_2 — равным нулю. Такие значения Z_1 и Z_2 в лучшем случае получаются при одной частоте области задерживания.

43. Фильтры нижних частот

Схемы и характеристическое сопротивление. *Фильтром нижних частот* называется фильтр, полоса прозрачности которого простирается от нулевой частоты до частоты среза ω_c , а свыше этой частоты фильтром вносится большое затухание.

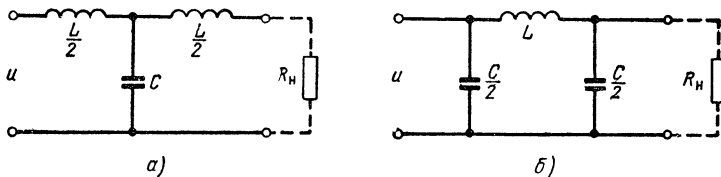


Рис. 7.5. Звенья фильтров нижних частот.

На рис. 7.5 показаны звенья фильтра нижних частот. Элементы фильтров обозначены с учетом того, что общая индуктивность звена равна L , а общая емкость равна C : Т-образное звено состоит из двух индуктивностей по $L/2$ каждая и емкости C , а П-образное звено — из одной индуктивности L и двух емкостей, каждая из которых равна $C/2$. Сопротивления Z_1 и Z_2 одного звена соответственно равны

$$Z_1 = j\omega L \quad \text{и} \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C},$$

а характеристическое сопротивление Т-образного фильтра

$$\begin{aligned} Z_{0T} &= \sqrt{Z_1 Z_2 + 0,25 Z_1^2} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C} - 0,25 \omega^2 L^2} = \\ &= \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}}, \end{aligned} \tag{132}$$

На рис. 7.6 приведена зависимость характеристического сопротивления фильтра нижних частот от частоты, рассчитанная по выражению (132). Когда $\omega = 0$, сопротивление $Z_{0T} = \sqrt{L/C}$. С увеличением частоты ω характеристическое сопротивление Z_{0T} сначала уменьшается до нуля, а затем математически выражается мнимым числом и, следовательно, приобретает реактивный характер. Этот переход совершается при частоте среза $\omega = \omega_c$, поскольку в области прозрачности фильтра характеристическое сопротивление

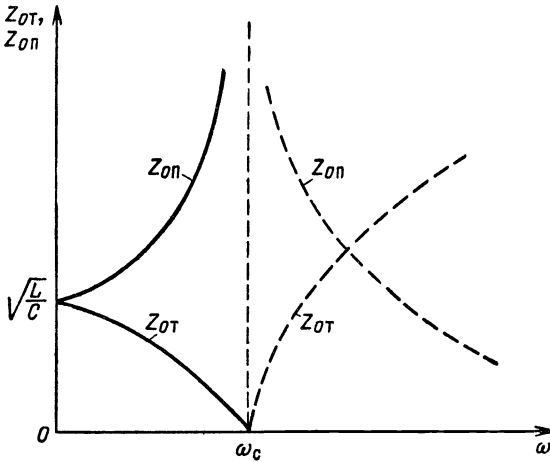


Рис. 7.6. Зависимость характеристического сопротивления фильтра нижних частот от частоты.

может быть только активным (реактивное сопротивление возвращает энергию генератору). Значит, если в выражение (132) подставить $\omega = \omega_c$, то $Z_{0T} = 0$, откуда следует, что

$$\frac{L}{C} = \frac{\omega_c^2 L^2}{4},$$

а частота среза

$$\omega_c = \sqrt{\frac{4L}{L^2 C}} = \frac{2}{\sqrt{LC}}, \quad (133)$$

Преобразуем выражение (132), имея в виду, что $\sqrt{-\omega^2} = \sqrt{(j\omega)^2} = j\omega$:

$$Z_{0T} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}} = \sqrt{-\omega^2 \left(\frac{L^2}{4} - \frac{L}{\omega^2 C} \right)} = j\omega \sqrt{\frac{L^2}{4} - \frac{L}{\omega^2 C}}. \quad (134)$$

Множитель $j\omega$ указывает на то, что при положительных значениях подкоренного выражения, т. е. когда частота колебаний ω больше частоты среза $\omega_c = 2/\sqrt{LC}$, характеристическое сопротивление Т-образного фильтра имеет индуктивный характер ($Z_{0T} = j\omega L_{\text{экв}}$, где эквивалентная индуктивность $L_{\text{экв}} = \sqrt{L^2/4 - L/\omega^2 C}$). Как видно из (134), с увеличением ω от ω_c до ∞ это

индуктивное сопротивление повышается от 0 до ∞ (см. штрих-пунктирную кривую Z_{0T} на рис. 7.6).

Обратимся к формуле характеристического сопротивления П-образного фильтра (131) и применим ее к схеме фильтра нижних частот:

$$Z_{0\Pi} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = \sqrt{\frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{1 + \frac{j\omega L \cdot j\omega C}{4}}} = \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}}}. \quad (135)$$

Когда $\omega = 0$, $Z_{0\Pi} = \sqrt{L/C}$; при частоте среза $\omega = \omega_c = 2/\sqrt{LC}$ сопротивление $Z_{0\Pi} = \infty$, а при дальнейшем увеличении частоты характеристическое сопротивление становится мнимым, т. е. приобретает реактивный характер (рис. 7.6).

Для уточнения его преобразуем формулу (135):

$$\begin{aligned} Z_{0\Pi} &= \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}}} = \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{-\omega^2 \left(\frac{LC}{4} - \frac{1}{\omega^2}\right)}} = \\ &= \frac{1}{j\omega} \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{\frac{LC}{4} - \frac{1}{\omega^2}}} = \frac{1}{j\omega} \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{\frac{1}{\omega_c^2} - \frac{1}{\omega^2}}}. \end{aligned}$$

Из формулы следует, что характеристическое сопротивление П-образного фильтра при частотах $\omega > \omega_c$ носит емкостный характер и равно $Z_{0\Pi} =$

$$= \frac{1}{j\omega C_{\text{экв}}}, \quad \text{где } C_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{LC/4 - 1/\omega^2}{LC}} \text{ — эквивалентная емкость.}$$

С увеличением частоты ω от ω_c до ∞ емкостное сопротивление $Z_{0\Pi}$ уменьшается по абсолютной величине от ∞ до 0.

Таким образом, характеристическое сопротивление фильтра нижних частот имеет в полосе прозрачности активный характер в пределах от $\sqrt{L/C}$ до нуля (Т-образный фильтр) и от $\sqrt{L/C}$ до бесконечности (П-образный фильтр), в области задерживания это сопротивление реактивное, причем в Т-образной схеме оно индуктивное, а в П-образной — емкостное.

Энергетический баланс в фильтре. Пусть при $\omega = 0$ фильтр согласован с нагрузкой ($Z_H = Z_{0T}$ и $Z_H = Z_{0\Pi}$), т. е. сопротивление нагрузки чисто активное и равно $Z_H = R_H = \sqrt{L/C}$. Поскольку для постоянного тока емкостное сопротивление бесконечно велико, а индуктивное равно нулю, напряжение U на входе, емкостях и нагрузке фильтра одинаковое (рис. 7.7, а). Следовательно, емкость звена C содержит постоянное электрическое поле с энергией $W_c = CU^2/2$. Одновременно через индуктивность L проходит

такой же ток I , как через нагрузку, т. е. $I = U/R_H = U \sqrt{\frac{C}{L}}$. Этот ток создает магнитное поле с энергией $W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{LU^2C}{2L} = \frac{CU^2}{2} = W_Э$.

Равенство энергий электрического и магнитного полей согласуется с тем, что в данных условиях фильтр прозрачный, его входное сопротивление $Z_{вх}$ равно сопротивлению нагрузки Z_H и является одновременно характеристическим сопротивлением фильтра: $Z_{вх} = Z_H = \sqrt{L/C} = Z_{от} = Z_{оп}$.

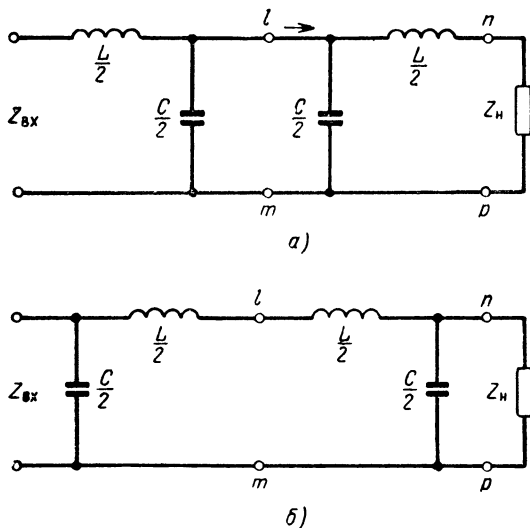


Рис. 7.7. Т-образные (а) и П-образные (б) звенья нижних частот, представленные через Г-образные соединения.

Теперь подведем к схеме синусоидальное напряжение с частотой ω . Пусть в данный момент времени на емкости Т-образного фильтра (рис. 7.7, а) напряжение $u = U$. Тогда энергия электрического поля звена $W_Э$ окажется такой же, как при $\omega = 0$, а энергия магнитного поля будет меньше, поскольку индуктивное сопротивление ωL уже не равно нулю, и за счет этого ток в цепи LR_H уменьшился. Очевидно, что только путем увеличения тока и соответствующего увеличения W_M можно добиться равенства энергий $W_Э = W_M$, необходимого для прозрачности фильтра. С этой целью нужно выбирать тем меньшее сопротивление нагрузки R_H и равное ему характеристическое сопротивление фильтра $Z_{от}$, чем больше частота ω . Предел такого уменьшения ($Z_{от} = Z_H = 0$) наступает при частоте колебаний ω , равной частоте среза ω_c .

Для доказательства последнего положения представим звено Т-образного фильтра состоящим из двух Г-образных соединений (рис. 7.7, а). При $Z_H = 0$ выходные точки $n - p$ замкнуты накоротко, в результате чего справа

от $l - m$ емкость $C/2$ и индуктивность $L/2$ образуют параллельный контур, настроенный в резонанс. Действительно, собственная частота этого контура равна частоте колебаний ω_c :

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{L}{2} \frac{C}{2}}} = \frac{2}{\sqrt{LC}} = \omega_c.$$

Между $l - m$ входное сопротивление данного параллельного контура бесконечно велико, и потому он не оказывает влияния на остальную часть схемы, которая представляет собой аналогичный последовательный контур. Входное сопротивление последнего при резонансе равно нулю ($Z_{вх} = 0$). Следовательно, и при $Z_H = 0$ соблюдается равенство $Z_{вх} = Z_H$, а это признак характеристического сопротивления.

Ясно, что при частотах $\omega > \omega_c$ уже невозможно получить входное сопротивление $Z_{вх}$ активным: по мере увеличения частоты ω емкость звена все более и более шунтирует схему между точками $l - m$, сопротивление $Z_{вх}$ возрастает за счет индуктивности $L/2$ (расположенной на схеме слева) и при $\omega \rightarrow \infty$ точки $l - m$ замыкаются накоротко, а все сопротивление $Z_{вх}$ определяется этой индуктивностью. Индуктивный характер входного сопротивления фильтра означает, что энергия отражается от его входа, вследствие чего фильтр задерживает колебания в области частот $\omega > \omega_c$.

Читателю предлагается, пользуясь рис. 7.7, б, аналогичным способом доказать, что входное сопротивление и П-образного фильтра нижних частот изменяется согласно рис. 7.6.

Возникает вопрос: каким следует выбрать сопротивление нагрузки в связи с указанной зависимостью характеристического сопротивления от частоты? Обычно выбирают $R_H = \sqrt{L/C}$, т. е. обеспечивают полное согласование фильтра на частоте $\omega = 0$. С увеличением частоты ω согласование нарушается, возрастает падение напряжения на последовательно включенных индуктивностях (увеличивается сопротивление ωL) и уменьшается падение напряжения на параллельно включенных емкостях (уменьшается сопротивление $1/\omega C$). Это приводит к увеличению затухания фильтра α , особенно при переходе через частоту среза, где наблюдается резонанс (рис. 7.8).

Элементы фильтра L и C рассчитываются по заданной частоте среза $\omega_c = 2\pi f_c$ и сопротивлению нагрузки R_H .

Учитывая, что $\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ и $R_H = \sqrt{\frac{L}{C}}$, находим

$$L = \frac{2R_H}{\omega_c} = \frac{R_H}{\pi f_c}, \quad (136)$$

$$C = \frac{2}{\omega_c R_H} = \frac{1}{\pi f_c R_H}. \quad (137)$$

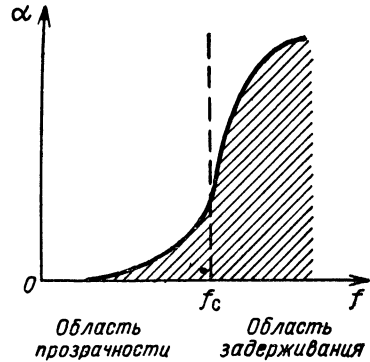


Рис. 7.8. Частотная характеристика фильтра нижних частот.

44. Фильтры верхних частот

Фильтром верхних частот называется такой фильтр, который прозрачен от граничной частоты до бесконечно больших частот.

В фильтре верхних частот последовательно включенные сопротивления имеют емкостный характер, а параллельно включенные — индуктивный (рис. 7.9). Исходя из того, что в данном случае $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$, а $Z_2 = j\omega L$, Т-образное звено составляем из двух емкостей

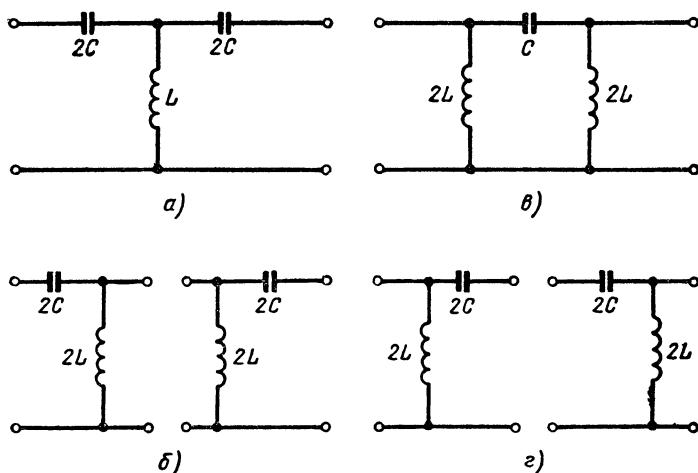


Рис. 7.9. Схемы Т-образных и П-образных звеньев фильтров верхних частот.

по $2C$ каждая и одной индуктивности L , а П-образное звено — из одной емкости C и двух индуктивностей, каждая из которых равна $2L$.

Подставив $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$, $Z_2 = j\omega L$ в формулы (130) и (131), найдем характеристическое сопротивление Т-образного фильтра:

$$\begin{aligned} Z_{0T} &= \sqrt{Z_1 Z_2 + 0,25 Z_1^2} = \sqrt{\frac{1}{j\omega C} j\omega L - \frac{0,25}{\omega^2 C^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}} = \sqrt{\frac{L}{C} \left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right)}, \end{aligned} \quad (138)$$

и характеристическое сопротивление П-образного фильтра:

$$Z_{0\Pi} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C \left(1 + \frac{1}{4j\omega C j\omega L}\right)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{L}{C \left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right)}}. \quad (139)$$

Как и следовало ожидать, на нижних частотах, где фильтр верхних частот непрозрачный, характеристические сопротивления Z_{0T} и $Z_{0П}$ выражаются мнимыми числами и имеют реактивный характер (емкостный в П-образных и индуктивный в Т-образных) и только при

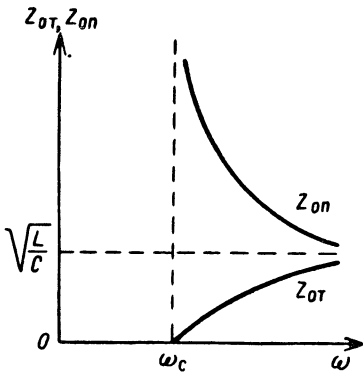


Рис. 7.10. Зависимость характеристического сопротивления фильтра верхних частот от частоты.

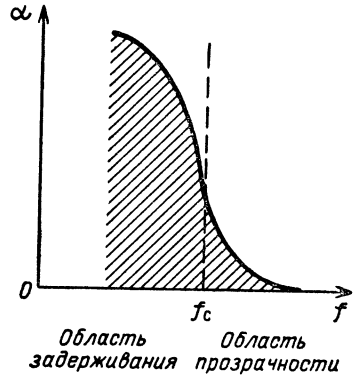


Рис. 7.11. Частотная характеристика фильтра верхних частот.

частотах, больших частоты среза, эти сопротивления становятся активными. На частоте среза $\omega = \omega_c$

$$1 - \frac{1}{4\omega_c^2 LC} = 0,$$

откуда

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{4LC}} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}. \quad (140)$$

Эта частота резонансная, как видно из рис. 7.9, б, г. Здесь каждое звено представляет собой колебательный контур с параметрами $2L$ и $2C$ и собственной частотой, равной частоте среза:

$$\frac{1}{\sqrt{2L \cdot 2C}} = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = \omega_c.$$

Согласно формулам (138) и (139) при $\omega = \omega_c$ характеристическое сопротивление Т-образного фильтра $Z_{0T} = 0$, а П-образного фильтра $Z_{0П} = \infty$ (рис. 7.10). С увеличением частоты до бесконечно большой величины эти сопротивления стремятся к одинаковой величине $Z_{0T} = Z_{0П} = \sqrt{L/C}$. Физическая сущность процесса задерживания и пропускания колебаний фильтром верхних частот та же, что

и фильтром нижних частот. Сопротивление нагрузки также выбирают равным

$$R_H = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (141)$$

а потому фильтр верхних частот оказывается согласованным при $\omega = \infty$.

По мере уменьшения частоты последовательно включенные емкости увеличивают свое сопротивление, а параллельно включенные индуктивности уменьшают. На емкостях падение напряжения возрастает, на индуктивностях — уменьшается, и выходное напряжение падает. Особенно затухание фильтра α увеличивается при переходе через частоту среза в область нижних частот (рис. 7.11).

Из выражений (140) и (141) устанавливаем соотношения для расчета индуктивностей и емкостей фильтра:

$$L = \frac{R_H}{2\omega_c} = \frac{R_H}{4\pi f_c}, \quad (142)$$

$$C = \frac{1}{2\omega_c R_H} = \frac{1}{4\pi f_c R_H}. \quad (143)$$

45. Полосовые и заграждающие фильтры

Полосовыми называются фильтры, полоса прозрачности которых ограничена двумя частотами среза ω_{c1} и ω_{c2} . Каждое звено полосового фильтра состоит из последовательного контура L_1, C_1 , образующего сопротивление Z_1 и параллельного контура L_2, C_2 , образующе-

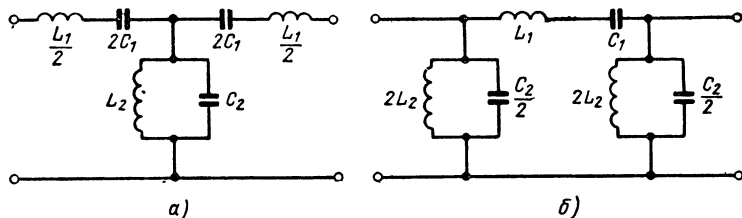


Рис. 7.12. Схемы Т-образных и П-образных звеньев полосового фильтра.

го сопротивление Z_2 (рис. 7.12). Обычно оба контура имеют одинаковую резонансную частоту

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}, \quad (144)$$

а потому отношение

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{C_1}{C_2} = p \quad (145)$$

является постоянной величиной.

Полосовой фильтр можно представить как совокупность двух фильтров: верхних частот с емкостью C_1 , индуктивностью L_2 и частотой среза ω_{c1} и нижних частот с индуктивностью L_1 , емкостью C_2 и частотой среза ω_{c2} . Параметры фильтра L_1, C_1, L_2, C_2 подбираются так, чтобы частота ω_{c2} была больше, чем ω_{c1} , а разность $\omega_{c2} - \omega_{c1}$ была требуемой полосой пропускания.

Частотная характеристика полосового фильтра показана на рис. 7.13. Левая ветвь характеристики соответствует тем элементам, которые образуют фильтр верхних частот, а правая ветвь — элементам, образующим фильтр нижних частот. Между частотами среза затухание фильтра минимально. Чем больше частота ω отличается от ω_{c1} (в меньшую сторону) и от ω_{c2} (в большую сторону), тем больше входное сопротивление последовательных контуров и меньше входное сопротивление параллельного, в связи с чем выходное напряжение уменьшается и затухание, вносимое фильтром, возрастает.

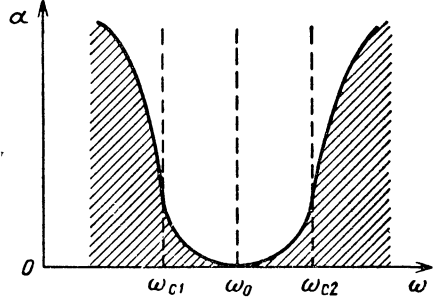


Рис. 7.13. Частотная характеристика полосового фильтра.

Выведем формулу для расчета элементов полосового фильтра.

Имея в виду формулу (144), можно выразить входное сопротивление последовательного контура Z_1 и параллельного контура Z_2 как

$$Z_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j\omega C_1} (1 - \omega^2 L_1 C_1) = \frac{1}{j\omega C_1} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right), \quad (146)$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{L_2}{C_2 \frac{1}{j\omega C_2} (1 - \omega^2 L_2 C_2)} = \frac{j\omega L_2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}. \quad (147)$$

В полосовых фильтрах, как и в других, переход характеристического сопротивления от активного к реактивному и обратно происходит при частотах среза. Согласно выражениям (130) и (131) это имеет место при

$$Z_1 Z_2 + 0,25 Z_1^2 = Z_1 (4Z_2 + Z_1) = 0$$

или

$$-\frac{Z_1}{4Z_2} = 1. \quad (148)$$

Подставив сюда выражения (146) и (147), приведем левую часть равенства к виду

$$-\frac{Z_1}{4Z_2} = -\frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}{4j\omega C_1 j\omega L_2} = \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}{4\omega^2 L_2 C_1}. \quad (149)$$

Равенство (148) вступает в силу при частотах среза ($\omega = \omega_c$):

$$\frac{\left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2}\right)^2}{4\omega_c^2 L_2 C_1} = 1.$$

Извлекаем квадратный корень из обеих частей этого равенства:

$$1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} = \sqrt{4\omega_c^2 L_2 C_1} = \pm 2\omega_c \sqrt{L_2 C_1} = \pm 2\omega_c \sqrt{\frac{L_2}{\omega_0^2 L_1}} = \pm \frac{2\omega_c}{\omega_0} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}.$$

При помощи соотношения (145) получим квадратное уравнение следующего вида:

$$\omega_c^2 \pm 2\sqrt{\rho} \omega_0 \omega_c - \omega_0^2 = 0.$$

Используем те знаки перед вторым слагаемым, которые дают положительные значения частот среза; в результате решения уравнения находим два значения этих частот:

$$\omega_{c1} = -\sqrt{\rho} \omega_0 + \sqrt{\rho \omega_0^2 + \omega_0^2} = \omega_0 (\sqrt{\rho + 1} - \sqrt{\rho}),$$

$$\omega_{c2} = +\sqrt{\rho} \omega_0 + \sqrt{\rho \omega_0^2 + \omega_0^2} = \omega_0 (\sqrt{\rho + 1} + \sqrt{\rho}).$$

Среднеквадратичное значение частот среза равно резонансной частоте контуров:

$$\sqrt{\omega_{c1} \omega_{c2}} = \sqrt{\omega_0^2 (\sqrt{\rho + 1} + \sqrt{\rho})(\sqrt{\rho + 1} - \sqrt{\rho})} = \omega_0.$$

Определяем разность частот среза, т. е. полосу прозрачности фильтра

$$\begin{aligned} \omega_{c2} - \omega_{c1} &= \omega_0 [(\sqrt{\rho + 1} + \sqrt{\rho}) - (\sqrt{\rho + 1} - \sqrt{\rho})] = 2\omega_0 \sqrt{\rho} = \\ &= \frac{2}{\sqrt{L_2 C_2}} \sqrt{\frac{L_1}{L_1}} = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}. \end{aligned} \quad (150)$$

Во всей этой полосе характеристическое сопротивление изменяется, хотя и сохраняет активный характер. В таких условиях согласовать фильтр с активным сопротивлением нагрузки R_H можно только на одной частоте. Этой частотой является ω_0 , если

$$R_H = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}. \quad (151)$$

Из выражений (150) и (151) выводим формулы для расчета элементов фильтра:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{2R_H}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}, \quad L_2 = \frac{R_H (\omega_{c2} - \omega_{c1})}{2\omega_0^2}, \\ C_1 &= \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{2R_H \omega_0^2}, \quad C_2 = \frac{2}{R_H (\omega_{c2} - \omega_{c1})}. \end{aligned} \right\} \quad (152)$$

Заграждающие фильтры по назначению и структуре звеньев обратны полосовым пропускающим фильтрам. Заграждающие фильтры обладают максимальным затуханием между частотами среза

ω_{c1} — ω_{c2} и минимальным за их пределами (рис. 7.14). Для этого фильтр составляют из параллельных контуров L_1, C_1 , включенных последовательно с нагрузкой, и последовательных контуров L_2, C_2 , включенных параллельно (рис. 7.15). Все эти контуры настроены в резонанс на частоту $\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1}\omega_{c2}}$.

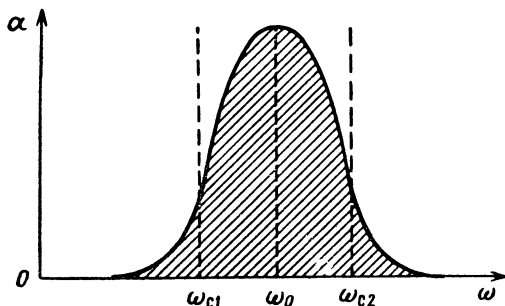


Рис. 7.14. Частотная характеристика заграждающего фильтра.

Так как при резонансе ($\omega = \omega_0$) контуры L_1, C_1 имеют максимальное входное сопротивление, а контуры L_2, C_2 — минимальное, то на последовательно включенных контурах возникает большое падение напряжения, а на параллельно включенных — малое, т. е.

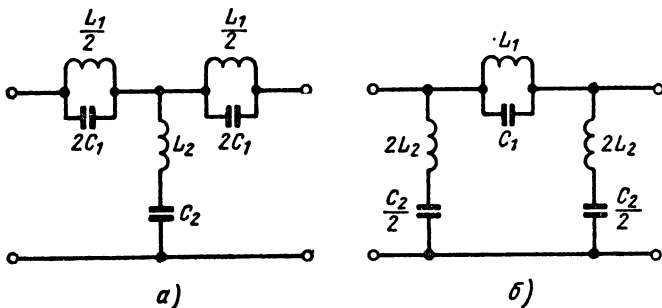


Рис. 7.15. Схемы Т-образных и П-образных звеньев заграждающего фильтра.

в области частот, близких к ω_0 , колебания задерживаются. Фильтр становится прозрачным при большой расстройке контуров, когда $\omega_{c1} > \omega > \omega_{c2}$. В этой области частот контуры L_2, C_2 почти не шунтируют линию фильтра, а контуры L_1, C_1 не создают в ней сколько-нибудь значительного падения напряжения.

Заграждающий фильтр, как и полосовой, можно представить состоящим из двух элементарных фильтров: нижних частот L_1C_2 с частотой среза ω_{c1} и верхних частот L_2C_1 с частотой среза ω_{c2} , которая больше, чем ω_{c1} . В итоге получается уже известная нам ча-

стотная характеристика, левая ветвь которой соответствует первому, а правая ветвь — второму элементарному фильтру.

Как и в других фильтрах типа k , точное согласование сопротивления нагрузки R_H с характеристическим сопротивлением фильтра происходит на одной частоте полосы прозрачности. В данном случае это имеет место при частотах $\omega = 0$ и $\omega = \infty$, если $R_H = \sqrt{L_1/C_2}$.

46. Фильтры типа m

Рассмотренные однозвенные фильтры типа k имеют два недостатка: малую крутизну частотной характеристики при переходе через граничную частоту и значительное изменение характеристического сопротивления в полосе прозрачности. Первый недостаток частично устраняется увеличением числа звеньев, так как с прибавлением звеньев существенно увеличивается затухание фильтра в области задерживания, а это приводит к увеличению крутизны частотной характеристики около граничных частот.

Чем больше звеньев в фильтре, тем больше его размеры и вес. В силу этого часто отдают предпочтение фильтрам, в которых согласование с нагрузкой и частотная характеристика улучшаются не за счет увеличения звеньев, а за счет усложнения их схемы. К таким, в частности, относятся *фильтры типа m* , отличающиеся от фильтров типа k перераспределением реактивных сопротивлений между последовательным и параллельным плечами каждого звена.

В фильтре низших частот типа m вместо одной индуктивности L (рис. 7.16, *a*) включают две, из которых одна остается в последовательном плече звена, а другая вводится в параллельное плечо (рис. 7.16, *б*). Между сопротивлениями Z_{1m} , Z_{2m} фильтра m и сопротивлениями Z_1 , Z_2 исходного фильтра k должны соблюдаться соотношения

$$Z_{1m} = mZ_1, \quad Z_{2m} = \frac{Z_2}{m} + \frac{1-m^2}{4m} Z_1. \quad (153)$$

Первое соотношение реализуется тем, что в последовательное плечо П-образного звена включают индуктивность mL , а для реализации второго соотношения в параллельное плечо включают две емкости величиной $mC/2$ каждая и две индуктивности величиной $\frac{1-m^2}{2m} L$ каждая. Значит, параметр m показывает, какую часть от общей индуктивности исходного фильтра составляет индуктивность последовательного плеча.

Если принять $m = 1$, то по формуле (153) $Z_{1m} = Z_1$ и $Z_{2m} = Z_2$, т. е. получаем обычный фильтр низших частот (рис. 7.16, *a*). В общем случае, когда $0 < m < 1$ (рис. 7.16, *б*), элементы параллельно-

го плеча образуют в нем последовательный контур, собственная частота которого равна

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{(1-m^2)L}{2m} \cdot \frac{mC}{2}}} = \frac{2}{\sqrt{LC}\sqrt{1-m^2}} = \frac{\omega_c}{\sqrt{1-m^2}}, \quad (154)$$

где ω_c — частота среза фильтра низших частот.

При $m \rightarrow 0$ пренебрегаем последовательно включенной индуктивностью mL как бесконечно малой величиной, но контуры в параллельных ветвях сохраняются и их собственная частота ω_0 согласно формуле (154) становится равной частоте ω_c (рис. 7.16, в).

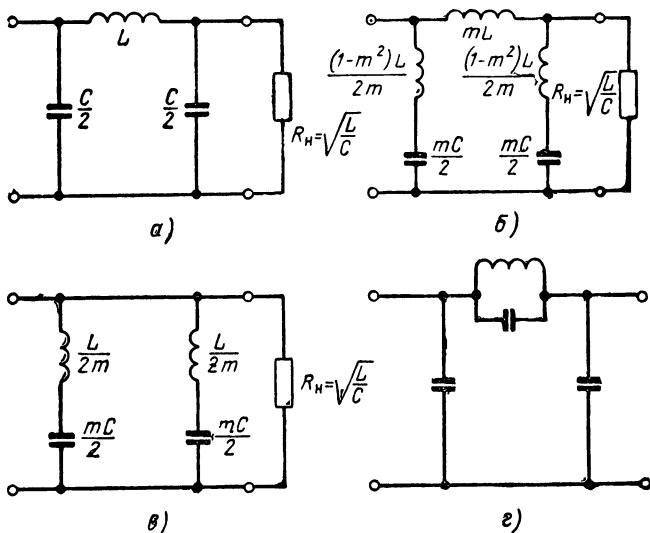


Рис. 7.16. Звено фильтра типа k и аналогичные ему звенья фильтра типа m .

Характеристическое сопротивление этого фильтра изменяется с частотой так же, как и при Т-образной схеме типа k . В частности, для постоянного тока ($\omega = 0$) обе ветви благодаря емкостям представляют бесконечно большое сопротивление, и потому характеристическое сопротивление равно сопротивлению нагрузки $R_n = \sqrt{L/C}$. Когда же частота ω достигает частоты среза ω_c , в последовательных контурах наступает резонанс, они замыкают накоротко нагрузку и характеристическое сопротивление уменьшается до нуля (рис. 7.17).

Зависимость характеристического сопротивления $Z_{0П}$ от частоты в случае $m = 1$ известна: с ростом ω от 0 до ω_c сопротивление $Z_{0П}$ возрастает от $\sqrt{L/C}$ до ∞ . Таким образом, при $m = 0$ и $m = 1$ наблюдается обратный характер изменения $Z_{0П}$ с частотой, и это наводит на мысль, что существует промежуточное значение m , при ко-

тором характеристическое сопротивление наиболее равномерно в полосе прозрачности. Этот оптимальный параметр $m = 0,6$.

Теперь обратимся к частотной характеристике фильтра типа m (рис. 7.18). Поскольку параметр $m < 1$, собственная частота одной ветви фильтра $\omega_0 > \omega_c$, и при росте частоты ω от нуля к обычному увеличению затухания α прибавляется затухание за счет приближения к резонансу в последовательных контурах ветвей. Когда наступает резонанс ($\omega = \omega_0$), контуры замыкают накоротко ветви и затухание α достигает бесконечно большой (в фильтрах с потерями — конечной) величины. Очевидно, что, чем меньше m , тем ближе ω_0

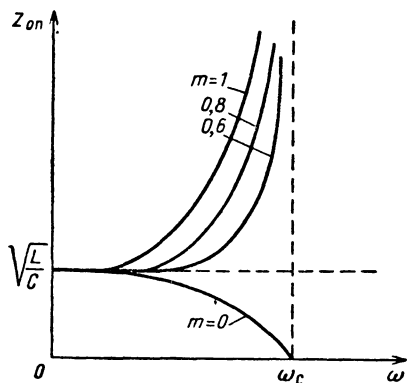


Рис. 7.17. Зависимость характеристического сопротивления фильтра типа m от частоты в полосе прозрачности.

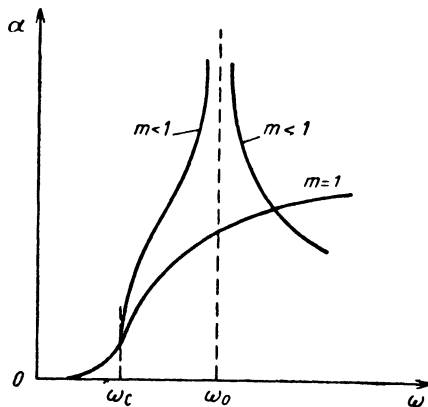


Рис. 7.18. Частотная характеристика фильтра типа m .

к ω_c и тем больше крутизна частотной характеристики при подходе к частоте среза. Чтобы устранить уменьшение затухания при частотах $\omega > \omega_0$, фильтр типа m дополняют промежуточными звеньями типа k . Существуют фильтры типа m , которые составляются путем перераспределения емкости между параллельными и последовательным плечами, как показано на рис. 7.16, г.

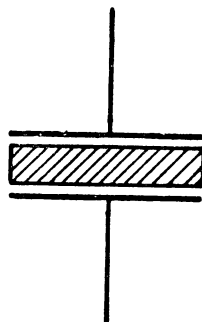
47. Электромеханические фильтры

Полосовые фильтры типов k и m по своим параметрам L и C мало пригодны для пропускания очень узких полос частот. Это относится и к колебательным контурам типа L, C , полоса пропускания которых не достигает десятых долей процента от ее средней частоты. Такая узкая полоса может быть получена только при помощи электромеханических фильтров — пьезоэлектрических и магнитострикционных.

Действие пьезоэлектрических фильтров основано на прямом и обратном пьезоэлектрических эффектах кварцевых или искусственно изготовленных кристаллов. Из них вырезаются прямоугольные пластины, ориентированные определенным образом относительно осей кристалла. Полученные пластины включаются в схему через металлические обкладки кварцедержателя (рис. 7.19).

Если пластину кварца деформируют механически, то на ее обкладках появляются электрические заряды. Это явление называется прямым пьезоэффектом. Обратный пьезоэффект заключается в механической деформации пластин под действием приложенного

Рис. 7.19. Условное обозначение кварцевой пластины.



к ним напряжения. При переменном напряжении пластины кварца в силу обратного пьезоэффекта совершают механические колебания, которые вследствие прямого пьезоэффекта вызывают на гранях пластины переменные заряды, образующие в цепи переменный ток. Возникновение в кварцевой пластине пьезоэлектрического тока под действием приложенного извне напряжения означает, что пластина ведет себя как электрическая цепь. Выясним характер этой цепи.

Кварцевая пластина как весьма упругое тело имеет ярко выраженную резонансную частоту f_0 , которая зависит от толщины пластины d и выражается формулой

$$f_0 [\text{МГц}] = \frac{1,6 \div 3,6}{d [\text{мм}]} \quad (155)$$

Численное значение коэффициента 1,6—3,6 определяется типом среза.

Если частота внешнего напряжения $f = f_0$, то механические колебания пластины особенно интенсивны, и пьезоэлектрический ток максимален. Полученный ток совпадает по фазе с приложенным напряжением, т. е. кварцевая пластина эквивалентна активному сопротивлению. При отклонении частоты f от резонансной f_0 механические колебания и пьезоэлектрический ток резко ослабевают, причем в области частот $f < f_0$ ток опережает по фазе напряжение (пластина эквивалентна цепи CR), а при $f > f_0$ ток отстает от напряжения и пластина эквивалентна цепи LR (рис. 7.20). Такими свойст-

вами, как известно, обладает последовательный колебательный контур.

Параметры этого контура необычны: индуктивность $L_{кв}$ достигает десятка генри, емкость $C_{кв}$ не превышает десятых долей пикофарады, а активное сопротивление $r_{кв}$ исчисляется единицами — десятками омов. В результате добротность контура, эквивалентного пластине кварца, оказывается весьма значительной — до десятков

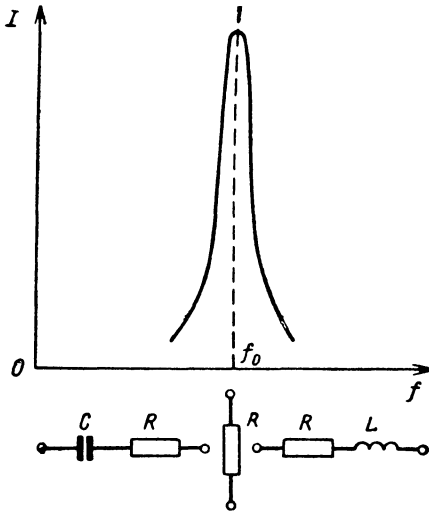


Рис. 7.20. Зависимость пьезоэлектрического тока от частоты напряжения, приложенного к кварцевой пластине.

тысяч. При такой высокой добротности полоса пропускания получается очень узкой, а стабильность этой полосы — очень высокой. Особенно велика стабильность при так называемом косом срезе кварцевой пластины, который характеризуется весьма незначительным влиянием температуры на параметры кварца.

Полная схема кварцевого контура (рис. 7.21, а) кроме упомянутых элементов $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$ содержит статическую емкость между пластинами кварцедержателя C_0 величиной от единиц до десятков пикофарад. В связи с этим следует различать частоту резонанса последовательного контура $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$, равную

Полная схема кварцевого контура (рис. 7.21, а) кроме упомянутых элементов $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$ содержит статическую емкость между пластинами кварцедержателя C_0 величиной от единиц до десятков пикофарад. В связи с этим следует различать частоту резонанса последовательного контура $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$, равную

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_{кв} C_{кв}}},$$

и частоту резонанса параллельного контура $L_{кв}$, $C_{кв}$, C_0 , $r_{кв}$

$$f_{0э} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_{кв} C_э}},$$

где $C_э = \frac{C_0 C_{кв}}{C_0 + C_{кв}}$ — общая емкость последовательно включенных $C_{кв}$ и C_0 .

Так как $C_{кв} \ll C_0$, то $C_э \approx C_{кв}$ и резонансные частоты f_0 и $f_{0э}$ отличаются весьма незначительно.

При частотах, близких и, особенно, меньших f_0 , ток ветви, содержащей емкость C_0 , настолько мал, что свойства схемы практически определяются последовательным контуром $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$. Это вы-

ражается в том, что, когда частота внешнего напряжения f увеличивается и проходит через значение f_0 , реактивная составляющая входного сопротивления всей схемы $X_{кв}$ проходит через нуль, изменяя свой характер с емкостного на индуктивный (рис. 7.21, б). В области более высоких частот уже сказывается ток емкости C_0 , и при частоте параллельного резонанса $f_{0э}$ сопротивление $X_{кв}$ опять становится равным нулю, но характер этого сопротивления меняется с индуктивного на емкостный, как в любом параллельном контуре.

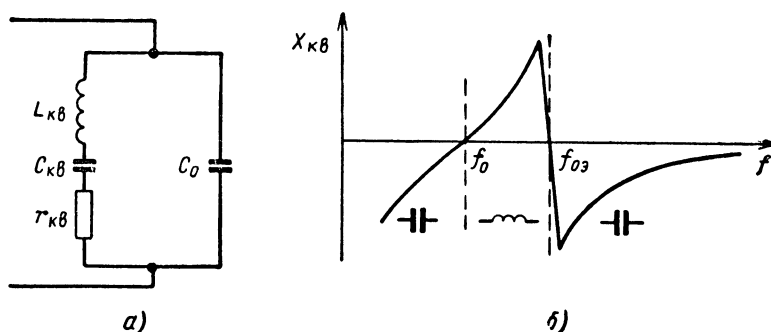


Рис. 7.21. Схема кварцевого контура (а) и зависимость реактивной составляющей входного сопротивления этого контура от частоты внешнего напряжения (б).

Ширина полосы прозрачности кварцевого фильтра равна разности частот $f_{0э} - f_0$ и, следовательно, может в известных пределах регулироваться емкостью C_0 . Так как частоты $f_{0э}$ и f_0 отличаются весьма незначительно, то полоса прозрачности кварцевого фильтра получается очень узкой, а высокая добротность кварцевого контура обеспечивает высокую стабильность этой полосы.

Магнитострикционные фильтры содержат стержень из ферромагнитного материала, который совершает механические колебания под действием переменного магнитного поля, создаваемого током намагничивающей катушки. Механические колебания аналогичным способом преобразуются в электромагнитные. Так как намагничиваемый стержень колеблется интенсивно только при частотах, равных или очень близких к его резонансной частоте, то на выход устройства проходят колебания, имеющие узкую полосу.

Магнитострикционные фильтры не получили такого широкого применения, как пьезоэлектрические, вследствие более низкой добротности колебательной цепи и более узкого диапазона частот, в котором возможно их применение. Этот диапазон ограничивается размерами резонаторов: они слишком велики на частотах менее 10 кГц и слишком малы на частотах более 1000 кГц.

48. Переход от многозвенного фильтра к длинным линиям

На рис. 7.22, а представлена схема Т-образного фильтра нижних частот из n звеньев, каждое из которых содержит индуктивность L' и емкость C' . Будем неограниченно увеличивать число звеньев ($n \rightarrow \infty$), не изменяя общих индуктивности nL' и емкости nC' фильтра. Это можно сделать лишь за счет уменьшения L' и C' до бесконечно малых величин ($L' \rightarrow 0, C' \rightarrow 0$). Однако отношение L'/C' должно оставаться конечной величиной.

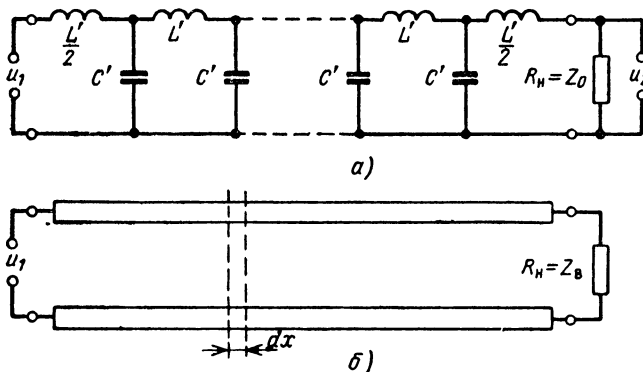


Рис. 7.22. Т-образный фильтр нижних частот с числом звеньев $n \rightarrow \infty$ (а) и аналогичная ему двухпроводная линия (б).

Такая схема в действительности существует: это — линия, состоящая из двух параллельных проводов (рис. 7.22, б). Любой элементарный участок двухпроводной линии длиной dx обладает некоторой индуктивностью проводов и емкостью между проводами, т. е. может быть уподоблен звену описанного фильтра нижних частот. Число таких звеньев в линии $n \rightarrow \infty$. Из этих соображений двухпроводные линии называют *цепями с распределенными параметрами*.

Они тоже имеют характеристическое сопротивление, величина которого определяется из выражений (132) и (135) при подстановке в них параметров элементарного участка линии L', C' вместо L, C и учета, что $L' \rightarrow 0, C' \rightarrow 0$, а отношение L'/C' является конечной величиной:

$$Z_{0T} = \sqrt{\frac{L'}{C'} - \frac{\omega^2 L'^2}{4}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}, \quad Z_{0П} = \sqrt{\frac{\frac{L'}{C'}}{1 - \frac{\omega^2 L' C'}{4}}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}.$$

В теории цепей с распределенными параметрами величину $\sqrt{L'/C'}$ обозначают Z_B (или ρ) и называют *волновым сопротивлением*

линии. Удобнее волновое сопротивление выражать через погонные параметры, т. е. параметры линии длиной в одну единицу. Если предположить в таком отрезке n_1 звеньев, каждое из которых имеет индуктивность L' и емкость C' , то $L_1 = n_1 L'$ и $C_1 = n_1 C'$, а

$$Z_{\text{в}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{L_1}{n_1} \cdot \frac{n_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

Как видно, волновое сопротивление линии не зависит от частоты и имеет чисто активный характер. Значит, если двухпроводную линию замкнуть на активное сопротивление $R_{\text{н}}$, равное волновому ($R_{\text{н}} = Z_{\text{в}} = \sqrt{L_1/C_1}$), то она оказывается согласованной с нагрузкой при любых частотах. Такое же сопротивление (волновое) имеет линия на входных зажимах и в промежуточных сечениях. Последний вывод следует хотя бы из того, что волновое сопротивление линии является характеристическим сопротивлением фильтра нижних частот с числом звеньев $n \rightarrow \infty$.

Итак, сигнал, передаваемый по линии, которая согласована с нагрузкой, встречает в любом сечении линии одинаковое сопротивление активного характера, равное волновому $Z_{\text{в}} = \sqrt{L_1/C_1}$. В результате передача сигналов происходит без их отражения к генератору, или, как говорят, согласованная линия работает в режиме бегущих волн.

Волновое сопротивление линии образовано своими распределенными индуктивностью и емкостью, и тем не менее это сопротивление активно. С аналогичным явлением мы встречались при рассмотрении характеристического сопротивления фильтра в полосе прозрачности. Причина и в том и в другом случае обусловлена равенством энергий электрического и магнитного полей на любом участке (звене) линии (фильтра), согласованной с нагрузкой.

Рассмотрим для доказательства элементарный участок линии длиной dx . Его индуктивности, равной $L_1 dx$, соответствует магнитное поле с энергией $(L_1 dx) i^2 / 2$, а емкости $C_1 dx$ — электрическое поле с энергией $(C_1 dx) u^2 / 2$.

При равенстве энергий

$$\frac{(L_1 dx) i^2}{2} = \frac{(C_1 dx) u^2}{2}$$

отношение напряжения к току в любом сечении линии, в том числе и на ее входе, равно

$$\frac{u}{i} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = Z_{\text{в}}.$$

Таким образом, подтверждается, что входное сопротивление линии, согласованной с нагрузкой, т. е. волновое сопротивление линии $Z_{\text{в}}$, активно по характеру, несмотря на реактивный характер ее элементов.

Рассматривая линию как фильтр нижних частот с бесконечно большим числом звеньев и бесконечно малыми индуктивностью L' и емкостью C' звена, устанавливаем граничную частоту линии:

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L'C}} \rightarrow \infty.$$

Это значит, что линия, согласованная с нагрузкой, имеет неограниченную полосу прозрачности. Ее частотные характеристики полностью совпадают с идеальными, в связи с чем сигналы, передаваемые по согласованной линии, воспроизводятся на выходе без искажения, но с некоторым запаздыванием. Такой процесс передачи напряжения и тока по линии называется *бегущей волной*.

Все эти выводы сделаны для линии без потерь. В реальной линии на любом элементарном участке, кроме индуктивности и емкости, имеются активное сопротивление проводов и активная проводимость (утечка) между проводами, за счет которых энергия передаваемого сигнала несколько теряется и волновое сопротивление линии приобретает некоторую реактивную составляющую. Однако режим бегущих волн может быть соблюден и в реальной линии.

49. RC-фильтры верхних частот

В радиотехнических устройствах, работающих на низких частотах, обычно используют реостатно-емкостные (RC) фильтры вместо реактивных (LC) и пьезоэлектрических. Это вызвано тем, что кварцевые пластины с резонансной частотой менее сотен герц настолько массивны, что трудно возбуждаются, а катушки с большой индуктивностью не имеют достаточно высокой добротности для введения их в LC-фильтр. Кроме того, вес, габаритные размеры и стоимость катушек с большой индуктивностью значительно больше, чем резистора.

RC-фильтры разделяются на фильтры высших и низших частот. В первых (рис. 7.23, а) выходное напряжение снимается с активного сопротивления R , а во вторых (рис. 7.25, а) — с емкости C .

Частотные характеристики. В Г-образном звене этого фильтра (рис. 7.23, а) сопротивление $Z_1 = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$, а $Z_2 = R$. Входное напряжение u_1 с комплексной амплитудой \dot{U}_{1m} приложено ко всему звену $Z_1 + Z_2$, а выходное напряжение u_2 с комплексной амплитудой \dot{U}_{2m} снимается только с сопротивления Z_2 . Поэтому коэффициент передачи напряжения фильтра \dot{K} равен отношению сопротивлений

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{U}_{1m}} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega RC}}. \quad (156)$$

Чтобы отделить вещественную часть K' этого коэффициента от мнимой части K'' , умножаем числитель и знаменатель выражения на сопряженное комплексное число знаменателя:

$$\dot{K} = \frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega RC}} \cdot \frac{1 + j \frac{1}{\omega RC}}{1 + j \frac{1}{\omega RC}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega RC}}{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}.$$

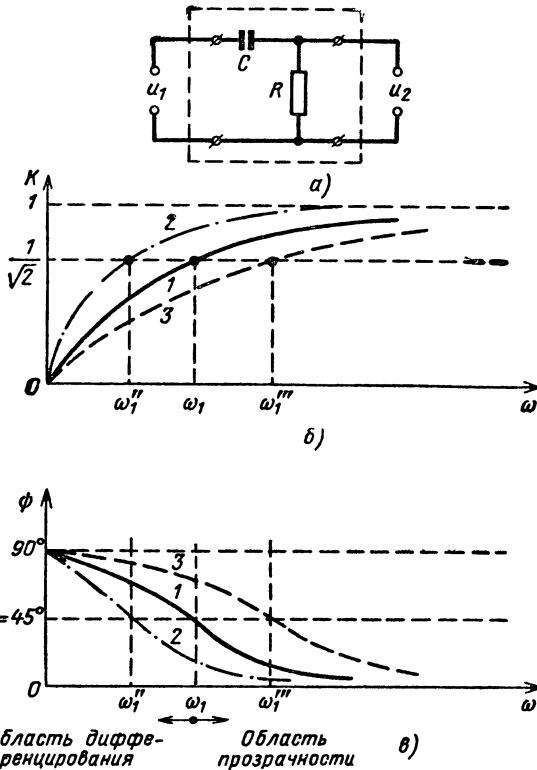


Рис. 7.23. RC-фильтр верхних частот (а) и его амплитудно-частотная (б) и фазо-частотная (в) характеристики.

Отсюда находим модуль K и аргумент ψ коэффициента передачи напряжения фильтра:

$$K = \sqrt{K'^2 + K''^2} = \sqrt{\left[\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}\right]^2 + \left[\frac{1/\omega RC}{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}\right]^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2\right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}}, \quad (157)$$

$$\psi = \arctg \frac{K''}{K'} = \arctg \frac{1}{\omega RC} \quad (158)$$

Исследуем амплитудно-частотную (рис. 7.23, б) и фазо-частотную (рис. 7.23, в) характеристики, построенные по этим уравнениям.

1. При частоте $\omega = 0$ емкостное сопротивление $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$ бесконечно велико по сравнению с активным сопротивлением $Z_2 = R$, и поэтому модуль $K = 0$, а аргумент $\psi = \arctg \infty = 90^\circ$ (ток в цепи i имеет чисто емкостный характер, и выходное напряжение $u_2 = i_2 R$ опережает по фазе входное напряжение u_1 на 90°). С увеличением частоты емкостное сопротивление Z_1 уменьшается и все большая часть входного напряжения приходится на долю активного сопротивления $Z_2 = R$. Соответственно возрастает модуль K и уменьшается аргумент ψ коэффициента передачи напряжения. Когда $\omega \rightarrow \infty$, сопротивление Z_1 падает до нуля, все входное напряжение поступает на выход ($K = 1$), ток в цепи имеет чисто активный характер ($Z_1 + Z_2 = Z_2 = R$) и напряжения u_1, u_2 совпадают по фазе ($\psi = 0$). Таким образом, подтверждается, что *данный четырехполюсник является фильтром высших частот.*

2. В этом фильтре не наблюдается резкого перехода от полосы задерживания к полосе прозрачности. Условно граничную частоту ω_1 определяют для значения $K = 1/\sqrt{2}$, т. е. на уровне 0,707 от максимального. Подставив $\omega = \omega_1$ и $K = 1/\sqrt{2}$ в выражение (157), получаем

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_1 RC}\right)^2}},$$

откуда

$$\omega_1 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau_{ц1}}. \quad (159)$$

Таким образом, *граничная частота фильтра ω_1 имеет величину, обратную его постоянной времени $\tau_{ц1} = RC$.*

3. Когда $\omega = \omega_1$ сопротивление $z_1 = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{RC}{C} = R$, т. е. $z_1 = z_2$, вследствие чего выходное напряжение опережает по фазе входное напряжение на угол 45° :

$$\psi_1 = \arctg \frac{1}{\omega_1 RC} = \arctg 1 = 45^\circ.$$

4. В радиотехнических схемах RC -фильтр верхних частот используется в качестве переходной или дифференцирующей цепи.

Переходная цепь предназначена для передачи сигналов без изменения их формы. Следовательно, полоса прозрачности цепи должна быть как можно шире. Для этого граничную частоту фильтра $\omega_1 = 1/RC$ устанавливают минимальной, а постоянную времени цепи $\tau_{цл} = RC$ — максимальной. Из показанных на рис. 7.23, б частотных характеристик фильтров 1, 2, 3 характеристика 2 наиболее полно удовлетворяет требованиям переходной цепи, так как ей соответствует наименьшая граничная частота ($\omega_1'' < \omega_1, \omega_1'''$).

Дифференцирующая цепь предназначена для получения на выходе цепи напряжения u_2 , пропорционального производной по времени от входного напряжения u_1 ,

$$u_2 = a_d \frac{du_1}{dt}. \quad (160)$$

Коэффициент пропорциональности a_d зависит от параметров фильтра RC .

Из курса математики известно, что производная суммы функции равна сумме производных от каждой составляющей функции, и так как RC -фильтр — линейная цепь, к которой применим принцип суперпозиции, то для идеального дифференцирования сигнала нужно продифференцировать все его гармонические составляющие.

Каждая гармоническая составляющая напряжения входного сигнала с частотой ω

$$u_1 = U_{1m} \sin \omega t$$

преобразуется идеальной дифференцирующей цепью согласно выражению (160) в напряжение

$$u_2 = a_d \frac{du_1}{dt} = a_d \omega U_{1m} \cos \omega t = a_d \omega U_{1m} \sin(\omega t + 90^\circ).$$

Значит, амплитуда напряжения должна измениться от U_{1m} до $U_{2m} = a_d \omega U_{1m}$, а по фазе на 90° в сторону опережения. В RC -фильтре верхних частот угол $\psi = 90^\circ$ только при частоте $\omega = 0$, но тогда $K = 0$. Следовательно, идеальное дифференцирование сигналов невозможно.

В полосе задерживания фильтра, где сильно подавляются составляющие низших частот, все же наблюдается эффективное дифференцирование. Например, если допустить уменьшение амплитуд гармоник в 10 раз и более ($K \leq 0,1$), то согласно (157) и (158) максимальная частота дифференцируемой части спектра $\omega_{\max} \approx \approx 0,1/RC = 0,1\omega_1$, а минимальный угол $\psi_{\min} = \arctg 10 = 89^\circ 20'$. В целях расширения этой части спектра (увеличения ω_{\max}) нужно, очевидно, сдвинуть граничную частоту спектра ω_1 в область высших частот и соответственно уменьшить постоянную времени цепи $\tau_{цл} = RC$ (см. характеристики 3 на рис. 7.23, б, в).

Переходные процессы. Пусть на вход RC -фильтра верхних частот подана последовательность прямоугольных импульсов u_1 дли-

тельностью τ_n , периодом следования T_c и амплитудой U_m (рис. 7.24, а). Постоянная составляющая этих импульсов, равная $U_0 = U_m \tau_n / T_c = U_m / q$, «остается» на конденсаторе C и отсутствует в выходном напряжении u_2 . Значит, полярность напряжения u_2 меняется и заштрихованные площади над и под осью времени урав-

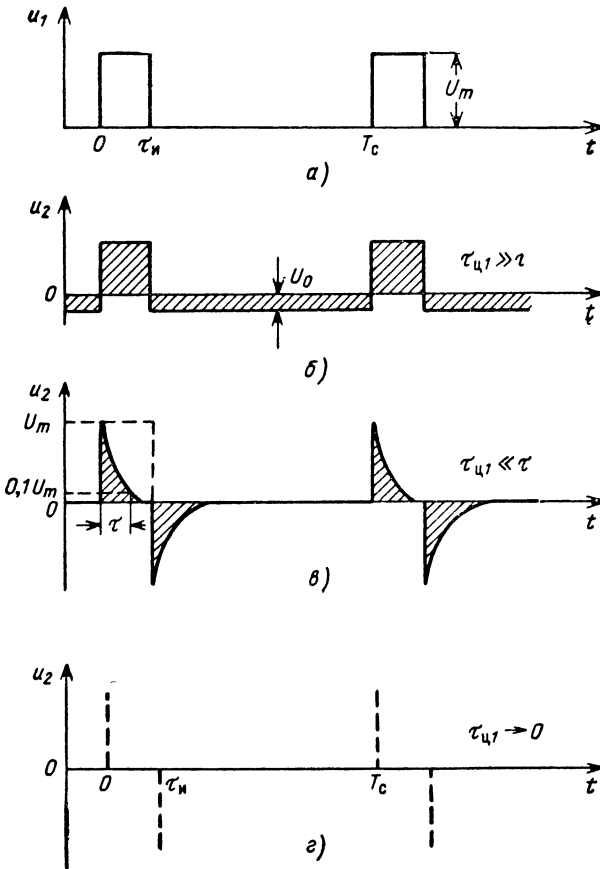


Рис 7.24. Преобразование прямоугольного импульса RC -фильтром верхних частот.

ниваются (рис. 7.24, б, в). Кроме того, мгновенные перепады напряжения u_1 , т. е. фронт и срез импульсов, полностью передаются на выход, поскольку конденсатор фильтра не может мгновенно приобрести или потерять заряд. Это согласуется и с тем, что для высших частот спектра сигналов фильтр прозрачен.

Что касается плоской части импульсов, то она искажается за счет подавления в фильтре низших частот спектра, причем это сказывается тем больше, чем меньше постоянная времени цепи $\tau_{ц1}$ по срав-

нению с длительностью импульсов на входе τ_n . Например, если $\tau_{ц1} \gg \tau_n$, то конденсатор заряжается и разряжается настолько медленно, что напряжение на нем можно считать постоянным (U_0) и выходное напряжение равным $u_2 = u_1 - U_0$. Это соответствует идеальной переходной цепи, которая, как известно, должна иметь граничную частоту $\omega_1 \rightarrow 0$ и постоянную времени $\tau_{ц1} = 1/\omega_1 \rightarrow \infty$. Тогда изменения u_2 точно следуют за изменениями u_1 (рис. 7.24, б).

При обратном соотношении $\tau_{ц1}$ и τ_n (рис. 7.24, в) вслед за положительным перепадом напряжения U_m наблюдается быстрый процесс заряда конденсатора и соответствующее (экспоненциальное) понижение выходного напряжения

$$u_2 = U_m e^{-t/\tau_{ц1}}. \quad (161)$$

Так как $\tau_{ц1} \ll \tau_n$, то этот переходный процесс завершается до окончания входного импульса и на выходе образуется остроконечный импульс положительной полярности.

В момент времени $t = \tau_n$ отрицательный перепад напряжения $-U_m$ мгновенно передается с входа на выход, и так как теперь $u_1 = 0$, то конденсатор полностью разряжается током, который вызывает на сопротивлении R остроконечный импульс u_2 отрицательной полярности. Длительность обоих импульсов τ одинакова и обычно измеряется на уровне $0,1U_m$. Подставив $u_2 = 0,1U_m$ и $t = \tau$ в выражение (161), получаем

$$0,1U_m = U_m e^{-\frac{\tau}{\tau_{ц1}}}, \quad e^{\frac{\tau}{\tau_{ц1}}} = 10,$$

а после логарифмирования обеих частей равенства находим

$$\frac{\tau}{\tau_{ц1}} \ln e = \ln 10.$$

Так как $\ln e = 1$, а $\ln 10 = 2,3 \log 10 = 2,3$, то длительность остроконечных импульсов оказывается равной

$$\tau = 2,3\tau_{ц1} = 2,3RC. \quad (162)$$

Рассуждая формально, можно считать, что если уменьшить постоянную времени $\tau_{ц1} = RC$ до нуля, то будут получены импульсы нулевой длительности (рис. 7.24, г). Это означало бы идеальное дифференцирование прямоугольных импульсов, так как на их вершине и в интервале между ними производная $\frac{du_1}{dt} = 0$ и только во время перепадов входного напряжения производная не равна нулю. Поскольку для получения $\tau_{ц1} = RC = 0$ необходимо принять $R = 0$ или $C = 0$, то и выходное напряжение $u_2 = 0$. Тем самым подтверждается, что идеальное дифференцирование сигналов невозможно.

Итак, *RC-фильтр верхних частот должен иметь максимально возможную постоянную времени $\tau_{ц1} = RC$ при использовании его в качестве переходной цепи и минимально возможную $\tau_{ц1}$ при использовании его в качестве дифференцирующей цепи.*

50, RC-фильтры нижних частот

Частотные характеристики. В фильтре нижних частот (рис. 7.25, а) входное напряжение u_1 подводится к последовательно включенным сопротивлениям $Z_1 + Z_2 = R + 1/j\omega C$, а выходное напряжение u_2 снимается с сопротивления $Z_2 = 1/j\omega C$. Поэтому

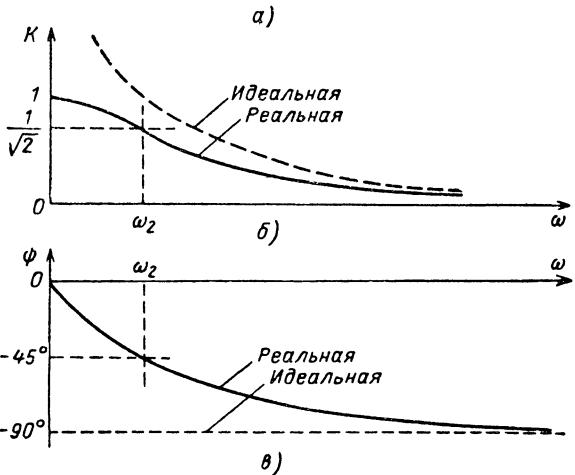
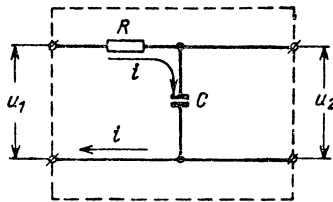


Рис. 7.25. RC-фильтр нижних частот (а) и его амплитудно-частотная (б) и фазо-частотная (в) характеристики.

коэффициент передачи напряжения фильтра равен

$$\dot{K} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{j\omega C \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega\tau_{ц2}},$$

где $\tau_{ц2} = RC$ — постоянная времени цепи.

Освобождаемся от мнимой части знаменателя и разделяем вещественную K' и мнимую K'' части выражения:

$$K' = \frac{1}{1 + (\omega\tau_{ц2})^2}, \quad K'' = \frac{-\omega\tau_{ц2}}{1 + (\omega\tau_{ц2})^2},$$

после чего определяем модуль K и аргумент ψ коэффициента передачи напряжения:

$$K = \sqrt{K'^2 + K''^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau_{ц2})^2}}, \quad (163)$$

$$\psi = \arctg \frac{K'}{K''} = \arctg (-\omega\tau_{ц2}). \quad (164)$$

Частотные и фазовые характеристики четырехполюсника (рис. 7.25, б, в), полученные согласно этим уравнениям, позволяют сделать следующие выводы:

1. С увеличением частоты ω от 0 до ∞ модуль K уменьшается от 1 до 0, а аргумент ψ — от 0 до -90° . Действительно, при $\omega = 0$ активное сопротивление $Z_1 = R$ бесконечно мало по сравнению с емкостным сопротивлением $Z_2 = 1/j\omega C$, вследствие чего входное и выходное напряжения равны и совпадают по фазе ($K = 1, \psi = 0$); с увеличением частоты до бесконечности емкостное сопротивление Z_2 , а с ним и модуль K уменьшаются до нуля, ток i фильтра становится чисто активным, совпадает по фазе с u_1 и, следовательно, снятое с емкости C бесконечно малое напряжение u_2 отстает от u_1 на 90° ($\psi = -90^\circ$). *Все это признаки фильтра нижних частот.*

2. Граничная частота фильтра $\omega = \omega_2$, при которой $K = 1/\sqrt{2}$, связана с постоянной времени $\tau_{ц2}$ зависимостью

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_2 \tau_{ц2})^2}},$$

из которой следует, что

$$\omega_2 = \frac{1}{\tau_{ц2}} = \frac{1}{RC}, \quad (165)$$

т. е. *граничная частота фильтра нижних частот и его постоянная времени — обратные величины.*

3. На граничной частоте сопротивления Z_1 и Z_2 равны между собой ($R = \frac{\tau_{ц2}}{C} = \frac{1}{\omega_2 C}$), и поэтому аргумент $\psi_2 = \arctg (-\omega_2 \tau_{ц2}) = -\arctg (1)$, т. е. выходное напряжение отстает по фазе от входного на 45° .

4. В области нижних частот, отделяемой граничной частотой, фильтр прозрачный, а в другой области, где подавляются высшие частоты, происходит *интегрирование колебаний*. Идеальное интегрирование означает, что выходное напряжение прямо пропорционально временному интегралу от входного напряжения

$$u_2 = a_n \int u_1 dt,$$

где a_n — коэффициент, определяемый параметрами фильтра.

Если $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$, то

$$\begin{aligned} u_2 &= a_n \int U_{1m} \sin \omega t dt = -\frac{a_n U_{1m}}{\omega} \cos \omega t + U_0 = \\ &= \frac{a_n U_{1m}}{\omega} \sin (\omega t - 90^\circ) + U_0. \end{aligned}$$

Постоянная интегрирования U_0 является постоянной составляющей выходного напряжения.

Судя по тому, что амплитуда напряжения изменилась от U_{1m} до $U_{2m} = a_n U_{1m} / \omega$, а фаза его отстала на 90° , в случае идеального интегрирования модуль K и аргумент ψ коэффициента передачи напряжения удовлетворяют соотношениям

$$K = \frac{U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{a_n}{\omega}, \quad \psi = -90^\circ.$$

Построенные по этим уравнениям частотные характеристики (пунктирные линии на рис. 7.25, б, в) показывают, что *фильтр низких частот приобретает в области высших частот свойства интегрирующей цепи.*

5. Идеальные характеристики интегрирующей цепи и реальные характеристики фильтра сближаются с ростом частоты, но при этом

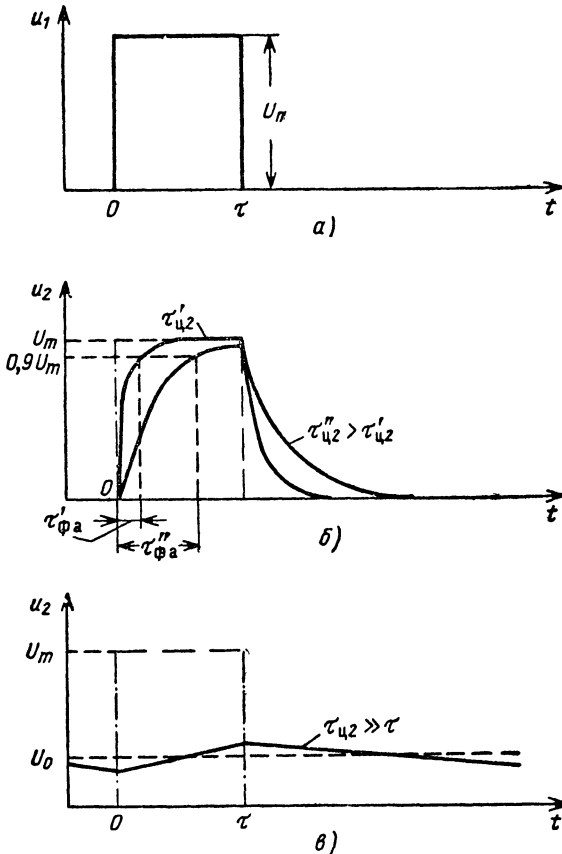


Рис. 7.26. Преобразование прямоугольного импульса фильтром нижних частот.

уменьшается K . Значит, улучшение качества интегрирования сопровождается уменьшением коэффициента передачи напряжения, и при $\omega \rightarrow \infty$ коэффициент $K \rightarrow 0$, т. е. идеальное интегрирование вообще невозможно.

Переходные процессы. Прямоугольный импульс напряжения u_1 с амплитудой U_m и длительностью τ , поданный на вход фильтра нижних частот (рис. 7.26, а), искажается за счет подавления гармонических составляющих высших частот. Искажения выражаются в растягивании фронта и среза импульса, поскольку они определяются высшими гармониками.

На протяжении импульса ($t = 0 \div \tau$) конденсатор C заряжается через сопротивление R , в результате чего выходное напряжение u_2 возрастает по экспоненциальному закону (рис. 7.26, б). Зная, что падение напряжения на сопротивлении R равно $u_R = U_m e^{-t/\tau_{ц2}}$, имеем

$$u_2 = U_m - u_R = U_m - U_m e^{-\frac{t}{\tau_{ц2}}} = U_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ц2}}} \right). \quad (166)$$

В момент времени $t = \tau$ входное напряжение падает до нуля, после чего конденсатор с той же постоянной времени $\tau_{ц2}$ разряжается по экспоненте. Фронт и срез импульса оказываются растянутыми.

Подставляя в выражение (166) значение $u_2 = 0,9U_m$, получаем $t = 2,3\tau_{ц2}$, т. е. активная длительность фронта равна

$$\tau_{фа} = 2,3\tau_{ц2} = 2,3RC. \quad (167)$$

Эта формула справедлива и для активной длительности среза.

Если постоянная времени фильтра мала ($\tau_{ц2} = \tau'_{ц2}$), то конденсатор быстро заряжается до величины U_m и столь же быстро разряжается, благодаря чему фронт и срез импульса мало искажаются ($\tau_{фа} = \tau'_{фа}$). При большем значении постоянной времени ($\tau_{ц2} = \tau''_{ц2}$) длительность фронта и среза больше ($\tau''_{фа} > \tau'_{фа}$). Когда же $\tau_{ц2} \rightarrow \infty$ (рис. 7.26, в), то выходное напряжение u_2 весьма незначительно изменяется относительно постоянной составляющей U_0 . При этом используется самый начальный участок экспоненты, который можно принять за прямую линию. Такое преобразование означает идеальное интегрирование прямоугольного импульса u_1 .

Для доказательства произведем обратное преобразование: продифференцируем линейно нарастающее за время τ напряжение u_2 и получим постоянное входное напряжение $u_1 = U_m$. Тем самым подтверждается, что, чем больше постоянная времени и соответственно меньше граничная частота фильтра нижних частот, тем больше (количественно и качественно) подавляется высших гармонических составляющих входного импульса и тем эффективнее его интегрирование.

Часть вторая

УСИЛЕНИЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ

VIII

УСИЛЕНИЕ СИГНАЛОВ

51. Общие сведения

Усилителем называется четырехполюсник, предназначенный для того, чтобы за счет энергии источника питания увеличить интенсивность колебаний, не изменяя по возможности их форму.

Увеличение интенсивности выражается в усилении колебаний по напряжению, току или мощности. Соответственно различают *усилители напряжения, тока и мощности*. Следует заметить, что в усилителях напряжения и тока сигнал усиливается и по мощности, хотя это не определяется их назначением. Тем самым усилитель принципиально отличается от трансформатора или колебательного контура, которые способны повышать интенсивность колебаний только по напряжению или току, но не по мощности.

Необходимая для усиления энергия поступает от источника питания обычно постоянного тока (рис. 8.1), вместе с тем ток в сопротивлении нагрузки усилителя Z_n должен иметь форму усиливаемого сигнала. Следовательно, *в усилителе должно происходить преобразование энергии и этим процессом должен управлять сигнал, подводимый ко входу усилителя*. Источник сигнала, называемый иначе *источником возбуждения*, имеет э. д. с. \mathcal{E}_1 , внутреннее сопротивление R_{i1} и напряжение U_1 .

Преобразование осуществляется посредством *электронной лампы, транзистора или другого нелинейного элемента*, причем для управления ими источник возбуждения или совсем не расходует мощности или эта мощность очень мала. Что касается амплитуды напряжения сигнала U_{1m} , то ее, как правило, недостаточно для возбуждения той лампы (транзистора), которая непосредственно развивает заданную мощность в нагрузке усилителя Z_n . Поэтому усилитель составляется из нескольких ступеней (каскадов), каждая из которых содержит все основные элементы, характерные для усилителя. Выходная ступень является усилителем мощности, предоконечная может быть как усилителем напряжения, так и усилителем мощности (но меньшей, чем в выходном каскаде), а предварительные кас-

кады предназначены для усиления напряжения до величины, обеспечивающей возбуждение следующей ступени.

По характеру нагрузки усилители делятся на *апериодические и избирательные*. В первых сопротивление нагрузки значительно меньше зависит от частоты, чем во вторых. *Усилители низкой частоты (УНЧ)* обычно апериодические, так как они усиливают управляющие сигналы с шириной спектра $f_{\max} - f_{\min}$, значительно большей, чем минимальная частота этого спектра f_{\min} . Наоборот, для спектра частот радиосигналов характерно неравенство $f_{\max} - f_{\min} \ll f_{\min}$, и поэтому *усилитель высокой частоты*

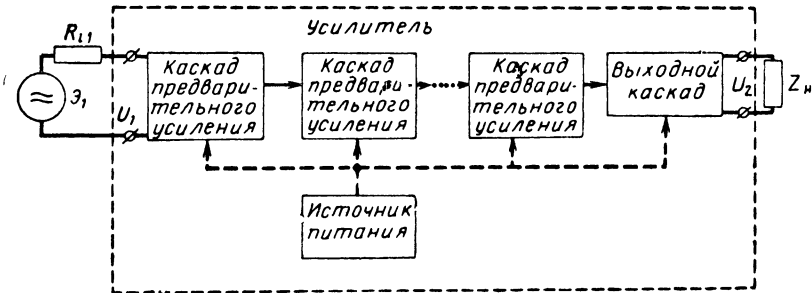


Рис. 8.1. Блок-схема усилителя.

(УВЧ) должен быть избирательным. Это достигается тем, что в качестве нагрузки УВЧ используют колебательные контуры.

Итак, усилитель содержит нелинейные и линейные элементы, а также источник питания. Иначе говоря, в общем случае усилитель является *нелинейным активным четырехполюсником*. Если же, как в усилителях напряжения или малой мощности, амплитуда возбуждения невелика и управляемый элемент полностью работает на прямолинейном участке вольтамперной характеристики, то усилитель становится *линейным активным четырехполюсником*. К нему можно применить принцип суперпозиции и все понятия, относящиеся к линейным пассивным четырехполюсникам.

52. Усилитель напряжения на сопротивлениях

Рассмотрим *усилитель напряжения на сопротивлениях*, называемый иначе *реостатным усилителем* (рис. 8.2, а). Это апериодический линейный усилитель с нагрузкой анодной цепи в виде резистора R_a .

Напряжение возбуждения u_1 в совокупности с постоянным напряжением \mathcal{E}_g подводится к участку сетка — катод триода \mathcal{L}_1 . Так как управляющая сетка расположена ближе к катоду, чем анод, то даже небольшое изменение напряжения u_1 вызывает значитель-

ное изменение анодного тока. Очевидно, что при большой амплитуде переменной составляющей анодного тока и большом сопротивлении резистора R_a падение напряжения на нем имеет амплитуду, во много раз превышающую амплитуду входного напряжения. Это усиление напряжения произошло за счет энергии источника постоянного тока, питающего анодную цепь.

Являясь вплоть до сверхвысоких частот практически безынерционным прибором, электронная лампа мгновенно изменяет анодный ток по закону изменения управляющего напряжения u_1 . Если к тому же лампа работает в линейном режиме, то переменная состав-

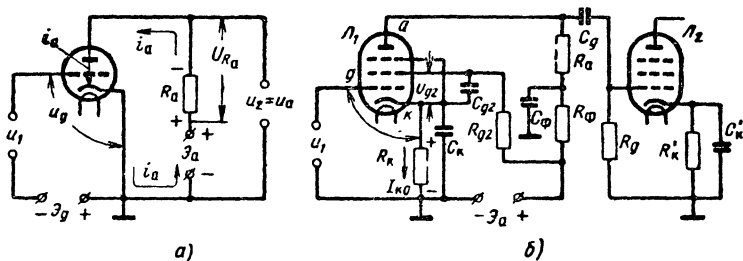


Рис 8.2. Упрощенная (а) и полная (б) принципиальные схемы реостатного усилителя.

ляющая напряжения на резисторе R_a совпадает по форме с усиливаемым сигналом. Вместе с тем, исходное напряжение на сетке \mathcal{E}_g устанавливают таким, чтобы и при наличии сигнала сеточное напряжение оставалось отрицательным. При этом условии в цепи сетки не будет электронного тока и источник сигнала не будет затрачивать мощности на управление анодным током.

Пусть напряжение возбуждения изменяется по синусоидальному закону: $u_1 = U_{gm} \sin \omega t$. Тогда мгновенное напряжение на сетке (кривая 1, 2, 3, 4, 5... на рис. 8.3, б) равно

$$u_g = \mathcal{E}_g + u_1 = \mathcal{E}_g + U_{gm} \sin \omega t, \quad (168)$$

где \mathcal{E}_g — постоянная составляющая сеточного напряжения (напряжение смещения);

U_{gm} — амплитуда переменной составляющей сеточного напряжения (амплитуда возбуждения);

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ — угловая частота возбуждения.

Если лампа работает в *линейном режиме*, то анодный ток i_a изменяется в фазе с u_g (рис. 8.3, д) и также содержит постоянную составляющую (I_{a0}) и синусоидальную переменную составляющую (ее амплитуда I_{am}):

$$i_a = I_{a0} + I_{am} \sin \omega t, \quad (169)$$

Этот ток вызывает на резисторе R_a падение напряжения

$$u_R = i_a R_a = I_{a0} R_a + I_{am} R_a \sin \omega t. \quad (170)$$

Так как электроны движутся от катода к аноду, то анодный ток течет в обратном направлении, как показано стрелками на рис. 8.2, а. Это определяет встречную полярность напряжения u_R к напряжению источника \mathcal{E}_a . Отсюда анодное напряжение (рис. 8.3, з) равно

$$u_a = \mathcal{E}_a - u_R = \mathcal{E}_a - I_{a0} R_a - I_{am} R_a \sin \omega t = U_{a0} - U_{am} \sin \omega t, \quad (171)$$

где $U_{a0} = \mathcal{E}_a - I_{a0} R_a$ — постоянная составляющая анодного напряжения;

$U_{am} = I_{am} R_a$ — амплитуда переменной составляющей анодного напряжения, равная амплитуде напряжения на нагрузке.

Сопоставляя уравнения (168) и (171), приходим к выводу, что *напряжения на управляющей сетке и аноде изменяются в противофазе*. В таких условиях анодный ток определяется его *динамическими характеристиками*, при построении которых учитывается противофазность сеточного и анодного напряжений.

Динамическая характеристика строится на основе семейства статических анодно-сеточных или анодных характеристик. Каждая статическая анодно-сеточная характеристика (рис. 8.3, а) выражает зависимость анодного тока i_a от сеточного напряжения u_g при постоянном анодном напряжении ($u_a = \text{const}$), а каждая анодная характеристика (рис. 8.3, в) выражает зависимость анодного тока i_a от анодного напряжения u_a при постоянном напряжении на управляющей сетке ($u_g = \text{const}$). К характеристикам на рис. 8.3, а, б примыкают временные диаграммы сеточного (рис. 8.3, б) и анодного (рис. 8.3, з) напряжений таким образом, что начала координат в графиках на рис. 8.3, а, б, так же как и в графиках на рис. 8.3, в, з, совпадают; кроме того, ось абсцисс для рис. 8.3, а одновременно служит осью ординат для рис. 8.3, б, а ось абсцисс для рис. 8.3, в является осью ординат для рис. 8.3, з. Все это облегчает построение временной диаграммы на рис. 8.3, д и динамических характеристик по имеющимся статическим характеристикам. Например, для точек 1 ($t = 0$), 3 ($t = T/2$), 5 ($t = T$) фазовый угол равен $\omega t = \frac{2\pi}{T} 0 = 0$, $\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi$, $\frac{2\pi}{T} T = 2\pi$, а сеточное и анодное напряжения принимают следующие значения:

$$u_g = \mathcal{E}_g + U_{gm} \sin \omega t = \mathcal{E}_g,$$

$$u_a = U_{a0} - U_{am} \sin \omega t = U_{a0}.$$

Следовательно, нужно на оси u_g зафиксировать точку (1), соответствующую напряжению \mathcal{E}_g , и спроектировать ее на анодно-сеточную характеристику, снятую при $u_a = U_{a0}$, а точку (1) на оси

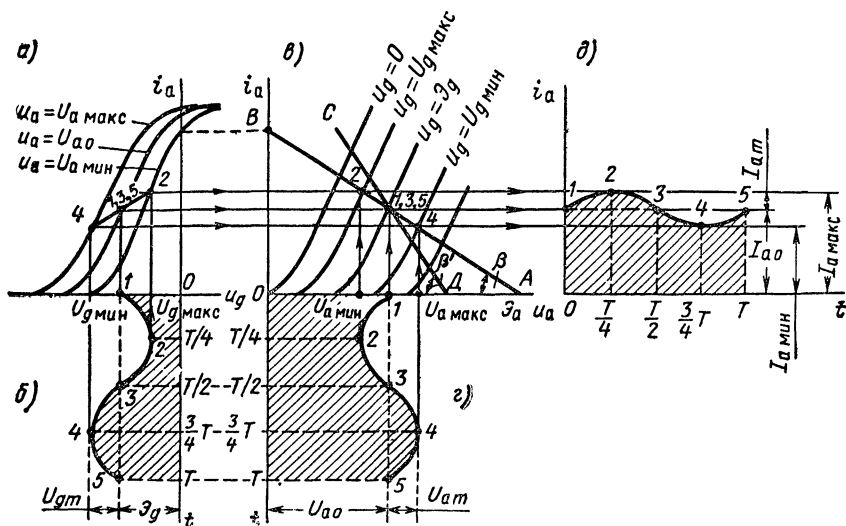


Рис. 8.3. Характеристики усилительной лампы и временные диаграммы напряжений и токов в резонансном усилителе.

u_a , соответствующую $u_a = U_{a0}$, спроектировать на анодную характеристику, снятую при $u_g = \mathcal{E}_g$. Спроектированные точки 1, 3, 5 принадлежат динамическим характеристикам и дают на временной диаграмме рис. 8,3, д значение $i_a = I_{a0}$. Аналогично находят точки

$$2 \left(t = \frac{T}{4}; \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}; u_g = \mathcal{E}_g + U_{gm} = U_{g \text{ макс}}; u_a = \mathcal{E}_a - U_{am} = U_{a \text{ мин}}; i_a = I_{a0} + I_{am} = I_{a \text{ макс}} \right) \text{ и } 4 \left(t = \frac{3}{4} T; \omega t = \frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{2}; u_g = \mathcal{E}_g - U_{gm} = U_{g \text{ мин}}; u_a = \mathcal{E}_a + U_{am} = U_{a \text{ макс}}; i_a = I_{a0} - I_{am} = I_{a \text{ мин}} \right).$$

Особый интерес представляет анодная динамическая характеристика, которая иначе называется *нагрузочной прямой*. Действительно, из выражения (171)

$$u_a = \mathcal{E}_a - u_R = \mathcal{E}_a - i_a R_a$$

получаем уравнение прямой

$$i_a = \frac{\mathcal{E}_a - u_a}{R_a}. \quad (172)$$

Согласно этому уравнению крайние точки прямой следующие: А соответствует $i_a = 0$ и $u_a = \mathcal{E}_a$, В соответствует $u_a = 0$ и $i_a = \mathcal{E}_a/R_a$.

Возвращаемся к принципиальной схеме усилителя, выполненной на пентодах и дополненной рядом деталей (рис. 8.2, б). Вместо источников смещения здесь используются резисторы R_k, R'_k , блокированные конденсаторами большой емкости C_k, C'_k . Через резисторы проходят постоянные составляющие (I_{k0}), а через конденсаторы — переменные составляющие катодных токов лампы. Заметим, что катодный ток равен сумме анодного и сеточных токов лампы. Так как емкости C_k и C'_k велики, то они практически создают короткое замыкание для переменных токов, и только ток I_{k0} вызывает падение напряжения со знаком плюс на катоде и минус на корпусе (земле):

$$|\mathcal{E}_g| = I_{k0} R_k.$$

Это и есть напряжение смещения, оно приложено к управляющей сетке со знаком минус относительно катода.

Обычно питание всех каскадов усилителя производится от общего источника. В связи с этим возникает опасность паразитных связей, которые выражаются в том, что усиливаемые колебания проникают из одного каскада в другой через общий источник питания. Для исключения этих явлений источник питания снабжают фильтром с очень малым выходным сопротивлением для переменного тока. Кроме того, в каждом каскаде предусматривают развязывающий фильтр R_ϕ, C_ϕ , в котором $R_\phi \gg \frac{1}{\omega C_\phi}$. При таком соотношении пере-

менная составляющая анодного тока проходит через конденсатор C_ϕ , минуя источник питания, и замыкается по цепи анод — катод, C_k, C_ϕ, R_a (через полпериода $T/2$ направление обратное), а постоянная составляющая анодного тока I_{a0} замыкается по цепи анод — катод, R_k , источник питания, R_ϕ, R_a .

Экранная сетка предназначена для уменьшения емкости между управляющей сеткой и анодом. Напряжение на ней u_{g2} должно быть постоянным. Ток экранной сетки идет от источника питания через гасящее сопротивление R_{g2} , участок экранная сетка — катод и R_k . Эта сетка замкнута накоротко на катод по переменному току конденсатором C_{g2} . Защитная сетка предназначена для устранения динатронного эффекта и соединяется непосредственно с катодом.

Усиленное первым каскадом напряжение снимается с резистора R_a , а следовательно, и с участка анод — катод \mathcal{L}_1 (они включены параллельно по переменному току через C_k, C_ϕ) и передается для дальнейшего усиления через переходную цепь C_g, R_g на участок управляющая сетка — катод лампы \mathcal{L}_2 . Конденсатор C_g называется *разделительным*, так как отделяет анод пентода \mathcal{L}_1 от сетки \mathcal{L}_2 по постоянному напряжению.

53. Реостатный усилитель как активный линейный четырехполюсник

Принципиальной схеме усилителя, показанной на рис. 8.2, б, соответствует эквивалентная схема по переменному току, представленная на рис. 8.4, а. Это четырехполюсник, входные зажимы которого подключены к управляющей сетке g и катоду k лампы L_1 . Полагая, что конденсаторы C_k , C'_k и C_ϕ представляют короткое замыкание для переменного тока, имеем одну общую точку k , k' входа и выхода. Поэтому такого рода схемы называются *схемами с общим катодом* (общим эмиттером — в транзисторных усилителях). Существуют также схемы *с общей сеткой* (базой) и *анодом* (коллектором). К общей точке подключены и резисторы R_g и R_a (через C'_ϕ).

Из курса «Электронные и ионные приборы» известно, что усиленная лампа, работающая в линейном режиме, имеет статические параметры: коэффициент усиления μ , крутизну характеристики S и внутреннее сопротивление R_i . Коэффициент усиления μ показывает, во сколько раз приращение анодного тока, вызванное приращением сеточного напряжения, больше вызванного равным по величине приращением анодного напряжения. Внутреннее сопротивление R_i есть дифференциальное сопротивление участка анод — катод лампы, т. е. оно определяется отношением элементарного приращения анодного напряжения к вызванному им приращению анодного тока. Крутизна характеристики S равна отношению приращения анодного тока к вызвавшему его элементарному приращению сеточного напряжения.

Из этих определений следует, что $\mu = SR_i$, а также, что если на вход усилителя $g - k$ подано синусоидальное напряжение с амплитудой \dot{U}_{gm} , то участок между анодом a и катодом k можно представить в виде генератора э. д. с.¹ $\mu\dot{U}_{gm}$ с внутренним сопротивлением R_i . К этому генератору подключена комплексная нагрузка Z_n , состоящая из резистора R_a , переходной цепи C_g , R_g и паразитных емкостей — выходной $C_{вых}$ лампы L_1 и входной $C_{вх}$ лампы L_2 . На режим входной цепи усилителя также оказывают влияние паразитные емкости: входная $C_{вх}$ и проходная $C_{пр}$ лампы L_1 . Заметим, что в состав $C_{вх}$, $C_{пр}$ и $C_{вых}$ входят не только статические емкости ламп $C_{гк}$, $C_{га}$ и $C_{ак}$, но и соответствующие емкости монтажа и нагрузки. Амплитуда напряжения на нагрузке $\dot{U}_{ам}$ в K раз больше, чем на входе: $\dot{U}_{ам} = KU_{gm}$, где K — коэффициент усиления каскада.

¹ Именно э. д. с., а не напряжения, так как μ — статический параметр и, следовательно, соответствует отключенной нагрузке.

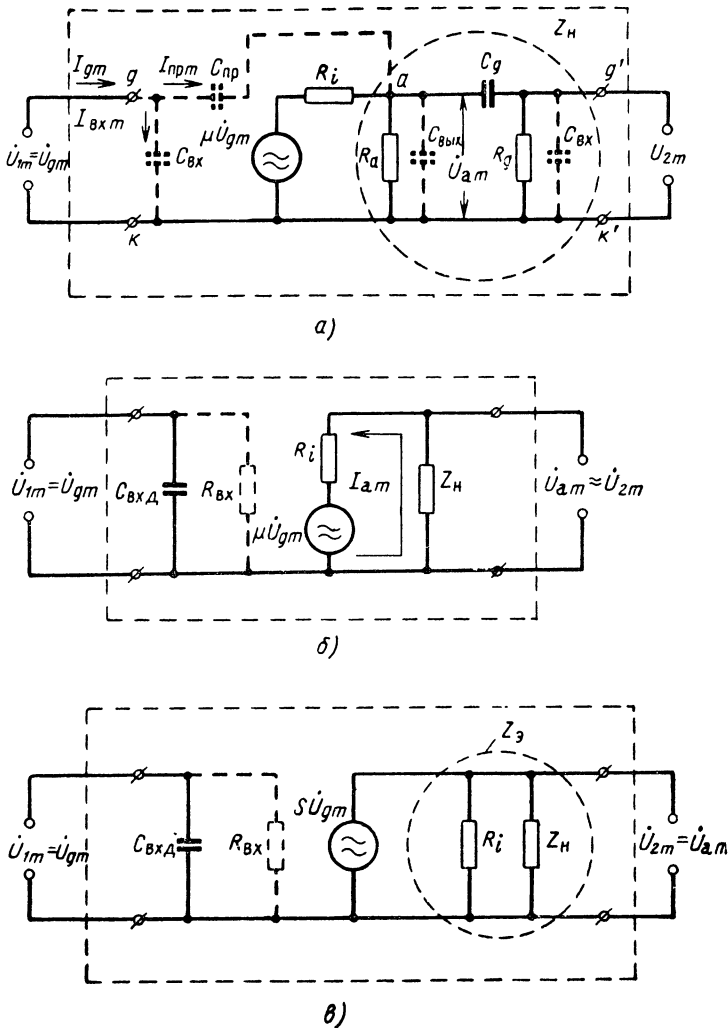


Рис. 8.4. Реостатный усилитель как активный линейный четырехполюсник.

Определяем входную проводимость усилителя $Y_{вх}$ как частное от деления входного тока I_{gm} на входное напряжение U_{gm} :

$$Y_{вх} = \frac{I_{gm}}{U_{gm}} = \frac{I_{вх м} + I_{пр м}}{U_{gm}},$$

где $I_{вх м}$ — ток через емкость $C_{вх}$;

$I_{пр м}$ — ток через емкость $C_{пр}$.

Имея в виду, что к входной емкости $C_{вх}$ приложено напряжение \dot{U}_{gm} , а к проходной емкости — разность напряжений $\dot{U}_{gm} - \dot{U}_{ам} = \dot{U}_{gm} - \dot{K}\dot{U}_{gm}$, записываем:

$$Y_{вх} = \frac{i_{вх м} + i_{пр м}}{\dot{U}_{gm}} = \frac{\dot{U}_{gm} j\omega C_{вх} + (\dot{U}_{gm} - \dot{K}\dot{U}_{gm}) j\omega C_{пр}}{\dot{U}_{gm}} = j\omega [C_{вх} + (1 - \dot{K}) C_{пр}].$$

Полученное выражение показывает, что входная проводимость усилителя носит чисто емкостный характер и входная цепь может быть представлена одной так называемой *входной динамической емкостью*

$$C_{вх д} = C_{вх} + (1 - \dot{K}) C_{пр}. \quad (173)$$

Если имеется ток управляющей сетки, то к емкостной проводимости прибавляется активная (на электронный ток затрачивается активная мощность) и входную цепь усилителя можно считать эквивалентной параллельно включенным емкости $C_{вх д}$ и активному сопротивлению $R_{вх}$ (рис. 8.4, б).

Э. д. с. $\mu\dot{U}_{gm}$ вызывает в анодной цепи ток $i_{ам} = \mu\dot{U}_{gm}/(R_i + Z_H)$, который на сопротивлении нагрузки Z_H создает падение напряжения

$$\dot{U}_{ам} = -i_{ам} Z_H = -\frac{\mu\dot{U}_{gm} Z_H}{R_i + Z_H}. \quad (174)$$

Знак минус обусловлен тем, что при положительном направлении тока $i_{ам}$ напряжение $\dot{U}_{ам}$ отрицательно.

Если пренебречь падением напряжения на конденсаторе проходной цепи (это недопустимо только на низших частотах спектра), то выходное напряжение $\dot{U}_{2м} = \dot{U}_{ам}$. При этом коэффициент усиления (передачи напряжения) четырехполюсника равен

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_{2м}}{\dot{U}_{1м}} = \frac{\dot{U}_{ам}}{\dot{U}_{gm}} = -\frac{\mu\dot{U}_{gm} Z_H}{\dot{U}_{gm} (R_i + Z_H)} = -\mu \frac{Z_H}{R_i + Z_H}. \quad (175)$$

Эквивалентную схему выходной цепи усилителя можно представить также при помощи *генератора тока* (рис. 8.4, в). Это воображаемый источник, который генерирует ток, не зависящий от напряжения на нагрузке и разветвляющийся между сопротивлениями, подключенными к его зажимам. В данном случае ток генератора $S\dot{U}_{gm}$ разветвляется между R_i и Z_H с общим сопротивлением $Z_s = \frac{R_i Z_H}{R_i + Z_H}$. Следовательно, выходное напряжение четырехполюсника равно

$$\dot{U}_{ам} = -S\dot{U}_{gm} Z_s = -\frac{S\dot{U}_{gm} R_i Z_H}{R_i + Z_H} = -\frac{\mu\dot{U}_{gm} Z_H}{R_i + Z_H}.$$

Полученное выражение совпадает с (174). Тем самым доказана равнозначность эквивалентных схем с генератором э. д. с. (рис. 8.4, б) и генератором тока (рис. 8.4, в).

После очевидных преобразований формула (175) принимает вид

$$\dot{K} = -\frac{\mu}{R_i} \cdot \frac{R_i Z_H}{R_i + Z_H} = -SZ_g. \quad (176)$$

Заметим, что выражения (175) и (176) справедливы для любого линейного активного четырехполюсника.

54. Линейные искажения сигналов в реостатном усилителе

Пользуясь спектральным, а затем временным методом, рассмотрим искажения сигналов, вносимые реостатным усилителем.

Как видно из эквивалентной схемы усилителя (рис. 8.4, а), в состав нагрузки Z_H входят не только активные, но и реактивные сопротивления. За счет последних коэффициент усиления каскада $\dot{K} = -SZ_g$ зависит от частоты. Разделительная емкость C_g , исчисляемая десятками тысяч пикофард, включена последовательно с выходом усилителя, а малые емкости $C_{\text{вых}}$ (единицы пикофард) и $C_{\text{вх}}$ (до 100—150 пф) включены параллельно выходу усилителя. Поэтому емкостное сопротивление $1/\omega C_g$ заметно снижает коэффициент усиления \dot{K} тогда, когда оно значительно, т. е. на низших частотах, а емкостное сопротивление $1/\omega(C_{\text{вх}} + C_{\text{вых}})$ снижает \dot{K} на высших частотах, когда это сопротивление заметно понижается.

Усиление на средних частотах. На средних частотах можно, по видимому, пренебречь всеми емкостями, входящими в состав Z_H , и тогда эквивалентная схема усилителя принимает вид рис. 8.5, а. Из этой схемы следует:

1. На средних частотах сопротивление нагрузки активное ($Z_H = R_H$) и равно

$$R_H = \frac{R_a R_g}{R_a + R_g} < R_a,$$

так как оно образовано параллельно включенными сопротивлениями R_a и R_g .

Нагрузочная прямая ВА на рис. 8.3, в построена применительно к схеме, в которой сопротивление нагрузки усилителя одинаково для постоянного и переменного токов (R_a на рис. 8.2, а). Для более полной схемы (рис. 8.2, б) нагрузочная прямая ВА (рис. 8.3, в) остается в силе только для постоянной составляющей анодного тока и может быть использована для определения рабочей точки 1, 3, 5. Переменная составляющая анодного тока определяется сопротивлением нагрузки R_H , которое меньше R_a и потому соответствует нагруз-

зочной прямой CD , проходящей с бóльшим наклоном ($\beta' > \beta$) через рабочую точку 1, 3, 5.

2. Поскольку сопротивление нагрузки R_H активно, то между амплитудами анодного U_{am} и сеточного U_{gm} напряжений сдвиг по фазе $\psi = 180^\circ$ и комплексный коэффициент усиления каскада \dot{K} имеет на средних частотах модуль $K_0 = U_{am}/U_{gm}$ и аргумент $\psi = \pi$:

$$\dot{K} = K_0 e^{j\psi} = K_0 e^{j\pi} = -K_0. \quad (177)$$

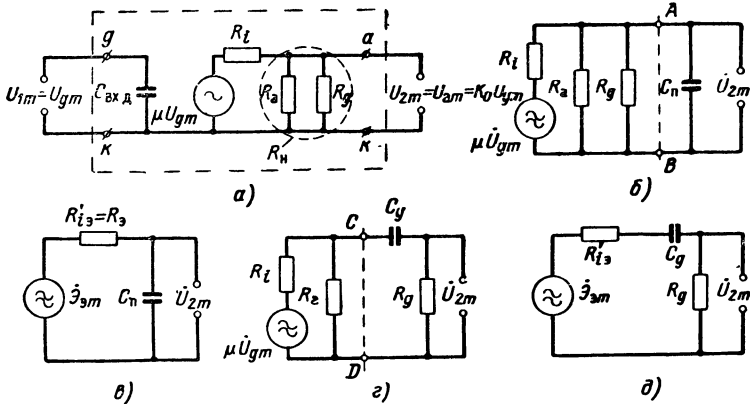


Рис. 8.5. Эквивалентные схемы реостатного усилителя для средних (а), высших (б, в) и низших (г, д) частот.

На этом основании формула (173) приводится к виду

$$C_{вх д} = C_{вх} + C_{пр} (1 - \dot{K}) = C_{вх} + C_{пр} (1 + K_0). \quad (178)$$

Статическая входная емкость $C_{вх}$ включена между точками $g-k$ и к ней приложено переменное напряжение с амплитудой U_{gm} . Проходная емкость $C_{пр}$ включена между точками $g-a$, и напряжение на ней равно по амплитуде $U_{gm} + U_{am} = U_{gm} + K_0 U_{gm}$, т. е. в $1 + K_0$ раз больше U_{gm} . Этим и объясняется, почему в формуле (178) коэффициент при $C_{вх}$ равен 1, а при $C_{пр}$ равен $(1 + K_0)$.

Отсюда следует практический вывод, что *нужно стремиться к предельному уменьшению проходной емкости усилительной лампы, и с этой точки зрения пентоды предпочтительнее для применения в усилителях напряжения, чем триоды.*

3. Так как в данном случае $Z_H = R_H$, то согласно (175) модуль коэффициента усиления реостатного каскада на средних частотах выражается вещественным числом

$$K_0 = \mu \frac{R_H}{R_i + R_H}. \quad (179)$$

Полученная формула показывает, что коэффициент усиления реостатного каскада всегда меньше статического коэффициента усиления μ . Причина заключается в том, что μ показывает, во сколько раз амплитуда э. д. с. между анодом и катодом μU_{gm} больше амплитуды сеточного напряжения U_{gm} , а K_0 показывает, во сколько раз амплитуда напряжения между анодом и катодом больше, чем U_{gm} , т. е. различие между μ и K_0 определяется падением напряжения на внутреннем сопротивлении лампы. Вот почему коэффициент K_0 приближается к μ тем больше, чем меньше внутреннее сопротивление лампы R_i по сравнению с сопротивлением нагрузки R_n .

4. Преобразуем формулу (179):

$$K_0 = \mu \frac{R_n}{R_i + R_n} = \frac{\mu}{R_i} \cdot \frac{R_n}{\left(1 + \frac{R_n}{R_i}\right)} = \frac{S}{1 + \frac{R_n}{R_i}} R_n.$$

Частное $S/\left(1 + \frac{R_n}{R_i}\right)$ имеет такую же размерность, как и крутизна S статической характеристики. Можно доказать, что эта величина является крутизной анодно-сеточной динамической характеристики анодного тока S_d . Таким образом, коэффициент усиления K_0 определяется другой формулой:

$$K_0 = S_d R_n. \quad (180)$$

5. Эквивалентное сопротивление Z_3 , как и Z_n , активное на средних частотах ($Z_3 = R_3$), и так как оно образовано параллельно включенными сопротивлениями R_n и R_i (точнее, R_a , R_g и R_i), то можно записать:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_n} + \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_i}. \quad (181)$$

Заменив в выражении (176) Z_3 на R_3 , получим еще одну формулу коэффициента усиления каскада с активной нагрузкой:

$$K_0 = SR_3. \quad (182)$$

Исходя из формул (181), (182), делаем вывод, что усиление реостатного каскада тем больше, чем больше крутизна статической характеристики S в рабочей точке и чем больше сопротивления R_a , R_g и R_i . Сопротивление переходной цепи R_g выбирается большим — от сотен килоом до 1 Мом. Такого же порядка внутреннее сопротивление R_i пентодов. В триодах R_i меньше (десятки килоом). На этом основании для пентодных усилителей можно написать: $R_a \ll R_i$ и $R_a \ll R_g$, а

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_i} \approx \frac{1}{R_a}.$$

Следовательно, коэффициент усиления пентодного реостатного усилителя в большой мере определяется сопротивлением R_a :

$$K_0 = SR_a. \quad (183)$$

Усиление на высших и низших частотах. На высших частотах коэффициент усиления каскада K меньше, чем на средних частотах (K_0), вследствие шунтирования резисторов R_a , R_g паразитной емкостью, которая складывается из выходной емкости лампы L_1 , входной динамической емкости лампы L_2 и соответствующих емкостей монтажа. К полученной эквивалентной схеме (рис. 8.5, б) применяем теорему об эквивалентном генераторе. Эта теорема позволяет любую часть схемы считать нагрузкой, а всю остальную схему — эквивалентным генератором, э. д. с. которого с амплитудой $\mathcal{E}_{эм}$ вызывает ток в нагрузке и во внутреннем сопротивлении $R_{iэ}$ эквивалентного генератора (рис. 8.5, в).

Как и для любого генератора, э. д. с. $\mathcal{E}_{эм}$ и сопротивление $R_{iэ}$ определяются при отключенной нагрузке. В данном случае делим схему (рис. 8.5, б) по линии AB , т. е. полагаем, что нагрузкой эквивалентного генератора является емкость C_n . Следовательно, $\mathcal{E}_{эм}$ и $R_{iэ}$ измеряются между точками AB при отключенной емкости C_n .

Схема эквивалентного генератора, как легко заметить, совпадает с эквивалентной схемой усилителя для средних частот. Следовательно, $\mathcal{E}_{эм} = K_0 U_{gm}$, а

$$\frac{1}{R_{iэ}} = \frac{1}{R_э} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_l}.$$

Полученная эквивалентная схема (рис. 8.5, в) представляет собой RC -фильтр низших частот с постоянной времени и граничной частотой, соответственно равными

$$\tau_{цз} = R_э C_n, \quad \omega_2 = \frac{1}{\tau_{цз}} = \frac{1}{R_э C_n}. \quad (184)$$

Имея в виду свойства фильтра низших частот (§ 50), можно утверждать, что на высших частотах коэффициент усиления реостатного каскада уменьшается с ростом частоты. Иначе говоря, паразитная емкость C_n вызывает паразитное (вредное) интегрирование сигналов.

Простейший RC -фильтр низших частот — пассивный четырехполюсник с максимальным коэффициентом передачи напряжения $K_{\max} = 1$, а рассматриваемый фильтр — активный четырехполюсник с $K_{\max} = K_0$, но в обоих фильтрах относительное изменение коэффициента передачи с ростом частоты одинаковое. На этом основании уравнения амплитудно- и фазо-частотных характеристик (163) и (164) применяем к реостатному усилителю в виде

$$K = \frac{K_0}{\sqrt{1 + (\omega R_э C_n)^2}} = \frac{K_0}{\sqrt{1 + (\omega \tau_{цз})^2}}, \quad (185)$$

$$\psi = \arctg(-\omega R_э C_n) = \arctg(-\omega \tau_{цз}). \quad (186)$$

Уменьшение коэффициента усиления K с ростом ω согласуется с эквивалентной схемой на рис. 8.5, в: чем больше ω , тем меньше емкостное сопротивление $1/\omega C_n$, с которого снимается выходное напряже-

ние U_{2m} , и э. д. с. эквивалентного генератора $\dot{\mathcal{E}}_{sm}$ перераспределяется таким образом, что возрастает падение напряжения на его внутреннем сопротивлении $R_{i_s} = R_s$.

На низших частотах коэффициент усиления K снижается за счет падения напряжения на емкости C_g переходной цепи. Соответствующая эквивалентная схема усилителя показана на рис. 8.5, з. Здесь целесообразно эквивалентный генератор отделить от его нагрузки по линии CD , и тогда комплексная амплитуда э. д. с. $\dot{\mathcal{E}}_{sm}$ и внутреннее сопротивление R'_{i_s} этого генератора представляются в виде

$$\dot{\mathcal{E}}_{sm} = \mu \dot{U}_{gm} \frac{R_a}{R_i + R_a}, \quad R'_{i_s} = \frac{R_a R_i}{R_a + R_i}.$$

Схема с эквивалентным генератором (рис. 8.5, д) представляет собой *фильтр верхних частот* с постоянной времени $\tau_{ц1}$ и граничной частотой ω_1 :

$$\tau_{ц1} = (R_g + R'_{i_s}) C_g, \quad \omega_1 = 1/\tau_{ц1} = 1/(R_g + R'_{i_s}) C_g. \quad (187)$$

Так как сопротивление R'_{i_s} меньше наименьшего из сопротивлений R_a и R_i , то можно пренебречь R'_{i_s} по сравнению с R_g :

$$\tau_{ц1} = R_g C_g, \quad \omega_1 = 1/R_g C_g. \quad (188)$$

Теперь имеются основания, чтобы выразить амплитудно- и фазо-частотные характеристики усилителя уравнениями, аналогичными (157) и (158):

$$K = \frac{K_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega \tau_{ц1}}\right)^2}} = \frac{K_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega R_g C_g}\right)^2}}, \quad (189)$$

$$\psi = \arctg \frac{1}{\omega \tau_{ц1}} = \arctg \frac{1}{\omega R_g C_g}. \quad (190)$$

Как и следовало ожидать, *имеющийся в усилителе фильтр верхних частот $C_g R_g$ снижает усиление в области низших частот и тем больше, чем меньше частота ω* . Это объясняется тем, что с уменьшением частоты увеличивается та часть э. д. с. эквивалентного генератора, которая приходится на возросшее емкостное сопротивление $1/\omega C_g$ конденсатора C_g , и соответственно уменьшается другая часть э. д. с., которая снимается с резистора R_g .

Показанные на рис. 8.6 амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики реостатного усилителя построены по приведенным уравнениям. ω_1 и ω_2 — граничные частоты, при которых модуль коэффициента усиления меньше в $\sqrt{2}$ раз, а аргумент ψ отклоняется на угол $\pm 45^\circ$ относительно их значений при средних частотах. Для средних частот принят $\psi = 0$, а не $\psi = 180^\circ$, как говорилось прежде, так как в данном случае речь идет о сдвиге фазы выходного напря-

жения каскада относительно э. д. с. между анодом и катодом, а не относительно напряжения на управляющей сетке.

Чтобы свести частотные искажения к минимуму, нужно максимально расширить полосу прозрачности, где $K = K_0$ и $\psi = 0$, и соответственно сократить полосы паразитного дифференцирования и интегрирования. Иначе говоря, желательно сместить к нулевой частоте граничную частоту фильтра верхних частот $\omega_1 = 1/\tau_{ц1} = 1/R_g C_g$ и к предельно высоким частотам -- граничную частоту

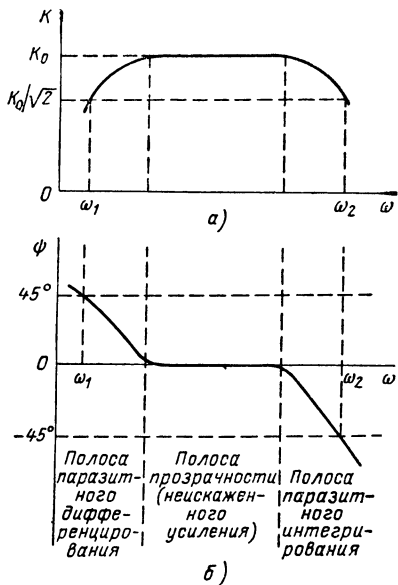


Рис. 8.6. Амплитудно-частотная (а) и фазо-частотная (б) характеристики реостатного усилителя.

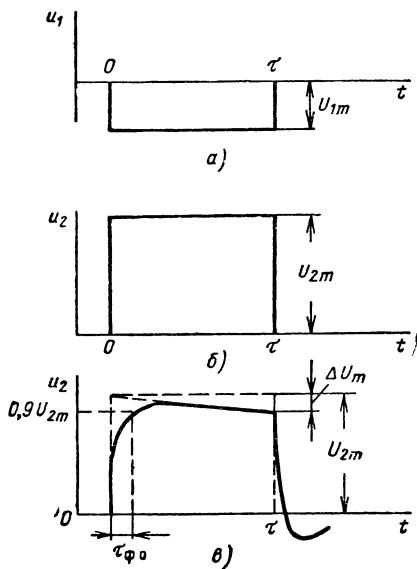


Рис. 8.7. Временные диаграммы напряжений на входе и выходе реостатного усилителя.

фильтра низших частот $\omega_2 = 1/\tau_{ц2} = 1/R_s C_{п.}$ Таким образом, требования, предъявляемые к цепям усилителя $C_g R_g$ и $R_s C_{п.}$, противоположны требованиям, предъявляемым к RC -цепям, специально предназначенным для дифференцирования и интегрирования.

Искажения формы сигнала реостатным усилителем. Для исследования усилителя временным методом подадим на вход его прямоугольный импульс u_1 отрицательной полярности с амплитудой U_{1m} (рис. 8.7, а). Если бы для всех частот спектра импульса коэффициент усиления был одинаковым, как на средних частотах, то на выходе получился бы прямоугольный импульс u_2 положительной полярности с амплитудой $U_{2m} = K_0 U_{1m}$ (рис. 8.7, б).

В действительности вершина импульса, поскольку она определяется гармоническими составляющими низших частот, дифференцируется фильтром высших частот R_g, C_g , а фронт и срез импульса,

поскольку они определяются гармоническими составляющими высших частот, интегрируются фильтром низших частот $R_э, C_п$.

Искажение (дифференцирование) вершины выражается в том, что за время длительности импульса τ разделительный конденсатор C_g (рис. 8.5, ε) заряжается, и потому выходное напряжение, снимаемое с резистора R_g , уменьшается по экспоненциальному закону $u_2 = U_{2m} e^{-t/\tau_{ц1}}$ (рис. 8.7, θ). Началу этого процесса соответствует момент времени $t = 0$ и $u_2 = U_{2m}$, а в конце спада вершины ($t = \tau$) выходное напряжение равно $U_{2m} e^{-\tau/\tau_{ц1}}$. Отсюда находим величину спада

$$\Delta U_m = U_{2m} (1 - e^{-\tau/\tau_{ц1}}).$$

Из курса математики известно, что функция e^x выражается следующим рядом слагаемых:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \dots$$

В данном случае $x = -\tau/\tau_{ц1}$ имеет малую абсолютную величину, так как для уменьшения искажений устанавливают $\tau_{ц1} = R_g C_g \gg \tau$. При этом условии можно ограничиться первыми двумя членами разложения и записать

$$\Delta U_m = U_{2m} \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau_{ц1}}}\right) \approx U_{2m} \left(1 - 1 + \frac{\tau}{\tau_{ц1}}\right) = U_{2m} \frac{\tau}{\tau_{ц1}}.$$

Отсюда находим относительный спад вершины

$$\frac{\Delta U_m}{U_{2m}} = \frac{\tau}{\tau_{ц1}} \quad (191)$$

и приходим к выводу, что для уменьшения искажений вершины импульса нужно выбирать постоянную времени $\tau_{ц1} = R_g C_g$ значительно большей, чем τ , как об этом упоминалось ранее.

Искажение фронта и среза импульса связано с тем, что паразитная емкость $C_п$, включенная параллельно выходу усилителя, не может мгновенно зарядиться и разрядиться. За время длительности фронта и среза напряжение на большой емкости C_g практически не изменяется. Исключив из рассмотрения эту емкость, приходим к эквивалентной схеме в виде интегрирующей цепи с постоянной времени $\tau_{ц2}$ (рис. 8.5, θ). Растягивание фронта (и среза) этой цепью можно рассчитать по известной формуле активной длительности фронта (среза)

$$\tau_{фа} = 2,3 \tau_{ц2} = 2,3 R_э C_п. \quad (192)$$

Таким образом, спектральный и временной методы исследования позволяют сделать одинаковые выводы: при усилении сигналов реостатным усилителем частотные (линейные) искажения тем меньше, чем больше параметры C_g, R_g переходной цепи и меньше паразитная емкость $C_п$ и эквивалентное сопротивление $R_э$.

Увеличение емкости C_g свыше 1 мкф приводит к заметному уменьшению сопротивления утечки R_C конденсатора. Если к тому же сопротивление резистора R_g превысит 1—2 Мом, то R_C и R_g образуют делитель, через который с анода на управляющую сетку следующей лампы поступит некоторое постоянное положительное напряжение, заметно ухудшающее режим работы лампы. Несмотря на эти ограничения, величину $\tau_{ц1}$ можно получить достаточно большой, порядка $0,1 \div 1$ сек, что соответствует нижней граничной частоте $f_1 = \omega_1/2\pi = 1/2\pi\tau_{ц1} = 1/(0,63 \div 6,3) = (1,5 \div 0,15)$ гц.

Значительно труднее обеспечить большую граничную частоту f_2 , от которой зависят искажения на высших частотах. Так как $\tau_{фа} = 2,3\tau_{ц2}$, то

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_{ц2}} = \frac{2,3}{2\pi\tau_{фа}} = \frac{0,35}{\tau_{фа}}. \quad (193)$$

Если требуется, например, воспроизвести импульс с активной длительностью фронта $\tau_{фа} = 0,1$ мксек, то верхняя граничная частота усилителя должна быть равна $f_2 = \frac{0,35}{0,1 \cdot 10^{-6}}$ гц = 3,5 Мгц.

Такую большую частоту f_2 можно получить только при очень малых значениях $C_{п}$ и R_s . При данной лампе усилителя емкость $C_{п}$ сокращают только за счет емкости монтажа, которую трудно сделать менее 10 пф. Что касается сопротивления R_s , то его практически уменьшают за счет сопротивления нагрузки, но это влечет за собой уменьшение коэффициента усиления на средних частотах K_0 . Вот почему при выборе лампы усилителя импульсов исходят из отношения коэффициента усиления K_0 к длительности фронта $\tau_{фа}$:

$$\frac{K_0}{\tau_{фа}} = \frac{SR_s}{2,3 R_s C_{п}} = \frac{S}{2,3 C_{п}}.$$

Отношение $S/C_{п}$ называют *добротностью лампы*. Среди усилительных ламп наибольшую добротность имеют пентоды, и поэтому их преимущественно используют в усилителях напряжения.

55. Отрицательная обратная связь в усилителях

В любом усилителе имеется *прямая и обратная связь*. Прямая связь между входом и выходом усилителя обеспечивается электронным потоком лампы, управляемым входным напряжением. Под обратной связью подразумевается связь между выходом и входом усилителя через проходную емкость ламп. Такая обратная связь вредна для усилителя и потому называется паразитной. Наряду с этим возможна обратная связь, которую вводят искусственно для улучшения работы усилителя.

Усилитель с обратной связью состоит из двух четырехполюсников (рис. 8.8, а). Один из них — собственно усилитель, на вход которого подается напряжение \dot{U}'_1 . Этот усилитель при отключенной нагрузке Z_H имеет коэффициент усиления K , т. е. на выходе его развивается э. д. с. $K\dot{U}'_1$. При включенной нагрузке напряжение на выходе \dot{U}_2 меньше э. д. с. $K\dot{U}'_1$ на величину падения напряжения на

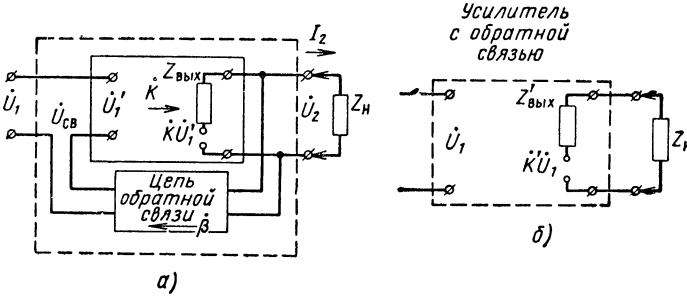


Рис. 8.8. Эквивалентные схемы усилителя с обратной связью,

выходном (внутреннем) сопротивлении усилителя $Z_{\text{вых}}$ от тока нагрузки I_2 :

$$\dot{U}_2 = K \dot{U}'_1 - I_2 Z_{\text{вых}}. \quad (194)$$

Второй четырехполюсник, состоящий из линейных элементов, образует цепь обратной связи. Коэффициент передачи этой цепи равен $\beta = \dot{U}_{\text{cb}} / \dot{U}_2$, где \dot{U}_{cb} — напряжение, поступающее с выхода цепи обратной связи на вход усилителя.

Оба четырехполюсника могут соединяться по-разному. На рис. 8.8, а показана последовательная схема обратной связи по напряжению, т. е. выход цепи обратной связи соединяется со входом усилителя последовательно, а напряжение на входе цепи обратной связи равно напряжению на выходе усилителя, иначе говоря вход цепи и выход усилителя включены параллельно. Напряжение на входе собственно усилителя \dot{U}'_1 равно сумме напряжений источника возбуждения \dot{U}_1 и обратной связи \dot{U}_{cb} :

$$\dot{U}'_1 = \dot{U}_1 + \dot{U}_{\text{cb}} = \dot{U}_1 + \beta \dot{U}_2.$$

Подставив это выражение в (194), получим

$$\dot{U}_2 = K (\dot{U}_1 + \beta \dot{U}_2) - I_2 Z_{\text{вых}}$$

или

$$\dot{U}_2 (1 - K\beta) = K \dot{U}_1 - I_2 Z_{\text{вых}}.$$

Выходное напряжение усилителя с обратной связью оказывается равным

$$U_2 = \frac{K}{1 - K\beta} U_1 - \frac{Z_{\text{вых}}}{1 - K\beta} I_2. \quad (195)$$

Соотношения (195) и (194) выражают закон Ома для всей цепи: в левой части соотношений фигурирует выходное напряжение усилителя, а в правой — разность между действующей в выходной цепи э. д. с. и падением напряжения на выходном сопротивлении усилителя. Сопоставляя эти выражения, можно установить зависимости между коэффициентами усиления и выходными сопротивлениями усилителя с обратной связью (K' , $Z'_{\text{вых}}$) и без обратной связи (K , $Z_{\text{вых}}$):

$$K' = \frac{K}{1 - K\beta}, \quad (196)$$

$$Z'_{\text{вых}} = \frac{Z_{\text{вых}}}{1 - K\beta}. \quad (197)$$

В формуле (196) коэффициент усиления K' , так же как и коэффициент K , определяется при отключенной нагрузке ($Z_n = \infty$).

Теперь весь усилитель, включая цепь обратной связи, может быть представлен в виде одного четырехполюсника, на вход которого подается напряжение возбуждения \dot{U}_1 , а разность потенциалов на выходе создается источником э. д. с. $K'\dot{U}_1$ с выходным (внутренним) сопротивлением $Z'_{\text{вых}}$ (рис. 8.8, б).

О характере и величине обратной связи судят по отношению $\dot{\chi}/K'$, которое называют *показателем (глубиной) обратной связи*:

$$\dot{\chi} = \frac{K}{K'} = 1 - \beta K \quad (198)$$

[см. выражение (196)].

Поскольку β и K зависят от частоты, то условились определять $\dot{\chi}$ для средних частот, когда $\beta K = \pm \beta_0 K_0$. Тогда и показатель обратной связи — вещественное число.

Обратная связь называется *положительной*, если она вызывает рост коэффициента усиления ($K' > K$), и *отрицательной*, если она уменьшает этот коэффициент ($K' < K$). Следовательно, в случае положительной обратной связи ($\dot{\chi} = K/K' < 1$) перед $\beta_0 K_0$ ставят знак минус:

$$\dot{\chi} = 1 - \beta K = 1 - \beta_0 K_0, \quad (199)$$

а при отрицательной обратной связи ($\dot{\chi} = K/K' > 1$) — знак плюс:

$$\dot{\chi} = 1 - \beta K = 1 + \beta_0 K_0. \quad (200)$$

В первом случае напряжение обратной связи $U_{св}$ и входное напряжение U_1 совпадают по фазе, так как только тогда

$$U'_1 = U_1 + U_{св} > U_1, \quad K'_0 > K_0 \quad \text{и} \quad \chi = K_0/K'_0 < 1.$$

В случае отрицательной обратной связи напряжения $U_{св}$ и U_1 противофазны, и поэтому $U'_1 = U_1 - U_{св} < U_1$, а $\chi = K_0/K'_0 > 1$.

В усилителях используется отрицательная обратная связь. Свойства ее следующие.

1. *Отрицательная обратная связь согласно определению уменьшает усиление*, что объясняется уменьшением входного напряжения собственно усилителя U'_1 на величину напряжения обратной связи $U_{св}$.

2. *Отрицательная обратная связь значительно снижает частотные искажения*. Для доказательства этого положения применим формулу (197) к эквивалентным схемам усилителя, составленным для высших частот (рис. 8.5, в) и низших частот (рис. 8.5, д). В первом случае выходное сопротивление равно $Z_{вых} = R_{iэ}$, а во втором $Z_{вых} = R'_{iэ} - j \frac{1}{\omega C_g}$, соответственно этому

$$Z'_{вых} = \frac{Z_{вых}}{1 - K\beta} = \frac{Z_{вых}}{1 + \beta_0 K_0} = \frac{R_{iэ}}{1 + \beta_0 K_0};$$

$$Z'_{вых} = \frac{Z_{вых}}{1 - K\beta} = \frac{Z_{вых}}{1 + \beta_0 K_0} = \frac{R'_{iэ}}{1 + \beta_0 K_0} - j \frac{1}{\omega C_g (1 + \beta_0 K_0)}.$$

Полученные выражения показывают, что действие отрицательной обратной связи равнозначно уменьшению активных сопротивлений $R_{iэ}$ и $R'_{iэ}$ и увеличению емкости C_g в $(1 + \beta_0 K_0)$ раз. Теперь формулы (187) и (184) принимают вид

$$\tau_{ц1} = \left(R_g + \frac{R'_{iэ}}{1 + \beta_0 K_0} \right) C_g (1 + \beta_0 K_0) \approx R_g C_g (1 + \beta_0 K_0), \quad (201)$$

$$\tau_{ц2} = \frac{R_{iэ}}{1 + \beta_0 K_0} C_{п} = \frac{R_{э} C_{п}}{1 + \beta_0 K_0}. \quad (202)$$

Увеличение постоянной времени $\tau_{ц1}$ влечет за собой уменьшение граничной частоты $\omega_1 = 1/\tau_{ц1}$, а уменьшение постоянной времени цепи $\tau_{ц2}$ вызывает увеличение другой граничной частоты $\omega_2 = 1/\tau_{ц2}$, т. е. *полоса пропускания усилителя $\omega_1 - \omega_2$ за счет отрицательной обратной связи расширяется*.

На рис. 8.9 показано, что в области средних частот коэффициент усиления K_0 за счет отрицательной обратной связи снижается в $(1 + \beta_0 K_0)$ раз, во столько же уменьшается нижняя граничная частота ω_1 и повышается граничная частота ω_2 . Поскольку на граничных частотах коэффициент усиления меньше максимального в $\sqrt{2}$ раз, то на границах рабочего диапазона $\omega_n - \omega_b$, который предпо-

лагаем одинаковым при наличии и отсутствии обратной связи и равным, допустим, $\omega_1 - \omega_2$, усиление в первом случае снижается меньше чем в $\sqrt{2}$ раз. В результате ослабления частотных искажений повышается качество воспроизведения усиленного сигнала.

3. *Отрицательная обратная связь способствует стабилизации режима работы усилителя.* Непостоянство напряжений источников питания и окружающей температуры, разброс параметров ламп (который сказывается при их смене), старение деталей и ламп — все

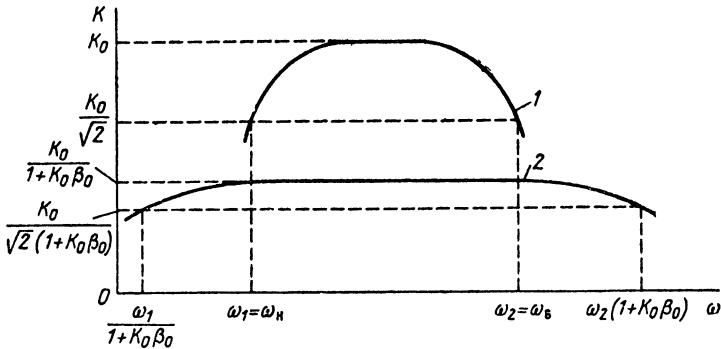


Рис. 8.9. Амплитудно-частотные характеристики усилителя без (1) и при наличии (2) обратной связи.

это нарушает стабильность работы усилителя. При сильной отрицательной обратной связи имеет место соотношение $K_0 \beta_0 \gg 1$, поэтому

$$K'_0 = \frac{K_0}{1 + \beta_0 K_0} \approx \frac{K_0}{\beta_0 K_0} = \frac{1}{\beta_0},$$

т. е. коэффициент усиления зависит только от параметров цепи обратной связи, которые можно получить достаточно стабильными.

4. *Отрицательная обратная связь уменьшает нелинейные искажения.* До сих пор учитывались только частотные искажения, так как предполагалось, что усилитель — линейный четырехполюсник. В реальных условиях трудно избежать малейшей криволинейности динамической характеристики анодного тока, и тогда даже при гармоническом входном напряжении появляются токи и напряжения высших гармоник в нагрузке усилителя. Корень квадратный из отношения суммарной мощности высших гармоник к мощности первой гармоники усиленного сигнала называется *коэффициентом нелинейных искажений*

$$\gamma = \frac{\sqrt{P_k^{(2)} + P_k^{(3)} + P_k^{(4)} + \dots}}{P_k^{(1)}}.$$

При активной нагрузке этот коэффициент выражается через соответствующие амплитуды выходного напряжения и тока

$$\gamma = \frac{\sqrt{U_{2m}^{2(2)} + U_{2m}^{2(3)} + U_{2m}^{2(4)} + \dots}}{U_{2m}^{(1)}} = \frac{\sqrt{I_{2m}^{2(2)} + I_{2m}^{2(3)} + I_{2m}^{2(4)} + \dots}}{I_{2m}^{(1)}}.$$

Допустим, что на вход всего усилительного устройства подано чисто синусоидальное напряжение с амплитудой U_{1m} . Если бы не было цепи обратной связи (рис. 8.8, а), на входе собственно усилителя было бы такое же напряжение $U'_{1m} = U_{1m}$, а на выходе — в K_0 раз большее: $U_{2m}^{(1)} = K_0 U_{1m}$. Из-за нелинейных искажений выходное напряжение содержало бы, кроме того, вторую гармонику с амплитудой $U_{2m}^{(2)}$, третью гармонику с амплитудой $U_{2m}^{(3)}$ и т. д.

От введения отрицательной обратной связи характеристики собственно усилителя не изменяются. Следовательно, для сохранения выходного напряжения первой гармоники неизменным и равным $U_{2m}^{(1)} = K_0 U_{1m}$ на вход собственно усилителя нужно подать такое же напряжение U'_{1m} , как и прежде. Для этого необходимо компенсировать напряжение первой гармоники, которое поступает через цепь обратной связи в усилитель. Поскольку это напряжение равно $\beta_0 U_{2m}^{(1)} = \beta_0 K_0 U_{1m}$, входное напряжение всего устройства должно быть увеличено от U_{1m} до $U_{1m} + \beta_0 K_0 U_{1m} = U_{1m}(1 + \beta_0 K_0)$, т. е. коэффициент усиления устройства понизился ($K_0 < K_0$).

Однако этим не ограничивается влияние обратной связи: так как на выходе появились напряжения высших гармоник, то они вводятся во входную цепь усилителя с амплитудой второй гармоники $\beta_0 U_{2m}^{(2)}$, третьей гармоники $\beta_0 U_{2m}^{(3)}$ и т. д. Поскольку напряжений высших гармоник вовсе не было во входной цепи, а теперь они появились за счет *отрицательной* обратной связи, то от этого на выходе амплитуда каждой из высших гармоник понижается в $(1 + \beta_0 K_0)$ раз. Во столько же раз понижается коэффициент нелинейных искажений.

56. Линейные усилители высокой частоты

Резонансные усилители. *Линейный резонансный усилитель* (рис. 8.10, а) предназначен для усиления напряжения радиосигналов. Поэтому усилитель должен обладать частотной избирательностью, которая достигается путем использования колебательного контура L, C в качестве нагрузки анодной цепи. Поскольку внутреннее сопротивление лампы велико, контур должен быть параллельным.

Переход от принципиальной схемы к эквивалентной (рис. 8.10, б) совершен так же, как для апериодического усилителя. Паразитная емкость C_n подразумевается входящей в состав контура усилителя. Этот контур ($L, C + C_n, r$) настраивается в резонанс с несущей ча-

стойкой радиосигнала ω_0 , для которой входное сопротивление контура активное и равно

$$R_{вх} = \frac{L}{(C + C_n) r} = \frac{\rho^2}{r} = \rho Q.$$

Оно уменьшается до величины $R'_{вх}$ за счет шунтирования резистором R_g и активной составляющей входного сопротивления следующего каскада $R_{вх \text{ Л2}}$. Параллельно включенные $R_{вх}$ и R_i образуют эквивалентное сопротивление $R_3 = \frac{R'_{вх} R_i}{R'_{вх} + R_i}$.

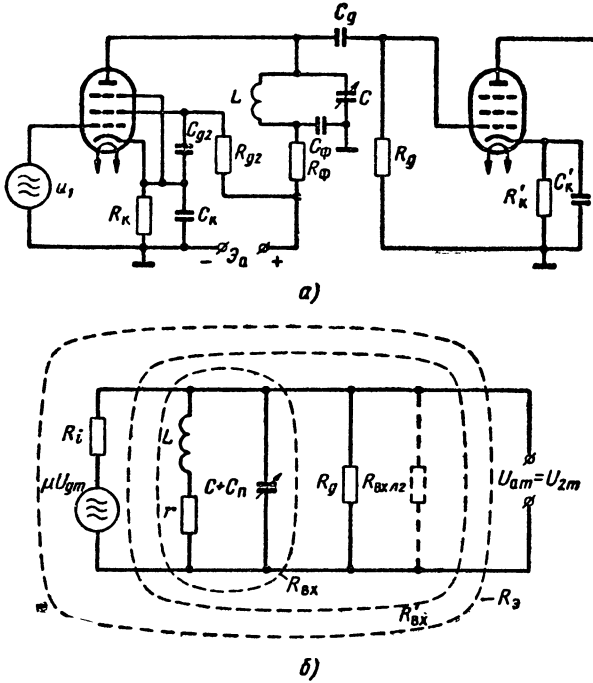


Рис. 8.10. Принципиальная (а) и эквивалентная (б) схемы выходной цепи резонансного усилителя напряжения.

Для дальнейшего анализа удобно рассматривать $R_{вх}$, $R'_{вх}$ и R_3 как входные сопротивления контура с характеристическим сопротивлением $\rho = \omega_0 L = \sqrt{\frac{L}{C + C_n}}$, но с различным сопротивлением потерь r , r' , r_3 и соответственно с различной добротностью $Q = \rho/r$, $Q' = \rho/r'$, $Q_3 = \rho/r_3$.

Так как R_g , $R_{вх \text{ Л2}}$ и R_i шунтируют реактивное сопротивление ρ , то, пользуясь формулой пересчета сопротивлений (35), находим сопротивления потерь

$$r' = r + \frac{\rho^2}{R_g} + \frac{\rho^2}{R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2} = r \left(1 + \frac{\rho^2}{r R_g} + \frac{\rho^2}{r R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2} \right) =$$

$$= r \left(1 + \frac{R_{\text{вх}}}{R_g} + \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2} \right),$$

$$r_s = r + \frac{\rho^2}{R_g} + \frac{\rho^2}{R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2} + \frac{\rho^2}{R_i} = r \left(1 + \frac{R_{\text{вх}}}{R_g} + \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2} + \frac{R_{\text{вх}}}{R_i} \right)$$

и соответствующие им добротности контуров

$$Q' = \frac{\rho}{r'} = \frac{\rho}{r \left(1 + \frac{R_{\text{вх}}}{R_g} + \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2} \right)} = \frac{Q}{1 + \frac{R_{\text{вх}}}{R_g} + \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2}}; \quad (203)$$

$$Q_s = \frac{\rho}{r_s} = \frac{Q}{1 + \frac{R_{\text{вх}}}{R_g} + \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2} + \frac{R_{\text{вх}}}{R_i}}. \quad (204)$$

В соответствии с ранее выведенными соотношениями коэффициент усиления резонансного усилителя равен

$$K = -SZ_s = -\frac{S_r Q_s}{1 + ja_s},$$

где $a_s = Q_s \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$ — обобщенная расстройка эквивалентного контура.

Модуль коэффициента усиления K по мере уменьшения расстройки возрастает и при резонансе ($\omega = \omega_0$, $\Delta\omega = 0$) достигает максимума

$$K_0 = S\rho Q_s = SR_s. \quad (205)$$

В этом выражаются избирательные свойства резонансного усилителя.

В УВЧ используются пентоды с большим внутренним сопротивлением ($R_i > 0,5 \text{ Мом}$), которое превышает $R_{\text{вх}}$ в такой мере, что можно считать

$$R'_s = \frac{R'_{\text{вх}} R_i}{R_{\text{вх}} + R_i} \approx R'_{\text{вх}},$$

а

$$K_0 = S\rho Q_s = SR_s = SR'_{\text{вх}}. \quad (206)$$

Кривую частотной избирательности строят по уравнению (93). Для повышения избирательности нужно, очевидно, повысить Q_s , а это согласно (204) требует, чтобы каждое из сопротивлений R_i , R_g и $R_{\text{вх}} \mathcal{L}_2$ было как можно больше по сравнению с входным сопротивлением одиночного контура $R_{\text{вх}}$.

Полосовые усилители. Полосовые усилители отличаются от резонансных большей равномерностью усиления спектра частот усилива-

емого сигнала и более высокой избирательностью. Нагрузкой полосового усилителя, показанного на рис. 8.11, служат связанные контуры с одинаковыми параметрами L, C, r . Первичный контур L_1, C_1 включается в анодную цепь лампы как параллельный (так как внутреннее сопротивление лампы велико), а вторичный контур L_2, C_2 индуктивно связывается с первичным и потому является последовательным относительно индуцируемой э. д. с.

Полосовые усилители, как и резонансные, обычно выполняются на пентодах. Анод пентода очень слабо влияет на анодный ток. Пренебрегая реакцией анода, считаем амплитуду переменной составляющей анодного тока равной $I_{am} = SU_{gm}$, а амплитуду тока в первичном контуре I_{1m} в Q'' раз большей, поскольку в нем имеет место

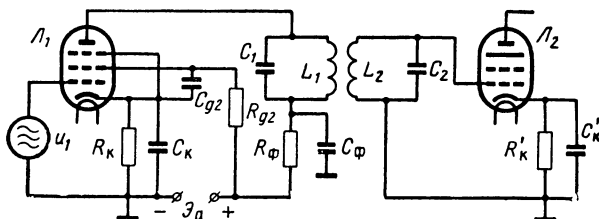


Рис. 8.11. Принципиальная схема двухконтурного полосового усилителя.

резонанс токов. Здесь $Q'' = \rho / (r + r_{вн})$ — эквивалентная добротность первичного контура, вычисленная с учетом как собственного сопротивления потерь r , так и активного сопротивления $r_{вн}$, вносимого из вторичного контура:

$$I_{1m} = I_{am} Q'' = \frac{\rho}{r + \frac{r}{\omega_0^2 M^2}} SU_{gm}. \quad (207)$$

Введем условие резонанса ($\omega = \omega_0, Z = r$) в соотношение, выражающее ток в последовательном первичном контуре связанной системы:

$$i_1 = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{Z + \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{Z}} = \frac{\dot{\mathcal{E}}_1}{r + \frac{r}{\omega_0^2 M^2}}.$$

Переходя к амплитудным значениям э. д. с. и токов, получим

$$I_{1m} = \frac{\mathcal{E}_{1m}}{r + \frac{r}{\omega_0^2 M^2}}. \quad (208)$$

Так как выражение (207) относится к исследуемой схеме с параллельным включением первичного контура, а выражение (208) —

к схеме с последовательным включением, то, приравняв токи I_{1m} в (207), (208), найдем условие эквивалентности этих схем. Оно, как видно, сводится к тому, что амплитуда э. д. с. \mathcal{E}_{1m} , питающей схему с последовательным включением первичного контура, должна быть равна $\rho S U_{gm}$.

В формуле резонансного коэффициента передачи напряжения системы (127)

$$K_0 = \frac{\eta}{1 + \eta^2} Q$$

коэффициент K_0 выражает отношение амплитуды переменной составляющей выходного напряжения U_{2m} к амплитуде э. д. с. \mathcal{E}_{1m} , равной $\rho S U_{gm}$:

$$\frac{U_{2m}}{\rho S U_{gm}} = \frac{\eta}{1 + \eta^2} Q.$$

Нас интересует коэффициент усиления всего усилителя K_{0y} , который равен отношению U_{2m} к амплитуде переменной составляющей напряжения U_{gm} (этот коэффициент учитывает не только передачу напряжения контуром, но и усилительное действие лампы):

$$K_{0y} = \frac{U_{2m}}{U_{gm}} = \frac{\eta}{1 + \eta^2} S \rho Q = \frac{\eta}{1 + \eta^2} S R_{вх}, \quad (209)$$

где $R_{вх} = \rho Q$ — входное сопротивление первичного контура без учета вносимых в него сопротивлений.

Как видим, полученный коэффициент усиления отличается от коэффициента усиления для резонансного усилителя множителем $\frac{\eta}{1 + \eta^2}$.

Уравнение амплитудно-частотной характеристики усилителя в относительных координатах (уравнение избирательности) можно получить путем деления выражения (124) на (127), которые выведены для системы связанных контуров без лампы:

$$Y = \frac{K_y}{K_{0y}} = \frac{Q\eta}{\sqrt{(1 + \eta^2 - a^2)^2 + 4a^2}} \frac{1 + \eta^2}{\eta Q} = \frac{1 + \eta^2}{\sqrt{(1 + \eta^2 - a^2)^2 + 4a^2}}. \quad (210)$$

Избирательность усилителя несколько снижается шунтированием контуров лампой и другими деталями схемы. Это можно учесть, если в уравнении (210) соответствующим образом изменить величину добротности Q и через нее — величину обобщенной расстройки a .

Все достоинства связанных контуров находят отражение в полюсовом усилителе. Связь выбирают несколько большей, чем критическая ($\eta \geq 1$), с тем чтобы приблизить форму амплитудно-частотной характеристики усилителя к прямоугольной, которая наиболее полно удовлетворяет требованиям высокой избирательности при нулевой полосе пропускания.

57. Резонансный нелинейный усилитель

Принцип действия. Из § 2 известно, что радиосвязь на большое расстояние требует возбуждения в передающей антенне тока высокой частоты большой мощности. Мощные колебания получают и в других радиотехнических устройствах. Линейные усилители для этой цели непригодны, так как они неэкономичны. С высоким к. п. д. работают усилители, в которых управляемый элемент (лампа, транзистор) работает в нелинейном режиме.

Среди нелинейных усилителей наибольшее распространение получили *резонансные*, называемые иначе *генераторами с посторонним возбуждением*. В них анодной нагрузкой служит колебательный контур L, C (рис. 8.12), настроенный в резонанс с возбудителем.

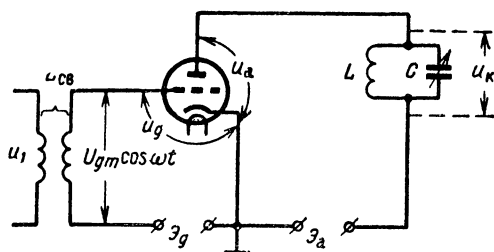


Рис. 8.12. Принципиальная схема резонансного нелинейного усилителя.

Напряжение возбуждения косинусоидальной формы снимается с катушки связи $L_{св}$, а напряжение смещения \mathcal{E}_g — от отдельного источника. Таким образом, напряжение на управляющей сетке

$$u_g = \mathcal{E}_g + U_{gm} \cos \omega t. \quad (211)$$

Обычно напряжение смещения \mathcal{E}_g и амплитуда возбуждения U_{gm} подбираются такими, чтобы лампа работала в пределах участка $a-d$ нелинейной анодно-сеточной динамической характеристики $i_a = f(u_g)$ (рис. 8.13, a). Анализ работы этой схемы, как и других нелинейных схем, крайне затрудняется сложностью функции, выражающей используемую характеристику. В нелинейной радиотехнике задача решается путем аппроксимации реальных характеристик приближенными (идеализированными) выражениями, которые описываются более простыми функциями.

В данном случае целесообразно применить *кусочно-линейную аппроксимацию*, т. е. заменить реальную характеристику $abcd$ ломаной, состоящей из двух отрезков прямых линий af , fd . Тем самым из рассмотрения выпадает нижний криволинейный сгиб bc характеристики, и анодный ток i_a принимает форму отсеченной косинусоиды.

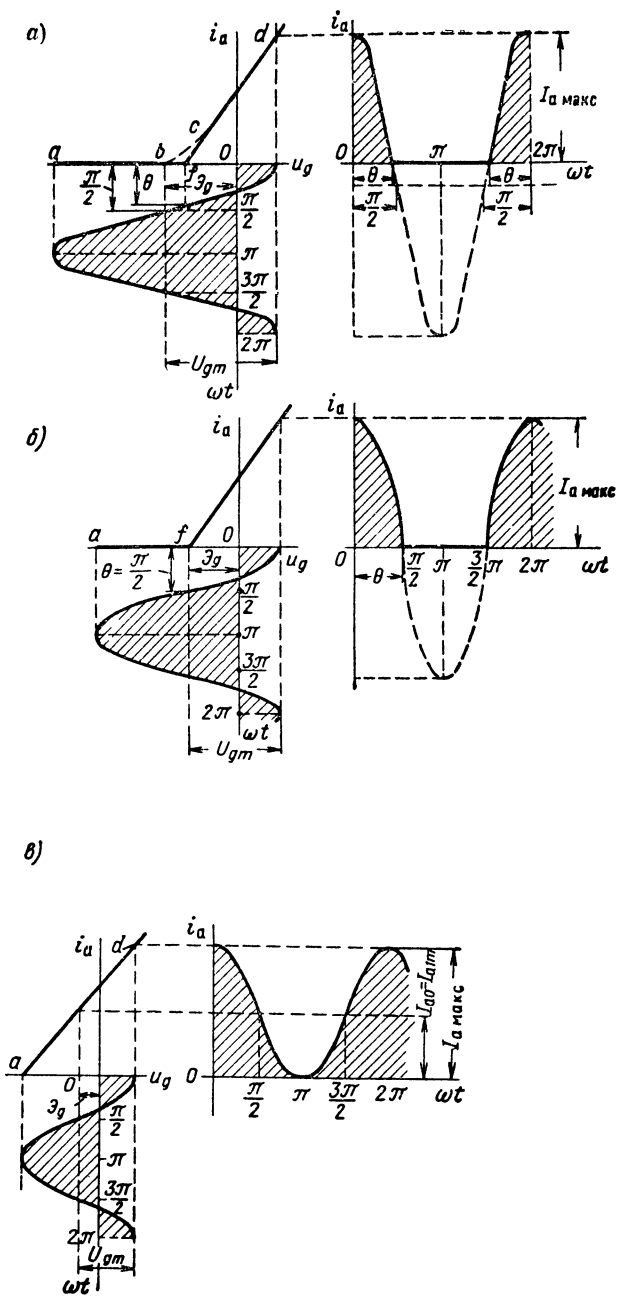


Рис. 8.13. Иллюстрация режима нелинейного усилителя, работающего с углом отсечки $\theta < 90^\circ$ (а); $\theta = 90^\circ$ (б); $\theta = 180^\circ$ (в).

Полученные импульсы полностью определяются двумя величинами — максимумом тока $I_{a \text{ макс}}$ и *углом отсечки* θ . Это фазовый угол, соответствующий половине той части периода, в течение которой в цепи проходит ток. Угол отсечки θ может иметь значения от 0 до π .

Если $\theta = 0$, то ток вообще отсутствует. При $\theta < \pi/2$ (рис. 8.13, а), ток в цепи циркулирует меньшую часть периода ($2\theta < \pi$). Это так называемый *режим С*. Будем увеличивать угол отсечки, уменьшая абсолютное значение напряжения смещения \mathcal{E}_g ; одновременно, чтобы сохранить неизменным максимум импульса анодного тока $I_{a \text{ макс}}$, будем уменьшать амплитуду возбуждения. Когда θ достигнет значения $\pi/2$ (рис. 8.13, б), длительности прохождения тока и пауз станут равными. Это соответствует *режиму В*. Следующий — *режим АВ* — наблюдается при $\pi/2 < \theta < \pi$. Наконец, когда $\theta = \pi$ (рис. 8.13, в), наступает *режим А*, при котором нет пауз и ток проходит весь период ($2\theta = 2\pi$). Это означает, что усилитель стал линейным, поскольку на протяжении всего периода усилительная лампа работает в пределах прямой линейной части динамической характеристики $a(f)$, d .

Анодный ток i_a как четная функция времени содержит постоянную составляющую I_{a0} и косинусоидальные составляющие первой, второй, третьей и т. д. гармоник с амплитудами I_{a1m} , I_{a2m} , I_{a3m} , ...:

$$i_a = I_{a0} + I_{a1m} \cos \omega t + I_{a2m} \cos 2\omega t + I_{a3m} \cos 3\omega t + \dots$$

Если при данном угле отсечки увеличить максимум импульса $I_{a \text{ макс}}$, то во столько же раз увеличится амплитуда каждой из гармонических составляющих импульса, т. е. между I_{a0} , I_{a1m} , I_{a2m} , ..., с одной стороны, и $I_{a \text{ макс}}$, с другой стороны, соблюдается прямая пропорциональность:

$$\left. \begin{aligned} I_{a0} &= \alpha_0 I_{a \text{ макс}}, & I_{a1m} &= \alpha_1 I_{a \text{ макс}}, \\ I_{a2m} &= \alpha_2 I_{a \text{ макс}}, & I_{a3m} &= \alpha_3 I_{a \text{ макс}}, \dots \end{aligned} \right\} \quad (212)$$

Ранее отмечалось, что косинусоидальный импульс в целом, а следовательно, и его гармонические составляющие определяются величинами $I_{a \text{ макс}}$ и θ . Значит, коэффициенты пропорциональности α_0 , α_1 , α_2 , α_3 , ..., которые показывают, какую часть от максимума импульса составляет амплитуда данной гармоники, зависят исключительно от угла отсечки θ . Эти функции показаны на рис. 8.14.

Из графиков функции видно, что при $\theta = 0$ все коэффициенты равны нулю. Это понятно: когда нет анодного тока, нет и его составляющих. С увеличением угла θ от 0 до 90° коэффициент α_0 растет до 0,319; α_1 — до 0,5; α_2 сначала растет (до 0,28 при $\theta = 60^\circ$), затем падает до 0,21; α_3 достигает максимальной величины, равной 0,19 при $\theta = 40^\circ$, и уменьшается до нуля.

Правильность приведенных значений можно проверить по формулам (17). Например, в случае $\theta = 90^\circ$ (рис 8.13, б) анодный ток при $\omega t = 0 \div \theta$ $i_a = I_{a \text{ макс}} \cos \omega t$, и потому

$$\begin{aligned}
 I_{a0} &= 2 \frac{1}{2\pi} \int_0^\theta i_a d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} I_{a \text{ макс}} \cos \omega t d(\omega t) = \\
 &= \frac{I_{a \text{ макс}}}{\pi} \left| \sin \omega t \right|_0^{\pi/2} = \frac{I_{a \text{ макс}}}{\pi}, \\
 I_{a1m} &= 2 \frac{1}{\pi} \int_0^\theta i_a \cos \omega t d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} I_{a \text{ макс}} \cos^2 \omega t d(\omega t) = \\
 &= \frac{2}{\pi} I_{a \text{ макс}} \int_0^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} d(\omega t) = \frac{2I_{a \text{ макс}}}{\pi} \left[\left| \frac{\omega t}{2} \right|_0^{\pi/2} + \left| \frac{\sin 2\omega t}{4} \right|_0^{\pi/2} \right] = \\
 &= \frac{2I_{a \text{ макс}}}{\pi} \frac{\pi}{4} = 0,5 I_{a \text{ макс}}.
 \end{aligned}$$

Полученный результат совпадает с приведенными данными.

$$\alpha_0 = \frac{I_{a0}}{I_{a \text{ макс}}} = \frac{1}{\pi} = 0,319, \quad \alpha_1 = \frac{I_{a1m}}{I_{a \text{ макс}}} = 0,5.$$

Возвращаемся к рис. 8.14. С увеличением θ от 90° до 180° коэффициент α_0 увеличивается до 0,5; α_1 достигает того же значения, пройдя максимум в точке 0,53 при $\theta = 120^\circ$; α_2 , уменьшаясь, стано-

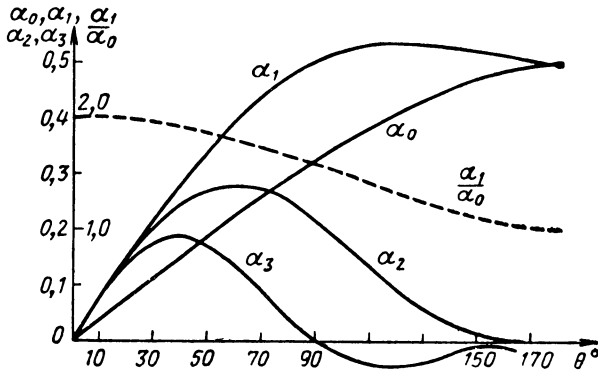


Рис. 8.14. Зависимость коэффициентов разложения остроконечных косинусоидальных импульсов от угла отсечки.

вится равным нулю; α_3 имеет минимум в точке $-0,05$ при $\theta = 120^\circ$ после чего возрастает до нуля. Заметим, что при $\theta = 180^\circ$, судя по рис. 8.13, в, анодный ток содержит только постоянную составляющую $I_{a0} = 0,5 I_{a \text{ макс}}$ и первую гармонику с амплитудой $I_{a1m} = 0,5 I_{a \text{ макс}}$,

и это согласуется с указанными коэффициентами для $\theta = 180^\circ$:

$$\alpha_0 = 0,5; \quad \alpha_1 = 0,5; \quad \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

Поскольку контур, включенный в анодную цепь усилителя, параллельный и настроен в резонанс на частоту возбуждения, то его входное сопротивление активное и максимальное ($R_{вх} = \frac{L}{Cr}$) для первой гармоники анодного тока, а для остальных составляющих практически равно нулю. Следовательно, мгновенное значение напряжения на контуре

$$u_k = I_{a1m} \cos \omega t \cdot R_{вх},$$

а мгновенное значение анодного напряжения равно разности

$$u_a = \mathcal{E}_a - u_k = \mathcal{E}_a - I_{a1m} R_{вх} \cos \omega t = \mathcal{E}_a - U_{am} \cos \omega t, \quad (213)$$

где $U_{am} = I_{a1m} R_{вх}$ — амплитуда переменной составляющей анодного напряжения.

Таким образом, *несмотря на нелинейный режим усилителя, его выходное напряжение, как и напряжение возбуждения, гармоническое, но фазы их обратные.*

Эквивалентные схемы. Нелинейный усилитель, как и линейный, можно представить эквивалентной схемой с генератором э. д. с. или тока. Для доказательства заменим усилительный триод (можно тетрод, пентод) эквивалентным диодом, анод которого находится на уровне управляющей сетки триода. Эквивалентность диода и триода заключается в равенстве анодных токов. Это достигается подачей на анод диода управляющего напряжения u_y , равного сумме сеточного напряжения и уменьшенного в μ раз анодного напряжения триода:

$$u_y = u_g + \frac{u_a}{\mu} = u_g + Du_a,$$

где $D = 1/\mu$ — проницаемость триода.

Аппроксимируя характеристику эквивалентного диода (рис. 8.15) отрезками прямых Oa и ab , из которых ab имеет крутизну

$$S = \operatorname{tg} \alpha = \frac{bc}{ac},$$

получим

$$i_a = bc = S \cdot ac = S(0c - 0a) = S(u_y - \mathcal{E}_{g0}) = S(u_g + Du_a - \mathcal{E}_{g0}),$$

где \mathcal{E}_{g0} — напряжение, соответствующее началу идеализированной характеристики, указывается в таблицах.

Теперь подставляем u_g и u_a из выражений (211), (213) в уравнение анодного тока:

$$i_a = S(\mathcal{E}_g + U_{gm} \cos \omega t + D\mathcal{E}_a - DU_{am} \cos \omega t - \mathcal{E}_{g0}). \quad (214)$$

Как видно из рис. 8.13, при $\omega t = \theta$ анодный ток $i_a = 0$:

$$0 = S(\mathcal{E}_g + U_{gm} \cos \theta + D\mathcal{E}_a - DU_{am} \cos \theta - \mathcal{E}_{g0}). \quad (215)$$

Вычитаем (215) из (214), а затем подставляем $i_a = I_{a \text{ макс}}$ для $\omega t = 0$:

$$i_a = S(U_{gm} - DU_{am})(\cos \omega t - \cos \theta),$$

$$I_{a \text{ макс}} = S(U_{gm} - DU_{am})(1 - \cos \theta).$$

Отсюда находим амплитуду первой гармоники, имея в виду, что $S = \mu/R_i$, $SD = S/\mu = 1/R_i$, $I_{a \text{ макс}} = I_{a1m}/\alpha_1$, $U_{am} = I_{a1m}R_{вх}$:

$$\frac{I_{a1m}}{\alpha_1(1 - \cos \theta)} = SU_{gm} - SDI_{a1m}R_{вх} = \frac{\mu U_{gm}}{R_i} - \frac{I_{a1m}R_{вх}}{R_i},$$

$$I_{a1m} = \frac{\mu U_{gm}}{R_i \left[\frac{1}{\alpha_1(1 - \cos \theta)} + \frac{R_{вх}}{R_i} \right]} = \frac{\mu U_{gm}}{R_i' + R_{вх}}, \quad (216)$$

где $R_i' = R_i\alpha_1$ — приведенное внутреннее сопротивление, зависящее от угла отсечки через коэффициент

$$\alpha_1 = \frac{1}{\alpha_1(1 - \cos \theta)}. \quad (217)$$

Уравнение (216) выражает закон Ома для всей цепи: амплитуда первой гармоники анодного тока I_{a1m} равна частному от деления э. д. с. генератора μU_{gm} на его приведенное внутреннее сопротивление

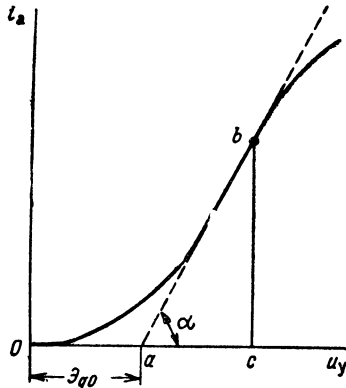


Рис. 8.15. Вольтамперная характеристика эквивалентного диода.

ние R_i' и сопротивление нагрузки. Последнее равно $R_{вх}$ — входному сопротивлению контура, включенного в анодную цепь и настроенного в резонанс на частоту напряжения возбуждения.

Соответствующая уравнению (216) эквивалентная схема отличается от ранее составленной для линейного усилителя тем, что внутреннее сопротивление генератора R_i заменено приведенным сопротивлением $R_i' = \alpha_i R_i$ (рис. 8.16, а). Различие определяется наличием отсечки в анодном токе нелинейного усилителя.

Если подставить значения $\theta = 180; 90; 60; 0^\circ$ в выражение (217), то соответственно получим: $\alpha_i = 1; 2; 5; \infty$ (рис. 8.17). Действительно, когда $\theta = 180^\circ$, отсечки тока нет и $R'_i = \alpha_i R_i = R_i$, т. е. лампа все время представляет для первой гармоники анодного тока одно и то

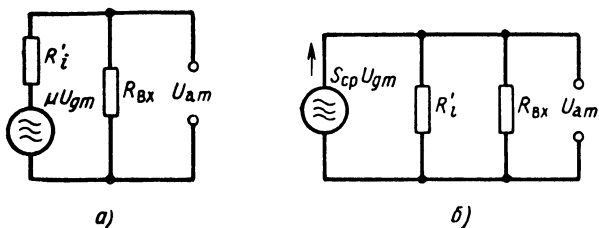


Рис. 8.16 Эквивалентные схемы нелинейного резонансного усилителя с генератором э. д. с. (а) и тока (б).

же сопротивление R_i . При $\theta = 90^\circ$ лампа заперта полупериода, и за счет этого среднее внутреннее сопротивление удваивается: $R'_i = 2R_i$. При $\theta = 60^\circ$ пауза больше и $R'_i = 5R_i$, а при $\theta = 0$ анодный ток вообще отсутствует и это равнозначно $R'_i = \infty$.

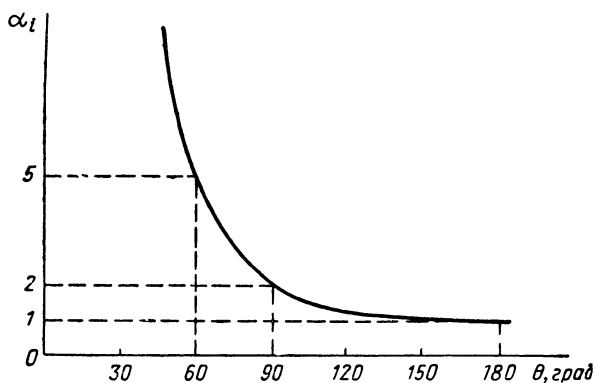


Рис. 8.17. Зависимость коэффициента приведения от угла отсечки.

Нелинейный режим усилительной лампы можно также представить с помощью средней крутизны характеристики $S_{ср}$, которая равна частному от деления μ на R'_i (а не R_i , как в линейном усилителе). Это позволяет заменить нелинейный усилитель схемой с генератором тока $S_{ср}U_{gm}$, которым питается его собственное сопротивление R'_i и сопротивление нагрузки — входное сопротивление контура $R_{вх}$ (рис. 8.16, б).

Итак, параметры R'_i и $S_{ср}$ являются функциями угла отсечки, который, в свою очередь, зависит от амплитуды возбуждения. Тем

самым подтверждается, что *признаком нелинейного устройства является зависимость его параметров от амплитуды входного напряжения.*

Энергетические соотношения. Умножение частоты. Так как контур усилителя не представляет сколько-нибудь значительного сопротивления для высших гармоник, то *колебательная мощность, выделяемая в контуре*, определяется только первой гармоникой анодного тока и равна

$$P_k = \frac{I_{a1m}^2 R_{вх}}{2} = \frac{U_{ам} I_{a1m}}{2}. \quad (218)$$

Эта полезная мощность является частью *мощности P_0 , подводимой от источника питания постоянного тока.* Если каждая переменная составляющая анодного тока направлена в один полупериод от плюса к минусу источника питания, в следующий — от минуса к плюсу и т. д., то средняя за период мощность P_0 определяется только постоянной составляющей I_{a0} :

$$P_0 = \mathcal{E}_a I_{a0}. \quad (219)$$

Разность между P_0 и P_k является *мощностью, расходуемой в лампе, точнее, рассеиваемой на аноде лампы:*

$$P_a = P_0 - P_k.$$

Отношение колебательной мощности к подводимой называется *к. п. д. анодной цепи* и согласно (218), (219)

$$\eta_a = \frac{P_k}{P_0} = \frac{1}{2} \frac{U_{ам}}{\mathcal{E}_a} \cdot \frac{I_{a1m}}{I_{a0}} = \frac{1}{2} \frac{U_{ам}}{\mathcal{E}_a} \cdot \frac{\alpha_1 I_{a \text{ макс}}}{\alpha_0 I_{a \text{ макс}}} = \frac{1}{2} \frac{U_{ам}}{\mathcal{E}_a} \frac{\alpha_1}{\alpha_0}. \quad (220)$$

Кроме приведенной классификации режимов (А, В, АВ, С) существует деление режимов на *недонапряженный, критический и перенапряженный*, связанное с величиной $U_{ам}/\mathcal{E}_a$. Чем больше это отношение, тем меньше минимальное анодное напряжение $u_{a \text{ мин}} = \mathcal{E}_a - U_{ам}$, и так как ему соответствует максимальное сеточное напряжение, то тем больше максимальный сеточный ток $I_{g \text{ макс}}$. Если этот ток еще не вызывает уменьшения анодного тока с увеличением сеточного напряжения u_g , то режим называется *недонапряженным*, а если вызывает — то *перенапряженным*; пограничный между этими режимами называется *критическим*. Для нелинейного резонансного усилителя самым выгодным является критический, ему соответствует отношение $U_{ам}/\mathcal{E}_a = 0,8 \div 0,95$.

В соответствии с формулой (220) к. п. д. усилителя η_a зависит еще от отношения α_1/α_0 , которое является функцией угла отсечки (см. рис. 8.14). При $\theta = 180^\circ$ отношение $\alpha_1/\alpha_0 = 1$; если к тому же учесть, что линейный усилитель работает в *недонапряженном режиме* ($U_{ам}/\mathcal{E}_a < 0,8 \div 0,95$), то станет ясным, что *к. п. д. анодной цепи линейного усилителя всегда меньше 50%*.

С уменьшением угла отсечки θ от 180° до 0 отношение α_1/α_0 растет от 1 до 2, соответственно растет и к. п. д. η_a . Это объясняется тем, что с увеличением пауз между импульсами анодного тока их постоянная составляющая I_{a0} , а с ней и подводимая мощность $P_0 = \mathcal{E}_a I_{a0}$ уменьшаются.

Правда, при этом уменьшается α_1 и может понизиться, но в меньшей мере, чем P_0 , колебательная мощность

$$P_k = \frac{U_{am} I_{a1m}}{2} = \frac{U_{am} \alpha_1 I_{a \text{ макс}}}{2}.$$

Например, если установить угол отсечки $\theta = 90^\circ$, то получим $\alpha_1 = 0,5$ и $\gamma = 1,57$, в то время как при $\theta = 180^\circ$ коэффициенты $\alpha_1 = 0,5$ и $\gamma = 1$. Значит, уменьшение угла отсечки от 180 до 90° позволило увеличить к. п. д. усилителя более чем в 1,5 раза, сохранив неизменной его колебательную мощность. Обычно нелинейные усилители работают с углом отсечки $\theta = 60 \div 90^\circ$; при меньших значениях θ не только уменьшается коэффициент α_1 и соответственно колебательная мощность, но и для реализации режима требуются очень большие напряжения возбуждения и смещения.

Итак, на практике используются и линейные, и нелинейные усилители: первые — когда не требуется большого усиления по мощности, а вторые — для получения большой колебательной мощности в нагрузке.

Кроме того, нелинейный усилитель может служить *умножителем частоты*. Для этого никаких изменений в схеме не требуется, нужно лишь настроить анодный контур в резонанс с соответствующей гармоникой анодного тока. Для остальных гармоник, в том числе и для первой, входное сопротивление контура очень мало и на выходе умножителя практически выделяются только гармонические колебания, соответствующие требуемому коэффициенту n умножения частоты.

Очевидно, что угол отсечки должен быть наиболее благоприятным для получения n -й гармоники анодного тока с максимальной амплитудой. В случае удвоения частоты это угол $\theta = 60^\circ$, утроения — угол $\theta = 40^\circ$, но даже при самых благоприятных условиях колебательная мощность в режиме умножения меньше, чем в режиме усиления, поскольку максимум α_1 больше, чем максимум α_2 , а тем более, чем α_3 и т. д. Второй недостаток умножения частоты — необходимость в очень большой амплитуде возбуждения, что вызвано малыми оптимальными углами отсечки. Все это ограничивает применение режима умножения частоты.

IX

ГЕНЕРИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ

58. Основные определения

Автоколебательными системами называются устройства, которые, не получая внешнего возбуждения, преобразуют энергию источника постоянного тока в энергию колебаний. В радиотехнике такие устройства называются *генераторами с самовозбуждением* или *автогенераторами*, а получаемые в них колебания — *автоколебаниями*. Автогенераторы разделяются на генераторы гармонических колебаний и генераторы релаксационных (несинусоидальных) колебаний.

Автогенератор состоит из нелинейного усилителя и цепи положительной обратной связи. Усилитель, используя энергию источника питания, сообщает автоколебаниям необходимую мощность. Цепь обратной связи обеспечивает автоматическое подвозбуждение усилителя.

В схеме автогенератора гармонических колебаний на рис. 9.1 усилитель включает в себя источник постоянного напряжения \mathcal{E}_a (1),

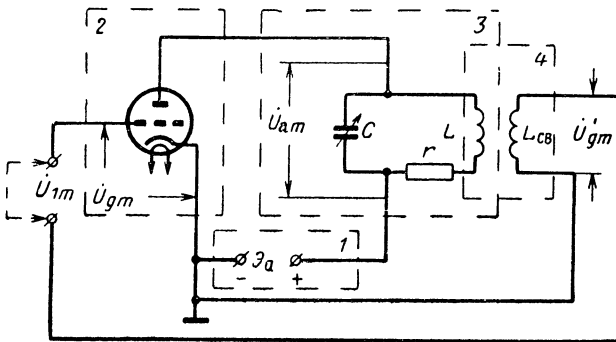


Рис. 9.1. Автогенератор гармонических колебаний.

нелинейный усилительный элемент (2) и избирательную нагрузку в виде параллельного колебательного контура L, C, r (3), схема обратной связи 4 состоит из индуктивно связанных линейных элементов L и $L_{св}$.

В момент включения источника питания появляется анодный ток, который вызывает колебания в контуре. Если бы обратной связи не было, эти колебания оказались бы свободными и вскоре прекратились бы вследствие потерь энергии на активном сопротивлении r .

При наличии обратной связи контурный ток индуктирует в катушке $L_{св}$ напряжение, которое подается на управляющую сетку лампы и изменяет анодный ток. Амплитуда и фаза индуцированного напряжения должны быть такими, чтобы мощность, вводимая в контур, была больше мощности потерь. Тогда амплитуда контурного тока, а с ней и амплитуда напряжения возбуждения возрастет, мощность, приобретаемая контуром, увеличится и т. д.

В случае линейного режима работы лампы амплитуда автоколебаний стала бы бесконечно большой. В действительности этого нет: лампа неизбежно переходит в нелинейный режим, где рост амплитуды первой гармоники анодного тока и соответственно контурного тока, замедляется. Поступающая в контур энергия становится равной расходуемой в контуре энергии, наступает стационарный режим и амплитуда колебаний стабилизируется.

Условимся называть *прямым* такой процесс, в результате которого напряжение возбуждения с амплитудой \dot{U}_{gm} (см. рис. 9.1) вызывает в анодной цепи ток с амплитудой первой гармоники \dot{I}_{a1m} , а *обратным процессом* — такой, в результате которого выходное напряжение \dot{U}_{am} , действуя на цепь обратной связи, сообщает сетке напряжение возбуждения с амплитудой \dot{U}'_{gm} . Прямой процесс оценивается коэффициентом усиления собственно усилителя $\dot{K} = \dot{U}_{am}/\dot{U}_{gm}$, а обратный процесс — коэффициентом передачи напряжения цепи обратной связи (кратко — коэффициентом обратной связи) $\dot{\beta} = \dot{U}'_{gm}/\dot{U}_{am}$.

Рассматривая генератор как усилитель с обратной связью, на вход которого подается внешнее напряжение с амплитудой \dot{U}_{1m} , определяем коэффициент усиления схемы $\dot{K}' = \dot{U}_{am}/\dot{U}_{1m}$ по формуле (196):

$$\dot{K}' = \frac{\dot{K}}{1 - \dot{\beta}\dot{K}}.$$

В стационарном режиме $\dot{U}'_{gm} = \dot{U}_{gm}$. Тогда

$$\dot{\beta}\dot{K} = \frac{\dot{U}'_{gm}}{\dot{U}_{am}} \cdot \frac{\dot{U}_{am}}{\dot{U}_{gm}} = \frac{\dot{U}'_{gm}}{\dot{U}_{gm}} = 1, \quad (221)$$

показатель обратной связи $1 - \dot{\beta}\dot{K} = 0$, а коэффициент усиления

$$\dot{K}' = \frac{\dot{K}}{(1 - \dot{\beta}\dot{K})} = \infty.$$

Полученный результат означает, что если напряжение обратной связи \dot{U}'_{gm} равно напряжению возбуждения \dot{U}_{gm} , то внешнего возбуждения не требуется ($\dot{U}_{1m} = 0$), так как даже в этих условиях коэффициент линейного усиления \dot{K}' безгранично возрастает: $\dot{K}' = \dot{U}_{am}/\dot{U}_{1m} = \infty$,

Равенство комплексных величин $\dot{U}'_{gm} = \dot{U}_{gm}$ требует равенства их модулей, которое называется *балансом амплитуд*, и равенства их аргументов, которое называется *балансом фаз*; кроме того, необходимо соблюдение *условия устойчивости*, означающего постоянство амплитуды автоколебаний.

59. Баланс фаз и амплитуд

Обозначим модуль и аргумент коэффициента усиления собственно усилителя K буквами K и φ_k , а коэффициента обратной связи β — буквами β и φ_β , т. е. $K = Ke^{j\varphi_k}$ и $\beta = \beta e^{j\varphi_\beta}$. Это позволяет записать условие стационарного состояния генератора (221) в виде

$$K\beta e^{j(\varphi_k + \varphi_\beta)} = 1 = 1 \cdot e^{j(0, 2\pi, 4\pi, \dots)}$$

Здесь можно выделить равенство $K\beta = 1$, которое определяет условие баланса амплитуд

$$\beta = \frac{1}{K}, \quad (222)$$

и равенство аргументов, которое определяет условие баланса фаз

$$\varphi_k + \varphi_\beta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots \quad (223)$$

Условие (223) заключается в том, что при полном обходе замкнутой системы генератора суммарный фазовый сдвиг равен $0, 2\pi, 4\pi, \dots$, т. е. сдвиг фазы φ_k выходного напряжения $\dot{U}_{ам}$ относительно напряжения возбуждения \dot{U}_{gm} равен с обратным знаком сдвигу фазы φ_β напряжения обратной связи \dot{U}'_{gm} относительно $\dot{U}_{ам}$.

Угол φ_k складывается из: 1) угла сдвига фазы φ_a между первой гармоникой анодного тока I_{a1m} и напряжением на управляющей сетке U_{gm} , 2) угла сдвига $\varphi_{конт}$ между напряжением на контуре $\dot{U}_{км}$ и током I_{a1m} и 3) угла π , на который сдвинута фаза анодного напряжения $\dot{U}_{ам}$ относительно контурного $\dot{U}_{км}$. Наиболее выгодными являются такие значения этих углов, при которых первая гармоника анодного тока совпадает по фазе с напряжением на управляющей сетке ($\varphi_a = 0$) и контур настроен в резонанс с первой гармоникой ($\varphi_{конт} = 0$). Тогда условие (223) принимает вид

$$\varphi_a + \varphi_{конт} + \pi + \varphi_\beta = 0 + 0 + \pi + \varphi_\beta = 0, 2\pi, \dots \text{ или } \varphi_\beta = \pm \pi,$$

т. е. напряжения на управляющей сетке и аноде изменяются в противофазе. Это условие баланса фаз соблюдается в автогенераторах всех частот, кроме сверхвысоких (где $\varphi_a \neq 0$).

Упомянутые фазовые сдвиги наиболее выгодны потому, что им соответствует наибольшее торможение электронного потока электрическим полем анода (\dot{U}_{gm} и \dot{U}_{am} противофазны). Это, как известно из курса «Электронные приборы», обеспечивает максимальную колебательную мощность в анодном контуре генератора.

Теперь перейдем к условию баланса амплитуд: $\beta = 1/K$. Имея в виду выражение (216), запишем выражение для коэффициента усиления нелинейного резонансного усилителя в виде

$$K = \frac{U_{am}}{U_{gm}} = \frac{I_{a1m} R_{вх}}{U_{gm}} = \frac{\mu U_{gm} R_{вх}}{U_{gm} (R'_i + R_{вх})} = \frac{R_{вх}}{D (R'_i + R_{вх})}.$$

Тогда условие баланса амплитуд примет вид

$$\beta = \frac{1}{K} = \frac{D (R'_i + R_{вх})}{R_{вх}} = D \left(1 + \frac{R'_i \alpha_i}{R_{вх}} \right) = D + \frac{\sigma_i}{SR_{вх}}. \quad (224)$$

Наименьший коэффициент обратной связи, обеспечивающий самовозбуждение генератора, называется *критическим* $\beta_{кр}$. Из выражения (224) видно, что $\beta_{кр}$ соответствует наименьшему коэффициенту приведения, равному $\alpha_i = 1$:

$$\beta_{кр} = D + \frac{1}{SR_{вх}}. \quad (225)$$

Коэффициент α_i равен 1 при $\theta = 180^\circ$, т. е. в линейном режиме, когда амплитуда колебаний еще очень мала. Как только эти колебания выходят за пределы линейной части характеристики, α_i возрастает и критической связи оказывается недостаточно для существования колебаний. Таким образом, *условие баланса амплитуд означает, что в автогенераторе коэффициент обратной связи должен быть больше критического ($\beta > \beta_{кр}$)*. Поэтому *проницаемость D желательно иметь минимальной, а крутизну характеристики S и входное сопротивление контура $R_{вх}$ — максимальными* [см. формулу (225)].

60. Условие устойчивости

Устойчивость амплитуды автоколебаний иллюстрируется при помощи колебательной характеристики $I_{a1m} = f'(U_{gm})$, выражающей прямой процесс, и линии обратной связи $U'_{gm} = f''(I_{a1m})$, выражающей обратный процесс (рис. 9.2). Ось абсцисс U_{gm} колебательной характеристики a служит одновременно осью ординат (U'_{gm}) линий обратной связи b , причем на них масштаб U_{gm} и U'_{gm} одинаковый. По общей оси ординат характеристики a и абсцисс линии b откладывается величина I_{a1m} .

Колебательная характеристика a соответствует генерированию стационарных колебаний i_a с углом отсечки $\theta > 90^\circ$ и делится на три области:

область I, где амплитуда возбуждения U_{gm} недостаточна для появления отсечки анодного тока, вследствие чего $R'_i = R_i$ и ме-

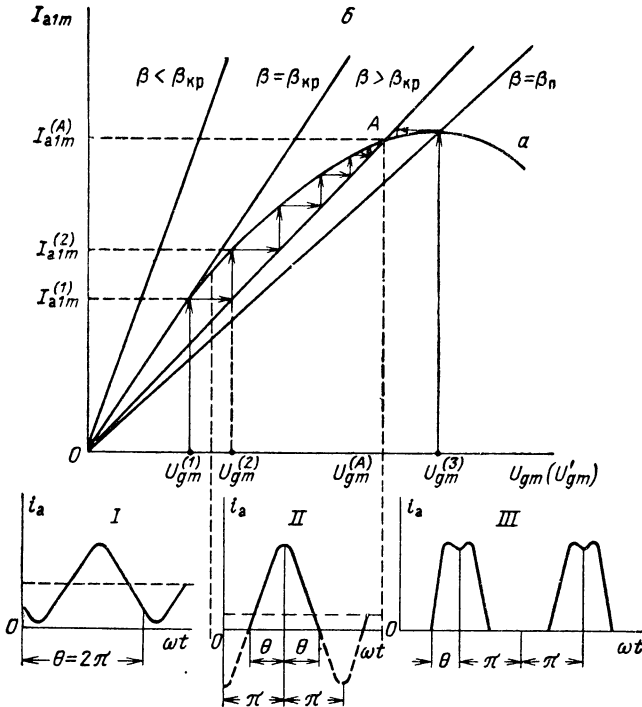


Рис. 9.2. Колебательная характеристика и линия обратной связи, соответствующие мягкому самовозбуждению генератора.

жду переменными величинами I_{a1m} и U_{gm} соблюдается прямая пропорциональность

$$I_{a1m} = \frac{U_{gm}}{D(R'_i + R_{вк})} ;$$

область II, где $\theta < 180^\circ$, в связи с чем увеличение U_{gm} сопровождается уменьшением угла θ и соответствующим увеличением приведенного внутреннего сопротивления $R'_i = \alpha_i R_i$, в результате рост тока I_{a1m} замедляется;

область III, где увеличение U_{gm} связано с появлением столь значительных сеточных токов, что на вершинах импульсов анодного

тока i_a появляются впадины, которые вызывают некоторое уменьшение тока I_{a1m} (перенапряженный режим).

Линия обратной связи b в соответствии с уравнением $U_{gm} = \beta I_{a1m} R_{вх}$ прямая. Чем больше коэффициент связи β , тем больше U_{gm} при данном значении I_{a1m} и меньше угол, который линия b образует с осью напряжений U_{gm} (U'_{gm}).

В точке пересечения характеристики a с прямой b наблюдается стационарный режим ($U_{gm} = U'_{gm}$). При критической связи ($\beta = \beta_{кр}$) линия обратной связи сливается с колебательной характеристикой в области I, но не пересекает ее. Это подтверждает, что в схеме,

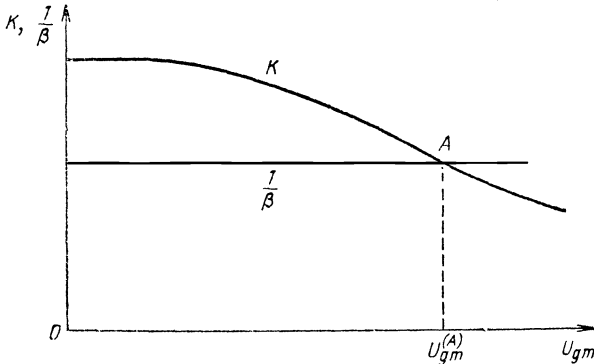


Рис. 9.3. Амплитудная характеристика усилителя, иллюстрирующая определение стационарного состояния генератора.

работающей в линейном режиме, получение автоколебаний невозможно. Тем более это невозможно при обратной связи, меньшей критической, так как при $\beta < \beta_{кр}$ линия b даже не соприкасается с кривой a . Только при $\beta > \beta_{кр}$ появляется точка пересечения A , которая расположена в области генерирования колебаний с отсечкой анодного тока.

В это состояние генератор приходит в процессе самовозбуждения и может выйти из него из-за различных дестабилизирующих факторов. Поэтому важно знать, что произойдет с генератором, оказывающимся в произвольном состоянии.

Например, пусть $U_{gm} = U_{gm}^{(1)}$. Тогда прямой процесс (колебательная характеристика) даст ток первой гармоники $I_{a1m} = I_{a1m}^{(1)}$, который благодаря обратной связи (линия b) увеличит U_{gm} до $U_{gm}^{(2)}$. Это согласно характеристике a повысит ток I_{a1m} до $I_{a1m}^{(2)}$ и т. д. Линии со стрелками показывают, что генератор приходит в состояние A , соответствующее $U_{gm} = U_{gm}^{(A)}$ и $I_{a1m} = I_{a1m}^{(A)}$. Если окажется, что по какой-либо причине $U_{gm} = U_{gm}^{(3)} > U_{gm}^{(A)}$, то, как видно из рис. 9.2, рабочая точка возвратится в A . Значит, это и есть точка устойчивого равновесия.

Стационарное состояние генератора можно определить из условия $K = 1/\beta$ (рис. 9.3). Зависимость $1/\beta$ от U_{gm} изображается прямой, параллельной оси абсцисс, так как цепь обратной связи линейная и ее коэффициент β не зависит от амплитуды возбуждения. То же самое можно сказать и о коэффициенте усиления K , пока амплитуда U_{gm} невелика и генераторная лампа работает в линейном режиме. При дальнейшем увеличении U_{gm} коэффициент K понижается за счет увеличения приведенного внутреннего сопротивления ($K = \frac{R_{вх}}{D(R'_i + R_{вх})}$) и пересечение амплитудной характеристики $K =$

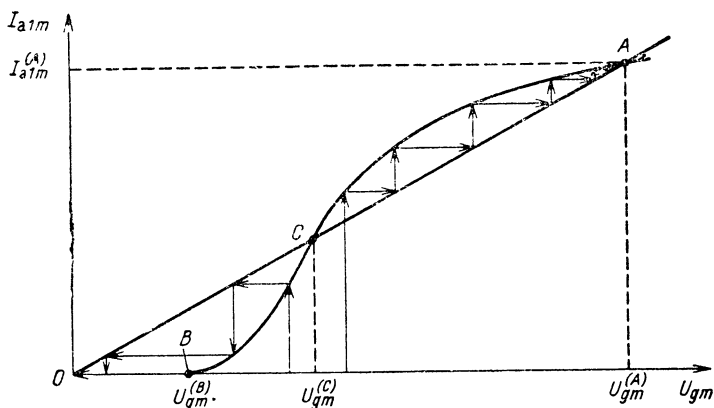


Рис. 9.4. Колебательная характеристика и линия обратной связи, соответствующие жесткому самовозбуждению генератора.

$= f(U_{gm})$ с прямой $1/\beta$ становится возможным. Все это позволяет утверждать, что *генерирование колебаний — нелинейный процесс.*

Для рассмотренного режима ($\theta > 90^\circ$) характерно *мягкое самовозбуждение*, т. е. такое, которое происходит независимо от начальной амплитуды возбуждения. Существует еще *жесткое самовозбуждение*, наблюдаемое при $\theta < 90^\circ$. В этом случае колебательная характеристика (рис. 9.4) начинается не в начале координат 0, а в точке B, где $U_{gm} = U_{gm}^{(B)}$, поскольку при меньших значениях амплитуды возбуждения анодного тока вовсе нет. Характеристика пересекается с прямой обратной связи OCA в точках C и A, причем A удовлетворяет, а C не удовлетворяет условию устойчивости (см. линии со стрелками). В связи с этим начальная амплитуда возбуждения должна быть не меньше $U_{gm}^{(C)}$, в противном случае колебания срываются (линии со стрелками ведут к началу координат 0).

Обобщая сказанное, сформулируем *условие устойчивости амплитуды. В точке A, удовлетворяющей этому условию, угол наклона линии обратной связи должен быть больше угла наклона колебательной характеристики.* Таким образом, устойчивость амплитуды автоко-

лебаний, как и генерирование их, возможны благодаря нелинейному режиму генератора.

Устойчивость фазы (частоты) колебаний обусловлена фиксирующей способностью контура генератора. Допустим, что дестабилизирующие факторы вызвали увеличение частоты f автоколебаний по сравнению с собственной частотой контура f_0 . В связи с этим во входном сопротивлении контура появилась реактивная составляющая емкостного характера (угол $\psi_{вх} < 0$), напряжение на контуре, а с ним и напряжение возбуждения и первая гармоника анодного тока получили некоторое отставание по фазе. Это отставание постепенно возрастает и приводит к восстановлению частоты генератора $f = f_0$. Если же частота f понизится относительно f_0 , то входное сопротивление контура приобретает индуктивную составляющую ($\psi_{вх} > 0$), вследствие чего аналогичный процесс приведет к увеличению частоты автоколебаний до f_0 .

Отсюда следуют выводы:

1. *Условие устойчивости фазы (частоты) сводится к тому, что при увеличении частоты колебаний f относительно стационарной f_0 аргумент входного сопротивления $\psi_{вх}$ должен уменьшаться и наоборот; последовательный контур, в отличие от параллельного, этим свойством не обладает.*

2. *Устойчивость фазы тем выше, чем чувствительнее угол $\psi_{вх}$ к изменению частоты, т. е. рост добротности контура способствует фиксированию частоты автогенератора.*

61. Основные схемы автогенераторов

Схемы генераторов с самовозбуждением различаются главным образом структурой цепей обратной связи и числом контуров колебательной системы. В практических схемах колебательный контур генератора и цепь обратной связи образуют единый линейный четырехполюсник. Есть и такие автогенераторы (динатронный и транзитронный), в которых обратная связь не выражена явно.

На рис. 9.5 показаны схемы одноконтурных автогенераторов с трансформаторной (индуктивной), автотрансформаторной и емкостной обратной связью.

В трансформаторной схеме (рис. 9.5, а) контурный ток $I_{км}$, умноженный на сопротивление связи $\omega_0 M$, определяет напряжение возбуждения $U_{gm} = I_{км} \omega_0 M$. Поэтому коэффициент обратной связи равен

$$\beta = \frac{U_{gm}}{U_{ам}} = \frac{I_{км} \omega_0 M}{I_{км} \omega_0 L} = \frac{M}{L}.$$

Если в данной схеме условие баланса фаз (противофазность сеточного U_{gm} и анодного $U_{ам}$ напряжений) не выполняется, то нужно переключить концы катушки обратной связи $L_{св}$.

В автотрансформаторной схеме (рис. 9.5, б) используется контур II вида: индуктивность контура L разделяется на L_a , образующую индуктивную ветвь, и на L_g , которая с емкостью C образует емкостную ветвь контура. Поэтому напряжение U_{am} , приложенное к индуктивности L_a , и напряжение обратной связи U_{gm} , снимаемое с индуктивности L_g , противофазны.

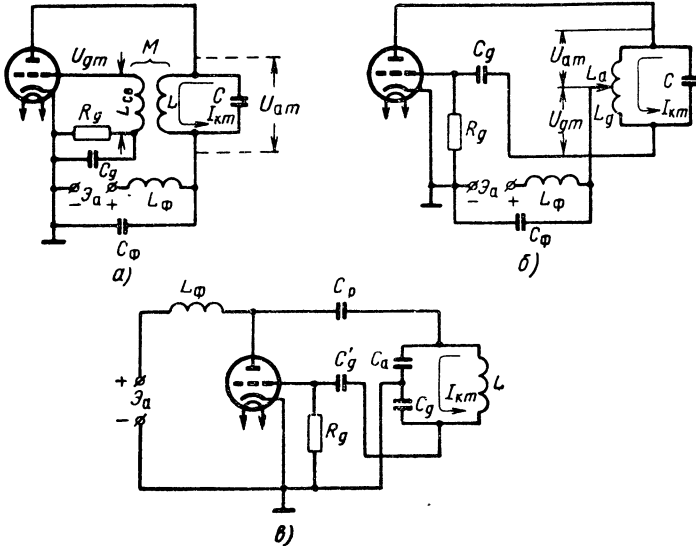


Рис. 9.5. Схемы автогенераторов с трансформаторной (а), автотрансформаторной (б) и емкостной (в) обратной связью.

Через обе индуктивности протекает единый контурный ток с амплитудой I_{km} . Отсюда коэффициент обратной связи равен

$$\beta = \frac{U_{gm}}{U_{am}} = \frac{I_{km} \omega_0 L_g}{I_{km} \omega_0 L_a} = \frac{L_g}{L_a}.$$

В емкостной схеме (рис. 9.5, в) используется контур III вида: емкость контура разделена на C_a , составляющую емкостную ветвь, и C_g , составляющую с L индуктивную ветвь контура. По этой причине напряжение возбуждения U_{gm} , которое снимается с конденсатора C_g , и переменная составляющая анодного напряжения U_{am} , приложенная к конденсатору C_a , противофазны. В данном случае коэффициент обратной связи равен

$$\beta = \frac{U_{gm}}{U_{am}} = \frac{I_{km} \omega_0 C_g}{I_{km} \omega_0 C_a} = \frac{C_a}{C_g}.$$

Автотрансформаторная и емкостная схемы автогенераторов называются иначе *трехточечными*, ибо в каждой из них контур подключается к лампе тремя точками. Колебательная система трехточечной схемы состоит из реактивных сопротивлений X_1 , X_2 и X_3 (рис. 9.6, а). Так как частота генерируемых колебаний весьма близка к собственной частоте колебательной системы, то контурный ток $I_{км}$ проходит последовательно по указанным реактивностям. Отсюда условие баланса фаз (противофазность U_{gm} и U_{am}) требует, чтобы знаки сопротивлений X_1 и X_2 были обратными. Вместе с тем, сумма $X_1 + X_2$ должна иметь противоположный знак с X_3 , в про-

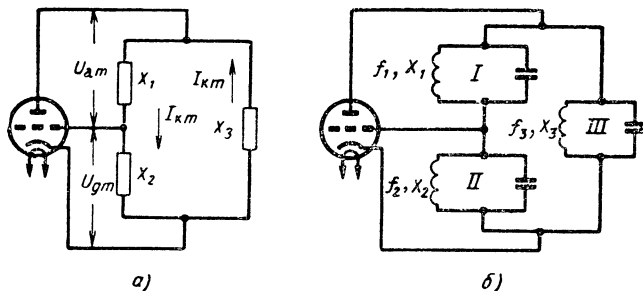


Рис. 9.6. Трехточечные схемы автогенераторов.

тивном случае условие резонанса $X_1 + X_2 + X_3 = 0$ не будет выполнено. Оба требования совмещаются, если реактивности X_2 и X_3 одного знака, X_1 — другого знака, причем $|X_1| > |X_2|$.

Например, в автотрансформаторной схеме (индуктивной трехточке) между управляющей сеткой и анодом включена емкость ($X_1 < 0$), между сеткой и катодом и между анодом и катодом включены индуктивности ($X_2 > 0$; $X_3 > 0$). Кроме того, поскольку X_1 и X_2 образуют емкостную ветвь контура, необходимо, чтобы $|X_1| > |X_2|$. Аналогично, в емкостной схеме (емкостной трехточке) реактивности следующие: X_1 — индуктивное, X_2 и X_3 — емкостные, и так как X_1 , X_2 образуют индуктивную ветвь контура, то $|X_1| > |X_2|$.

В трехконтурном автогенераторе (рис. 9.6, б) контуры I, II, III имеют собственные частоты соответственно f_1 , f_2 , f_3 и при частоте автоколебаний f_0 их входные сопротивления реактивные (потери в контурах пренебрегаем). Такой вывод основан на том, что колебательная система в целом настроена в резонанс ($X_1 + X_2 + X_3 = 0$), а отдельные контуры, следовательно, расстроены. Знаки расстройки должны удовлетворять правилу составления трехточечных схем.

Зная, что входное сопротивление параллельного контура индуктивное при частоте колебаний f_0 , меньшей собственной, и емкостное при обратном соотношении частот, устанавливаем, что емкостная трехточка образуется при частотах $f_1 > f_0$, $f_2 < f_0$, $f_3 < f_0$, а индуктивная трехточка — при $f_1 < f_0$, $f_2 > f_0$, $f_3 > f_0$.

Возвратимся к рис. 9.5, чтобы подробнее рассмотреть схемы генераторов. Анодная цепь содержит три основных элемента: лампу (анод — катод), контур и источник постоянного напряжения \mathcal{E}_a . Столько же основных элементов имеется и в сеточной цепи: управляющая сетка — катод, выход цепи обратной связи и участок цепи, с которого снимается напряжение смещения. В зависимости от того, как эти элементы соединяются между собой — последовательно или параллельно, различают последовательную и параллельную схемы.

Последовательное включение анодной цепи применено в схемах рис. 9.5, а и б, а параллельное — в схеме рис. 9.5, в. Фильтр из дросселя (большой индуктивности) L_ϕ и конденсатора C_ϕ предназначен для устранения паразитных связей через общий источник питания. Конденсатор фильтра параллельной схемы выполняет, кроме того, разделительные функции: не допускает постоянного составляющую анодного тока в контур.

Для автогенераторов характерно получение смещения \mathcal{E}_g за счет падения напряжения на резисторе R_g от постоянной составляющей сеточного тока I_{g0} . Переменные составляющие этого тока замыкаются через конденсатор C_g . В момент включения генератора колебаний еще нет, следовательно, сеточный ток $i_g = 0$, напряжение смещения $\mathcal{E}_g = I_{g0}R_g = 0$, т. е. исходная рабочая точка находится

на участке характеристики с максимальной крутизной S (рис. 9.7) и имеются наиболее благоприятные условия для мягкого самовозбуждения ($\beta > D + \frac{1}{SR_{вх}}$). В дальнейшем, по мере возбуждения генератора, ток i_g и напряжение \mathcal{E}_g повышаются, лампа постепенно переходит в нужный нелинейный режим с углом отсечки $\theta < 180^\circ$.

В таких условиях сеточный ток i_g импульсный и не может быть большим, так как напряжение на сетке положительное только в очень небольшую часть периода колебаний. Вот почему ток i_g не учитывался при исследовании автогенератора.

Схема сеточной цепи, показанная на рис. 9.5, а, последовательная, а на рис. 9.5, б, в — параллельная.

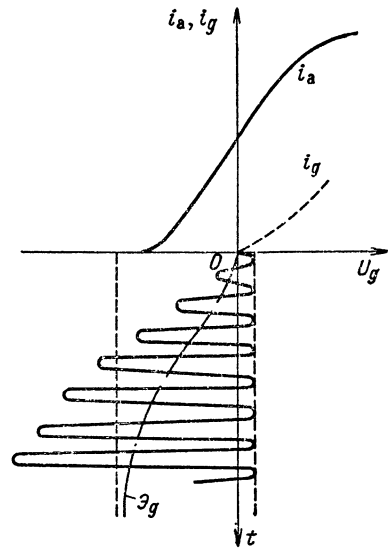


Рис. 9.7. Анодно-сеточные характеристики и временные диаграммы, иллюстрирующие установление режима автогенератора при использовании автоматического смещения за счет сеточного тока.

Х

НЕЛИНЕЙНЫЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ. БОРЬБА С ПОМЕХАМИ

62. Амплитудная модуляция

Модуляция может осуществляться воздействием управляющего сигнала на автогенератор несущей частоты или на усилитель этих колебаний. На практике чаще используется второй метод, который и описывается в этом параграфе.

На вход модулируемого усилителя поступают напряжения несущей частоты $u_1 = U_{0m} \sin \omega_0 t$ и управляющего сигнала $u_y = U_{ym} \cos \Omega t$, а на выходе нужно получить высокочастотное напряжение (ток), амплитуда которого изменяется по закону управляющего сигнала.

Если суммарное напряжение $u = u_1 + u_y$ усиливается лампой с прямолинейной характеристикой вида $i_a = a_0 + a_1 u$, то анодный ток равен

$$i_a = a_0 + a_1 U_{0m} \sin \omega_0 t + a_1 U_{ym} \cos \Omega t.$$

Как и следовало ожидать, в линейной системе с постоянными параметрами никакой модуляции не происходит: спектр полученного тока содержит составляющие только тех частот (ω_0 , Ω), которые имеются в спектре входного напряжения, а токов боковых частот ($\omega_0 + \Omega$, $\omega_0 - \Omega$) в спектре нет.

Поставим усилительную лампу в нелинейный режим, дополнив рабочую часть характеристики квадратичным членом $a_2 u^2$. Тогда

$$i_a = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 = a_0 + a_1 (U_{0m} \sin \omega_0 t + U_{ym} \cos \Omega t) + a_2 (U_{0m}^2 \sin^2 \omega_0 t + 2U_{0m} U_{ym} \sin \omega_0 t \cdot \cos \Omega t + U_{ym}^2 \cos^2 \Omega t).$$

Нагрузкой модулируемого усилителя служит параллельный контур, настроенный в резонанс на несущую частоту ω_0 . Благодаря этому на выходе схемы из множества составляющих анодного тока используются только те, которые выражаются слагаемыми с множителем $\sin \omega_0 t$:

$$\begin{aligned} i_{a1} &= a_1 U_{0m} \sin \omega_0 t + 2a_2 U_{0m} U_{ym} \sin \omega_0 t \cos \Omega t = \\ &= a_1 U_{0m} \left(1 + \frac{2a_2 U_{ym}}{a_1} \cos \Omega t \right) \sin \omega_0 t = I_{a1m} (1 + m \cos \Omega t) \sin \omega_0 t, \end{aligned}$$

где $I_{a1m} = a_1 U_{0m}$ — амплитуда первой гармоники анодного тока;

$$m = \frac{2a_2 U_{ym}}{a_1} \text{ — коэффициент модуляции.}$$

Умножив ток первой гармоники i_{a1} на входное сопротивление контура для этого тока $R_{вх}$, получим напряжение на контуре u_k с амплитудой $U_{км} = I_{a1m} R_{вх}$:

$$u_k = i_{a1} R_{вх} = I_{a1m} R_{вх} (1 + m \cos \Omega t) \sin \omega_0 t = U_{км} \sin \omega_0 t + \frac{mU_{км}}{2} \sin(\omega_0 + \Omega)t + \frac{mU_{км}}{2} \sin(\omega_0 - \Omega)t.$$

Сопоставляя данное выражение с выражением (5), убеждаемся в том, что оно соответствует АМ колебаниям. Это позволяет сделать следующие выводы:

1. Амплитудная модуляция возможна, если модулируемый усилитель работает в нелинейном режиме.

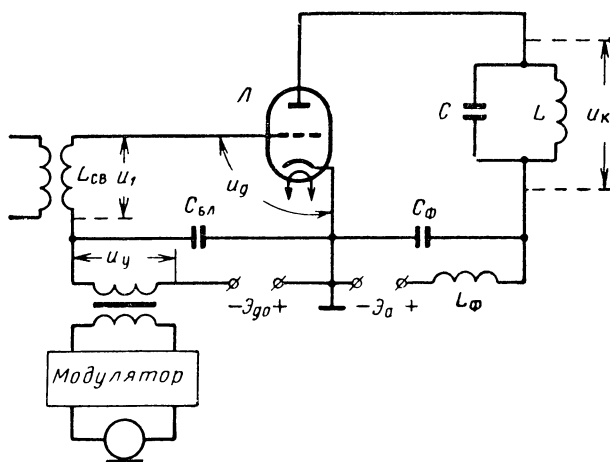


Рис. 10.1. Принципиальная схема сеточной амплитудной модуляции.

2. Весь спектр АМ колебаний получается за счет умножения двух функций: $(1 + m \cos \Omega t)$ и $\sin \omega_0 t$. Следовательно, процесс амплитудной модуляции заключается в перемножении входных напряжений, имеющих несущую частоту ω_0 и частоту управляющего сигнала Ω . Заметим, что такой эффект дает квадратичный член $a_2 u^2$ характеристики усилителя.

3. В спектре анодного тока содержится много лишних составляющих, их еще больше при наличии в характеристике членов более высокой степени напряжения u , чем вторая. Значит, нагрузкой усилителя должен быть фильтр (колебательный контур) с полосой пропускания, равной ширине спектра выходного радиосигнала схемы модуляции.

На рис. 10.1 показана практическая схема амплитудной модуляции. Напряжение на управляющей сетке u_g лампы модулируемого

усилителя L равно сумме трех напряжений: несущего сигнала u_1 с частотой ω_0 , которое снимается с катушки связи L_c с возбудителем; управляющего сигнала u_y с частотой Ω , которое поступает от модулятора (УНЧ), и исходного напряжения смещения \mathcal{E}_{g0} . Конденсатор $C_{бл}$ небольшой емкости (около 1000 пф) служит для замыкания токов высокой частоты, минуя источники смещения и управляющего сигнала. В анодной цепи включены контур L, C , настроенный на несущую частоту, и источник питания с высокочастотным фильтром L_ϕ, C_ϕ .

Изменением управляющего сигнала за один период высокой частоты можно пренебречь, ибо $\Omega \ll \omega_0$. Это позволяет считать, что роль управляющего напряжения сводится к перемещению рабочей точки по характеристике лампы путем изменения напряжения смещения \mathcal{E}_g относительно начального значения \mathcal{E}_{g0} .

Когда лампа работает только на линейной части характеристики как показано на рис. 10.2, а, то среднее значение анодного тока I_{a0} повторяет изменения управляющего сигнала, а амплитуда первой гармоники I_{a1m} остается постоянной, т. е. модуляции нет. Если же использовать нижний сгиб характеристики (рис. 10.2, б), подчиняющийся квадратичному закону ($i_a = a_2 u_g^2$), то приращения анодного тока будут различными в положительный и отрицательный полупериоды как несущей ω_0 , так и низкой Ω частоты и амплитуда тока I_{a1m} окажется промодулированной управляющим сигналом (см. нижнюю временную диаграмму справа).

Крутизна квадратичной характеристики анодного тока линейна:

$$S = \frac{di_a}{du_g} = \frac{d(a_2 u_g^2)}{du_g} = 2a_2 u_g,$$

т. е. пропорциональна напряжению u_g . Это позволяет считать, что по отношению к входному напряжению несущей частоты данный усилитель линейный с переменным параметром (крутизной) S .

Ограничивая рабочую область характеристики ее нижним сгибом, нельзя получить большую колебательную мощность и высокий к. п. д. Более выгодные энергетические соотношения получаются, если лампа усилителя работает с отсечкой анодного тока и достигает критического режима (рис. 10.2, в).

Тогда максимумы импульсов анодного тока $I_{a \text{ макс}}$ следуют за изменениями напряжения смещения \mathcal{E}_g . Соответственно изменяется амплитуда первой гармоники анодного тока $I_{a1m} = \alpha_1 I_{a \text{ макс}}$. Здесь сказывается также непостоянство коэффициента α_1 , вызванное некоторым изменением угла отсечки θ .

Зависимость I_{a1m} от напряжения смещения на управляющей сетке \mathcal{E}_g при постоянной амплитуде возбуждения U_{0m} называется *статической модуляционной характеристикой* (рис. 10.3). Так как напряжение \mathcal{E}_g изменяется по закону изменения напряжения управляющего сигнала, модуляционная характеристика позволяет судить

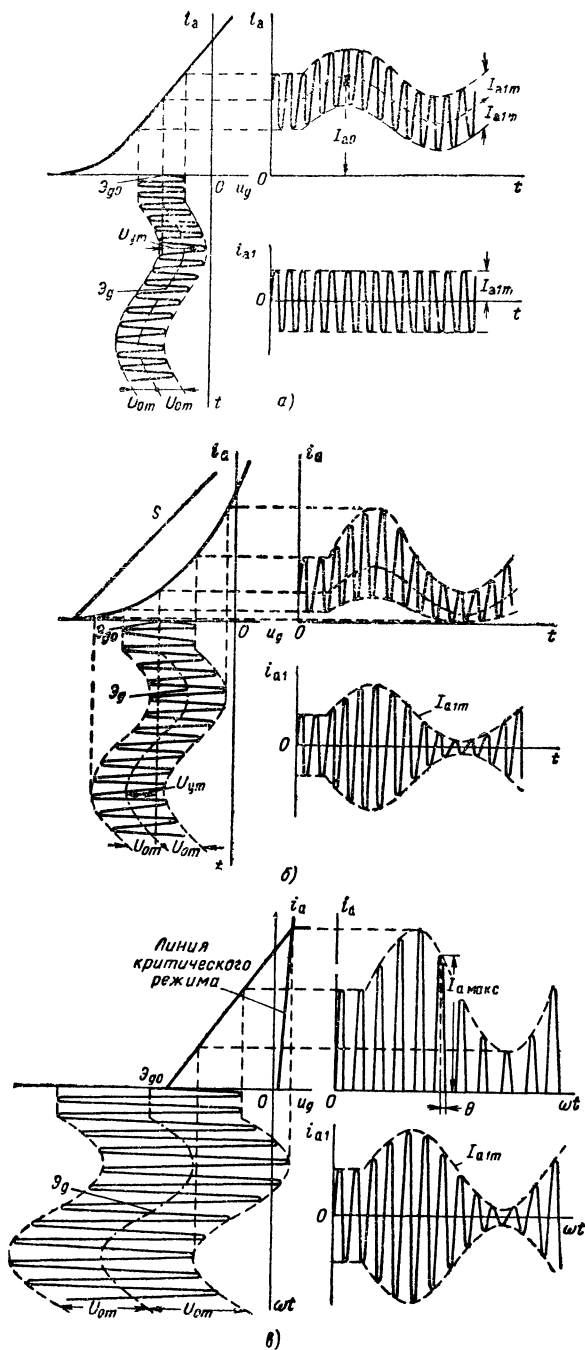


Рис. 10.2. Диаграммы работы модулируемого усилителя в случае использования линейного режима (а), квадратичной характеристики (б) и режима с отсечкой анодного тока (в).

о соответствии между изменениями амплитуд модулированного и управляющего сигналов.

На прямолинейном участке модуляционной характеристики искажений нет. Значительные искажения наблюдаются, как показывает рис. 10.3, при переходе в перенапряженный режим, где из-за больших сеточных токов увеличение амплитуды первой гармоники анодного тока I_{a1m} замедляется и даже возможно понижение ее, т. е. в данном случае режим генератора должен быть недонапряженным с отсечкой анодного тока.

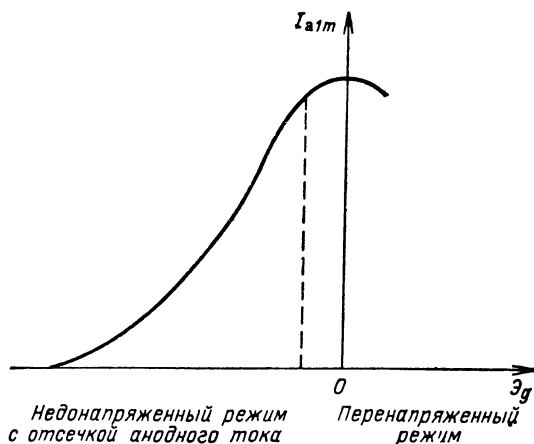


Рис. 10.3. Статическая модуляционная характеристика,

Мы рассмотрели схему *сеточной модуляции*. Если же управляющий сигнал подается на экранную сетку, защитную сетку или анод, то *схема модуляции называется соответственно экранной, пентодной или анодной*.

63. Детектирование АМ сигналов

Амплитудный детектор (демодулятор) предназначен для преобразования АМ сигналов в напряжение, соответствующее огибающей этого сигнала.

В процессе детектирования происходит органическое изменение спектра: из суммы гармонических колебаний высоких (несущей и боковых) частот получают низкочастотные составляющие модулирующего сигнала. Поэтому *детектором может быть только нелинейный или параметрический четырехполюсник*.

Амплитудный детектор в большинстве случаев выполняется на основе диода, работающего в нелинейном режиме. Рассмотрим работу диодного детектора в три этапа.

1. В схеме отсутствует нагрузка и на вход ее подается слабый сигнал u_1 с амплитудой $U_m < 0,1 \div 0,3$ в (рис. 10.4, *з*). Отсутствие нагрузки означает, что $u_a = u_1$, а малая величина амплитуды U_m

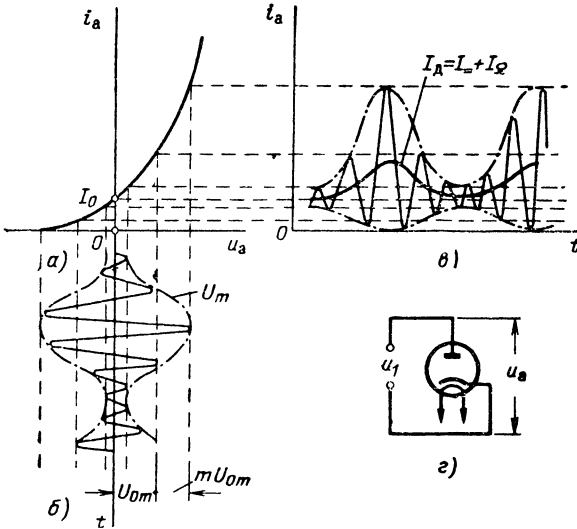


Рис. 10.4. Характеристика и временные диаграммы, иллюстрирующие квадратичное детектирование амплитудно-модулированных колебаний диодом без нагрузки.

означает, что используется только начальный сгиб характеристики диода, который описывается многочленом с квадратичным слагаемым $a_2 u_a^2$ (рис. 10.4, *а*):

$$i_a = I_0 + a_1 u_a + a_2 u_a^2.$$

Здесь I_0 — анодный ток при $u_a = 0$.

Полагая, что входное напряжение высокой частоты равно $u_1 = U_m \sin \omega_0 t$, имеем

$$\begin{aligned} i_a &= I_0 + a_1 u_a + a_2 u_a^2 = I_0 + a_1 U_m \sin \omega_0 t + a_2 U_m^2 \sin^2 \omega_0 t = \\ &= I_0 + a_1 U_m \sin \omega_0 t + \frac{a_2 U_m^2}{2} - \frac{a_2 U_m^2}{2} \cos 2\omega_0 t. \end{aligned}$$

Составляющие высоких частот ω_0 и $2\omega_0$ в данном случае лишние, они отфильтровываются в более полной схеме детектора. Остальные токи выражают результат детектирования. Обозначим их

$$I_d = I_0 + \frac{a_2 U_m^2}{2}.$$

Если бы амплитуда U_m была постоянной, то и ток I_d был бы постоянным, т. е. схема выполняла бы функции выпрямителя переменного тока в постоянный. Если же на вход схемы подается тонально-модулированный сигнал с амплитудой $U_m = U_{0m}(1 + m \cos \Omega t)$, как изображено на рис. 10.4, б, то

$$I_d = I_0 + \frac{a_2 U_{0m}^2}{2} (1 + 2m \cos \Omega t + m^2 \cos^2 \Omega t) = \\ = I_0 + \frac{a_2 U_{0m}^2}{2} + a_2 U_{0m}^2 m \cos \Omega t + \frac{a_2 m^2 U_{0m}^2}{4} + \frac{a_2 U_{0m}^2 m^2}{4} \cos 2\Omega t,$$

т. е. ток детектора I_d , показанный сплошной линией на рис. 10.4, в, содержит постоянную составляющую

$$I_{\Sigma} = I_0 + \frac{a_2 U_{0m}^2}{2} + \frac{a_2 m^2 U_{0m}^2}{4}$$

и низкочастотные составляющие

$$I_{\Omega} = a_2 m U_{0m}^2 \cos \Omega t + \frac{a_2 m^2 U_{0m}^2}{4} \cos 2\Omega t.$$

Из них составляющая с частотой Ω и амплитудой $I_{1\Omega m} = a_2 m U_{0m}^2$ полезная, а составляющая с частотой 2Ω и амплитудой $I_{2\Omega m} = \frac{a_2 m^2 U_{0m}^2}{4}$ вызывает нелинейные искажения.

Отсюда следуют выводы:

1. Детектирование, как и модуляция, происходит за счет квадратичного члена в уравнении характеристики лампы.

2. Амплитуда $I_{1\Omega m}$ составляющей низкой частоты Ω пропорциональна квадрату амплитуды несущей частоты U_{0m} , и поэтому *детектирование слабых сигналов называют квадратичным*.

3. Коэффициент нелинейных искажений при квадратичном детектировании велик:

$$\gamma = \frac{\sqrt{I_{2\Omega m}^2 + I_{3\Omega m}^2 + I_{4\Omega m}^2}}{I_{1\Omega m}} = \frac{I_{2\Omega m}}{I_{1\Omega m}} = \frac{a_2 m^2 U_{0m}^2}{4a_2 m U_{0m}^2} = \frac{m}{4}.$$

Если $m = 1$, то $\gamma = 0,25$.

II. Нагрузка детектора по-прежнему отсутствует, но на вход его подается модулированный сигнал с большой амплитудой (рис. 10.5). В связи с этим пренебрегаем криволинейностью нижнего сгиба характеристики и аппроксимируем ее ломаной aOb . При такой аппроксимации анодный ток принимает вид остроконечных импульсов с углом отсечки $\theta = 90^\circ$ и максимумами $I_{a \text{ макс}}$, пропорциональными амплитуде U_m радиосигнала.

Постоянная составляющая этих импульсов $I_{a0} = a_0 I_{a \text{ макс}} = 0,319 I_{a \text{ макс}}$ является средним током детектора I_d , который прямо

пропорционален максимальному значению импульсов анодного тока $I_{a \text{ макс}}$, а следовательно, и амплитуде U_m радиосигнала. Отсюда происходит название *линейный детектор*, хотя детектирование сильных сигналов — нелинейный процесс. Для доказательства нелинейного характера процесса можно сослаться на то, что в данном случае используется ломаная, а не прямолинейная характеристика анодного тока. Важное преимущество линейного детектирования заключается в отсутствии нелинейных искажений.

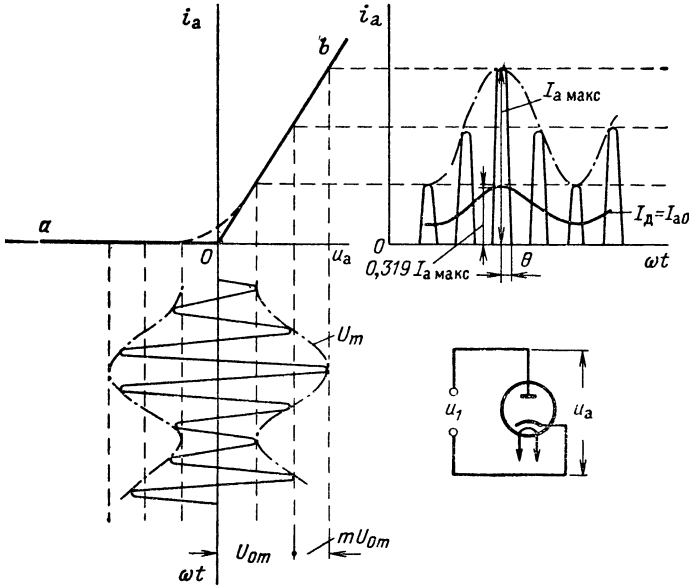


Рис. 10.5. Диаграмма работы диодного детектора без нагрузки при линейном детектировании АМ колебаний.

III. Дополним схему детектора нагрузкой R и параллельно включенным конденсатором C (рис. 10.6, б), сохранив в схеме режим линейного детектирования. Емкость C подбирается такой, чтобы сопротивление резистора R было значительно больше емкостного сопротивления конденсатора для токов высокой частоты и значительно меньше для токов низкой частоты: $\frac{1}{\omega_0 C} \ll R \ll \frac{1}{\Omega C}$. Это условие легко реализуется, и средний ток детектора I_d проходит через резистор R , вызывая на нем падение напряжения $U_d = I_d R$.

С увеличением амплитуды напряжения радиосигнала U_m пропорционально увеличиваются ток I_d и напряжение U_d , так как это напряжение подается со знаком минус на анод, то рабочая точка смещается по кривой $FGLMNP$. Временные диаграммы анодного напряжения и тока принимают форму, показанную на рис. 10.6, а.

Для вывода количественных соотношений переместим начало координат временных диаграмм из точки 0 в 0' и сосредоточим внимание на изменениях, происходящих в течение периода высокой частоты BCDE. В пределах этого периода анодное напряжение равно разности напряжения радиосигнала $U_m \cos \omega_0 t$ с амплитудой U_m (отрезок LB) и напряжения смещения $U_d = I_d R$ (отрезок LO').

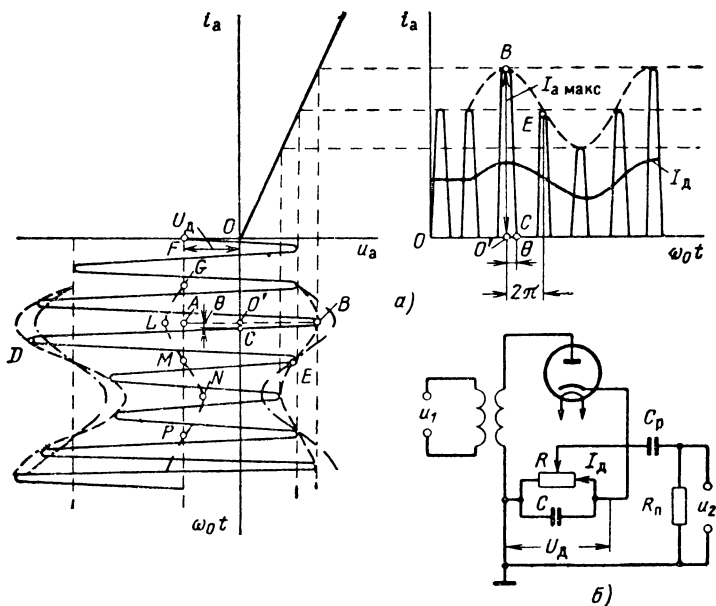


Рис. 10.6. Диаграмма работы (а) и схема диодного детектора с нагрузкой (б) при линейном детектировании АМ колебаний.

Когда $\omega_0 t = \theta$ (точка C), анодное напряжение $u_a = 0$ и потому

$$U_d = U_m \cos \theta, \quad (226)$$

а

$$u_a = U_m \cos \omega_0 t - U_d = U_m (\cos \omega_0 t - \cos \theta).$$

Умножив u_a на крутизну характеристики S , получим анодный ток для $u_a > 0$:

$$i_a = S u_a = S U_m (\cos \omega_0 t - \cos \theta).$$

Максимум анодного тока $i_a = I_{a \text{ макс}}$ и имеет место в момент времени $t = 0$, когда $\cos \omega_0 t = 1$:

$$I_{a \text{ макс}} = S U_m (1 - \cos \theta) = \frac{U_m}{R_i} (1 - \cos \theta),$$

где R_i — внутреннее сопротивление открытого диода.

Зная средний ток детектора

$$I_{\text{д}} = I_{\text{а0}} = \alpha_0 I_{\text{а макс}} = \frac{\alpha_0 U_m}{R_i} (1 - \cos \theta), \quad (227)$$

находим напряжение на нагрузке:

$$U_{\text{д}} = I_{\text{д}} R = \frac{\alpha_0 U_m R}{R_i} (1 - \cos \theta). \quad (228)$$

Сопоставив выражения (226) и (228)

$$U_m \cos \theta = \frac{\alpha_0 U_m R}{R_i} (1 - \cos \theta),$$

устанавливаем соотношение

$$\frac{\alpha_0 (1 - \cos \theta)}{\cos \theta} = \frac{R_i}{R}. \quad (229)$$

Левая часть выражения (229) является функцией угла отсечки θ , а правая равна постоянной величине R_i/R . Стало быть, угол θ не зависит от амплитуды радиосигнала U_m , а зависимость (227) тока $I_{\text{д}}$ от напряжения U_m линейная, т. е. детектор сильных сигналов и при наличии нагрузки *линейный*.

Для разделения составляющих выходного напряжения детектора подставляем в соотношение (226) развернутое выражение амплитуды радиосигнала $U_m = U_{0m}(1 + m \cos \Omega t)$:

$$U_{\text{д}} = U_m \cos \theta = U_{0m} \cos \theta + m U_{0m} \cos \theta \cos \Omega t.$$

Постоянная составляющая $U_{0m} \cos \theta$ не пропускается переходной цепью $C_p R_n$, а переменная составляющая с частотой Ω поступает на выход детектора с амплитудой

$$U_{2m} = m U_{0m} \cos \theta.$$

Разделив U_{2m} на амплитуду огибающей радиосигнала $m U_{0m}$, находим коэффициент передачи напряжения диодного линейного детектора

$$K_{\text{д}} = \frac{U_{2m}}{m U_{0m}} = \cos \theta.$$

Этот коэффициент близок к единице (угол θ не превышает $10-20^\circ$).

Значительно больший коэффициент передачи напряжения может быть получен в схемах сеточного и анодного детектирования, где наряду с детектированием происходит усиление.

В схеме сеточного детектора (рис. 10.7, а) участок сетка — катод выполняет функции диода, и в нем, как в диодном детекторе, напряжение низкой частоты выделяется на резисторе R , заблокированном по высокой частоте конденсатором C . Это напряжение с отрицательной полярностью приложено к управляющей сетке и может рассматриваться как переменное смещение, относительно которого действует модулированное колебание высокой частоты, снятое с контура L_k, C_k .

В схеме сеточного детектора анодная цепь работает в режиме линейного усиления. Благодаря этому среднее значение анодного тока $I_{a\text{cp}}$ изменяется по закону изменения напряжения смещения, т. е. по закону огибающей модулированных колебаний. Кроме того, в анодном токе имеются составляющие высокой частоты, которые замыкаются через конденсатор C_a , минуя сопротивление нагрузки R_a . Падение напряжения на резисторе R_a создается, следова-

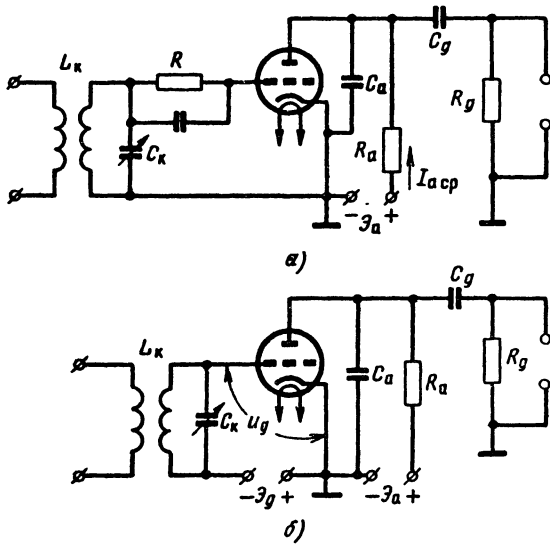


Рис. 10.7. Схемы сеточного (а) и анодного (б) детекторов.

тельно, током $I_{a\text{cp}}$ и имеет пульсирующий характер. Переходная цепь C_g, R_g позволяет отделить от этого напряжения переменную составляющую низкой частоты.

В анодном детекторе (рис. 10.7, б) не только усиление, но и детектирование совершается в анодной цепи. Для этой цели напряжение смещения \mathcal{E}_g подбирается таким, чтобы не было тока в цепи управляющей сетки и исходная рабочая точка находилась на нижнем сгибе анодно-сеточной характеристики. При слабом сигнале детектирование квадратичное, а при сильном — линейное. Разделение составляющих анодного тока совершается так же, как в сеточном детекторе, посредством элементов C_a, R_a, C_g и R_g .

Из рассмотренных схем наименьшие нелинейные искажения получаются в линейном диодном детекторе, наибольший коэффициент передачи напряжения имеет сеточный детектор и максимальным входным сопротивлением (благодаря отсутствию сеточных токов) отличается анодный детектор.

64. Преобразование частоты

Преобразование частоты применительно к приемнику заключается в том, что АМ сигнал u_c с несущей частотой ω_0 при помощи вспомогательного генератора (гетеродина) гармонических колебаний u_r с частотой ω_r преобразуется в другой АМ сигнал $u_{пр}$, отличающийся от u_c частотой заполнения (рис. 10.8). Последняя вместо ω_0 становится равной разности или сумме частот ω_0 и ω_r , которая называется *промежуточной частотой*: $\omega_{пр} = \omega_r - \omega_0$ или $\omega_{пр} = \omega_0 + \omega_r$.

Из временных и спектральных диаграмм (рис. 10.9) напряжений сигнала u_c , гетеродина u_r и промежуточной частоты $u_{пр}$ видно, что для изменения частоты заполнения сигнала при сохранении формы его огибающей требуется смещение всех составляющих спектра сигнала на одну и ту же величину $\omega_{пр} - \omega_0$. Аналогичная задача решалась при амплитудной модуляции: тогда спектр управляющего сигнала смещался в сторону радиочастот. Аналогична и техника преобразования спектра: для этой цели в нелинейном или параметрическом элементе перемножаются колебания двух различных частот, только в схеме АМ перемножению подвергаются составляющие управляющего сигнала и несущее колебание, а в преобразователе

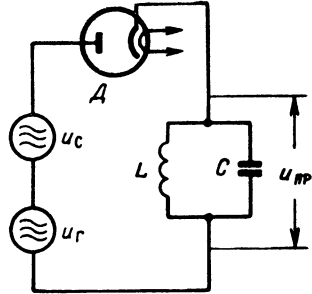


Рис. 10.8. Упрощенная схема диодного преобразователя частоты.

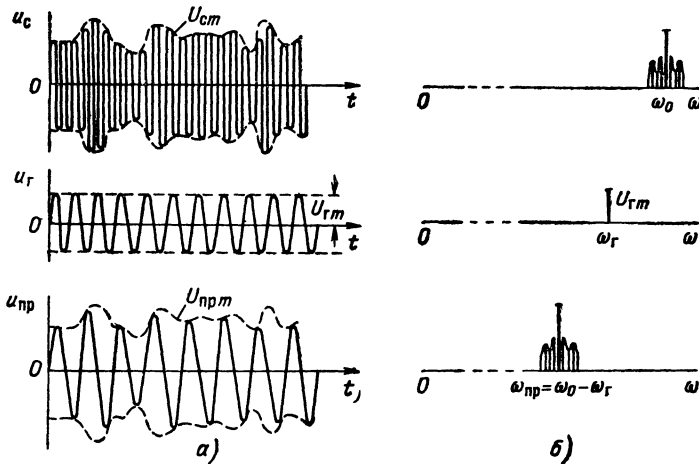


Рис. 10.9. Временные (а) и спектральные (б) диаграммы напряжений на входе (u_1) и выходе (u_2) преобразователя частоты.

частоты — составляющие радиосигнала u_c и гармонические колебания гетеродина u_r . В обоих случаях наиболее эффективный переключатель — нелинейный элемент с квадратичной вольтамперной характеристикой. В преобразователе частоты — это диод, триод или специальная многоэлектродная лампа.

1. **Диодный преобразователь частоты с квадратичной характеристикой диода.** Суммарное напряжение $u = u_c + u_r$, поданное на вход диода, вызывает анодный ток

$$i_a = I_0 + a_1 u + a_2 u^2 = I_0 + a_1 u_r + a_1 u_c + a_2 u_c^2 + \underline{2a_2 u_r u_c} + a_2 u_r^2.$$

Из всех слагаемых используется только одно (подчеркнутое), в котором перемножаются напряжения сигнала u_c и гетеродина u_r . При напряжениях $u_c = U_{cm} \sin \omega_0 t$ и $u_r = U_{rm} \sin \omega_r t$ это слагаемое разворачивается в виде

$$\begin{aligned} 2a_2 u_r u_c &= 2a_2 U_{rm} \sin \omega_r t U_{cm} \sin \omega_0 t = \\ &= a_2 U_{rm} U_{cm} [\cos(\omega_r - \omega_0)t - \cos(\omega_r + \omega_0)t]. \end{aligned}$$

Из полученных суммарной и разностной частот обычно в качестве промежуточной используется разностная: $\omega_{пр} = \omega_r - \omega_0$. Остальные колебания с частотами ω_0 , ω_r , $\omega_0 + \omega_r$ и $2\omega_0$ лишние; они фильтруются колебательным контуром L, C , настроенным на промежуточную частоту (см. рис. 10.8). Ток этой частоты

$$i_{a пр} = a_2 U_{rm} U_{cm} \cos(\omega_r - \omega_0) t$$

вызывает на входном сопротивлении анодного контура $R_{вх}$ падение напряжения, которое является выходным напряжением преобразователя

$$u_{пр} = i_{a пр} R_{вх} = a_2 U_{rm} U_{cm} R_{вх} \cos(\omega_r - \omega_0) t. \quad (230)$$

При тональной модуляции амплитуда напряжения радиосигнала равна

$$U_{cm} = U_{0m} (1 + m \cos \Omega t). \quad (231)$$

Соответственно

$$\begin{aligned} u_{пр} &= [a_2 U_{rm} U_{0m} R_{вх} (1 + m \cos \Omega t)] \cos(\omega_r - \omega_0) t = \\ &= U_{пр m} \cos(\omega_r - \omega_0) t. \end{aligned} \quad (232)$$

Из сравнения выражений (230), (231) и (232) следуют выводы:

1. Амплитуды входного U_{cm} и выходного $U_{пр m}$ напряжений преобразователя изменяются во времени по одинаковому закону:

$$\begin{aligned} U_{cm} &= U_{0m} (1 + m \cos \Omega t), \\ U_{пр m} &= a_2 U_{rm} U_{0m} R_{вх} (1 + m \cos \Omega t). \end{aligned}$$

2. Фильтр LC преобразователя частоты должен быть рассчитан на воспроизведение не только промежуточной частоты, но и всего спектра выходного сигнала $u_{пр}$.

3. Так как амплитуда напряжения промежуточной частоты пропорциональна произведению $U_{gm} U_{om}$, в котором амплитуда сигнала U_{om} мала, целесообразно устанавливать амплитуду напряжения гетеродина значительно большей. Это неравенство $U_{gm} \gg U_{om}$ легко осуществляется на практике.

II. Схема односеточного преобразователя частоты на пентоде (рис. 10.10). Напряжение на управляющей сетке пентода u_g складывается из напряжения смещения, которое выделяется на катодном сопротивлении R_k , заблокированном конденсатором C_k ; напряжения радиосигнала u_c , снимаемого

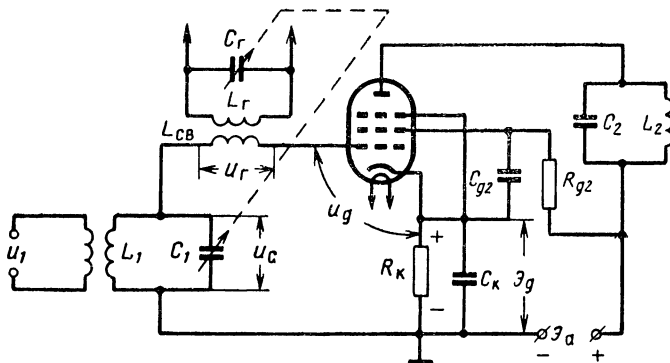


Рис. 10.10. Схема односеточного преобразователя частоты.

с контура L_1 , C_1 , и напряжения u_r , которое вводится из контура гетеродина L_r , C_r через катушку связи L_{cb} . Питание цепи экранной сетки производится с помощью фильтра R_{g2} , C_{g2} . Контур L_2 , C_2 настроен в резонанс на промежуточную частоту.

Обычно при исследовании такого рода схем напряжения гетеродина рассматривают как переменную составляющую напряжения смещения, в связи с чем преобразователь представляется как усилитель радиосигналов, в котором крутизна характеристики S непрерывно изменяется под влиянием гетеродина.

Если анодно-сеточная характеристика лампы $i_a = f(u_g)$ квадратичная, то крутизна ее S связана с сеточным напряжением u_g линейно¹ (рис. 10.11), т. е.

$$S = S_0 + S_m \sin \omega_r t,$$

где S_0 — постоянная составляющая крутизны характеристики, зависящая от исходного напряжения смещения \mathcal{E}_{g0} ;

S_m — амплитуда изменения крутизны характеристики, пропорциональная амплитуде напряжения гетеродина U_{gm} .

¹ Напомним, что для упрощения записи начальные фазы исходных колебаний часто принимаются равными нулю.

Пренебрегая влиянием анода на анодный ток (это особенно допустимо для пентода), определяем переменную составляющую тока как произведение:

$$i_{a \sim} = S u_c = (S_0 + S_m \sin \omega_r t) U_{cm} \sin \omega_0 t = \\ = S_0 U_{cm} \sin \omega_0 t + \frac{S_m U_{cm}}{2} \cos(\omega_r - \omega_0) t - \frac{S_m U_{cm}}{2} \cos(\omega_r + \omega_0) t.$$

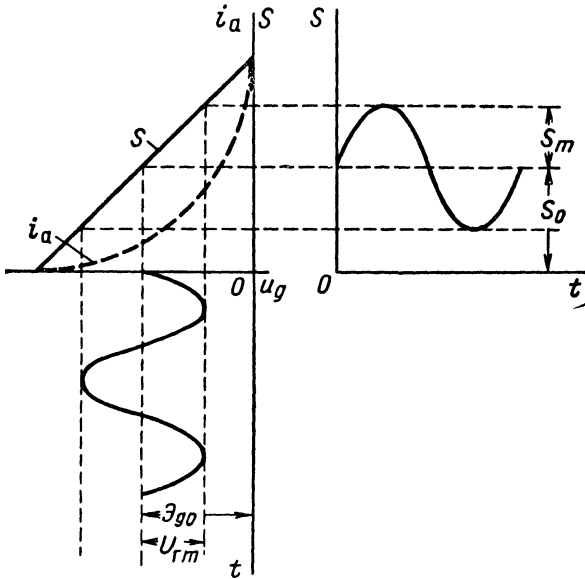


Рис. 10.11. Изменение крутизны характеристики анодного тока в процессе преобразования частоты.

Слагаемое тока с промежуточной частотой $\omega_r - \omega_0$ выделяет на входном сопротивлении анодного контура $R_{вх}$ напряжение

$$u_{пр} = \frac{S_m R_{вх} U_{cm}}{2} \cos(\omega_r - \omega_0) t = U_{пр m} \cos(\omega_r - \omega_0) t,$$

где $U_{пр m} = \frac{S_m R_{вх} U_{cm}}{2}$ — амплитуда напряжения промежуточной частоты.

Отношение $U_{пр m}$ к амплитуде напряжения радиосигнала U_{cm} является коэффициентом передачи (усиления) напряжения при образователя

$$K_{пр} = \frac{U_{пр m}}{U_{cm}} = \frac{S_m R_{вх}}{2}.$$

По аналогии с резонансным усилителем, для которого коэффициент усиления равен $K_{0y} = SR_{вх}$, записываем

$$K_{пр} = S_{пр} R_{вх},$$

где $S_{пр} = S_m/2$ — крутизна преобразования.

Если даже допустить, что напряжение гетеродина обеспечивает изменение крутизны характеристики S от нуля до максимальной величины $S_{макс}$, соответствующей линейному усилению, то получится: $S_m = S_0 = S_{макс}/2$, а $S_{пр} = S_m/2 = S_{макс}/4$. Во столько же раз, во сколько $S_{пр}$ меньше $S_{макс}$, коэффициент усиления каскада в режиме преобразования частоты меньше, чем в режиме усиления.

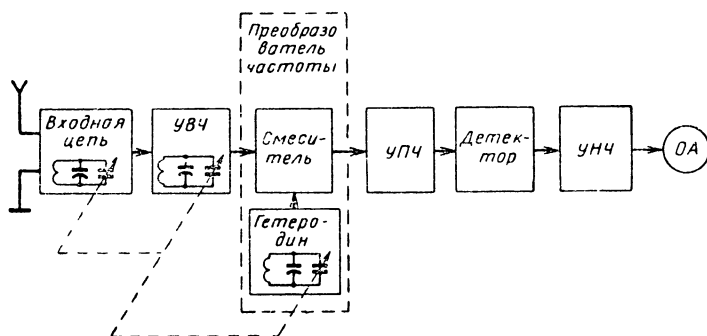


Рис. 10.12. Блок-схема супергетеродинного приемника.

Преобразование частоты можно представить еще как совокупность процессов смешивания и детектирования. Смешивание колебаний сигнала и гетеродина происходит во входной цепи смесителя (перемножителя), в результате чего получаются биения с огибающей промежуточной частоты. Смеситель работает в режиме детектирования, благодаря чему на нагрузке смесителя — контуре — выделяется напряжение огибающей биений, т. е. промежуточной частоты.

Если к тому же сигнал промодулирован по амплитуде, то амплитуда промежуточной частоты не остается постоянной, а изменяется по закону огибающей радиосигнала. Это, как известно, отвечает назначению преобразователя частоты.

Практические схемы преобразователей, выполненных на специальных многоэлектродных лампах, рассматриваются в курсе «Радиоприемные устройства».

Супергетеродинный прием. Преобразование частоты послужило основой для перехода от приемников прямого усиления (см. § 2) к более совершенным приемникам — супергетеродинным. В таком приемнике (рис. 10.12) радиосигнал следует с выхода УВЧ не на детектор, а на преобразователь частоты, состоящий из смесителя (перемножителя) и гетеродина. Колебания промежуточной частоты с огибающей низкой частоты усиливаются в УПЧ, после чего детек-

тируются в основном детекторе. Напряжение низкой частоты, соответствующее огибающей радиосигнала, снимается с детектора, усиливается в УНЧ и следует в оконечный аппарат ОА, который воспроизводит информацию.

Для того чтобы настройка приемника на волну принимаемой станции была одноручечной, конденсаторы переменной емкости входной цепи, УВЧ и гетеродина объединяются в блок. При сопряжении контуров входная цепь и УВЧ настраиваются на несущую частоту f_0 , а гетеродин — на частоту $f_{г} = f_0 \pm f_{пр}$, и тогда промежуточная частота $f_{пр}$ остается постоянной. В связи с этим усилитель промежуточной частоты можно сделать многоконтурным, а при необходимости и многокаскадным. В результате чувствительность и избирательность супергетеродинного приемника получаются высокими при широкой полосе пропускания.

Этого нельзя достичь в приемниках прямого усиления, где усиление до детектора производится только в УВЧ, который больше склонен к самовозбуждению, чем УПЧ (несущая частота, как правило, выше промежуточной), и имеет также меньшую избирательность из-за трудности сопряжения большого числа перестраиваемых контуров.

65. Общие сведения о параметрических системах

Системы, содержащие один или более элементов с изменяющимися во времени параметрами, называются *параметрическими*.

Между параметрическими и нелинейными системами имеется много общего. И те и другие органически преобразуют спектр сигнала. Нелинейный элемент нередко вводят в параметрическую систему для выполнения дополнительных функций, например для ограничения амплитуды колебаний автогенератора. Характерно и то, что элементом с переменным во времени параметром обычно служит электронный прибор с нелинейной вольтамперной характеристикой.

Независимо от числа электродов его можно заменить эквивалентным диодом с характеристикой вида рис. 10.13.

Произвольной точке характеристики A соответствует *статическое сопротивление* R , которое равно частному от деления результирующего (управляющего) напряжения u_{ap} на ток i_a , указанных для данной точки,

$$R = \frac{u_a}{i_a} = \operatorname{tg} \alpha$$

и *дифференциальное сопротивление* R_{\sim} , которое выражается производной

$$R_{\sim} = \frac{du_{ap}}{di_a} = \operatorname{tg} \beta.$$

Это сопротивление на возрастающем участке характеристики положительно ($\beta = \beta_A < 90^\circ$), а на падающем участке отрицательно ($\beta = \beta_D > 90^\circ$ и $R_{\sim} = \text{tg } \beta_D < 0$). Заметим, что отрицательное дифференциальное сопротивление присуще только нелинейным элементам.

Величина, обратная дифференциальному сопротивлению, называется дифференциальной проводимостью (крутизной)

$$S = \frac{di_a}{du_{ap}} = \text{ctg } \beta.$$

В схемах с переменным сопротивлением результирующее напряжение эквивалентного диода u_{ap} складывается из трех: 1) постоянного U_0 , которое определяет исходную рабочую точку A ;

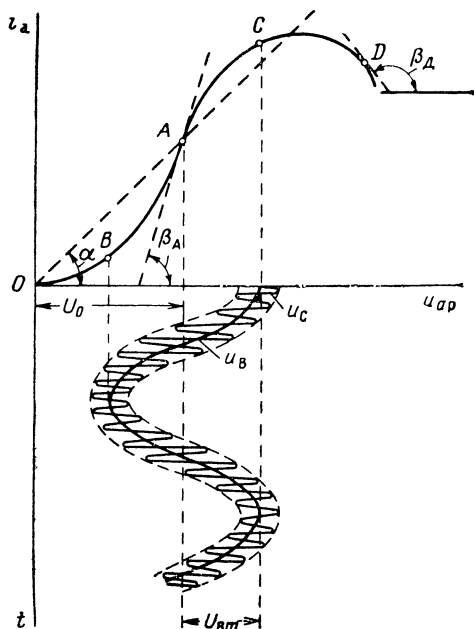


Рис. 10.13. Вольтамперная характеристика и временная диаграмма электронного прибора с переменной проводимостью (крутизной).

2) гармонического напряжения (вариации) $u_b = U_{Bm} \cos \omega_b t$, которое вызывает непрерывное смещение рабочей точки в пределах ВАС, и 3) напряжение сигнала $u_c = U_{cm} \cos (\omega_0 t + \psi)$, которое подлeжит преобразованию.

Поскольку характеристика $i_a = f(u_{ap})$ нелинейная, смещение рабочей точки сопровождается изменением крутизны S с частотой вариации ω_b . Чтобы подчеркнуть зависимость S от времени, обозначим ее $S(t)$.

Амплитуда вариации выбирается значительно большей, чем амплитуда сигнала ($U_{cm} \ll U_{vm}$). Это позволяет считать крутизну $S(t)$ постоянной в пределах одного периода сигнала, а переменную составляющую анодного тока $i_a \sim$ равной произведению мгновенной дифференциальной проводимости (крутизны) $S(t)$ на напряжение сигнала u_c :

$$i_a \sim = S(t) u_c.$$

Для напряжения сигнала такой прибор можно классифицировать, как линейный с переменной крутизной. Сказанное дает основания полагать, что многие задачи, выполняемые нелинейными устройствами, решаются и параметрическими системами. Для доказательства рассмотрим параметрические схемы синхронного детектора и автогенератора.

66. Синхронный детектор

Упрощенная схема синхронного детектора показана на рис. 10.14. Напряжение сигнала u_c приложено к основному переменному сопротивлению $R(t)$ и к дополнительному r , которым по малости можно пренебречь в сравнении с $R(t)$. Резистор r связывает эту цепь с фильтром нижних частот R_ϕ, C_ϕ , выходное напряжение которого u_2 отвечает назначению синхронного детектора.

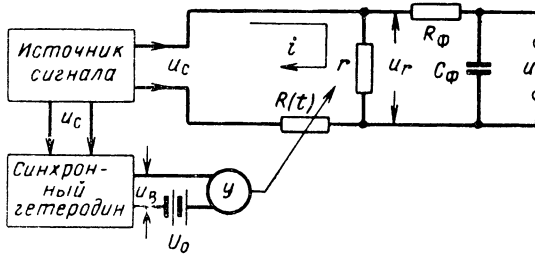


Рис. 10.14. Упрощенная схема синхронного детектора

Сопротивление $R(t)$ создается электронным прибором. Последний управляется гетеродином, который синхронизируется источником сигнала. Благодаря этому вариация проводимости $S(t) = = 1/R(t)$ имеет частоту несущего сигнала ($\omega_b = \omega_0$). Отсюда происходит название схемы *синхронный детектор*.

Постоянное напряжение U_0 определяет исходное значение проводимости S_0 , а напряжение вариации — изменение проводимости, происходящее с частотой $\omega_b = \omega_0$ и амплитудой первой гармоники S_{1m} (начальную фазу вариации принимаем равной нулю):

$$S(t) = S_0 + S_{1m} \cos \omega_b t = S_0 + S_{1m} \cos \omega_0 t = S_0 (1 + m_b \cos \omega_0 t). \quad (233)$$

Здесь $m_b = S_{1m}/S_0$ — коэффициент вариации проводимости.

Заметим, что уравнение (233) справедливо только для квадратичной вольтамперной характеристики. При наличии в характеристике членов более высокого порядка функция $S(t)$ содержит и высшие гармоники от частоты вариации.

Для определения тока i через сопротивление $R(t)$ умножим напряжение сигнала u_c с амплитудой U_{cm} , частотой ω_0 и начальной фазой ψ на проводимость $S(t)$:

$$i = S(t) u_c = S_0 (1 + m_B \cos \omega_0 t) U_{cm} \cos(\omega_0 t + \psi) = S_0 U_{cm} \cos(\omega_0 t + \psi) + \frac{S_0 m_B U_{cm}}{2} \cos(2\omega_0 t + \psi) + \frac{S_0 m_B U_{cm}}{2} \cos \psi. \quad (234)$$

Этот ток вызывает на резисторе r падение напряжения $u_r = ir$. Фильтр нижних частот R_Φ, C_Φ не пропускает на выход составляющие напряжения u_r с частотами ω_0 и $2\omega_0$. Поэтому эффект детектирования определяется только постоянной составляющей тока

$$I_d = \frac{S_0 m_B U_{cm}}{2} \cos \psi. \quad (235)$$

Прямая пропорциональность, существующая между полезным током детектора I_d и амплитудой сигнала U_{cm} , позволяет считать синхронное детектирование *линейным*.

Для синхронного детектирования не менее характерна значительная зависимость тока I_d от угла сдвига фазы ψ между вариацией проводимости и сигналом. При $\psi = 0$ (рис. 10.15, а) величина проводимости S больше в положительный полупериод напряжения сигнала u_c , чем в отрицательный. Соответственно площадь, ограниченная кривой тока и равная произведению $S(t)$ на u_c , больше в области $u_c > 0$, чем при $u_c < 0$. Следовательно, когда $\psi = 0$, постоянная составляющая тока детектора положительна и, заметим, максимальна. Это согласуется с выражением (235):

$$I_d = \frac{S_0 m_B U_{cm}}{2} \cos 0 = \frac{S_0 U_{cm} m_B}{2} = I_{d \text{ макс.}}$$

При $\psi = \pi/2$ (рис. 10.15, б) площади, ограниченные кривой тока, в оба полупериода одинаковы и постоянной составляющей тока в цепи детектора вовсе нет:

$$I_d = \frac{S_0 m_B U_{cm}}{2} \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

При $\psi = \pi$ (рис. 10.15, в) проводимость $S(t)$ в наибольшей мере отличается в сторону превышения величины S_0 в отрицательный полупериод напряжения u_c , и поэтому выпрямленный ток максимален с отрицательным знаком:

$$I_d = \frac{S_0 m_B U_{cm}}{2} \cos \pi = - \frac{S_0 m_B U_{cm}}{2} = - |I_{d \text{ макс.}}|.$$

Из сказанного следует вывод: эффект синхронного детектирования максимален при синфазности или противофазности напряжения сигнала u_c и вариации проводимости S .

Одним из основных свойств синхронного детектора является его *частотная избирательность*. В этом свойстве можно убедиться, сопоставляя спектры токов в цепи детектора от АМ сигнала с несущей частотой ω_0 , коэффициентом модуляции m и модулирующей частотой Ω_c и от помехи с частотой ω_n , модулированной по амплитуде с частотой Ω_n (рис. 10.16). В первом случае амплитуда сигнала равна

$$U_{cm} = U_{0m} (1 + m \cos \Omega_c t).$$

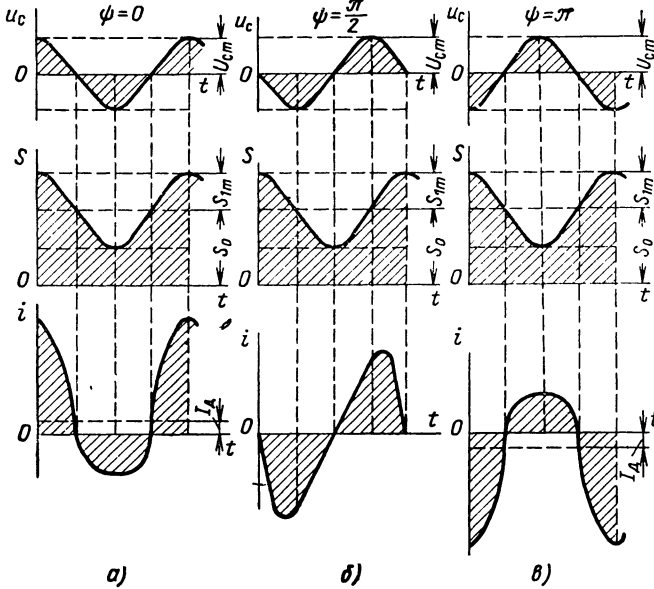


Рис. 10.15. Временные диаграммы напряжения сигнала u_c , проводимости S и тока i в цепи варьлируемого сопротивления.

Для такого сигнала при $\psi = 0$ соотношение (234) имеет вид

$$i = [S_0 U_{0m} (1 + m \cos \Omega_c t)] \cos \omega_0 t + \left[\frac{S_0 m_b U_{cm}}{2} (1 + m \cos \Omega_c t) \right] \cos 2\omega_0 t + \frac{S_0 m_b U_{0m}}{2} (1 + m \cos \Omega_c t).$$

Из полученных трех слагаемых первое выражает спектр АМ сигнала с частотами ω_0 , $\omega_0 + \Omega_c$ и $\omega_0 - \Omega_c$, второе — аналогичный спектр, но с частотами $2\omega_0$, $2\omega_0 + \Omega_c$ и $2\omega_0 - \Omega_c$ и третье — продетектированный ток: постоянный ($\omega = 0$) и модулирующий с частотой Ω_c (рис. 10.16, а).

Для помехи схема не является синхронным детектором, поскольку в нем частота вариации проводимости равна частоте сигнала ω_0 , но не равна частоте помехи ω_n . Для помехи схема аналогична преобразователю частоты, в котором колебания гетеродина со-

вершаются с частотой вариации ω_0 . Следовательно, влияние помехи на ток синхронного детектора выразится в прибавлении к его основному спектру составляющих (рис. 10.16, б) с частотами: $\omega = 0$ (постоянный ток), помехи ω_n , разностной $\omega_0 - \omega_n$, суммарной $\omega_0 + \omega_n$, боковыми от модулирующей помехи Ω_n , т. е. $\omega_0 - \omega_n \pm \Omega_n$

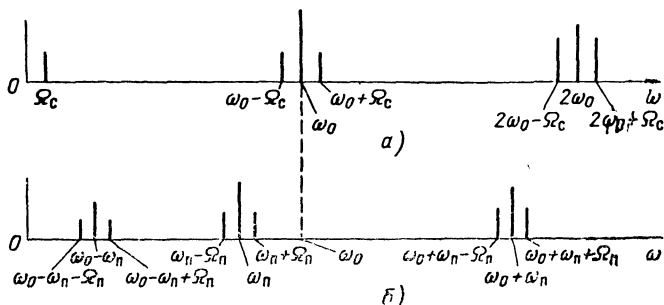


Рис. 10.16. Спектральные диаграммы тока в цепи синхронного детектора от полезного сигнала (а) и помехи (б).

и $\omega_0 + \omega_n \pm \Omega_n$. Так как в данном спектре нет частоты модуляции Ω_c , до которой фильтр прозрачен, то на выход синхронного детектора помеха не проникает.

Синхронный детектор обладает еще одним важным свойством: способностью детектировать фазо-модулированные сигналы.

67. Параметрический генератор

Параметрический генератор предназначен для получения автоколебаний за счет энергии, поступающей в колебательную систему от источника вариации индуктивности или емкости этой системы.

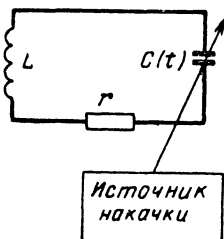


Рис. 10.17. Основные элементы параметрического генератора.

Имеется колебательный контур, в котором индуктивность L и сопротивление потерь r постоянны, а емкость $C(t)$ изменяется во времени (рис. 10.17). Такая емкость может быть образована, например, полупроводниковым $p-n$ переходом, находящимся под периодически изменяющимся напряжением.

Как известно, энергия электрического поля конденсатора $W = \frac{q^2}{2C}$ при данном заряде q обратно пропорциональна емкости C . Пусть эта емкость увеличивается сближением обкладок конденсатора и уменьшается их удалением. В первом случае совершается механическая работа в направлении сил электрического поля, на что расходуется энергия конденсатора, а во втором случае механическая работа совершается против сил поля, и потому энергия электрического поля конденсатора возрастает. Ясно, что если заряд q будет больше при уменьшении емкости $C(t)$, чем при ее увеличении, то приток энергии в контур превзойдет потери в нем.

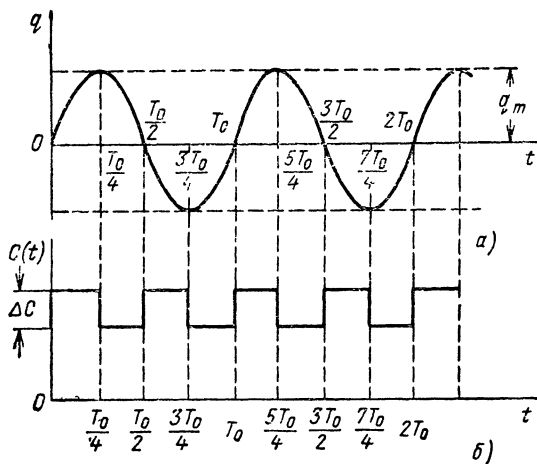


Рис. 10.18. Временные диаграммы, относящиеся к генератору с параметрической емкостью.

Этот принцип положен в основу работы параметрического генератора, в котором гармонические изменения заряда q , происходящие с частотой $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$, сочетаются с закономерными изменениями емкости контура $C(t)$ (рис. 10.18). Наиболее эффективное генерирование колебаний получается при условии, что емкость $C(t)$ мгновенно увеличивается на ΔC в моменты времени $t = 0, T_0/2, T_0, \dots$, когда конденсатор не способен расходовать энергию вследствие отсутствия в нем заряда ($W_0 = q^2/2C = 0$), и мгновенно уменьшается на ΔC при максимальном заряде конденсатора ($q = q_m, W_0 = q_m^2/2C$), т. е. в моменты времени $t = T_0/4, 3T_0/4, 5T_0/4, \dots$. Как видно, наиболее интенсивные автоколебания получаются при полном цикле изменения емкости, равном $T_0/2$, т. е. при частоте вариации, в два раза большей частоты генерируемых колебаний: $\omega_0 = 2\omega_0$.

$$C(t) = C_0 + C_m \sin 2\omega_0 t = C_0 (1 + m_c \sin 2\omega_0 t), \quad (236)$$

где C_0 — исходная емкость контура;
 C_m — амплитуда изменения емкости;
 $m_C = C_m/C_0$ — коэффициент вариации емкости, его величина $m_C \ll 1$.

Скорость изменения емкости контура равна

$$\frac{dC(t)}{dt} = 2m_C \omega_0 C_0 \cos 2\omega_0 t = \frac{2m_C}{x_C} \cos 2\omega_0 t, \quad (237)$$

где $x_C = 1/\omega_0 C_0$ — среднее значение емкостного сопротивления конденсатора.

Источник, вызывающий вариацию емкости, называется *источником накачки*. Название это связано с тем, что параметрическое возбуждение колебаний происходит благодаря «накачке» энергии из источника вариации в контур генератора.

Эта энергия распределяется между индуктивностью ($W_m = Li^2/2$) и емкостью ($W_э = Cu_C^2/2$) контура. Вариация емкости, выраженная соотношением (237), изменяет энергию $W_э$ со скоростью

$$\frac{dW_э}{dt} = \frac{u_C^2}{2} \frac{dC(t)}{dt} = \frac{u_C^2 2m_C}{2x_C} \cos 2\omega_0 t.$$

Полагая, что напряжение на конденсаторе равно

$$u_C = U_{Cm} \cos \omega_0 t,$$

получаем

$$\begin{aligned} \frac{dW_э}{dt} &= \frac{U_{Cm}^2 \cos^2 \omega_0 t m_C}{x_C} \cos 2\omega_0 t = \frac{U_{Cm}^2 (1 + \cos 2\omega_0 t)}{2x_C} \times \\ &\times m_C \cos 2\omega_0 t = \frac{U_{Cm}^2 m_C}{2x_C} (\cos 2\omega_0 t + \cos^2 2\omega_0 t) = \\ &= \frac{U_{Cm}^2 m_C}{2x_C} \cos 2\omega_0 t + \frac{U_{Cm}^2 m_C}{4x_C} + \frac{U_{Cm}^2 m_C}{4x_C} \cos 4\omega_0 t. \end{aligned} \quad (238)$$

Производная $\frac{dW_э}{dt}$ выражает мгновенное приращение мощности в контуре, вызванное вариацией его емкости. Если усреднить эти приращения за период колебаний, то будет найден полный приток мощности P_+ в контур. При усреднении первое и третье слагаемые выражения (238) окажутся равными нулю за счет множителей $\cos 2\omega_0 t$ и $\cos 4\omega_0 t$, и в результате получится

$$P_+ = \frac{U_{Cm}^2 m_C}{4x_C}. \quad (239)$$

Эта мощность должна полностью компенсировать потери на активном сопротивлении контура

$$P_- = \frac{I_m^2 r}{2} = \frac{U_{Cm}^2 r}{2x_C^2}, \quad (240)$$

где $I_m = U_{Cm}/x_C$ — амплитуда тока в контуре.

Сопоставляя выражения (239), (240), определяем условие самовозбуждения параметрического генератора ($P_+ \geq P_-$):

$$m_C > \frac{2r}{x_C} = 2d,$$

т. е. коэффициент вариации параметрического автогенератора должен быть по крайней мере в два раза больше затухания контура.

Второе условие самовозбуждения $\omega_B = 2\omega_0$ не является единственно возможным: принципиально можно возбудить колебания и при частоте вариации, равной $\omega_B = \omega_0, 2/3\omega_0, 1/2\omega_0, \dots$, но тогда мощность автоколебаний будет меньше.

Приток мощности P_+ , как и для лампового (транзисторного) автогенератора, можно трактовать как внесение в контур отрицательного активного сопротивления r_- :

$$P_+ = \frac{I_m^2 r_-}{2} = \frac{U_{Cm}^2 r_-}{2x_C^2}.$$

Сравнивая это выражение с (239), находим, что

$$r_- = \frac{m_C x_C}{2} = \frac{m_C r}{2d}.$$

Следовательно, если будет выполнено условие самовозбуждения $m_C > 2d$, то отрицательное сопротивление r_- окажется по абсолютному значению больше положительного r_+ , а это равнозначно превышению притока энергии в контур над потерями в нем.

Поскольку контур составлен из линейных элементов, соотношение $P_+ > P_-$ должно вызвать непрерывный рост амплитуды колебаний и разрушение деталей контура. В таких условиях необходим элемент (например, нелинейная индуктивность), способный ограничить максимальную амплитуду тока в контуре.

Кроме автогенераторов имеются усилители, основанные на вариации емкости. Усиление, как и генерирование, происходит за счет энергии источника накачки, но во избежание самовозбуждения усилителя коэффициент вариации m_C устанавливается меньшим, чем $2d$.

68. Радиопомехи

Радиопомехи можно классифицировать по источникам их возникновения и по спектральному составу. Источники помех следующие: *внешние* — промышленные, атмосферные, космические и от мешающих радиостанций, и *внутренние*, возникающие в данном приемно-передающем устройстве. По спектральному составу радиопомехи разделяются на периодические, имеющие дискретный характер, импульсные аperiodические и гладкие аperiodические, имеющие непрерывный характер. Примером периодических могут служить помехи, создаваемые радиостанциями со смежными спектрами, и некоторые промышленные помехи; импульсных аperiodических — промышленные и атмосферные помехи; гладких аperiodических — внутренние и космические помехи. Особое место занимают *радиопомехи, умышленно создаваемые противником.*

Промышленные (индустриальные) помехи связаны с излучением радиоволн при искрообразовании (это явление наблюдается во всех видах электрического транспорта, в сварочных аппаратах, двигателях внутреннего сгорания, бытовых приборах и т. д.) и при работе промышленных установок, в которых генерируются колебания высокой частоты (например, для плавки и термической обработки металлов, сушки древесины, медицинских целей и т. д.). Чтобы ослабить промышленные помехи, источники их возникновения тщательно экранируют, вводят в них фильтры, снижают всеми средствами искрообразование и, если возможно, радиоприемные устройства выносят за пределы промышленных районов.

Атмосферные помехи (атмосферики) обусловлены электромагнитным излучением, вызванным грозowymi разрядами. На земном шаре, по среднестатистическим данным, одновременно происходит около 2000 гроз и каждую секунду — около 100 молний. Грозы усиливаются по мере приближения к экватору и сказываются летом больше, чем зимой вследствие усиления солнечной активности.

Анализ помех от грозowych разрядов показывает, что их спектральная плотность возрастает при уменьшении частоты. Волны с частотой более 50 *Мгц*, вызванные дальними очагами гроз, не отражаются ионосферой и, следовательно, совсем не вызывают радиопомех. Наибольшие атмосферные помехи наблюдаются на сверхдлинных и длинных волнах.

Шумами называют внутренние помехи и внешние от радиоизлучения космического происхождения, а также связанные с поглощением волн в атмосфере. Внешние помехи проникают в приемник через антенну; внутренние же обусловлены тепловым движением электрически заряженных частиц в различных элементах схемы приемника и дробовым эффектом, возникающим в электронных приборах. Тепловое движение зарядов равнозначно электрическому току, от которого на концах проводника возникает флуктуационное напряжение. Слово «флуктуация» означает случайные изменения какой-либо физической величины относительно ее среднего значения.

Флуктуационные помехи имеют вид очень коротких импульсов с большой и случайной частотой следования. Если бы импульс был бесконечно малой длительности, то спектр его, подобно белому свету, был бы сплошным и равномерным. Поэтому флуктуационные помехи называют иногда *белым шумом*. Спектр флуктуационных помех равномерен до 10^{12} — 10^{13} гц, ибо длительность их импульсов порядка 10^{-12} — 10^{-13} сек.

Всякий источник шума, например активное сопротивление, отдает в согласованную с ним нагрузку мощность

$$P_{\text{ш}} = kT \cdot \Delta f_{\text{пр}},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{вт}}{\text{гц} \cdot \text{град}}$ — постоянная Больцмана;

T — абсолютная температура источника шумов;

$\Delta f_{\text{пр}}$ — полоса частот, в пределах которой сосредоточена мощность $P_{\text{ш}}$.

Физический смысл этой формулы очевиден: чем больше температура T , тем интенсивнее тепловое движение заряженных частиц и тем больше порождаемая ими мощность шумов, но так как спектр белого шума сплошной, то эта мощность прямо пропорциональна полосе частот $\Delta f_{\text{пр}}$, которая пропускается в нагрузку.

Прямая пропорциональность между мощностью $P_{\text{ш}}$ и температурой T позволяет оценить источник шума *эффективной шумовой температурой* $T_{\text{ш}}$, которая однозначно соответствует генерируемой мощности шумов.

Для белого шума справедлив *нормальный (гауссовый) закон распределения случайных величин*. По этому закону (рис. 10.19) вероятность p появления шумовых импульсов непрерывно уменьшается с увеличением пико-

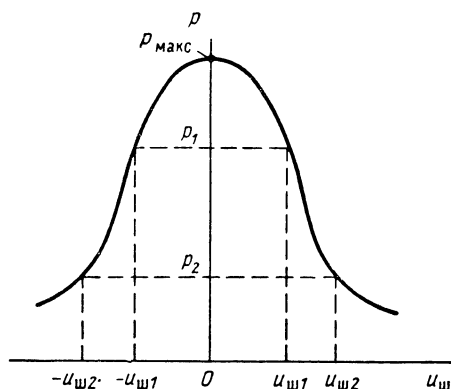


Рис. 10.19. График нормального закона распределения напряжения шумов.

вых значений $u_{\text{ш}}$ этих импульсов. Вероятность максимальна ($p = p_{\text{макс}}$) при $u_{\text{ш}} = 0$, так как флуктуации напряжения совершаются относительно нулевого уровня; вероятность уже меньше ($p = p_1$) при некотором значении $u_{\text{ш}} = u_{\text{ш1}}$ и еще меньше ($p_2 < p_1$) при большем значении шумовых выбросов ($u_{\text{ш2}} > u_{\text{ш1}}$).

Космические шумы обусловлены радиоизлучением дискретных и распределенных неземных источников. К дискретным источникам космических шумов относятся Солнце и радиозвезды, а к распределенным — небесная сфера.

Радиоизлучение Солнца имеет тепловую природу. Если Солнце находится в «спокойном состоянии», то интенсивность его излучения приблизительно пропорциональна квадрату частоты. Когда же на Солнце появляются пятна, вспышки или другие признаки повышенной активности, радиоизлучение усиливается весьма резко. Естественно, что помехи такого рода проявляются в наибольшей мере при ориентации антенны на Солнце.

Радиозвезды излучают волны сравнительно слабо, их излучение падает с ростом частоты. То же самое можно сказать и о распределенном космическом радиоизлучении. Оно сказывается в наибольшей мере на метровых волнах. Это излучение усиливается в направлении от полюсов нашей Галактики, где звезд мало, к ее центру, где существуют миллионы звезд.

Шумы, вызванные поглощением радиоволн в атмосфере. Пары воды и кислород атмосферы поглощают радиоволны СВЧ, преобразуя их энергию в тепловую. В результате атмосфера оказывается источником тепловых шумов. Так как по законам физики излучаемая энергия равна поглощаемой, то эффективная шумовая температура атмосферы повышается с ростом частоты и достигает максимума при резонансном поглощении в кислороде и парах воды ($\lambda = 1,7; 5 \text{ мм}; 1,3 \text{ см}$).

Уровень всех перечисленных шумов на десятки децибел ниже уровня промышленных и атмосферных помех. Из этих соображений шумами на низких радиочастотах пренебрегают, тогда как на УКВ, где отсутствуют промышленные и атмосферные помехи, шумы играют решающую роль в приеме слабых сигналов.

На частотах более 10 Гц шумовая температура определяется главным образом потерями в атмосфере, на частотах менее 1 Гц — космическими шумами, а между этими частотами имеется широкий минимум. Этим объясняется, почему радиолокационные станции, линии дальней радиорелейной связи и связи через искусственные спутники Земли преимущественно работают на частотах $1\text{—}10 \text{ Гц}$.

69. Методы повышения помехоустойчивости

Общие сведения. Помехи маскируют сигнал. Это затрудняет обнаружение сигнала и выявление информации. Отсюда важнейшим показателем системы связи является ее *помехоустойчивость*, под которой понимают способность системы противостоять мешающему действию помех.

Помехоустойчивость основывается на различии между сигналом и помехой. При построении системы связи нужно учитывать возможные помехи и предельно использовать различие между ними и сигналом.

Какие-то сведения о сигнале всегда имеются у получателя информации, например данные о несущей частоте, виде модуляции и

др. Эти сведения избыточные, поскольку увеличивают объем сигнала

$$V_c = F_{\text{макс}} T_c \log_2 H_c \text{ дв. ед.} \quad (28)$$

Тем не менее, избыточная информация часто оказывается полезной, так как позволяет использовать повышенный объем сигнала для улучшения помехоустойчивости. Формула (28) подсказывает некоторые пути в этом направлении.

Один из них — *увеличение H_c , т. е. отношения средней мощности сигнала P_c к средней мощности помех P_n* . Этот способ требует увеличения мощности передатчика, направленности антенн, а также подавления помех в источнике их возникновения.

Второе направление — *расширение спектра сигнала $F_{\text{макс}}$* . Оно реализуется в процессе нелинейной обработки сигналов (модуляции и детектирования) и требует применения широкополосной системы модуляции.

Различие в спектрах сигнала и помехи позволяет увеличить отношение сигнал/помеха *методом фильтрации*. Эффективность этого метода повышается с сужением спектра сигнала, особенно на фоне широкополосной помехи.

Третье направление — *увеличение длительности наблюдения сигнала T_c* . Это направление, в частности, используется в методе накопления.

Существенно, что любой из упомянутых методов связан с некоторыми «жертвами»: повышение мощности сигнала требует дополнительных затрат энергии в передатчике и увеличения габаритов и веса аппаратуры; расширение спектра сигнала ограничивает число одновременно работающих станций в данном диапазоне волн; увеличение длительности сигнала ограничивает количество информации, которое за данный отрезок времени может быть передано по линии связи.

Переход от АМ к ЧМ как средство повышения помехоустойчивости. Имеются немодулированный сигнал с амплитудой U_{cm} и частотой f_0 и помеха с меньшей амплитудой U_{nm} и частотой f_n (рис. 10.20). Когда $f_n > f_0$, вектор помехи вращается против часовой стрелки быстрее, чем вектор сигнала, а когда $f_n < f_0$, вектор помехи вращается медленнее в том же направлении. Если вектор U_{cm} представить неподвижным (для этого плоскость рисунка мысленно вращаем вокруг точки 0 по часовой стрелке с частотой ω_0), то вектор помехи опишет окружность вокруг точки O' , ставшей неподвижной, и вектор результирующего напряжения U_{pm} будет качаться вокруг точки 0.

В процессе качания изменяются длина и направление вектора U_{pm} . Для иллюстрации этого на рис. 10.20 показано, что при $U_{nm} = U_{nm}^{(1)}$ результирующее напряжение $U_{pm} = U_{pm}^{(1)}$ больше напряжения сигнала U_{cm} и вместе с тем U_{pm} опережает U_{cm} на угол $\psi^{(1)}$ по фазе; когда же $U_{nm} = U_{nm}^{(2)}$, результирующее напря-

жение еще больше по амплитуде ($U_{pm}^{(2)} > U_{pm}^{(1)}$), но от сигнала отстает по фазе на угол $\psi^{(2)}$. Предельные значения амплитуды результирующего напряжения OA и OB отличаются от амплитуды сигнала на величину помехи $O'B = AO' = U_{nm}$, а предельное отклонение фазового угла, вызванное помехой, равно

$$\psi_m = \arcsin \frac{O'C}{OO'} = \arcsin \frac{U_{nm}}{U_{cm}}.$$

Из этого следует, что помеха вызывает паразитную амплитудную и угловую модуляцию сигнала и этим искажает его.

Приемник АМ сигналов, точнее его амплитудный детектор, реагирует на отклонение амплитуды. Если коэффициент амплитудной модуляции $m = 1$, то приращение амплитуды, вызванное полезным сигналом, $\Delta U_m = U_{cm} = 1$, и для такого приемника отношение сигнал/помеха равно по напряжению U_{cm}/U_{nm} , а по мощности $(U_{cm}/U_{nm})^2$. Значит, при амплитудной модуляции непрерывных колебаний единственное средство повышения помехоустойчивости — увеличение мощности передатчика.

Приемник ЧМ сигналов содержит ограничитель амплитуды и вместо амплитудного детектора — частотный детектор. Ограничитель «срезает» все отклонения амплитуды напряжения, вызванные помехами, и частотный детектор реагирует только на отклонения фазового угла. Так как помеха изменяет этот угол до величины ψ_m , а фаза ЧМ сигнала отклоняется до величины, равной индексу модуляции M , то при ЧМ отношение сигнал/помеха равно M/ψ_m по напряжению и $(M/\psi_m)^2$ по мощности.

В случае слабой помехи ($U_{nm}/U_{cm} \ll 1$) имеем:

$$\sin \frac{U_{nm}}{U_{cm}} \approx \frac{U_{nm}}{U_{cm}}$$

и

$$\psi_m = \arcsin \frac{U_{nm}}{U_{cm}} \approx \frac{U_{nm}}{U_{cm}}.$$

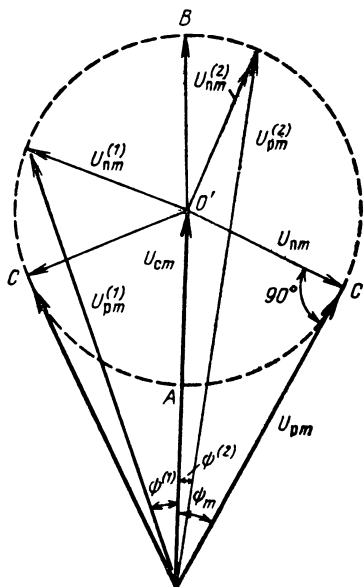


Рис. 10.20. Векторная диаграмма напряжений сигнала и помех.

Отсюда находим отношение мощностей сигнала и помехи на выходе ЧМ приемника:

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{\text{ЧМ}} = \left(\frac{M}{\psi_m}\right)^2 = M^2 \left(\frac{U_{cm}}{U_{nm}}\right)^2.$$

В то же время на выходе АМ приемника это отношение равно

$$\left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{\text{АМ}} = \left(\frac{U_{cm}}{U_{nm}}\right)^2,$$

т. е. при переходе от АМ к ЧМ отношение сигнал/помеха возрастает в M^2 . Если, например, девиация частоты $\Delta f_m = 100$ кГц и частота $F_{\text{макс}} = 5$ кГц, то $M = 100/5 = 20$ и выигрыш в помехоустойчивости оказывается равным $M^2 = 20^2 = 400$.

Вспоминая, что индекс модуляции M прямо пропорционален девиации частоты, убеждаемся, что расширение спектра сигнала, связанное с переходом от АМ к ЧМ, эквивалентно увеличению мощности передатчика.

Это не единственное преимущество частотной модуляции. В отличие от АМ сигналов, ЧМ сигналы имеют постоянную амплитуду. Благодаря этому мощность и к. п. д. ЧМ передатчиков не изменяются во времени и неизменно находятся на максимальном уровне. Кроме того, колебательная мощность ЧМ передатчика используется более рационально, чем АМ передатчика, так как в спектре ЧМ сигнала несущее колебание выражено слабее, а полезные колебания боковых частот — сильнее, чем в АМ сигнале.

Помехоустойчивость кодово-импульсной модуляции (КИМ). Применение кодово-импульсной модуляции для передачи по дискретному каналу связи непрерывных сообщений описано в § 10. Напомним, что КИМ заключается в дискретизации сообщения через равные интервалы времени $\Delta t = \frac{1}{2F_{\text{макс}} [\text{гц}]} [\text{сек}]$ и последующем квантовании их до ближайших целых значений. Число уровней квантования равно числу возможных кодовых групп N , в каждой из которых имеется n символов, и так как на каждый символ приходится один импульс и пауза, то $N = 2^n$, а $n = \log_2 N$. Имея также в виду, что длительность одной кодовой группы равна $\Delta t = 1/2F_{\text{макс}}$, находим длительность импульса:

$$\tau = \frac{\Delta t}{n} = \frac{1}{2F_{\text{макс}} \log_2 N}.$$

Для воспроизведения последовательности таких импульсов требуется полоса пропускания

$$\Delta f_{\text{пр}} \approx \frac{1}{\tau} = 2F_{\text{макс}} \log_2 N,$$

тогда как при АМ спектральная полоса равна $2F_{\text{макс}}$

Убедимся, что это расширение спектра (в $\log_2 N$) дает выигрыш в помехоустойчивости.

В схеме КИМ предусмотрен ограничитель амплитуды, срезающий помехи, уровень которых не превышает половины шага квантования ($\Delta u/2$), и если шаг Δu выбран с учетом возможных помех, то они не мешают декодированию импульсов в приемнике. Вместе с тем, так как мгновенные значения сигнала в процессе квантования округляются, возникают погрешности, которые достигают в максимуме $\pm \frac{1}{2} \Delta u$. Эти флуктуации вызывают в приемнике непрерывный шум, называемый *шумом квантования*.

Отношение сигнал/шум для КИМ равно квадрату отношения максимального напряжения сигнала $(N - 1)\Delta u = (2^n - 1)\Delta u$ к максимальному напряжению шумов квантования, т. е.

$$\left(\frac{\text{сигнал}}{\text{шум}} \right)_{\text{КИМ}} = \left[\frac{(2^n - 1) \Delta u}{\Delta u} \right]^2 = (2^n - 1)^2.$$

В примере, приведенном в § 10, значность кода $n = 3$, и это отношение равно $(2^3 - 1)^2 = 49$.

Таким образом, КИМ относится к помехоустойчивым видам модуляции, особенно если в ней используется много уровней квантования. Это еще раз доказывает эффективность расширения полосы пропускания канала связи как средства повышения помехоустойчивости.

Методы фильтрации и накопления. Прямоугольная амплитудно-частотная характеристика полностью отвечает требованиям фильтрации помех, спектр которых не перекрывается спектром принимаемого сигнала. При построении фильтра учитывают также и форму сигнала, и структуру помехи, и конкретную задачу, решаемую данной цепью. Например, если требуется только обнаружить сигнал, то сохранение его формы несущественно и оптимальным считается такой фильтр, который обеспечивает максимальное отношение сигнал/помеха на выходе фильтра.

На рис. 10.21, а показана спектральная диаграмма входного сигнала с плотностью S_c , который принимается на фоне белого шума с равномерной плотностью S_n . При такой помехе оптимальный фильтр имеет амплитудно-частотную характеристику $K = \Phi(f)$, совпадающую по форме со спектром сигнала (рис. 10.21, б). В выходном спектре (рис. 10.21, в), спектральная плотность которого $S_{\text{вых}}$ получается перемножением S_{c+n} и K , отношение сигнал/помеха оказывается максимальным, так как оптимальный фильтр ослабляет гармонические составляющие тем больше, чем слабее они выражены во входном сигнале.

Допустим, что оптимальный фильтр рассчитан на фильтрацию импульса, имеющего длительность τ и ширину спектра $\Delta f_{cн} = 1/\tau$, от белого шума, в котором на каждый герц полосы пропускания при-

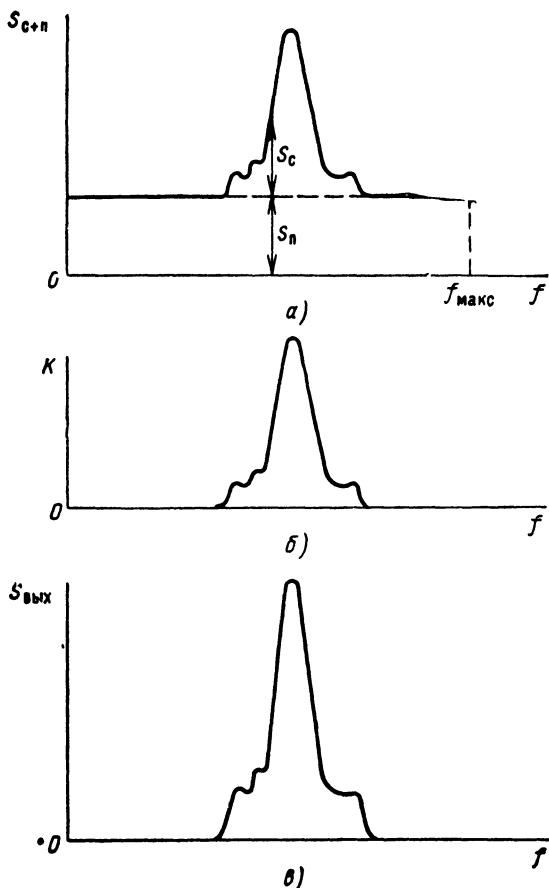


Рис. 10.21. Графики, иллюстрирующие преобразование спектра сигнала и помехи оптимальным фильтром

ходится мощность G_n . Очевидно, что фильтр должен иметь полосу пропускания, равную ширине спектра сигнала $\Delta f_{\text{пр}} = \Delta f_{\text{сн}} = 1/\tau$, и тогда мощность помех на выходе фильтра равна

$$P_n = G_n \Delta f_{\text{пр}} = \frac{G_n}{\tau},$$

а отношение сигнал/помеха

$$\left(\frac{P_c}{P_n} \right)_{\text{вых}} = \frac{P_c}{G_n} \tau.$$

Значит, оптимальный фильтр тем эффективнее, чем больше длительность импульсного сигнала и меньше ширина его спектра.

Это иллюстрирует возможность повышения помехоустойчивости за счет увеличения длительности сигнала.

При *методе накопления* сигнал периодически повторяется и энергия его, равно как и помех, накапливается в конденсаторе, потенциоскопе или другом элементе, специально вводимом в радиопримемное устройство.

Пусть на сигнал, допустим радиотелеграфный, накладываются флуктуационные помехи (рис. 10.22). Напряжения сигнала u_c и помех u_n суммируются в накопителе неодинаково: если сигнал повто-

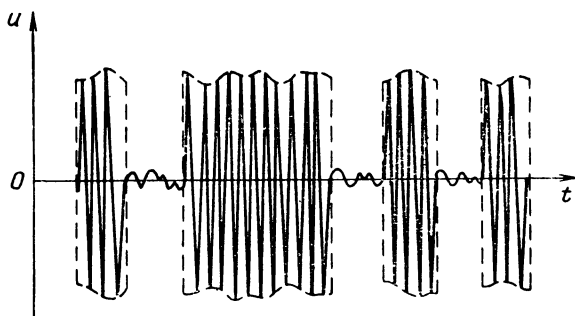


Рис. 10.22. Форма радиотелеграфного сигнала, искаженного флуктуационной помехой.

ряется n раз, то напряжение его u_c возрастает в n раз, а мощность сигнала — в n^2 раз; что касается помехи, то она не отличается периодичностью, ее амплитуда и фаза изменяются во времени беспорядочно, и поэтому напряжение u_n накапливается медленнее, чем u_c . Можно доказать, что напряжение помех увеличивается в \sqrt{n} , а мощность помех — в $(\sqrt{n})^2 = n$ раз, т. е. отношение сигнал/помеха повышается в итоге накопления в $n^2/n = n$ раз.

Итак, *путем многократного повторения сигнала, т. е. увеличения объема сигнала за счет длительности наблюдения его T'_c , можно значительно повысить помехоустойчивость системы связи.*

Часть третья

ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ

XI

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ

70. Общие сведения

Длинной линией называется система проводов, длина которых соизмерима с длиной волны действующего колебания.

Согласно этому определению линия протяженностью $l = 1$ км не может быть названа длинной, если частота $f = 50$ гц ($\lambda = 6000$ км), тогда как отрезок протяженностью $l = 1$ см при $f = 5 \cdot 10^9$ гц ($\lambda = 6$ см), является длинной линией: в первом случае отношение $l/\lambda = 1/6000$, а во втором $l/\lambda = 1/6$.

В § 48 двухпроводная линия рассматривалась как непрерывная цепь элементарных фильтров нижних частот. Поскольку каждое такое звено содержит индуктивность и емкость, напряжение и ток передаются с одного звена в другое не мгновенно, а с конечной скоростью. За время, равное периоду T , волновой процесс охватывает отрезок линии длиной λ .

Возьмем, например, отрезок двухпроводной линии без потерь длиной $l = \lambda/4$, который с одного конца подключен к генератору синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$, а с другого конца замкнут на резистор с сопротивлением, равным волновому сопротивлению линии Z_B . Вдоль этой линии ток распределяется неравномерно (на рис. 11.1, а кривые тока соответствуют фиксированным моментам времени $t = 0, T/12, T/6$ и $T/4$). На рис. 11.1, б изображены временные диаграммы $i = i(t)$, соответствующие началу, концу ($l = \lambda/4$) отрезка и его промежуточным сечениям $\lambda/12$ и $\lambda/6$.

Мгновенное значение тока в начале линии определяется частным от деления напряжения u на входное сопротивление линии, которое согласно § 48 равно Z_B :

$$i = \frac{u}{Z_B} = \frac{U_m}{Z_B} \sin \omega t = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где I_m — амплитуда тока в линии.

В момент включения генератора ($t = 0$) ток во всей линии еще равен нулю. За время $T/12$ волна тока достигнет сечения $\lambda/12$ (см.

пунктирную линию на рис. 11.1, а), и тогда от начала до этого сечения ток уменьшится от

$$i = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{12}\right) = I_m \sin 30^\circ = 0,5 I_m$$

до нуля.

При $t = \frac{T}{6}$ волна тока подойдет к сечению $\frac{\lambda}{6}$ (см. штрих-пунктирные кривые), и тогда ток в начале линии достигнет значения

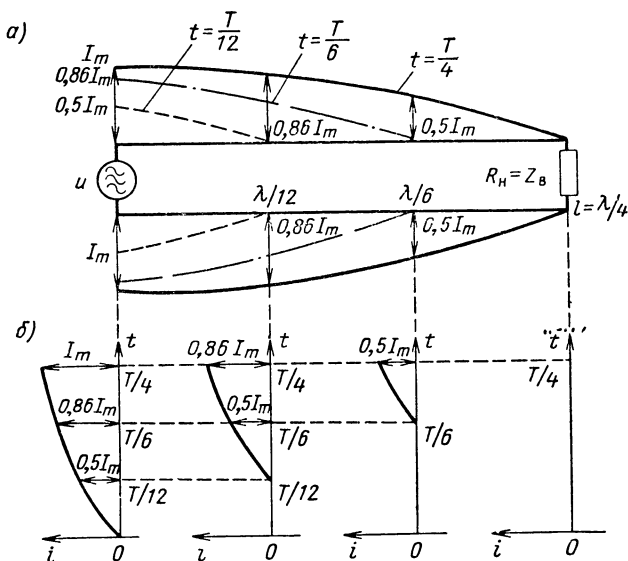


Рис 11.1 Распределение тока вдоль длинной линии (а) и временные диаграммы тока (б) для четырех сечений линии.

$i = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{6}\right) = I_m \sin 60^\circ = 0,86 I_m$. А в момент времени $t = \frac{T}{4}$ ток распределится по всему отрезку длиной $l = \frac{\lambda}{4}$ следующим образом: $i = 0$ в конце отрезка и $i = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{4}\right) = I_m$ в начале (см. сплошные кривые на рис. 11.1, а).

Заметим, что такое неравномерное распределение тока объясняется запаздыванием во времени бегущей волны. Запаздывание тем больше, чем дальше сечение линии от ее начала: например, на зажимах генератора изменения тока начинаются при $t = 0$, в сечении $\lambda/12$ — при $t = T/12$, в сечении $\lambda/6$ — при $T/6$ и в конце отрезка — при $t = T/4$ (см. рис. 11.1, б).

Сказанного уже достаточно, чтобы выявить некоторые важные свойства длинных линий:

1. Несмотря на то что рассматриваемая схема состоит из последовательно включенных генератора, двухпроводной линии и сопротивления нагрузки, мгновенное значение тока в разных сечениях линии различно. Это не противоречит первому закону Кирхгофа, так как длинная линия образована распределенными элементами L , C , R .

Любой элементарный участок линии длиной dx (рис. 11.2, а) обладает индуктивностью dL и активным сопротивлением dR проводов и емкостью dC и активной проводимостью (утечкой) dG между проводами (рис. 11.2, б). Здесь нельзя, как в цепи с сосредоточенными

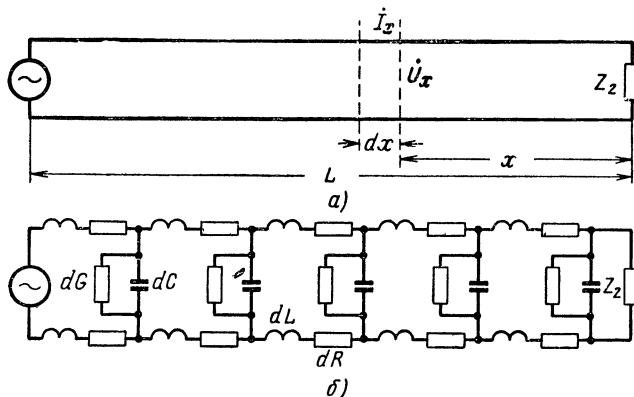


Рис. 11.2. Принципиальная (а) и эквивалентная (б) схемы длинной линии.

ми параметрами, разделить области электрического поля (от которого зависит емкость), магнитного поля (от которого зависит индуктивность) и активных потерь (от которых зависит активное сопротивление). Из-за такого распределения параметров эквивалентная схема длинной линии приобрела вид смешанного (последовательно-параллельного) соединения индуктивностей, емкостей и активных сопротивлений, в котором изменение мгновенного значения тока по длине линии вполне закономерно.

2. Напряжения, токи и напряженности полей в цепях с сосредоточенными параметрами являются функциями только одной независимой переменной — времени, а в цепях с распределенными параметрами — функциями двух переменных: времени и пространственной координаты. Это усложняет исследование длинных линий. Например, чтобы проиллюстрировать описанное изменение тока в линии, пришлось построить две серии графиков: зависимости тока от расстояния для нескольких значений времени $t = 0, T/12, T/6, T/4$ (рис. 11.1, а) и временные графики тока для различных сечений линии ($0; \lambda/12; \lambda/6; \lambda/4$, рис. 11.1, б).

3. Реальная электрическая схема не содержит элементов, обладающих только индуктивностью, емкостью или активным сопро-

тивлением. Обычно каждому из них присущи свойства других, хотя и в значительно меньшей мере, чем основное качество. Это позволяет рассматривать многие схемы как цепи с сосредоточенными параметрами.

Действительно, пусть длина линии l равна не $\lambda/4$, а $\lambda/6000$, как в упомянутом примере ($l = 1$ км, $\lambda = 6000$ км). Это расстояние составит столь малую долю от λ , что на любой кривой распределения тока, представленной на рис. 11.1, а, изменения тока i вдоль линии будут практически незаметны. Отсюда следует вывод: *схемы, размер которых значительно меньше длины волны, можно исследовать как цепи с сосредоточенными параметрами.*

Различают первичные и вторичные параметры длинной линии. К первичным параметрам относятся погонные индуктивность L_1 и активное сопротивление R_1 проводов, емкость C_1 и активная проводимость (утечка) G_1 между проводами. Если участок линии длиной dx имеет параметры dL , dR , dC , dG , то погонные параметры линии на этом участке соответственно равны

$$L_1 = \frac{dL}{dx}, \quad R_1 = \frac{dR}{dx}, \quad C_1 = \frac{dC}{dx}, \quad G_1 = \frac{dG}{dx}.$$

Полное погонное сопротивление проводов линии имеет активную составляющую R_1 и реактивную $j\omega L_1$, а полная погонная проводимость содержит активную составляющую G_1 и реактивную $j\omega C_1$. Следовательно, в комплексном виде полное погонное сопротивление проводов линии

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1,$$

а полная погонная проводимость

$$Y_1 = G_1 + j\omega C_1.$$

В линиях передачи, используемых в высокочастотных цепях, $R_1 \ll \omega L_1$ и $G_1 \ll \omega C_1$. На этом основании в ряде случаев можно ограничиться анализом работы идеальной линии, в которой отсутствуют потери, т. е. считать, что $R_1 = 0$ и $G_1 = 0$.

Одним из вторичных параметров линии является ее волновое сопротивление. Как известно, для линии без потерь это сопротивление равно

$$Z_{\text{в}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

71. Основные виды линий передачи

Длинные линии главным образом применяются для передачи высокочастотной энергии от одного участка цепи к другому, например от передатчика к антенне или от антенны к приемнику. Основными видами линий передачи являются: открытые двухпровод-

ные линии, открытые четырехпроводные линии, коаксиальные линии и волноводы (рис. 11.3).

Открытые двухпроводные линии состоят из двух параллельных проводов, закрепленных на изолирующих распорках, которые фиксируют взаимное расположение проводов (см. рис. 11.3, а). В этих линиях применяются медные, бронзовые и алюминиевые провода диаметром 2—6 мм.

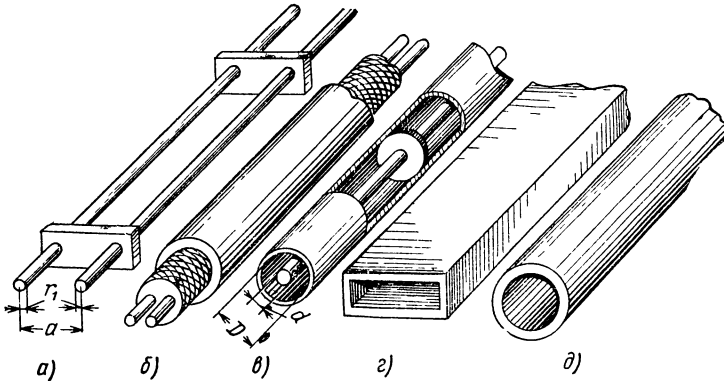


Рис. 11.3. Основные виды линий передачи.

В курсе электротехники доказывается, что погонные индуктивность и емкость двухпроводной линии соответственно равны

$$L_1 = \frac{\mu_a}{\pi} \ln \frac{a}{r_1}, \quad C_1 = \frac{\pi \epsilon_a}{\ln \frac{a}{r_1}}. \quad (241)$$

где a — расстояние между проводами линии;

r_1 — радиус провода линии;

ϵ_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость изолятора;

μ_a — абсолютная магнитная проницаемость изолятора.

Зная погонные параметры L_1 и C_1 , определяем волновое сопротивление двухпроводной линии:

$$Z_v = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \ln \frac{a}{r_1} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu \cdot \mu_0}{\epsilon \cdot \epsilon_0}} \cdot 2,3 \lg \frac{a}{r_1},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гн/м, $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$ ф/м — абсолютные магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума;

μ, ϵ — относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости изоляции линии.

Для любого диэлектрика $\mu = 1$, и, следовательно, волновое сопротивление линии равно

$$Z_{\text{в}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}{\epsilon}} 2,3 \lg \frac{a}{r_1} = \frac{120\pi}{\pi \sqrt{\epsilon}} 2,3 \lg \frac{a}{r_1} = \frac{276}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{a}{r_1}, \quad (242)$$

а при воздушном заполнении между проводами

$$Z_{\text{в}} = 276 \lg \frac{a}{r_1}. \quad (242a)$$

Это сопротивление не может быть меньше 200 ом, так как минимальное расстояние между проводами $a = 5r_1$. Применяемые на практике воздушные двухпроводные линии обычно имеют волновое сопротивление порядка 300—650 ом.

Открытые четырехпроводные линии состоят из четырех параллельных проводов 1, 2, 3, 4, образующих в поперечном сечении прямоугольник (рис. 11.4). Эти провода соединяются попарно в начале, конце и в промежуточных сечениях линии. В четырехпроводной линии погонная емкость больше и соответственно волновое сопротивление меньше, чем в двухпроводной линии. Так, для воздушной четырехпроводной линии

$$Z_{\text{в}} = 138 \lg \frac{a}{\sqrt{2} r_1},$$

где a — минимальное расстояние между проводами;

r_1 — радиус провода.

Стандартный приемный четырехпроводный фидер изготавливается из бронзовых проводов диаметром 1,5 мм, которые в поперечном сечении располагаются по углам квадрата со стороной $a = 35$ мм. Провода крепятся к опорам специальными фарфоровыми изоляторами. Волновое сопротивление такого фидера $Z_{\text{в}} = 208$ ом.

Экранированная двухпроводная линия состоит из двух параллельных проводов, расположенных внутри твердого, но эластичного диэлектрика, который снаружи закрыт оплеткой из тонких медных жил, выполняющих роль экрана (см. рис. 11.3, б). Для того чтобы предохранить экран от повреждения, предусмотрена внешняя защитная оболочка из хлорвиниловой пластмассы, резины или хлопчатобумажной пряжи.

Экранированные двухпроводные линии благодаря диэлектрическому заполнению имеют меньшее волновое сопротивление, чем от-

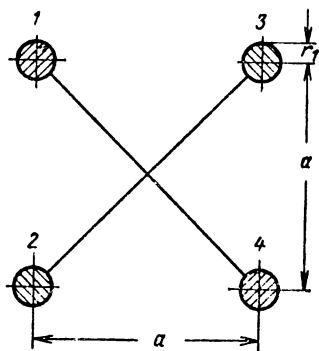


Рис. 11.4. Вид поперечного сечения четырехпроводной линии.

крытые линии. В диапазоне УКВ иногда применяют экранированные двухпроводные линии с волновым сопротивлением $Z_B = 200 \text{ ом}$.

Коаксиальная линия в качестве токонесущих элементов содержит два цилиндрических провода с общей осью, вставленных один в другой (см. рис. 11.3, в).

Погонные индуктивность L_1 и емкость C_1 коаксиальной линии определяются по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{\mu_a}{2\pi} \ln \frac{D}{d}, \\ C_1 &= \frac{\pi \epsilon_a}{\ln \frac{D}{d}}, \end{aligned} \right\} \quad (243)$$

где D — внутренний диаметр внешнего провода;
 d — внешний диаметр внутреннего провода.

Отсюда волновое сопротивление

$$\begin{aligned} Z_B &= \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a} \ln^2 \frac{D}{d}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu \cdot \mu_0}{\epsilon \cdot \epsilon_0}} 2,3 \lg \frac{D}{d} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}{\epsilon}} 2,3 \lg \frac{D}{d} = \\ &= \frac{120 \pi}{2\pi \sqrt{\epsilon}} 2,3 \lg \frac{D}{d} = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{D}{d}. \end{aligned} \quad (244)$$

При воздушном заполнении линии $\epsilon = 1$ и

$$Z_B = 138 \lg \frac{D}{d}. \quad (245)$$

Применяемые на практике коаксиальные линии имеют волновое сопротивление порядка $Z_B = 40 \div 120 \text{ ом}$. Наиболее употребительны линии, в которых пространство между проводами сплошь заполнено диэлектриком с относительной проницаемостью $\epsilon = 2,3 \div 2,5$. Наименьшие потери наблюдаются в коаксиальной линии с отношением диаметров $D/d = 3,6$, а наибольшая электрическая прочность — при $D/d = 2,7$. Если подставить приведенные значения D/d в формулу (244), то получим соответственно $Z_B = 76,8/\sqrt{\epsilon}$ и $Z_B = 59,6/\sqrt{\epsilon}$. Это определило величины волнового сопротивления радиочастотных коаксиальных кабелей, выпускаемых нашей промышленностью:

$$\text{РК-1} (Z_B = 77 \text{ ом}), \quad \text{РК-3} (Z_B = 75 \text{ ом}),$$

$$\text{РК-6} (Z_B = 52 \text{ ом}), \quad \text{РК-19} (Z_B = 52 \text{ ом}).$$

Волноводы и их параметры рассматриваются отдельно в гл. XIV.

72. Процесс распространения волн в линии

Графическая иллюстрация. Физическая сущность образования волн в длинной линии наиболее полно раскрывается в ее переходном режиме. Начнем с распространения волн в линии без потерь, которая питается от источника постоянного напряжения u (рис. 11.5). Как только будет подключен источник ($t = 0$), цепь первого элементарного участка окажется замкнутой, возникнет ток, который будет заряжать емкость участка C' через индуктивности участка $L'/2$. Поскольку в линии нет потерь, на емкости C' должно установиться

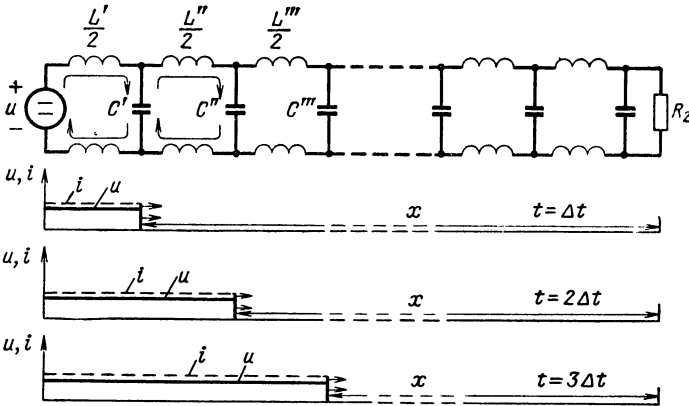


Рис. 11.5. Схема и графики, иллюстрирующие процесс установления напряжения и тока в линии без потерь, которая питается от источника постоянной э. д. с.

напряжение источника u . Это произойдет не мгновенно (э. д. с. самоиндукции и емкости препятствуют заряду), а в течение определенного времени Δt .

Как известно, входное сопротивление первого элементарного участка определяется не только собственными элементами, но и элементами всех других звеньев, которые подключены к первому звену линии. Если сопротивление нагрузки $R_2 = Z_B$, то входное сопротивление первого участка, как и всех остальных, чисто активное и равно волновому сопротивлению линии Z_B (см. § 48). Следовательно, разделив напряжение u на Z_B , получим величину тока i , охватывающего первый элементарный участок одновременно с напряжением.

Через следующий промежуток времени Δt , т. е. к моменту $t = 2\Delta t$, емкость второго элементарного участка C'' заряжается от емкости C' через индуктивности $L''/2$ до напряжения u , а первичный источник напряжения полностью восстановит на C' потерянный заряд. В это время токи первого и второго участков проходят через емкость C' в обратных направлениях, как показано на рис. 11.5, и

поскольку каждый из токов равен u/Z_b , то результирующий ток в C' отсутствует; вне этой емкости ток течет от плюса к минусу источника через $L'/2$, $L''/2$, C'' , $L''/2$, $L'/2$, имея величину $i = u/Z_b$. В следующий отрезок времени Δt , т. е. к моменту $t = 3\Delta t$, емкость C''' также зарядится до напряжения u током $i = u/Z_b$, который последовательно обтекает элементы $L'/2$, $L''/2$, $L'''/2$, C''' , $L'''/2$, $L''/2$, $L'/2$.

Описанный процесс заряда элементарных емкостей через элементарные индуктивности создает волну тока и напряжения, распространяющуюся от источника к концу линии. Эта волна называется *падающей бегущей*. По мере ее распространения в линии устанавливаются постоянные ток и напряжение.

Если сопротивление нагрузки не равно волновому сопротивлению линии, то нагрузка не может полностью поглотить энергию, сконцентрированную в падающей волне. Пусть, например, волновое сопротивление линии $Z_b = 100 \text{ ом}$, сопротивление нагрузки $R_2 = 200 \text{ ом}$ и напряжение источника $u = 100 \text{ в}$. Тогда ток падающей волны равен $i_{\text{пад}} = u/Z_b = 100/100 = 1 \text{ а}$, но при напряжении 100 в такой ток через нагрузку пройти не может, так как $u/R_2 = 100/200 = 0,5 \text{ а}$; оставшиеся $0,5 \text{ а}$ создают отраженную волну, мощность которой равна разности между мощностями, поступившей от генератора и поглощенной в нагрузке. Отраженная волна аналогична падающей: ее можно рассматривать как результат того, что емкости элементарных участков заряжаются через индуктивности участков, но в обратном направлении — от конца линии к ее началу. Таким образом, *при произвольной нагрузке через любое сечение линии проходят две встречные бегущие волны — падающая и отраженная*.

Из сказанного ясно, что характер волн в линии прежде всего определяется отношением сопротивления нагрузки к волновому сопротивлению линии. Поэтому во многих случаях целесообразно выражать место расположения данного сечения линии расстоянием x от ее конца, имея в виду, что при длине линии l расстояние того же сечения от ее начала будет $l - x$.

Теперь допустим, что линия питается генератором, напряжение которого через отрезки времени $\Delta t = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$, необходимые для прохождения волн напряжения и тока через один элементарный участок, изменяется скачком на величину Δu (рис. 11.6, а). При этом условии за время $t_1 - t_0$ емкость элементарного участка 1 зарядится до напряжения Δu (рис. 11.6, б). В следующий отрезок времени $t_2 - t_1$ емкость элементарного участка 2 зарядится от емкости участка 1 до напряжения Δu , а на участке 1 генератор установит напряжение $2\Delta u$. В интервале времени $t_3 - t_2$ на участке 3 под влиянием участка 2 возникает напряжение Δu . В то же время на участке 2 под влиянием участка 1 напряжение увеличивается до $2\Delta u$, а на участке 1 генератор создает напряжение $3\Delta u$. Аналогично в момент времени $t = t_4$ напряжение Δu сообщается от участка 3 к участку 4 , напряжение $2\Delta u$ — от участка 2 к участку 3 , напряжение $3\Delta u$ передается от участка 1 на участок 2 , а участок 1 генератор сообщает напряжение $4\Delta u$.

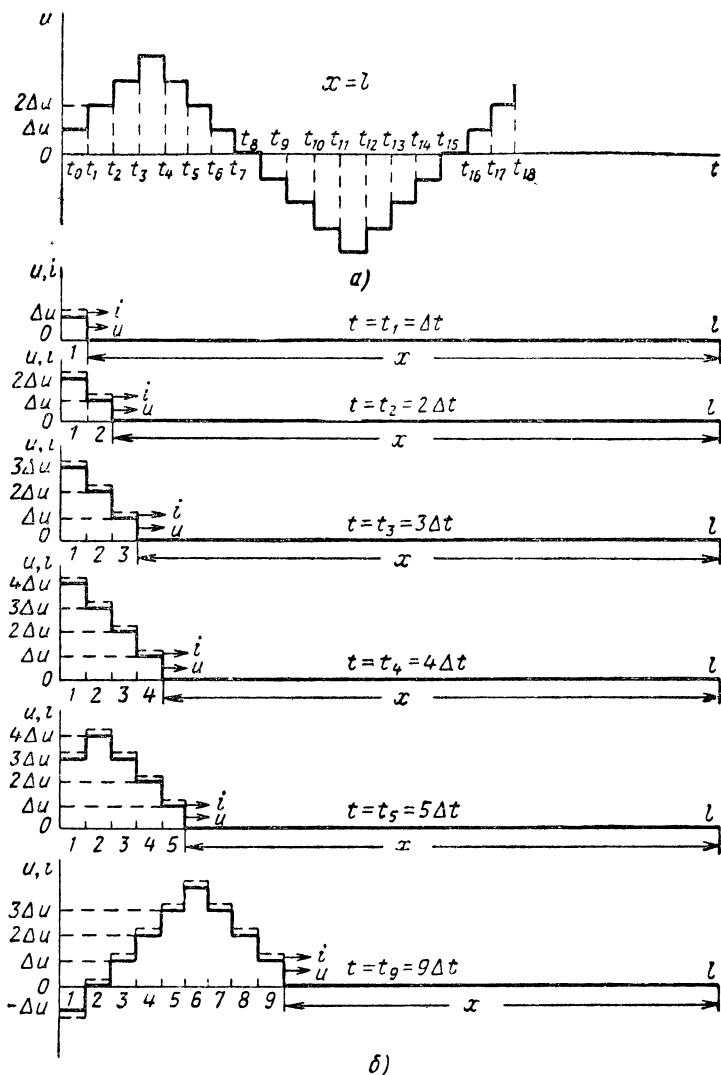


Рис. 11.6. Графики, иллюстрирующие процесс возникновения волн напряжения и тока в линии без потерь, которая питается от источника ступенчато изменяющегося напряжения.

В дальнейшем до момента t_9 напряжение на зажимах генератора уменьшается, после чего оно возрастает с обратной полярностью, уменьшается по абсолютной величине и т. д. По этой причине в момент t_6 напряжение на элементарном участке 1 понижается до $3\Delta u$ и одновременно волна напряжения достигает участка 5, а в момент t_9 , когда волна напряжения перешла на участок 9, напряжение в начале линии становится равным $-\Delta u$.

Закон изменения тока вдоль линии (на рис. 11.6, б показан штрих-пунктиром) такой же, как и напряжения (сплошные контуры), ибо во всех сечениях двухпроводной линии волна тока встречает одно и то же сопротивление — активное, равное волновому.

Следующий частный случай — линия питается синусоидальным напряжением — представляет особый интерес. Дело в том, что длинные линии, как и рассмотренные колебательные контуры, относятся к линейным цепям. К ним применим принцип суперпозиции, и если будет известен закон распространения синусоидальных колебаний, то, пользуясь разложением несинусоидальных колебаний на гармонические составляющие и принципом суперпозиции, можно будет установить для той же линии законы распространения волн произвольной формы.

На рис. 11.7, а показаны временные диаграммы синусоидального напряжения на зажимах генератора ($x = l$), а на рис. 11.7, б — диаграммы распределения напряжения и тока по длине линии l в различные моменты времени $t = t_1, t_2, t_3, \dots$. Сопоставляя эти диаграммы с изображенными на рис. 11.6, замечаем полную аналогию между ними. Различаются они только тем, что в предыдущем случае напряжение и ток изменялись во времени и вдоль линии ступенями, а в данном случае — плавно, по синусоидальному закону. Здесь имеется аналогия и с рис. 11.5, на котором временные и пространственные диаграммы относятся к случаю питания линии постоянным напряжением.

Это закономерно, так как во всех трех случаях изменения напряжения и тока, происходившие в начале линии (где $x = l$), повторялись в других сечениях ее, но с задержкой во времени, тем большей, чем больше это сечение удалено от начала линии ($l - x$) и меньше от ее конца (x).

Если линия питается постоянным напряжением, то по мере передачи его по линии в ней устанавливаются *постоянные* напряжение и ток (рис. 11.5). Во втором случае одновременно (за время Δt) происходят два процесса: 1) генератор на входе линии изменяет напряжение и ток на одну ступень (рис. 11.6, а) и 2) напряжение и ток передаются без потерь с одного участка линии на соседний. Поэтому на участке 2 (см. рис. 11.6, б) начиная с момента времени $t = t_1$ напряжение u принимает значения $0; \Delta u; 2\Delta u; 3\Delta u; 4\Delta u; \dots$, т. е. процесс, происходящий на входе линии, повторяется здесь с опозданием на время Δt . В начале участка 3 тот же процесс повторяется с опозданием на время $2\Delta t$ относительно начала линии, в начале участка 4 — на время $3\Delta t$ и т. д. В результате в любой момент времени напряжение (ток) изменяется по линии ступенями, и так как все эти изменения распространяются с определенной скоростью, то картина распределения напряжения и тока непрерывно движется от генератора к нагрузке. Это и есть *падающая бегущая волна*.

Возвратимся к рис. 11.7, чтобы сформулировать перечисленные свойства применительно к линии, питающейся синусоидальным напряжением:

1. В любой фиксированный момент времени напряжение и ток распределяются *вдоль линии* по синусоидальному закону.

2. В любом сечении линии напряжения и ток изменяются *во времени* по синусоидальному закону, но с отставанием по фазе, пропорциональным расстоянию между данным сечением и началом линии.

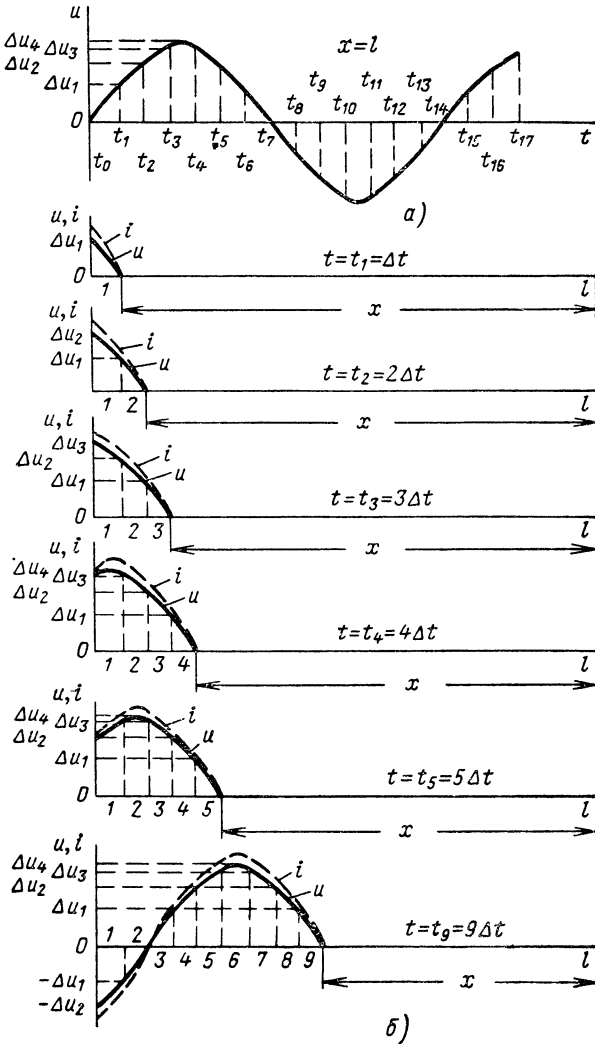


Рис. 11.7. Графики, иллюстрирующие процесс возникновения волн напряжения и тока в линии без потерь, питающейся от источника синусоидального напряжения.

3. Синусоидальная кривая распределения напряжения и тока вдоль линии как бы перемещается с определенной скоростью. При этом образуется бегущая волна, которая, достигнув нагрузки R_2 , полностью отдаст ей свою мощность (если $R_2 = Z_B$). На рис. 11.8 показана бегущая волна напряжения в последовательные моменты времени t_1, t_2, t_3 , когда процесс полностью установился и волна уже успела достигнуть нагрузки.

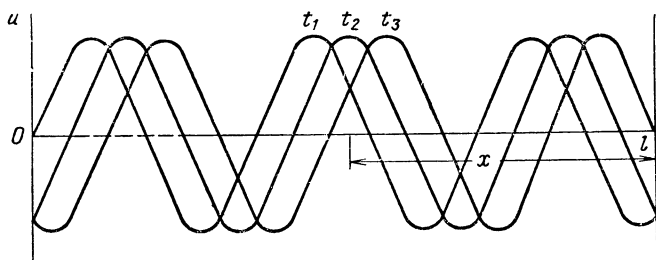


Рис. 11.8. График, иллюстрирующий стационарный режим распространения волны синусоидального напряжения по линии без потерь.

Математическая запись. Выведем уравнения бегущих волн напряжения и тока, обращаясь к рис. 11.9 и придерживаясь следующих обозначений: u_1, i_1, U_{1m}, I_{1m} — мгновенные и амплитудные значения напряжения и тока в начале линии; u_2, i_2, U_{2m}, I_{2m} — мгновенные и амплитудные значения напряжения и тока в конце

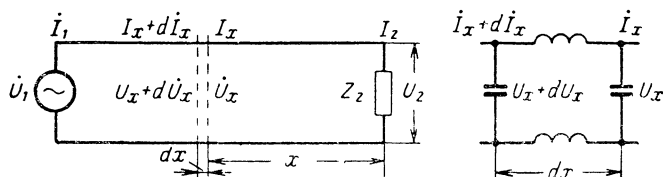


Рис. 11.9. Схема двухпроводной линии.

линии; u_x, i_x, U_{xm}, I_{xm} — мгновенные и амплитудные значения напряжения и тока в сечении линии, удаленном от ее конца на расстояние x ; β — коэффициент фазы (волновое число), т. е. разность фаз напряжения (или тока) бегущей волны на концах отрезка линии длиной в одну единицу.

Коэффициент фазы β можно определить через угловую частоту ω или длину волны λ . Угловая частота показывает, на сколько радиан или градусов изменяется фаза напряжения (тока) за одну секунду в данном сечении линии, а скорость распространения волны v показывает, на какое расстояние в метрах распространяется бегущая волна за то же время. Значит, если разделим ω на v , то узнаем, на

сколько радиан или градусов успеет измениться фаза напряжения (тока) в начале отрезка линии длиной в 1 м, пока волна достигнет конца отрезка; это и есть коэффициент фазы:

$$\beta = \frac{\omega}{v} \text{ рад/м} \quad (246)$$

Имея в виду, что $\omega = 2\pi f$, а $\lambda = v/f$, выражаем коэффициент β через длину волны следующим образом:

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} [\text{рад/м}] = \frac{360}{\lambda} [^\circ/\text{м}]. \quad (247)$$

Эту формулу можно получить, руководствуясь тем, что между концами отрезка линии длиной λ [м] разность фаз равна 2π радиан или 360° , откуда разность фаз на отрезке линии в 1 м (т. е. коэффициент β) равна $\frac{2\pi}{\lambda} [\text{рад/м}] = \frac{360}{\lambda} [^\circ/\text{м}]$.

Пусть мгновенное значение напряжения в начале линии равно

$$u_1 = U_{1m} \sin \omega t.$$

Так как речь идет о бегущих волнах в линии без потерь, то амплитуда напряжения и тока сохраняется неизменной во всех сечениях линии: $U_{1m} = U_{xm} = U_{2m}$, $I_{1m} = I_{xm} = I_{2m}$. Что касается фазы волны, то она в промежуточном сечении с координатой x отстает относительно начала линии на $\beta(l - x)$ и относительно конца линии опережает на βx . Это следует из того, что коэффициент β выражает отставание фазы волны за время ее распространения на 1 м. Таким образом, мгновенное значение напряжения в данном сечении линии равно

$$u_x = U_{xm} \sin [\omega t - \beta(l - x)] = U_{1m} \sin [\omega t - \beta(l - x)], \quad (248)$$

а если в качестве исходной величины взять напряжение в конце линии $u_2 = U_{2m} \sin \omega t$, то

$$u_x = U_{xm} \sin (\omega t + \beta x) = U_{2m} \sin (\omega t + \beta x). \quad (249)$$

Зная, что в любом сечении линии бегущая волна тока встречает активное сопротивление, равное волновому Z_B , мгновенное значение тока представляем в виде

$$i_x = \frac{u_x}{Z_B} = \frac{U_{2m}}{Z_B} \sin (\omega t + \beta x) = I_{2m} \sin (\omega t + \beta x). \quad (250)$$

В теории длинных линий успешно применяются комплексные числа (см. приложение). Полученные выражения (249), (250) для напряжения и тока в сечении линии с координатой x записываются в показательной форме так:

$$\dot{U}_x = U_{2m} e^{j(\omega t + \beta x)} = \dot{U}_{2m} e^{j\beta x}, \quad (251)$$

$$\dot{i}_x = I_{2m} e^{j(\omega t + \beta x)} = \dot{i}_{2m} e^{j\beta x}, \quad (252)$$

где $\dot{U}_{2m} = U_{2m} e^{j\omega t}$ и $\dot{I}_{2m} = I_{2m} e^{j\omega t}$ — комплексные амплитуды напряжения и тока в конце линии.

Если линия не согласована с нагрузкой (сопротивление $Z_2 \neq Z_b$), то различают две бегущие волны — падающую с индексом «пад» и отраженную с индексом «отр» в обозначениях. Например, $\dot{U}_{2\text{пад}}, \dot{I}_{2\text{пад}}$ — комплексные выражения напряжения и тока падающей волны в конце линии, а $\dot{U}_{2\text{отр}}, \dot{I}_{2\text{отр}}$ — отраженной волны. При отсутствии потерь в такой линии на расстоянии x от ее конца напряжение $\dot{U}_{x\text{пад}}$ и ток $\dot{I}_{x\text{пад}}$ падающей волны опережают по фазе $\dot{U}_{2\text{пад}}$ и $\dot{I}_{2\text{пад}}$ на угол βx , а напряжение $\dot{U}_{x\text{отр}}$ и ток $\dot{I}_{x\text{отр}}$ отраженной волны отстают по фазе на βx от $\dot{U}_{2\text{отр}}$ и $\dot{I}_{2\text{отр}}$:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{x\text{пад}} &= \dot{U}_{2\text{пад}} e^{j\beta x}, & \dot{I}_{x\text{пад}} &= \dot{I}_{2\text{пад}} e^{j\beta x}, \\ \dot{U}_{x\text{отр}} &= \dot{U}_{2\text{отр}} e^{-j\beta x}, & \dot{I}_{x\text{отр}} &= \dot{I}_{2\text{отр}} e^{-j\beta x}. \end{aligned}$$

Следовательно, в общем случае результирующие напряжение и ток \dot{U}_x, \dot{I}_x в сечении линии с координатой x соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_{x\text{пад}} + \dot{U}_{x\text{отр}} = \dot{U}_{2\text{пад}} e^{j\beta x} + \dot{U}_{2\text{отр}} e^{-j\beta x}, \\ \dot{I}_x &= \dot{I}_{x\text{пад}} + \dot{I}_{x\text{отр}} = \dot{I}_{2\text{пад}} e^{j\beta x} + \dot{I}_{2\text{отр}} e^{-j\beta x}. \end{aligned} \right\} \quad (253)$$

Полученные уравнения не могут быть непосредственно использованы для определения напряжения \dot{U}_x и тока \dot{I}_x в любом сечении линии, так как в правую часть уравнения входят неизвестные величины $\dot{U}_{2\text{пад}}, \dot{I}_{2\text{пад}}, \dot{U}_{2\text{отр}}$ и $\dot{I}_{2\text{отр}}$. Задача заключается в том, чтобы выразить эти величины через известные параметры линии L_1, C_1 (а для реальной линии еще и через R_1, G_1) и напряжения и тока в начале \dot{U}_1, \dot{I}_1 или конце \dot{U}_2, \dot{I}_2 линии. Эта задача решается при помощи телеграфных уравнений.

73. Телеграфные уравнения

Телеграфные уравнения, впервые выведенные при исследовании процессов в телеграфных линиях, позволяют установить, как изменяются напряжения и токи во времени и по длине линии, а также; как зависят коэффициент фазы и волновое сопротивление линии от ее погонных параметров.

Рассмотрим идеальную линию, изображенную на рис. 11.9. На расстоянии x от конца линии выделен элементарный участок протяженностью dx . Провода этого участка имеют сопротивление индуктивного характера $Z_1 dx = j\omega L_1 dx$, а между проводами существует емкостная проводимость $Y_1 dx = j\omega C_1 dx$. Ток \dot{I}_x , про-

ходя по проводам, вызывает на их сопротивлении падение напряжения $d\dot{U}_x$. а напряжение \dot{U}_x , действуя через проводимость между проводами, вызывает емкостный ток $d\dot{I}_x$. Следовательно, если на одном конце элементарного участка напряжение и ток \dot{U}_x, \dot{I}_x , то на другом конце они соответственно равны $\dot{U}_x + d\dot{U}_x$ и $\dot{I}_x + d\dot{I}_x$, причем

$$\begin{aligned}d\dot{U}_x &= \dot{I}_x j\omega L_1 dx, \\d\dot{I}_x &= \dot{U}_x j\omega C_1 dx.\end{aligned}$$

Отсюда

$$\left. \begin{aligned}\frac{d\dot{U}_x}{dx} &= \dot{I}_x j\omega L_1, \\ \frac{d\dot{I}_x}{dx} &= \dot{U}_x j\omega C_1.\end{aligned} \right\} \quad (254)$$

Возьмем производную по x от обеих частей уравнений данной системы:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} &= j\omega L_1 \frac{d\dot{I}_x}{dx}, \\ \frac{d^2 \dot{I}_x}{dx^2} &= j\omega C_1 \frac{d\dot{U}_x}{dx}.\end{aligned}$$

Пользуясь (254), преобразуем эти уравнения следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} &= -\omega^2 L_1 C_1 \dot{U}_x, \\ \frac{d^2 \dot{I}_x}{dx^2} &= -\omega^2 L_1 C_1 \dot{I}_x.\end{aligned} \right\} \quad (255)$$

Решения этих линейных дифференциальных уравнений имеют вид

$$\left. \begin{aligned}\dot{U}_x &= \dot{U}_2 \cos \beta x + j\dot{I}_2 Z_B \sin \beta x, \\ \dot{I}_x &= \dot{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x,\end{aligned} \right\} \quad (256)$$

где $Z_B = \sqrt{L_1/C_1}$ — волновое сопротивление линии;

$\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}$ — коэффициент фазы.

На основе рассуждений, приведенных в предыдущем параграфе, были получены выражения (253) для напряжения \dot{U}_x и тока \dot{I}_x :

$$\left. \begin{aligned}\dot{U}_x &= \dot{U}_2 \text{ пад} e^{j\beta x} + \dot{U}_2 \text{ отр} e^{-j\beta x}, \\ \dot{I}_x &= \dot{I}_2 \text{ пад} e^{j\beta x} + \dot{I}_2 \text{ отр} e^{-j\beta x}.\end{aligned} \right\} \quad (253)$$

При помощи формул Эйлера

$$e^{j\beta x} = \cos \beta x + j \sin \beta x \text{ и } e^{-j\beta x} = \cos \beta x - j \sin \beta x$$

переходим от показательной формы комплексных чисел к тригонометрической:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= (\dot{U}_{2 \text{ пад}} + \dot{U}_{2 \text{ отр}}) \cos \beta x + j (\dot{U}_{2 \text{ пад}} - \dot{U}_{2 \text{ отр}}) \sin \beta x, \\ \dot{I}_x &= (\dot{I}_{2 \text{ пад}} + \dot{I}_{2 \text{ отр}}) \cos \beta x + j (\dot{I}_{2 \text{ пад}} - \dot{I}_{2 \text{ отр}}) \sin \beta x. \end{aligned} \right\} \quad (257)$$

Для того чтобы выражения в скобках представить через известные величины \dot{U}_2 , \dot{I}_2 , L_1 , C_1 , совершим следующие преобразования. Сначала, исходя из уравнений (253), возьмем первую производную от \dot{U}_x и \dot{I}_x по x :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\dot{U}_x}{dx} &= j\beta \dot{U}_{2 \text{ пад}} e^{j\beta x} - j\beta \dot{U}_{2 \text{ отр}} e^{-j\beta x}, \\ \frac{d\dot{I}_x}{dx} &= j\beta \dot{I}_{2 \text{ пад}} e^{j\beta x} - j\beta \dot{I}_{2 \text{ отр}} e^{-j\beta x}, \end{aligned} \right\} \quad (258)$$

а затем возьмем вторую производную от напряжения \dot{U}_x по x :

$$\frac{d^2\dot{U}_x}{dx^2} = -\beta^2 (\dot{U}_{2 \text{ пад}} e^{j\beta x} + \dot{U}_{2 \text{ отр}} e^{-j\beta x}).$$

Выражение в скобках совпадает с правой частью уравнения (253), что позволяет написать

$$\frac{d^2\dot{U}_x}{dx^2} = -\beta^2 \dot{U}_x. \quad (259)$$

Сопоставляя уравнения (255) и (259), получаем

$$-\omega^2 L_1 C_1 \dot{U}_x = -\beta^2 \dot{U}_x,$$

откуда коэффициент фазы равен

$$\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}. \quad (260)$$

Как видно из формулы, коэффициент фазы зависит от частоты и погонных параметров линии. Последнее дает основание считать, что *коэффициент фазы, как и волновое сопротивление, является вторичным параметром линии.*

Далее, вводим граничные условия. Очевидно, что результирующие напряжение и ток в конце линии соответственно равны

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{2 \text{ пад}} + \dot{U}_{2 \text{ отр}} \text{ и } \dot{I}_2 = \dot{I}_{2 \text{ пад}} + \dot{I}_{2 \text{ отр}}. \quad (261)$$

Для преобразования разностей напряжений $\dot{U}_{2 \text{ пад}} - \dot{U}_{2 \text{ отр}}$ и токов $\dot{I}_{2 \text{ пад}} - \dot{I}_{2 \text{ отр}}$ подставляем $x = 0$ в уравнения (258):

$$\left(\frac{d\dot{U}_x}{dx} \right)_{x=0} = j\beta (\dot{U}_{2 \text{ пад}} - \dot{U}_{2 \text{ отр}}), \quad \left(\frac{d\dot{I}_x}{dx} \right)_{x=0} = j\beta (\dot{I}_{2 \text{ пад}} - \dot{I}_{2 \text{ отр}}), \quad (262)$$

и учитываем, что

$$(\dot{U}_x)_{x=0} = \dot{U}_2 \text{ и } (\dot{I}_x)_{x=0} = \dot{I}_2. \quad (263)$$

Уравнение (254) с учетом граничных условий (262) и (263) дает

$$\left. \begin{aligned} j\beta (\dot{U}_{2 \text{ пад}} - \dot{U}_{2 \text{ отр}}) &= \dot{I}_2 / \omega L_1, \\ j\beta (\dot{I}_{2 \text{ пад}} - \dot{I}_{2 \text{ отр}}) &= \dot{U}_2 / \omega C_1. \end{aligned} \right\} \quad (264)$$

Делим обе части равенства на $j\beta = j\omega\sqrt{L_1C_1}$ согласно выражению (260) и производим такую замену:

$$\frac{j\omega L_1}{j\beta} = \frac{\omega L_1}{\omega\sqrt{L_1C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = Z_B,$$

$$\frac{j\omega C_1}{j\beta} = \frac{\omega C_1}{\omega\sqrt{L_1C_1}} = \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} = \frac{1}{Z_B},$$

где $Z_B = \sqrt{L_1/C_1}$ — волновое сопротивление линии.
Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 \text{ пад} - \dot{U}_2 \text{ отр} &= \dot{I}_2 Z_B, \\ \dot{I}_2 \text{ пад} - \dot{I}_2 \text{ отр} &= \frac{\dot{U}_2}{Z_B}. \end{aligned} \right\} \quad (265)$$

Осталось подставить (261) и (265) в выражение (257), и тогда получится ранее приведенное решение телеграфных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_2 \cos \beta x + j\dot{I}_2 Z_B \sin \beta x, \\ \dot{I}_x &= \dot{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x. \end{aligned} \right\} \quad (256)$$

Это решение позволило не только выразить напряжение и ток в любом сечении линии через известные (заданные) величины, но и более строго обосновать рассуждения, приведшие к уравнению (253).

ХII

РЕЖИМЫ РАБОТЫ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ

74. Режим бегущих волн

В зависимости от соотношения между волновым сопротивлением линии и сопротивлением нагрузки линия работает в режиме бегущих, стоячих или смешанных волн.

Бегущими волнами называются колебания, фаза которых удаляется от источника возбуждения с постоянной скоростью, зависящей от свойств среды.

Стоячими волнами называются колебания, полученные в результате сложения двух бегущих волн, направленных навстречу друг другу (например, падающей и отраженной волн).

Смешанными волнами называется совокупность бегущих и стоячих волн.

Начнем с рассмотрения бегущих волн.

Напряжения и токи в линии. Бегущие волны получаются в том случае, когда сопротивление нагрузки чисто активное и равно волновому сопротивлению линии.

После подстановки

$$I_2 Z_B = \dot{U}_2 \quad \text{и} \quad \frac{\dot{U}_2}{Z_B} = I_2$$

исходная система уравнений (256) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_2 \cos \beta x + j I_2 Z_B \sin \beta x = \dot{U}_2 (\cos \beta x + j \sin \beta x), \\ I_x &= I_2 \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x = I_2 (\cos \beta x + j \sin \beta x). \end{aligned} \right\} \quad (266)$$

При питании линии от генератора синусоидальной э. д. с. напряжение на нагрузке тоже синусоидальное. Пусть амплитуда этого напряжения равна U_{2m} , а фаза ωt или в показательной форме $\dot{U}_2 = U_{2m} e^{j\omega t}$.

Если в уравнении (266) кроме подстановки $\dot{U}_2 = U_{2m} e^{j\omega t}$ произвести замену $\cos \beta x + j \sin \beta x = e^{j\beta x}$, то получим

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= U_{2m} e^{j(\omega t + \beta x)}, \\ I_x &= I_{2m} e^{j(\omega t + \beta x)}, \end{aligned}$$

откуда мгновенные значения напряжения и тока в сечении линии, удаленном на расстояние x от нагрузки, соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} u_x &= U_{2m} \sin(\omega t + \beta x), \\ i_x &= I_{2m} \sin(\omega t + \beta x). \end{aligned} \right\} \quad (267)$$

Это — уравнения бегущих волн, полученные в таком же виде ранее. Пользуясь данными уравнениями, повторим свойства бегущих волн в линии без потерь, а затем внесем поправки для реальной линии.

1. В каждом сечении линии, т. е. при любом постоянном значении x , напряжение и ток изменяются синусоидально во времени. На это указывает множитель $\sin(\omega t + \dots)$ в уравнениях (267). На это же указывают временные диаграммы напряжения и тока в начале линии ($x = l$, рис. 12.1, а), на расстоянии $x_1 < l$ (рис. 12.1, б) и $x_2 < x_1$, т. е. на еще большем удалении от начала линии (рис. 12.1, в).

2. В связи с тем, что волны напряжения и тока распространяются вдоль линии с конечной скоростью, фаза этих волн по мере их распространения отстает все более. Согласно уравнениям (267) синусоидальные колебания в сечении линии с координатой x имеют опережение по фазе на угол βx относительно колебаний в конце линии (где $x = 0$) и отставание по фазе на угол $\beta(l - x)$ относительно колебаний в начале линии. Например, фаза напряжения и тока в сечении с координатой $x = x_1$ отстает на угол $\psi_1 = \beta(l - x_1)$ (рис. 12.1, в),

а при меньшем значении $x = x_2 < x_1$ — на больший угол $\psi_2 = \beta(l - x_2)$ (рис. 12.1, в) от фазы напряжения и тока в начале линии, где $x = l$ (рис. 12.1, а).

3. Определим скорость распространения бегущих волн v в линии без потерь. Эта скорость согласно формуле (247) связана с коэффициентом фазы зависимостью $\beta = \omega/v$. Вместе с тем, по формуле

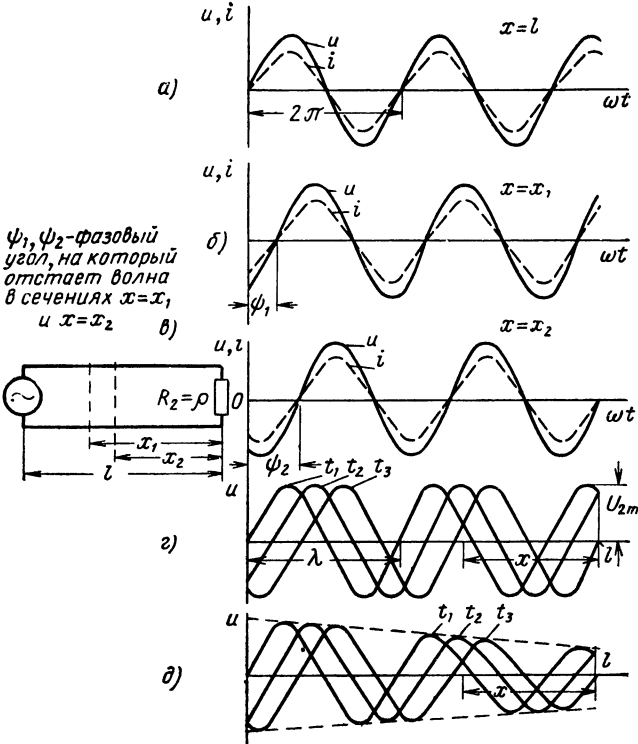


Рис. 12.1. Временные диаграммы бегущих волн напряжения и тока.

(260) коэффициент $\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}$. Следовательно, скорость распространения бегущей волны тем меньше, чем больше погонные индуктивность и емкость линии:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}. \quad (268)$$

Эта зависимость позволяет отнести скорость v к вторичным параметрам линии.

4. Амплитуда (но не мгновенное значение) бегущих волн во всех сечениях идеальной линии одинаковая (рис. 12.1, а, б, в, г). В реальной линии (рис. 12.1, д) имеются потери, поэтому по мере увеличения текущей координаты x , т. е. по мере приближения к гене-

ратору, амплитуда колебаний увеличивается. Количественно это учитывается множителем $e^{\alpha x}$, где α — коэффициент затухания, показывающий степень изменения амплитуды колебаний на каждую единицу длины линии, а αx — на весь отрезок линии длиной x . Если отсчет расстояния вести не от конца (x), а от начала линии ($l - x$), то конечную амплитуду U_{2m} нужно заменить начальной U_{1m} , а показатель степени взять с отрицательным знаком.

Выясним, почему экспонента $U_{2m} e^{\alpha x}$ или $U_{1m} e^{-\alpha(l-x)}$ выражает закон изменения амплитуды напряжения бегущей волны. Ведь это означает, что скорость затухания амплитуды прямо пропорциональна ее значению в данном сечении линии. Дело в том, что в начале линии амплитуда напряжения и тока наибольшая, поэтому мощность потерь на активном сопротивлении проводов и в утечке между проводами максимальная. По мере удаления от начала линии амплитуда колебаний уменьшается, потери мощности снижаются и затухание колебаний все более и более замедляется, следуя экспоненциальному закону. Аналогичный закон наблюдается, как известно, при свободных колебаниях в реальном контуре и переходных процессах в цепях RC и RL , но в длинной линии экспоненциальный закон относится к затуханию колебаний *по длине линии*, а в цепях с сосредоточенными постоянными — к затуханию колебаний *во времени*.

Итак, для реальной линии полученные уравнения принимают вид

$$\left. \begin{aligned} u_x &= U_{2m} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x), \\ i_x &= I_{2m} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x). \end{aligned} \right\} \quad (269)$$

Амплитуда напряжения в начале линии ($x = l$)

$$U'_{1m} = U_{2m} e^{\alpha l} = U_{2m} e^{\alpha l},$$

откуда

$$\frac{U'_{1m}}{U_{2m}} = e^{\alpha l}.$$

Взяв натуральный логарифм от обеих частей равенства, получим

$$\ln \frac{U'_{1m}}{U_{2m}} = \alpha l, \quad \text{а} \quad \alpha = \frac{\ln \frac{U'_{1m}}{U_{2m}}}{l}.$$

Как видно из полученного выражения, единицей измерения коэффициента затухания является непер, деленный на метр. Этот же коэффициент можно выразить в децибелах, деленных на метр, если учесть, что $1 \text{ nep} = 8,686 \text{ db}$.

Коэффициент затухания выражается формулой

$$\alpha = \frac{R_1}{2Z_B} + \frac{G_1 Z_B}{2},$$

где первое слагаемое обусловлено потерями в проводах линии, а второе — потерями за счет проводимости между проводами. Обычно

вторым слагаемым пренебрегают по сравнению с первым, и тогда

$$\alpha = \frac{R_1}{2Z_B} = \frac{R_1}{2} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}}. \quad (270)$$

Аналогичная зависимость наблюдается в колебательном контуре: чем больше сопротивление потерь и меньше волновое (характеристическое) сопротивление контура, тем больше затухание колебаний.

При вычислении активного сопротивления проводов линии необходимо иметь в виду увеличение этого сопротивления с ростом частоты. Один метр медного провода имеет активное сопротивление

$$R'_1 = \frac{0,72}{r \sqrt{\lambda}} = \frac{0,0416 \sqrt{f}}{r},$$

где r — радиус провода, мм;

λ — длина волны, м;

f — частота тока, Мгц.

5. Из выражения (267) видно, что напряжение и ток на любом участке линии совпадают по фазе (рис. 12.1, а, б, в). Следовательно, линия, работающая в режиме бегущих волн, представляет для генератора чисто активную нагрузку.

Входное сопротивление линии. Влияние линии на питающий ее источник удобно определить, исходя из понятия входного сопротивления линии. К входному сопротивлению линии легко перейти от другого понятия — *эквивалентного сопротивления линии*, которое для сечения линии с координатой x равно отношению напряжения \dot{U}_x к току \dot{I}_x :

$$Z_s = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x}.$$

Эквивалентное сопротивление линии между зажимами питающего ее генератора является входным сопротивлением линии. Следовательно, *если длину линии принимать за x* , то входное сопротивление линии равно

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x}.$$

Согласно системе уравнений (266) входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2},$$

но в данном случае сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению линии $\left(\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_B\right)$, поэтому

$$Z_{\text{вх}} = Z_B.$$

Отсюда вытекает определение физического смысла волнового сопротивления как сопротивления, которое линия оказывает бегущей волне тока.

Активный характер волнового сопротивления идеальной линии не означает, что это сопротивление поглощает мощность бегущей волны. В идеальной линии волновое сопротивление образовано реактивными сопротивлениями (индуктивным и емкостным), которые не способны поглощать энергию. Активный характер волнового сопротивления идеальной линии выражается в том, что на каждом элементарном участке из-за равенства энергий электрического и магнитного полей напряжение и ток бегущей волны совпадают по фазе. Полное поглощение энергии происходит лишь в резисторе R_2 , т. е. в обычном активном сопротивлении, включенном в конце линии.

Режим бегущих волн нарушается волнами, отраженными от нагрузки. В бесконечно длинной линии, очевидно, не наблюдается отражения волн от нагрузки; в ней всегда существуют бегущие волны. Следовательно, волновое сопротивление можно определить как входное сопротивление бесконечно длинной линии.

Заметим, что волновое сопротивление линии $Z_n = \sqrt{L_1/C_1}$ возрастает с увеличением погонной индуктивности и уменьшением погонной емкости, так как при этом на любом участке линии равенство энергий электрического и магнитного полей наступает при большем отношении напряжения к току ($\sqrt{L_1/C_1} = Z_n = \dot{U}_x/\dot{I}_x$).

После очевидных преобразований волновое сопротивление идеальной линии можно выразить через погонное сопротивление проводов $Z_1 = j\omega L_1$ и погонную проводимость между проводами $Y_1 = j\omega C_1$:

$$Z_n = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega C_1}} = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}}.$$

Эта формула справедлива и для реальной линии, если учесть комплексный характер Z_1 , Y_1 , а следовательно, и волнового сопротивления:

$$Z_n = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}}. \quad (271)$$

Комплексный характер волнового сопротивления указывает на то, что в реальной линии напряжение и ток не совпадают по фазе. Это понятно: в данном случае часть мощности бегущей волны в процессе ее распространения теряется, и потому не может быть полного равенства энергий электрического и магнитного полей, которое необходимо, чтобы в любом сечении линии эквивалентное сопротивление было активным. Строго говоря, не только волновое сопротивление, но и другие вторичные параметры (коэффициент фазы и скорость распространения бегущих волн), неодинаковы для идеальной и реальной линии, но это различие на радиочастотах настолько невелико, что им обычно пренебрегают. Например, если учесть, что

для радиочастот $R_1 \ll \omega L_1$ и $G_1 \ll \omega C_1$, можно пренебречь R_1 , G_1 и формуле (271) придать вид

$$Z_B = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}} \approx \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}},$$

т. е. волновое сопротивление реальной линии на высоких частотах практически активно и равно $\sqrt{L_1/C_1}$, как для идеальной линии. В дальнейшем все формулы для Z_B , β и v , выведенные для линии без потерь, полагаем справедливыми и для реальной линии.

75. Режим стоячих волн в линии, разомкнутой на конце

Стоячие волны получаются при полном отражении энергии падающей волны к генератору. Для этого линия должна быть идеальной и на конце либо разомкнута, либо замкнута накоротко, либо нагружена на реактивное сопротивление. В таких условиях ни линия, ни нагрузка не поглощают энергии.

Напряжения и токи. В конце разомкнутой линии не может быть тока, а следовательно, и магнитного поля. Вместе с тем, падающая волна, как и бегущая, содержит в равном количестве энергии электрического и магнитного полей. Все это означает, что в конце разомкнутой линии энергия магнитного поля падающей волны переходит в энергию электрического поля, напряжение в конце линии удваивается, в связи с чем возникает отраженная бегущая волна.

Тот же процесс можно объяснить так: из-за того что ток в конце линии падает до нуля, магнитное поле исчезает, при этом оно наводит в индуктивности крайнего элементарного участка э. д. с. самоиндукции, которая и вызывает обратную волну тока и напряжения.

Так как по закону Ленца э. д. с. самоиндукции препятствует уменьшению тока, то в конце линии фаза наводимой э. д. с. совпадает с фазой напряжения падающей волны. Иначе говоря, *от конца разомкнутой линии волна напряжения отражается без изменения фазы, а волна тока при отражении меняет фазу на обратную.*

Это согласуется с тем, что падающая и отраженная волны — бегущие. Для доказательства рассмотрим крайний участок длиной $\lambda/4$ разомкнутой линии (рис. 12.2). Пусть в данный момент времени на всем участке положительные заряды падающей волны сосредоточены в верхнем проводе, а отрицательные — в нижнем (рис. 12.2, а). Так как в этой волне все заряды движутся от генератора, то ток i идет в верхнем проводе слева направо, а в нижнем — наоборот. Ток, очевидно, совпадает по фазе с напряжением u падающей волны.

Исследуя отраженную волну (рис. 12.2, б), исходим из того, что фаза напряжения этой волны в конце линии такая же, как падающей, но, так как теперь заряды движутся от конца линии к генератору, ток i идет в обратном направлении. Значит, волна тока отразилась с обратной фазой, и, вместе с тем, ток и напряжение отраженной волны синфазны. Итак, в конце разомкнутой линии напряжение результирующей (стоячей) волны всегда в два раза больше, чем напряжение падающей волны, а ток равен нулю.

Выведем уравнения стоячих волн в разомкнутой линии.

Допустим, что падающая волна напряжения u_2 имеет на конце линии амплитуду U'_{2m} и фазу ωt , т. е. $u'_2 = U'_{2m} \sin \omega t$. Тогда мгновенные значения напряжения и тока падающей волны на расстоянии x от нагрузки определяются согласно уравнениям (267) как

$$u'_x = U'_{2m} \sin(\omega t + \beta x),$$

$$i'_x = I'_{2m} \sin(\omega t + \beta x) = \frac{U'_{2m}}{Z_B} \sin(\omega t + \beta x),$$

где $I'_{2m} = U'_{2m}/Z_B$ — амплитуда падающей волны тока.

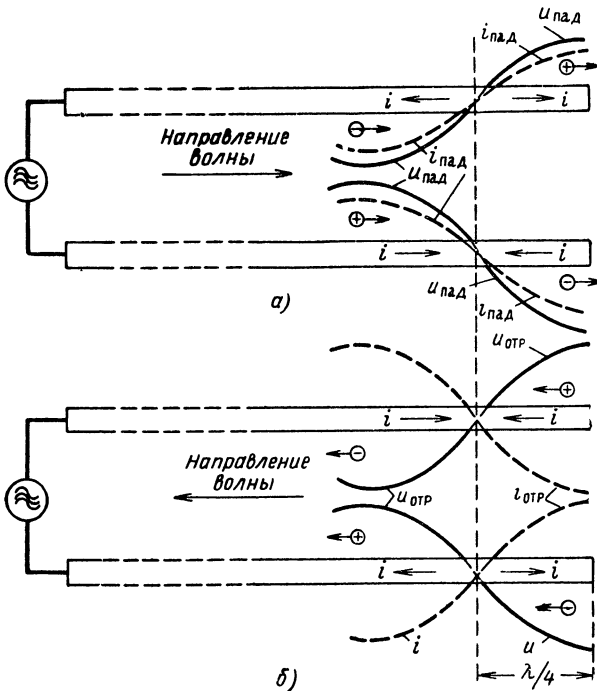


Рис. 12.2. Падающая (а) и отраженная (б) бегущие волны напряжения и тока.

Имея в виду, что от разомкнутых концов линии волна напряжения отражается с тем же знаком, а волна тока — с обратным и что в сечении x их фаза отстает относительно конца линии на βx , записываем мгновенные значения напряжения и тока отраженной волны в виде

$$u''_x = U'_{2m} \sin(\omega t - \beta x),$$

$$i''_x = -\frac{U'_{2m}}{Z_B} \sin(\omega t - \beta x).$$

Результирующие напряжение u_x и ток i_x в сечении линии с координатой x определяются суммой мгновенных значений напряжений и токов падающей и отраженной волн:

$$u_x = u'_x + u''_x = U'_{2m} [\sin(\omega t + \beta x) + \sin(\omega t - \beta x)] = \\ = 2U'_{2m} \sin \omega t \cdot \cos \beta x,$$

$$i_x = i'_x + i''_x = \frac{U'_{2m}}{Z_B} [\sin(\omega t + \beta x) - \sin(\omega t - \beta x)] = \\ = 2 \frac{U'_{2m}}{Z_B} \sin \beta x \cos \omega t = 2 \frac{U'_{2m}}{Z_B} \sin \beta x \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Поскольку в результате отражения амплитуда напряжения в конце линии удваивается, то $2U'_{2m}$ и является амплитудой результирующего напряжения U_{2m} , а

$$\left. \begin{aligned} u_x &= [U_{2m} \cos \beta x] \sin \omega t, \\ i_x &= \left[\frac{U_{2m}}{Z_B} \sin \beta x \right] \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (272)$$

Такой же результат получается из уравнений (256), которые в случае разомкнутой линии ($I_2 = 0$) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} U_x &= U_2 \cos \beta x, \\ I_x &= j \frac{U_2}{Z_B} \sin \beta x. \end{aligned} \right\} \quad (273)$$

Так как

$$U_2 = U_{2m} e^{j\omega t}, \quad \text{а} \quad j = e^{j\frac{\pi}{2}},$$

в чем можно убедиться из соотношения

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = j,$$

то

$$\begin{aligned} U_x &= U_{2m} e^{j\omega t} \cos \beta x, \\ I_x &= \frac{U_{2m}}{Z_B} e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \sin \beta x. \end{aligned}$$

Отсюда получаем выражения (272) для мгновенных значений напряжения и тока в разомкнутой линии.

Свойства стоячих волн в разомкнутой линии. Уравнения стоячих волн иллюстрируются рис. 12.3, на котором показаны изменения напряжения и тока вдоль разомкнутой линии для моментов времени $t = t_0, t_1, t_2, \dots, t_{12}$, охватывающих один период колеба-

ний через интервалы ωt в 30° . Из этих уравнений и графиков следуют выводы:

1. В каждом сечении линии имеют место синусоидальные изменения напряжения и тока во времени. На это указывают множи-

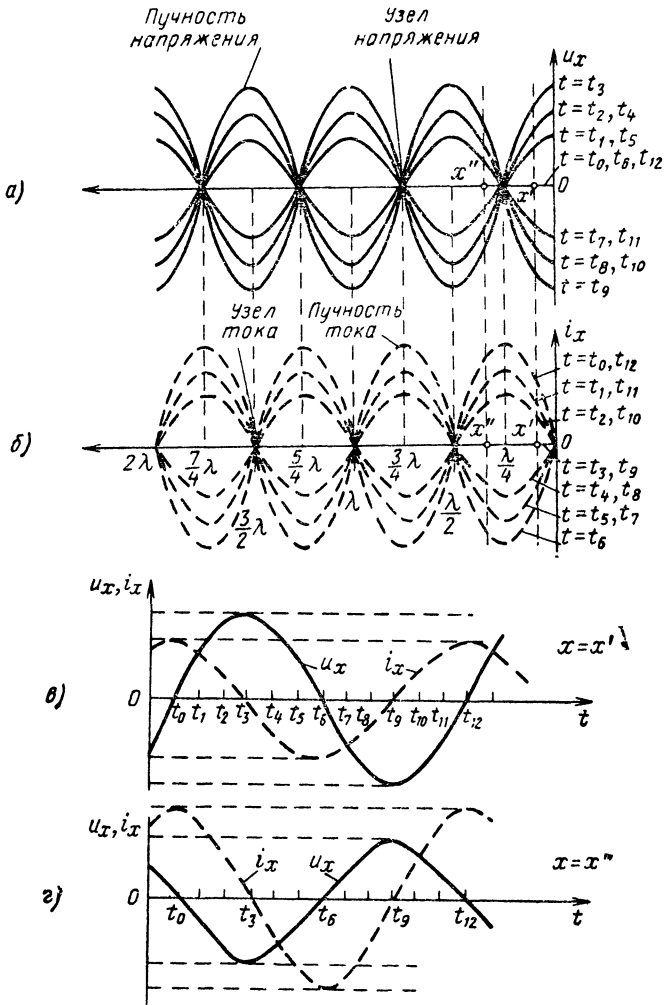


Рис. 12.3. Диаграммы, иллюстрирующие стоячие волны напряжения и тока в разомкнутой линии.

тели $\sin \omega t$ и $\sin(\omega t + \dots)$ в уравнениях (272). Это же видно из графиков. Например, на рис. 12.3, а показано, что напряжение u_x последовательно изменяется от нуля (t_0) до максимума (t_3), уменьшается до нуля (t_6), достигает максимума с другим знаком (t_9) и вновь становится равным нулю (t_{12}). Наконец, к выводу о синусоид-

дальном характере изменений во времени напряжения и тока можно было прийти, исходя из того, что стоячие волны получаются в результате сложения двух бегущих волн, каждая из которых передает синусоидальные колебания одной и той же частоты. В таких случаях результирующее колебание всегда синусоидальное.

2. Имея в виду, что амплитудой синусоидальных колебаний является коэффициент при $\sin(\omega t + \dots)$, выделяем из (272) амплитуды напряжения U_{xm} и тока I_{xm} :

$$U_{xm} = U_{2m} \cos \beta x, \quad I_{xm} = \frac{U_{2m}}{Z_B} \sin \beta x. \quad (274)$$

Это новый, по сравнению с бегущими волнами, закон изменения амплитуды. При бегущих волнах в линии без потерь амплитуда на-

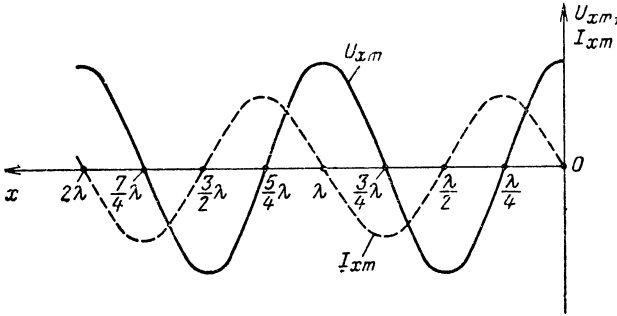


Рис. 12.4. График, иллюстрирующий изменения амплитудных значений напряжения и тока по длине разомкнутой линии

пряжения (тока) вообще от x не зависит, т. е. во всех сечениях она одинакова, а в реальной линии амплитуда бегущей волны монотонно уменьшается от начала линии к ее концу. В данном же случае закон изменения амплитуды периодический (рис. 12.4): это косинус для U_{xm} и синус для I_{xm} от угла $\beta x = \frac{2\pi x}{\lambda}$, который однозначно определяется отношением x/λ .

Пусть расстояние от конца разомкнутой линии x кратно половине длины волны, т. е. $x = 0, \lambda/2, \lambda, \dots$, тогда угол $\beta x = \frac{2\pi}{\lambda} x = 0; \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi; 2\pi; 3\pi; \dots$, функция $\cos \beta x = \pm 1$ и $\sin \beta x = 0$. При этом амплитуда напряжения максимальная $U_{xm} = U_{2m} \cos \beta x = U_{2m}$, а амплитуда тока равна нулю $I_{xm} = \frac{U_{2m}}{Z_B} \sin \beta x = 0$. Такие сечения называются *пучностями напряжения и узлами тока*. Если же координата x кратна нечетному числу $\frac{\lambda}{4}$, т. е. $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \dots$, то угол $\beta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi; \frac{5}{2}\pi, \dots$, а $\cos \beta x = 0$ и $\sin \beta x = \pm 1$. В этих сечениях всегда

наблюдаются узлы напряжения ($U_{xm} = 0$) и пучности тока ($I_{xm} = I_{pm} = U_{2m}/Z_B$).

Как видно из рис. 12.3, с течением времени t узлы и пучности не смещаются вдоль линии, их можно сместить, только изменяя длину волны. Отсюда и происходит название «стоячие волны» (узлы и пучности «стоят» на месте).

Каким же образом две бегущие волны (падающая и отраженная) с постоянными и равными амплитудами создают стоячую волну с изменяющейся по закону $\cos \beta x$ или $\sin \beta x$ амплитудой? Причина заключается в том, что в разных сечениях линии сдвиг по фазе между падающей и отраженной волнами различный. В тех сечениях, где сдвиг равен $0, 2\pi, 4\pi, \dots$, образуется пучность, а в тех, где сдвиг равен $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ — узел стоячей волны.

Например, за время движения волны от сечения $x = \lambda/4$ до конца разомкнутой линии фаза напряжения отстает на $\pi/2$, при отражении она не изменяется, а при обратном движении волны к исходному сечению фаза дополнительно отстает на $\pi/2$. В результате на расстоянии $x = \lambda/4$ отраженная волна напряжения, встречаясь с падающей, находится в противофазе с ней; следовательно, здесь образуется узел напряжения. Здесь же находится пучность тока стоячей волны, так как при отражении от конца линии ток изменяет фазу на обратную и за счет этого, а также за счет разности пройденного пути на $2x = \lambda/2$, отраженная волна тока встречает падающую с одинаковой фазой.

3. Из системы уравнений (274) отношение амплитуды напряжения в его пучности U_{pm} к амплитуде тока в его пучности I_{pm} равно волновому сопротивлению линии:

$$\frac{U_{pm}}{I_{pm}} = \frac{U_{2m}}{U_{2m}/Z_B} = Z_B.$$

4. Фаза напряжения во всех сечениях линии одинакова. Об этом говорит отсутствие координаты x в множителе $\sin \omega t$ уравнения (272). Синфазность напряжения означает, что во всей линии напряжение, например, или равно нулю, или достигает максимума в один и тот же момент времени, но эти максимумы для разных сечений различны, поскольку амплитуда колебаний вдоль линии изменяется. То же самое можно сказать и о токе. Согласно рис. 12.3,б в любом сечении линии ток равен нулю в моменты времени $t = t_8, t_9$, достигает максимума одного знака при $t = t_0, t_{12}$ и другого знака при $t = t_6$.

5. В любой точке линии между напряжением и током существует сдвиг по фазе на 90° [см. множители $\sin \omega t$ и $\sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ в уравнениях (272).] Например, когда во всей линии напряжение максимально, ток равен нулю ($t = t_8, t_9$), и наоборот ($t = t_0, t_6, t_{12}$).

Перечисленные свойства стоячих волн показывают, что эти волны существенно отличаются от бегущих. И в тех и в других мгновенные значения напряжения (тока) изменяются по длине идеальной

линии. но в бегущей волне это происходит из-за изменения фазы, а в стоячей — из-за изменения амплитуды. В бегущих волнах напряжение и ток совпадают по фазе, а в стоячих их фазы сдвинуты на 90° . Кроме того, в стоячих волнах имеет место пространственный сдвиг между напряжением и током на $\lambda/4$, чего нет в бегущих волнах. Напомним: пространственный сдвиг означает, что в сечениях линии с пучностями напряжения имеют место узлы тока, а на расстоянии $\lambda/4$ от этих сечений находятся пучности тока при узлах напряжения.

Входное сопротивление разомкнутой линии. В соответствии с уравнениями (273) входное сопротивление разомкнутой линии без потерь равно

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x} = \frac{\dot{U}_2 \cos \beta x}{j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x} = -j Z_B \operatorname{ctg} \beta x. \quad (275)$$

Это сопротивление реактивное ($X_{\text{вх}}$), на что указывает множитель j , т. е.

$$Z_{\text{вх}} = j X_{\text{вх}}, \quad \text{где } X_{\text{вх}} = -Z_B \operatorname{ctg} \beta x.$$

Реактивный характер разомкнутой линии как нагрузки для генератора согласуется с тем, что при стоячих волнах между напряжением и током существует сдвиг по фазе на угол 90° и что средняя мощность, отдаваемая генератором в идеальную разомкнутую линию, равна нулю. Только при наличии потерь в линии могла бы появиться активная составляющая во входном сопротивлении.

Изменение длины линии x на $\lambda/4$ вызывает приращение угла βx на $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$, в связи с чем знак $\operatorname{ctg} \beta x$ становится обратным и входное сопротивление согласно (275) и рис. 12.5 переходит от емкостного (отрицательного) к индуктивному (положительному) и наоборот. В качестве примера на рисунке отмечены два сечения линии: x' и $x'' = x' + \lambda/4$, в которых сопротивления $X_{\text{вх}}$ противоположны по знаку.

Если длина линии кратна $\lambda/4$, т. е. $x = k\lambda/4$, где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, то угол $\beta x = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{k\lambda}{4} = k\frac{\pi}{2}$, а $\operatorname{ctg} \beta x = 0, \pm\infty$ и $X_{\text{вх}} = \mp\infty, 0$. Точнее, входное сопротивление $X_{\text{вх}} = 0$ при длине линии x , равной нечетному числу $\lambda/4$, а при длине x , кратной $\lambda/2$, сопротивление $X_{\text{вх}} \rightarrow \infty$. Это объясняется наличием стоячих волн напряжения и тока в линии. Например, разомкнутая линия длиной $x = \lambda/4$ представляет для генератора короткое замыкание ($Z_{\text{вх}} = 0$), потому что у зажимов генератора за счет сложения падающей и отраженной волн получаются пучность тока и узел напряжения ($\dot{U}_x = 0$), а это равнозначно короткому замыканию. Наоборот, в начале линии длиной $x = \lambda/2$ наблюдаются пучность напряжения и узел тока ($\dot{I}_x = 0$), и потому входное сопротивление линии $Z_{\text{вх}} \rightarrow \infty$.

Разомкнутую линию, длина которой кратна $\lambda/4$, будем называть *резонансной*, имея в виду, что входное сопротивление

этой линии такое же, как у идеального последовательного ($Z_{вх} = r = 0$) или параллельного ($Z_{вх} = \rho^2/r = r^2/0 \rightarrow \infty$) контура при резонансе.

Аналогия между разомкнутой линией и колебательным контуром распространяется и на случай длины линии x , не кратной $\lambda/4$.

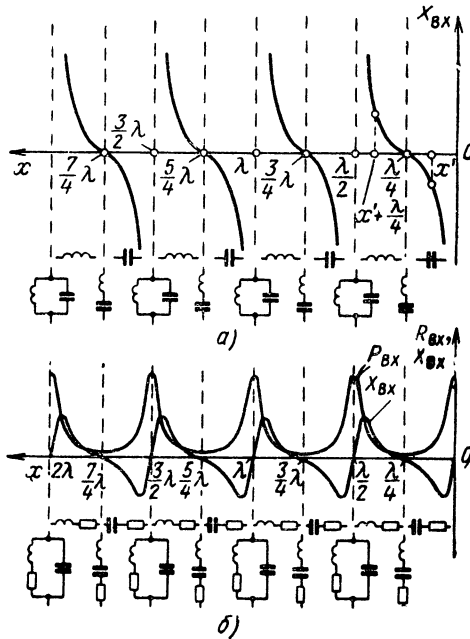


Рис. 12.5. Графики, иллюстрирующие изменение входного сопротивления разомкнутой линии без потерь (а) и с потерями (б) по ее длине.

Возьмем в качестве исходной величину $x = \lambda/4$, когда линия эквивалентна последовательному контуру при резонансе:

$$\beta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}, \quad X_{вх} = -Z_{в} \operatorname{ctg} \beta x = 0.$$

Теперь уменьшим угол βx . Это можно сделать путем уменьшения x или β , причем для уменьшения коэффициента фазы $\beta = 2\pi/\lambda$ нужно увеличить длину волны λ , т. е. произвести отрицательную расстройку. Результат получается таким же, как при увеличении длины волны колебаний в эквивалентном последовательном контуре ($\lambda > \lambda_0$ или $f < f_0$): входное сопротивление $X_{вх}$ становится емкостным. Аналогично доказывается, что увеличение угла βx относительно $\pi/2$ равнозначно удлинению линии ($x > \lambda/4$) или уменьшению длины волны λ (по сравнению с $4x$). В резуль-

тате входное сопротивление становится индуктивным, как в последовательном контуре при положительной расстройке ($f \gtrsim f_0$ или $\lambda < \lambda_0$).

Можно убедиться в справедливости аналогии между идеальной разомкнутой линией и идеальным контуром в области, близкой к параллельному резонансу, т. е. когда длина x несколько отличается от $\lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, \dots$

Очевидно, что напряжения и токи должны соответствовать входному сопротивлению разомкнутой линии не только при ее резонансной, но и при нерезонансной длине. Пусть $x < \lambda/4$ (см. рис. 12.3, а, б). Тогда за время $t = t_0 \div t_3$ напряжение u_x еще только растет от нуля до положительного максимума, а ток i_x уже уменьшается от своего положительного максимума до нуля. Этим опережением по фазе i_x относительно u_x на 90° подтверждается, что при $x < \lambda/4$ сопротивление $X_{вх} < 0$ (емкостное). Если, скажем, $\lambda/4 < x < \lambda/2$, то за то же время $t = t_0 \div t_3$ ток i_x еще только понижается от максимума до нуля, а напряжение u_x , уже пройдя нулевое значение, понижается до своего отрицательного максимума; в данном случае i_x отстает по фазе от u_x на 90° и, как было показано, $X_{вх} > 0$. Это иллюстрируется также временными диаграммами для двух сечений линии: $x = x' < \lambda/4$ (рис. 12.3, в) и $x = x'' > \lambda/4$ (рис. 12.3, г).

Итак, если на входе разомкнутой линии без потерь наблюдаются пучности и узлы напряжения и тока ($x = k\lambda/4$), то генератор, питающий линию, испытывает такую же нагрузку, как от идеального последовательного ($x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$) или идеального параллельного ($x = \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, \dots$) контура при резонансе; если же длина x не кратна $\lambda/4$, то линия эквивалентна соответствующему колебательному контуру при его расстройке.

На рис. 12.5,а показаны элементы с сосредоточенными параметрами, которые эквивалентны по входному сопротивлению отрезку линии соответствующей длины.

Энергетические соотношения. Через резонансные сечения линии мощность не проходит, поскольку в этих сечениях имеется либо узел напряжения, либо узел тока. Отсюда следует, что на любом резонансном отрезке линии без потерь энергетические процессы происходят без участия генератора.

Возьмем отрезок идеальной разомкнутой линии минимальной резонансной длины $l = \lambda/4$ (рис. 12.6, а) и выделим на расстоянии x от его конца элементарный участок dx . Индуктивность и емкость участка соответственно равны $L_1 dx$ и $C_1 dx$. Вместе с тем, действующие и амплитудные значения напряжения U_x, U_{xm} и тока I_x, I_{xm} в сечении x и в пучностях $U_{п}, U_{пm}, I_{п}, I_{пm}$ связаны зависимостями:

$$U_x = \frac{U_{xm}}{\sqrt{2}} = \frac{U_{пm} \cos \beta x}{\sqrt{2}} = U_{п} \cos \beta x,$$

$$I_x = \frac{I_{xm}}{\sqrt{2}} = \frac{I_{пm} \sin \beta x}{\sqrt{2}} = \frac{U_{пm} \sin \beta x}{\sqrt{2} Z_{\phi}} = U_{п} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \sin \beta x.$$

Отсюда находим среднее значение энергии электрического и магнитного полей на участке dx :

$$dW_{\text{cp}} = \frac{(L_1 dx) I_x^2}{2} + \frac{(C_1 dx) U_x^2}{2} = \left(\frac{L_1 U_n^2 C_1}{2L_1} \sin^2 \beta x + \frac{C_1 U_n^2}{2} \cos^2 \beta x \right) dx = \frac{C_1 U_n^2}{2} dx.$$

В полученном выражении отсутствует координата x . Значит, на любых участках равной длины сумма средних энергий электрического и магнитного полей одинаковая. Только в конце линии,

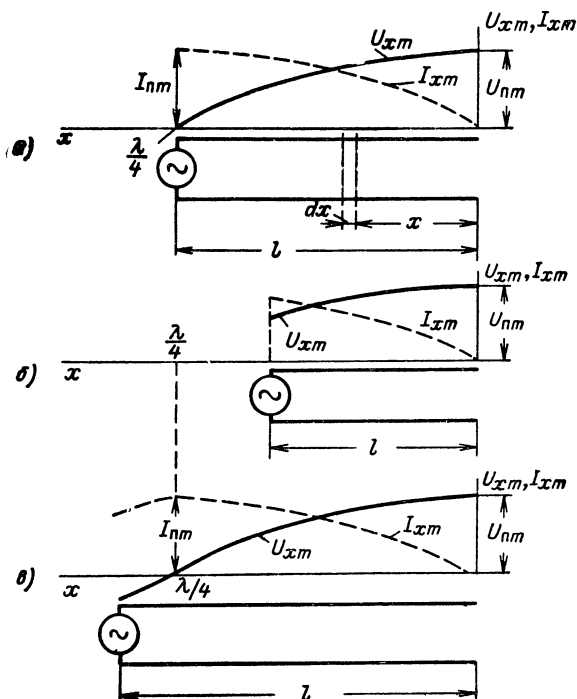


Рис. 12.6. Диаграммы, характеризующие изменения амплитудных значений напряжения и тока вдоль линии, разомкнутой на конце, при длине ее:

а) $l = \lambda/4$; б) $l < \lambda/4$, в) $l > \lambda/4$.

где находятся пучность напряжения и узел тока, вся энергия dW_{cp} принадлежит электрическому полю, а по мере приближения к началу линии, где наблюдаются узел напряжения и пучность тока, энергия электрического поля уменьшается до нуля, энергия же магнитного поля возрастает в равной мере до максимума.

Это не значит, что мгновенные значения энергии полей на всех участках равной длины dx одинаковые. В стоячих волнах между напряжениями электрического и магнитного полей, как и между напряжением и током, имеется сдвиг по фазе на 90° . Когда одно из полей максимально, другое отсутствует, а через четверть периода первое поле равно нулю, а второе максимально. Следовательно, *стоячие волны в идеальной линии резонансной длины существуют в результате полного обмена энергией между электрическим и магнитным полями в пределах четвертьволнового отрезка*. Аналогичный процесс происходит при резонансе в идеальном колебательном контуре.

Переходя к линии длиной $l < \lambda/4$ (рис. 12.6, б), замечаем, что эта линия сокращена по сравнению с $l = \lambda/4$ за счет отрезка, на котором была пучность тока и преобладало магнитное поле. Значит, при $l < \lambda/4$ имеется избыток энергии электрического поля, который появляется в линии при участии генератора, точнее, в результате последовательного (через каждые четверть периода) перехода энергии от генератора к линии и обратно. Это признак емкостной нагрузки $X_{вх} = 1/\omega C_3$, где C_3 — эквивалентная емкость линии.

В случае $l > \lambda/4$ (рис. 12.6, в) участок линии длиной $\lambda/4$ (считая от разомкнутых концов ее) ведет себя, как при резонансе, т. е. в нем полностью преобразуется электрическое поле в магнитное и обратно без участия генератора. В остальной части линии размещается пучность тока, но нет пучности напряжения. Здесь преобладает магнитное поле, энергия которого переходит от генератора в линию и обратно через каждую четверть периода. Такая линия, как известно, эквивалентна индуктивности $L_{э\text{кв}} = X_{вх}/\omega$.

Теперь внесем поправки, *учитывая влияние потерь в линии*. Это влияние сказывается в появлении дополнительной бегущей волны, которая за счет энергии генератора компенсирует потери в линии. Теперь узлы в резонансных сечениях исчезают, во входном сопротивлении наряду с реактивной составляющей появляется активная составляющая $R_{вх}$ и несколько изменяется характер зависимости $X_{вх}$ от длины линии (рис. 12.5, б). Закон изменения сопротивлений $R_{вх}$, $X_{вх}$ можно легко понять, если учесть, что любая линия в зависимости от своей длины эквивалентна последовательному или параллельному контуру при резонансе или расстройке, но для идеальной линии эквивалентный контур был идеальным, а для реальной линии — реальным с входным сопротивлением, имеющим активную и реактивную составляющие.

Реактивная составляющая входного сопротивления линии резонансной длины ($x = \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{2}, \frac{3}{4}\lambda, \lambda \dots$), как в любой колебательной цепи при резонансе, равна нулю. Поэтому при длине реальной линии, равной $x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3}{2}\lambda \dots$, реактивное входное сопротивление изменяет свой знак, проходя через нулевое зна-

чение, а не через бесконечно большое, как в линии без потерь. Активная составляющая входного сопротивления реальной линии всегда положительна и имеет минимальную величину, когда линия эквивалентна последовательному контуру при резонансе ($x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \dots$), и максимальную величину, когда линия эквивалентна параллельному контуру при резонансе ($x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, \dots$).

76. Стоячие волны в короткозамкнутой линии

Напряжения и токи в линии. В короткозамкнутой линии сопротивление нагрузки $Z_2 = 0$ и соответственно напряжение на ней $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 = 0$. При этом условия уравнения для напряжения и тока (256) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= j\dot{I}_2 Z_B \sin \beta x, \\ \dot{I}_x &= \dot{I}_2 \cos \beta x. \end{aligned} \right\} \quad (276)$$

Имея в виду, что $j = e^{i\frac{\pi}{2}}$, а $\dot{I}_2 = I_{2m} e^{j\omega t}$, получаем

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= [I_{2m} Z_B \sin \beta x] e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}, \\ \dot{I}_x &= [I_{2m} \cos \beta x] e^{j\omega t}, \end{aligned}$$

откуда мгновенные значения напряжения и тока соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} u_x &= [I_{2m} Z_B \sin \beta x] \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{xm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \\ i_x &= [I_{2m} \cos \beta x] \sin \omega t = I_{xm} \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (277)$$

Это уравнения стоячих волн, где U_{xm} и I_{xm} — амплитуды напряжения и тока. Можно вывести уравнения (277), рассматривая полученные стоячие волны как сумму двух бегущих волн, падающей и отраженной, с одинаковыми амплитудой и частотой. При выводе уравнений следует иметь в виду, что волна напряжения отражается от короткозамкнутого конца с обратной фазой, а волна тока — без изменения фазы. Первое объясняется тем, что результирующее напряжение на данном сопротивлении нагрузки ($Z_2 = 0$) всегда должно быть равно нулю, а второе вызвано тем, что, когда это напряжение уменьшается до нуля, электрическое поле в конце линии полностью преобразуется в магнитное (в рассматриваемой цепи нет активных сопротивлений). Удвоение

энергии магнитного поля возможно только при удвоении тока, которое происходит за счет появления отраженной волны тока с такой же фазой в конце линии, что и падающая волна.

Итак, на нагрузке короткозамкнутой линии располагаются узел напряжения ($U_{2m} = 0$) и пучность тока с амплитудой $I_{2m} = I_{пм}$, в два раза большей, чем в падающей волне. Соответственно кривые распределения амплитудных значений напряжения U_{xm} и тока I_{xm} смещены в короткозамкнутой линии на $\lambda/4$ относительно одноименных кривых для разомкнутой линии (ср. рис. 12.7 и 12.5).

Энергетическая сущность возникновения стоячих волн в короткозамкнутой линии та же, что и в разомкнутой: в них нет нагрузки, способной поглощать падающую волну, и вся энергия

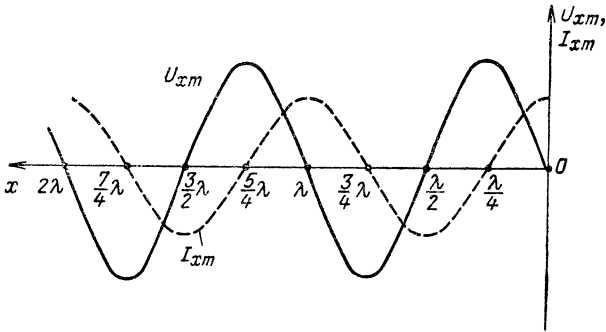


Рис. 12.7. График изменений амплитудных значений напряжения и тока по длине линии, замкнутой коротко на конце.

этой волны отражается к генератору, в результате чего образуются стоячие волны. Разница заключается только в том, что в случае разомкнутой линии мощность в нагрузке равна нулю ($P_2 = U_2 I_2 = 0$) за счет $I_2 = 0$, а в случае короткозамкнутой — за счет $U_2 = 0$.

Входное сопротивление короткозамкнутой линии. Принимая за x длину линии, определяем входное сопротивление согласно выражениям (276):

$$Z_{вх} = \frac{\dot{U}_x}{I_x} = j \frac{I_2 Z_E \sin \beta x}{I_2 \cos \beta x} = j Z_E \operatorname{tg} \beta x. \quad (278)$$

Наличие стоячих волн и присущего им сдвига по фазе между напряжением и током на 90° определило реактивный характер входного сопротивления короткозамкнутой линии:

$$Z_{вх} = j X_{вх},$$

где

$$X_{вх} = Z_E \operatorname{tg} \beta x.$$

На рис. 12.8, *а* показана зависимость сопротивления $X_{вх}$ от длины линии без потерь x , выраженной через длину волны λ ; рис. 12.8, *б* отображает изменение активной $R_{вх}$ и реактивной $X_{вх}$ составляющих входного сопротивления линии с учетом потерь. Переход от идеальной линии к реальной сделан по аналогии с разомкнутой линией.

В случае идеальной линии, длина которой равна нечетному числу $\lambda/4$, на входе ее получают пучность напряжения и узел

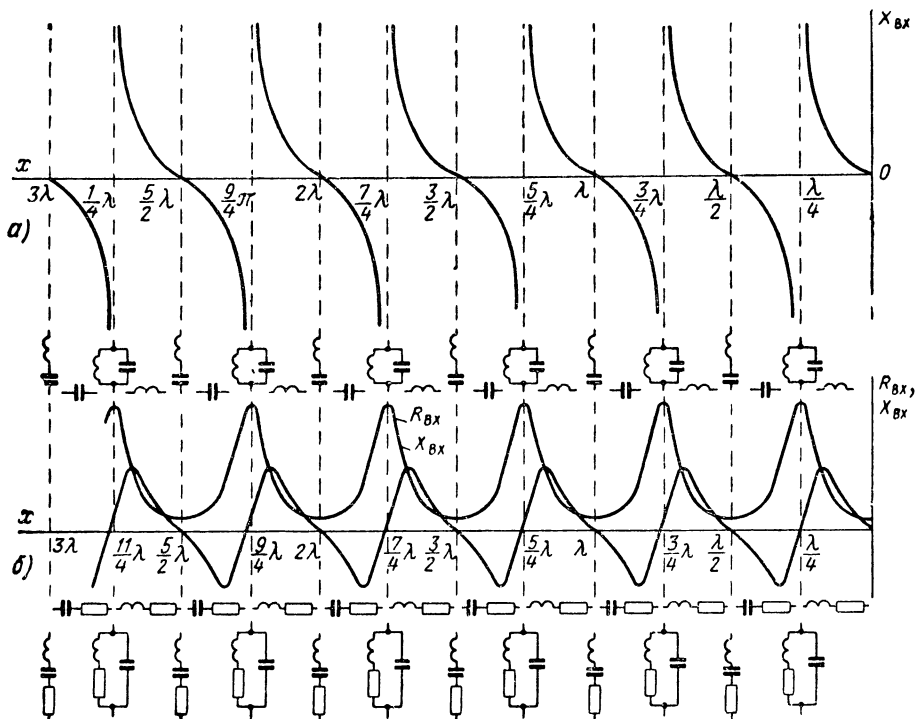


Рис. 12.8. Графики изменений входного сопротивления вдоль линии, замкнутой накоротко на конце, без потерь (*а*) и с потерями (*б*).

тока ($I_x = 0$), и потому входное сопротивление стремится к бесконечности. При длине идеальной линии, равной четному числу $\lambda/4$, на входе ее, как и на конце, наблюдаются пучность тока и узел напряжения, поэтому входное сопротивление равно нулю.

Энергетическая сущность входного сопротивления короткозамкнутой линии объясняется так же, как для разомкнутой линии. Если длина идеальной линии кратна $\lambda/4$, то на каждом четверть-волновом отрезке энергия электрического поля полностью преобразуется в энергию магнитного поля, а затем обратно. Генератор в этом процессе не участвует, доказательством чего служит наличие на его зажимах узла напряжения или тока. Узел напряжения

получается при длине короткозамкнутой линии, равной четному числу $\lambda/4$, что соответствует $Z_{вх} = 0$ и резонансу напряжений, а узел тока — нечетному числу $\lambda/4$ и резонансу токов ($Z_{вх} = \infty$). При нерезонансной длине линии в ней нет полного преобразования одного вида реактивной энергии в другую. Например, если $x < \lambda/4$, то в линии сохраняется пучность тока, но нет пучности напряжения. Следовательно, энергия магнитного поля не может полностью возникнуть из энергии электрического поля или полностью пре-

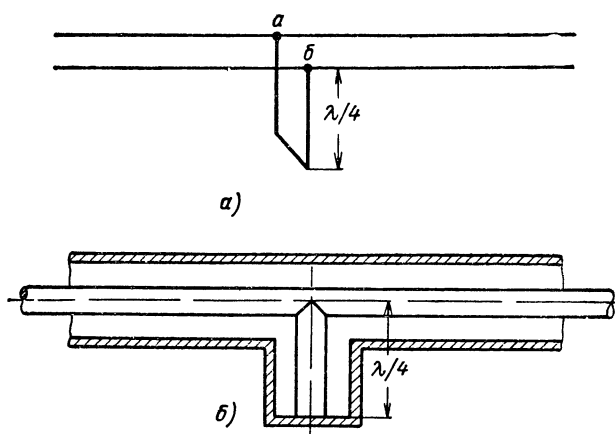


Рис. 12.9 Металлический изолятор открытой (а) и коаксиальной (б) линии.

образоваться в нее. «Избыток» энергии магнитного поля возникает при участии генератора, для которого линия уже представляет индуктивную нагрузку ($X_{вх} > 0$).

В реальной линии кроме основной стоячей волны имеется некоторая бегущая волна, которая компенсирует потери энергии в линии. Эта бегущая волна и определяет наличие активной составляющей во входном сопротивлении линии.

Примером практического использования короткозамкнутых отрезков может служить металлический изолятор, который с большим эффектом используется как в открытых двухпроводных (рис. 12.9, а), так и в коаксиальных (рис. 12.9, б) линиях. Этот «изолятор» представляет собой четвертьволновый короткозамкнутый отрезок, на свободные концы которого опирается основная линия. Возникающие в отрезке стоячие волны имеют в точках а — б пучность напряжения и узел тока, а это равнозначно очень большому сопротивлению между ними. В итоге энергия из основной линии почти не ответвляется в короткозамкнутый отрезок, и, вместе с тем, этот отрезок служит очень прочной механической опорой для главной линии.

77. Стоячие волны в линии, замкнутой на реактивное сопротивление

В такой линии, если она идеальная, возможны только стоячие волны, поскольку мощность не может теряться ни в идеальной линии, ни в реактивной нагрузке. Последняя полностью отражает падающие на нее волны, в результате чего и образуются стоячие волны.

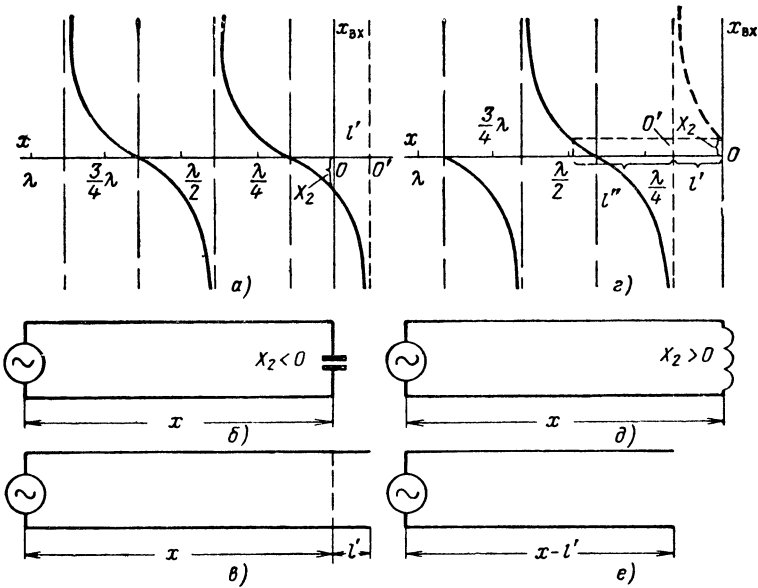


Рис. 12.10. Диаграммы, иллюстрирующие переход от линии, замкнутой на реактивное сопротивление, к линии, разомкнутой или замкнутой накоротко на конце.

Сходство режимов позволяет при выводе уравнений напряжения, тока и входного сопротивления линии с реактивной нагрузкой исходить из известных соотношений для разомкнутой или короткозамкнутой линии без потерь. Например, можно построить один график изменения входного сопротивления, который был бы пригоден и для разомкнутой линии и для замкнутой на реактивное сопротивление ($X_2 < 0$ на рис. 12.10, а и $X_2 > 0$ на рис. 12.10, з), если условиться совершать переход от первой ко второй линии путем смещения начала координат из одной точки ($0'$) в другую (0).

Как известно, с увеличением длины идеальной разомкнутой линии от нуля до $\lambda/4$ ее входное сопротивление $X_{вх}$ изменяется от $-\infty$ до 0 . Следовательно, всегда можно подобрать отрезок разомкнутой линии такой длины l' , чтобы ее входное сопротивление

ние было равно сопротивлению нагрузки X_2 , т. е. удовлетворялось равенство

$$X_2 = -Z_B \operatorname{ctg} \beta l',$$

откуда

$$l' = \frac{1}{\beta} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \left(-\frac{X_2}{Z_B} \right), \quad (279)$$

Теперь достаточно заменить линию длиной x , которая нагружена емкостным сопротивлением X_2 (рис. 12.10, б), разомкнутой линией длиной $x + l'$ (рис. 12.10, в), чтобы в исходной линии

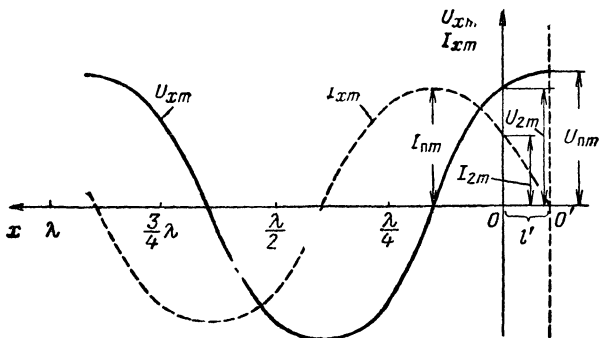


Рис. 12.11. Графики изменений амплитудных значений напряжения и тока по линии без потерь, замкнутой на реактивное сопротивление

напряжение, ток и входное сопротивление остались без изменения. На этом основании входное сопротивление исследуемой линии равно

$$Z_{вх} = -jZ_B \operatorname{ctg}(x + l'). \quad (280)$$

В случае индуктивной нагрузки ($X_2 > 0$) переход к эквивалентной разомкнутой линии можно совершить либо укорочением исходной линии на отрезок $l' < \lambda/4$ (рис. 12.10, з, д, е), либо удлинением ее на отрезок $l' > \lambda/4$. Будем придерживаться первого варианта. Тогда формула (280) остается справедливой и для $X_2 > 0$; при этом размер $l' < 0$, а при $X_2 < 0$ было $l' > 0$.

На рис. 12.11 показаны кривые изменения амплитудных значений напряжения U_{xm} и тока I_{xm} по длине x линии, нагруженной реактивным сопротивлением (начало координат в точке 0), и эквивалентной разомкнутой линии (начало координат в $0'$). На конце разомкнутой линии имеются пучность напряжения с амплитудой (U_{nm}) и узел тока ($I_{xm} = 0$), а на конце первой линии амплитуда напряжения U_{2m} меньше, чем в пучности, и амплитуда тока $I_{2m} > 0$. Соотношение между их комплексными величинами на-

ходим, основываясь на том, что в соответствующей разомкнутой линии напряжение \dot{U}_x изменяется по закону $\cos [\beta(x + l')]$, а ток \dot{I}_x — по закону $\sin [\beta(x + l')]$:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_{nm} \cos [\beta(x + l')], \\ \dot{I}_x &= j \frac{\dot{U}_{nm}}{Z_B} \sin [\beta(x + l')]. \end{aligned} \right\} \quad (281)$$

В конце линии ($x = 0$), замкнутой на реактивное сопротивление X_2 , напряжение $\dot{U}_x = \dot{U}_2$ и

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{nm} \cos \beta l', \quad (282)$$

где угол $\beta l'$ определяется выражением (279):

$$\beta l' = \text{arc ctg} (-X_2/Z_2).$$

После подстановки (282) в (281) получаем следующие уравнения для исследуемой линии:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_x &= \frac{\dot{U}_2}{\cos \beta l'} \cos [\beta(x + l')], \\ \dot{I}_x &= j \frac{\dot{U}_2}{Z_B \cos \beta l'} \sin [\beta(x + l')]. \end{aligned} \right\} \quad (283)$$

Обобщая сказанное, отмечаем особенности линии, нагруженной на реактивное сопротивление:

а) линия работает в режиме стоячих волн;
 б) амплитудные значения напряжения и тока распределяются вдоль такой линии, как на разомкнутой, длина которой отличается от первой на некоторую величину l' ; на этот же отрезок l' смещена пучность напряжения относительно места подключения реактивной нагрузки;

в) амплитуда напряжения на нагрузке (U_{2m}) больше, чем в пучности (U_{nm}), в $\cos \beta l'$ раз, т. е. $U_{2m} < U_{nm}$, поскольку $\cos \beta l' < 1$.

78. Режим смешанных волн

Мощность падающей волны может поглотиться полностью только тогда, когда условия распространения этой волны не изменяются при переходе из линии в нагрузку. Для этого, как известно, сопротивление нагрузки должно быть активным и равным волновому Z_B . Если же линия замкнута на активное сопротивление, не равное волновому, или на произвольную нагрузку (комплексное сопротивление), то только часть мощности падающей волны поглощается в нагрузке, а другая ее часть отражается к началу линии.

Первая часть падающей волны является бегущей, а вторая совместно с отраженной волной образует стоячие волны. Бегущая и стоячая волны в совокупности — смешанные волны.

Линия, замкнутая на активное сопротивление, не равное волновому. В этом случае сопротивление нагрузки $Z_2 = R_2$ и напряжение на ней $\dot{U}_2 = I_2 R_2$.

Воспользуемся понятиями коэффициента бегущей волны, введенного А. А. Пистолькорсом, и коэффициента стоячей волны, введенного В. В. Татариновым. Коэффициентом бегущей волны $k_{бв}$ называется меньшая из величин

$$\frac{Z_B}{R_2} \text{ или } \frac{R_2}{Z_B},$$

а коэффициентом стоячей волны $k_{св}$ — большая. Поэтому всегда $k_{бв} \leq 1$, а $k_{св} \geq 1$.

Пусть сопротивление нагрузки больше волнового: $R_2 > Z_B$. При этом $k_{бв} = Z_B/R_2$, а $k_{св} = R_2/Z_B$.

Введем коэффициент бегущей волны $k_{бв}$ в уравнения идеальной линии:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_2 \cos \beta x + j I_2 Z_B \sin \beta x = \dot{U}_2 \left(\cos \beta x + j \frac{Z_B}{R_2} \sin \beta x \right) = \\ &= \dot{U}_2 \cos \beta x + j \dot{U}_2 k_{бв} \sin \beta x, \\ \dot{I}_x &= I_2 \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x = \frac{\dot{U}_2}{R_2} \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x = \\ &= \frac{\dot{U}_2}{Z_B} k_{бв} \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x. \end{aligned}$$

Заменим $\cos \beta x$ в уравнении для напряжения и $\sin \beta x$ в уравнении для тока, предварительно прибавив и отняв соответственно $k_{бв} \cos \beta x$ и $k_{бв} \sin \beta x$:

$$\begin{aligned} \cos \beta x &= k_{бв} \cos \beta x + (1 - k_{бв}) \cos \beta x, \\ \sin \beta x &= k_{бв} \sin \beta x + (1 - k_{бв}) \sin \beta x. \end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= \dot{U}_2 k_{бв} (\cos \beta x + j \sin \beta x) + (1 - k_{бв}) \dot{U}_2 \cos \beta x, \\ \dot{I}_x &= \frac{\dot{U}_2}{Z_B} k_{бв} (\cos \beta x + j \sin \beta x) + j (1 - k_{бв}) \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \sin \beta x. \end{aligned}$$

Исходя из того, что линия питается генератором синусоидальной э. д. с.

$$\dot{U}_2 = U_{2m} e^{j\omega t},$$

и учитывая, что

$$\cos \beta x + j \sin \beta x = e^{j\beta x}, \text{ а } j = e^{j\frac{\pi}{2}},$$

полученное выражение приводим к виду

$$\dot{U}_x = U_{2m} k_{\text{бв}} e^{j(\omega t + \beta x)} + (1 - k_{\text{бв}}) U_{2m} \cos \beta x \cdot e^{j\omega t},$$

$$i_x = \frac{U_{2m}}{Z_B} k_{\text{бв}} e^{j(\omega t + \beta x)} + (1 - k_{\text{бв}}) \frac{U_{2m}}{Z_B} \sin \beta x \cdot e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}.$$

Отсюда следует, что мгновенные значения напряжения и тока

$$\left. \begin{aligned} u_x &= U_{2m} k_{\text{бв}} \sin(\omega t + \beta x) + [(1 - k_{\text{бв}}) U_{2m} \cos \beta x] \sin \omega t, \\ i_x &= \frac{U_{2m}}{Z_B} k_{\text{бв}} \sin(\omega t + \beta x) + \left[(1 - k_{\text{бв}}) \frac{U_{2m}}{Z_B} \sin \beta x \right] \times \\ &\quad \times \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \right\} (284)$$

Первое слагаемое представляет собой уравнение бегущих волн, а второе — уравнение стоячих волн. Действительно, если линия работает на нагрузку $R_2 = Z_B$, то $k_{\text{бв}} = Z_B/R_2 = 1$ и остается только первое слагаемое, а если линия разомкнута на конце, то $R_2 = \infty$, $k_{\text{бв}} = Z_B/R_2 = 0$ и остается только второе слагаемое. Таким образом, в линии, замкнутой на активное сопротивление, не равное волновому, существуют одновременно бегущие и стоячие волны, причем последние выражены тем сильнее, чем больше сопротивление нагрузки отличается от волнового (меньше $k_{\text{бв}}$).

По системе уравнений (284) построены графики на рис. 12.12. При этом принято $k_{\text{бв}} = 0,35$.

И уравнения, и графики показывают следующее. Амплитуды бегущей волны напряжения $U_{\text{бм}} = k_{\text{бв}} U_{2m}$ и тока $I_{\text{бм}} = k_{\text{бв}} \frac{U_{2m}}{Z_B}$ от координаты x не зависят, т. е. во всех сечениях линии они одинаковые (рис. 12.12, а). Амплитуды стоячих волн изменяются для напряжения по закону $U_{\text{см}} = (1 - k_{\text{бв}}) U_{2m} \cos \beta x$ и для тока по закону $I_{\text{см}} = (1 - k_{\text{бв}}) \frac{U_{2m}}{Z_B} \sin \beta x$. Пучности напряжения и узлы тока получаются в сечениях $x = 0, \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, 2\lambda, \dots$ (где $\cos \beta x = \pm 1$ и $\sin \beta x = 0$), а пучности тока и узлы напряжения — при $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \frac{7}{4}\lambda, \dots$ (где $\cos \beta x = 0$ и $\sin \beta x = \pm 1$).

Для практических целей важно знать распределение действующих значений напряжений и токов, ибо измерительные приборы определяют, как правило, именно эти значения. При расчете и построении соответствующих графиков (рис. 12.12, б) имелось в виду,

что действующие значения синусоидальных колебаний меньше амплитудных в $\sqrt{2}$ раз и по знаку всегда положительны:

$$U_0 = \frac{U_{0m}}{\sqrt{2}}, \quad U_c = \frac{U_{cm}}{\sqrt{2}}, \quad I_0 = \frac{I_{0m}}{\sqrt{2}}, \quad I_c = \frac{I_{cm}}{\sqrt{2}}.$$

Все эти величины показаны на рисунке тонкими линиями, а результирующие напряжение U_x и ток I_x — жирными. При расчете результирующей волны учитывался сдвиг по фазе между на-

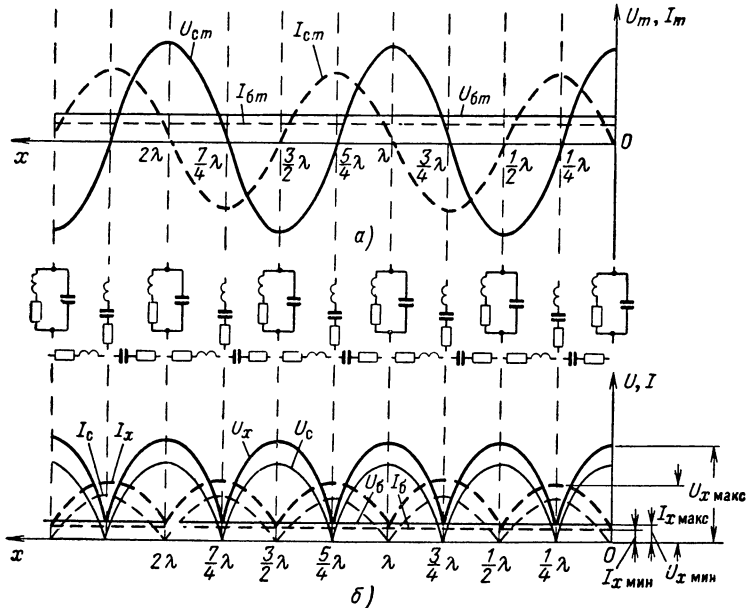


Рис. 12.12. Графики изменений амплитудных (а) и действующих (б) значений напряжения и тока по длине линии, замкнутой на активное сопротивление, большее волнового.

пряжением и током. Этот сдвиг равен нулю при всех значениях x , кратных $\lambda/4$. Для доказательства сначала положим, что длина линии $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, \dots$, т. е. $x = k\lambda/2$, а $\beta x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{k\lambda}{2} = k\pi$. Тогда $\sin \beta x = 0, \quad \cos \beta x = \pm 1, \quad \sin(\omega t + \beta x) = \sin(\omega t + k\pi) = \pm \sin \omega t$ и уравнения (284) принимают вид

$$u_x = \pm U_{2m} k_{0B} \sin \omega t \pm (1 - k_{0B}) U_{2m} \sin \omega t = \pm [U_{2m}] \sin \omega t,$$

$$i_x = \pm \left[\frac{U_{2m}}{Z_B} k_{0B} \right] \sin \omega t.$$

Синфазность всех волн напряжения и тока здесь очевидна. Для сечений $x = k\lambda/2$ характерно еще отсутствие стоячей волны тока, а стало быть, наличие минимума действующего значения тока

$I_{x \text{ мин}}$. Действующее значение напряжения, наоборот, максимально ($U_{x \text{ макс}}$) благодаря синфазности бегущей и стоячей волн напряжения. Величины $I_{x \text{ мин}}$ и $U_{x \text{ макс}}$, как сказано, в $\sqrt{2}$ раз меньше соответствующих амплитуд, записанных в квадратных скобках:

$$I_{x \text{ мин}} = \frac{U_{2m} k_{\text{обв}}}{\sqrt{2} Z_{\text{в}}}, U_{x \text{ макс}} = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}}. \quad (285)$$

Теперь положим расстояние x равным нечетному числу $\lambda/4$, т. е. $x = \frac{(2k+1)\lambda}{4}$, где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$. Тогда

$$\begin{aligned} \beta x &= \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(2k+1)\lambda}{4} = (2k+1) \frac{\pi}{2}, \sin \beta x = \pm 1, \sin(\omega t + \beta x) = \\ &= \sin \left[\omega t + (2k+1) \frac{\pi}{2} \right] = \pm \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \cos \beta x = 0 \end{aligned}$$

и уравнения (284) можно переписать так:

$$\begin{aligned} u_x &= \pm [U_{2m} k_{\text{обв}}] \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \\ i_x &= \pm \frac{U_{2m}}{Z_{\text{в}}} k_{\text{обв}} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \pm (1 - k_{\text{обв}}) \frac{U_{2m}}{Z_{\text{в}}} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \pm \left[\frac{U_{2m}}{Z_{\text{в}}} \right] \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

В данном случае нет стоячей волны напряжения и только за счет бегущей волны образуется результирующее напряжение. Его действующее значение минимально и равно

$$U_{x \text{ мин}} = U_{2m} \frac{k_{\text{обв}}}{\sqrt{2}}. \quad (286)$$

Действующее значение суммарного тока, который максимален благодаря синфазности бегущей и стоячей волн, равно

$$I_{x \text{ макс}} = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2} Z_{\text{в}}}. \quad (287)$$

Подведем итог сказанному:

1. При сопротивлении нагрузки $R_2 > Z_{\text{в}}$ во всех сечениях линий, удаленных от ее конца на целое число $\lambda/4$, напряжения и токи совпадают по фазе. Следовательно, *эти сечения можно назвать резонансными*.

Параллельный резонанс соответствует линии длиной $x = k\lambda/2$, поскольку на входе ее получаются максимум напряжения и минимум тока, а последовательный резонанс соответствует линии длиной $x = (2k+1)\lambda/4$, на входе которой наблюдаются максимум тока и минимум напряжения.

2. Сопоставляя выражения (285), (286), (287), получаем

$$\frac{U_{x \text{ макс}}}{U_{x \text{ мин}}} = \frac{I_{x \text{ макс}}}{I_{x \text{ мин}}} = \frac{1}{k_{\text{св}}} = k_{\text{св}}, \quad (288)$$

т. е. отношение действующих (или амплитудных) значений максимального к минимальному напряжению (току) равно коэффициенту стоячей волны.

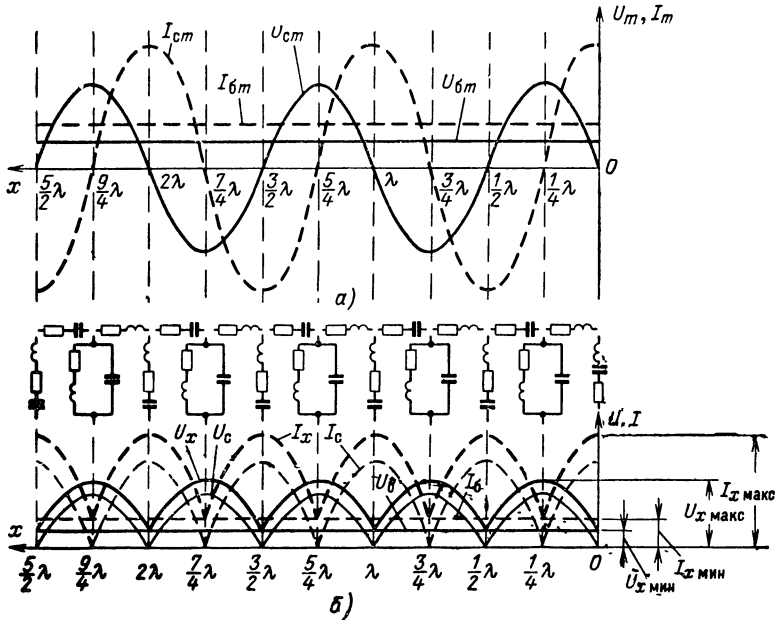


Рис. 12.13. Графики изменения амплитудных (а) и действующих (б) значений напряжения и тока по длине линии, замкнутой на активное сопротивление, меньшее волнового.

До сих пор шла речь о линии без потерь, нагруженной активным сопротивлением $R_2 > Z_B$. При $R_2 < Z_B$ пользуются уравнениями, выраженными через ток I_{2m} в конце линии:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= I_{2m} Z_B k_{\text{св}} \sin(\omega t + \beta x) + [I_{2m} Z_B (1 - k_{\text{св}}) \sin \beta x] \times \\ &\quad \times \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \\ i_x &= I_{2m} k_{\text{св}} \sin(\omega t + \beta x) + [I_{2m} (1 - k_{\text{св}}) \cos \beta x] \sin \omega t, \end{aligned} \right\} (289)$$

где $k_{\text{св}} = R_2 / Z_B$.

Эта система уравнений выводится так же, как (284). Иллюстрацией к ней служит рис. 12.13. Физический смысл обеих систем уравнений одинаковый. К данному случаю ($R_2 < Z_B$) применимо также выражение (288) для коэффициента стоячей волны.

Различие заключается лишь в том, что на нагрузке, сопротивление которой $R_2 > Z_B$, напряжение максимально при минимальном токе, а при $R_2 < Z_B$ ток максимален при минимальном напряжении. Это можно легко запомнить, если учесть что с увеличением сопротивления нагрузки линия приближается к разомкнутой, а с уменьшением — линия более похожа на короткозамкнутую.

Линия с произвольной нагрузкой. Если линия замкнута на комплексное сопротивление Z_2 (активная R_2 и реактивная X_2

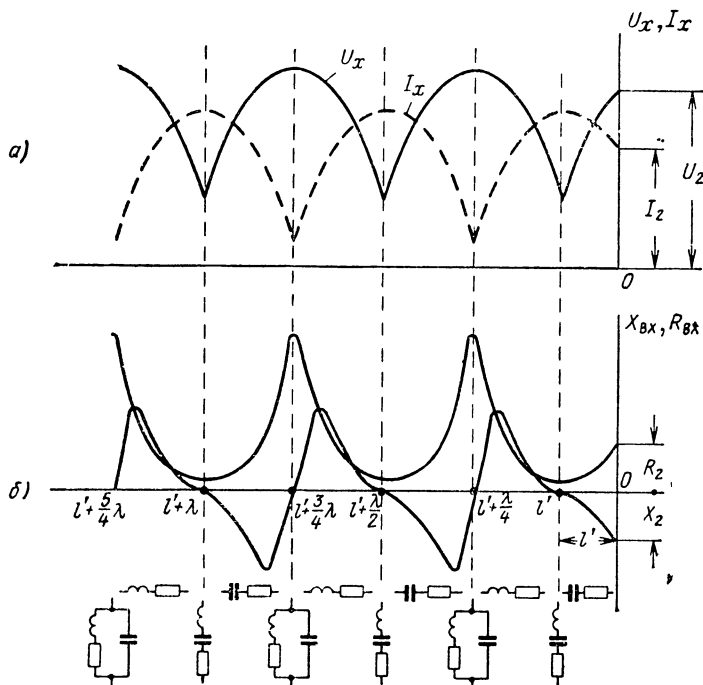


Рис. 12.14. Графики изменения действующих значений напряжения и тока (а) и составляющих входного сопротивления (б) по длине линии с комплексной нагрузкой.

составляющие), то из-за реактивной составляющей не может быть резонанса в конце линии. Значит, на нагрузке действующие (так же как и амплитудные) значения напряжения U_x и тока I_x имеют промежуточную величину U_2, I_2 (рис. 12.14, а).

Так как ток в конце линии равен

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_2},$$

то в данном случае уравнения напряжения и тока, выведенные для идеальной линии, принимают вид

$$\dot{U}_x = \dot{U}_2 \cos \beta x + j I_2 Z_B \sin \beta x = \dot{U}_2 \left(\cos \beta x + j \frac{Z_B}{Z_2} \sin \beta x \right),$$

$$I_x = I_2 \cos \beta x + j \frac{U_2}{Z_B} \sin \beta x = \frac{\dot{U}_2}{Z_B} \left(\frac{Z_B}{Z_2} \cos \beta x + j \sin \beta x \right).$$

Отсюда выводим формулу для входного сопротивления идеальной линии, замкнутой на комплексное сопротивление:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_x}{I_x} = Z_B \frac{\cos \beta x + j \frac{Z_B}{Z_2} \sin \beta x}{\frac{Z_B}{Z_2} \cos \beta x + j \sin \beta x} = Z_B \frac{Z_2 + j Z_B \operatorname{tg} \beta x}{Z_B + j Z_2 \operatorname{tg} \beta x}. \quad (290)$$

Если в этой формуле сопротивления заменить проводимостями

$$Y_{\text{вх}} = \frac{1}{Z_{\text{вх}}}, \quad g_B = \frac{1}{Z_B}, \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2},$$

то

$$\frac{1}{Y_{\text{вх}}} = \frac{1}{g_B} \frac{1}{\frac{1}{Y_2} + j \frac{\operatorname{tg} \beta x}{g_B}} = \frac{1}{g_B} \frac{g_B + j Y_2 \operatorname{tg} \beta x}{Y_2 + j g_B \operatorname{tg} \beta x},$$

т. е. формула входной проводимости линии аналогична формуле входного сопротивления той же линии:

$$Y_{\text{вх}} = g_B \frac{Y_2 + j g_B \operatorname{tg} \beta x}{g_B + j Y_2 \operatorname{tg} \beta x}. \quad (291)$$

Подставим в выражение (290) $Z_2 = R_2 + j X_2$ и умножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное комплексное число знаменателя. Это позволит разделить активную $R_{\text{вх}}$ и реактивную $X_{\text{вх}}$ составляющие входного сопротивления линии:

$$\left. \begin{aligned} R_{\text{вх}} &= \frac{Z_B^2 R_2}{Z_B^2 \cos^2 \beta x + (R_2^2 + X_2^2) \sin^2 \beta x - Z_B X_2 \sin 2\beta x}, \\ X_{\text{вх}} &= Z_B \frac{(Z_B^2 - R_2^2 - X_2^2) \sin \beta x \cos \beta x + Z_B X_2 \cos 2\beta x}{Z_B^2 \cos^2 \beta x + (R_2^2 + X_2^2) \sin^2 \beta x - Z_B X_2 \sin 2\beta x}. \end{aligned} \right\} \quad (292)$$

Наличия этих составляющих следовало ожидать, так как согласно доказанному бегущим волнам соответствует входное сопротивление активного характера, а стоячим — реактивного характера; в данном же случае имеются и бегущие и стоячие волны.

Во всех резонансных сечениях линии реактивная составляющая входного сопротивления $X_{\text{вх}}$ равна нулю (рис. 12.14, б). Вместе с тем, активная составляющая $R_{\text{вх}}$ имеет максимум

($R_{вх} = R_{вх \text{ макс}}$) при параллельном резонансе, когда напряжение в линии максимально ($U_x = U_{x \text{ макс}}$), а ток минимален ($I_x = I_{x \text{ мин}}$), и минимум ($R_{вх} = R_{вх \text{ мин}}$) при последовательном резонансе, когда напряжение в линии минимально ($U_x = U_{x \text{ мин}}$), а ток максимален ($I_x = I_{x \text{ макс}}$):

$$R_{вх \text{ макс}} = \frac{U_{x \text{ макс}}}{I_{x \text{ мин}}} = \frac{U_{x \text{ макс}}}{U_{x \text{ мин}}} \cdot \frac{U_{x \text{ мин}}}{I_{x \text{ мин}}},$$

$$R_{вх \text{ мин}} = \frac{U_{x \text{ мин}}}{I_{x \text{ макс}}} = \frac{U_{x \text{ мин}}}{I_{x \text{ мин}}} \cdot \frac{I_{x \text{ мин}}}{I_{x \text{ макс}}}.$$

Минимальные напряжение $U_{x \text{ мин}}$ и ток $I_{x \text{ мин}}$ соответствуют бегущим волнам, а потому $U_{x \text{ мин}}/I_{x \text{ мин}} = Z_{в}$. Учтем еще, что

$$k_{св} = \frac{U_{x \text{ макс}}}{U_{x \text{ мин}}} = \frac{I_{x \text{ макс}}}{I_{x \text{ мин}}}.$$

Следовательно,

$$R_{вх \text{ макс}} = \frac{U_{x \text{ макс}}}{U_{x \text{ мин}}} \cdot \frac{U_{x \text{ мин}}}{I_{x \text{ мин}}} = k_{св} Z_{в}, \quad (293)$$

$$R_{вх \text{ мин}} = \frac{U_{x \text{ мин}}}{I_{x \text{ макс}}} \cdot \frac{I_{x \text{ мин}}}{I_{x \text{ макс}}} = \frac{Z_{в}}{k_{св}}. \quad (294)$$

Таким образом, входное сопротивление линии, работающей в режиме смешанных волн, имеет в резонансных сечениях чисто активный характер, причем это сопротивление при параллельном резонансе больше волнового, а при последовательном резонансе меньше волнового в $k_{св}$ раз.

Какой бы ни была нагрузка, обе составляющие входного сопротивления линии на ее конце равны соответствующим составляющим сопротивления нагрузки: $R_{вх} = R_2$ и $X_{вх} = X_2$. Например, если линия замкнута на активное сопротивление R_2 , то на нагрузке $X_{вх} = 0$, $R_{вх} = R_2$, т. е. в конце линии наблюдается резонанс. Если $R_2 > Z_{в}$, то имеет место параллельный резонанс с максимальным эквивалентным сопротивлением $R_{вх \text{ макс}} = R_2$, а если $R_2 < Z_{в}$, то имеет место последовательный резонанс с минимальным эквивалентным сопротивлением $R_{вх \text{ мин}} = R_2$ (рис. 12.12 и 12.13). Через каждый отрезок линии длиной $\lambda/4$ последовательный резонанс с $R_{вх \text{ мин}} = Z_{в}/k_{св}$ сменяется параллельным с $R_{вх \text{ макс}} = k_{св} Z_{в}$ и т. д.

Если длина x не кратна $\lambda/4$, то входное сопротивление кроме активной составляющей содержит реактивную, знак которой в резонансных сечениях меняется на обратный. Запомним, что в области $x = 0 \div \lambda/4$ и $R_2 > Z_{в}$ реактивная составляющая $X_{вх}$ имеет емкостный характер. Доказательством такого утверждения может служить то, что это область положительной расстройки эквивалентного параллельного контура и отрицательной расстройки

последовательного контура. В случае $R_2 < Z_B$ (рис. 12.13) область $0 < x < \lambda/4$ соответствует положительной расстройке последовательного контура и отрицательной расстройке параллельного контура, в связи с чем реактивная составляющая входного сопротивления $X_{вх}$ имеет индуктивный характер; далее, в области $\lambda/4 < x < \lambda/2$ составляющая $X_{вх}$ емкостная и т. д.

Наконец, когда сопротивление нагрузки комплексное ($Z_2 = R_2 + jX_2$), то в конце линии $R_{вх} = R_2$, а $X_{вх} = X_2$ (рис. 12.14, б) и, поскольку $X_{вх} \neq 0$, расстояние l' до ближайшего к нагрузке резонансного сечения линии меньше, чем $\lambda/4$. Зная это расстояние и $k_{св}$, можно, оказывается, определить величину составляющих сопротивления нагрузки.

79. Коэффициент отражения

Соотношение между амплитудами бегущей и стоячей волн связано не только с коэффициентами бегущей и стоячей волн, но и с коэффициентом отражения. *Коэффициентом отражения* называется отношение напряжения отраженной волны к напряжению падающей волны. Условимся так обозначать этот коэффициент: $\dot{\rho}$ — для произвольного сечения и $\dot{\rho}_0$ — для конца линии: $\dot{\rho} = \frac{\dot{U}_{x \text{ отр}}}{\dot{U}_{x \text{ пад}}}$ и $\dot{\rho}_0 = \frac{\dot{U}_2 \text{ отр}}{\dot{U}_2 \text{ пад}}$.

При решении телеграфных уравнений были выведены соотношения (261), (265):

$$\begin{aligned} 1) \dot{U}_2 \text{ пад} + \dot{U}_2 \text{ отр} &= \dot{U}_2, & 2) \dot{U}_2 \text{ пад} - \dot{U}_2 \text{ отр} &= Z_B \dot{I}_2, \\ 3) \dot{I}_2 \text{ пад} + \dot{I}_2 \text{ отр} &= \dot{I}_2, & 4) \dot{I}_2 \text{ пад} - \dot{I}_2 \text{ отр} &= \dot{U}_2 / Z_B. \end{aligned}$$

Складывая первое равенство со вторым и третье с четвертым, а затем вычитая из первого равенства второе и из третьего четвертое, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 \text{ пад} &= \frac{\dot{U}_2 + Z_B \dot{I}_2}{2}, & \dot{I}_2 \text{ пад} &= \frac{\dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2}{Z_B}}{2}, \\ \dot{U}_2 \text{ отр} &= \frac{\dot{U}_2 - Z_B \dot{I}_2}{2}, & \dot{I}_2 \text{ отр} &= \frac{\dot{I}_2 - \frac{\dot{U}_2}{Z_B}}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (295)$$

Эти формулы позволяют убедиться в том, что

$$\frac{\dot{U}_2 \text{ отр}}{\dot{U}_2 \text{ пад}} = - \frac{\dot{I}_2 \text{ отр}}{\dot{I}_2 \text{ пад}},$$

и выразить коэффициент отражения $\dot{\rho}_0$ не только через напряжения, но и через токи падающей и отраженной волн:

$$\dot{p}_0 = \frac{\dot{U}_{2 \text{ отп}}}{\dot{U}_{2 \text{ пад}}} = - \frac{I_{2 \text{ отп}}}{I_{2 \text{ пад}}}. \quad (296)$$

В общем случае, когда сопротивление нагрузки имеет активную и реактивную составляющие, между напряжениями отраженной и падающей волн на нагрузке имеется сдвиг по фазе на угол φ_0 . Обозначив через p_0 модуль коэффициента отражения от нагрузки, равный отношению абсолютных величин этих напряжений (токов), записываем коэффициент отражения \dot{p}_0 в показательной форме:

$$\dot{p}_0 = p_0 e^{j\varphi_0}. \quad (297)$$

Заметим, что сдвиг по фазе между токами отраженной и падающей волн численно равен и противоположен по знаку углу φ_0 , так как $\dot{p}_0 = \dot{U}_{2 \text{ отп}}/\dot{U}_{2 \text{ пад}} = -\dot{I}_{2 \text{ отп}}/\dot{I}_{2 \text{ пад}}$. Соотношения (295) дают возможность выразить коэффициент отражения \dot{p}_0 через сопротивления нагрузки Z_2 и волновое Z_B :

$$\dot{p}_0 = \frac{\dot{U}_{2 \text{ отп}}}{\dot{U}_{2 \text{ пад}}} = \frac{(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_B)}{2(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_B)} = \frac{\dot{I}_2 Z_2 - \dot{I}_2 Z_B}{\dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_2 Z_B} = \frac{Z_2 - Z_B}{Z_2 + Z_B}. \quad (298)$$

В частности, если сопротивление нагрузки равно волновому ($Z_2 = Z_B$), то

$$\dot{p}_0 = \frac{jZ_2 - Z_B}{Z_2 + Z_B} = \frac{Z_B - Z_B}{Z_B + Z_B} = 0,$$

т. е. отражение волн отсутствует (модуль $p_0 = 0$ и угол $\varphi_0 = 0$).

В случае разомкнутой линии ($Z_2 = \infty$)

$$\dot{p}_0 = \frac{Z_2 - Z_B}{Z_2 + Z_B} = \frac{1 - Z_B/Z_2}{1 + Z_B/Z_2} = 1 \text{ или } \dot{p}_0 = p_0 e^{j\varphi_0} = 1 \cdot e^{j0} = 1.$$

Это значит, что волна напряжения отражается от конца линии, не изменяя амплитуды ($p_0 = 1$) и фазы ($\varphi_0 = 0$), а волна тока отражается с той же амплитудой, но с обратной фазой.

В короткозамкнутой линии ($Z_2 = 0$)

$$\dot{p}_0 = \frac{Z_2 - Z_B}{Z_2 + Z_B} = \frac{0 - Z_B}{0 + Z_B} = -1 \text{ или } \dot{p}_0 = 1 \cdot e^{j\pi} = -1,$$

т. е. волна напряжения отражается с обратной фазой ($\varphi_0 = 180^\circ$), не изменяя при этом амплитуды ($p_0 = 1$), а волна тока отражается без изменения и амплитуды, и фазы.

Модуль коэффициента отражения p_0 однозначно определяет коэффициентом стоячих (бегущих) волн. Убедимся в этом.

Действующие значения максимального и минимального напряжений на нагрузке соответственно равны

$$U_{2 \text{ макс}} = U_{2 \text{ пад}} + U_{2 \text{ отп}} = U_{2 \text{ пад}} + p_0 U_{2 \text{ пад}} = U_{2 \text{ пад}}(1 + p_0),$$

$$U_{2 \text{ мин}} = U_{2 \text{ пад}} - U_{2 \text{ отр}} = U_{2 \text{ пад}} - \rho_0 U_{2 \text{ пад}} = U_{2 \text{ пад}} (1 - \rho_0).$$

Следовательно, коэффициент стоячих волн равен

$$k_{\text{св}} = \frac{U_{2 \text{ макс}}}{U_{2 \text{ мин}}} = \frac{1 + \rho_0}{1 - \rho_0}, \quad (299)$$

а модуль коэффициента отражения связан с $k_{\text{св}}$ и $k_{\text{бв}}$ зависимостью

$$\rho_0 = \frac{k_{\text{св}} - 1}{k_{\text{св}} + 1} = \frac{\frac{1}{k_{\text{бв}}} - 1}{\frac{1}{k_{\text{бв}}} + 1} = \frac{1 - k_{\text{бв}}}{1 + k_{\text{бв}}}. \quad (300)$$

Так как в режиме бегущих волн $k_{\text{бв}} = k_{\text{св}} = 1$, то $\rho_0 = 0$; в режиме стоячих волн $k_{\text{бв}} = 0$, $k_{\text{св}} = \infty$ и $\rho_0 = 1$; в режиме смешанных волн $0 < k_{\text{бв}} < 1$ и, следовательно, $\rho_0 < 1$.

Краткие выводы

1. Однородная линия на всем своем протяжении представляет для бегущей волны тока активное сопротивление, равное волновому $Z_{\text{в}}$, и поэтому когда сопротивление нагрузки $Z_2 = Z_{\text{в}}$, то энергия падающей волны полностью поглощается в нагрузке. В такой линии распространяются только бегущие волны.

2. Если идеальная линия на конце разомкнута, замкнута накоротко или замкнута на реактивное сопротивление, то энергия падающей волны вовсе не потребляется и полностью отражается от конца линии к генератору. В результате возникают чисто стоячие волны, на поддержание которых генератор никакой энергии не затрачивает.

3. Если в линии имеются потери, то независимо от характера нагрузки существует некоторая бегущая волна, при помощи которой генератор компенсирует эти потери.

4. Если нагрузкой линии (в том числе и идеальной) является комплексное сопротивление или активное сопротивление, не равное волновому, то в линии существуют смешанные волны. В данном случае часть энергии падающей волны поглощается в нагрузке (это соответствует бегущей волне), а другая часть отражается к генератору (это соответствует стоячей волне).

5. Входное сопротивление линии, работающей в режиме бегущих волн, равно волновому и активно по характеру. Линия, работающая в режиме стоячих волн, имеет реактивное входное сопротивление, которое делает ее эквивалентной настроенному в резонанс или расстроенному колебательному контуру. При наличии в линии смешанных волн ее входное сопротивление содержит активную и реактивную составляющие.

Часть четвертая

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

XIII

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

80. Электрическое поле

Каждое электрически заряженное тело создает вокруг себя, в пространстве, *электрическое поле*. Для этого поля характерно то, что если в него поместить электрические заряды, то на них будут действовать механические силы.

В частном случае, когда электрическое поле не изменяется во времени, оно является *электростатическим*.

Электрическое поле характеризуется векторной величиной, называемой *напряженностью поля*, которая численно равна механической силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, и имеет направление этой силы.

Электрическое поле изображается силовыми линиями. Условились эти линии располагать так, чтобы касательные к ним указывали направление вектора напряженности поля, а плотность линий была прямо пропорциональна величине напряженности поля.

Если поле *однородное*, т. е. во всех его точках напряженность одинакова как по величине E , так и по направлению, то произведение E на поверхность S , перпендикулярную силовым линиям, называется *поток вектора напряженности поля* $\Phi_E = ES$.

Для определения полного потока Φ_E неоднородного электрического поля нужно вычислить поток для всех элементарных участков поверхности отдельно, а затем просуммировать (проинтегрировать) полученные данные.

Между потоком напряженности электрического поля Φ_E в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_a и зарядом Q , вызывающим этот поток, существует зависимость

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_a}. \quad (301)$$

Эта формула выражает теорему Гаусса — Остроградского, согласно которой полный поток напряженности электрического

поля через любую замкнутую поверхность прямо пропорционален заряду, находящемуся внутри данной поверхности. Из каждого положительного точечного заряда Q исходит Q/ϵ_a силовых линий, а при равном отрицательном заряде такое же число силовых линий входит внутрь заряда (рис. 13.1).

Опишем вокруг точечного заряда Q сферу радиусом r . Через поверхность этой сферы $4\pi r^2$ проходит поток $\Phi_E = E \cdot 4\pi r^2$. По теореме Гаусса — Остроградского $E \cdot 4\pi r^2 = Q/\epsilon_a$, откуда.

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_a r^2}, \quad (302)$$

т. е. напряженность поля точечного заряда обратно пропорциональна квадрату расстояния от данной точки поля до заряда.

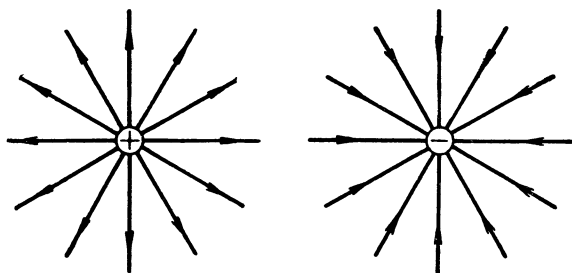


Рис. 13.1. Электрическое поле точечного заряда.

Электрическое поле обладает энергией. Объемная плотность энергии электрического поля, т. е. энергия, приходящаяся на единицу объема, пропорциональна квадрату напряженности поля:

$$W_E = \frac{\epsilon_a E^2}{2}. \quad (303)$$

Отличительной чертой электростатического поля является *потенциальный характер его*. Потенциал поля в какой-либо точке пространства равен работе, затраченной на перемещение единичного заряда из бесконечности в данную точку поля. Потенциал в полной мере характеризует запас энергии в соответствующей точке. Разность потенциалов двух точек поля, т. е. работа, необходимая для перемещения единичного заряда из одной точки поля в другую, называется *напряжением*. Если электрическое поле однородно и имеет напряженность E , то напряжение между концами отрезка l силовой линии равно

$$|U| = El,$$

Для электростатического поля характерно, что на перемещение в нем заряда по замкнутой траектории энергия не затрачивается, так как начальная и конечная точки этой траектории совпадают и разность потенциалов между ними равна нулю.

Кроме потенциального поля возможно *вихревое электрическое поле*. Силовые линии вихревого поля замкнуты, т. е. не имеют ни начала, ни конца. Допустим, что

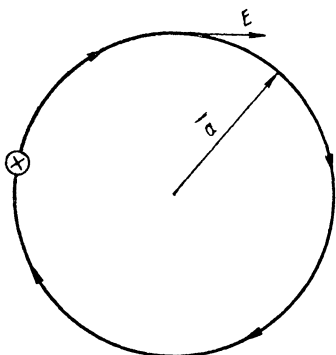


Рис. 13.2. Движение заряда в вихревом электрическом поле.

вдоль электрической силовой линии, имеющей форму окружности радиусом a , движется единичный положительный заряд (рис. 13.2). На всем пути движения заряда на него действует сила, равная напряженности поля E , и так как эта сила всегда совпадает с касательной к окружности, то поле за один цикл вращения заряда совершает работу, равную произведению E на длину окружности $2\pi a$. Значит, в *вихревом электрическом поле на перемещение заряда по замкнутой траектории затрачивается энергия*. Этим вихревое

электрическое поле принципиально отличается от потенциального. Заметим, что вихревое поле может быть только переменным во времени.

81. Токи проводимости и смещения

Свободные электроны в металлических проводниках совершают беспорядочное движение. Если проводник поместить в электрическое поле, то в движении электронов появится составляющая, направленная навстречу электрическому полю. В связи с этим возникает *ток проводимости*.

Выделим в проводнике (рис. 13.3) элементарный участок длиной dl при поперечном сечении S . К этому участку приложено напряжение du . Тогда согласно закону Ома ток проводимости на элементарном участке

$$i_{\text{пр}} = \frac{du}{dR},$$

где dR — сопротивление данного участка, которое можно выразить через удельную проводимость γ :

$$dR = \frac{dl}{\gamma S}.$$

Если напряженность поля на исследуемом участке цепи равна $E_{\text{пр}}$, то падение напряжения

$$du = E_{\text{пр}} dl,$$

а ток

$$i_{\text{пр}} = \frac{du}{dR} = \frac{E_{\text{пр}} dl}{\frac{dl}{\gamma S}} = \gamma E_{\text{пр}} S.$$

Отсюда находим плотность тока проводимости $\delta_{\text{пр}}$, равную току, приходящемуся на единицу площади поперечного сечения проводника:

$$\delta_{\text{пр}} = \frac{di_{\text{пр}}}{dS} = \gamma E_{\text{пр}}. \quad (304)$$

Эта формула, выражающая закон Ома в дифференциальной форме, подтверждает, что плотность тока проводимости в данной точке прямо пропорциональна напряженности электрического поля

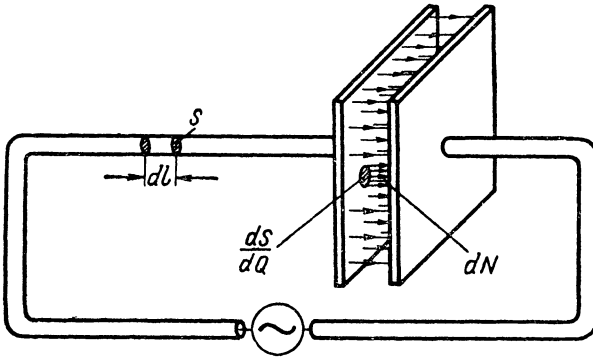


Рис. 13.3. Цепь с токами проводимости и смещения.

в этой точке. Если в проводнике $E_{\text{пр}} = 0$, то и тока проводимости в нем нет, так как тогда нет сил, вынуждающих электроны двигаться упорядоченно по проводнику. Только в идеальном проводнике, в котором $\gamma = \infty$, может протекать ток в отсутствие электрического поля; в этом случае электрическое поле требуется лишь для первоначального возбуждения тока. Во всех остальных случаях наличие тока является признаком существования электрического поля.

Заметим, что на каждом участке цепи ток проводимости переносит заряд с того конца участка, где имеется их избыток, к тому концу, где этих зарядов недостаточно. Тем самым выравнивается количество зарядов и устраняется электрическое поле на данном участке. Для восстановления первоначального электрического поля необходим внешний источник э. д. с., который поддерживал бы разность потенциалов на данном участке.

Электрический ток обладает свойством непрерывности, которое заключается в том, что сумма токов, подходящих к любой точке схемы, равна сумме токов, выходящих из этой точки.

Возникает вопрос: что же происходит с током проводимости, когда он достигает обкладок конденсатора, разделенных воздухом или диэлектриком? Для ответа на этот вопрос рассмотрим среду с диэлектрической проницаемостью ϵ_a , разделяющей обкладки конденсатора. Выделим на обкладке элементарный участок площадью dS , к которому за время dt подводится количество электричества dQ . Этот заряд, создаваемый током проводимости $i_{\text{пр}} = dQ/dt$, вызывает электрическое поле с потоком вектора напряженности, равным

$$d\Phi_E = E_{\text{МГН}} dS,$$

где $E_{\text{МГН}}$ — напряженность электрического поля между обкладками конденсатора в данный момент времени t .

По теореме Гаусса — Остроградского тот же поток равен

$$d\Phi_E = \frac{dQ}{\epsilon_a}.$$

Отсюда следует, что

$$E_{\text{МГН}} dS = \frac{dQ}{\epsilon_a}$$

или

$$\frac{dQ}{dS} = \epsilon_a E_{\text{МГН}}.$$

Возьмем производную по времени от обеих частей равенства, имея в виду, что

$$\frac{d\left(\frac{dQ}{dS}\right)}{dt} = \frac{d\left(\frac{dQ}{dt}\right)}{dS} = \frac{di_{\text{пр}}}{dS}, \quad \frac{d(\epsilon_a E_{\text{МГН}})}{dt} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{МГН}}}{dt}.$$

Приравниваем производные

$$\frac{di_{\text{пр}}}{dS} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{МГН}}}{dt}.$$

Левая часть равенства, как известно, выражает поверхностную плотность тока проводимости $\delta_{\text{пр}} = \frac{di_{\text{пр}}}{dS}$. Значит, и правая часть равенства имеет размерность плотности тока. Это так называемая *плотность тока смещения*:

$$\delta_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{МГН}}}{dt}. \quad (305)$$

Итак, получаем

$$\delta_{\text{пр}} = \delta_{\text{см}}.$$

Это равенство выражает свойство непрерывности электрического тока для данной схемы: *ток проводимости, проходящий через обкладку конденсатора, переходит в равный по плотности ток смещения между его обкладками.*

Исследуя полученные формулы для $\delta_{\text{пр}}$ и $\delta_{\text{см}}$, необходимо обратить внимание на то, что ток проводимости прямо пропорционален напряженности электрического поля, а ток смещения прямо пропорционален скорости изменения электрического поля.

Заметим, однако, что в первом случае речь идет о поле, где проходит ток проводимости, а во втором — о поле, где имеется ток смещения.

Все это иллюстрируется схемой, показанной на рис. 13.4. В положении переключателя 1 конденсатор заряжается. Ток проводимости $i_{\text{пр}}$, вызванный электрическим полем в проводах,

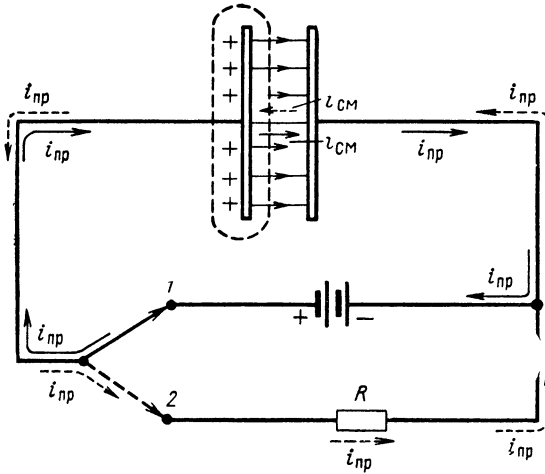


Рис. 13.4. Схема, иллюстрирующая направление токов в цепях заряда и разряда конденсатора:

→ — ток заряда конденсатора;
 ---→ — ток разряда конденсатора.

идет в направлении, указанном сплошной стрелкой, т. е. от плюса к минусу источника питания. Конденсатор заряжается, число линий напряженности электрического поля увеличивается, поэтому ток смещения имеет положительный знак ($\delta_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{МГН}}}{dt} > 0$), и оба тока — смещения и проводимости — совпадают по направлению.

Когда напряжение на конденсаторе станет равным напряжению источника, ток смещения станет равным нулю (поле между обкладками конденсатора оказывается постоянным и $\delta_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{МГН}}}{dt} = 0$). По принципу непрерывности ток проводимости тоже должен исчезнуть. Так оно и происходит, потому что в данном случае э д. с. емкости полностью уравнивает встречное напряжение источника питания, и в проводах отсутствует электрическое поле.

В положении переключателя 2 конденсатор разряжается через резистор R . Направление тока проводимости изменяется на обратное (по пунктирной линии), но так как напряженность электрического поля конденсатора уменьшается, то направление тока смещения также изменяется на обратное ($\delta_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{мгн}}}{dt} < 0$).

Таким образом, принцип непрерывности электрического тока распространяется на любые цепи, в том числе и на разделенные вакуумом или диэлектриком.

82. Магнитное поле

В пространстве, окружающем движущиеся электрические заряды, возникает *магнитное поле*. Оно обнаруживается по наличию механических сил, действующих на другие движущиеся электрические заряды (токи), и по возникновению э. д. с. в проводниках, совершающих движение в магнитном поле.

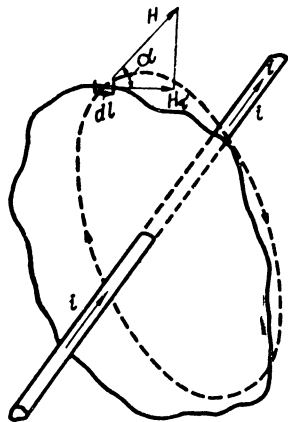


Рис. 13.5. Иллюстрация к закону полного тока.

Линии магнитного поля охватывают электрический ток в виде замкнутых кривых, которые не имеют ни начала, ни конца. Такое поле, как известно, называется *вихревым*.

Магнитное поле характеризуется векторной величиной, называемой напряженностью поля. Связь между напряженностью магнитного поля и током, вызывающим это поле, устанавливается законом полного тока.

Предположим, что имеется замкнутый контур, ограничивающий в магнитном поле некоторую поверхность, через которую проходит ток i (рис. 13.5). Выделим на контуре элементарный участок длиной dl . Пунктиром показана линия магнитного поля, пересекающая этот участок. Угол между вектором напряженности магнитного поля H , касательным к линии поля, и его тангенциальной составляющей H_t , касательной к элементу dl , равен α (угол отсчитывается в условно принятом направлении обхода контура). Поэтому

$$H_t = H \cos \alpha.$$

Умножим H_t на отрезок dl и повторим эту операцию для всех остальных элементарных участков контура. Затем алгебраически суммируем полученные произведения. Предел этой суммы при безграничном уменьшении dl и соответствующем увеличении слагаемых

называется *интегралом вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру*. Обозначается этот интеграл $\oint H_{\tau} dl$.

Закон полного тока гласит, что полученный интеграл равен полному току i , проходящему сквозь поверхность, ограниченную контуром:

$$\oint H_{\tau} dl = i.$$

83. Исходные положения теории электромагнитного поля

При анализе электрических и магнитных явлений до Фарадея ученые исходили из теории дальнего действия, согласно которой электрические и магнитные процессы, наблюдаемые на расстоянии, распространяются мгновенно и не зависят от свойств окружающей среды. Фарадей высказал гипотезу, что электрические и магнитные взаимодействия осуществляются через электрические и магнитные

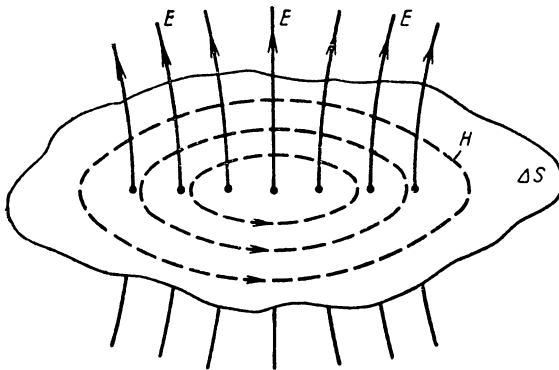


Рис. 13.6. Образование магнитного поля в результате изменения электрического поля.

поля, т. е. в пространстве, окружающем проводники. Отсюда следовал вывод, что электрические и магнитные взаимодействия не происходят мгновенно, а с конечной скоростью, которая зависит от свойств среды.

Гипотеза Фарадея была теоретически обоснована и приведена в стройную теорию работами Максвелла. Основные положения теории Максвелла неразрывно связаны со следующими законами электродинамики.

1. Закон полного тока записывается в виде

$$\oint H_{\tau} dl = i.$$

Применим этот закон к замкнутому контуру, ограничивающему элементарную поверхность среды ΔS . Сквозь эту поверхность проходит полный ток i , плотность которого равна δ , т. е. $i = \delta \Delta S$, а

$$\oint H_{\tau} dl = \delta \Delta S.$$

Максвелл включил в понятие «полный ток» не только ток проводимости плотностью $\delta_{\text{пр}} = \gamma E_{\text{пр}}$, но и ток смещения плотностью

$$\delta_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{мгн}}}{dt}.$$

В идеальном диэлектрике нет свободных зарядов ($\gamma = 0$) и, следовательно, в нем нет тока проводимости ($i_{\text{пр}} = \gamma E \Delta S = 0$). Для такого диэлектрика $\delta = \delta_{\text{см}}$, и потому

$$\oint H_{\tau} dl = \delta_{\text{см}} \Delta S = \epsilon_a \frac{dE_{\text{мгн}}}{dt} \Delta S.$$

Левая часть этого (первого) уравнения Максвелла содержит тангенциальную составляющую магнитного поля, а в правой части имеется множитель $dE_{\text{мгн}}/dt$. Отсюда первое уравнение Максвелла означает, что *всякое изменение электрического поля во времени ($dE_{\text{мгн}}/dt$) сопровождается появлением в пространстве магнитного поля*. Иначе говоря, *ток смещения, как и ток проводимости, возбуждает магнитное поле*.

В этом можно убедиться и опытным путем: если поднести магнитный компас к схеме с конденсатором, то стрелка компаса отклонится не только вблизи проводов, где существует магнитное поле тока проводимости, но и между обкладками конденсатора, где существует магнитное поле, возбуждаемое переменным электрическим полем (током смещения).

На рис. 13. 6 о токе смещения можно судить по электрическим силовым линиям E , пронизывающим элементарную поверхность ΔS , а о возбуждаемом магнитном поле H можно судить по concentрическим окружностям, отмеченным пунктиром. Характерно, что линии магнитного поля расположены в плоскости, перпендикулярной току смещения.

2. Закон электромагнитной индукции устанавливает связь между э. д. с. \mathcal{E} , индуктируемой в проводящем контуре, и магнитным потоком Φ , пересекающим контур:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (306)$$

Обратим внимание на то, что согласно закону Фарадея э. д. с. \mathcal{E} индуктируется в проводящем контуре, помещенном в переменное магнитное поле. Максвелл же обобщил закон электромагнитной индукции на произвольную поверхность, находящуюся в любой среде, в том числе и в вакууме. По теории Максвелла для индукти-

рования э. д. с. эту поверхность не обязательно ограничивать проводящим контуром, на ней может и не быть каких-либо проводников.

Положим вначале, что в переменном магнитном поле находится замкнутый проводящий контур (рис. 13. 7).

По закону Фарадея (306) магнитное поле индуцирует э. д. с. \mathcal{E} , которая вызывает ток в контуре. Эта э. д. с. складывается из э. д. с., индуцируемых на всех элементарных участках контура. Любой из них dl пересекается электрической силовой линией под

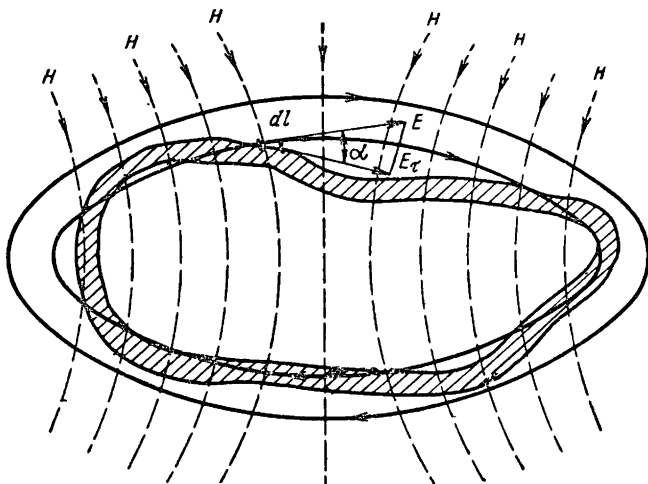


Рис. 13.7. Образование электрического поля в результате изменения магнитного поля.

некоторым углом α . На данном участке тангенциальная составляющая напряженности электрического поля E_t связана с полной напряженностью этого поля E зависимостью

$$E_t = E \cos \alpha.$$

Умножив E_t на длину dl , получим разность потенциалов между концами участка, а если еще произведение $E_t dl$ проинтегрировать по всему замкнутому контуру, то получится полная э. д. с. \mathcal{E} , индуцируемая в контуре,

$$\mathcal{E} = \oint E_t dl.$$

Теперь закон электромагнитной индукции (306) можно выразить через напряженность электрического поля:

$$\oint E_t dl = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (307)$$

Это уравнение, называемое *вторым уравнением Максвелла*, имеет глубокий физический смысл: в проводящем контуре возникли э. д. с. и ток потому, что этот контур оказался в электрическом поле, на что указывает E_{τ} под знаком интеграла; значит, если бы даже не было каких-либо проводников в переменном магнитном поле, все равно электрическое поле индуктировалось бы. Отсюда, *всякое изменение магнитного поля во времени ($d\Phi/dt$) сопровождается появлением электрического поля.*

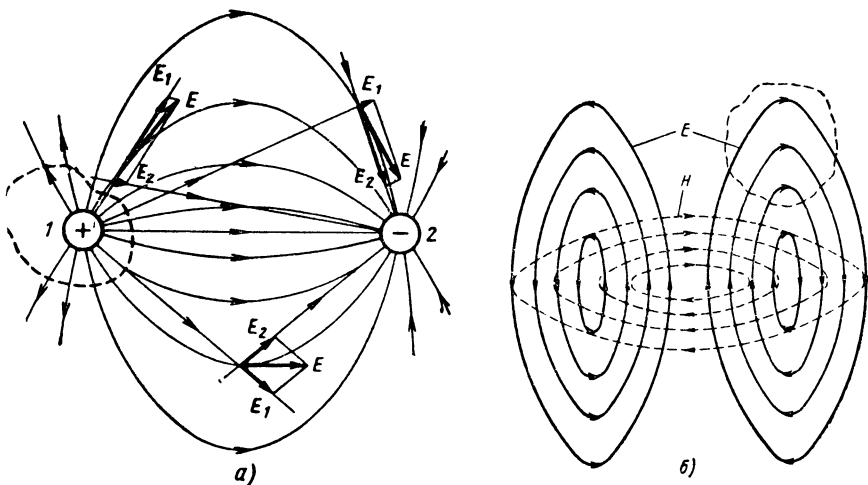


Рис. 13.8. Электростатическое (а) и вихревое (б) электрические поля.

3. *Теорема Гаусса — Остроградского* устанавливает связь между потоком вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность и электрическим зарядом, расположенным внутри данной поверхности:

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

В идеальном диэлектрике отсутствуют свободные электрические заряды ($Q = 0$), а значит, отсутствует и поток напряженности электрического поля $\Phi_E = 0$. Однако в идеальном диэлектрике поле может существовать: для этого достаточно изменить магнитное поле. Возникшее противоречие разрешается тем, что в данном случае электрическое поле должно иметь вихревой характер.

Для сравнения рассмотрим электростатическое поле между двумя зарядами, положительным и отрицательным (рис. 13.8,а). Силовые линии этого поля направлены по касательной к вектору E , равному геометрической сумме векторов полей E_1 положительного заряда и E_2 отрицательного заряда. В соответствии с рис. 13.8, а и формулой (302) векторы E_1 и E_2 направлены ра-

диально относительно своих зарядов и длина их обратно пропорциональна квадратам расстояний от соответствующих зарядов. Для такого поля E характерно, что на любом его участке число силовых линий, входящих в замкнутую поверхность и выходящих из нее (одна из них очерчена пунктирной линией), различно, т. е. поток $\Phi_E \neq 0$.

Иное наблюдается в вихревом поле (рис. 13, 8, б): здесь соблюдается равенство входящих и выходящих силовых линий и, несмотря на наличие электрического поля, поток $\Phi_E = 0$. Вывод: третье положение теории Максвелла, связанное с теоремой Гаусса — Остроградского, устанавливает, что *электрическое поле, полученное в результате изменения магнитного поля, имеет вихревой характер.*

4. *Магнитное поле всегда вихревое.* Это значит, что независимо от того, обусловлено магнитное поле постоянным током или переменным электрическим полем, линии магнитного поля всегда замкнуты и в этих линиях нет истоков и стоков (начала и конца).

Теория Максвелла имеет большое теоретическое и практическое значение. В частности, она позволяет установить физическую сущность образования электромагнитных волн.

Свободное электромагнитное поле распространяется со скоростью света во всех направлениях от излучателя. Электромагнитные поля считаются свободными тогда, когда они не связаны с зарядами излучателя. Если к вибратору (проволочной антенне) приложено переменное напряжение, то возле вибратора существует переменное электрическое поле, а ток, протекающий по вибратору, вызывает переменное магнитное поле. Эти поля связанные: они появляются и исчезают вместе с зарядами и током вибратора. Но поскольку электромагнитное поле вибратора переменное, то по первому уравнению Максвелла изменение электрической составляющей связанного поля вызывает в данной точке и ее окрестностях магнитное поле, а по второму уравнению Максвелла изменение магнитной составляющей связанного поля вызывает в этой точке и в ее окрестностях электрическое поле. Вновь образованные поля уже свободные, они непрерывно изменяются во времени и благодаря этому распространяются в пространстве со скоростью света, образуя электромагнитные волны. В соответствии с третьим и четвертым положениями теории Максвелла обе составляющие электромагнитных волн имеют вихревой характер и изображаются замкнутыми линиями.

Необходимо помнить, что электромагнитные волны представляют особую форму материи. Материальность их в философском смысле заключается в том, что они существуют реально, а не являются чем-то вымышленным для облегчения анализа явлений в радиотехнике. Особые качества электромагнитных волн как материи заключаются в том, что электромагнитное поле может существовать даже в *свободном пространстве*, т. е. в такой среде, где нет

каких-либо тел или электрически заряженных частиц. В полной мере термину «свободное пространство» отвечает вакуум, имеющий относительную диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 1$ (т. е. $\epsilon_a = \epsilon_0$) и относительную магнитную проницаемость $\mu = 1$ (т. е. $\mu_a = \mu_0$). Однако вакуум перестает быть пустой, как только в нем появляются электромагнитные волны, так как электромагнитное поле материально не только в философском, но и в физическом смысле. Свободное электромагнитное поле, например, обладает определенной энергией, которая переносится волной со скоростью света. С такой большой скоростью никакое вещество не в состоянии перемещаться.

Основные принципы теории Максвелла были экспериментально доказаны Герцем в 1888 г. В своих опытах Герц получил электромагнитные волны и продемонстрировал их способность отражаться и преломляться подобно свету. Герцем были получены стоячие волны путем отражения бегущих электромагнитных волн от большой металлической пластины.

Возможность использования электромагнитных волн для радиосвязи была впервые реализована Александром Степановичем Поповым.

84. Электромагнитные волны в идеальном диэлектрике

Различают свободные и направляемые электромагнитные волны. Первые излучаются антеннами и распространяются в свободном пространстве, а вторые направляются от генератора вдоль линии передачи (фидера).

Наличие электромагнитных волн в линии передачи следует из того, что в ней имеются волны напряжения и тока, а, как известно, напряжение неразрывно связано с электрическим полем, а ток — с магнитным.

Будем считать, что изоляция между проводниками линии, как и свободное пространство, обладает свойствами идеального диэлектрика.

Направляемые волны. На рис. 13.9 изображено распределение тока, напряжения и линий электрического и магнитного полей по длине двухпроводной линии, работающей в режиме бегущих волн ($R_2 = Z_B$). Изменения различных величин показаны следующим образом: на рис. 13.9, а стрелки указывают направление тока и его величину (длина стрелок пропорциональна току); здесь же изображены линии магнитного поля в виде замкнутых кривых, направление которых определяется правилом правого винта, а число пропорционально напряженности поля; на рис. 13.9, б показаны электрические заряды на проводниках линии знаками «+» и «—» и электрические силовые линии, которые

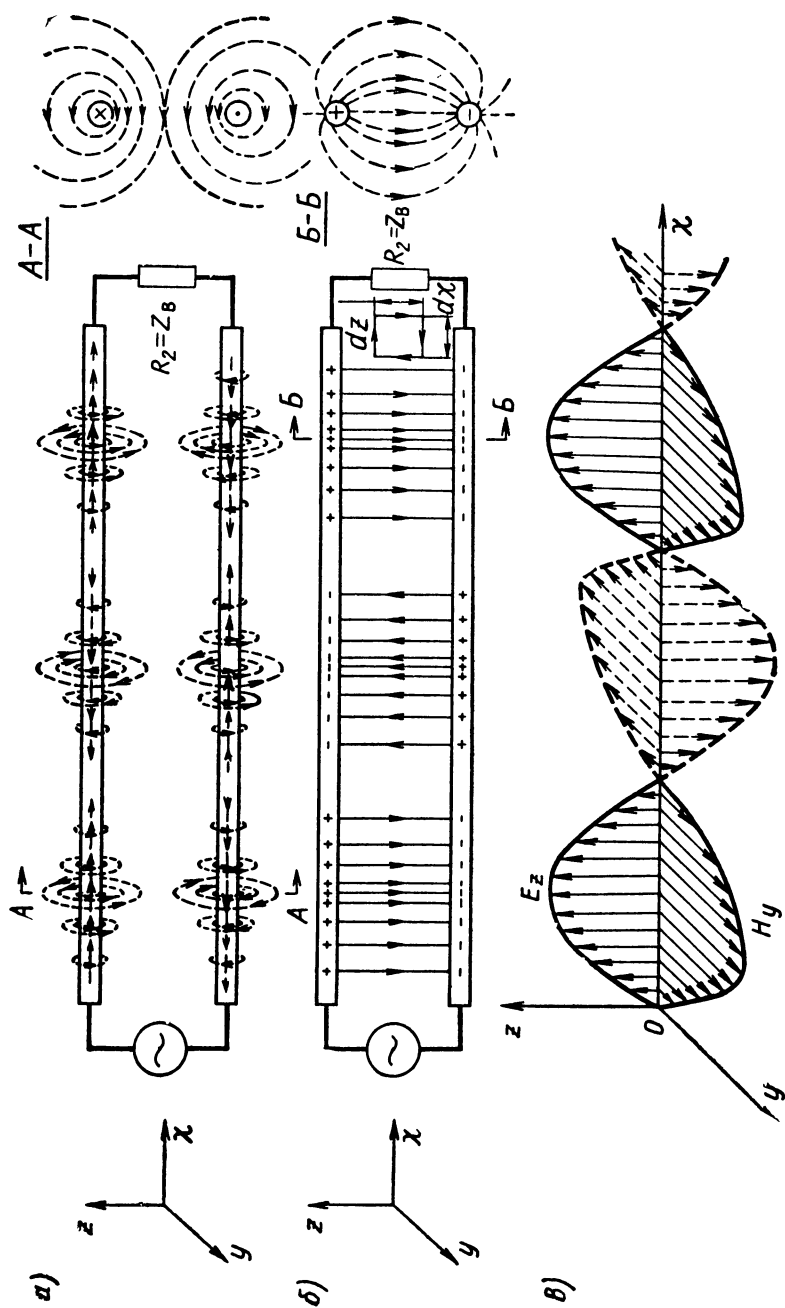


Рис. 13.9. Диаграммы, иллюстрирующие электромагнитные поля двухпроводной линии.

начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных. Чем ближе знаки «+» (как и «—») друг к другу, тем больше на данном участке линии заряд, напряжение и напряженность электрического поля.

Магнитное поле двухпроводной линии в каждом ее сечении складывается из полей двух равных и противоположных токов проводимости. Составляющие поля совпадают по направлению между проводами и противоположны по направлению вне проводов. Поэтому результирующее магнитное поле наиболее густое между проводами, как видно из сечения $A-A$.

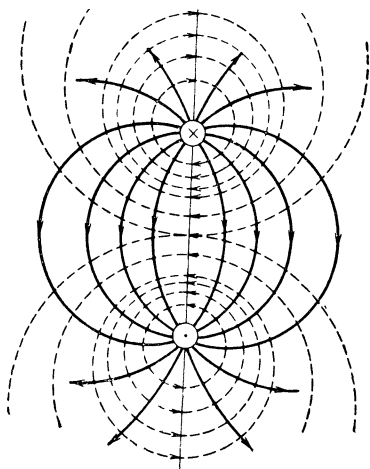


Рис. 13.10. Структура электромагнитного поля в поперечном сечении двухпроводной линии.

Аналогичная проекция электрического поля (рис. 13.9, б) не отличается от изображенной на рис. 13.8, а, поскольку в обоих случаях поля образуются равными и противоположными по знаку электрическими зарядами.

Совместно электрическое и магнитное поля поперечного сечения двухпроводной линии изображены на рис. 13.10. Примечательно, что в любой точке этого сечения силовые линии обоих полей пересекаются под прямым углом.

Из курса электротехники известно, что напряженность электрического поля E и напряжение U между собой прямо пропорциональны и совпадают по фазе. То же самое можно сказать о напряженности магнитного поля H и токе I . На рис. 13.9 это отражено тем, что в определенных сечениях линии, расположенных на расстоянии $\lambda/2$, находятся максимумы или минимумы как напряжения и тока, так и напряженности электрического и магнитного полей.

Далее, чтобы отразить структуру полей в пространстве, введем систему координат $\chi\eta z$ таким образом, чтобы осевые линии проводов совместились с плоскостью $z\chi$, а координатная ось χ находилась посередине между проводами (рис. 13.9, в). Тогда кратчайшие электрические силовые линии сливаются с плоскостью $z\chi$ и параллельны оси z , а линии магнитного поля пересекают эту плоскость под прямым углом и параллельны оси η в точках пересечения. Соответственно обозначаем напряженность электрического поля буквой E_z , а магнитного — H_y .

Теперь, пользуясь системой прямоугольных координат $\chi\eta z$, можно представить распределение напряженностей электрического поля E_z и магнитного поля H_y не по густоте силовых линий, а с

помощью векторов, которые при равных интервалах по оси χ имеют различную длину (пропорциональную напряжениям E_z и H_y в данный момент времени).

Составим уравнения полей, пользуясь аналогией с бегущими волнами напряжения и тока в идеальной двухпроводной линии. Положим, что в начале линии напряжение и ток соответственно равны

$$U_m \sin \omega t \quad \text{и} \quad I_m \sin \omega t = \frac{U_m}{Z_B} \sin \omega t.$$

Тогда на расстоянии χ (в направлении распространения волны) от этого сечения мгновенное значение напряжения равно

$$U_m \sin (\omega t - \beta \chi),$$

а тока

$$I_m \sin (\omega t - \beta \chi) = \frac{U_m}{Z_B} \sin (\omega t - \beta \chi).$$

Учитывая, что электрическое поле имеет одну составляющую E_z , которая прямо пропорциональна напряжению, и магнитное поле имеет одну составляющую H_y , но пропорциональную току, можем написать следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= E_m \sin (\omega t - \beta \chi), & E_x &= 0, & E_y &= 0, \\ H_y &= H_m \sin (\omega t - \beta \chi) = \frac{E_m}{Z_B} \sin (\omega t - \beta \chi), & H_x &= 0; & H_z &= 0, \end{aligned} \right\} (308)$$

где E_χ, E_y, E_z — мгновенные значения составляющих напряженности электрического поля соответственно по осям координат χ, y, z ;

H_χ, H_y, H_z — мгновенные значения составляющих напряженности магнитного поля соответственно по осям χ, y, z ;

E_m — амплитуда напряженности электрического поля;

H_m — амплитуда напряженности магнитного поля;

β — коэффициент фазы (волновое число);

Z_B — волновое сопротивление среды.

Пользуясь приведенными уравнениями полей, отмечаем следующие свойства электромагнитных волн идеальной линии.

1. Электромагнитные волны представляют собой единое электромагнитное поле, обе составляющие которого изменяются во времени с одинаковой частотой и фазой и распространяются вдоль оси χ со скоростью v . Эту скорость определяем путем подстановки из формул погонных параметров двухпроводного (или коаксиального) кабеля (241) в выражение (268):

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \sqrt{\frac{\pi}{\mu_a \ln \frac{a}{r_1}} \cdot \frac{\ln \frac{a}{r_1}}{\pi \epsilon_a}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a}}, \quad (309)$$

т. е. скорость распространения электромагнитных волн зависит исключительно от диэлектрической и магнитной проницаемостей среды (имеется в виду распространение без потерь энергии). Полученная формула показывает, что если изолирующей средой служит вакуум или воздух ($\epsilon_a = \epsilon_0$, $\mu_a = \mu_0$), то электромагнитные волны имеют скорость света

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}{4\pi \cdot 10^{-7}} \text{ м/ф} \cdot \text{м/гн}} =$$

$$= \sqrt{9 \cdot 10^{16} \frac{\text{м}^2}{\text{сек} \cdot \text{ом} \cdot \text{ом} \cdot \text{сек}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек.}$$

Здесь обращает на себя внимание то, что размеры проводов и расстояние между ними не оказывают никакого влияния на скорость распространения волн. Последняя зависит лишь от параметров среды, окружающей провода. Это наводит на мысль, что энергия передается от генератора к нагрузке не по проводам, а электромагнитным полем; провода лишь концентрируют вокруг себя электрическое и магнитные поля и направляют их вдоль линии.

2. Электрическое поле направлено по оси z , а магнитное по оси y , т. е. векторы E_z и H_y всюду взаимно перпендикулярны. Вместе с тем, плоскость zOy перпендикулярна к направлению распространения волны Ox . Такой тип волны, в которой колебания электрического и магнитного полей совершаются поперек направления распространения, называется поперечной электромагнитной волной и обозначается ТЕМ¹.

3. Между напряженностями электрического и магнитного полей волны ТЕМ существует прямая пропорциональность

$$\frac{E_z}{H_y} = \frac{E_m \sin(\omega t - \beta x)}{\frac{E_m}{Z_B} \sin(\omega t - \beta x)} = Z_B.$$

Здесь коэффициентом пропорциональности является волновое сопротивление среды Z_B . Для определения его используем ранее полученную формулу скорости $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$ и второе уравнение Максвелла.

Выделим в плоскости zx (рис. 13.9, б) элементарную площадку, стороны которой $d\chi$ и dz параллельны координатным осям соответственно χ и z . Электромагнитная волна распространяется по оси χ со скоростью v , следовательно, данную площадку волна проходит за время $dt = d\chi/v$.

¹ Т — первая буква латинского слова transversus — поперечная.

За это время площадку пересекает магнитный поток $d\Phi$, равный произведению магнитной индукции $\mu_a H_y$ на размер площадки $d\chi dz$. Поэтому

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(\mu_a H_y d\chi dz)}{dt} = \mu_a H_y \frac{d\chi}{dt} dz = \mu_a H_y v dz. \quad (310)$$

Интегрируя произведения $E_\tau dl$ по контуру площадки, замечаем, что проекция E_τ вектора E_z на сторону dz равна самому вектору ($E_\tau = \pm E_z$), а проекция на стороны $d\chi$ равна нулю ($E_\tau = E_z \cos 90^\circ = 0$). Одновременно учитываем, что за время dt волна пересекает только одну сторону dz , а вторую сторону dz относим к соседней элементарной площадке. Таким образом, интеграл вектора напряженности электрического поля по контуру площадки $d\chi dz$ равен

$$\oint E_\tau dl = -E_z dz. \quad (311)$$

Подстановка выражений (310), (311) во второе уравнение Максвелла $\oint E_\tau dl = -d\Phi/dt$ дает

$$E_z dz = \mu_a H_y v dz. \quad (312)$$

В полученном равенстве E_z и H_y одного знака. Это правильно, так как E_z и H_y совпадают по фазе. Тем самым обосновывается введение знака «—» в правую часть выражения (311). Этот знак, заметим, зависит от принятого положительного направления обхода контура, которое должно быть согласовано с направлением магнитного поля.

На основании равенства (312) находим волновое сопротивление идеального диэлектрика:

$$Z_b = \frac{E_z}{H_y} = v\mu_a = \frac{\mu_a}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}. \quad (313)$$

Полученное сопротивление активное, поскольку E_z и H_y совпадают по фазе. Для вакуума (воздуха)

$$\begin{aligned} Z_b = Z_0 &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гН/м}}{1}} = \sqrt{16\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ гН/ф}} = \\ &= \sqrt{144\pi^2 \cdot 10^2 \text{ ом}^2} = 120\pi \text{ ом} = 377 \text{ ом}. \end{aligned}$$

Волновое сопротивление воздушной (вакуумной) среды имеет чисто активный характер и численно равно $120\pi \text{ ом} = 377 \text{ ом}$.

Физический смысл волнового сопротивления в том, что оно определяет для данной среды отношение напряженности электрического поля к напряженности магнитного поля волны ТЕМ подобно тому, как волновое сопротивление длинной линии определяет отношение напряжения к току бегущей волны в проводах линии.

4. В связи с тем, что для поперечной электромагнитной волны справедливо соотношение

$$E_z = Z_B H_y = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} H_y,$$

можно написать

$$\frac{\epsilon_a E_z^2}{2} = \frac{\epsilon_a \mu_a}{2\epsilon_a} H_y^2 = \frac{\mu_a H_y^2}{2}. \quad (314)$$

Это значит, что в любой момент времени, в любой точке пространства поперечная электромагнитная волна имеет одинаковые объемные плотности энергий электрического и магнитного полей. Характерно, что такое же соотношение было получено при исследовании бегущих волн по напряжениям и токам в длинной линии.

5. Сопоставим соотношения, полученные при рассмотрении длинных линий и электромагнитных волн:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a}}; \quad Z_B = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}},$$

$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}; \quad \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{L_1 I^2}{2},$$

$$\frac{\epsilon_a E_z^2}{2} = \frac{\mu_a H_y^2}{2}.$$

Как видим, между величинами U и E_z , I и H_y , C_1 и ϵ_a , L_1 и μ_a имеется явное соответствие, которое находит отражение и в единицах измерения: U измеряется в вольтах, E — в вольтах, деленных на метр, I — в амперах, H_y — в амперах, деленных на метр, а C_1 и ϵ_a в фарадах, деленных на метр, L_1 и μ_a — в генри, деленных на метр.

Вывод: при исследовании электромагнитных волн можно пользоваться аналогией между напряженностью электрического и магнитного полей в диэлектрике (вакууме) и соответственно напряжением и током в двухпроводной линии, а также между параметрами C_1 и ϵ_a и между L_1 и μ_a .

Свободные электромагнитные волны. До сих пор речь шла об электромагнитных волнах, направляемых двухпроводной линией. Посмотрим, что произойдет с электромагнитным полем такой же структуры как на рис. 13.9, если оно будет расположено не вокруг проводов, а в свободном пространстве (рис. 13.11, а).

Электрическое поле с вектором E в плоскости $z\chi$, изменяясь за время Δt , возбуждает согласно первому уравнению Максвелла магнитное поле с вектором ΔH в перпендикулярной плоскости $y\chi$, а по второму уравнению Максвелла основное магнитное поле

H , имеющееся в плоскости $y\chi$, вызывает за то же время Δt электрическое поле ΔE в плоскости $z\chi$ (рис. 13.11, б). Так как исходные поля изменяются во времени и в пространстве по одному и тому же — синусоидальному — закону, то и индуцированные поля ΔE и ΔH подчиняются этому закону. К тому же величина ΔH прямо пропорциональна скорости изменения dE/dt , а величина ΔE прямо пропорциональна скорости изменения dH/dt . Следовательно, в тех

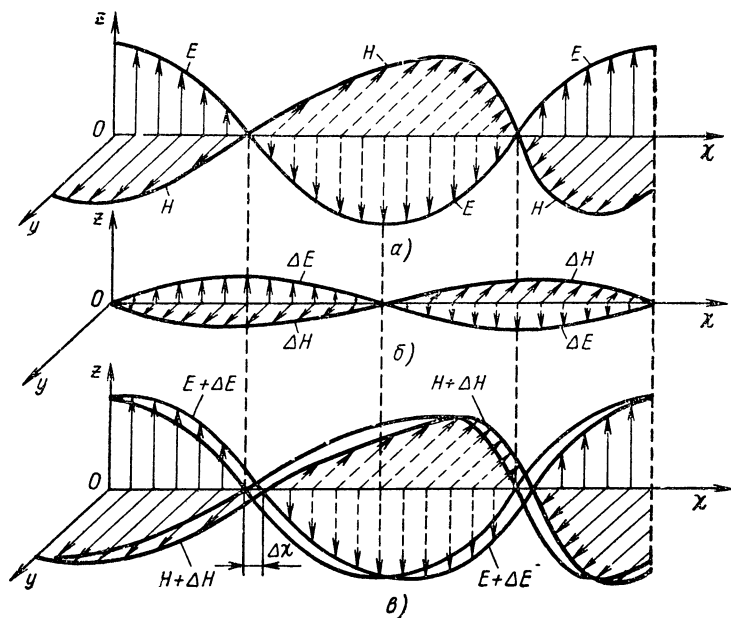


Рис. 13.11. Диаграммы, иллюстрирующие процесс распространения свободных электромагнитных волн.

точках оси χ , где основные поля проходят через максимумы, индуцированные поля равны нулю, а там, где основные поля проходят нулевые значения, индуцированные поля имеют максимумы.

Складывая алгебраически поля E и ΔE , H и ΔH в каждом сечении оси χ (рис. 13.11, в), убеждаемся в том что вся картина электромагнитного поля за время Δt сместилась без искажений по оси χ на расстояние $\Delta\chi$, т. е. получилась бегущая электромагнитная волна, подобная волне ТЕМ, направляемой двухпроводной линией.

Существенно и то, что распространение волн возможно при условии, что электрическое и магнитное поля изменяются по одинаковому закону, имеют равную объемную плотность энергии и взаимно перпендикулярны друг другу. Действительно, не будь последнего условия, индуцированное электрическое поле не находилось бы в плоскости исходного электрического поля, а инду-

цированное магнитное поле не находилось бы в плоскости исходного магнитного поля, и бегущие волны ТЕМ не возникли бы. Образование электрического поля из магнитного и наоборот указывает также, почему объемная плотность энергии и закон изменения электрического и магнитного полей должны быть одинаковыми.

Остается добавить, что формулы (309), (313), (314), выведенные для волн, направляемых длиной линией, справедливы и для свободных волн, так как и те и другие имеют одинаковую природу и распространяются, по существу, в одинаковой (диэлектрической) среде.

85. Луч, фронт и поляризация электромагнитной волны

В теории электромагнитных волн используются такие понятия, как луч, фронт и поляризация волны.

Лучом называется линия, вдоль которой распространяется электромагнитная волна. В однородной изотропной среде, т. е. в среде, имеющей одинаковые параметры во всех точках и во всех направлениях, волны движутся прямолинейно с постоянной скоростью. Например, лучи точечного (изотропного) излучателя расходятся радиально по прямым линиям (рис. 13.12, а).

Фронт волны называется геометрическое место точек с одинаковой фазой электромагнитной волны. Скорость перемещения фазы волны относительно направления передачи электромагнитной энергии называется *фазовой скоростью* v .

В ТЕМ фазовая скорость не отличается от скорости распространения всей волны ($v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu}}$), так как эта волна поперечная и фронт ее перпендикулярен к направлению распространения энергии. Для волны ТЕМ в свободном пространстве $v = c = 3 \cdot 10^8$ м/сек.

Если поместить в изотропную среду точечный излучатель и мысленно описать вокруг него сферу произвольного радиуса, то ко всем точкам сферы волна будет приходить с одинаковым запаздыванием (фазовая скорость во всех направлениях одинаковая). Иными словами, поверхность сферы будет геометрическим местом точек с равной фазой. Поэтому полученная волна с фронтом в виде сферы называется *сферической*.

Для сферической волны характерно, что напряженность ее электрического (магнитного) поля обратно пропорциональна расстоянию от излучателя, как было показано в § 1.

На больших расстояниях от излучателя активная площадь приемной антенны составляет весьма незначительную часть сферического фронта волны. В таких условиях фронт можно считать плоским, а лучи, поскольку они всегда перпендикулярны фронту, параллельными (рис. 13.12, б). Параллельность лучей означает,

что энергия электромагнитных волн в процессе распространения не рассеивается. Следовательно, амплитуда напряженности поля плоской волны постоянная и не зависит от расстояния.

В природе плоские волны не существуют, но при решении многих вопросов целесообразно и допустимо считать электромагнитные волны плоскими. Так, рассмотренная в § 84 волна ТЕМ плоская.

Имеются еще *цилиндрические волны* с фронтом волны в виде цилиндра (рис. 13.12, в). Источником таких волн является прямо-

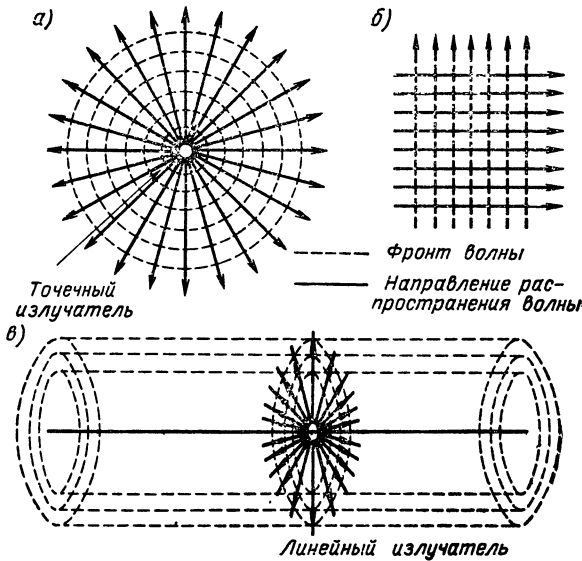


Рис. 13.12. Сферическая (а), плоская (б) и цилиндрическая (в) волны

линейный излучатель большой длины. Лучи цилиндрической волны расходятся радиально, но только в плоскостях, перпендикулярных оси излучателя. Здесь также соблюдается перпендикулярность лучей к фронту.

Поляризация волны определяется расположением вектора электрического поля E относительно направления распространения волны и так называемой плоскости отсчета. Различают линейно-(плоско) и эллиптически-поляризованные волны; существуют также волны с круговой поляризацией, но они являются частным случаем эллиптически поляризованных волн.

При *линейной (плоской) поляризации* вектор электрического (как и магнитного) поля сохраняет неизменное направление в процессе распространения волны. Плоскость, проходящая через вектор E и ось x , вдоль которой распространяется электромагнитная волна, называется *плоскостью поляризации*. При линейной поляри-

зации положение этой плоскости сохраняется неизменным в пространстве.

В большинстве случаев плоскостью отсчета поляризации служит Земля. Тогда наибольший интерес представляют два вида линейно-поляризованных волн: с *вертикальной и горизонтальной поляризацией*. В первой волне плоскость поляризации расположена вертикально, а во второй — вектор электрического поля E расположен горизонтально.

Почему в первом случае говорится о плоскости поляризации, а во втором — о векторе E ? Это связано с тем, что в плоскости поляризации расположен не только вектор E , но и ось χ . Если

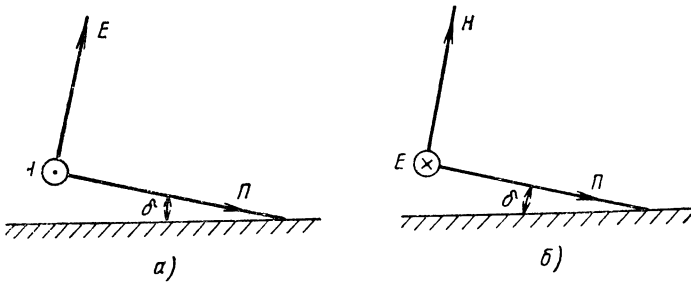


Рис. 13.13. Волны с вертикальной (а) и горизонтальной (б) поляризацией.

направление Ox параллельно Земле, то в вертикально-поляризованных волнах, как показано на рис. 13.9, в, вертикальны и плоскость поляризации и вектор электрического поля E , а в горизонтально-поляризованных волнах и то и другое горизонтально.

Если же луч P наклонен к плоскости Земли под каким-то углом δ , то в вертикально-поляризованных волнах (рис. 13.13, а) плоскость поляризации вертикальна (она сливается с плоскостью чертежа), но сам вектор E , находясь в вертикальной плоскости, не перпендикулярен плоскости Земли. Когда такое же направление P имеет горизонтально-поляризованная волна (рис. 13.13, б), то только вектор E горизонтальный, а плоскость поляризации, которая проходит через E и P , образует угол δ с поверхностью Земли.

Если две плоско-поляризованные волны имеют равную частоту, различную интенсивность, постоянный сдвиг по фазе и взаимно перпендикулярные плоскости поляризации, то в результате получается *эллиптически-поляризованная волна*. В ней векторы электрического и магнитного полей сохраняют взаимную перпендикулярность, но каждый из векторов в процессе распространения волны описывает в пространстве эллиптическую спираль. В частном случае, когда интенсивность составляющих плоско-поляризованных волн одинакова и сдвиг по фазе равен 90° , получается *круговая поляризация*.

На рис. 13.14 показан процесс получения волн с круговой поляризацией как результат сложения двух волн, удовлетворяющих указанным условиям. Обе составляющие волны имеют равные амплитуды полей и распространяются в одном направлении — по оси x . Векторы электрического поля первой волны параллельны оси z , а векторы электрического поля второй волны параллельны оси y . Иначе говоря, первая волна поляризована в плоскости xz , а вторая — в перпендикулярной ей плоскости xy . Между полями обеих волн имеется сдвиг по фазе на 90° , а поэтому в тех сечениях оси x , в которых поле одной волны максимально, поле другой волны равно нулю. Если геометрически сложить векторы элек-

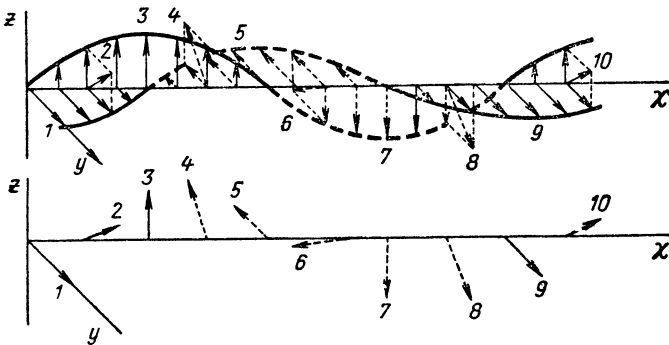


Рис. 13.14 Диаграммы, иллюстрирующие получение волн с круговой поляризацией

трических полей обеих волн, то можно убедиться в том, что векторы $1, 9$ результирующей волны параллельны оси y , вектор 5 направлен в обратную сторону, вектор 3 параллелен оси z , вектор 7 направлен в обратную сторону, а остальные векторы $2, 4, 6, 8, 10...$ занимают промежуточные положения. Таким образом, в процессе распространения результирующей волны на расстояние, равное λ , конец вектора электрического поля (так же как и магнитного) описывает круговую спираль.

В данном случае получился так называемый *левополяризованный луч*, так как при распространении волны вектор результирующего поля вращался против часовой стрелки. Если же вращение происходит по часовой стрелке, то луч называется *правополяризованным*.

86. Вектор Пойнтинга

В 1874 г. профессор Н. А. Умов ввел понятие о потоке энергии, а в 1880 г. это понятие было применено Пойнтингом к исследованию электромагнитных волн.

Вектором Пойнтинга Π называется вектор, указывающий направление распространения электромагнитной волны и равный по величине плотности потока мощности этой волны.

Направление вектора Пойнтинга Π определяется по такому правилу: если вращать правый винт по кратчайшему пути от вектора электрического поля E к вектору магнитного поля H , то поступательное движение винта укажет направление электромагнитной волны Π (рис. 13.15, а). Как видно из рис. 13.15, б, если один

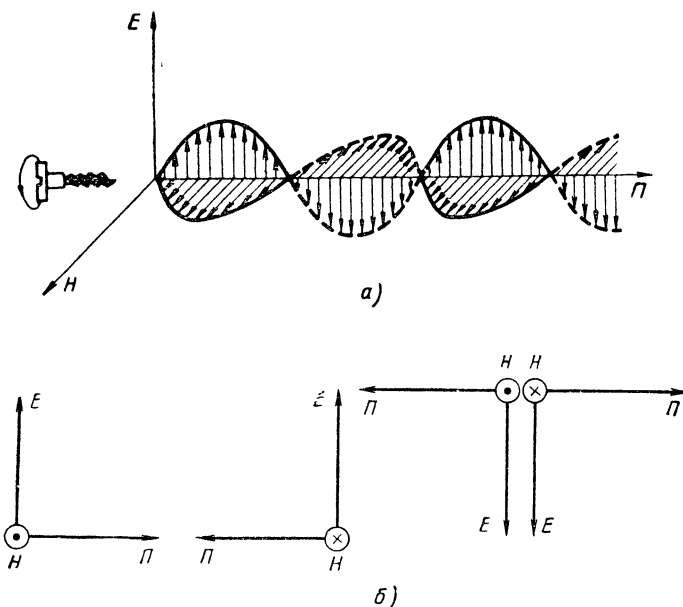


Рис. 13.15. Диаграммы, иллюстрирующие определение направления распространения электромагнитной волны посредством вектора Пойнтинга

из векторов E или H изменяет свое направление на обратное, то и вектор Пойнтинга Π получает обратное направление; если же оба вектора E и H получают противоположное направление, то это не изменяет направления вектора Пойнтинга Π . Заметим, что на такого рода рисунках точка означает направление вектора H к читателю, а крестик — от читателя, причем в обоих случаях этот вектор перпендикулярен плоскости чертежа.

Для определения величины вектора Пойнтинга выделим в пространстве элементарный параллелепипед, стороны которого $d\chi$, dy , dz соответственно параллельны координатным осям χ , y , z (рис. 13.16). Так как в единице объема содержится энергия электрического и магнитного полей

$$\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2},$$

то в объеме элементарного параллелепипеда $d\chi dy dz$ заключена энергия

$$\left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right) d\chi dy dz.$$

Если электромагнитная волна движется в направлении χ со скоростью v , то через данный элементарный объем электромагнитная волна проходит за время $dt = \frac{d\chi}{v}$. Следовательно, в единицу вре-

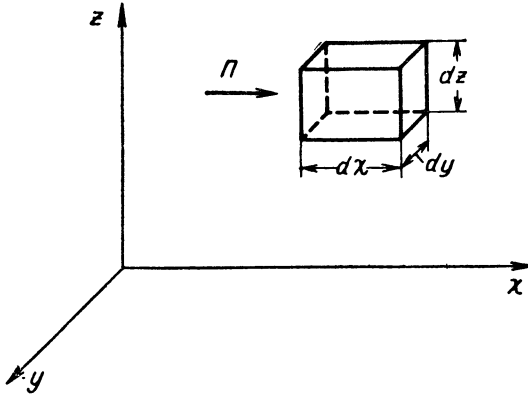


Рис. 13.16. Элементарный параллелепипед, пересекаемый потоком электромагнитной энергии.

мени через площадку $dy dz$, перпендикулярную направлению распространения волны, проходит энергия

$$\frac{\left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right) d\chi dy dz}{dt} = \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right) v dy dz.$$

Разделив это выражение на $dy dz$, находим мощность потока электромагнитной волны, приходящуюся на единичную площадку, т. е. плотность потока мощности

$$\Pi = \frac{\left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right) v dy dz}{dy dz} = \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right) v.$$

Так как

$$\frac{\epsilon_a E^2}{2} = \frac{\mu_a H^2}{2}, \quad E = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} H \quad \text{и} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a}},$$

то

$$\Pi = 2 \frac{\epsilon_a E^2}{2} v = \epsilon_a E H \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = E H.$$

Вектор Пойнтинга может быть выражен также через волновое сопротивление среды $Z_B = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$, если учесть, что $E = HZ_B$:

$$P = EH = \frac{E^2}{Z_B} = H^2 Z_B. \quad (315)$$

Для свободного пространства $Z_B = Z_0 = 120 \pi = 377 \text{ ом}$, и потому

$$P = EH = \frac{E^2}{120\pi} = 120\pi H^2. \quad (316)$$

Итак, движущееся электромагнитное поле переносит энергию с плотностью потока мощности, равной произведению действующих значений напряженностей электрического и магнитного полей. Эта же плотность потока мощности пропорциональна квадрату напряженности электрического или магнитного поля.

87. Примеры применения вектора Пойнтинга

В § 84 уже упоминалось о том, что в любой линии передачи энергия переносится не по проводам, а электромагнитным полем, окружающим провода. В подтверждение сказанному можно сослаться еще на то, что поступательная скорость движения электро-

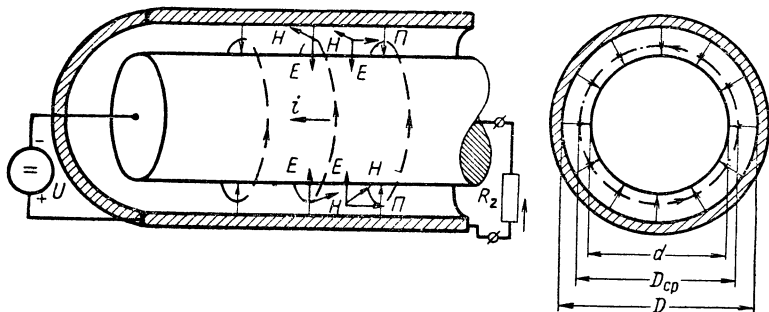


Рис. 13.17. Передача энергии постоянного тока по коаксиальной линии.

нов в проводах несоизмеримо меньше (порядка сантиметров в секунду) скорости электромагнитных волн, с которой передается электрическая энергия по любой цепи. Все это становится особенно убедительным на примерах применения вектора Пойнтинга к электрическим цепям.

Начнем с передачи энергии постоянного тока по коаксиальной линии без потерь (рис. 13.17). В соответствии с полярностью подводимого к линии напряжения в ней имеется электрическое поле,

силовые линии которого расположены радиально и направлены от внешнего провода к внутреннему. Ток, проходящий по внутреннему проводу, создает между проводами магнитное поле, линии которого замкнуты в концентрические окружности и направлены согласно правилу правого винта. Вокруг внешнего провода магнитное поле должно возбуждаться токами внутреннего и внешнего проводов, но, поскольку эти токи численно равны и направлены противоположно, никакого поля вне линии не существует.

На рисунке показано направление вектора Пойнтинга Π с учетом того, что вектор E совпадает с электрической силовой линией, а вектор H направлен по касательной к линии магнитного поля. Вектор Π указывает, что по всей коаксиальной линии энергия переносится от генератора к нагрузке, как это гласит теория электрических цепей.

Для определения мощности, подводимой к нагрузке, допустим, что в линии электромагнитное поле равномерное. Это возможно, если расстояние между проводами $\frac{D-d}{2}$, заполненное диэлектриком, значительно меньше среднего диаметра $D_{\text{ср}}$ поперечного сечения. Сечение имеет площадь $S = \pi D_{\text{ср}} \left(\frac{D-d}{2} \right)$, и так как плотность потока мощности $\Pi = EH$, то мощность, поступающая в нагрузку, равна

$$P = \Pi S = EH \pi D_{\text{ср}} \left(\frac{D-d}{2} \right). \quad (317)$$

Выразим мощность P через напряжение U и ток I в линии. Поскольку напряжение приложено к проводам, разделенным расстоянием $(D-d)/2$, и напряженность электрического поля в диэлектрике равна E , имеем

$$U = E \frac{D-d}{2}. \quad (318)$$

Далее, имея в виду, что ток I вызывает магнитное поле с длиной средней линии $\oint dl = \pi D_{\text{ср}}$ и напряженностью $H_{\tau} = H$, записываем закон полного тока $\oint H_{\tau} dl = I$ в таком виде:

$$H \pi D_{\text{ср}} = I. \quad (319)$$

Подстановка (318) и (319) в выражение (317) дает

$$P = \frac{E(D-d)}{2} H \pi D_{\text{ср}} = UI,$$

т. е. мощность постоянного тока, подводимая по линии к нагрузке, равна произведению напряжения на ток, что опять согласуется с теорией цепей.

Следующий пример относится к линии без потерь, которая питается от генератора переменного тока и работает в режиме бегущих волн (рис. 13.18). В такой линии напряжение и ток, а соот-

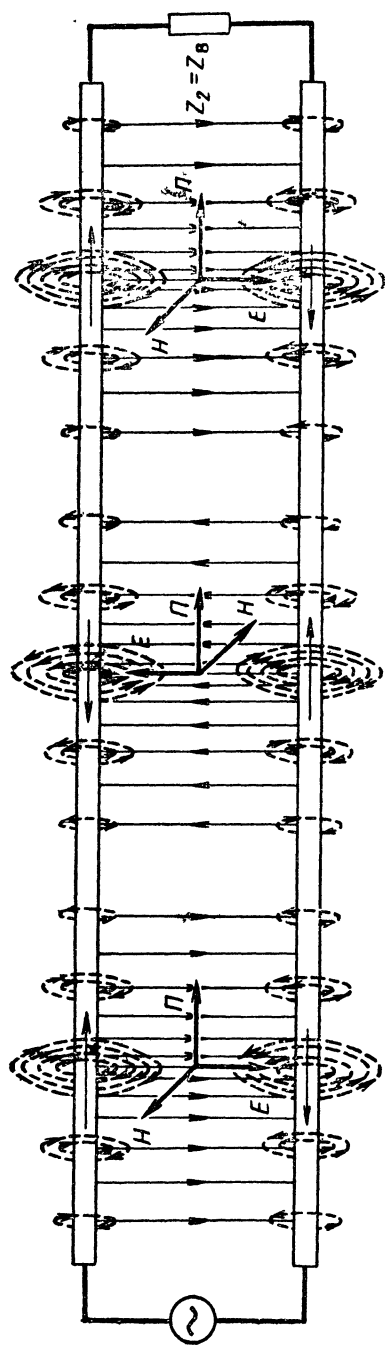


Рис. 13.18. Определение направления распространения волны в идеальной линии, согласованной с нагрузкой, посредством вектора Пойнтинга.

ветственно, и напряженности электрического и магнитного полей совпадают по фазе. Поэтому изменение направления векторов E и H на обратное происходит одновременно, а направление вектора Π на всех участках линии сохраняется постоянным.

В линии, обладающей активным сопротивлением (рис. 13.19), кроме основного электрического поля E' , обусловленного напряжением между проводами, имеется электрическое поле меньшей напряженности E'' , которое необходимо для создания тока в проводах. Напряженность E'' прямо пропорциональна падению напряжения на активном сопротивлении проводов. Очевидно, что составляющая E' перпендикулярна току в проводах, а E'' совпадает

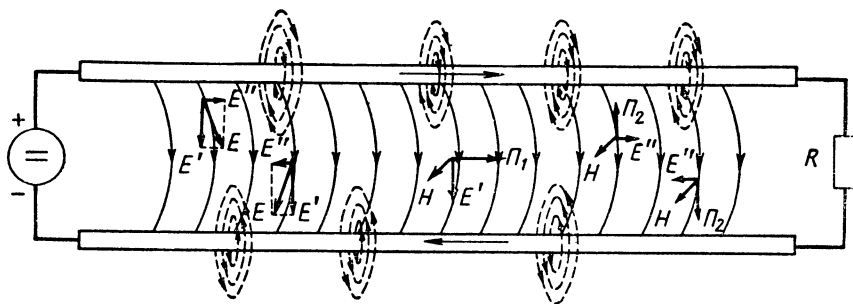


Рис. 13.19. Определение направления распространения энергии при наличии потерь в линии передачи.

с ним по направлению. Складывая векторы E' и E'' , получаем вектор результирующего поля E , который указывает направление электрических силовых линий. Как видно из рисунка, эти силовые линии изогнуты и образуют с проводами угол, не равный 90° . Определяя вектор Пойнтинга для каждой составляющей электрического поля отдельно, находим, что вектору E' , совпадающему по направлению с током в нагрузке, соответствует вектор Π_1 , направленный к нагрузке, а вектору E'' , совпадающему по направлению с током в линии, соответствует вектор Π_2 , направленный внутрь проводов реальной линии. Характерно, что *электромагнитная энергия всегда направлена к тому участку цепи, в котором ток совпадает по направлению с электрическим полем*. Это находит подтверждение и в предыдущих примерах.

Второй вывод: *электромагнитная энергия, подводимая от генератора к линии, не полностью поступает в нагрузку, так как часть ее теряется в линии*.

Если идеальная линия либо разомкнута на конце, либо замкнута накоротко или на реактивное сопротивление, т. е. работает в режиме стоячих волн, то в любом сечении линии имеется сдвиг по фазе между напряжением и током или соответственно между напряженностями электрического и магнитного полей на 90°

(рис. 13.20). Поэтому через каждые четверть периода один из векторов, E или H , изменяет направление на обратное, и согласно вектору Пойнтинга Π электромагнитная энергия следует то от гене-

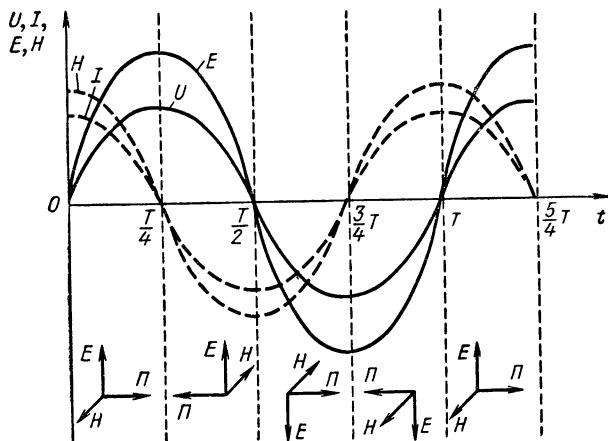


Рис. 13.20. Определение направления распространения электромагнитной энергии в линии, работающей в режиме стоячих волн.

ратора к нагрузке, то обратно. Таким образом, подтверждается вывод, сделанный из анализа напряжений и токов в длинной линии, что на создание чисто стоячих волн генератор не затрачивает энергии.

88. Физическая сущность процесса излучения радиоволн. Принцип излучения радиоволн

Излучением радиоволн называется процесс преобразования энергии тока высокой частоты в энергию электромагнитных волн.

Выделим в разомкнутой двухпроводной линии (рис. 13.21), подключенной к генератору синусоидальной э. д. с., два элементарных участка A и B , удаленных друг от друга на расстояние l . Ток на участке A , имеющий амплитуду I_m ,

$$i_A = I_m \sin \omega t$$

создает магнитный поток Φ_A с амплитудой Φ_m :

$$\Phi_A = \Phi_m \sin \omega t,$$

который совпадает с током по фазе.

Электромагнитное поле распространяется с конечной скоростью, и магнитное поле, возникшее на участке A , достигнет участка

В спустя некоторое время. Соответственно магнитный поток Φ_{BA} на участке B , вызванный током i_A , отстает по фазе от магнитного потока Φ_A на угол $\vartheta = \beta l = \frac{2\pi}{\lambda} l$ (рис. 13.22), т. е.

$$\Phi_{BA} = \Phi_m \sin(\omega t - \vartheta).$$

Так как в проводах линии существуют стоячие волны, для которых характерно совпадение по фазе тока в любом сечении линии,

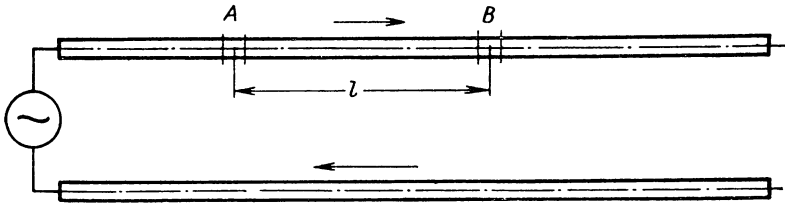


Рис. 13.21. Двухпроводная линия, иллюстрирующая принципиальную возможность излучения электромагнитных волн.

то между токами I_A (в сечении A) и I_B (в сечении B) отсутствует сдвиг по фазе, а магнитный поток Φ_{BA} отстает по фазе от тока I_B на угол ϑ

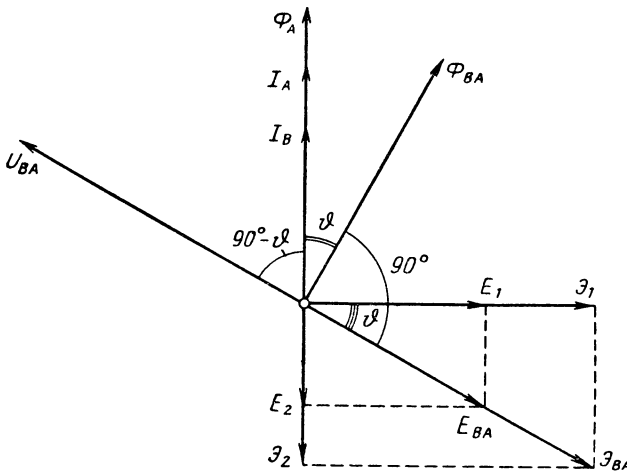


Рис. 13.22. Векторная диаграмма к рис. 13.21.

Применив закон электромагнитной индукции к элементарному участку B , находим, что в нем магнитный поток Φ_{BA} индуцирует э. д. с. \mathcal{E}_{BA} , которая отстает по фазе на 90° от потока Φ_{BA} и, следовательно, на угол $90^\circ + \vartheta$ от тока I_B . Индуцированная э. д. с. уравнивается напряжением U_{BA} , которое создается генератором в сечении B . Очевидно, что напряжение U_{BA} и э. д. с.

\mathcal{E}_{BA} численно равны и противоположны по знаку. Поскольку между напряжением (U_{BA}) и током (I_B) на участке B сдвиг по фазе равен $90^\circ - \vartheta$, то мощность, подводимая от генератора к данному участку, равна

$$\Delta P = U_{BA} I_B \cos(90^\circ - \vartheta) = U_{BA} I_B \sin \vartheta. \quad (320)$$

В приведенных рассуждениях предполагается, что в линии существуют чисто стоячие волны. Значит, речь идет о линии без потерь; тем не менее, если угол $\vartheta \neq 0$, то и мощность ΔP не равна нулю. Все это позволяет сделать вывод, что *мощность ΔP затрачивается генератором на излучение элементарным участком B электромагнитных волн во внешнюю среду.*

Мощность ΔP элементарная, она обусловлена воздействием тока только одного элементарного участка (A) на другой (B). Если же учесть взаимодействие всех пар элементарных участков, то получится суммарная мощность излучения провода. Последняя согласно выражению (320) тем больше, чем больше угол ϑ .

К такому же выводу можно прийти, продолжив исследование векторной диаграммы (рис. 13.22). Раскладываем э. д. с. \mathcal{E}_{BA} на две составляющие \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 . Составляющая \mathcal{E}_1 , сдвинутая по фазе относительно тока I_B на 90° , является э. д. с. самоиндукции и соответствует реактивной энергии, которая движется от провода, а затем полностью возвращается в провод. Составляющая \mathcal{E}_2 находится в противофазе с током I_B и, следовательно, является противо-э. д. с., на преодоление которой генератор затрачивает активную энергию. Эта энергия преобразуется в электромагнитные волны. Для усиления излучения, очевидно, нужно увеличить противо-э. д. с. \mathcal{E}_2 , а для этого, как показывает диаграмма, должен быть увеличен угол ϑ .

Рис. 13.23. Провод излучает энергию при условии, что векторы электрического поля и тока направлены навстречу друг другу.

Наконец, вспомнив, что э. д. с. \mathcal{E}_{BA} и напряженность соответствующего электрического поля E_{BA} синфазны и изменяются в прямой пропорции, изображаем вектор E_{BA} , как на рис. 13.22. Раскладываем E_{BA} на составляющие E_1 и E_2 , после чего определяем вектор Пойнтинга для составляющей E_2 , направленной навстречу току (рис. 13.23). Этот вектор идет от провода и, следо-

вательно, характеризует энергию излучения. Так как излучение электромагнитных волн усиливается с увеличением составляющей напряженности электрического поля E_2 , то опять приходим к выводу, что должен быть увеличен угол ϑ .

Из формулы $\vartheta = 2\pi l/\lambda$ видно, что угол ϑ увеличивается при удлинении излучающего провода по сравнению с длиной волны (l/λ). Требуемое для эффективного излучения соотношение между l и λ можно получить лишь при условии, что в излучающем проводе возбуждается ток высокой частоты.

Теперь учтем влияние второго провода линии. Если расстояние между проводами мало, то численно равные, но противоположно направленные токи в прямом и обратном проводах линии возбуждают электромагнитные поля, которые взаимно компенсируются, в результате чего излучения энергии не происходит. Если же расстояние между проводами линии велико, то между электромагнитными полями этих проводов появляются дополнительные фазовые сдвиги, за счет которых возникает некоторое излучение энергии.

Это и есть *антенный эффект*, нежелательный для фидера и необходимый для антенны. Наибольший антенный эффект получается при развертывании двухпроводной линии в одну прямую линию, как показано на рис. 13.23. Здесь ток в обоих проводах идет в одном направлении и в равной мере вызывает излучение электромагнитных волн. Такая антенна называется *симметричным вибратором*.

Процесс излучения радиоволн. Процесс излучения электромагнитных волн можно наглядно представить на примере элементарного вибратора.

Элементарным вибратором (рис. 13.24) называется система, состоящая из двух шаров A и B , соединенных между собой прямолинейным проводом, длина l которого значительно меньше длины волны.

Элементарный вибратор является цепью с сосредоточенными параметрами: короткий провод образует небольшую индуктивность, а шары — сравнительно большую емкость. Отсюда следует, что ток вдоль элементарного вибратора распределен равномерно и изменяется только во времени. Это значительно упрощает анализ работы вибратора. Примером элементарного вибратора может служить диполь, использованный Герцем для излучения электромагнитных волн.

Диполь Герца (рис. 13.25) состоит из двух шаров A и B или пластин, образующих обкладки конденсатора, и проводов, соединяющих эти элементы с искровым промежутком, к которому подводится напряжение от вторичной обмотки индукционной катушки. За счет этого напряжения происходит заряд емкости диполя. Когда э. д. с. во вторичной обмотке индукционной катушки достигает определенной величины, происходит пробой искрового промежутка и наступает разряд конденсатора диполя, имеющий характер затухающих колебаний. Частота полученных колебаний опреде-

ляется емкостью шаров (пластин) и индуктивностью соединительного провода. Следующий импульс высокочастотного тока в диполе возникает после очередного прерывания тока в первичной обмотке индукционной катушки.

Прежде чем приступить к рассмотрению процесса излучения электромагнитных волн элементарным вибратором, допустим, что в вибраторе происходят синусоидальные электрические колебания столь низкой частоты, что излучения электромагнитных волн практически не наблюдается. Этот случай соответствует сдвигу по фазе между напряжением u (зарядом q) и током i точно на 90° (рис. 13.26).

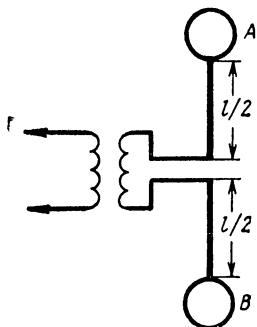


Рис. 13.24. Схема элементарного вибратора.

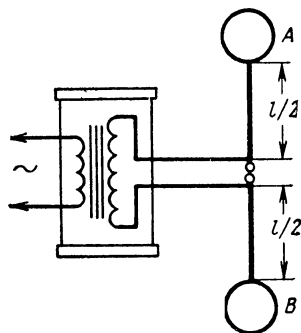


Рис. 13.25. Схема возбуждения диполя Герца.

В момент $t = 0$ напряжение на вибраторе равно нулю, а ток в нем имеет максимальную величину. При этом электрического поля вокруг вибратора нет, но существует максимальное по напряженности магнитное поле, линии которого имеют форму концентрических окружностей с центром на оси вибратора. Пересечение магнитных силовых линий с плоскостью чертежа показано в виде точек и крестиков.

В первую четверть периода ($t = 0 \div t_2$) вибратор заряжается уменьшающимся током, в результате чего появляется и постепенно усиливается электрическое поле, представленное силовыми линиями, которые начинаются на положительных зарядах вибратора и кончаются на отрицательных. С уменьшением тока напряженность магнитного поля тоже уменьшается. Это отражено на рисунке уменьшением плотности линий магнитного поля.

К концу первой четверти периода энергия магнитного поля полностью возвращается в вибратор, точнее в источник возбуждения вибратора, а энергия электрического поля достигает максимума. Поэтому на рис. 13.26 для момента $t_2 = \frac{T}{4}$ показано максимальное число силовых линий электрического поля при отсутствии линий магнитного поля.

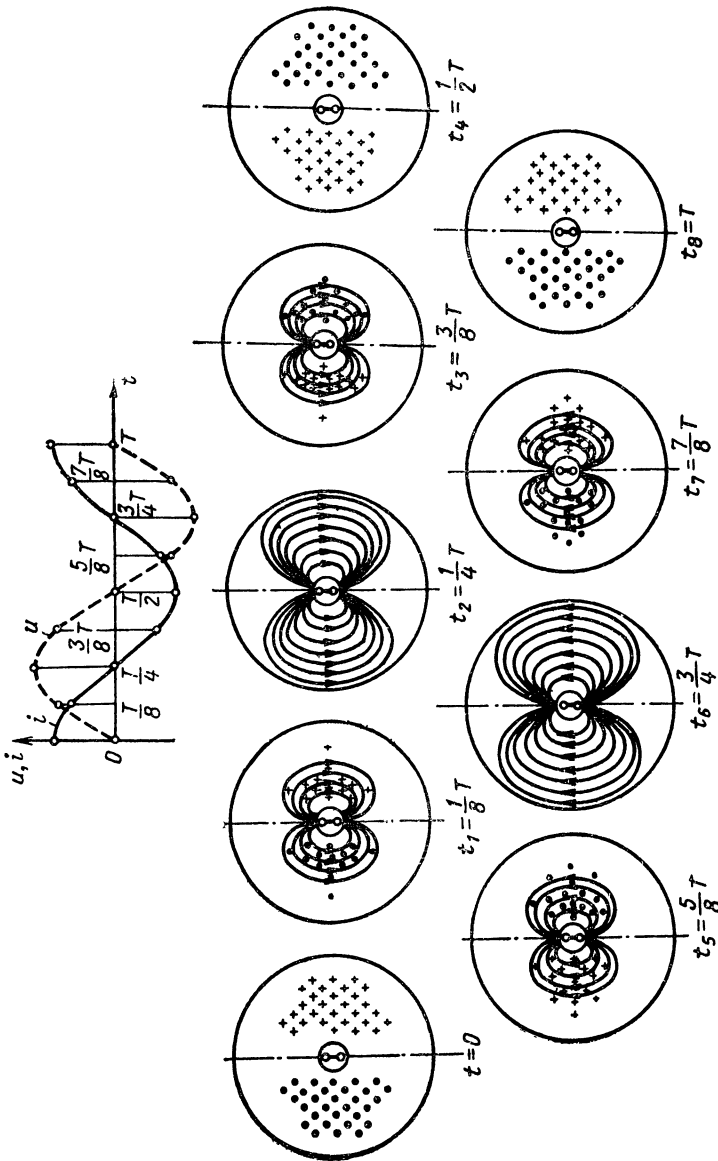


Рис. 13.26. Квазистационарное электромагнитное поле диполя Герца.

Во вторую четверть периода ($t_2 \div t_4$) происходит разряд вибратора до напряжения $u = 0$ при токе, увеличивающемся от нуля до максимума, за счет энергии того же источника. Состояние полей вибратора к концу второй четверти периода ($t_4 = \frac{T}{2}$) изображается максимальным числом линий магнитного поля при полном отсутствии электрических силовых линий.

В дальнейшем описанные процессы повторяются, но только с той разницей, что в соответствии со знаками зарядов и направлением тока вибратора направление линий электрического или магнитного поля изменяется на обратное.

Таким образом, электромагнитное поле вибратора, по которому проходит медленно изменяющийся ток, находится в ограниченном пространстве вокруг вибратора (в пределах сферы радиусом $\lambda/4$). Такое поле называется *квазистационарным* (мнимостационарным). Для квазистационарного поля характерно следующее: 1) поле неразрывно связано с движущимися в вибраторе зарядами и потому не выходит за пределы ограниченного пространства (не излучается), 2) между электрическим и магнитным связанными полями существует сдвиг по фазе на 90° .

Если же ток в вибраторе имеет высокую частоту (рис. 13.27), то характер рассматриваемых явлений существенно изменяется: часть энергии электромагнитного поля, создаваемого током вибратора, оказывается свободной, не связанной с вибратором, и распространяется в пространстве в форме электромагнитных волн.

Возникновение свободного электромагнитного поля обусловлено тем, что быстро изменяющееся магнитное поле вызывает в пространстве переменное электрическое поле, а быстро изменяющееся электрическое поле возбуждает переменное магнитное, которое совместно с возникшим электрическим удаляется от вибратора. Условимся изображать свободное магнитное поле в местах пересечения его линий с плоскостью рисунка крестиками и точками в кружочках, а связанное магнитное поле — без кружочков. Свободное и связанное электрические поля можно различить на рисунке тем, что силовые линии связанного поля начинаются на положительных и кончаются на отрицательных зарядах вибратора, а силовые линии свободного поля замкнуты, т. е. не имеют ни начала, ни конца.

Пусть исходное состояние вибратора ($t = 0$) будет таким же, как в предыдущем случае: ток максимальный, направленный снизу вверх; этому току соответствует связанное с вибратором магнитное поле максимальной напряженности, электрическое поле отсутствует.

В первую четверть периода ($t_0 \div t_2$), когда вибратор заряжается уменьшающимся током, возникает электрическое поле нарастающей напряженности, которое связано с зарядами вибратора. Так как ток вибратора уменьшается, то связанное магнитное поле постепенно исчезает, но происходящее одновременно усиление

электрического поля вызывает согласно первому уравнению Максвелла свободное магнитное поле. К моменту времени $t_2 = T/4$ электромагнитное поле оказывается расположенным в зоне радиусом $\lambda/4$, причем электрическое поле максимально по напряженности и связано с зарядами вибратора, а оставшееся магнитное поле свободное, оно не связано с током вибратора.

Во вторую часть периода ($t = t_2 \div t_4 = T/4 \div T/2$) уменьшение напряжения на вибраторе сопровождается исчезновением

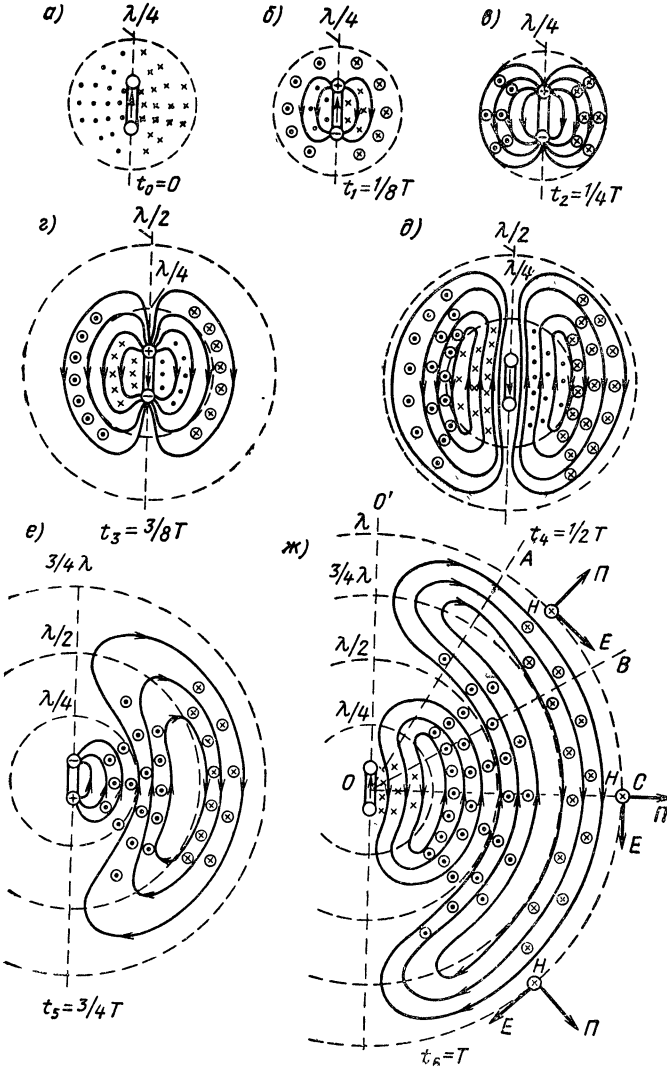


Рис. 13.27. Иллюстрация процесса излучения диполя Герца при помощи линий электрического и магнитного полей.

связанного электрического поля, а возрастающий ток вибратора вызывает появление и рост связанного с ним магнитного поля, которое согласно второму уравнению Максвелла возбуждает свободное электрическое поле. В создании этого поля участвует также ранее образовавшееся свободное магнитное поле, которое за это время успело распространиться в зону радиусом $\lambda/4 \div \lambda/2$. Таким образом, к моменту времени $t_4 = T/2$ вокруг вибратора образовалось свободное электрическое поле, охватывающее магнитное поле; последнее по своему характеру преимущественно связанное в зоне радиусом $\lambda/4$ и свободное в зоне радиусом $\lambda/4 \div \lambda/2$.

В третью четверть периода ($t = t_4 \div t_5 = T/2 \div 3T/4$) ток, уменьшаясь, заряжает вибратор со знаком плюс на нижнем шаре и минус — на верхнем. Возникает новая область связанного электрического поля, которая достигает границ зоны радиусом $\lambda/4$. Поскольку силовые линии этого поля имеют такое же направление, как и внутренняя часть силовых линий свободного электрического поля, то первые отталкивают вторые, подтверждая этим, что свободное электрическое поле распространяется только в стороны от излучателя. За третью четверть периода свободные поля сместились еще на одну четверть длины волны ($\lambda/2 \div 3\lambda/4$). Одновременно происходит другой процесс: уменьшение тока вибратора сопровождается исчезновением связанного с ним магнитного поля, но так как связанное электрическое поле изменяется (возрастает), то образуется свободное магнитное поле. В этом частично участвует и вихревое электрическое поле вблизи границы сферы радиусом $\lambda/4$. Теперь уже вихревое электрическое поле полностью совмещено со свободным магнитным полем.

В последнюю четверть периода ($t = t_5 \div t_6 = 3T/4 \div T$) напряжение на вибраторе падает до нуля, связанное электрическое поле исчезает вместе с зарядами вибратора, но возрастающий ток вибратора возбуждает связанное магнитное поле, охватывающее зону радиусом $\lambda/4$. Последнее, в свою очередь, вызывает свободное электрическое поле, силовые линии которого располагаются по обе стороны этой зоны. Ранее полученное свободное электромагнитное поле за то же время успело удалиться от вибратора еще на четверть длины волны, т. е. достигло сферы радиусом λ . Описанный процесс повторяется через каждый период.

Выводы

Полученное электромагнитное поле называется *нестационарным*. В так называемой ближней зоне, примыкающей к вибратору, нестационарное поле в основном связанное. Его магнитная составляющая подчиняется закону Био — Савара и по напряженности поля обратно пропорциональна квадрату расстояния от вибратора, а в электрической составляющей, поскольку она образована диполем, т. е. двумя разноименными зарядами, напряженность обратно пропорциональна кубу расстояния. Между связанным электрическим и магнитным полями сдвиг по фазе равен 90° .

В дальней зоне связанных полей нет и имеется только свободное электромагнитное поле. Свойства его следующие:

- 1) обе составляющие поля имеют вихревой характер;
- 2) в свободном электромагнитном поле электрическая и магнитная составляющие имеют не только одинаковую частоту, но и равную фазу. Действительно, если бы эти составляющие возникли в одном и том же месте одновременно, то сдвиг по фазе на 90° , имеющийся между напряжением и током, сохранился бы и между свободными электрическим и магнитным полями. В данном случае происходит иное: свободное магнитное поле, возникшее, скажем, в момент $t_2 = T/4$, оказалось совмещенным в пространстве со свободным электрическим полем, образовавшимся в момент $T_4 = T/2$ (см. рис. 13.27, в, д); за эту четверть периода ($T/4 \div T/2$) магнитное поле успело изменить свою фазу на 90° и оказалось синфазным с только что образовавшимся свободным электрическим полем;
- 3) в любой точке сферы, окружающей вибратор в дальней зоне, векторы E и H взаимно перпендикулярны и находятся в плоскости, касательной к этой сфере (рис. 13.27, ж).

Все перечисленные свойства совпадают со свойствами бегущих электромагнитных волн, о которых говорилось в § 84. Это позволяет сказать: *электромагнитное поле в дальней зоне антенны свободное и распространяется в свободном пространстве со скоростью света в виде бегущих электромагнитных волн;*

4) вектор Пойнтинга P , построенный в соответствии с векторами E и H , указывает на то, что электромагнитные волны диполя излучаются радиально относительно его центра. Значит, *диполь Герца излучает сферические электромагнитные волны*. Среднюю точку диполя, центр сферического фронта диполя, называют *фазовым центром волны*;

5) антенна, как правило, создает направленное излучение. Это относится и к диполю Герца. Так, судя по густоте силовых линий в направлениях OO' , OA , OB , OC (рис. 13.27, ж), можно сказать, что напряженности полей диполя возрастают от нуля до максимума по мере отклонения от его оси к экваториальной плоскости, т. е. к плоскости, которая перпендикулярна оси диполя и проходит через середину вибратора;

6) в данной точке пространства напряженность свободного электрического поля, как и магнитного, обратно пропорциональна расстоянию от этой точки до фазового центра волны. Во введении была доказана справедливость такой зависимости для сферической волны с равномерным излучением во всех направлениях. Далее приводится доказательство того, что указанная зависимость справедлива при любой направленности излучателя сферических волн.

Имеются два сферических фронта Φ_1 и Φ_2 с общим фазовым центром O (рис. 13.28). Обозначим радиус первой сферы r_1 , а радиус второй — r_2 . Из множества радиальных лучей вибратора выделим какой-то пучок, в пределах которого излучение можно считать равномерным. Этот пучок в виде конуса пересекает на сфере Φ_1

элементарную площадь dS_1 , а на сфере Φ_2 — площадь dS_2 . Как известно, площади dS_1 , dS_2 пропорциональны квадратам радиусов соответствующих сфер:

$$\frac{dS_1}{dS_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

Если волны распространяются в свободном пространстве, то потерь энергии нет и плотность потока мощности уменьшается только за счет распределения ее на большей площади фронта. Чем

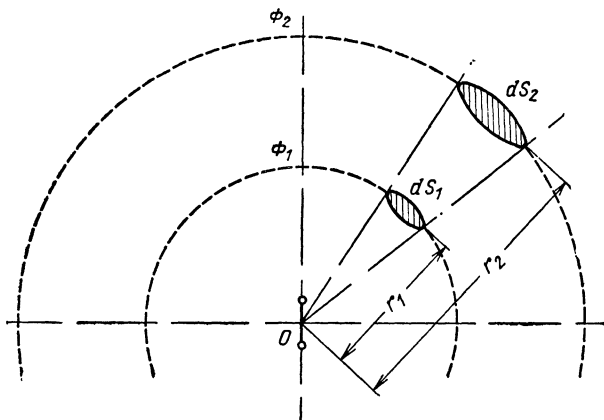


Рис. 13.28. Диаграмма, иллюстрирующая зависимость напряженности поля сферической волны от расстояния.

меньше площадь dS_1 по сравнению с dS_2 , тем больше плотность потока мощности на первой площади по сравнению со второй: $P_1/P_2 = dS_2/dS_1$. Совмещая это равенство с предыдущим, имеем

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2},$$

т. е. плотность потока мощности обратно пропорциональна квадрату расстояния ($P \equiv 1/r^2$). С другой стороны, известно, что плотность P пропорциональна квадрату напряженности электрического или магнитного поля: $P = E^2/Z_b = Z_b H^2$. Следовательно, в любой сферической волне, в том числе и образованной диполем Герца, напряженность электрического или магнитного поля обратно пропорциональна первой степени расстояния от излучателя ($E \equiv 1/r$, $H \equiv 1/r$).

Вспомним, что именно это является причиной использования свободных, а не связанных электромагнитных полей для связи на большие расстояния.

Приведенное объяснение процесса излучения электромагнитных волн неразрывно связано с толкованием того же вопроса

при помощи векторной диаграммы, изображенной на рис. 13.22. Вектору E_1 соответствует связанное поле в зоне индукции, а вектору E_2 — свободное поле в зоне излучения.

Оба способа объяснения позволяют сделать одинаковые выводы.

1. Излучение радиоволн принципиально возможно потому, что переменные электромагнитные поля распространяются в пространстве с конечной скоростью. Если бы электромагнитные поля распространялись мгновенно, то никакого отставания по фазе ϑ не было бы, составляющая E_2 была бы равна нулю и излучение электромагнитных волн отсутствовало бы.

2. Ток в антенне должен иметь высокую частоту, так как при малой частоте колебаний в антенне изменения магнитного потока следуют за изменениями тока почти без отставания по фазе ($\vartheta \approx 0$) и образования электрического поля, как и магнитного, благодаря изменениям электрического поля, практически не наблюдается.

3. Для эффективного излучения электромагнитных волн необходимо, чтобы электрические и магнитные поля не были разделены пространственно, а занимали общий объем. Иными словами, антенна должна представлять собой открытый колебательный контур, размеры которого соизмеримы с длиной волны. Если бы это условие не соблюдалось, то электрическое поле оказалось бы неразрывно связанным с емкостными элементами цепи, а магнитное — с индуктивными элементами той же цепи, и этим бы исключалось образование электромагнитной волны.

89. Влияние проводимости среды на распространение электромагнитных волн

Любую однородную среду по условиям распространения в ней электромагнитных волн можно отнести к одной из четырех групп: идеальному диэлектрику, несовершенному диэлектрику, несовершенному проводнику, идеальному проводнику.

Как известно, в идеальном диэлектрике удельная проводимость $\gamma = 0$, вследствие чего в нем отсутствует ток проводимости и имеется лишь ток смещения. Пусть в данной точке идеального диэлектрика мгновенное значение напряженности электрического поля равно

$$E_{\text{мгн}} = E_m \sin(\omega t - \beta \chi) \quad (321)$$

или в комплексном виде

$$\dot{E} = E_m e^{j(\omega t - \beta \chi)}.$$

Тогда плотность тока смещения равна

$$\delta_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{dE_{\text{мгн}}}{dt} = \epsilon_a j\omega E_m e^{j(\omega t - \beta \chi)} = j\omega \epsilon_a \dot{E}. \quad (322)$$

Входящий в формулы коэффициент фазы β связан с угловой частотой ω , скоростью распространения волн v и параметрами среды ϵ_a , μ_a зависимостью

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}. \quad (323)$$

Так как волновое сопротивление идеального диэлектрика имеет чисто активный характер и равно $Z_B = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$, то магнитное и электрическое поля в этой среде совпадают по фазе и их напряженности связаны зависимостью

$$H = E/Z_B = E \sqrt{\epsilon_a/\mu_a}.$$

Несовершенный диэлектрик обладает некоторой удельной проводимостью, и наряду с основным током смещения в нем имеется ток проводимости, плотность которого равна

$$\delta_{\text{пр}} = \gamma \dot{E}. \quad (324)$$

Чем больше ток смещения по сравнению с током проводимости, тем меньше отличается данная среда от идеального диэлектрика по своим свойствам. Из отношения

$$\frac{\delta_{\text{см}}}{\delta_{\text{пр}}} = \frac{j\omega\epsilon_a \dot{E}}{\gamma E} = j \frac{\omega\epsilon_a}{\gamma} \quad (325)$$

видно, что одно и то же вещество при низких частотах может являться хорошим проводником ($\delta_{\text{см}}/\delta_{\text{пр}} \ll 1$), а при высоких частотах — диэлектриком ($\delta_{\text{см}}/\delta_{\text{пр}} \gg 1$). Например, морская вода при $f < 9 \cdot 10^6$ гц считается проводником, а при $f > 9 \cdot 10^{10}$ гц — диэлектриком; сырая почва при $f < 18 \cdot 10^3$ гц является проводником, а при $f > 18 \cdot 10^7$ гц — диэлектриком.

Из выражений (304), (322) находим плотность полного тока

$$\dot{\delta} = \delta_{\text{см}} + \delta_{\text{пр}} = j\omega\epsilon_a E + \gamma \dot{E} = j\omega \dot{E} \left(\epsilon_a + \frac{\gamma}{j\omega} \right) = j\omega \dot{E} \left(\epsilon_a - j \frac{\gamma}{\omega} \right). \quad (326)$$

Сопоставляя формулы (326) и (322), можно заметить, что комплексное выражение в скобках, которое относится к произвольной среде, аналогично величине ϵ_a для идеального диэлектрика. Это выражение называют комплексной абсолютной диэлектрической проницаемостью среды:

$$\dot{\epsilon}_a = \epsilon_a - j \frac{\gamma}{\omega}. \quad (327)$$

Модуль данной величины равен

$$|\epsilon_a| = \sqrt{\epsilon_a^2 + \left(\frac{\gamma}{\omega} \right)^2}.$$

Чтобы определить фазовую скорость электромагнитных волн в несовершенном диэлектрике v , нужно в формуле (309) заменить ϵ_a величиной $|\epsilon_a|$:

$$v = \frac{1}{\sqrt{|\epsilon_a| \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \sqrt{\epsilon_a^2 + (\gamma/\omega)^2}}}. \quad (328)$$

Из формулы видно, что в несовершенном диэлектрике наблюдается *дисперсия*, т. е. зависимость фазовой скорости электромагнитных волн от их частоты. Дисперсия приводит к искажению формы передаваемых сигналов, так как различные гармонические составляющие сигнала распространяются в дисперсной среде с различной фазовой скоростью и поступают в нагрузку с различной задержкой во времени. Если же ток проводимости значительно меньше тока смещения, т. е. имеет место соотношение $\gamma/\omega \ll \epsilon_a$, то формула (328) принимает вид $v \approx 1/\sqrt{\mu_a \epsilon_a}$, т. е. дисперсия фактически отсутствует и фазовая скорость такая же, как в идеальном диэлектрике.

Второе обстоятельство: с увеличением удельной проводимости γ понижается фазовая скорость v , а с ней и длина волны в данной среде $\lambda = v/f$. Однако при соотношении $\gamma/\omega \ll \epsilon_a$ этим можно пренебречь.

Более существенно другое: ток проводимости вызывает в диэлектрике необратимые потери энергии и вносит затухание в распространяемые волны. Последнее учитывается, как для длинных линий, множителем $e^{-\alpha x}$, где α — коэффициент затухания:

$$E_{\text{мгн}} = E_m e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x).$$

Очевидно, что чем больше удельная проводимость среды γ , тем больше и коэффициент затухания α . Этот коэффициент увеличивается с ростом частоты.

Проводимость среды влияет также на ее волновое сопротивление. За счет величины ϵ_a волновое сопротивление становится комплексным ($Z_B = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$), в результате чего появляется сдвиг по фазе между электрическим и магнитным полями ($\dot{H} = \dot{E}/Z_B$). В большинстве диэлектриков $\delta_{\text{пр}} \ll \delta_{\text{см}}$, для них волновое сопротивление сохраняет активный характер ($Z_B = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$), а электрическое и магнитное поля — синфазность.

В несовершенных проводниках также имеются токи проводимости и смещения, но при соотношении $\delta_{\text{пр}} \gg \delta_{\text{см}}$ и $\gamma/\omega \gg \epsilon_a$. По этой причине фазовая скорость и длина волны в металлических проводниках намного меньше, чем в вакууме или воздухе. Так, например, электромагнитные волны с частотой, соответствующей в вакууме $\lambda_0 = 1 \text{ м}$, имеют для меди длину $\lambda = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ см}$.

Затухание волн в проводниках очень велико, глубина проникновения в них электромагнитных волн так же мала, как и длина волны (поверхностный эффект). В несовершенных диэлектри-

как с $\delta_{\text{нр}} \ll \delta_{\text{см}}$ затухание волн, как известно, обусловлено необратимыми потерями энергии, а в проводниках оно вызывается главным образом отражением волн. Здесь сказывается комплексный характер волнового сопротивления и уменьшение его модуля $|Z_{\text{в}}|$ за счет проводимости среды:

$$|Z_{\text{в}}| = \sqrt{\frac{\mu_a}{|\epsilon_a|}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\sqrt{\epsilon_a^2 + \left(\frac{\gamma}{\omega}\right)^2}}}$$

Реактивная составляющая волнового сопротивления проводящей среды такова, что сдвиг по фазе между составляющими E и H электромагнитной волны достигает 45° . Комплексный характер волнового сопротивления означает также, что в данной среде происходит интенсивное отражение падающих волн.

Что касается уменьшения модуля $|Z_{\text{в}}|$, то это в соответствии с зависимостью $H_m = E_m/|Z_{\text{в}}|$ означает, что в несовершенных проводниках объемная плотность энергии магнитного поля значительно больше, чем электрического.

Идеальные проводники имеют удельную проводимость $\gamma \rightarrow \infty$ и соответственно фазовую скорость $v = 0$, длину волны $\lambda = v/f = 0$, волновое сопротивление $Z_{\text{в}} = 0$ и электрическое поле с амплитудой $E_m = |Z_{\text{в}}| H_m = 0$.

Иначе говоря, тока смещения в идеальном проводнике нет и электромагнитные волны в него вовсе не проникают.

90. Оптические свойства электромагнитных волн

Так как радиоволны подобно световым имеют природу электромагнитных колебаний, то они подчиняются общим законам оптики. Согласно этим законам радиоволны распространяются в однородной среде прямолинейно, а если однородность среды нарушается, то в зависимости от характера неоднородности они подвергаются отражению, преломлению, интерференции, дифракции и рефракции.

Явление отражения заключается в том, что электромагнитные волны, падая на границу раздела двух сред с различными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости, возвращаются в ту же среду. Это явление иллюстрируется рис. 13.29, где падающая волна с фронтом AB , CD , достигнув плоскости раздела двух сред, вызывает появление отраженной волны с фронтом LG , MN . Отраженную волну можно рассматривать как совокупность элементарных волн, возбуждаемых последовательно в точках C , E , F , G .

Так как в точку C падающая волна приходит раньше чем в точку G , то за это время волна, отраженная от точки C , успевает пройти

некоторое расстояние CL . Падающая и отраженная волны распространяются с одинаковой скоростью, а потому

$$CL = DG$$

или

$$CG \cdot \sin \theta_{\text{пад}} = CG \cdot \sin \theta_{\text{отр.}}$$

Отсюда следует, что угол падения $\theta_{\text{пад}}$ равен углу отражения $\theta_{\text{отр.}}$.

Явление преломления заключается в том, что электромагнитные волны при переходе из одной среды с параметрами ϵ_1, μ_1 в дру-

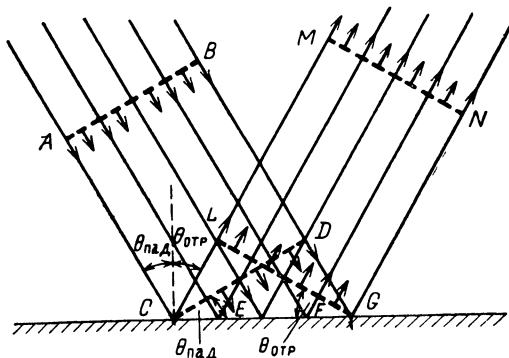


Рис. 13.29. Отражение электромагнитных волн.

гую среду с параметрами ϵ_2, μ_2 изменяют свою фазовую скорость, вследствие чего изменяется направление распространения электромагнитной волны (рис. 13.30).

Каждая среда характеризуется определенным *коэффициентом преломления* n , равным отношению фазовых скоростей электромагнитной волны в вакууме и в данной среде,

$$n = \frac{c}{v} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}{1}$$

Можно считать, что для любого диэлектрика $\mu_a = \mu_0$. При этом условии показатель преломления

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon} \tag{329}$$

Если показатель преломления $n > 1$, что соответствует $\epsilon > 1$, то при переходе электромагнитной волны из вакуума в данную среду фазовая скорость уменьшается. При $n < 1$ фазовая скорость преломленной волны больше, чем падающей волны в вакууме¹.

¹ Здесь говорится о фазовой скорости электромагнитных волн, которая, как будет доказано в гл. XIV, в общем случае не равна скорости распространения электромагнитной энергии. Последняя не может быть больше скорости света.

За время, необходимое для того, чтобы точка D фронта CD падающей волны достигла границы раздела двух сред, преломленная волна из точки C проходит во второй среде расстояние CF :

$$\frac{DE}{v_1} = \frac{CF}{v_2},$$

где v_1 — фазовая скорость электромагнитной волны в первой среде;
 v_2 — фазовая скорость электромагнитной волны во второй среде.

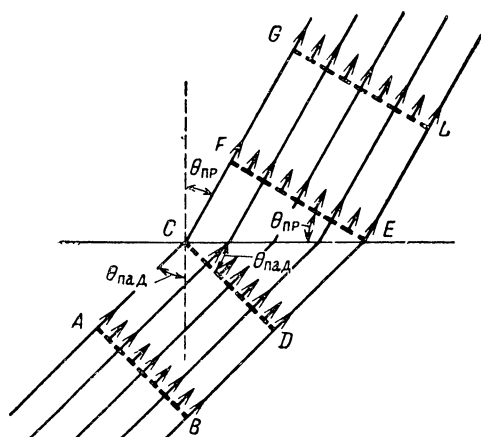


Рис. 13.30. Преломление электромагнитных волн.

Из рис. 13.30 видно, что

$$DE = CE \cdot \sin \theta_{\text{пад}}, \quad CF = CE \cdot \sin \theta_{\text{пр}}.$$

Следовательно, между углами падения $\theta_{\text{пад}}$ и преломления $\theta_{\text{пр}}$ существует зависимость

$$\frac{\sin \theta_{\text{пад}}}{\sin \theta_{\text{пр}}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{c} \cdot \frac{c}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (330)$$

где n_1 — показатель преломления первой среды;
 n_2 — показатель преломления второй среды.

Равенство (330) можно записать так:

$$n_1 \sin \theta_{\text{пад}} = n_2 \sin \theta_{\text{пр}}, \quad (331)$$

т. е. произведение синуса угла падения (преломления) на соответствующий показатель преломления есть постоянная величина.

Интерференцией называется сложение электромагнитных волн в пространстве. Свободное пространство является линейной системой и к нему применим принцип суперпозиции. Это значит, что результирующую волну следует рассматривать как совокуп-

ность независимых интерферирующих волн. Если частота последних одинакова, то интенсивность результирующей волны зависит от сдвига фаз между соответствующими (электрическими и магнитными) полями составляющих волн. Примером интерференции может служить получение стоячих волн при сложении падающей и отраженной бегущих волн. На интерференции основано направленное действие антенн.

Дифракцией называется способность электромагнитных волн проникать в область «тени», т. е. туда, где нет облучения прямыми волнами. Явление дифракции обусловлено тем, что место падения электромагнитных волн становится источником вторичного излучения, за счет которого волны огибают неровности поверхности и просачиваются в область «тени». Дифракция проявляется тем больше, чем больше длина волны по сравнению с линейными размерами поверхности, на которую падают электромагнитные волны.

Рефракцией называется искривление лучей электромагнитных волн, вызванное непрерывным изменением показателя преломления среды, в которой распространяются волны. Рефракция отличается от рассмотренного выше преломления тем, что рефракция происходит при плавном изменении параметров среды, а преломление, о котором шла речь, происходит на границе раздела двух сред с резко различающимися параметрами.

91. Граничные условия

Рассмотрим физическую сущность отражения и преломления электромагнитных волн, обратив особое внимание на структуру электромагнитных полей возле границы раздела двух сред (граничные условия).

При падении на поверхность другой среды электромагнитная волна возбуждает в ней ток, который вызывает в первой среде вторичную электромагнитную волну, называемую *отраженной*, и в другой среде — волну, называемую *преломленной*.

Соотношение между интенсивностью падающей, отраженной и преломленной волн определяется соотношением между волновыми сопротивлениями первой и второй сред. Это легко понять, если рассматривать первую среду как линию передачи, а вторую среду — как нагрузку для линии передачи.

Ч а с т н ы й с л у ч а й. Поперечная электромагнитная волна $P_{\text{пад}}$ (рис. 13.31) падает из идеального диэлектрика на плоскость $ABCD$ идеального проводника под прямым углом к этой плоскости. В этом случае векторы $E_{\text{пад}}$ и $H_{\text{пад}}$ параллельны плоскости $ABCD$.

В § 89 было показано, что в идеальный проводник электромагнитные волны не проникают. Это можно доказать еще тем, что

если бы в такой среде существовало электрическое поле, то за счет $\gamma = \infty$ возник бы бесконечно большой ток проводимости ($\delta_{\text{пр}} = \gamma E_{\text{пр}} = \infty$), а это физически невозможно. Но коль скоро $E = E_{\text{пр}} = 0$, то и вектор Пойнтинга равен нулю ($\Pi = EH = 0$).

В идеальном проводнике нет и переменного магнитного поля, так как если бы оно было, то индуцировалось бы электрическое поле, а это противоречит доказанному выше. В такой среде магнитное поле либо вовсе не существует, либо имеет постоянную величину.

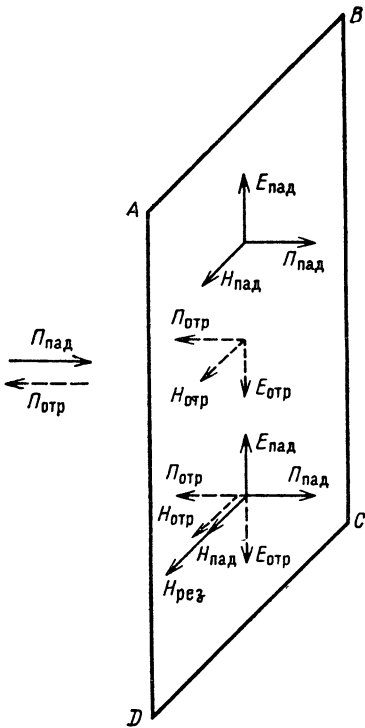
Таким образом, электромагнитные волны полностью отражаются от поверхности $ABCD$ и, поскольку углы падения и отражения равны, векторы Пойнтинга падающей ($\Pi_{\text{пад}}$) и отраженной ($\Pi_{\text{отр}}$) волн направлены навстречу друг другу. В результате интерференции этих двух волн в диэлектрике образуются стоячие волны.

Из равенства нулю тангенциальной (продольной) составляющей электрического поля на поверхности идеального проводника следует, что векторы электрического поля отраженной ($E_{\text{отр}}$) и падающей ($E_{\text{пад}}$) волн направлены противоположно. Теперь, пользуясь найденными векторами $\Pi_{\text{отр}}$ и $E_{\text{отр}}$, убеждаемся, что на границе раздела магнитное поле отраженной волны $H_{\text{отр}}$ совпадает с магнитным полем падающей волны $H_{\text{пад}}$. Результирующее магнитное поле $H_{\text{рез}}$ относится к стоячей волне в диэлектрике,

Рис. 13.31. Электрическое и магнитное поля на границе раздела идеального проводника и идеального диэлектрика.

оно направлено вдоль плоскости $ABCD$ и имеет на границе с ней пучность, т. е. напряженность $H_{\text{рез}} = 2H_{\text{пад}}$. На расстоянии $\lambda/4$ от плоскости раздела в сторону диэлектрика наблюдается пучность электрического поля и узел магнитного и т. д.

Магнитное поле всегда связано с током. И в данном случае в проводнике имеется ток, но он лишь скользит по поверхности проводника перпендикулярно магнитным линиям. Причиной возникновения тока является электрическое поле падающей волны, а наведенные им на поверхности $ABCD$ заряды и токи вызывают отраженную волну.



Рассматриваемый случай соответствует короткозамкнутой двухпроводной линии, так как волновое сопротивление эквивалентной линии (свободного пространства) $Z_{в1} = 377 \text{ ом}$, а сопротивление нагрузки (волновое сопротивление идеального проводника) $Z_{в2} = 0$. Как известно, в конце короткозамкнутой линии ток удваивается при напряжении $u = 0$, а вдоль такой линии падающая и отраженная волны образуют стоячие волны. Аналогично, при отражении электромагнитной волны от идеально проводящей поверхности напряженность магнитного поля удваивается при напряженности продольного электрического поля $E = 0$, причем в диэлектрике возникают стоячие волны, а в проводнике волны полностью отсутствуют.

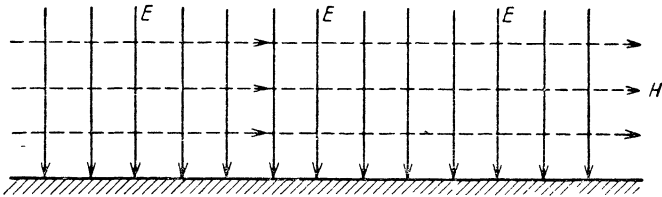


Рис. 13.32. Структура электромагнитного поля вблизи идеального проводника.

Теперь можно сформулировать граничные условия: на границе идеально проводящей среды электрическое поле не имеет тангенциальной (продольной) составляющей, а магнитное поле не имеет нормальной (поперечной) составляющей. Иными словами, силовые линии электрического поля всегда перпендикулярны, а магнитные силовые линии всегда параллельны поверхности идеального проводника (рис. 13.32).

По мере уменьшения проводимости среды, на которую падают электромагнитные волны из диэлектрика, силовые линии электрического поля все более отклоняются от перпендикуляра к поверхности проводника, в электрическом поле появляется горизонтальная составляющая, электромагнитные волны глубже проникают в проводящую среду и потери энергии в этой среде возрастают.

Более общий случай — наклонное падение электромагнитных волн на границу раздела диэлектрика и проводника — будет рассмотрен в следующей главе при изучении волноводов (гл. XIV).

XIV

ВОЛНОВОДЫ И ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

92. Напряжения и токи в волноводе

Волноводом называется металлическая труба или диэлектрический стержень, предназначенные для передачи электромагнитной энергии. Чаще всего применяются металлические волноводы прямоугольного и круглого сечения, показанные на рис. 11.3. Внутренняя поверхность металлических волноводов обладает высокой проводимостью.

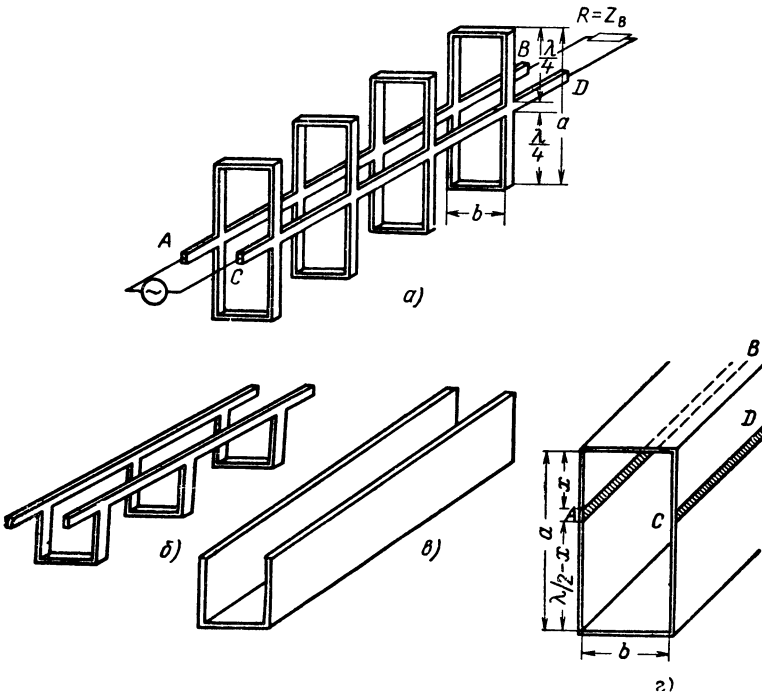


Рис. 14.1. Образование прямоугольного волновода из двухпроводной линии, опирающейся на ряд металлических изоляторов.

Принципиальная возможность передачи энергии высокой частоты при помощи волноводов может быть показана следующим образом. Допустим, что двухпроводная линия AB , CD замкнута на активное сопротивление, равное волновому (рис. 14.1, а). Вдоль такой линии проходят бегущие волны. Поставим линию AB , CD

на ряд четвертьволновых короткозамкнутых шлейфов (рис. 14.1, б). Поскольку каждый из этих шлейфов представляет собой металлический изолятор и имеет входное сопротивление, практически равное бесконечности, число их может быть сколь угодно большим. В пределе при увеличении числа изоляторов они сольются в сплошную конструкцию, как показано на рис. 14.1, в. Картина не изменится, если изоляторы присоединить к линии и сверху так, что они замкнут пространство с четырех сторон, образуя прямоугольный волновод, широкая стенка которого имеет внутренний размер a , а узкая — b .

Можно, не изменяя размера a , мысленно переместить двухпроводную линию AB, CD вдоль этого размера, и все равно шлейфы не будут шунтировать линию (рис. 14.1, г).

Это объясняется тем, что если один короткозамкнутый шлейф имеет длину x и соответствующее входное сопротивление $Z_1 = jZ_B \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x$, то длина другого шлейфа равна $\lambda/2 - x$ и его входное сопротивление

$$Z_2 = jZ_B \operatorname{tg} \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{2} - x \right) \right] = jZ_B \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) = -jZ_B \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x;$$

поэтому общее сопротивление шлейфов бесконечно велико:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{-j^2 Z_B^2 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right)}{jZ_B \left(\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x - \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x \right)} = \infty.$$

Таким образом, *короткозамкнутые шлейфы не препятствуют распространению бегущих волн в продольном направлении волновода, но они вызывают стоячие волны в поперечных сечениях его.* Этим волновод существенно отличается от согласованной двухпроводной линии, в которой имеются только бегущие волны.

Складывая высоты шлейфов, получаем, что размер a должен быть больше $\lambda/2$, а при таком размере a длина волны λ не должна превышать определенного значения $\lambda_{кр} = 2a$, которое называется *критической длиной волны*. Если $a > \lambda/2$, то разность $a - \lambda/2$ можно рассматривать как ширину мнимой двухпроводной линии. Если же $a < \lambda/2$, то высота переемычек становится меньше, чем $\lambda/4$, их входное сопротивление резко уменьшается, в бегущие волны вносится большое затухание и передача энергии вдоль волновода становится практически невозможной.

Рассмотрим распределение напряжений и токов в полуволновом отрезке ($\lambda_B/2$) прямоугольного волновода, ориентированного относительно координатных осей x, y, z так, как показано на рис. 14.2, а. В рассматриваемом отрезке выделено пять поперечных сечений 1, 2, 3, 4, 5 с интервалом по оси x в $\lambda_B/8$. Условим-

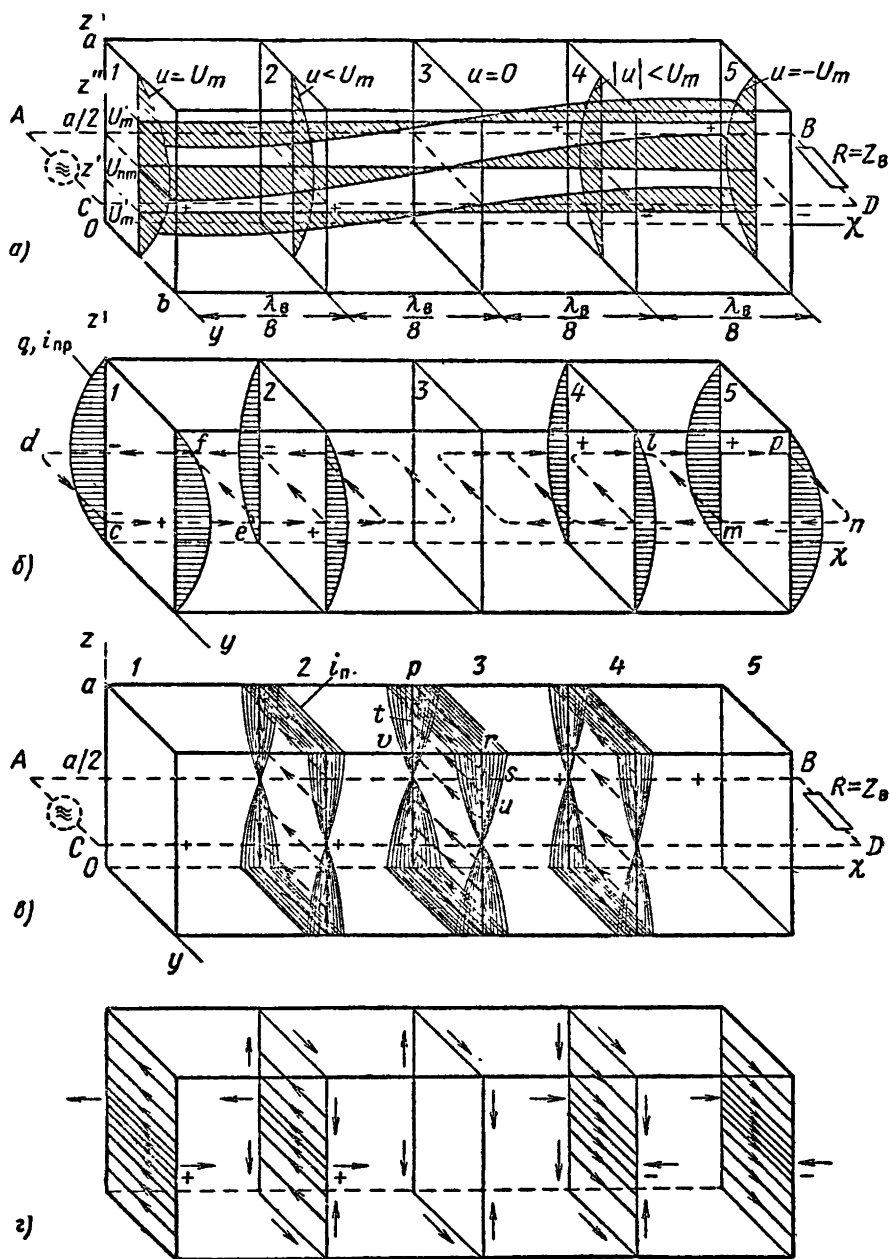


Рис. 14.2. Распределение напряжений и токов в прямоугольном волноводе.

ся под напряжением¹ u и понимать разность потенциалов между двумя противоположными точками широких стенок волновода.

Пусть в данный момент времени генератор синусоидальной э. д. с., питающий мнимую линию AB, CD , создает в ней напряжение u , которое равно у сечения 1 амплитуде $U_{\text{пм}}$. Тогда и на других уровнях (при других значениях z) того же сечения напряжение будет синусоидальным, но с меньшей амплитудой ($u = U_m$): по законам стоячих волн на короткозамкнутых концах шлейфов ($z = 0, z = a$) наблюдаются узлы напряжения ($U_m = 0$), на расстоянии $\lambda/4$ от них ($z = a/2$) — пучность напряжения ($U_m = U_{\text{пм}}$), а на промежуточных уровнях амплитуда U_m больше нуля, но меньше $U_{\text{пм}}$.

В продольном направлении напряжение u изменяется по закону бегущих волн: оно равно амплитуде U_m в сечении 1, затем уменьшается (сечение 2), становится равным нулю в сечении 3, возрастает с обратным знаком (сечение 4) и достигает амплитуды $-U_m$ в сечении 5. Очевидно, что на каждом уровне имеется своя амплитуда бегущей волны U_m , которая определяется напряжением в сечении 1. Например, на уровне $z = a/2$ $U_m = U_{\text{пм}}$, при $z = z'$ $U_m = U'_m < U_{\text{пм}}$ и при $z = z''$ амплитуда $U_m = U''_m$. Заштрихованные эпюры показывают, как распределяется напряжение в поперечных сечениях 1, 2, 3, 4, 5 и как оно изменяется в продольном направлении при трех значениях z , а именно: $z = z'; a/2; z''$.

Перейдем к рис. 14.2, б, на котором показано распределение зарядов и продольного тока на стенках волновода. Так как потенциал любой точки прямо пропорционален заряду, помещенному в эту точку, то можно утверждать, что закон изменения заряда q такой же, как и закон изменения напряжения, и знаки зарядов и потенциалов одинаковые.

Продольный ток проводимости $i_{\text{пр}}$ определяется движением зарядов по стенкам волновода в продольном направлении. Это ток бегущих волн, и, следовательно, он совпадает по фазе с напряжением u и зарядом q ; кривые, показанные на рис. 14.2, б иллюстрируют не только распределение заряда, но и распределение продольного тока. Направление тока показано с учетом того, что если бегущая волна движется слева направо (как на рис. 14.2, б), то ток положительных зарядов движется также, а ток отрицательных зарядов в обратную сторону. Иначе говоря, в *противоположных точках волновода продольные токи равны по плотности и обратны по направлению*.

На рис. 14.2, в стрелками показано направление поперечного тока проводимости $i_{\text{п}}$ и с помощью эпюр иллюстрируется изменение этого тока: чем больше отклоняется эпюра от контура сечения, тем больше поперечный ток в данной точке контура.

¹ Напряжение в волноводе имеет определенный смысл только при потенциальном характере электрического поля, как в данном случае, а, если электрическое поле в волноводе вихревое, понятием напряжения пользоваться нельзя.

В отличие от продольного поперечный ток относится к стоячим волнам. Поэтому ток i_{\perp} сдвинут по фазе относительно напряжения на 90° , имеет пучность на короткозамкнутых концах шлейфов ($z = 0, z = a$) и узел в точках подключения шлейфов к мнимой линии AB, CD ($z = a/2$). Упомянутый сдвиг выражается, например, в том, что в сечениях 1 и 5, где напряжение u максимальное, поперечный ток i_{\perp} отсутствует, а в сечении 3, где $u = 0$, ток i_{\perp} максимальный. В сечениях 2 и 4 этот ток имеет промежуточное значение. Направление его таково: на участке волновода $\chi = 0 \div \lambda_B/4$ от отрицательного полюса к положительному, а на участке $\chi = \lambda_B/4 \div \lambda_B/2$ от положительного к отрицательному. Это согласуется с тем, что мощность стоячих волн реактивная: на одном участке цепи энергия потребляется, а на другом возвращается генератору; в целом же по волноводу, обладающему идеальной проводимостью стенок (только при этом условии могут быть чисто стоячие волны в поперечных сечениях), энергия переносится лишь в продольном направлении, т. е. бегущими волнами.

Принцип непрерывности тока остается в силе и для волноводов. Это выражается в том, что ток проводимости, проходящий по стенкам волновода, переходит в равный ток смещения между стенками (рис. 14.2, б, в, пунктирные линии со стрелками). Все токи смещения поперечные, но часть из них переходит на стенках волновода в продольный ток проводимости, а другая часть переходит в поперечный ток. В первом случае (рис. 14.2, б) линии тока концентрируются вокруг сечений 1, 5 (цепи $dcef, lpmn$, остальные цепи показаны наполовину), а во втором случае (рис. 14.2, в) ток смещения наибольший в сечении 3, меньше в 2, 4 и полностью отсутствует в 1 и 5 (см., например, линии тока $prst, prsuvt$).

Легко заметить, что там, где больше сумма токов смещения, там больше и ток проводимости. Этим, в частности, можно объяснить, почему продольный ток проводимости максимален в середине широких стенок сечений 1, 5 и равен нулю в сечении 3, тогда как поперечный ток проводимости имеет максимум на узких стенках сечения 3 и отсутствует в сечениях 1 и 5.

На рис. 14.2, г стрелками показаны все токи проводимости, а о распределении напряжения можно судить по густоте электрических силовых линий в поперечных сечениях.

При образовании волновода металлические изоляторы могут иметь форму не прямоугольную, а полукруглую, тогда поперечное сечение волноводов будет круглым, как показано на рис. 14.3. Сопоставляя рис. 14.3 и 14.2, убеждаемся в аналогичном распределении напряжения, продольного и поперечного токов по поверхности прямоугольного и круглого волноводов; при этом следует иметь в виду места расположения мнимых двухпроводных линий AB, CD и четвертьволновых короткозамкнутых перемычек в волноводах. Напряжение и продольный ток максимальны в сечениях 1 и 5 и равны нулю в сечении 3, тогда как поперечный ток максима-

лен в сечении 3 и отсутствует в сечениях 1 и 5. В промежуточных сечениях 2, 4 все эти напряжения и токи имеют промежуточную величину. Между стенками круглого волновода, как и прямоугольного, токи проводимости переходят в токи смещения. На рис. 14.3

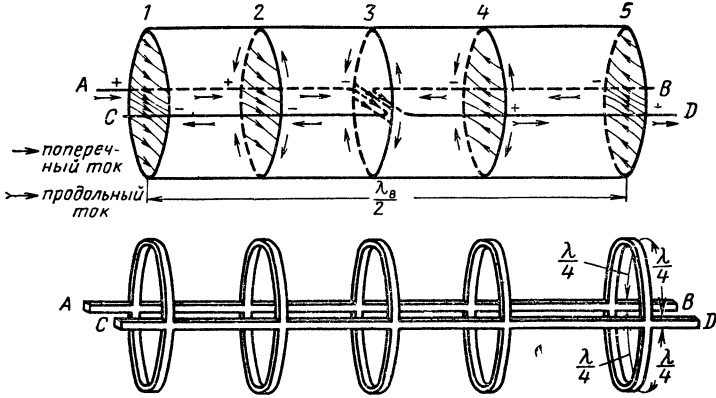


Рис. 14.3. Образование круглого волновода.

в середине отрезка волновода показаны четыре линии тока смещения, из которых две замыкают поперечные токи проводимости, а другие две — продольные токи проводимости.

93. Электрические и магнитные поля в волноводах

Структуру электромагнитных полей в волноводе (рис. 14.4) можно установить, исходя из напряжений и токов на его внутренней поверхности (см. рис. 14.2). Основанием для этого является аналогия между напряженностью магнитного поля и током, а также между напряженностью электрического поля и напряжением, установленная в § 84.

Электрическое поле в соответствии с напряжением имеет одну составляющую E_y , а $E_x = 0$ и $E_z = 0$, т. е. электрические силовые линии начинаются на положительных зарядах и кончаются на ближайших отрицательных зарядах противоположной стенки волновода, они полностью расположены в поперечных плоскостях и параллельны оси y .

Поскольку вдоль оси волновода распространяются бегущие волны, то мгновенное значение напряженности электрического поля определяется уравнением

$$E_{y \text{ мгн}} = \left[E_{mm} \sin \left(\frac{\pi}{a} z \right) \right] \sin (\omega t - \beta_v \chi).$$

Выражение в квадратных скобках соответствует амплитуде напряженности электрического поля E_m , которое в поперечном сечении ($\chi = \text{const}$) распределяется в виде стоячей поперечной волны (как и напряжение). В середине широкой стенки, где $z = a/2$, амплитуда E_m максимальна:

$$E_m = \left[E_{mm} \sin \left(\frac{\pi}{a} z \right) \right] = E_{mm} \sin \left(\frac{\pi}{a} \frac{a}{2} \right) = E_{mm},$$

на краях широкой стенки волновода, где $z = 0$ и $z = a$, $\sin \left(\frac{\pi}{a} z \right) = 0$, амплитуда $E_m = 0$ (см. проекцию zOy на рис. 14.4)

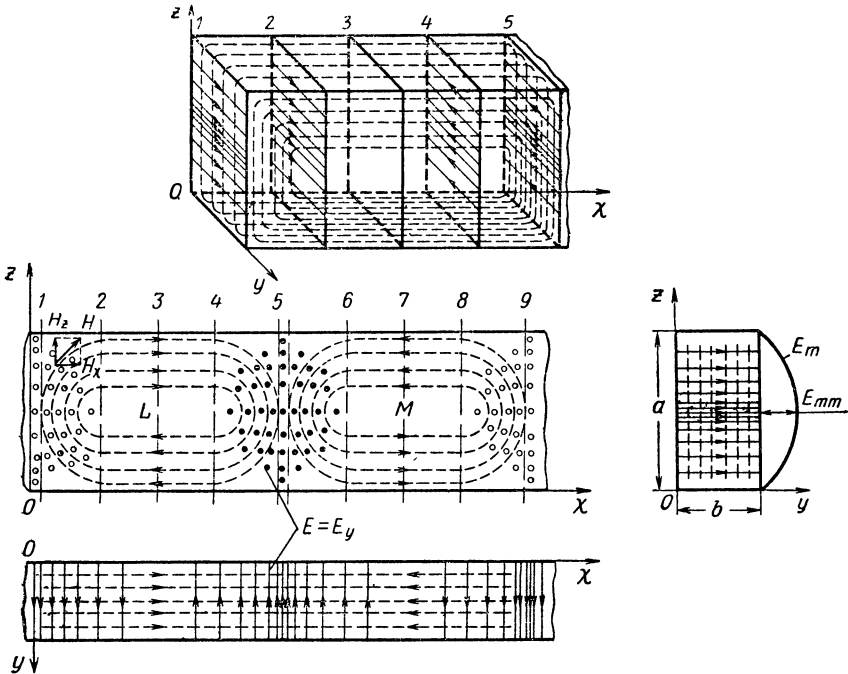


Рис. 14.4. Распределение электрического и магнитного полей в прямоугольном волноводе.

Если бы электрическое поле было равномерным в поперечном сечении (от z не зависело), то его силовые линии сливались бы с узкими стенками волновода и граничные условия не были бы выполнены.

При распространении бегущей волны на расстояние χ фаза электрического поля отстает на угол

$$\beta_v \chi = \frac{2\pi}{\lambda_v} \chi,$$

где $\lambda_{\text{в}}$ — длина волны в волноводе;

$\beta_{\text{в}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}}$ — коэффициент фазы для волновода.

В данный момент t фазовый угол $\omega t - \beta_{\text{в}} \chi$ таков, что в сечениях 1, 5, 9 напряженность электрического поля максимальна, а в сечениях 3, 7 равна нулю (см. проекции $zO\chi$ и $yO\chi$ на рис. 14.4). В соответствии с синусоидальным законом изменения электрического поля во времени скорость этого изменения в тот же момент времени t равна нулю в сечениях 1, 5, 9 и максимальна в сечениях 3, 7. Ток смещения имеет плотность

$$\delta_{\text{см}} = \epsilon_a \frac{dE_y}{dt},$$

пропорциональную скорости изменения электрического поля. Поэтому ток смещения, как показано на рис. 14.2, наибольший в сечении 3, а в сечениях 1 и 5 его нет.

Магнитное поле возбуждается током смещения. Линии магнитного поля находятся в плоскости, перпендикулярной линиям токов смещения, и окружают их со всех сторон. Так как токи смещения поперечные, магнитные силовые линии расположены параллельно координатной плоскости $zO\chi$, концентрируясь вокруг середины сечений 3, 7, ... Внешние линии магнитного поля охватывают больше линий токов смещения, чем внутренние, и поэтому внешним соответствует большая напряженность магнитного поля, чем внутренним.

Магнитное поле H , как показано на проекции $zO\chi$, имеет две составляющие: поперечную H_z , параллельную оси Oz , и продольную H_χ , параллельную оси $O\chi$. Составляющая H_z создается теми линиями тока смещения, которые переходят в продольный ток проводимости (ср. рис. 14.2, б и 14.4), а составляющая H_χ — теми, которые переходят в поперечный ток проводимости (ср. рис. 14.2, в и 14.4). Следовательно, *поперечная составляющая магнитного поля прямо пропорциональна продольному току проводимости, а продольная составляющая магнитного поля прямо пропорциональна поперечному току проводимости.*

Продольный ток проводимости имеет максимум в середине широкой стороны сечений 1 и 5, а в сечении 3 равен нулю. Аналогично распределяется поперечная составляющая магнитного поля H_z : она максимальна в середине стороны a поперечного сечения (при $z = a/2$), а по краям сечения (при $z = 0$ и $z = a$) $H_z = 0$, т. е. амплитуда поперечной составляющей магнитного поля изменяется по закону

$$\left[H_{zm} \sin \left(\frac{\pi}{a} z \right) \right],$$

и поскольку по оси χ распространяется бегущая волна, мгновенное значение этой составляющей равно

$$H_{zm\text{ГН}} = \left[H_{zm} \sin \left(\frac{\pi}{a} z \right) \right] \sin(\omega t - \beta_{\text{в}} \chi).$$

Амплитуда продольной составляющей магнитного поля, как и амплитуда поперечного тока проводимости, максимальна при $z = 0$ и $z = a$ и равна нулю при $z = a/2$, что удовлетворяется выражением

$$\left[H_{\chi m} \cos \left(\frac{\pi}{a} z \right) \right].$$

Мгновенное значение продольной составляющей магнитного поля определяется уравнением

$$\begin{aligned} H_{\chi \text{мгн}} &= \left[H_{\chi m} \cos \left(\frac{\pi}{a} z \right) \right] \sin \left(\omega t - \beta_v \chi - \beta_v \frac{\lambda_B}{4} \right) = \\ &= \left[H_{\chi m} \cos \left(\frac{\pi}{a} z \right) \right] \sin \left(\omega t - \beta_v \chi - \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

Аргумент $\pi/2$ введен для того, чтобы учесть сдвиг максимума продольной составляющей магнитного поля относительно максимума поперечной составляющей магнитного поля на $\lambda_B/4$.

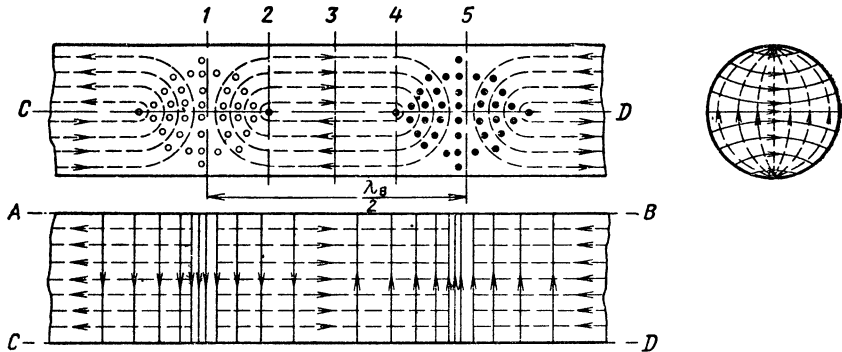


Рис. 14.5. Распределение электрического и магнитного полей в круглом волноводе.

Составляющая магнитного поля $H_y = 0$, так как магнитные силовые линии перпендикулярны оси Oy . Они проектируются на плоскость yx в виде прямых, параллельных оси χ , а на плоскость zy — в виде прямых, параллельных оси z (см. рис. 14.4).

Аналогично распределяются поля в круглом волноводе. Это можно заметить, сравнивая рис. 14.5 и рис. 14.3, где AB и CD образуют мнимую двухпроводную линию.

Электрическое поле располагается полностью в поперечной плоскости, и поскольку оно прямо пропорционально напряжению, максимально в сечениях 1 и 5 и равно нулю в сечении 3. Линии магнитного поля замыкаются вокруг токов смещения. Поперечная составляющая магнитного поля максимальна в сечениях 1 и 5 и равна нулю в сечении 3, т. е. совпадает по фазе с напряженностью электрического поля и продольным током, определяющим попереч-

ное магнитное поле. Продольная составляющая магнитного поля имеет максимум в сечении 3 и равна нулю в сечениях 1 и 5, т. е. совпадает по фазе с поперечным током. В сечениях 2 и 4 электрическое и магнитное поля имеют промежуточную величину.

Описанное распределение полей в волноводах согласуется с граничными условиями на идеально проводящей поверхности, какой можно считать (с некоторым приближением) внутренние стенки волновода. Электрические силовые линии перпендикулярны внутренней поверхности волновода и нигде не сливаются с ней, а линии магнитного поля параллельны этой поверхности. В любой точке волновода силовые линии электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны.

94. Классификация волн в волноводах

Распределение электромагнитных полей в волноводе показывает, что характер электромагнитных волн в свободном пространстве и в волноводе различен.

Прежде всего следует отметить, что в волноводе невозможны поперечные электромагнитные волны типа TEM . Такая волна существует, например, в ленточной линии (рис. 14.6, а). Если пренебречь краевым эффектом, то поля между лентами можно считать равномерными; вектор E перпендикулярен, а H параллелен внутренней поверхности лент, причем оба вектора не имеют продольной составляющей, т. е. они находятся в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны Π . Это, как известно, признак волны TEM . Теперь примкнем вплотную к линии проводящие плоскости, которые показаны на рисунке вне линии. В образовавшемся волноводе (рис. 14.6, б) граничные условия для волны TEM уже не выполняются: электрические силовые линии сливаются с боковыми стенками, а магнитные перпендикулярны им.

Граничные условия будут выполнены, если изменится структура полей. Применительно к металлическим волноводам эти изменения сводятся к образованию либо *поперечно-электрических волн TE* , иначе называемых магнитными H , либо *поперечно-магнитных волн TM* , иначе называемых электрическими E .

В волнах $H(TE)$ электрическое поле сохраняется поперечным (отсюда происходит название поперечно-электрическая волна TE), но становится неравномерным, а магнитное поле H имеет кроме поперечной составляющей продольную (отсюда происходит второе название волны — магнитная H). Одна из волн такого типа показана на рис. 14.6, б: электрические силовые линии полностью расположены в поперечной плоскости, перпендикулярны верхней и нижней стенкам волновода, а на боковых стенках их нет, т. е. поле неравномерное; линии магнитного поля замкнулись

внутри волновода вдоль его боковых стенок, поэтому в магнитном поле появилась продольная составляющая, параллельная направлению распространения волны Π .

В волнах $E(TM)$ магнитное поле полностью находится в поперечной плоскости (отсюда следует название волн поперечно-магнитные TM), а электрическое поле имеет кроме поперечной составляющей продольную (отсюда происходит второе название волн — электрическая E). Примером волны $E(TM)$ может служить

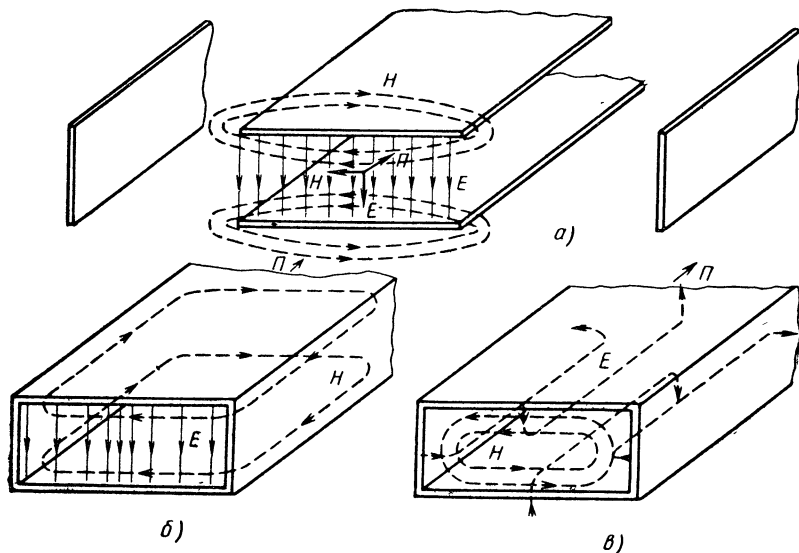


Рис. 14.6. Волны: a — TEM ; b — $H(TE)$; v — $E(TM)$.

волна, изображенная на рис. 14.6, v : здесь линии магнитного поля замыкаются внутри волновода и остаются в поперечной плоскости, а электрические силовые линии частично расположены параллельно направлению волны Π , к тому же начинаются и кончаются они на одной и той же стенке волновода под прямым углом. Как видим, волны H и E в волноводе удовлетворяют граничным условиям: силовые линии поля E подходят к любой стенке под прямым углом, а поля H — параллельны им вблизи стенок.

К буквам $H(TE)$ и $E(TM)$ добавляются индексы « m » и « n », например H_{mn} или TE_{mn} , E_{mn} или TM_{mn} . Для прямоугольного волновода индекс « m » означает число стоячих полуволн, укладываемых на широкой стороне a поперечного сечения, а « n » — число стоячих полуволн, расположенных по узкой стороне b . Для круглого волновода m — число максимумов поля на полуокружности, а n — на радиусе.

Магнитные волны. В приведенных случаях (рис. 14.4 и 14.5) электрическое поле полностью расположено в поперечной плос-

кости, а магнитное имеет и поперечную, и продольную составляющие, причем по стороне b прямоугольного волновода напряженность поля не изменяется, а на стороне a того же волновода укладывается одна стоячая полуволна; в круглом волноводе по одному максимуму поля имеется на полуокружности и радиусе поперечного сечения. Следовательно, поля на рис. 14.4 соответствуют волне H_{10} в прямоугольном волноводе, а на рис. 14.5 — волне H_{11} в круглом волноводе.

Для волны H_{10} , как сказано, $\lambda_{кр} = 2a$.

Если увеличить размер a с таким расчетом, чтоб на широкой стороне поперечного сечения укладывалась целая волна, то возможно возникновение волны H_{20} (рис. 14.7). В данном случае волновод можно представить в виде двухпроводной линии AB , CD (рис. 14.8), к которой с одной стороны примыкает четвертьволновая короткозамкнутая линия, а с другой — линия длиной $3\lambda/4$. Из-за бесконечно большого входного сопротивления такие короткозамкнутые перемычки не препятствуют движению энергии вдоль волновода.

Картина поля волны H_{20} , изображенная на рис. 14.7, такова: электрические силовые линии имеют в поперечной плоскости вид прямых, параллельных стороне b , причем по одну сторону от BD плотность линий уменьшается так, как в четвертьволновой короткозамкнутой линии, а по другую сторону изменяется, как в коротко-

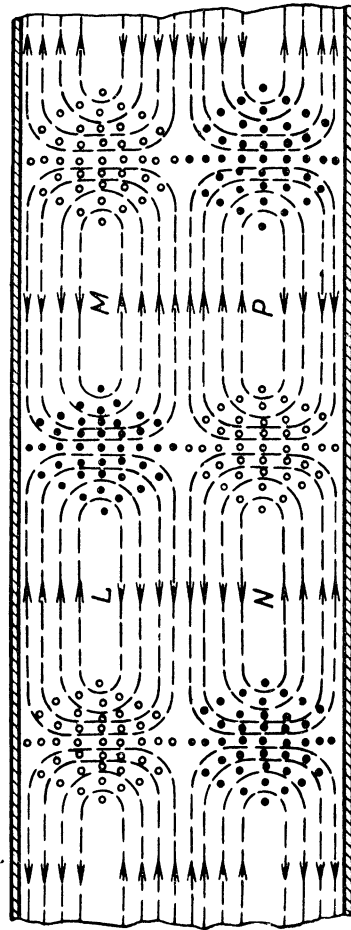
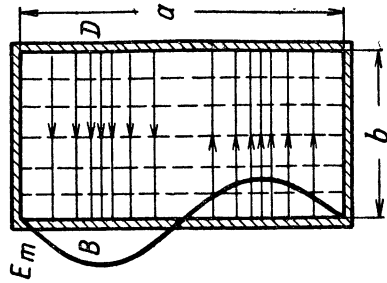


Рис. 14.7. Распределение электромагнитного поля волны H_{20} в прямоугольном волноводе.

замкнутой линии длиной $3\lambda/4$ (см. также рис. 14.8). В продольном сечении эти линии проектируются в виде точек. Черными кружочками, как и прежде, показаны линии, направленные от читателя, а светлыми — на читателя. Максимумы полей чередуются

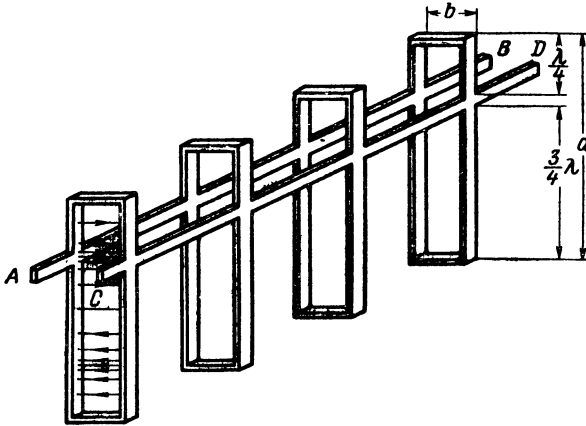


Рис. 14.8. Переход от двухпроводной линии к прямоугольному волноводу в случае возбуждения волны H_{20} .

в продольном направлении через $\lambda_B/2$. Каждая линия магнитного поля охватывает какую-то часть электрических силовых линий двух соседних групп. В поперечном сечении линии магнитного поля проектируются в виде прямых, параллельных широким стенкам волновода.

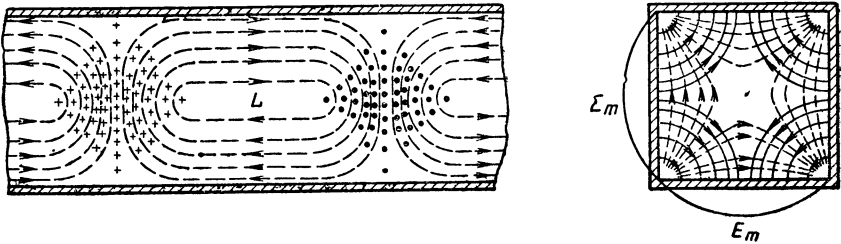


Рис. 14.9. Распределение электромагнитного поля волны H_{11} в прямоугольном волноводe.

Согласно рис. 14.8 для стороны a наименьший размер $a_{\text{мин}} = \lambda$, т. е. критическая длина волны H_{20} равна

$$\lambda_{\text{кр}} = a.$$

При распространении волны H_{11} в прямоугольном волноводe (рис. 14.9) на каждой стороне поперечного сечения должна укладываться одна стоячая полуволна электрического поля. В данном случае волновод с некоторым приближением представляется в ви-

де двухпроводной линии AB, CD (рис. 14.10), к которой примыкает бесконечно большое число короткозамкнутых перемычек, имеющих с одной стороны длину $\lambda/4$, (например, перемычка BEF), а с другой — $3\lambda/4$ (например, $BKMLF$). Провода этих перемычек не расположены параллельно, в связи с чем поля волны H_{11} имеют своеобразную структуру.

В поперечной плоскости волны H_{11} (рис. 14.9, 14.10) электрические силовые линии ответвляются от одной стороны к двум соседним сторонам сечения и с каждой из них в начале и конце образуют угол 90° . Электрическое поле максимально в середине

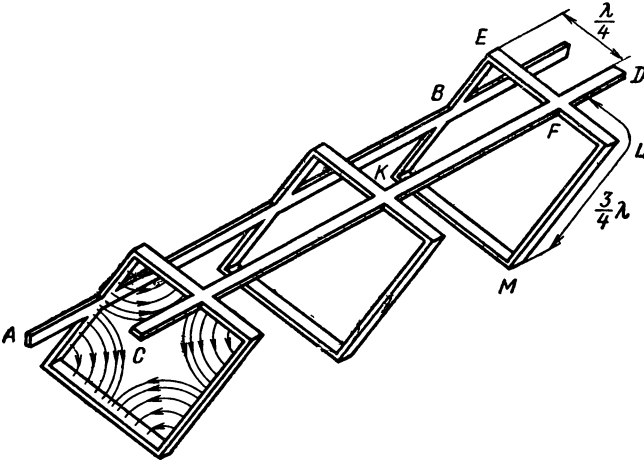


Рис. 14.10. Переход от двухпроводной линии к прямоугольному волноводу в случае возбуждения волны H_{11} .

стенок волновода и равно нулю по краям. Так как в любой точке волновода векторы E и H взаимно перпендикулярны, то линии магнитного поля изогнуты в проекции на поперечную плоскость и параллельны в продольном направлении. Продольное сечение полей волны H_{11} вблизи любой стенки волновода такое же, как сечение волны H_{10} , параллельное широкой стенке.

Для волны H_{11} соотношение между критической длиной волны $\lambda_{кр}$ и размерами a и b установить труднее, поскольку мнимые короткозамкнутые линии образованы не параллельными проводами и представляют собой цепи с неравномерно распределенными постоянными. Более строгое исследование, основанное на уравнениях Максвелла, позволяет установить формулу критической длины волны, справедливую для любой волны в прямоугольном волноводе:

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}. \quad (332)$$

Согласно этой формуле для волны H_{10}

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{0}{b}\right)^2}} = 2a,$$

а для волны H_{20}

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2 + \left(\frac{0}{b}\right)^2}} = a,$$

что совпадает с ранее приведенными формулами.

Для волны H_{11}

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2}} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Все сказанное о токах проводимости и смещения для волн H_{10} и H_{11} в § 92 справедливо и для других волн типа H . В частности, ток смещения максимален в областях L , M на рис. 14.4, L, M, N, P на рис. 14.7 и L на рис. 14.9, где электрическое поле проходит через нулевое значение в продольном направлении. Вокруг этих областей концентрируются магнитные поля.

Обобщаем свойства магнитных (поперечно-электрических) волн $H(TE)$ в волноводе:

1. Электрическое поле этих волн полностью расположено в поперечной плоскости, а магнитное поле имеет и продольную, и поперечную составляющие.

2. Ток смещения поперечный и потому создает вокруг себя магнитное поле с продольной и поперечной составляющими.

3. Магнитное поле имеет две составляющие, из которых поперечная прямо пропорциональна продольному току проводимости, а продольная прямо пропорциональна поперечному току проводимости.

4. Если волновод согласован с нагрузкой, т. е. в продольном направлении работает в режиме бегущих волн, то электрическое поле совпадает по фазе с поперечной составляющей магнитного поля, а следовательно, и с продольным током.

Электрические волны. Простейшей электрической волной в круглом волноводе является волна типа E_{01} (рис. 14.11). Как известно, линии магнитного поля всегда замкнуты, а волна E_{01} , по определению, имеет поперечное магнитное поле, которое не изменяется по окружности ($m = 0$). Следовательно, линии магнитного поля — окружности с центром на оси волновода (рис. 14.11, a). На радиусе поперечного сечения напряженность магнитного поля увеличивается от нуля в направлении к внутренней поверхности волновода и достигает максимума ($n = 1$) вблизи этой поверхности.

Так как при волне E_{01} магнитное поле поперечное, то внутри волновода должен существовать продольный ток смещения, возбуждающий это поле. В соответствии с законом непрерывности ток смещения должен на поверхности волновода перейти в продольный ток проводимости. При этом в токе смещения появляется поперечная составляющая (рис. 14.11, б). Линии магнитного поля охватывают линии продольного тока смещения.

Зная распределение токов смещения, можно представить структуру электрического поля. Это поле, как и ток смещения,

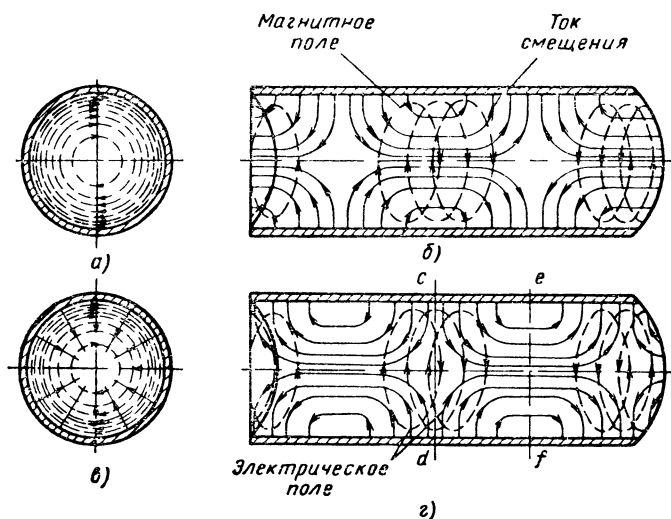


Рис. 14.11. Распределение волны E_{01} в круглом волноводе: а—магнитное поле, б—токи смещения и магнитное поле, в—электрическое и магнитное поля; г — электрическое и магнитное поля.

имеет продольную и поперечную составляющие, проекции его силовых линий на поперечную плоскость сливаются с радиусами волновода (рис. 14.11, в). Каждая силовая линия идет от стенки волновода по радиусу, затем искривляется, идет параллельно оси волновода и кончается на той же образующей волновода, с которой данная силовая линия началась (рис. 14.11, г).

Так как ток смещения прямо пропорционален скорости изменения электрического поля, то эти ток и поле смещены один относительно другого на четверть длины волны в продольном направлении: в тех сечениях (с — d), где продольный ток смещения максимален, продольная составляющая электрического поля равна нулю, и наоборот (сечение e — f) при нулевом продольном токе продольная составляющая электрического поля максимальна. На рис. 14.11, в совместно показаны линии магнитного поля и проекции электрических силовых линий на поперечную плоскость волновода.

Критическая длина волны $\lambda_{кр}$ при E_{01} выражается через диаметр волновода D (табл. 14.1). Попутно в таблице указано отношение $\lambda_{кр}/D$ и для других типов волн в круглом волноводе.

Т а б л и ц а 14.1

Типы волны	H_{11}	E_{01}	H_{11}	H_{01}	H_{11}
$\lambda_{кр}/D$	1,71	1,31	1,01	0,82	0,73

Структура волны E_{11} в прямоугольном волноводе (рис. 14.12) такова: линии магнитного поля имеют форму замкнутых витков, расположенных в поперечной плоскости; электрическое поле подобно полю волны E_{01} в круглом волноводе, но в данном случае напряженность электрического поля максимальна в середине каждой стороны поперечного сечения и равна нулю по концам этих

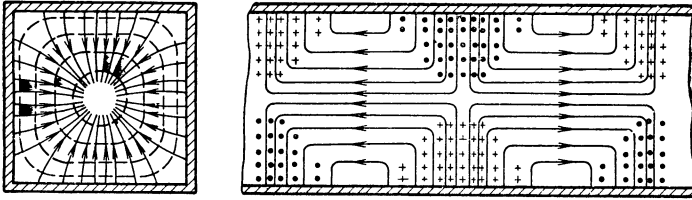


Рис. 14.12. Распределение полей волны E_{11} в прямоугольном волноводе.

сторон. Ток на стенках волновода полностью продольный и максимален в середине стенок волновода. Токи проводимости замыкаются через токи смещения. Внутри линий магнитного поля проходят продольные токи смещения.

Обобщаем свойства волн типа $E(TM)$:

1. Магнитное поле полностью находится в поперечной плоскости, а электрическое поле имеет продольную и поперечную составляющие.
2. Ток проводимости полностью продольный, а ток смещения раскладывается на продольную и поперечную составляющие.
3. Магнитное поле образуется продольным током смещения, который на поверхности волновода переходит в ток проводимости, поэтому напряженность магнитного поля у стенок прямо пропорциональна току проводимости в данном поперечном сечении волновода.

4. Если вдоль оси волновод работает в режиме бегущих волн, то поперечная составляющая электрического поля синфазна во времени и в пространстве с магнитным полем.

Можно заметить, что в волнах H и E поперечные составляющие электрического и магнитного полей совпадают по фазе, как в бегущей волне TEM . Это позволяет сказать, что энергия, переносимая в волноводе, в случае волн H определяется полной напряженностью электрического поля и поперечной составляющей магнитного поля, а при волнах E — полной напряженностью магнитного поля и поперечной составляющей электрического поля, т. е. составляющими полей в поперечной плоскости.

95. Процесс распространения электромагнитных волн в волноводе

Волны H и E в прямоугольном волноводе можно рассматривать как результат интерференции плоских электромагнитных волн TEM , которые направлены под некоторым углом к оси волновода и попеременно отражаются от его противоположных стенок.

Рассмотрим подробнее получение волны H_{10} в прямоугольном волноводе, изображенном на рис. 14.13. На узкую стенку волновода $GNUK$ падает плоская горизонтально поляризованная волна

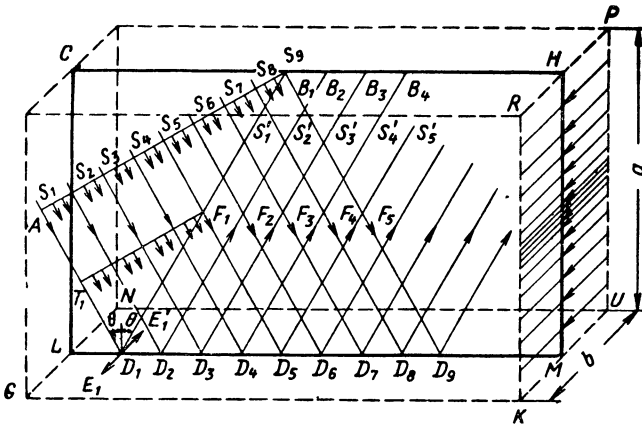


Рис. 14.13. Лучи и фронты волн, распространяющихся по волноводу.

Лучи падающей волны S_1D_1 , S_2D_2 , S_3D_3 , ... и лучи отраженной волны D_1S_1 , D_2S_2 , D_3S_3 , ... находятся в вертикальной плоскости $CLMH$; электрические силовые линии перпендикулярны этой плоскости и, следовательно, параллельны узкой стенке волновода. Поскольку внутренняя поверхность волновода близка к идеально проводящей, фаза электрического поля в момент отражения волны изменяется на обратную, вследствие чего результирующее электрическое поле на плоскости $GNUK$ равно нулю. В соответ-

ствии с этим на рис. 14.13 навстречу вектору E_1 падающей волны направлен равный вектор E_1' отраженной волны.

В любой точке плоскости $CLMH$ встречаются две волны, из которых одна направлена к плоскости $GNUK$, а другая отразилась от нее. В зависимости от сдвига по фазе между встречными волнами получается усиление или ослабление электрического (магнитного) поля.

В точке A луча S_1 и в точке B_1 луча S_0 фаза волны будет одинаковая, так как обе точки находятся на фронте волны AB_1 . Положим, что $AD_1 + D_1B_1 = \lambda$. Тогда в результате прохождения волной пути $AD_1 + D_1B_1$ фаза волны не изменилась (точнее получила приращение 360°), но так как при отражении луча S_1 в точке D_1 фаза волны повернулась на 180° , то при сложении отраженного S_1' и прямого S_0 лучей напряженность электрического поля в точке B_1 равна нулю. Таким же образом можно показать, что электрическое поле равно нулю в точках B_2, B_3, B_4, \dots . Следовательно, если через эти точки провести проводящую плоскость, которая явится второй стенкой волновода, то структура поля внутри волновода не изменится. Теперь лучи S_1, S_2, S_3, \dots , падающие на нижнюю стенку волновода, можно рассматривать как отраженные от верхней стенки. Так обоснована возможность движения волны вдоль волновода в результате отражения от его стенок.

В точках F_1, F_2, F_3, \dots , находящихся на высоте $a/2$ от нижней стенки волновода, напряженность электрического поля максимальна, так как разность хода лучей, встречающихся в этих точках, равна $\lambda/2$ (сумма $T_1D_1 + D_1F_1 = \lambda/2$) и, кроме того, фаза электрического поля при отражении в точке D_1 изменяется на обратную. В результате в поперечном сечении волновода (например, в $RKUP$) получается стоячая волна электрического поля. Силовые линии этого поля в соответствии с поляризацией элементарных волн параллельны узкой стенке волновода. Напряженность электрического поля максимальна в середине широких стенок и равна нулю на узких. Такое распределение поля соответствует волне H_{10} .

На высоте $2a, 3a$ напряженность электрического поля также равна нулю из-за разности хода лучей между падающей на плоскость $GNUK$ и отраженной от нее волнами соответственно на $2\lambda, 3\lambda$ и т. д. Если на одном из этих уровней поместить стенку волновода, то получится высший тип волны соответственно H_{20}, H_{30} и т. д.

Обозначим на рис. 14.14,а $AD_1 = p$, а $D_1B_1 = s$. Тогда минимальное расстояние, необходимое для распространения электромагнитных волн в волноводе,

$$p + s = \lambda.$$

Из треугольника AD_1B_1 $p = s \cos 2\theta$, а из треугольника CD_1B_1 $s = a/\cos \theta$. Значит,

$$\lambda = \frac{a}{\cos \theta} \cos 2\theta + \frac{a}{\cos \theta} = \frac{a}{\cos \theta} (\cos 2\theta + 1) = \frac{a}{\cos \theta} 2 \cos^2 \theta = 2a \cos \theta,$$

откуда

$$\cos \theta = \frac{\lambda}{2a}. \quad (333)$$

Из формулы видно, что с увеличением длины волны угол θ уменьшается, т. е. энергия передается за счет лучей, падающих на стенки волновода более отвесно. Это также можно заметить, сравнивая рис. 14.14, а (где $\lambda = \lambda_1$) и рис. 14.14, б (где $\lambda = \lambda_2 > \lambda_1$ и поэтому угол θ соответственно меньше). Длина волны,

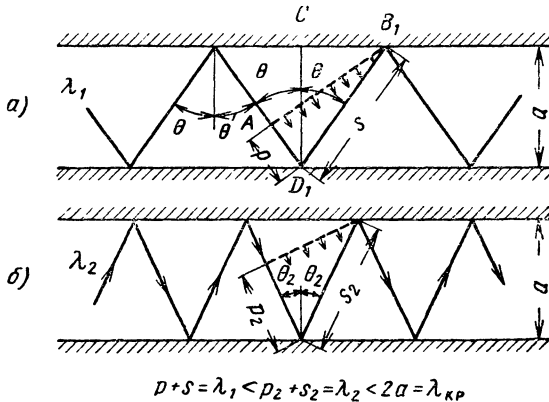


Рис. 14.14 Волны, отражающиеся от стенок волновода при двух значениях λ .

при которой угол θ становится равным нулю, является критической. Подставив в выражение (333) $\lambda = \lambda_{кр}$ и $\theta = 0$, вновь получаем формулу для H_{10}

$$\lambda_{кр} = 2a.$$

Волны этой и большей длины ($\lambda \geq \lambda_{кр}$) падают на стенки волновода перпендикулярно, отражаются от них в обратном направлении, но вдоль волновода не перемещаются. Итак, для каждого волновода в соответствии с размерами его поперечного сечения возможна передача электромагнитной энергии только при длинах волн λ , не превышающих критической $\lambda_{кр}$.

96. Фазовая и групповая скорости

В связи с зигзагообразным ходом волны между стенками волноводов движение электромагнитной энергии в волноводах характеризуется также фазовой и групповой скоростями.

Фазовая скорость v , как известно, равна той скорости, с которой передается фаза электромагнитной волны в направлении распространения этой волны. Так как фронт волны — геометрическое место точек одинаковой фазы, то скорость движения фронта волны относительно стенок волновода или его оси определяет и фазовую скорость в волноводе.

Выделим на луче MF участок $MD = l$ (рис. 14.15). Движению волны на этом участке, которое, как известно, происходит со скоростью света c , соответствует перемещение фронта из AM

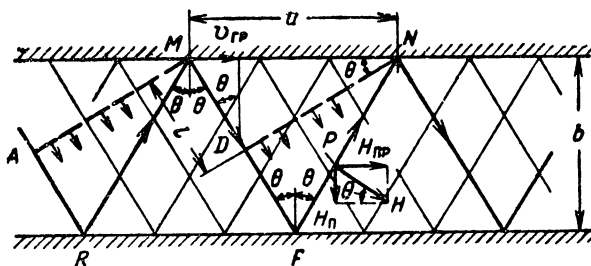


Рис. 14.15. Диаграмма, иллюстрирующая определение фазовой и групповой скоростей в волноводе.

в DN , т. е. на расстояние $MN = u$. Во сколько раз u больше l , во столько же раз фазовая скорость v больше скорости света c :

$$\frac{v}{c} = \frac{u}{l} = \frac{l}{l \sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}}.$$

Зная, что

$$\cos \theta = \frac{\lambda}{2a} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}},$$

записываем

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{\text{кр}}}{f}\right)^2}}. \quad (334)$$

Если длина волны значительно меньше критической, то лучи, определяющие передачу энергии по волноводу, располагаются более полого и фронт падающей волны почти параллелен лучам отраженной волны (рис. 14.14, а). Это признак того, что фазовая скорость незначительно отличается от скорости света. По мере увеличения длины волны λ лучи падают на соответствующие стенки волновода более отвесно, фронт волны становится более пологим, вследствие чего фазовая скорость значительно превышает скорость света (рис. 14.14, б).

Исходя из определения длины волны как расстояния, на которое распространяется фаза волны за один период колебаний,

устанавливаем, что длина волны в волноводе во столько раз больше длины волны в свободном пространстве, во сколько раз фазовая скорость в волноводе больше скорости света:

$$\frac{\lambda_B}{\lambda} = \frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}},$$

откуда

$$\lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (335)$$

где λ_B — длина волны в волноводе;

λ — длина волны в свободном пространстве;

$\lambda_{кр}$ — критическая длина волны волновода.

Неравенство $\lambda_B > \lambda$ иллюстрируется рис. 14.16, на котором пунктирными линиями показаны фронты положительных максимумов напряженности поля (гребни волны) и фронты отрицательных максимумов (впадины волны). Характерно, что в

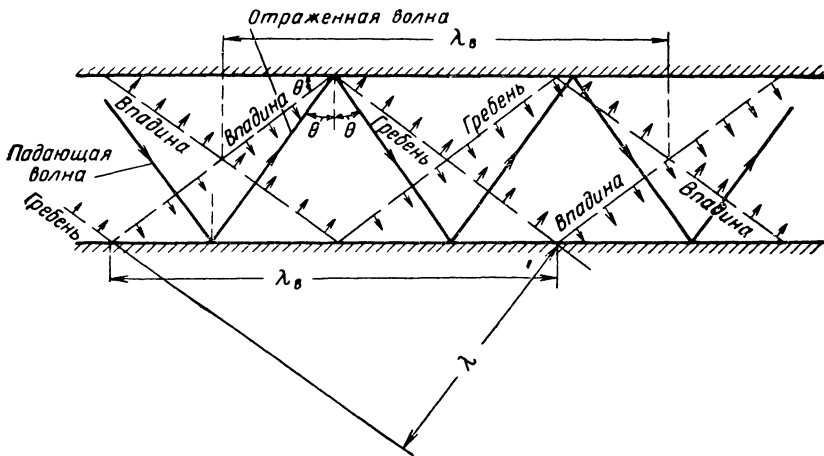


Рис. 14.16. Фронты падающих и отраженных волн в волноводе.

тех местах стенок волновода, где находятся гребни падающей волны, расположены впадины отраженной волны и наоборот. Это согласуется с тем, что на узких стенках волновода результирующее электрическое поле равно нулю. Следует также обратить внимание на то, что речь идет о фронтах, а не о лучах волн; для сравнения на рисунке кроме фронтов показан один из лучей распространяемой волны.

Длина волны в свободном пространстве λ определяется расстоянием между ближайшими впадинами или гребнями волны, измеренным по перпендикуляру к ее фронту. Длина волны в вол-

новом λ_v также является расстоянием между ближайшими впадинами или гребнями волны, но оно измеряется по оси волновода. Из рис. 14.16 видно, что $\lambda_v > \lambda$ (гипотенуза больше катета).

Групповой скоростью называется скорость передачи электромагнитной энергии вдоль оси волновода.

В соответствии с этим определением вектор групповой скорости равен проекции вектора скорости распространения электромагнитных волн в луче c на ось или стенку волновода (см. рис. 14.15):

$$v_{гр} = c \sin \theta = c \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \quad (336)$$

Групповая скорость меньше скорости света вследствие зигзагообразного движения луча в волноводе. Чем больше λ , тем меньше 2θ , тем более отвесно падают лучи на стенки волновода и тем меньше скорость передачи энергии вдоль волновода. Если $\lambda = \lambda_{кр}$, то групповая скорость равна нулю, так как волна движется только в поперечной плоскости от одной стенки к другой, не продвигаясь вдоль волновода.

Из выражений (334) и (336) получаем, что произведение $v v_{гр} = c^2$ — постоянная величина.

Уменьшение групповой скорости по сравнению со скоростью света c обычно не вызывает сомнений. Менее понятно, почему фазовая скорость v больше скорости света, и может возникнуть вопрос: не противоречит ли это теории относительности Эйнштейна, согласно которой $c = 3 \cdot 10^8$ м/сек — предельная скорость движения материальных тел?

Действительно, здесь нет противоречия. во-первых, электромагнитная энергия передается с групповой скоростью, которая не превышает скорости света c ; во-вторых, соотношение $v > c$ проявляется только в том, что $\lambda_v > \lambda$ т. е. что расстояние между ближайшими точками с равной фазой, отсчитываемое по оси волновода, больше, чем в волне, которая при той же частоте колебаний распространялась бы в свободном пространстве.

Итак, фазовая и групповая скорости волн H и E неодинаковы, тогда как для волны $ТЕМ$ эти скорости равны между собой. Кроме того, волны H и E отличаются от волны $ТЕМ$ тем, что их фазовая и групповая скорости зависят от частоты. Это свойство, называемое *дисперсией*, имеет практическое значение. Например, в связи с дисперсией групповой скорости передача модулированных сигналов сопровождается искажениями, которые вызваны различным запаздыванием составляющих спектра сигнала: чем больше частота спектра, тем больше запаздывание.

97. Входное сопротивление волновода

Входное сопротивление волновода зависит от отношения сопротивления нагрузки Z_2 к волновому сопротивлению волновода Z_v .

Волновое сопротивление волновода по аналогии с волновым сопротивлением свободного пространства можно определить как от-

ношение поперечной составляющей напряженности электрического поля к поперечной составляющей напряженности магнитного поля:

$$Z_{\text{в}} = \frac{E_{\text{п}}}{H_{\text{п}}}.$$

Так как $E_{\text{п}}$ выражается в в/м , а $H_{\text{п}}$ — в а/м , то $Z_{\text{в}}$ измеряется в омах.

Волновое сопротивление свободного пространства для распространяющихся в нем волн типа $ТЕМ$, как было доказано, равно

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi = 377 \text{ ом}.$$

В волноводе волновое сопротивление отличается от 377 ом и зависит от соотношения длины волны и поперечных размеров (или $\lambda_{\text{кр}}$) волновода. Это можно доказать на примере волны типа H_{10} , составляющие которой типа $ТЕМ$ показаны на рис. 14.15. В данном случае вектор \vec{E} направлен перпендикулярно плоскости чертежа. Следовательно, согласно вектору Пойнтинга Π , относящемуся к одной из составляющих волн в точке P , вектор H направлен так, как показано на рис. 14.15. Этот вектор раскладывается на поперечный $H_{\text{т}}$ и продольный $H_{\text{пр}}$. Поскольку $H_{\text{п}} = H \sin \theta$, а $E_{\text{п}} = E$ (вектор электрического поля полностью находится в поперечной плоскости), волновое сопротивление волновода при волнах типа H равно

$$Z_{\text{в}} = \frac{E_{\text{п}}}{H_{\text{п}}} = \frac{E}{H \sin \theta} = \frac{E}{H \sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{E}{H} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}.$$

Величины E и H относятся к волне $ТЕМ$. Поэтому $E/H = 377 \text{ ом}$ и

$$Z_{\text{в}} = \frac{377}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}. \quad (337)$$

Вторая составляющая волна $ТЕМ$, проходящая через точку P , не изменит волнового сопротивления, так как она отражается от стенок волновода под тем же углом 2θ и для нее отношение E/H также равно 377 ом .

В случае волн типа E поперечные составляющие полей равны

$$H_{\text{п}} = H, \quad E_{\text{п}} = E \sin \theta$$

и соответственно

$$Z_{\text{в}} = \frac{E_{\text{п}}}{H_{\text{п}}} = \frac{E \sin \theta}{H} = 377 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}. \quad (338)$$

Полученные формулы показывают, что волновое сопротивление волновода при волнах H всегда больше, а при волнах E всегда меньше, чем волновое сопротивление свободного пространства.

Эти формулы позволяют также убедиться в том, что волновое сопротивление волновода Z_B для волн H и E , в отличие от волнового сопротивления свободного пространства Z_0 для волны TEM , зависит от частоты, причем если длина волны больше критической ($\lambda > \lambda_{кр}$), то Z_B выражается мнимым числом. Действительно, если $\lambda > \lambda_{кр}$, то передачи энергии от генератора к нагрузке нет, между поперечными составляющими электрического и магнитного полей появляется сдвиг по фазе на 90° , а это признак реактивного характера волнового сопротивления $Z_B = E_H/H_H$.

Аналогия между двухпроводной линией и волноводом позволяет утверждать, что если волновод не согласован с нагрузкой, то волны отражаются от нагрузки, поэтому в продольном направлении волновода возникают стоячие волны.

Очевидно, что на основе аналогии волновода и двухпроводной линии можно применить к волноводу такие понятия, как коэффициент отражения, коэффициент бегущих волн и коэффициент стоячих волн, следует лишь, переходя от волновода к эквивалентной линии, иметь в виду, что линия предполагается расположенной в середине широкой стенки волновода, где амплитуда напряжения максимальная и продольный ток имеет наибольшую плотность. Их отношением и определяется волновое сопротивление эквивалентной линии Z'_B .

Для волны H_{10} это сопротивление несколько отличается от волнового сопротивления волновода Z_B , рассчитанного по поперечным составляющим электрического и магнитного полей волн типа H_{10} :

$$Z'_B = \frac{\pi b}{2a} Z_B = \frac{\pi b}{2a} \cdot \frac{377}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (339)$$

Если $a = 2b$, то $Z'_B = 0,79 Z_B$.

98. Выбор типа волны и размеров поперечного сечения волновода

В линиях передачи сантиметровых волн чаще всего используются прямоугольные волноводы, возбуждаемые на волне H_{10} . При этом руководствуются следующими соображениями. В любом отрезке волновода должны распространяться волны только одного типа. При наличии двух и более типов волн они не интерferируют, и так как волноводная длина волны λ_B для этих типов волн различна, то возникают изменения амплитуды колебаний в продольном направлении. Изменения усиливаются при малейшем

непостоянстве частоты генератора. Тем самым нарушается согласование волновода с нагрузкой и понижается мощность, поступающая в нагрузку.

В волноводе наиболее просто возбуждается волна одного типа тогда, когда этот тип низший. Тогда можно установить поперечные размеры волновода такими, чтобы только для одного низшего типа волны рабочая длина λ была меньше критической $\lambda_{кр}$. Такое решение, кроме того, позволяет использовать волноводы с минимальным поперечным сечением. В прямоугольном волноводе невозможны электрические волны с нулевым индексом (E_{01} или E_{10}), его низшим типом волны является H_{10} , а для круглого волновода это волна H_{11} .

При появлении в круглом волноводе, возбуждаемом на волне H_{11} (см. рис. 14.5), изгибов или деформаций поля волны могут повернуться относительно оси волновода. Возникшее изменение поляризации волны нарушит согласование волновода с нагрузкой. Прямоугольные волноводы свободны от этого недостатка, так как в них поляризация тесно связана с формой поперечного сечения; например, при волне H_{10} силовые линии электрического поля всегда перпендикулярны широким стенкам волновода. Вот почему прямоугольные волноводы являются основным типом волноводных линий передач. Возбуждаются они, как правило, на волне H_{10} .

Перейдем к выбору размеров поперечного сечения такого волновода. Для того чтобы рабочая длина волны λ была меньше критической $\lambda_{кр}$, размер a согласно формуле $\lambda_{кр} = 2a$ должен быть больше $0,5 \lambda$. Вместе с тем, чтобы исключить ближайшие типы волн H_{20} и H_{11} , нужно установить размер $a < \lambda$ (поскольку $\lambda_{кр} = a$ для H_{20}) и $b < \lambda/2$ (для исключения H_{11}). На выбор стороны a влияет также стремление уменьшить потери энергии в волноводе.

До сих пор предполагалось, что внутренняя поверхность волноводов обладает идеальной проводимостью и затухание в волноводе возникает только при $\lambda > \lambda_{кр}$ и по той же причине, что в реактивных сопротивлениях (энергия отражается). В реальных волноводах затухание наблюдается и при $\lambda < \lambda_{кр}$, но природа его другая: здесь электромагнитная энергия преобразуется в тепловую. Это находит отражение и в структуре полей: в связи с конечной проводимостью стенок волновода электрическое поле не строго перпендикулярно к стенкам, а имеет некоторую, хотя и очень малую, продольную составляющую. Ей соответствует энергия, расходуемая на нагрев металлической поверхности волновода, соответственно уменьшается энергия, достигающая нагрузки.

На тепловые потери рост частоты влияет двояко: усиливается поверхностный эффект, вызывающий увеличение потерь, и сокращается число отражений от узких стенок волновода (см. рис. 14.14), что снижает потери. Особенно резко возрастает затухание, когда, понижаясь, частота f приближается к критической $f_{кр}$. В таких условиях при данных размерах поперечного сечения волновода

должна существовать оптимальная частота, при которой затухание минимально. Оно изменяется весьма незначительно при отклонении частоты от оптимальной в больших пределах. Благодаря этому волновод может передавать без заметных искажений (с почти постоянным затуханием) широкий спектр частот. Между оптимальной $f_{\text{опт}}$ и критической $f_{\text{кр}}$ частотами существует зависимость

$$f_{\text{опт}} = \sqrt{3} f_{\text{кр}} \quad \text{или} \quad \lambda_{\text{опт}} = \frac{\lambda_{\text{кр}}}{\sqrt{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Обычно для уменьшения габаритов волновода размер a выбирают несколько меньшим: $a \approx 0,71\lambda_{\text{опт}}$. Это удовлетворяет требуемому неравенству $0,5\lambda < a < \lambda$.

Уменьшению узкой стенки b препятствует понижение предельной мощности передаваемых волн $P_{\text{доп}}$ из-за увеличения напряженности электрического поля, которое может вызывать пробой между широкими стенками волновода.

Рассмотрим этот вопрос несколько подробней. При равномерном распределении полей в сечении волновода через каждую единицу этого сечения проходила бы мощность

$$EH = \frac{E_m H_m}{2} = \frac{E_m^2}{2Z_B},$$

а через все сечение — мощность $\frac{E_m^2}{2Z_B} ab$,

где $E_m = E \sqrt{2}$ — амплитуда напряженности электрического поля;

$H_m = H \sqrt{2}$ — амплитуда поперечной составляющей напряженности магнитного поля.

Так как амплитуда электрического поля распределяется вдоль стороны a волновода по синусоидальному закону, то средняя мощность в два раза меньше, а при несогласованности волновода с нагрузкой она дополнительно уменьшается в $k_{\text{св}}$ раз:

$$P = \frac{E_m^2}{4Z_B k_{\text{св}}} ab.$$

Заменим Z_B согласно формуле (337) и для определения максимальной мощности $P_{\text{доп}}$, допустимой для передачи по волноводу, заменим E_m пробивной напряженностью $E_{\text{проб}}$:

$$P_{\text{доп}} = \frac{E_{\text{проб}}^2 ab}{4k_{\text{св}} 377} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-4} E_{\text{проб}}^2 ab}{k_{\text{св}}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}. \quad (340)$$

Как видно из формулы, чтобы повысить допустимую мощность $P_{\text{доп}}$, следует по возможности увеличить поперечное сечение волновода (в частности, размер b), уменьшить коэффициент стоячей волны и рабочую длину волны по сравнению с критической. При воздушном заполнении волновода, нормальном давлении и нормальной влажности воздуха предельное значение напряженности поля $E_{\text{проб}} = 30 \text{ кВ/см}$, но в расчетах рекомендуется эту величину уменьшать до $7,5 \text{ кВ/см}$ с запасом на надежность эксплуатации.

Итак, размер b не должен быть слишком малым во избежание пробоя, но не больше $0,5\lambda$, чтобы исключить волну H_{11} . Обычно выбирают $b \approx 0,5a = 0,36\lambda$.

Коэффициент затухания прямоугольного волновода при волне H_{10} определяется по формуле

$$\alpha = \frac{\sqrt{\frac{\pi f \mu_a}{\gamma} \left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]}}{377b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}} \text{ неп/м}, \quad (341)$$

где μ_a — магнитная проницаемость стенок волновода, гн/м ;

γ — удельная проводимость внутренней поверхности, $\frac{1}{\text{ом}\cdot\text{м}}$;

f — частота передаваемых волн, гц

Для меди $\mu_a = \mu_0 \Rightarrow 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ гн/м}$. Величины a , b и λ выражены в метрах.

Круглые волноводы обычно применяются при наличии в антенно-фидерной системе подвижных и неподвижных частей, например, при вращающейся антенне. Чтобы сохранить неизменным характер поля при переходе из неподвижной секции волноводной системы в подвижную и наоборот, желательно, чтобы поля в волноводе имели осевую симметрию. Такими свойствами обладает волна E_{01} в круглых волноводах. Эта волна вследствие осевой симметрии полей применяется чаще, чем H_{11} , несмотря на то, что последний тип волны низший и может быть получен в волноводе меньшего диаметра: при передаче волны H_{11} диаметр $D > \lambda/1,71$, а при волне E_{01} $D > \lambda/1,31$.

Среди других типов волн особого внимания заслуживает волна H_{01} в круглом волноводе. Электрическое поле данной волны находится в поперечной плоскости и по периметру не изменяется, т. е. изображается окружностями с центром на оси волновода (рис. 14.17, a , b), о чем говорит индекс $m = 0$. Поскольку $n = 1$, поле на радиусе имеет один максимум.

Ток смещения (рис. 14.17, z), как известно, достигает максимума в момент, когда напряженность электрического поля проходит через нулевое значение (сечения $e - f$), и равен нулю, когда это поле проходит через максимум (сечения $c - d$, $g - l$). Токи смещения вызывают магнитное поле, линии которого охватывают возбуждающие их токи. Сравнивая рис. 14.17, b и 14.17, z , можно заметить, что поперечная составляющая магнитного поля совпадает по фазе с электрическим полем, как во всех волнах типа H . На рис. 14.17, z показаны электрические силовые линии в поперечной плоскости волновода и проекции линий магнитного поля на эту плоскость.

К стенкам волновода примыкает продольная составляющая магнитного поля. Значит, на поверхности волновода должен быть поперечный ток проводимости. Этот ток направлен в обратную сто-

рону по сравнению с током смещения, имеющимся внутри данного сечения волновода. Если бы тока проводимости не было и он не уравнивал ток смещения, то магнитное поле существовало бы в стенках волновода и за его пределами, а это противоречит граничным условиям на идеальной проводящей поверхности.

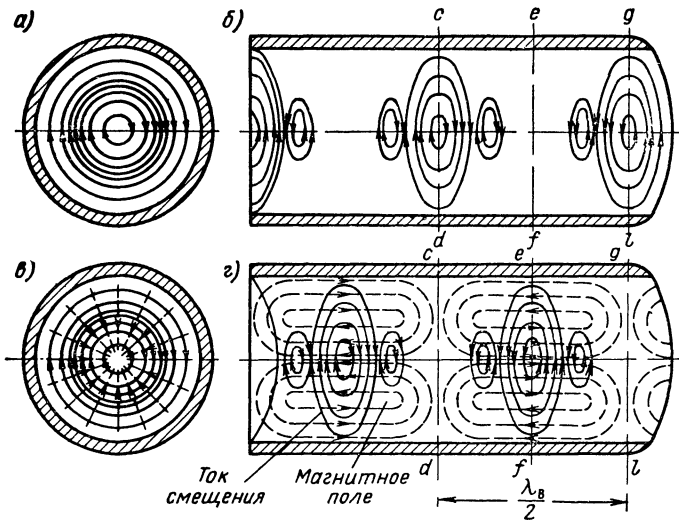


Рис. 14.17. Распределение полей волны H_{01} в круглом волноводе:

а, б—электрическое поле; в—электрическое и магнитное поля; г—токи смещения и магнитное поле.

С уменьшением длины волны $\lambda_{\text{в}}$ линии магнитного поля сокращаются в продольном направлении и продольная составляющая магнитного поля ослабляется возле стенок волновода. В результате ток проводимости и вызванные им потери становятся меньше. Особенно значительно потери сокращаются на наиболее высоких радиочастотах.

99. Разновидности металлических волноводов

Полюе металлические волноводы не являются единственным видом волноводных линий передачи. Например, в микроминиатюрной аппаратуре сантиметровых волн нашли применение *плоскопараллельные* волноводы в виде полоскового проводника, отделенного от металлического плоского экрана тонким слоем диэлектрика (рис. 14.18).

В качестве диэлектрика обычно используется полистирол, а полоска (медь, серебро) наносится на диэлектрик методом печат-

ного монтажа. Влияние экрана на электромагнитное поле распространяемой волны может быть учтено зеркальным изображением полосы, и тогда линия становится двухпроводной симметричной. Это дает основание считать, что в полосковом волноводе распространяется волна, близкая по типу к поперечной $ТЕМ$. Отсюда сле-

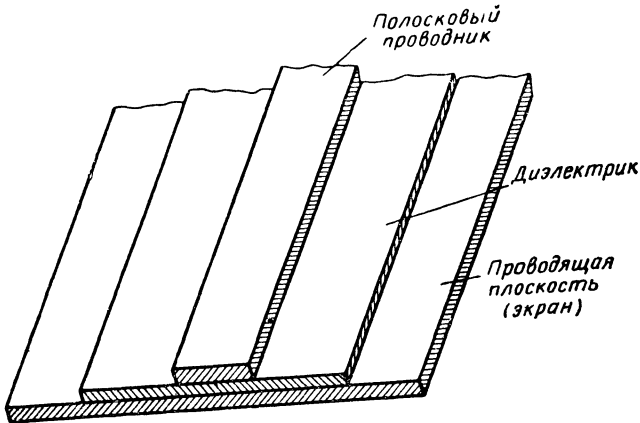


Рис. 14.18. Полосковый волновод.

дующие преимущества таких линий передачи: широкополосность, простота изготовления, малые вес и размеры. Недостатки: значительные потери в диэлектрике и частично на излучение, а также небольшая допустимая мощность распространяемых волн.

Имеются волноводы, которые рассчитаны на передачу миллиметровых волн. При переходе от сантиметровых волн к миллиметровым поперечные размеры полых волноводов становятся очень малыми. Такие волноводы уже нельзя изготовить обычной протяжкой труб. Здесь используются электролитические способы, и только внешнюю поверхность волноводов обрабатывают на станке.

На миллиметровых волнах очень мала глубина проникновения тока. Тем меньше должны быть шероховатости проводящего слоя, так как они удлиняют путь по стенкам волновода и увеличивают его поверхностное сопротивление, например, чистота обработки внутренней поверхности волновода для $\lambda = 3$ мм должна быть около 0,0001 мм. Из-за малых глубины погружения тока и периметра поперечного сечения волновода потери в них на миллиметровых волнах в десятки — сотни раз больше, чем в волноводах сантиметрового диапазона. Исключение составляют *круглые волноводы, возбуждаемые на волне H_{01}* : для них характерно уменьшение затухания с повышением частоты. Такие волноводы имеют большие перспективы применения в дальних широкополосных линиях связи.

Изготовление таких волноводов связано с большими трудностями. Чтобы потери в волноводе были минимальными, диаметр волновода выбирают в 25—50 мм, т. е. значительно большим, чем этого требует критическая длина волны типа H_{01} . Тогда наряду с волной H_{01} в волноводе может возникнуть много других типов волн. Вероятность появления паразитных волн возрастает по мере отклонения формы волновода от идеального цилиндра. Всякая неоднородность волноводной линии порождает паразитные волны. Особенно значительная неоднородность может наблюдаться на стыке отдельных секций волновода, в местах изгибов с малым радиусом кривизны, при различных деформациях линии и т. д. Поэтому к таким волноводам предъявляются весьма жесткие требования в отношении точности изготовления.

Для улучшения фильтрации паразитных волн в последнее время стали применять *круглые волноводы с диэлектрической поглощающей пленкой*, а также спиральные. Фильтрация при помощи диэлектрической пленки, нанесенной на внутреннюю поверхность круглого волновода, основана на том, что эта пленка не вносит затухания в волну H_{01} , так как электрическое поле волны H_{01} не имеет продольной составляющей, а другие волны, имеющие продольную составляющую электрического поля, интенсивно поглощаются пленкой.

Спиральные волноводы представляют собой цилиндрическую спираль из медного провода, помещенную в кожух, изготовленный из диэлектрика. Волны в спиральных волноводах фильтруются следующим образом. Продольный ток в паразитных волнах прерывается витками спирали, в связи с чем эти волны проникают в диэлектрический кожух и поглощаются им, тогда как волна H_{01} благодаря своей структуре вызывает в волноводе только поперечные токи, которые передаются с малыми потерями.

100. Диэлектрические волноводы

Диэлектрические волноводы — это диэлектрические стержни или трубы круглого или прямоугольного сечения, в которых возбуждаются электромагнитные волны.

Принципиальная возможность распространения электромагнитных волн по диэлектрическому стержню следует из аналогии между ним и металлическим волноводом такой же формы. Аналогия заключается в том, что в диэлектрическом стержне имеется граничная поверхность диэлектрик—воздух, на которой условия распространения резко изменяются. На этой поверхности волны отражаются и преломляются (рис. 14.19, *а*), причем отраженные волны распространяются внутри стержня, а преломленные — в воздухе.

Наличие волн не только внутри, но и вне стержня влияет на структуру электромагнитного поля. В диэлектрических волноводах обычно используются смешанные волны типа HE_{11} (см. рис. 14.19, *б*). Они отличаются от волн H_{11} тем, что наряду с продольной составляющей магнитного поля содержат продольную составляющую электрического поля.

Если диаметр стержня d значительно меньше длины волны в свободном пространстве λ , то электромагнитные волны в основном распространяются в воздухе и их фазовая скорость близка к скорости света $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$. При этом волны по структуре электриче-

ского и магнитного полей похожи на поперечно-электрические H_{11} , и так как потери энергии в воздухе несоизмеримо меньше, чем в диэлектрике, то затухание волн получается минимальным. По мере увеличения d по сравнению с λ электромагнитные поля все более концентрируются в стержне и условия распространения волн все более приближаются к условиям распространения в неограниченной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_a . Это значит, что

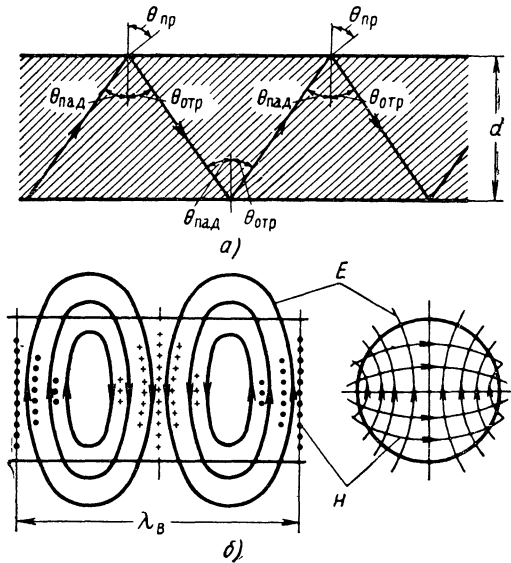


Рис. 14.19. Распределение электромагнитных волн в диэлектрическом стержне:
 а—отражение и преломление волн; б—распределение электрического и магнитного полей.

затухание волн возрастает, а фазовая скорость уменьшается до $v = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_0}$, соответственно длина волны в волноводе уменьшается от λ до $\lambda_{\text{в}} = \lambda/\sqrt{\epsilon_a/\epsilon_0}$.

При возбуждении и приеме волн, передаваемые по диэлектрическому волноводу, распространяются как внутри стержня, так и вокруг него. На рис. 14.20, а показана схема возбуждения и приема волн при использовании диэлектрического волновода.

Диэлектрический стержень 1 вставляют в металлические волноводы 2, 5, которые кончаются рупорами 3, 4. В волноводе 2 распространяется волна H_{11} , которая в стержне 1 переходит в волну HE_{11} из-за сходства структуры этих полей. На приемном конце происходят обратные преобразования. Размеры передающего 3 и приемного 4 рупоров выбирают с учетом концентрации электромагнитной энергии в радиальном направлении.

Диэлектрические волноводы имеют преимущество перед металлическими в том, что не требуют высокой точности изготовления и для миллиметровых волн создают меньшее затухание. На сантиметровых волнах применение диэлектрических волноводов нецелесообразно; они не дают выигрыша в затухании; за счет воздушной среды, участвующей в передаче, радиус диэлектрических волноводов имеет большую величину; крепление диэлектрического стержня связано с трудностями.

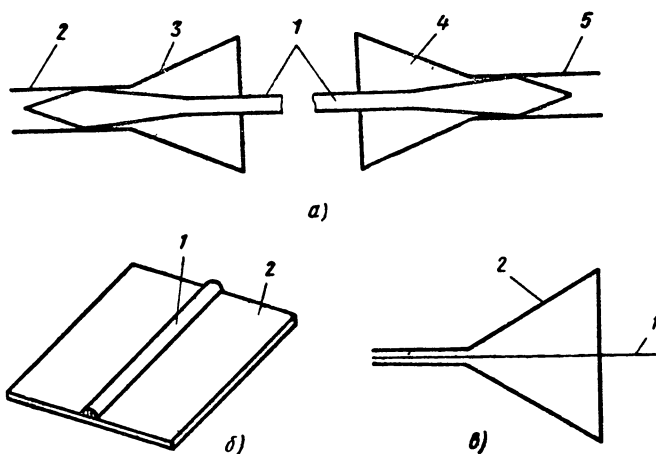


Рис. 14.20. Линии передачи:
 а—диэлектрический стержень; б—зеркальная линия; в—однопроводная линия.

Зеркальные линии. Из-за симметрии электромагнитных полей волны HE_{11} относительно диаметральной плоскости круглого диэлектрического стержня такую волну можно передавать по зеркальной линии (рис. 14.20, б). Последняя представляет собой полукруглый стержень 1, плоская часть которого прилегает к металлическому листу 2. Этот лист служит экраном и вместе с тем опорой для стержня. Тот же экран почти полностью исключает излучение волн на участках поворота линии. В тщательно изготовленных зеркальных линиях миллиметровых волн потери могут быть даже меньше, чем в металлических волноводах сантиметрового диапазона.

Однопроводные линии. Одиночный провод идеальной проводимости не может служить линией передачи: в идеальном проводнике, как известно, электромагнитные волны распространяться не могут. Если же провод, обладающий конечной проводимостью, поместить внутри излучающего рупора 2, как показано на рис. 14.20, в, то в нем можно возбудить электромагнитные волны;

они концентрируются вблизи провода тем больше, чем меньше его проводимость.

Такая концентрация желательна для ослабления влияния внешних полей на передачу электромагнитной энергии, но она связана с возрастанием потерь в проводе. Более экономична линия передачи в виде провода очень высокой проводимости, покрытого тонким слоем диэлектрика. В такой линии основные потери энергии создаются диэлектрическим покрытием. Чтобы их уменьшить, толщину слоя диэлектрика устанавливают небольшой (сотые—десятые доли мм), но достаточной, чтобы избежать значительного рассеяния энергии вокруг провода.

Однопроводную линию передачи применяют преимущественно на миллиметровых волнах, где особенно важны простота изготовления и сравнительно малое затухание.

101. Преимущества и недостатки волноводов

Сравним металлический волновод с коаксиальной линией, как с наиболее употребляемой линией передачи.

Преимущества волноводов следующие. В волноводе нет внутреннего провода, и поэтому потери в нем на токи проводимости минимальны; кроме того, потери снижаются за счет того, что проводящая поверхность волновода велика (поперечное сечение волновода сравнительно большое).

В волноводе, как и в коаксиальной линии, электромагнитные волны сосредоточены между проводящими поверхностями, а поэтому потерь на излучение нет.

В волноводе отсутствует диэлектрическое наполнение и, следовательно, в нем нет диэлектрических потерь.

Предельная мощность высокочастотных колебаний, передаваемых по волноводу, значительно больше, чем в коаксиальной линии. Это объясняется тем, что в волноводе отсутствует внутренний провод, уменьшающий расстояние между проводящими поверхностями, от которого зависит допустимое напряжение в линии передачи, а следовательно, и передаваемая мощность.

Волновод отличается большой механической прочностью.

К недостаткам волновода относятся:

- наличие критической длины волны при данном поперечном сечении волновода;
- сложность производства, так как внутренняя поверхность стенок волновода должна быть тщательно отполирована и для уменьшения потерь покрыта хорошо проводящим металлом (обычно внутренние стенки серебрят);
- возможность распространения нежелательных типов волн.

Металлические волноводы применяются во всем диапазоне сантиметровых волн, а жесткие коаксиальные линии используются

только на волнах длиной больше 10 см. На дециметровых волнах, а тем более на метровых применение волноводов в качестве линии передачи нецелесообразно, так как для этого их размеры должны быть чрезмерно велики. В диапазоне миллиметровых волн с металлическими волноводами успешно конкурируют диэлектрические волноводы, зеркальные и однопроводные линии.

102. Объемные резонаторы

Объемным резонатором называется колебательная система в виде полости, ограниченной с внутренней стороны металлической поверхностью высокой проводимости. Впервые объемные резонаторы теоретически и практически исследовались М. С. Нейманом (1937 г.). Необходимо также отметить работы В. И. Буниновича, Г. В. Кисунько, Н. Н. Крылова и других советских ученых в этой области.

Объемные резонаторы используются в диапазоне сверхвысоких частот. Из них наиболее широко применяются волноводные, коаксиальные и тороидальные резонаторы.

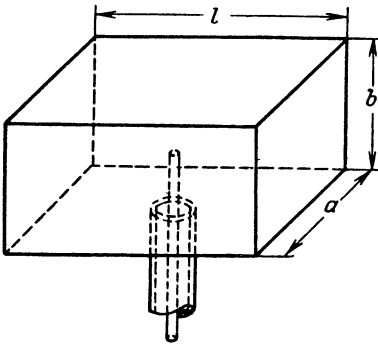


Рис. 14.21. Схема возбуждения объемного резонатора, имеющего форму параллелепипеда.

Волноводные резонаторы. Такие резонаторы можно рассматривать как волновод, ограниченный по длине и замкнутый со всех сторон стенками, внутренняя поверхность которых обладает высокой проводимостью.

На рис. 14.21 показан прямоугольный объемный резонатор, построенный на основе прямоугольного волновода. Возбуждается резонатор штырем, который служит продолжением внутреннего провода коаксиальной линии, соединяющей возбудитель с резонатором.

Поля и волны в объемном резонаторе распределяются не так, как в волноводе. Если длина резонатора удовлетворяет условию $l/2 = \lambda_v/4$, то за время движения от штыря до боковой стенки и обратно поля изменяют свою фазу на 180° ; в момент отражения волны электрическое поле дополнительно изменяет фазу на 180° . В результате в объемном резонаторе устанавливаются стоячие волны с пучностью электрического поля и узлом магнитного возле штыря и пучностью магнитного поля и узлом электрического на боковых стенках.

Если разделить напряженность электрического поля на напряженность магнитного поля у штыря, то окажется, что входное

сопротивление этого резонатора очень велико. Такое сопротивление характерно для параллельного контура, настроенного в резонанс. Очевидно, что параллельный резонанс можно получить не только при $l = \lambda_B/2$, но и при $l = \lambda_B, \frac{3}{2}\lambda_B, 2\lambda_B, \dots$, т. е. при

$$l = p \frac{\lambda_B}{2},$$

где p — любое целое число.

Большое число резонансных частот в объемном резонаторе — закономерное явление. Это характерно для всех систем с распределенными постоянными.

Заметим, что при любом значении p возбуждающий штырь должен находиться в том месте резонатора, где электрическое поле максимально, а магнитное равно нулю.

Найдем резонансную длину волны прямоугольного объемного резонатора. Длина волны в волноводе согласно формуле (335) равна

$$\lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda_{кр}}\right)^2}},$$

откуда

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_B}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

Подставим в эту формулу значения λ_B , соответствующие условию резонанса $l = p\lambda_B/2$, и тогда длина волны в свободном пространстве λ будет отвечать резонансной длине волны объемного резонатора:

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{p}{2l}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

Имея в виду, что для прямоугольного волновода

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},$$

получаем

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{p}{2l}\right)^2 + \frac{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}{4}}}.$$

Окончательно

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}. \quad (342)$$

Волны в объемном резонаторе обозначаются буквами H_{mnp} или E_{mnp} . Для прямоугольного объемного резонатора m — число стоячих полуволн на стороне a , n — число стоячих полуволн на стороне b и p — число стоячих полуволн по длине резонатора l .

Для цилиндрического резонатора m — число максимумов поля вдоль полуокружности, n — число максимумов поля вдоль радиуса (как в круглом волноводе) и p — число максимумов поля по длине резонатора.

Сравним поля H_{10} в прямоугольном волноводе (рис. 14.22, а) и H_{101} в прямоугольном объемном резонаторе (рис. 14.22, б). Гра-

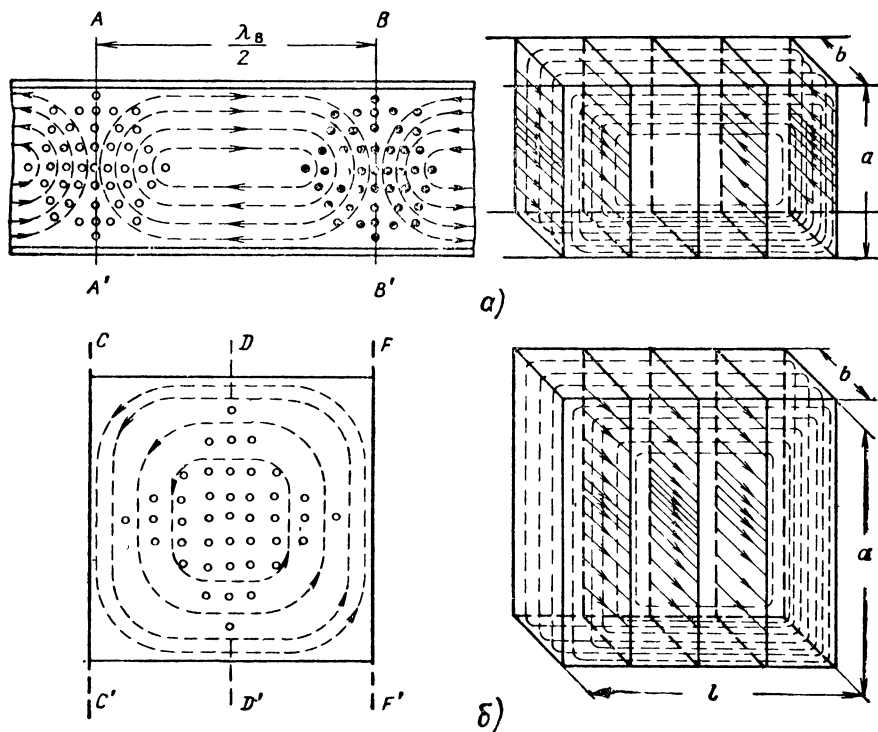


Рис. 14.22. Взаимное расположение электрического и магнитного полей в прямоугольном волноводе (волна H_{10}) и в прямоугольном объемном резонаторе (волна H_{101}).

ничные условия в обоих случаях одинаковые. Так как $n = 0$, то вдоль стороны b электрическое поле не изменяется и его силовые линии параллельны этой стороне резонатора. Индексы $m = 1$ и $p = 1$ означают, что в резонаторе напряженность электрического поля в середине сторон a и l максимальна, а по краям равна нулю. Магнитные линии перпендикулярны электрическим силовым линиям и, замыкаясь возле стенок резонатора, располагаются параллельно стенкам, как этого требуют граничные условия.

Сравнивая поля в волноводе и в резонаторе, замечаем существенные различия между ними: в волноводе поперечная составляющая магнитного поля и электрическое поле, которое также поперечно, совпадают по фазе (см. сечения AA' , BB'); в резонаторе же между этими составляющими, судя по различиям полей в сечении DD' относительно полей в сечениях CC' и FF' , имеется сдвиг на $\lambda_B/4$.

Это отражает физическую сущность явлений. По оси волновода, согласованного с нагрузкой, распространяются бегущие волны,

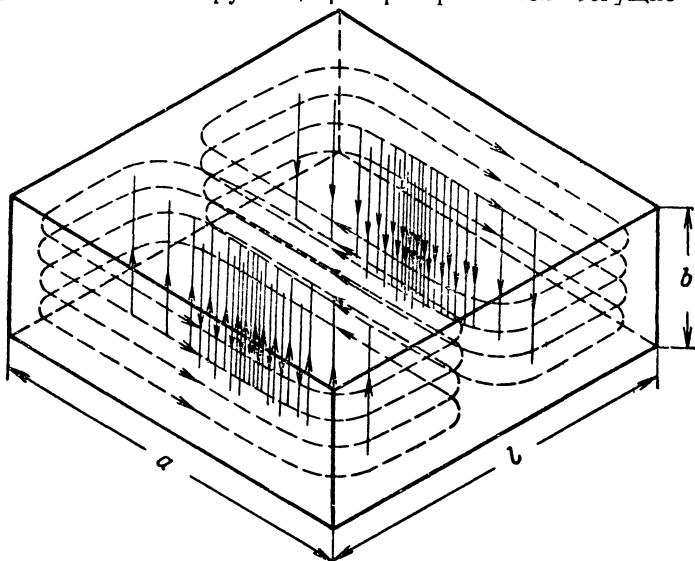


Рис. 14.23. Электрическое и магнитное поля волны H_{102} в прямоугольном резонаторе.

для них характерно совпадение по фазе электрического и магнитного полей во времени и в пространстве. В объемном резонаторе существуют стоячие волны, для которых характерен сдвиг между электрическими и магнитным полями на четверть периода во времени и на $\lambda_B/4$ в пространстве.

Показанная на рис. 14.23 волна H_{102} отличается тем, что по узкой стороне b поперечного сечения отсутствуют стоячие волны, по широкой стороне a укладывается одна стоячая полуволна и по длине резонатора l укладываются две стоячие полуволны, причем электрические силовые линии находятся в поперечной плоскости.

На рис. 14.24 изображены для сравнения волна H_{01} в круглом волноводе и волна H_{011} в цилиндрическом резонаторе. При возбуждении волны H_{01} в круглом волноводе линии электрического поля полностью расположены в поперечной плоскости и имеют форму концентрических окружностей с центром на оси волновода ($m = 0$); на радиусе имеется один максимум ($n = 1$); линии маг-

нитного поля охватывают линии электрического поля. Аналогично распределяются поля в цилиндрическом резонаторе при H_{011} , так как в этом случае индексы m и n для волновода и резонатора совпадают. Вместе с тем, имеются различия: в волноводе максимумы электрического поля E и поперечной составляющей магнитного поля H_{\perp} совпадают, а в резонаторе они смещены на $\lambda_g/4$.

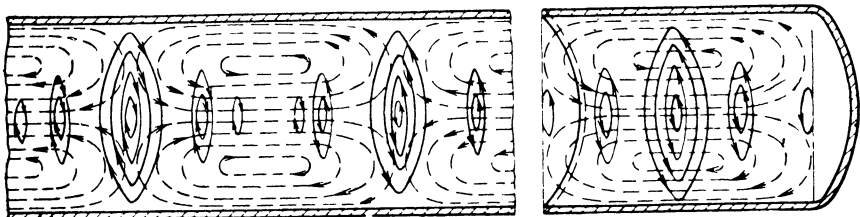


Рис. 14.24. Электрическое и магнитное поля волны H_{01} в круглом волноводе и волны H_{011} в цилиндрическом резонаторе.

Тороидальные и коаксиальные резонаторы. *Тороидальные резонаторы* (рис. 14.25) отличаются от волноводных более сложным профилем поперечного сечения. В средней части $c - d$, $e - f$ расстояние между стенками тороидального резонатора меньше, чем по краям, где поперечное сечение имеет круглую (рис. 14.25, а) или прямоугольную (рис. 14.25, б) форму.

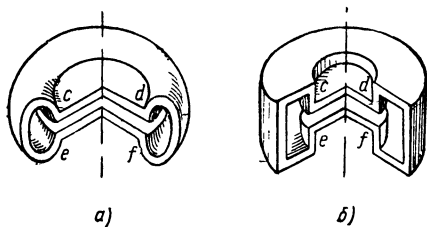


Рис. 14.25. Тороидальные резонаторы круглого (а) и прямоугольного (б) сечения.

полости электромагнитные колебания. Малое расстояние между стенками позволяет сократить время пролета электронов в резонаторе, а это очень важно при генерировании и усилении колебаний сверхвысоких частот.

Форма профиля резонатора определяет структуру возбуждаемых электромагнитных полей (рис. 14.26). Электрическое поле в основном концентрируется во внутренней части резонатора, где расстояние между стенками невелико, т. е. эта часть резонатора имеет преимущественно емкостный характер, а периферийная часть где главным образом расположено магнитное поле, эквивалентна индуктивности. Следовательно, тороидальный резонатор с неко-

Примером использования тороидальных резонаторов могут служить электронные приборы сверхвысоких частот (например, клистроны), в которых электронная лампа и колебательная цепь конструктивно объединены. Электронный поток, проходя через отверстия в близко расположенных стенках резонатора (на рис. 14.25 отверстия не показаны), возбуждает в его

торым приближением представляется как цепь с сосредоточенными постоянными. Если стенки резонатора на участке $c-d$, $e-f$ сделать гибкими и, например, сблизить, то емкость резонатора увеличится и его собственная частота уменьшится.

Коаксиальные резонаторы (рис. 14.27) представляют собой коаксиальную линию, концы которой замкнуты накоротко, ра-

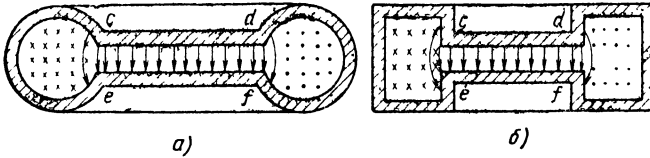


Рис. 14.26. Электрическое и магнитное поля в тороидальных резонаторах круглого (а) и прямоугольного (б) сечения.

зомкнуты или замкнуты на емкость. В большинстве случаев в таких резонаторах возбуждается волна TEM .

В резонаторе, показанном на рис. 14.27, а, участок $ab-cd$ представляет собой круглый волновод. Так как в нем не может распространяться волна TEM , то электромагнитное поле существует лишь на участке линии $ef-ab$, который с одного конца (ef) замкнут накоротко, а с другого (ab) разомкнут. Очевидно, что такая линия работает в режиме стоячих волн (характерном для резо-

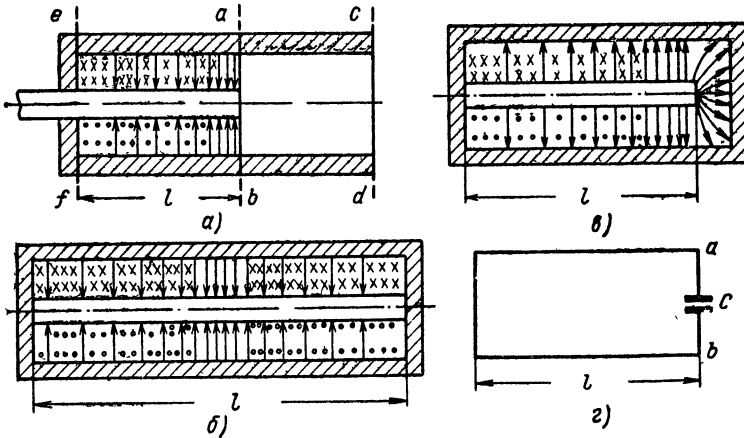


Рис. 14.27. Коаксиальные резонаторы: а—четвертьволновый; б—полуволновый; в—нагруженный на емкость; г—эквивалентная схема,

наторов) с пучностью магнитного поля и узлом электрического поля на короткозамкнутом конце и пучностью электрического поля и узлом магнитного на открытом конце. Для этого длина резонатора l должна быть равна нечетному числу $\lambda/4$.

Если же коаксиальный резонатор замкнут накоротко с обоих концов, то длина его l должна быть равна четному числу $\lambda/4$. Примером этого может служить полуволновый резонатор, показанный на рис. 14.27, б.

В диапазоне сверхвысоких частот используются коаксиальные резонаторы, которые замкнуты накоротко с одного конца, а на другом конце имеют зазор между внутренним проводом и поперечной перемычкой внешнего провода (рис. 14.27, в). В этом зазоре концентрируется электрическое поле, что равнозначно замыканию линии длиной l на эквивалентную емкость C (рис. 14.27, г). Входная проводимость (между точками a , b) такого резонатора определяется выражением

$$Y_{\text{вх}} = j\omega C + \frac{1}{jZ_{\text{в}} \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} = j \left[\frac{530 \lambda [м]}{C [нф]} - \frac{1}{Z_{\text{в}}} \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right) \right].$$

Для резонансной волны λ_0 проводимость $Y_{\text{вх}} = 0$. Следовательно,

$$\frac{530 \lambda_0 [м]}{C [нф]} - \frac{1}{Z_{\text{в}}} \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} l\right) = 0. \quad (343)$$

Замедляющие структуры. Замедляющие структуры применяются в антеннах поверхностных волн, магнетронных генераторах и лампах бегущей и обратной волны. В этих генераторах источник постоянного тока ускоряет электроны, которые после излучения из катода пролетают пространство взаимодействия; здесь электроны тормозятся поперечным электрическим полем резонаторов, вследствие чего их кинетическая энергия уменьшается и пре-

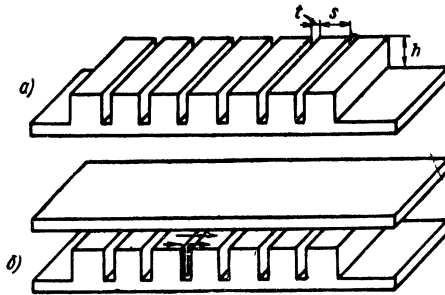


Рис. 14.28. Эскиз замедляющей структуры.

образуется в электромагнитную, точнее, она используется для компенсации потерь в колебательной системе генератора (резонаторах). Чтобы электроны все время тормозились электрическим полем резонаторов, фазовая скорость электромагнитных волн и поступательная скорость электронов должны быть одинаковыми. Скорость электронов в несколько раз меньше скорости распространения электромагнитных волн в свободном пространстве. Поэтому нуж-

но уменьшить фазовую скорость электромагнитных волн, для чего и предназначены замедляющие структуры.

На рис. 14.28, *a* изображен эскиз замедляющей структуры типа гребенки. Каждое звено ее включает один выступ. Если рассматривать звено системы как элементарный участок длинной линии, то к системе с некоторым приближением применима формула фазовой скорости

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}.$$

Выступы гребенки увеличивают погонную емкость, а это позволяет должным образом уменьшить скорость электромагнитных волн в пространстве взаимодействия с электронами. Направление распространения волн и движения электронов обозначено на рис. 14.28, *b* стрелками.

Замедление фазовой скорости объясняют также удлинением пути волны при следовании ее по профилю канавки. Это подтверждается формулой фазовой скорости для структуры, показанной на рис. 14.28, *a*:

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{t}{s+t}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \beta h}}, \quad (344)$$

где h — высота выступов;
 s — ширина выступов;
 t — зазор между выступами.

Формула (344) справедлива при $t \ll \lambda$.

Если $h = 0$, то $\operatorname{tg} \beta h = 0$ и по формуле (344) $v = c$, т. е. волны распространяются над гладкой идеально проводящей поверхностью со скоростью света. По мере увеличения h от 0 до $\lambda/4$ фазовая скорость волн в структуре уменьшается, и когда $h = \lambda/4$, то $\operatorname{tg} \beta h = \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \infty$. Соответственно фазовая скорость $v = 0$. Такое замедление объясняется тем, что волна в каждом зазоре проходит путь $2h = 2 \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$ и, выходя из зазора, оказывается в противофазе с волной, проходящей над структурой. Обычно высота выступов в несколько раз меньше, чем $\lambda/4$.

Существуют гладкие замедляющие структуры. Примером гладкой структуры является плоская металлическая поверхность, покрытая слоем диэлектрика определенной толщины. Так как в диэлектрике с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ фазовая скорость меньше скорости света в $\sqrt{\epsilon}$ раз, то в непосредственной близости от наружной поверхности структуры волны, распространяемые с различной скоростью внутри диэлектрика и в воздухе, интерферируют так, что результирующая волна приобретает промежуточную фазовую скорость, т. е. меньшую скорости света, но большую скорости в диэлектрическом слое.

Преимущества и недостатки объемных резонаторов. Теперь рассмотрим вопрос о добротности объемных резонаторов. Добротность колебательного контура после очевидных преобразований можно представить формулою:

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi f L I_m^2}{R I_m^2} = 2\pi \frac{\frac{L I_m^2}{2}}{\frac{I_m^2 R}{2}} = 2\pi \frac{W_x}{W_R},$$

где W_x — реактивная энергия, запасаемая в контуре;

W_R — энергия, расходуемая на компенсацию активных потерь в контуре в течение одного периода.

Энергия W_x , запасаемая в объемном резонаторе, пропорциональна его объему, а активные потери в резонаторе W_R пропорциональны протяженности его внутренней поверхности в направлении тока. Поэтому объемному резонатору стремятся придать такую форму (по возможности закругляют острые углы и избегают сплюснутых конструкций), чтобы он имел максимальный объем при минимальной площади внутренних стенок. Цилиндрические резонаторы отличаются большей добротностью, чем прямоугольные: в них отношение объема к поверхности выше.

Следует различать добротность ненагруженного Q и нагруженного Q_H резонаторов. При вычислении Q_H учитывают не только активные потери W_R внутри резонатора, но и энергию W'_R , поступающую из резонатора в нагрузку за один период колебаний:

$$Q_H = 2\pi \frac{W_x}{W_R + W'_R} = \frac{1}{\frac{W_R}{2\pi W_x} + \frac{W'_R}{2\pi W_x}} = \frac{1}{\frac{1}{Q} + \frac{1}{Q'}} = \frac{Q Q'}{Q + Q'},$$

где $Q' = 2\pi \frac{W_x}{W'_R}$ — добротность, соответствующая энергии, поступающей в нагрузку. Добротность нагруженного резонатора, очевидно, меньше добротности ненагруженного.

Отсутствие потерь диэлектрических и на излучение, малые потери на токи проводимости (поперечное сечение проводящей поверхности велико) определяют очень высокую добротность объемных резонаторов. Последняя достигает десятков тысяч. Вторым преимуществом объемных резонаторов является жесткость их конструкции.

К недостаткам объемных резонаторов относятся малые пределы изменения резонансной длины волны и наличие кратных резонансных частот.

Указанные достоинства объемных резонаторов особенно существенны в наиболее коротковолновой части диапазона сверхвысоких частот, где обычные колебательные контуры не могут быть практически использованы.

XV

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

103. Факторы, влияющие на распространение радиоволн

В радиотехнике применяются электромагнитные волны, называемые радиоволнами, с частотой f от 3 кГц до $3 \cdot 10^{11}$ Гц (это соответствует длинам волн λ от 10^5 м до 10^{-3} м), инфракрасные и оптические электромагнитные волны с частотой от $3 \cdot 10^{11}$ Гц до $3 \cdot 10^{15}$ Гц ($\lambda = 1$ мм \div 0,1 мк).

По условиям распространения радиоволны делят на диапазоны, как показано на табл. 15.1.

Т а б л и ц а 15.1

Наименование диапазона	Граничные длины волн	Граничные частоты
Сверхдлинные волны	100—10 км	3—30 кГц
Длинные волны	10—1 км	30—300 кГц
Средние волны	1 км—100 м	300 кГц—3 МГц
Короткие волны	100—10 м	3—30 МГц
Ультракороткие волны	10 м—1 мм	30—300 000 МГц
Инфракрасные волны	1 мм—0,75 мк	300 ГГц— $4 \cdot 10^5$ ГГц
Световые волны	0,75—0,1 мк	$4 \cdot 10^5$ — $3 \cdot 10^6$ ГГц

Будем называть *низкими* (НРЧ) *радиочастоты*, которые соответствуют сверхдлинным, длинным, средним и коротким волнам, а *сверхвысокими* (СВЧ) — частоты, соответствующие дециметровым, сантиметровым и миллиметровым волнам. Часто к СВЧ относят весь диапазон УКВ, т. е. и метровые волны. Радиоволны распространяются в атмосфере, окружающей земную поверхность, и в космосе. Только в космическом пространстве радиоволны распространяются, как в свободном пространстве. Во всех остальных областях пространства на дальность радиосвязи в той или иной мере влияют электрические свойства почвы и атмосферы, а также рельеф местности.

Земля является полупроводящей средой. Следовательно, ее электрические свойства в значительной мере зависят от частоты. В диапазоне сверхдлинных волн Земля наиболее близка к идеальному проводнику. По этой причине сверхдлинные волны почти полностью отражаются от Земли и мало теряют в ней энергии. С уменьшением длины волны проводимость почвы уменьшается, соответственно увеличивается глубина проникновения электромагнитных волн в почву и возрастают потери энергии в Земле.

Сферичность и неровность поверхности Земли также оказывает большое влияние на распространение радиоволн. Любые два пункта Земли разделены шаровым сегментом, который исключает возможность связи прямолинейными лучами, если антенны радиостанций не имеют достаточной высоты. Например, при длине линии радиосвязи $r = 10$ км высота сегмента достигает $h = 3,1$ м, а при $r = 100$ км высота $h = 310$ м.

Здесь на помощь приходит *дифракция*, благодаря которой электромагнитные волны огибают шаровой сегмент и возвышенности Земли. Однако нужно иметь в виду, что дифракция ослабляется с уменьшением длины волны и даже на сверхдлинных волнах дальность связи, обусловленная дифракцией, не превышает 4000 м.

Земная атмосфера по-разному влияет на распространение радиоволн на малых и больших высотах. Атмосфера Земли является газообразным слоем. Научные исследования, проведенные с помощью искусственных спутников Земли и космических ракет, показали, что атмосфера простирается на высоту свыше 3000 км.

Атмосфера разделяется на тропосферу (высота слоя до 15 км) и стратосферу. Тропосфера и частично стратосфера (до 100 км) представляют собой однородную смесь азота, кислорода, водяных паров и других составляющих. В тропосфере при нормальных условиях с увеличением высоты температура, влажность и давление воздуха непрерывно уменьшаются, начиная соответственно от 15°С, 60% влажности и 1013 мбар. В «нормальной атмосфере» эти изменения на каждые 100 м роста высоты уменьшают показатель преломления на $4 \cdot 10^{-6}$. В результате происходит искривление лучей, называемое *тропосферной рефракцией*. Обычно тропосферная рефракция способствует увеличению дальности радиосвязи; последнее ощутимо только на ультракоротких волнах, где дифракция выражена очень слабо.

В то время как тропосфера является хорошим диэлектриком, близким к идеальному, атмосфера на высотах 60—20 000 км имеет некоторую проводимость. В этой области под влиянием ультрафиолетовых лучей и корпускул (частиц) Солнца происходит расщепление нейтральных молекул на ионы и электроны, в результате чего образуется так называемая *ионосфера*. Возникшие ионы и электроны, находясь в движении, сталкиваются, в результате наряду с ионизацией происходит частичное восстановление (рекомбинация) нейтральных молекул.

Степень ионизации атмосферы по высоте распределяется неравномерно. С одной стороны, по мере удаления от Земли должно наблюдаться усиление ионизации в связи с увеличением ионизирующего излучения Солнца, а с другой стороны, с ростом высоты происходит разрежение воздуха и уменьшение числа молекул, участвующих в ионизации. Отсюда следует вывод о существовании определенного уровня атмосферы с максимумом ионизации. Этот максимум находится на высоте 250—400 км. Ниже его расположена внутренняя ионосфера, а выше — внешняя.

Атмосфера внутренней ионосферы неоднородная, так как на высотах свыше 90 км солнечное излучение вызывает диссоциацию атмосферного азота и кислорода. Молекулы этих газов, каждая из которых содержит два атома, распадаются на атомы, и над слоем однородного по составу воздуха возникают слои с различным соотношением атомарного кислорода, атомарного азота, молекулярного кислорода и молекулярного азота. Эти элементы в различной степени ионизируются ультрафиолетовыми лучами Солнца, в связи с чем ниже главного максимума ионизации существуют другие, менее выраженные максимумы, которые называют *слоями* (рис. 15.1).

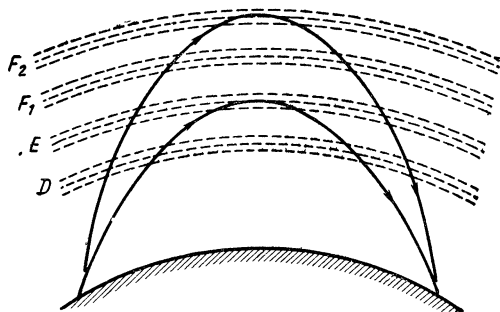


Рис. 15.1. Ионизированные слои атмосферы.

В ионосфере различают четыре слоя: D , E , F_1 и F_2 . Слой D расположен на высоте 60—80 км, слой E — на высоте 100—130 км, слой F_1 — на высоте 180—230 км, а высота слоя F_2 находится в пределах 200—450 км. Из перечисленных слоев наименее ионизированным является D , затем следуют слои E , F_1 , и на уровне слоя F_2 находится основной максимум ионизации.

После захода Солнца следовало бы ожидать полного рассеяния ионосферы, но этого не наблюдается, так как ионы и свободные электроны соединяются в нейтральные молекулы таким образом, что электронная плотность ионосферы убывает по гиперболическому закону. Слои E и F_2 ночью сохраняются, хотя интенсивность ионизации их значительно меньше, чем днем, и только слои D и F_1 в это время суток полностью исчезают. Слой F_1 отсутствует и днем в зимнее время. Кроме того, в это время высота слоя F_2 увеличивается от 220—240 км днем до 300—330 км ночью.

Электромагнитные волны, попадая в ионосферу, возбуждают в ней колебания электронов, полученных в результате ионизации. Колеблющиеся электроны образуют ток, который имеет обратную фазу относительно тока смещения в свободном пространстве. Это равнозначно уменьшению диэлектрической проницаемости атмосферы. Для определения ее обратимся к формуле комплексной

абсолютной диэлектрической проницаемости полупроводящей среды

$$\dot{\epsilon}_a = \epsilon_a - j \frac{\gamma}{\omega}. \quad (327)$$

Если в единице объема ионизированной среды содержится N электронов, каждый из которых имеет заряд e , то общий заряд этого объема равен Ne . В таком случае за 1 сек через единичную площадку, перпендикулярную вектору скорости электронов \dot{v} , проходит заряд $Ne\dot{v}$, т. е. плотность тока проводимости равна

$$\dot{\delta} = Ne\dot{v}.$$

Последняя связана с напряженностью электрического поля зависимостью

$$\dot{\delta} = \gamma \dot{E},$$

а поэтому удельная проводимость ионизированной среды

$$\gamma = \frac{Ne\dot{v}}{\dot{E}}. \quad (345)$$

Сила, действующая на каждый электрон, помещенный в электрическое поле, равна $e\dot{E}$. Эта же сила может быть выражена как произведение массы электрона m на ускорение $\frac{d\dot{v}}{dt}$. Следовательно,

$$e\dot{E} = m \frac{d\dot{v}}{dt}.$$

Если скорость электронов изменяется по синусоидальному закону

$$\dot{v} = v_m e^{j\omega t},$$

то ускорение электронов

$$\frac{d\dot{v}}{dt} = j\omega v_m e^{j\omega t} = j\omega \dot{v},$$

а

$$e\dot{E} = m \frac{d\dot{v}}{dt} = jm\omega \dot{v}.$$

Отсюда находим напряженность электрического поля:

$$\dot{E} = j \frac{m\omega \dot{v}}{e}.$$

Подставляем это выражение в формулу (345):

$$\gamma = \frac{Ne\dot{v}}{\dot{E}} = \frac{Ne^2}{jm\omega}.$$

после чего формула (327) принимает вид

$$\dot{\epsilon}_a = \epsilon_a - f \frac{\gamma}{\omega} = \epsilon_a - \frac{Ne^2}{m\omega^2} = \epsilon_a - \frac{Ne^2}{(2\pi)^2 f^2 m}.$$

Разделив обе части равенства на абсолютную диэлектрическую проницаемость неионизированного воздуха ϵ_0 и подставив значения $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ к, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}$ ф/м, получим относительную диэлектрическую проницаемость ионосферы

$$\epsilon' = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_0} = 1 - \frac{Ne^2}{(2\pi)^2 f^2 m\epsilon_0} = 1 - 80,8 \frac{N}{f^2}. \quad (346)$$

Если в данной формуле электронная плотность выражена числом электронов в 1 м^3 воздуха, то частота f выражена в гц. Если же N измеряется в см^3 , то f — в кц.

Формула (346) подтверждает, что диэлектрическая проницаемость ионосферы ϵ' меньше диэлектрической проницаемости неионизированного воздуха, равной единице. Проводимость ионосферы возрастает с увеличением плотности ионизации N и уменьшением частоты электромагнитных волн f . Первое очевидно, а последнее объясняется тем, что, чем больше период времени, в течение которого совершается полное колебание электронов, вызванное электромагнитными волнами, тем больше амплитуда этих колебаний. Таким образом, *диэлектрическая проницаемость ионизированных слоев воздуха уменьшается по мере повышения плотности ионизации и понижения частоты проходящих через ионосферу волн.*

Как же влияет ионизация атмосферы на распространение радиоволн? Уменьшение диэлектрической проницаемости атмосферы означает увеличение фазовой скорости радиоволн при переходе их из нижних слоев атмосферы в ионосферу, а это влечет за собой *преломление и отражение волн.*

Кроме того, наличие ионосферы проявляется в *поглощении энергии радиоволн.* Такой вывод, казалось бы, противоречит формуле (346), согласно которой ионосфера — идеальный диэлектрик, поскольку ее диэлектрическая проницаемость выражается вещественным числом. В действительности это является результатом того, что при выводе формулы не учитывались потери электромагнитной энергии во время столкновений колеблющихся электронов с нейтральными молекулами и ионами. При столкновениях электроны передают ионам и нейтральным молекулам энергию, полученную от электромагнитных волн, и эта энергия расходуется на тепловое движение тяжелых частиц ионосферы. При частоте электромагнитной волны, равной числу столкновений электронов с тяжелыми частицами в секунду, поглощение энергии электромагнитных волн, как обычно при резонансе, максимально. Эта

частота примерно соответствует длине волн $\lambda = 200$ м. Значит затухание волн в ионосфере уменьшается при уменьшении частоты в сторону более длинных волн и при увеличении частоты в направлении более коротких волн от $\lambda = 200$ м.

104. Ионосферное распространение радиоволн

Рассмотрим подробнее процесс преломления радиоволн в ионосфере. Сначала допустим, что относительная диэлектрическая проницаемость понижается с высотой за счет усиления ионизации скачками от $\epsilon_0 = 1$ к $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ (рис. 15.2). Соответственно уве-

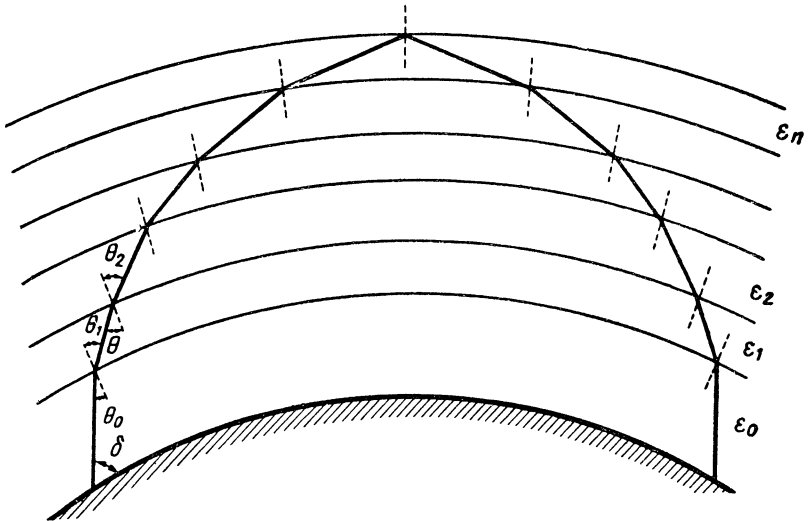


Рис. 15.2. Преломление радиоволн в ионосфере.

личивается фазовая скорость электромагнитных волн и уменьшается показатель преломления n , который, начиная от $n_0 = \sqrt{\epsilon_0} = 1$, принимает значения, все меньшие и меньшие единицы:

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_1}, \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_2}, \quad n_3 = \sqrt{\epsilon_3}, \quad \dots, \quad n_n = \sqrt{\epsilon_n}.$$

Согласно формуле (331)

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = \dots = n_n \sin \theta_n, \quad (347)$$

уменьшение показателя преломления с высотой вызывает увеличение угла преломления по сравнению с углом падения волны на данный ионизированный слой ($\theta_0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 \dots$). Это может привести к тому, что в каком-то слое с показателем преломления $n_n = \sqrt{\epsilon_n}$ произойдет полное внутреннее отражение, т. е.

угол преломления θ_n станет равным 90° . В этом положении луч неустойчив и, если плотность ионизации вышестоящего слоя даже незначительно больше, чем данного, произойдет аналогичное преломление волны в обратном направлении.

Остается внести поправку: так как диэлектрическая проницаемость ионосферы изменяется по высоте плавно, форма лучей получается криволинейной (см. рис. 15.1).

Волны, отражаемые от ионосферы к Земле, полезны для радиосвязи, а поэтому необходимо уточнить условия их возникновения. Возможность отражения радиоволн от ионосферы определяется тремя обстоятельствами: 1) углом падения радиоволн на нижний слой ионосферы, т. е. наклоном волны в момент ее излучения; 2) плотностью ионизации данного ионизированного слоя; 3) частотой электромагнитных волн.

Очевидно, что, чем меньше начальный угол возвышения луча δ , тем больше угол падения θ_0 на первый ионизированный слой ($\theta_0 = 90^\circ - \delta$ на рис. 15.2) и тем скорее будет достигнут угол $\theta_n = 90^\circ$, т. е. произойдет полное внутреннее отражение волны. Так, волна 1 с углом возвышения δ_1 (рис. 15.3) проходит через ионизированный слой, не отразившись от него к Земле, волна 2 с меньшим углом возвышения δ_2 возвращается к Земле, а волна 3 с углом $\delta_3 < \delta_2$ отражается от ионосферы даже на меньшей высоте. Наименее вероятно отражение радиоволн от ионосферы, когда волны излучаются отвесно ($\delta = 90^\circ$).

Перейдем к вопросу о влиянии плотности ионизации N отражающего слоя. Показатель преломления этого слоя n_n , как показывает выражение (346), связан с N зависимостью

$$n_n = \sqrt{\epsilon_n} = \sqrt{1 - 80,8 \frac{N}{f^2}}. \quad (348)$$

Вместе с тем, известно, что показатель преломления неионизированного воздуха $n_0 = 1$. Следовательно, из равенства $n_0 \sin \theta_0 = n_n \sin \theta_n$ и $\delta = 90^\circ - \theta_0$ имеем

$$\cos \delta = \sin \theta_0 = \sin \theta_n \sqrt{1 - 80,8 \frac{N}{f^2}}, \quad (349)$$

т. е. при данном угле возвышения δ увеличение плотности ионизации N способствует увеличению угла преломления θ_n и тем самым облегчает отражение волн к Земле. Если слой D не отразил волну, то это способен сделать слой E как более ионизированный. Если же и слой E не отразил радиоволн, то не исключена возможность, что это сделает слой F_1 , а тем более F_2 . Но в том случае, когда наиболее ионизированный слой F_2 при любом угле возвышения луча к поверхности Земли не создает требуемого отражения, возвращение волны на Землю полностью исключено.

Зависимость (349) позволила ввести понятие «критический угол возвышения $\delta_{кр}$ » — это максимальный угол возвышения,

при котором еще возможно отражение волн к Земле слоем с плотностью ионизации $N = N_{\text{макс}}$. Введя соответствующее условие ($\delta = \delta_{\text{кр}}$, $\theta_n = 90^\circ$) в указанную зависимость, получаем

$$\cos \delta_{\text{кр}} = \sqrt{1 - 80,8 \frac{N_{\text{макс}}}{f^2}} . \quad (350)$$

Поэтому увеличение частоты f электромагнитных волн, как показывает формула (350), сопровождается уменьшением критического угла возвышения лучей $\delta_{\text{кр}}$ для данного ионизированного

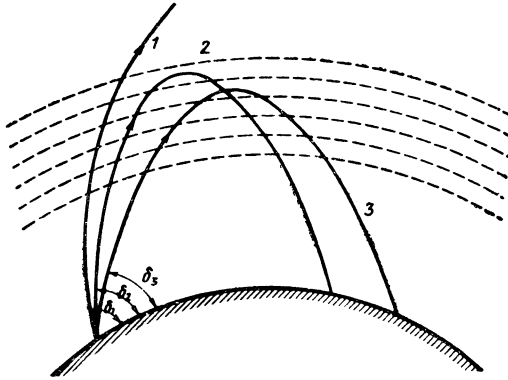


Рис. 15.3. Влияние наклона излучаемой волны на ее траекторию в атмосфере.

слоя или требует увеличения плотности ионизации $N_{\text{макс}}$ для сохранения неизменным критического угла $\delta_{\text{кр}}$. Это согласуется с тем, что увеличение частоты f понижает преломляющие свойства ионосферы.

Такая связь между частотой волны и необходимой для его отражения плотностью ионизации $N_{\text{макс}}$ позволила ввести еще одно понятие «критическая частота $f_{\text{кр}}$ или критическая длина волны $\lambda_{\text{кр}} = c/f_{\text{кр}}$ данного ионизированного слоя». Это максимальная частота (минимальная длина волны), при которой возможно отражение волн к Земле, если они излучаются вертикально. При подстановке $\delta_{\text{кр}} = 90^\circ$ формула (350) определяет величину $f = f_{\text{кр}}$:

$$0 = \sqrt{1 - 80,8 \frac{N_{\text{макс}}}{f_{\text{кр}}^2}} ,$$

откуда критическая частота слоя с плотностью ионизации $N_{\text{макс}}$ равна

$$f_{\text{кр}} = \sqrt{80,8 N_{\text{макс}}} . \quad (351)$$

Подставив соответствующие значения $N_{\text{макс}}$, получаем, что критическая длина волны слоя F_2 равна $\lambda_{\text{кр}} = 23 \div 45 \text{ м}$.

Стало быть, радиоволны, имеющие длину волны $\lambda > 23 \div 45$ м, при лобом начальном угле возвышения отражаются ионосферой к Земле. Если же $\lambda < 23 \div 45$ м, то возвращение волн на Землю возможно лишь тогда, когда радиоволны при излучении в достаточной мере отклоняются от перпендикуляра к поверхности Земли ($\delta < \delta_{кр}$).

105. Распространение сверхдлинных, длинных и средних волн

Радиоволны в зависимости от угла возвышения лучей над земной поверхностью разделяются на поверхностные и пространственные. Поверхностные волны при излучении имеют угол возвышения, не превышающий $3-4^\circ$, а пространственные излучаются под большими углами к земной поверхности.

На сверхдлинных ($\lambda = 10^4 \div 10^5$ м) и длинных ($\lambda = 10^3 \div 10^4$ м) волнах Земля и ионосфера обладают настолько высокой проводимостью, что волны резко отражаются от нижнего слоя ионосферы (D — днем и E — ночью) и от Земли, распространяясь между ними, как в гигантском волноводе. Дифракция в данном случае выражена весьма ярко, и это способствует тому, что сверхдлинные и длинные волны проникают за любые укрытия и возвышенности, встречающиеся на поверхности Земли.

Поскольку в рассматриваемом диапазоне волны почти не углубляются в почву и ионосферу, то и затухание в них мало. Именно это обстоятельство, а не дифракция, позволяет осуществить радиосвязь сверхдлинными и длинными волнами с любым пунктом Земли, вплоть до антипода (примерно 20 000 км). Однако для этого требуются передатчики очень большой мощности и огромных размеров антенны. Если $\lambda > 20$ км, то поглощение энергии в морской воде и почве не исключает возможности связи с подводными лодками, погруженными на небольшую глубину, и подземными пунктами.

Электрические свойства почвы, а также слоев D и E сравнительно стабильны. Это определяет устойчивый характер распространения сверхдлинных и длинных волн, но так как потери энергии при отражении от слоя E ночью меньше, чем при отражении от D днем (проводимость слоя D больше), дальний прием в данном диапазоне лучше ночью, чем днем.

При переходе от длинноволнового диапазона к средневолновому ($\lambda = 100 \div 1\,000$ м) заметно уменьшается проводимость Земли и ионосферы. Относительная диэлектрическая проницаемость ионосферы увеличивается, приближаясь к единице. Поэтому пространственные лучи не только ночью, но и днем проникают в слой E .

В результате двукратного прохождения волн через слой D их энергия теряется в такой мере, что днем связь пространствен-

ными лучами полностью исключается. Ночью же, когда слоя D нет, дальность связи на средних волнах становится большой именно за счет пространственных лучей.

Условия приема поверхностных лучей на средних волнах, как и на длинных, почти не изменяются во времени, но на больших расстояниях роль поверхностных волн значительно снижается за счет возросших потерь в почве.

В радиусе 50—200 км от передающей антенны поверхностные и пространственные лучи средних волн имеют примерно равную интенсивность. В этой области радиосвязь оказывается особенно неустойчивой из-за *ближнего замирания (фединга)*. Сущность фединга заключается в том, что в пункте приема поверхностные и пространственные волны интерферируют с переменным сдвигом по фазе $\Delta\varphi$, обусловленным изменяющейся разностью хода (пройденного пути) Δr указанных волн. Эта разность меняется со свойствами ионосферы непрерывно и беспорядочно за счет длины пути, пройденного пространственной волной. Угол $\Delta\varphi$ равен $\frac{2\pi}{\lambda} \Delta r$, и достаточно измениться длине пространственного луча на $\Delta r = \frac{\lambda}{2}$, чтобы синфазные поверхностная и пространственная волны стали противофазными ($\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi$). Очевидно, чем меньше длина волны, тем больше угол $\Delta\varphi$ при том же значении Δr . Наиболее ощутимы ближние фединги в коротковолновой части средневолнового диапазона.

Поскольку для сверхдлинных и длинных волн Земля обладает высокой проводимостью, эти волны имеют вертикальную поляризацию, т. е. силовые линии электрического поля перпендикулярны, а магнитного — параллельны земной поверхности. При переходе к средним волнам в электрическом поле за счет уменьшения проводимости Земли появляется небольшая по величине горизонтальная составляющая. Это вызывает наклон вектора Пойнтинга волны к Земле. Практически горизонтальная составляющая поля ощутима только при плохой проводимости почвы и в наиболее коротковолновой части средневолнового диапазона.

106. Распространение коротких волн

Короткие волны ($\lambda = 10 \div 100$ м) достигают слоя ионосферы F_2 (или F_1), отражаясь от него к Земле. Увеличение частоты, происходящее при переходе от средних волн к коротким, вызывает значительное уменьшение потерь электромагнитной энергии в ионосфере, несмотря на то, что в данном случае через слой E волны проходят дважды; вместе с тем, потери в Земле возрастают. Поэтому в коротковолновом диапазоне связь поверхностными волнами практически невозможна уже на расстоянии в несколько десят-

ков километров, тогда как при помощи пространственных волн достаточно небольшой мощности передатчика, чтобы обеспечить связь на 10 000—20 000 км.

Специфические свойства ионосферы определяют некоторые особенности распространения коротких волн. К ним прежде всего относится наличие зоны молчания.

Зоной молчания называется область пространства, ограниченная максимальной дальностью приема поверхностных волн и минимальной дальностью приема пространственных волн.

Так как по мере уменьшения длины волны преломление волн в ионосфере уменьшается, радиоволны коротковолнового диапа-

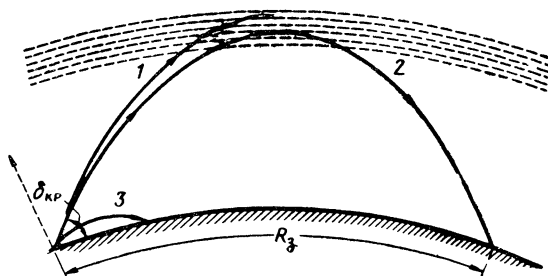


Рис. 15.4. Лучи радиоволн коротковолнового диапазона.
1 и 2—пространственные волны; 3—поверхностная волна.

зона могут пройти сквозь ионосферу, не отразившись от нее к Земле (луч 1 на рис. 15.4). Для того чтобы этого не было, рабочая длина волны должна быть больше критической длины волны слоя F_2 ($\lambda_{кр} = 23 \div 45$ м) либо при более коротких волнах угол возвышения луча должен быть меньше критического угла $\delta_{кр}$ (луч 2). В таких условиях ($\lambda < 23 \div 45$ м) дальность связи пространственными лучами не может быть меньше определенной величины R_3 , и так как поверхностная волна 3 весьма значительно затухает даже на малом расстоянии от передатчика, то появляется зона молчания.

Радиус этой зоны R_3 определяется волнами максимальной применимой частоты МПЧ $f_{макс}$ (минимальной применимой длины волны $\lambda_{мин} = v/f_{макс}$), которые отражаются от наиболее ионизированного слоя (F_2) с критической частотой $f_{кр F_2}$ (длиной волны $\lambda_{кр F_2} = v/f_{кр F_2}$). Плотность ионизации этого слоя выражаем в соответствии с формулой (351) в виде $N_{макс} = f_{кр F_2}^2 / 80,8$. Кроме того, подставляем в формулу (350) $f = f_{макс}$:

$$\cos \delta_{кр} = \sqrt{1 - \frac{80,8 f_{кр F_2}^2}{80,8 f_{макс}^2}} = \sqrt{1 - \frac{f_{кр F_2}^2}{f_{макс}^2}} = \sqrt{1 - \frac{\lambda_{мин}^2}{\lambda_{кр F_2}^2}}.$$

Упростив это выражение заменой $1 - \cos^2 \delta_{кр} = \sin^2 \delta_{кр}$, получаем

$$\sin \delta_{кр} = \frac{f_{кр} F_2}{f_{макс}} = \frac{\lambda_{мин}}{\lambda_{кр} F_2}. \quad (352)$$

Из этого выражения следует, что, чем меньше минимально применимая длина волны (больше максимально применимая частота), тем меньше критический угол возвышения луча $\delta_{кр}$ и, следовательно, больше расстояние R_3 между ближним отраженным лучом и излучателем. Например, летом в полдень при $\lambda_{мин} = 40$ м радиус зоны молчания $R_3 = 250$ км, при $\lambda_{мин} = 30$ м $R_3 = 750$ км, при $\lambda_{мин} = 20$ м $R_3 = 1500$ км и при $\lambda_{мин} = 15$ км $R_3 = 2000$ км.

В связи с тем, что степень ионизации слоя F_2 ночью и зимой уменьшается, радиус R_3 в это время больше, чем летом и днем.

Вторая особенность распространения волн заключается в существовании наиболее выгодных частот связи f для разного времени года и суток. Эта частота, очевидно, не должна быть больше той ($f_{макс}$), при которой на данном расстоянии от передающей станции возникает зона молчания.

Вместе с тем, уменьшение f по сравнению с $f_{макс}$ вызывает рост потерь энергии в ионосфере, особенно в слое F_2 . Следовательно, наиболее выгодные значения частот связи близки к $f_{макс}$, а длины волн λ — к $\lambda_{мин}$. Чтобы избежать нарушения связи из-за случайных колебаний плотности ионизации слоя F_2 , выбирают $f \approx 0,85 f_{макс}$ ($\lambda \approx \lambda_{мин}/0,85$).

В дневное время рекомендуется применять наиболее короткие волны, имеющие $\lambda = 10 \div 25$ м. Ночью их использовать нельзя, так как в это время плотность ионизации слоя намного меньше, чем днем, и отражение волн данного диапазона на Землю невозможно. Ночью следует пользоваться волнами с $\lambda = 35 \div 100$ м, и, хотя их частота меньше, чем дневных, потери в слое E возрастают незначительно, поскольку плотность ионизации данного слоя, как и других, понизилась. При промежуточной освещенности оптимальными являются волны с $\lambda = 25 \div 35$ м.

Если учесть различные условия распространения коротких волн летом и зимой, 11-летний цикл изменения солнечной деятельности и различную степень солнечной активности на пути движения радиоволн между очень отдаленными пунктами связи, то окажется, что количество наиболее выгодных для связи волн еще больше: оно достигает шести.

Третья особенность заключается в том, что в коротковолновом диапазоне особенно сильно сказываются факторы, нарушающие устойчивость связи. Это прежде всего *дальние замирания (фединги)*. Они отличаются от ближнего фединга тем, что на коротких волнах обе интерферирующие волны, как правило, пространственные (а не поверхностные и пространственные, как на средних вол-

нах), и поэтому замирания результирующих полей получаются более частыми и глубокими. Да и причин фединга здесь больше: в ионосфере изменяется не только фаза, но и поляризация интерферирующих волн; на коротких волнах в приемной антенне может интерферировать более двух волн от одной и той же станции (см. лучи 1, 2, 3 на рис. 15.5), при переходе от средних волн к коротким одно и то же изменение разности хода интерферирующих волн вызывает в десятки раз большее изменение фазового сдвига между ними.

В коротковолновом диапазоне возможно также *ближнее и дальнее эхо*. Радиоэхо — это повторение сигнала в результате последовательного приема волн, отразившихся от ионосферы один раз или многократно. При этом ближнее эхо образуется за счет волн, распространяющихся от передающей антенны к приемной по кратчайшему пути (волны 1, 2, 3), а в образовании дальнего эха участвуют волны, как однажды отразившиеся от ионосферы (волна 1), так и обогнувшие земной шар по дальнему пути (волна 4). Из-за малых потерь энергии на пути распространения волн между Землей и ионосферой вторичная волна может оказаться интенсивной и заметно ухудшить радиосвязь. Радиоэхо имеет практическое значение в случае приема коротких сигналов (например, фототелеграфных).

В 1946 г. советский ученый Н. И. Кабанов установил возможность дальнего рассеяния коротких волн. Это явление, названное *эффектом Кабанова*, заключается в том, что если волны после отражения от ионосферы падают на неровную поверхность Земли, то они рассеиваются в месте падения; часть рассеянных волн направляется обратно к ионосфере и может по тому же пути возвратиться к месту излучения.

На основе эффекта Кабанова производится возвратно-наклонное зондирование ионосферы, сущность которого заключается в том, что на ионосферу посылается радиоимпульс и после отражения от нее этот радиоимпульс принимается; по времени запаздывания импульса и диаграмме направленности антенны можно судить о пути, пройденном волной, радиусе зоны молчания и критическом угле $\delta_{кр}$, соответствующем частоте излучения и плотности ионизации отражающего слоя ионосферы.

Эффект Кабанова может быть использован в радиолокации.

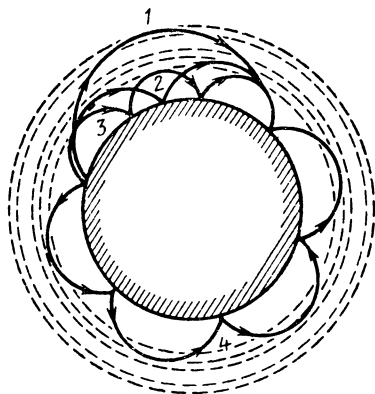


Рис. 15.5. Многократное отражение радиоволн от ионосферы.

107. Распространение ультракоротких волн

В диапазоне ультракоротких волн (УКВ) проводимость ионосферы выражена весьма слабо. Ее диэлектрическая проницаемость настолько близка к диэлектрической проницаемости нижних слоев атмосферы, что УКВ проходят сквозь ионосферу, не получив достаточного преломления для отражения к Земле. Таким образом, в большей части диапазона УКВ связь ионосферными волнами исключена, несмотря на минимальные потери энергии в ионосфере.

Если высоты передающей (h_1) и приемной (h_2) антенн достаточно велики (рис. 15.6), а передающая антенна излучает волны

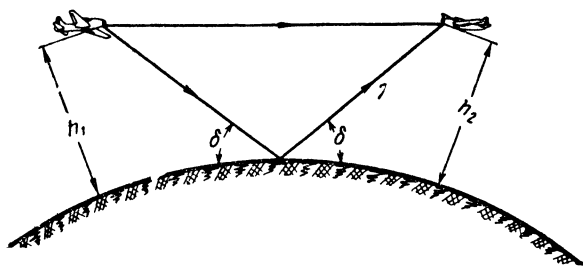


Рис. 15.6. Лучи волн УКВ при больших высотах антенн.

в достаточно малом телесном угле, то радиосвязь осуществляется за счет прямых лучей 1, которые распространяются, как в свободном пространстве. Такие условия встречаются в радиолокации, радиорелейной связи и связи с космосом при использовании дециметровых и большей части сантиметровых волн. На более коротких волнах ($\lambda < 3$ см) также возможна связь прямыми лучами, но с тем отличием, что энергия распространяемых волн частично поглощается в атмосфере.

Поглощение усиливается по мере уменьшения длины волны. На миллиметровых волнах к тому же наблюдается резонансное поглощение кислородом (при $\lambda = 5; 2,5; 1,7$ мм) и парами воды ($\lambda = 1,33$ см) воздуха. Молекулы кислорода представляют собой электрические диполи, а молекулы водяного пара — магнитные. Электромагнитные волны возбуждают колебания диполей. При наступлении резонанса амплитуда этих колебаний возрастает, в связи с чем усиливается поглощение волн диполями.

На метровых волнах, а иногда и более коротких не удается избежать облучения земной поверхности. Тогда при антеннах, возвышающихся над горизонтом, радиосвязь осуществляется за счет интерференции прямых лучей (1) и отраженных (2) от Земли. Отсюда происходит название пространства над геометрическим горизонтом — *область интерференции*.

В момент отражения волны последняя изменяется не только по направлению. Происходящие изменения могут быть учтены комплексной величиной, называемой *коэффициентом отражения* p . Модуль коэффициента отражения p показывает, во сколько раз изменилась амплитуда напряженности поля, а аргумент этого коэффициента φ — какое приращение получил фазовый угол поля в момент отражения. Численные значения p и φ зависят от поляризации и длины волны, от электрических свойств Земли и в ряде случаев от угла наклона лучей δ . Идеализируя процесс отражения волн, принимают $p = 1$, а $\varphi = 180^\circ$, т. е. считают, что в момент отражения от Земли амплитуда волны сохранилась неизменной, а фаза изменилась на обратную. Такое приближение для УКВ возможно, если отражающая поверхность гладкая и обладает высокой удельной проводимостью, а волны поляризованы горизонтально и падают под небольшими углами δ . Если же эти условия не выполняются, то модуль $p \neq 1$ и угол $\varphi < 180^\circ$.

При определении результирующей напряженности поля у приемной антенны нужно к углу φ прибавить сдвиг по фазе $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r$, обусловленный разностью хода волн Δr прямого 1 и отраженного 2 лучей. Допустим, что передающая антенна ненаправленная (в свободном пространстве), расстояние от нее до приемной антенны постоянное и изменяется лишь угол δ . Тогда непрерывно изменяется разность хода волн Δr и соответственно изменяется суммарный сдвиг по фазе $\varphi + \Delta\varphi$ интерферирующих волн. Когда этот сдвиг равен нечетному числу π , то поля прямого и отраженного лучей вычитаются и амплитуда результирующего поля составляет $(1 - p)$ -ю часть от поля в свободном пространстве. Если же угол $\varphi + \Delta\varphi$ равен четному числу π , то поля арифметически складываются, усиливаясь в $(1 + p)$ раз за счет отраженной волны. В частном случае, когда $p = 1$, поле то удваивается (в направлении максимального излучения системы), то уменьшается (в минимуме) до нуля. Таким образом, диаграмма излучения антенны в вертикальной плоскости становится многолепестковой. «Многолепестковость» возникает и в излучении направленных (в свободном пространстве) антенн, но максимумы этих лепестков получаются неодинаковыми, как показано на рис. 15.7. Кроме того, когда $p \neq 1$, поле в минимуме не равно нулю.

Если прямой луч 1 (рис. 15.8) касается земной поверхности, длина его до приемной антенны является дальностью геометрической видимости r_0 , которая складывается из отрезков AB и BC , равных, в свою очередь,

$$AB = \sqrt{(R_0 + h_1)^2 - R_0^2} = \sqrt{2R_0 h_1 + h_1^2} = \sqrt{2h_1(R_0 + h_1)},$$

$$BC = \sqrt{(R_0 + h_2)^2 - R_0^2} = \sqrt{2R_0 h_2 + h_2^2} = \sqrt{2h_2(R_0 + h_2)},$$

где $R_0 = 6\,370$ км — радиус Земли.

Так как $h_1 \ll R_0$ и $h_2 \ll R_0$, то можно записать

$$\begin{aligned} r_0 &= AB + BC \approx \sqrt{2R_0} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) = \\ &= \sqrt{2 \cdot 6370} \left(\sqrt{\frac{h_1}{1000}} + \sqrt{\frac{h_2}{1000}} \right) = 3,57 (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}). \end{aligned} \quad (353)$$

Заметим, что здесь дальность геометрической видимости r_0 выражена в километрах, а высоты передающей h_1 и приемной h_2 антенн — в метрах.

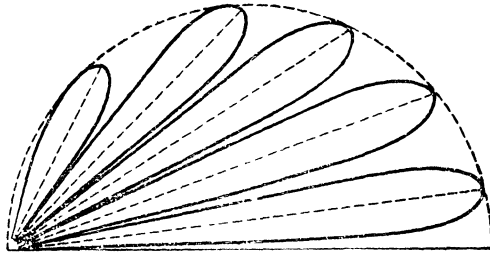


Рис. 15.7. Многолепестковая диаграмма направленности антенны в вертикальной плоскости, полученная в результате отражения волн от Земли.

Увеличение дальности связи сверх r_0 при данных h_1 и h_2 означает прием ниже линии горизонта (в электромагнитной тени). Это уже область дифракции. На УКВ, где длина волны не превышает 10 м, дифракция выражена весьма слабо.

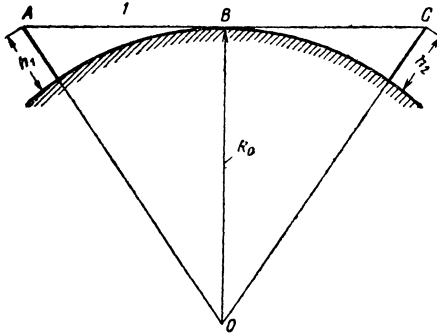


Рис. 15.8. Определение дальности геометрической видимости.

Более существенную роль в приеме УКВ за пределами геометрической видимости играет тропосферная рефракция, обусловленная плавным изменением показателя преломления воздуха. Из-за рефракции радиогоризонт не совпадает с геометрическим горизонтом. В нормальных условиях показатель преломления тропосферы уменьшается на $4 \cdot 10^{-6}$ с увеличением высоты на 100 м. Это вызы-

вает рост фазовой скорости и искривление луча, как в ионосфере. В нормальной атмосфере радиус кривизны луча уменьшается от ∞ (прямолинейное распространение) до 25 000 км (луч 1 на рис. 15.9). Дальность связи соответственно увеличивается до

$$r = 4,12 (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}). \quad (354)$$

Это иллюстрируется рис. 15.10: при высотах антенн h_1 и h_2 предельное расстояние прямой видимости равно AB , а из-за тропосферной рефракции дальность увеличивается до AC .

В тех случаях, когда изменения с высотой температуры, давления и влажности отклоняются от нормальных, возникает аном-

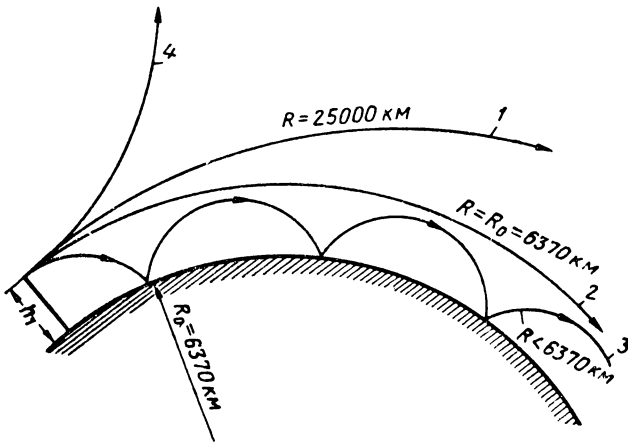


Рис. 15.9. Лучи радиоволн при атмосферной рефракции.

мальная тропосферная рефракция. Ее разновидности: сверхрефракция (частный случай — атмосферный волновод) и отрицательная рефракция.

Сверхрефракция наблюдается при большем уменьшении показателя преломления с высотой, чем в «нормальных» условиях. Это происходит при температурной инверсии (повышении темпе-

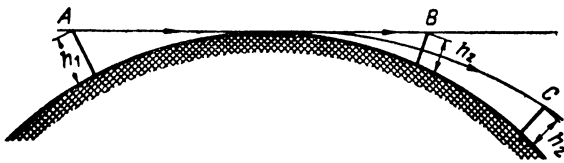


Рис. 15.10. Увеличение дальности связи в результате атмосферной рефракции.

ратуры с высотой) и резком понижении влажности над Землей, например, летом, когда с наступлением ночи Земля охлаждается быстрее, чем воздух верхних слоев тропосферы, или над морской поверхностью, когда с суши приходит теплый воздух и нагревает самые нижние слои тропосферы. При сверхрефракции радиус кривизны луча R становится меньше 25 000 км. В частности, если уменьшение показателя преломления тропосферы на каждые 100 м высоты достигает $16 \cdot 10^{-6}$, радиус кривизны R оказывается рав-

ным радиусу Земли, 6370 км (см. луч 2 на рис. 15.9). При более быстром уменьшении показателя преломления радиус R еще более уменьшается и тогда радиоволны падают под некоторым углом на землю, отражаются от нее, вновь преломляются в тропосфере, вторично отражаются от Земли и т. д. (луч 3). Создается так называемый *атмосферный волновод*. При наличии сверхфракции особенно атмосферного волновода, волны УКВ диапазона распространяются далеко за пределы геометрической видимости: радиогоризонт оказывается значительно больше геометрического.

Реже встречаются случаи *отрицательной рефракции*, когда показатель преломления увеличивается с высотой. Тогда знак радиуса кривизны радиолуча изменяется на обратный, луч (4) оказывается обращенным выпуклостью вниз, а дальность связи получается меньшей (радиогоризонт меньше геометрического).

К числу случайных факторов, влияющих на распространение радиоволн, относится спорадический ионизированный слой E_s . Последний возникает на уровне слоя E , но отличается от него в несколько раз большей плотностью ионизации. Слой E_s способен отражать короткие и даже частично ультракороткие (метровые) волны.

108. Дальняя регулярная связь на УКВ

Увеличение дальности распространения УКВ за счет сверхрефракции происходит нерегулярно и не может быть использовано для устойчивой связи на большие расстояния. Такая связь оказалась возможной после того, как ученые обнаружили в тропосфере и ионосфере местные неоднородности, способные рассеивать радиоволны.

В *тропосфере* местные неоднородности образуются в результате вихревого (турбулентного) движения воздуха. В местах завихрений диэлектрическая проницаемость воздуха значительно отличается от той, которую имеет основная часть тропосферы. Это позволяет создать следующую линию радиосвязи. Передающая A_1 и приемная A_2 антенны направленного действия ориентированы таким образом, что их диаграммы направленности пересекаются в некотором объеме тропосферы (рис. 15.11). Если в этом объеме окажутся неоднородности, то каждая из них подобно радиолокационным целям будет отражать волны во всех направлениях, преимущественно вперед. Отраженные, точнее рассеянные, волны частично улавливаются приемной антенной. Полученная линия радиосвязи имеет отличительные свойства:

1. Так как в основу действия системы положен радиолокационный принцип отражения радиоволн, то плотность потока мощности, поступающей в приемник, обратно пропорциональна четвертой степени расстояния, тогда как в линиях связи, основанных на распространении волн в свободном пространстве, эта плотность

обратно пропорциональна квадрату расстояния. Кроме того, значительная часть энергии теряется за счет рассеяния волн неоднородностями в той части пространства, которая не «просматривается» приемной антенной. Все это вынуждает использовать в тропосферных линиях радиосвязи очень мощные передатчики (десятки киловатт), высокочувствительные приемники и антенны с большим усилением.

2. Напряженность поля тропосферной линии связи подвергается беспорядочным пульсациям. Причина флуктуации заключается в нестабильности метеорологических условий, определя-

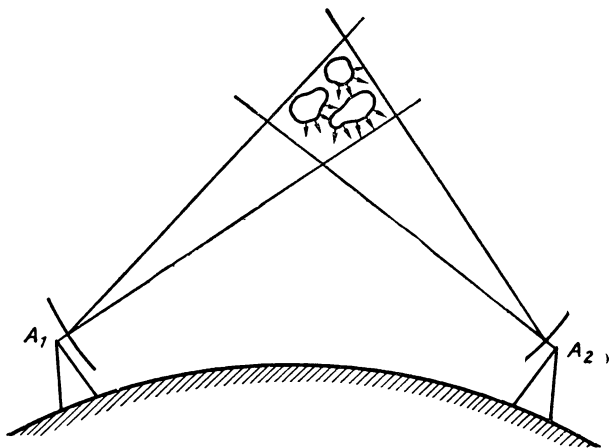


Рис. 15.11. Схема связи, осуществляемой за счет радиоволн, рассеиваемых неоднородностями тропосферы.

ющих процесс образования неоднородностей в тропосфере. Волны, отраженные от таких неустойчивых образований, интерферируют в приемной антенне и этим создают подчас глубокие пульсации результирующего поля. Средний уровень сигналов все же достаточно устойчив и высок, чтобы надежная тропосферная связь была возможна на расстоянии до 1000 км.

3. Линии тропосферной радиосвязи имеют полосу пропускания до нескольких мегагерц. Большую полосу получить нельзя, так как с изменением частоты изменяется сдвиг по фазе между лучами, достигающими приемной антенны после рассеяния волн различными точками неоднородностей тропосферы. Применяются тропосферные линии только на УКВ; на более длинных волнах эффективнее связь за счет отражения от ионосферы или дифракции поверхностных волн.

В ионосфере местные неоднородности образуются днем на уровне слоя *D*, а ночью — на нижней границе слоя *E*. Это — ограниченные объемы с плотностью ионизации, отличной от основной массы слоя. В основном распространение радиоволн путем рас-

сеяния их в ионосфере протекает так же, как и при рассеянии в тропосфере. Некоторые отличия между этими линиями радиосвязи сводятся к следующему:

1. Так как высота местных неоднородностей в ионосфере выше, чем в тропосфере, то и дальность связи ионосферных линий больше, чем тропосферных (до 2000 км). Однако в ионосферной линии может быть зона молчания.

2. Условия рассеяния волн в ионосфере зависят от частоты и притом значительно. Например, проводимость неоднородностей ионосферы уже недостаточна для рассеяния сантиметровых волн. По этой причине ионосферные линии применяются только на метровых волнах, а тропосферные линии работают и на более коротких волнах.

3. Зависимость диэлектрической постоянной неоднородностей ионосферы от частоты ограничивает полосу пропускания линии ионосферного рассеяния несколькими килогерцами.

В этих радиотрассах используются передатчики мощностью в единицы — десятки киловатт и антенны с большим усилением.

Нужно особо выделить *распространение радиоволн путем рассеяния их в местных неоднородностях слоя E, возникающих в результате вторжения метеоров*. Достаточно сказать, что в течение суток наблюдается вторжение 10^{10} метеорных частиц, имеющих массу 10^{-5} г и размер 0,008 см. В процессе движения в земной атмосфере метеорные частицы нагреваются и на уровне слоя E сгорают. Это вызывает дополнительную ионизацию, вследствие которой диэлектрическая проницаемость слоя понижается настолько, что становится возможным отражение УКВ, необходимое для приема.

Метеорная ионизация, достаточная для отражения метровых волн, длится доли — единицы секунд. Поэтому передатчики метеорных линий связи работают непрерывно, но передача информации происходит только тогда, когда проходит сигнал достаточного уровня. Предварительно записанная информация передается с повышенной скоростью, а после приема воспроизводится с нормальной скоростью.

Большая плотность ионизации в местах сгорания метеоров позволяет уменьшить мощность передатчика по сравнению с предыдущей системой. В остальном их качественные показатели примерно одинаковые.

Имеется еще одна весьма перспективная *система радиосвязи, основанная на использовании небесных тел естественного и искусственного происхождения в качестве ретрансляторов*. Например, в 1965 г. с помощью искусственного спутника Земли «Молния-1» были установлены радиотелефонная связь и обмен телевизионными программами между Москвой и Дальним Востоком. Бортовой приемопередатчик спутника ретранслировал передачи с одного конца этой линии радиосвязи на другой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Радиоволны в зависимости от диапазона применяются для различных целей.

Длинные и сверхдлинные волны используются для дальней радиотелеграфной связи и навигации. Средние волны нашли широкое применение в радиовещании. Наибольшую дальность связи и вещания обеспечивают короткие волны. Диапазон УКВ используется в радиолокации, высококачественном радиовещании с частотной модуляцией, телевидении и многоканальной радиосвязи.

Несколько слов о распространении и применении световых и инфракрасных волн. И те и другие интенсивно поглощаются и рассеиваются атмосферой, особенно при наличии в ней облаков и тумана. Несмотря на это, волны оптического и инфракрасного диапазонов все больше и больше применяются в радиотехнике. Необычайно широкий спектр диапазона (10^9 Мгц) позволит передавать огромное количество информации. Инфракрасные системы обнаружения и наведения дополняют, а в ряде случаев и вытесняют радиолокационные системы. Их преимущества: меньшие размеры, более простая конструкция, известная из оптики, и высокая надежность. Особенно успешно используются пассивные инфракрасные системы обнаружения целей, не требующие передатчиков. Все эти системы отличаются хорошей помехозащищенностью. Обнаружению объектов световыми и инфракрасными волнами в какой-то мере препятствует фон, создаваемый световым излучением неба и инфракрасным излучением Земли.

Следует отметить выдающуюся роль советских ученых в разработке теории распространения радиоволн. Начало исследованиям в этой области положил М. В. Шулейкин, который в 1923 г. на основе трудов Зоммерфельда вывел практическую формулу для расчета напряженности поля радиоволн, распространяющихся над плоской земной поверхностью.

Затем М. В. Шулейкин исследовал структуру ионосферы с целью расчета коротковолновых линий радиосвязи. Эта задача более полно решена А. Н. Щукиным в 1932 г.

Наиболее законченное исследование распространения радиоволн в ионосфере принадлежит Я. Л. Альперту и В. Л. Гинзбургу.

Изучение распространения УКВ было начато в 1922 г. советскими учеными Б. А. Введенским и А. И. Данилевским. В 1928 г. Б. А. Введенский опубликовал формулу для расчета поля УКВ с учетом отражения волн от плоской земли, а затем в 1935 г. эту формулу уточнил на основе теории дифракции.

Наиболее общее решение вопроса распространения УКВ дано В. А. Фоком, который в своих трудах (1944—1956 гг.) учел не только дифракцию, но и атмосферную рефракцию и различные неоднородности атмосферы.

Важные исследования дальнего распространения УКВ были проведены П. Е. Краснушкиным, В. Н. Троицким и др.

В последнее время обнаружено излучение радиоволн Солнцем (1944 г.), Луной (1946 г.), звездами и даже космическими объектами в виде туманностей, находящихся за пределами нашей Галактики. Так, в 1950 г. установлено радиоизлучение источника, расположенным на расстоянии 750 000 световых лет от Земли.

Возникла новая наука — *радиоастрономия*, которая изучает свойства космических объектов путем наблюдения за их радиоизлучением. Космическое радиоизлучение отличается очень малой интенсивностью и происходит преимущественно в диапазоне ультракоротких волн. Поэтому возникновение радиоастрономии как науки связано с бурным развитием радиолокации, результатом которого, в частности, явилось создание высокочувствительных приемников и высокоэффективных антенн ультракоротких волн, необходимых для радиоастрономических исследований.

Развитие радиолокации позволило создать и другое направление в радиоастрономии, кроме наблюдения за собственным радиоизлучением объектов. Начиная с 1946 г. был проведен ряд опытов с посылкой радиоимпульсов на Луну и приемом отраженных от нее импульсов. В 1956 г. американские ученые впервые наблюдали радиоизлучение Венеры на волнах 3 и 9,4 см. Они пользовались антенной с параболическим рефлектором диаметром 15 м и установили, что температура Венеры приблизительно равна 150—200° С. Более полные данные были получены советскими учеными А. Кузьминым и А. Соломоновичем, которые в 1960 г. наблюдали радиоизлучение Венеры на волне $\lambda = 8$ мм при помощи антенны, имеющей диаметр рефлектора 22 м. Радиотехника обогатила астрономию многими другими весьма важными данными.

Все это свидетельствует об огромных возможностях применения электромагнитных волн в науке и технике и показывает, что движение электромагнитной энергии органически связывает все объекты материального мира.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Символический метод в электротехнике

Этот метод основан на использовании *комплексных чисел*. Комплексное число \dot{A} является суммой вещественного числа A' и мнимого числа jA'' , где $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица:

$$\dot{A} = A' + jA''.$$

Такая запись называется *алгебраической формой комплексного числа*. Изображаются комплексные числа векторами на комплексной плоскости, где по горизонтальной оси откладываются вещественные числа, а по вертикальной — мнимые (рис. П. 1, а). Вправо от точки пересечения осей единицей измерения является +1, вверх +j, влево -1, вниз -j.

Рассматривая A' и A'' как проекции вектора на оси вещественных и мнимых чисел соответственно, получаем изображение вектора \dot{A} в виде отрезка $A = \sqrt{A'^2 + A''^2}$, повернутого относительно оси вещественных чисел на угол $\varphi = \text{arctg } A''/A'$. Длина вектора A называется *модулем*, а угол φ — *аргументом* комплексного числа.

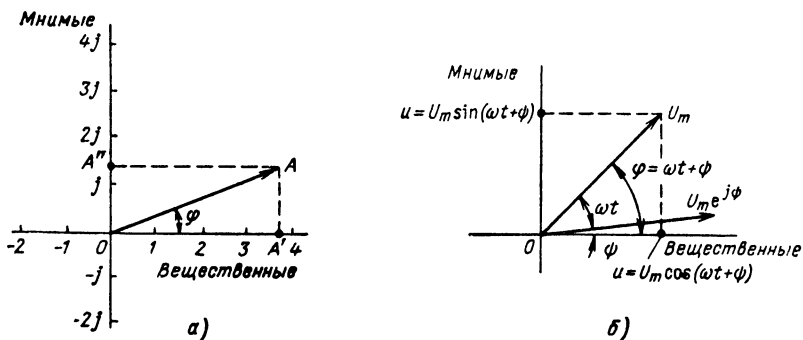


Рис. П.1. Графическое изображение комплексных чисел.

Из рис. П.1, а видно, что

$$A' = A \cos \varphi \quad \text{и} \quad A'' = A \sin \varphi.$$

Это позволяет перейти ко второй форме комплексного числа — *тригонометрической*:

$$\dot{A} = A' + jA'' = A(\cos \varphi + j \sin \varphi).$$

По формуле Эйлера, известной из курса математики, выражение в скобках равно $e^{j\varphi}$:

$$\cos \varphi + j \sin \varphi = e^{j\varphi}.$$

Отсюда получаем третью форму записи комплексного числа *показательную*:

$$\dot{A} = A e^{j\varphi}.$$

Раскроем содержание этого выражения. Если вектор \dot{A} разделить на число единиц в нем, т. е. на модуль A , то должен получиться единичный вектор, повернутый на такой же угол φ , как и весь вектор \dot{A} . Значит, в показательной форме комплексного числа первый множитель A — модуль вектора, а второй множитель $e^{j\varphi}$ — единичный вектор, повернутый на угол φ относительно оси вещественных чисел. Отсюда следует также, что для углов $\varphi = 0, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ единичный вектор $e^{j\varphi}$ должен иметь значения соответственно $+1, +j, -1, -j, +1$. В этом мож-

но убедиться подстановкой углов φ в формулу Эйлера. Например, для $\varphi = 90^\circ$

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi = \cos 90^\circ + j \sin 90^\circ = 0 + j1 = j.$$

Комплексные числа позволяют производить аналитические расчеты, основанные на векторных диаграммах напряжений, токов и напряженностей полей. Для этого полагают, что символический вектор данной величины расположен на комплексной плоскости и вращается с угловой скоростью (частотой) ω против часовой стрелки. Если, например, напряжение имеет амплитуду U_m , начальную фазу ψ и угловую частоту ω , то *мгновенное комплексное напряжение* \dot{U} , т. е. его символическое изображение, представляется вектором с модулем U_m и аргументом $\varphi = \omega t + \psi$ (рис. П. 1, б). В показательной форме мгновенное комплексное напряжение имеет вид

$$\dot{U} = U_m e^{j(\omega t + \psi)} = U_m e^{j\psi} e^{j\omega t}.$$

Та часть комплексного значения, которая не зависит от времени, изображается неподвижным вектором $U_m e^{j\psi}$ и называется *комплексной амплитудой* \dot{U}_m . Следовательно,

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi}, \quad \text{а} \quad \dot{U} = U_m e^{j\omega t}.$$

В тригонометрической форме мгновенное комплексное напряжение записывается, очевидно, так:

$$\dot{U} = U_m (\cos \varphi + j \sin \varphi) = U_m \cos(\omega t + \psi) + j U_m \sin(\omega t + \psi).$$

Вывод: *проекция символического вектора напряжения на ось вещественных чисел определяет мгновенное значение косинусоидального напряжения, а проекция на ось мнимых чисел определяет мгновенное значение синусоидального напряжения:*

$$u = U_m \cos(\omega t + \psi), \quad i = U_m \sin(\omega t + \psi).$$

Заметим, что для перехода от мгновенного комплексного значения $\dot{U} = U_m e^{j(\omega t + \psi)}$ к мгновенному значению синусоидального (или косинусоидального) напряжения i нужно выделить только одну проекцию вращающегося вектора напряжения — на ось мнимых (или вещественных) чисел.

Если разделить мгновенные комплексные значения напряжения и тока, то получим комплексное сопротивление

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{i}} = \frac{U_m e^{j(\omega t + \psi_u)}}{I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}} = \frac{U_m e^{j\omega t} e^{j\psi_u}}{I_m e^{j\omega t} e^{j\psi_i}} = \frac{U_m}{I_m} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = z e^{j\psi},$$

где $z = U_m/I_m$ — модуль комплексного сопротивления;

$\psi = \psi_u - \psi_i$ — аргумент комплексного сопротивления, равный сдвигу по фазе напряжения относительно тока.

Переходя от показательной к другим формам записи комплексного сопротивления, можно выделить в них активную (вещественную) R и реактивную (мнимую) jX составляющие:

$$Z = ze^{j\psi} = z \cos \psi + jz \sin \psi = R + jX.$$

Аналогично определяется комплексная проводимость с активной G и реактивной jB составляющими:

$$Y = I/\dot{U} = G + jB.$$

Если $X > 0$ и $Z < 0$, то реактивное сопротивление X и проводимость B имеют индуктивный характер, а при $X < 0$ и $B > 0$ емкостный характер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзинов М. М. Радиотехнические цепи и сигналы. Изд-во «Транспорт», 1966.
2. Баркан В. Ф., Жданов В. К. Радиоприемные устройства. Изд-во «Советское радио», 1966.
3. Власов В. Ф. Курс радиотехники. Госэнергоиздат, 1962.
4. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. Изд-во «Советское радио», ч. 1, 2, 1967.
5. Грудинская Г. П. Распространение радиоволн. Изд-во «Высшая школа», 1967.
6. Долуханов М. П. Распространение радиоволн. Изд-во «Связь», 1965.
7. Зернов Н. В., Карпов В. Г. Теория радиотехнических цепей. Госэнергоиздат, 1965.
8. Изюмов Н. М. Основы радиотехники. Изд-во «Связь», 1965.
9. Крылов Н. Н. Теоретические основы радиотехники. Изд-во «Морской транспорт», 1961.
10. Лавров В. М. Теория электромагнитного поля и основы распространения радиоволн. Изд-во «Связь», 1964.
11. Калашников А. М., Степук Я. В. Основы радиотехники и радиолокации. Колебательные системы. Воениздат, 1965.
12. Пирс Д. Электроны, волны, сообщения. Физматгиз, 1961.
13. Семенов К. А. Радиоприемные и усилительные устройства. Изд-во «Советское радио», 1965.
14. Хайкин С. Э. Электромагнитные колебания и волны. Изд-во «Энергия», 1964.
15. Харкевич А. А. Основы радиотехники. Изд-во «Связь», 1962.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
1. Радиотехника и ее основные особенности	5
2. Блок-схема системы радиосвязи	9
3. Принцип осуществления радиотелеграфии и радиолокации	13
4. Краткие сведения из истории радиотехники	15

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

СИГНАЛЫ. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Глава I. Сигналы и информация	19
5. Характеристики сигналов	19
6. Анализ амплитудно-модулированного (АМ) сигнала	23
7. Анализ частотно-модулированного (ЧМ) радиосигнала	29
8. Анализ периодической последовательности импульсов	35
9. Анализ неперiodических сигналов	41
10. Дискретные сигналы	44
11. Элементарные сведения из теории информации	48
Глава II. Классификация радиотехнических цепей	52
12. Линейные четырехполюсники и двухполюсники	52
13. Линейный четырехполюсник и его характеристики	54
14. Индуктивность и емкость колебательного контура	58
15. Активное сопротивление контура	60
16. Шунтирование контура активным сопротивлением	64
17. Контурные катушки индуктивности	66
18. Контурные конденсаторы	69
Глава III. Свободные колебания в контуре	71
19. Свободные колебания в идеальном контуре	71
20. Свойства свободных колебаний в идеальном контуре	74
21. Частота, период и длина волны свободных колебаний	75
22. Свободные колебания в реальном контуре	77
23. Коэффициенты, характеризующие затухание свободных колебаний в контуре	82
Глава IV. Вынужденные колебания в последовательном контуре	83
24. Общие сведения	83
25. Резонанс в последовательном контуре	88
26. Входное сопротивление последовательного контура	91
27. Амплитудно-частотная характеристика последовательного контура	98
28. Примеры практического применения последовательного контура	102

Глава V. Вынужденные колебания в параллельном контуре	104
29. Параллельный контур I вида	104
30. Параллельные контуры II, III и общего видов	107
31. Резонанс в параллельном контуре	110
32. Входное сопротивление параллельного контура при расстройке	112
33. Коэффициент передачи напряжения параллельного контура при резонансе и расстройке	117
Глава VI. Вынужденные колебания в связанных контурах	121
34. Схемы связанных контуров	121
35. Коэффициент связи	123
36. Входное сопротивление связанных контуров	125
37. Физический смысл вносимых сопротивлений	127
38. Частные резонансы	130
39. Полный резонанс	132
40. Амплитудно-частотные характеристики связанных контуров	137
41. Полоса пропускания контуров	145
Глава VII. Электрические фильтры	147
42. Классификация и параметры электрических фильтров	147
43. Фильтры нижних частот	151
44. Фильтры верхних частот	156
45. Полосовые и заграждающие фильтры	158
46. Фильтры типа <i>m</i>	162
47. Электромеханические фильтры	164
48. Переход от многозвенного фильтра к длинным линиям	168
49. <i>RC</i> -фильтры верхних частот	170
50. <i>RC</i> -фильтры нижних частот	176

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

УСИЛЕНИЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ

Глава VIII. Усиление сигналов	180
51. Общие сведения	180
52. Усилитель напряжения на сопротивлениях	181
53. Реостатный усилитель как активный линейный четырехполюсник	186
54. Линейные искажения сигналов в реостатном усилителе	189
55. Отрицательная обратная связь в усилителях	196
56. Линейные усилители высокой частоты	201
57. Резонансный нелинейный усилитель	206
Глава IX. Генерирование колебаний	215
58. Основные определения	215
59. Баланс фаз и амплитуд	217
60. Условие устойчивости	218
61. Основные схемы автогенераторов	222
Глава X. Нелинейные и параметрические преобразования колебаний. Борьба с помехами	226
62. Амплитудная модуляция	226
63. Детектирование АМ сигналов	230
64. Преобразование частоты	237
65. Общие сведения о параметрических системах	242
66. Синхронный детектор	244
67. Параметрический генератор	247
68. Радиопомехи	251
69. Методы повышения помехоустойчивости	253

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ

Глава XI. Основы теории длинных линий	260
70. Общие сведения	260
71. Основные виды линий передачи	263
72. Процесс распространения волн в линии	267
73. Телеграфные уравнения	274
Глава XII. Режимы работы длинных линий	277
74. Режим бегущих волн	277
75. Режим стоячих волн в линии, разомкнутой на конце	283
76. Стоячие волны в короткозамкнутой линии	294
77. Стоячие волны в линии, замкнутой на реактивное сопротивление	298
78. Режим смешанных волн	300
79. Коэффициент отражения	309

ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Глава XIII. Электромагнитные волны	312
80. Электрическое поле	312
81. Токи проводимости и смещения	314
82. Магнитное поле	318
83. Исходные положения теории электромагнитного поля	319
84. Электромагнитные волны в идеальном диэлектрике	324
85. Луч, фронт и поляризация электромагнитной волны	332
86. Вектор Пойнтинга	335
87. Примеры применения вектора Пойнтинга	338
88. Физическая сущность процесса излучения радиоволн. Принцип излучения радиоволн	342
89. Влияние проводимости среды на распространение электромагнитных волн	353
90. Оптические свойства электромагнитных волн	356
91. Граничные условия	359
Глава XIV. Волноводы и объемные резонаторы	362
92. Напряжения и токи в волноводе	362
93. Электрические и магнитные поля в волноводах	367
94. Классификация волн в волноводах	371
95. Процесс распространения электромагнитных волн в волноводе.	379
96. Фазовая и групповая скорости	381
97. Входное сопротивление волновода	384
98. Выбор типа волны и размеров поперечного сечения волновода	386
99. Разновидности металлических волноводов	390
100. Диэлектрические волноводы	392
101. Преимущества и недостатки волноводов	395
102. Объемные резонаторы	396
Глава XV. Распространение радиоволн	405
103. Факторы, влияющие на распространение радиоволн	405
104. Ионосферное распространение радиоволн	410
105. Распространение сверхдлинных, длинных и средних волн	413
106. Распространение коротких волн	414
107. Распространение ультракоротких волн	418
108. Дальняя регулярная связь на УКВ	422
З а к л ю ч е н и е	425
П р и л о ж е н и е	426
Л и т е р а т у р а	429

1р. 08к.

