

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

О. М. Купрій, В. І. Найденко

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за
спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2021

Рецензент *Омельяненко, М. Ю.*, ст. викл. кафедри радіотехнічних пристроїв та систем

Відповідальний редактор *Літвінець, С. М.*, ст. викл. кафедри теоретичних основ радіотехніки

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 7 від 13.05.2021 р.) за поданням Вченої ради радіотехнічного факультету (протокол № 03/2021 від 25.03.2021 р.)

Електронне мережеве навчальне видання

Купрій Олександр Михайлович, канд. техн. наук, доц.
Найденко Віктор Іванович, д-р. ф.-м. наук, проф.

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Електродинаміка та поширення радіохвиль. Методичні вказівки та завдання розрахунково-графічної роботи [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» / О. М. Купрій, В. І. Найденко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 0,86 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 25 с.

Ці методичні вказівки будуть корисні студентам при виконанні самостійної розрахунково-графічної роботи з курсу, при розв'язуванні задач на практичних заняттях, а також для більш глибокого опанування лекційної програми курсу. В методичних вказівках детально викладена програма курсу та література, що використовувались авторами при її складанні; приведені приклади розв'язання типових задач електродинаміки з поясненнями для того, щоб студенти змогли успішно виконати розрахунково-графічну роботу; приведені 20 варіантів завдань, кожне з яких складається з 14 задач для кожного студента.

© О. М. Купрій, В. І. Найденко, 2021

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021

Зміст

Вступ	4
Програма курсу «Електродинаміка та поширення радіохвиль»	5
Приклади розв'язання типових задач	11
Контрольні задачі	18
Список літератури	28

Вступ

Електродинаміка та поширення радіохвиль є однією з основних дисциплін в освіті радіоінженера. Знання основних положень цього курсу є базою для вивчення таких дисциплін за напрямком НВЧ: «Пристрої НВЧ і антени», «Проектування радіоелектронних пристроїв», «Електронні і квантові пристрої НВЧ», «Антенні системи», «Гібридні та монолітні інтегральні пристрої мікрохвильового діапазону», «Електромагнітна сумісність», «Супутникові інформаційні системи», «Радіосистемна інженерія», «Проектування радіосистем різного призначення», що читаються студентам радіотехнічного факультету НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського». Крім того, вона має самостійне теоретичне та прикладне значення.

Для успішного опанування програмою цього курсу студентам достатньо попередньо ґрунтовно вивчити курси «Вища математика» та «Фізика» (особливо розділи «електрика» і «магнетизм») за програмою РТФ.

Ці методичні вказівки будуть корисні студентам при виконанні самостійної розрахунково-графічної роботи з курсу, при розв'язуванні задач на практичних заняттях, а також для більш глибокого опанування лекційної програми курсу. В методичних вказівках: детально викладена програма курсу та література, що використовувалась авторами при її складанні; приведені приклади розв'язання типових задач електродинаміки з поясненнями для того, щоб студенти змогли успішно виконати розрахунково-графічну роботу; приведені 20 варіантів завдань, кожне з яких складається з 14 задач для кожного студента.

Перед виконанням самостійної розрахунково-графічної роботи студентам бажано проаналізувати приклади розв'язання типових задач, що приведені в методичних вказівках, та задач, що розв'язані в [10], які стосуються завдання розрахунково-графічної роботи.

Програма курсу

«Електродинаміка та поширення радіохвиль»

Вступ

Тема 1. Електромагнітне поле в вакуумі [1, 2, 7–9]

Глава 1. Основні положення електростатики. Закон Кулона. Напруженість електричного поля. Потенціал. Теорема Гауса в інтегральній і диференціальній формах. Рівняння Пуассона і рівняння Лапласа. Зібрання рівнянь електростатики. Електричний диполь.

Глава 2. Основні положення магнето-статики

Закон Ампера. Магнітна індукція. Закон Кулона для рухомих зарядів. Сила Лоренца. Основні закони магнето-статики. Зібрання рівнянь магнето-статики. Відповідність між законами електростатики і магнето-статики. Магнітний диполь.

Глава 3. Рівняння Максвелла для полів у вакуумі

Вступ. Закон електромагнітної індукції Фарадея. Закон збереження заряду. Струм зміщення. Фізична природа струму зміщення. Рівняння Максвелла в диференціальній формі для полів у вакуумі. Джерела електромагнітного поля. Сторонні струми і заряди. Сторонні магнітні струми і заряди. Джерела електричного і неелектричного походження. Поверхневі, лінійні і точкові джерела. Рівняння Максвелла в інтегральній формі. Закон збереження енергії електромагнітного поля у вакуумі. Вектор Пойнтінга.

Тема 2. Електромагнітне поле в середовищах. Матеріальні рівняння. Закон збереження енергії [1, 2, 4–6]

Глава 1. Середовища. Діелектрики. Вільні і зв'язані заряди. Поляризація молекул. Поляризованість діелектрика. Електричне поле в діелектрику і на його межі. Магнетики. Намагнічування магнетика. Магнітне поле в магнетіку і на його межі. Провідники в електромагнітному полі. Надпровідники в електромагнітному полі.

Глава 2. Рівняння Максвелла для полів в середовищах. Рівняння Максвелла для полів у середовищах в термінах полів E , D , B і H . Стандартна форма рівнянь Максвелла. Рівняння Максвелла в інтегральній стандартній формі. Типи матеріальних рівнянь. Класифікація середовищ за типами матеріальних рівнянь. Електромагнітні властивості мета-матеріалів. Рівняння Максвелла для середовищ в термінах полів E і H . Закон збереження енергії електромагнітного поля в середовищах в диференціальній і інтегральній формах. Швидкість поширення енергії електромагнітного поля.

Тема 3. Рівняння Максвелла для гармонічних процесів. Комплексні матеріальні рівняння [1, 5–8]

Глава 1. Метод комплексних амплітуд. Моделі середовищ. Метод комплексних амплітуд. Комплексні амплітуди векторів поля. Рівняння Максвелла для комплексних амплітуд. Поняття комплексної діелектричної проникності. Поділ середовищ за значенням $\operatorname{tg}\delta$. Комплексна діелектрична проникність металів. Комплексна магнітна проникність. Рівняння Максвелла для гармонічних процесів.

Глава 2. Енергетичні характеристики електромагнітного поля при гармонічних процесах. Миттєва, середня і змінна в часі величини вектора Пойнтінга. Баланс енергії при гармонічних процесах у недисперсному середовищі.

Глава 3. Рівняння електродинаміки в частинних похідних другого порядку. Хвильові рівняння. Рівняння Гельмгольца.

Тема 4. Хвилі. Поширення хвиль в необмежених середовищах [1–10]

Глава 1. Основні характеристики хвилі. Загальні відомості про хвилі. Пласкі хвилі. Гармонічні хвилі. Однорідні і неоднорідні хвилі. Фазова швидкість. Негармонічні хвилі. Дисперсія хвиль. Група хвиль (хвильовий пакет). Групова швидкість.

Глава 2. Пласкі гармонічні електромагнітні хвилі в середовищі без втрат. Хвиля з компонентами E_x , H_y . Пряма пласка електромагнітна хвиля. Вектор Пойнтінга. Порції густини потоку енергії. Густина

енергії електричного поля. Густина енергії магнітного поля. Густина енергії електромагнітного поля. Порції густини енергії електромагнітного поля. Швидкість поширення енергії електромагнітної хвилі в середовищі без втрат. Поляризація електромагнітних хвиль.

Глава 3. Поширення плоских гармонічних хвиль у середовищі з втратами. Коефіцієнт фази. Коефіцієнт згасання. Фазова швидкість хвилі в середовищі з втратами. Хвильовий опір. Поля хвилі в середовищі з втратами. Глибина проникнення поля. Скін ефект. Одиниці вимірювання згасання. Вектор Пойнтінга хвилі, що поширюється в однорідному ізотропному середовищі з втратами. Активна і реактивна густини потоку енергії. Густина енергії електромагнітного поля хвилі, що поширюється в середовищі з втратами. Активна і реактивна густини енергії електромагнітної хвилі.

Тема 5. Електромагнітні потенціали. Електромагнітні хвилі, випромінені елементарними випромінювачами [1, 7–10]

Глава 1. Електромагнітні потенціали. Визначення електричних векторного і скалярного потенціалів. Рівняння для електричних векторного і скалярного потенціалів. Розв'язок хвильових рівнянь для електричних потенціалів. Комплексні амплітуди потенціалів і полів.

Глава 2. Випромінювання електромагнітних хвиль елементарним електричним випромінювачем (диполем Герца). Поля елементарного електричного випромінювача. Зони випромінювання. Діаграма спрямованості. Вектор Пойнтінга. Густина енергії електромагнітного поля. Потужність, що випромінюється елементарним електричним випромінювачем. Опір випромінювання. Елементарний магнітний випромінювач. Елемент Гюйгенса. Застосування елементарних випромінювачів.

Тема 6. Межові умови. Межові (крайові) задачі електродинаміки. Єдиність розв'язку межових задач [1–8]

Глава 1. Межові умови. Межові умови на поверхні розриву матеріальних параметрів, що містить джерела струму і заряду. Межові

умови для тангенціальних складових магнітного поля. Межові умови для тангенціальних складових електричного поля. Межові умови для нормальних складових магнітного поля. Межові умови для нормальних складових електричного поля. Межові умови на поверхні ідеального провідника. Межові умови на нескінченості (умови випромінювання). Умови періодичності (теорема Флоке). Межові умови на ребрах і вістрях. Межові умови на поверхні добре провідних тіл (умови Щукіна-Леонтовича).

Глава 2. Межові (крайові) задачі електродинаміки. Єдиність розв'язку межових задач. Межові (крайові) задачі електродинаміки. Єдиність розв'язку межових задач.

Тема 7. Хвильові процеси, обумовлені межами поділу середовищ [1, 5–8]

Глава 1. Похиле падіння плоскої електромагнітної хвилі на межу поділу.

Постановка задачі. Довільна, паралельна, перпендикулярна поляризація. Паралельна поляризація. Коефіцієнт відбиття за магнітним полем. Коефіцієнт проходження за магнітним полем. Коефіцієнт відбиття за потужністю та коефіцієнт проходження за потужністю хвилі з паралельною поляризацією. Перпендикулярна поляризація. Коефіцієнт відбиття за електричним полем. Коефіцієнт проходження за електричним полем. Коефіцієнт відбиття за потужністю та коефіцієнт проходження за потужністю хвилі з перпендикулярною поляризацією. Повне проходження хвилі. Кут Брюстера (кут повної поляризації). Повне внутрішнє відбиття хвилі.

Глава 2. Поверхневі хвилі

Хвилі, що спрямовуються плоскою межею діелектриків. Поверхневі хвилі. Шар діелектрика на ідеальному провіднику як хвилевід. Хвилі в плоскому діелектричному хвилеводі. Хвильові процеси на межі поділу діелектрика і ідеального провідника. Хвилевід з двох площин. Хвильові процеси на межі поділу діелектрика і реального провідника.

Тема 8. Електромагнітні хвилі в гладких спрямовуючих структурах [1–6]

Глава 1. Загальні властивості хвиль в гладких спрямовуючих структурах. Вимоги до спрямовуючих структур. Власні хвилі (моди). Власні значення. Класифікація типів хвиль в лініях передачі. Властивості T -хвиль в лініях передачі. Властивості хвиль у хвилеводах.

Глава 3. Прямокутний хвилевід. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є). Хвилі типу E в прямокутному хвилеводі. Структура поля в прямокутному хвилеводі з хвилями типу E . Розподіл струмів на стінках хвилеводу з хвилями типу E . Структура полів вищих E_{mn} типів хвиль. Хвилі типу H в прямокутному хвилеводі. Структура поля в прямокутному хвилеводі з хвилями типу H . Розподіл струмів на стінках хвилеводу з хвилями типу H .

Глава 4. Круглий циліндричний хвилевід. Хвилі типу E у круглому циліндричному хвилеводі. Структура поля в круглому циліндричному хвилеводі з хвилями типу E . Хвилі типу H у круглому циліндричному хвилеводі. Структура поля в круглому циліндричному хвилеводі з хвилями типу H .

Глава 5. Хвилеводи складного поперечного перерізу. Хвилеводи складного поперечного перерізу на основі прямокутних хвилеводів. Хвилеводи складного поперечного перерізу на основі круглого поперечного хвилеводу. Хвилеводи, поперечний переріз яких не є частиною хвилеводів стандартного поперечного перерізу.

Глава 6. Хвилі в багатозв'язних лініях передачі. T -хвилі в коаксіальній лінії. Вищі типи хвиль в коаксіальній лінії. Дводротова лінія. Смужкові і мікросмужкові лінії передачі. Квазі-ТЕМ параметри копланарної смужкової лінії зі скінченими розмірами діелектриків.

Глава 7. Коефіцієнт згасання електромагнітних хвиль у хвилеводах. Коефіцієнт згасання хвиль у прямокутному хвилеводі. Коефіцієнт згасання хвиль у круглому хвилеводі.

Глава 8. Збудження хвиль у хвилеводах. Постановка задачі. Ортогональність власних хвиль у хвилеводі. Типові приклади.

Тема 9. Електромагнітні хвилі в періодичних структурах [1, 13]

Глава 1. Властивості електромагнітних хвиль в періодичних структурах. Типи періодичних структур. Умови періодичності (теорема Флоке). Просторові гармоніки. Розподіл полів просторових гармонік. Фазова і групова швидкості. Зображення дисперсійних характеристик. Потужність, енергія і швидкість поширення енергії. Коефіцієнт згасання. Розрахунок потужності хвиль в періодичних структурах.

Глава 2. Власні хвилі відкритої гребінки. Поля в області 1. Поля в області 2. Межові умови. Метод моментів (Гальоркіна). Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Глава 3. Спіральна структура (спіральний хвилевід). Модель спірально-провідного циліндра (СПЦ). Повільні хвилі.

Тема 10. Резонатори [1, 3, 5, 13]

Глава 1. Резонатори. Вступ. Резонанс як результат інтерференції і як математичний результат. Характеристики резонаторів.

Глава 2. Прямокутний резонатор. Круглий циліндричний резонатор. Резонатори на основі періодичних структур. Прямокутний резонатор. Власні коливання типу E . Власні коливання типу H . Розподіл струмів на стінках резонатора з коливанням H_{101} . Круглий циліндричний резонатор. Власні коливання типу E . Власні коливання типу H . Резонатори на основі періодичних структур.

Глава 3. Діелектричні резонатори (ДР). Властивості діелектричних резонаторів. Принцип дії діелектричних резонаторів. Матеріали для діелектричних резонаторів. Конструкції діелектричних резонаторів.

Глава 4. Відкриті квазіоптичні резонатори. Утримання поля у відкритій системі. Типи відкритих резонаторів.

Глава 5. Збудження резонаторів. Постановка задачі. Ортогональність власних коливань резонатора. Збудження штирем, петлею, отвором, електронним променем. Про теорію збудження відкритих резонаторів.

Приклади розв'язання типових задач [11]

Задача 1. Плaska електромагнітна хвиля поширюється в однорідному ізотропному середовищі з відносними параметрами $\varepsilon' = 2,5$, $\mu' = 1$, $\text{tg}\delta = 0,1$. Визначити коефіцієнт фази, фазову швидкість, довжину хвилі, коефіцієнт згасання, хвильовий опір. Частота хвилі $f = 1$ ГГц.

Коефіцієнт фази

$$\beta = \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta} + 1}, \quad k = \omega \sqrt{\varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0},$$

коефіцієнт згасання

$$\alpha = \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta} - 1}.$$

При малих $\text{tg}\delta$ ($\text{tg}\delta \ll 1$), тобто при струмі провідності, значно меншому струму зміщення, розкладання β і α в ряд за $\text{tg}^2\delta$ в першому наближенні дає

$$\beta = k \left(1 + \frac{1}{8} \text{tg}^2 \delta + \dots \right),$$

$$\alpha = \frac{k}{2} \text{tg} \delta + \dots$$

Фазова швидкість

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega \sqrt{2}}{k \sqrt{1 + \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta}}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon' \mu'}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta}}}.$$

Довжина хвилі

$$\lambda = \frac{v_\phi}{f} = \frac{c}{f \sqrt{\varepsilon' \mu'}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon' \mu'}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta}}}$$

Тут $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ – довжина хвилі у вакуумі.

Модуль хвильового опору

$$|\rho| = \rho_0 \sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon'}} \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta}}, \quad \text{де } \rho_0 = 120\pi \text{ — хвильовий опір вакууму,}$$

фаза хвильового опору

$$\varphi = \delta/2.$$

При малих $\text{tg}\delta$, приблизно, $\text{tg}\delta = \delta$.

Підставляємо вихідні дані. Отримуємо:

$\beta = 33,4 \text{ м}^{-1}$, $\alpha = 1,65 \text{ м}^{-1}$, $v_{\phi} = 1,9 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $\lambda = 0,19 \text{ м}$, $|\rho| = 238 \text{ Ом}$, $\varphi = 0,05 \text{ рад}$.

Задача 2. Визначити фазову швидкість, коефіцієнт згасання і глибину проникнення плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється в металі з $\sigma = 5 \cdot 10^7 \text{ См/м}$, $\mu' = 1$. Частота хвилі $f = 10 \text{ МГц}$.

У реальних металах густина струмів провідності значно більша за густину струмів зміщення. Тому

$$\alpha \approx \beta,$$
$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu' \sigma}{2}}.$$

У системі одиниць СІ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$. Підставляємо вихідні дані:

$$\alpha = \beta = 4,44 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}.$$

Під глибиною проникнення розуміють відстань, на якій сила струму в металі зменшується в $e = 2,718$ разів:

$$\Delta = 1/\alpha = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 22,5 \text{ мкм}.$$

Фазова швидкість дорівнює $v_{\phi} = \omega/\beta = 1,414 \times 10^3 \text{ м/с}$.

Задача 3. Плоска електромагнітна хвиля з частотою 10^9 Гц поширюється в однорідному ізотропному середовищі з відносними параметрами $\epsilon' = 2,25$, $\mu' = 1$, $\text{tg} \delta = 0,01$. Амплітуда напруженості електричного поля в площині $z = 0$ складає $E_m = 1 \text{ В/м}$. Визначити середню густину потоку електромагнітної хвилі в площині $z = 10 \text{ м}$.

При поширенні хвилі в середовищі з втратами середня густина потоку електромагнітної хвилі

$$P_{\text{ср}}(z) = \frac{E_m^2}{2\text{Re}(\rho)} e^{-2\alpha z}.$$

Стала згасання визначається як і в задачі 1. Підстановка вихідних даних дає

$$\alpha = 0,157 \text{ м}^{-1}.$$

При визначенні хвильового опору ρ в випадку $\text{tg} \delta \ll 1$ можна скористатися виразом:

$$\text{Re}(\rho) = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu'}{\epsilon_0 \epsilon'}} = 120\pi \cdot \sqrt{\frac{\mu'}{\epsilon'}} = 251,3 \text{ Ом}.$$

Тоді

$$P_{\text{сеп}}(z = 10 \text{ м}) = \frac{1}{2 \cdot 251,3} e^{-2 \cdot 0,157 \cdot 10} = 0,086 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2.$$

Задача 4. Плaska електромагнітна хвиля з частотою 10 МГц падає нормально з вакууму на межу поділу з середовищем з $\varepsilon' = 81$, $\mu' = 1$, $\sigma = 0,1$ См/м. Визначити комплексні коефіцієнти відбиття та заломлення.

При нормальному падінні коефіцієнт відбиття:

$$R = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1},$$

а коефіцієнт проходження:

$$T = \frac{2\rho_2}{\rho_2 + \rho_1}.$$

Тут ρ_2 і ρ_1 — хвильові опори другого і першого середовищ:

$$\rho_2 = \rho_0 \sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon' - i\varepsilon''}} = \rho_0 \sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon'(1 - \frac{i\varepsilon''}{\varepsilon'})}} = \rho_0 \sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon'(1 - itg\delta)}} = \rho / \sqrt{1 - itg\delta},$$

$$\rho_1 = \rho_0.$$

Підставляємо:

$$R = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon'} \sqrt{1 - itg\delta}}{1 + \sqrt{\varepsilon'} \sqrt{1 - itg\delta}},$$

$$T = \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon'} \sqrt{1 - itg\delta}}.$$

Визначимо

$$tg\delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon'} = 2,22.$$

Тоді

$$R = 0,89 e^{i145,5^\circ},$$

$$T = 0,14 e^{i34,5^\circ}.$$

Задача 5. Плaska електромагнітна хвиля з частотою 1 МГц падає під кутом $\varphi = 60^\circ$ на металеву поверхню. Знайти амплітуду напруженості електричного поля на поверхні металу з параметрами $\sigma = 3,57$ См/м, $\mu' = 1$, якщо вектор напруженості магнітного поля з амплітудою $H_m = 1$ А/м лежить в площині падіння.

Згідно з наближеною межевою умовою Шукіна-Леонтовича тангенціальна складова напруженості електричного поля на поверхні провідника

$$E_{\tau} = T \cdot E_{\text{пад}} = 2 \frac{\rho_2}{\rho_1} \cos \varphi \cdot E_{\text{пад}} = 2H_m \cos \varphi \cdot \rho_2,$$

де ρ_2 — хвильовий опір металу, T — коефіцієнт проходження за електричним полем.

$$\rho_2 = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu'}{\sigma}} (1 + i).$$

Підставимо значення ρ_2 . Отримаємо

$$E_{\tau} = 2H_m \cos \varphi \cdot \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu'}{\sigma}} (1 + i) = 0,47 \cdot 10^{-3} e^{i\pi/4},$$

$$|E_{\tau}| = 0,47 \cdot 10^{-3} \text{ В/м}; \varphi_E = 45^\circ.$$

Задача 6. Хвилі яких типів можуть поширюватися в круглому хвилеводі діаметром $D = 30$ мм, заповненому діелектриком з відносною діелектричною проникністю $\varepsilon' = 3,2$, якщо частота $f = 10$ ГГц.

В такому хвилеводі можуть поширюватися хвилі, для яких виконується умова $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$, де λ — довжина хвилі в однорідному безмежному діелектрику, що заповнює хвилевід

$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon' f}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{3,2 \cdot 10^9}} = 1,677 \text{ см.}$$

Отже $\lambda = 1,677$ см.

Критична довжина хвилі в круглому хвилеводі діаметром D визначається як $\pi D/A_{nm}$ для хвиль типу H , і $\pi D/B_{nm}$ для хвиль типу E , де B_{nm} — m -й корінь функції Бесселя n -го порядку, A_{nm} — m -й корінь похідної функції Бесселя n -го порядку. Отже, для хвиль, що поширюються, мають виконуватися умови

$$\lambda < \pi D/A_{nm}, \lambda < \pi D/B_{nm},$$

або

$$A_{nm} < \pi D/\lambda, B_{nm} < \pi D/\lambda.$$

Визначимо $\pi D/\lambda = 5,62$. Згідно з таблицями 1 і 2 для A_{nm} і B_{nm} у хвилеводі даного розміру і ε' діелектрика можуть поширюватися хвилі типів $E_{01}, E_{02}, E_{11}, E_{21}$ (табл. 1), $H_{11}, H_{01}, H_{31}, H_{41}$ (табл. 2).

Табл. 1. Чотири перших корені функцій Бесселя порядку 0, 1, 2, 3 (A_{nm})

n	m			
	0	1	2	3
1	2,4048	3,8317	5,136	6,380
2	5,5201	7,0156	8,417	9,761
3	8,8537	10,1735	11,620	13,015
4	11,7915	13,3237	14,796	16,223

Табл. 2. Чотири перших корені похідної від функції Бесселя порядку 0, 1, 2, 3 (B_{nm})

n	m			
	0	1	2	3
1	3,8317	1,8412	3,0542	4,2012
2	7,0156	5,3314	6,7061	8,0152
3	10,1735	8,5363	9,9695	11,3459
4	13,3237	11,7060	13,1704	14,5859

Задача 7. У прямокутному хвилеводі з перерізом $a \times b = 40 \times 20$ мм² поширюється хвиля H_{10} . Хвилевід заповнений діелектриком з відносною діелектричною проникністю $\epsilon' = 1,15$. Частота хвилі $f = 8$ ГГц. Визначити фазову швидкість і довжину хвилі в хвилеводі.

Знайдемо критичну довжину хвилі H_{10} в прямокутному хвилеводі:

$$\lambda_{кр} = 2a = 8 \text{ см.}$$

Фазова швидкість

$$v_{\phi} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}} = \frac{c/\sqrt{\epsilon'}}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}} = 3,11 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Довжина хвилі в хвилеводі

$$\lambda_{хв} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}} = 3,89 \text{ см.}$$

Задача 8. Прямокутний об'ємний резонатор має розміри $a = 20$ мм, $b = 25$ мм, $l = 30$ мм. Визначити резонансну довжину хвилі і частоту двох нижчих типів коливань. Як вони позначаються?

Резонансна довжина хвилі прямокутного об'ємного резонатора

$$\lambda_p = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2 + (p/l)^2}}.$$

Найбільшу резонансну довжину хвилі має коливання, для якого дорівнює нулю одна із варіацій поля m , n , чи p , що відповідає найменшому розміру резонатора. Для заданого резонатора розмір a найменший, тому $m = 0$. Тому це коливання буде позначатися як H_{011} . Його резонансна довжина хвилі

$$\lambda_{pH011} = \frac{2}{\sqrt{(1/b)^2 + (1/l)^2}} = 3,841 \text{ см},$$

а частота

$$f_{pH011} = c/\lambda_{pH011} = 7,810 \text{ ГГц}.$$

Наступним буде коливання H_{101} . Його резонансна довжина хвилі

$$\lambda_{pH101} = c/f_{pH101} = 3,328 \text{ см}.$$

$$f_{pH101} = c/\lambda_{pH101} = 9,014 \text{ ГГц}.$$

Задача 9. Циліндричний об'ємний резонатор діаметром $D = 50$ мм, довжиною $l = 50$ мм, заповнений діелектриком з параметрами $\varepsilon = 2,25$, $\text{tg}\delta = 10^{-4}$. Матеріал стінок — мідь ($\sigma = 5,8 \times 10^7$ См/м). Який тип коливань в резонаторі є основним? Знайти резонансну довжину хвилі, частоту, добротність і смугу пропускання резонатора для цього типу коливань.

Найнижчими типами коливань циліндричного об'ємного резонатора є H_{111} або E_{010} з відповідними резонансними довжинами хвиль

$$\lambda_{pH111} = \frac{2\pi}{\sqrt{(1,841/R)^2 + (\pi/l)^2}},$$

$$\lambda_{pE010} = \frac{2\pi R}{2,405},$$

де R — радіус резонатора.

Якщо $l/R < 2,03$, то основним буде коливання E_{010} , а в протилежному випадку — коливання H_{111} . При $l/R = 2,03$ частоти власних коливань збігаються, тобто коливання є виродженими.

Для даних розмірів відношення $l/R = 2,03$ і основним буде коливання E_{010} з резонансною довжиною хвилі $\lambda_{pE010} = 6,531$ см і частотою $f_{pE010} = 3,062$ ГГц.

Добротність об'ємного резонатора

$$Q = \frac{Q_d Q_{\text{пр}}}{Q_d + Q_{\text{пр}}},$$

де Q_d і $Q_{\text{пр}}$ — парціальні добротності, що враховують втрати відповідно в діелектрику і в провіднику. Оскільки

$$Q_d = \frac{1}{\text{tg}\delta},$$

то

$$Q = 1 / \left(\frac{1}{Q_{\text{пр}}} + \text{tg}\delta \right).$$

Знаходимо

$$Q_{\text{пр}} = \frac{\mu}{\mu_m} \frac{1}{\Delta} \frac{Rl}{R+l} = 10446 .$$

Тоді $Q = 5109$, а смуга пропускання $2\Delta f = 599$ кГц.

Контрольні задачі

Задача 1

Пласка електромагнітна хвиля частоти f поширюється в середовищі з параметрами ε' , $\text{tg}\delta$, $\mu' = 1$. Визначити фазову швидкість, довжину хвилі, фазову сталу, сталу згасання, хвильовий опір.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
ε'	2	4	9	16	2	4	9	16	2	4
$\text{tg}\delta$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
ε'	9	16	2	4	9	16	2	4	9	16
$\text{tg}\delta$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}

Задача 2

Пласка електромагнітна хвиля частоти f поширюється в металі з параметрами σ , μ . Визначити фазову швидкість, сталу згасання і глибину проникнення.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f , Гц	10^6	10^8	10^{10}	10^6	10^8	10^{10}	10^6	10^8	10^{10}	10^6
$\sigma \cdot 10^{-7}$, См/м	3,57	5,8	6,2	4,14	1,0	3,57	5,8	6,2	4,14	1,0
μ'	1	1	1	1	100	1	1	1	1	100
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
f , Гц	10^8	10^{10}	10^6	10^6	10^8	10^{10}	10^6	10^8	10^{10}	10^6
$\sigma \cdot 10^{-7}$, См/м	3,57	5,8	6,2	4,14	1,0	3,57	5,8	6,2	4,14	1,0
μ'	1	1	1	1	9	1	1	1	1	9

Задача 3

Пласка електромагнітна хвиля частоти f поширюється в середовищі з параметрами ε' , $\text{tg}\delta$, $\mu' = 1$. Амплітуда електричного поля в площині $z = 0$ дорівнює E_0 . Визначити середню густину потоку електромагнітної хвилі в площині $z = 1$ м, 100 м, 1000 м.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
ε'	2	4	9	16	2	4	9	16	2	4
$\text{tg}\delta$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}
E_0 , В/м	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
ε'	9	16	2	4	9	16	2	4	9	16
$\text{tg}\delta$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}
E_0 , В/м	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100

Задача 4

Пласка електромагнітна хвиля падає нормально з вакууму на межу поділу з середовищем з параметрами ε' , $\mu' = 1$, σ . Визначити комплексні коефіцієнти відбиття та заломлення на частоті f .

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
ε'	2	4	9	16	2	4	9	16	2	4
σ , См/м	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16		18	19	20
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
ε'	9	16	2	4	9	16	2	4	9	16
σ , См/м	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1

Задача 5

Пласка електромагнітна хвиля, вектор напруженості електричного поля якої лежить в площині падіння, падає з діелектрика з параметрами $\varepsilon'_1, \mu'_1, \sigma_1 = 0$ на діелектрик з параметрами $\varepsilon'_2, \mu'_2, \sigma_2 = 0$. За яких кутів падіння: а) вся енергія падаючої хвилі переходить у друге середовище, б) вся енергія падаючої хвилі відбивається від межі поділу.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε'_1	4	9	16	4	9	16	4	9	16	4
μ'_1	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8
ε'_2	1	2	4	1	2	4	1	2	4	1
μ'_2	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ε'_1	9	16	4	9	16	4	9	16	4	9
μ'_1	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8
ε'_2	2	4	1	2	4	1	2	4	1	2
μ'_2	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1	0,8	1

Задача 6

Які типи хвиль можуть поширюватися в круглому хвилеводі діаметром D , заповненому діелектриком з відносною діелектричною проникністю ε' . Частота коливань f . Намалуйте структуру полів для цих типів хвиль.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f , ГГц	2,5	2,5	5,8	4,8	4,0	9,4	7,6	6,2	15,0	12,0
ε'	2	4	1	2	4	1	2	4	1	2
D , мм	84	60	52	44	38	32	28	24	20	18
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
f , ГГц	2,5	2,5	5,8	4,8	4,0	9,4	7,6	6,2	15,0	12,0
ε'	4	1	2	4	1	2	4	1	2	4
D , мм	86	62	54	46	40	32	30	26	22	20

Задача 7

Пласка електромагнітна хвиля частоти f падає з повітря під кутом $\varphi = 30^\circ$ на металеву поверхню. Визначити амплітуду напруженості електричного поля на поверхні металу з параметрами μ' , σ , якщо вектор напруженості магнітного поля амплітуди H лежить в площині падіння.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
$\sigma \cdot 10^{-7}$, См/м	3,57	5,8	6,2	1	3,57	5,8	6,2	1	3,57	5,8
H , А/м	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ'	1	1	1	100	1	1	1	100	1	1
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
f , Гц	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
$\sigma \cdot 10^{-7}$, См/м	6,2	1	3,57	5,8	6,2	1	3,57	5,8	6,2	1,0
H , А/м	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ'	1	9	1	1	1	9	1	1	1	9

Задача 8

У прямокутному хвилеводі розмірами $a \times b$ поширюється хвиля H_{10} . Хвилевід заповнений діелектриком з відносною діелектричною проникністю ϵ' . Частота коливань f . Знайдіть фазову швидкість і довжину хвилі в хвилеводі. Намалюйте структуру полів хвилі H_{10} в прямокутному хвилеводі.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f , ГГц	10	6	5	4	3	2,6	2	1,5	1,2	0,8
ϵ'	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55
a , мм	23	35	48	58	72	90	110	130	160	220
b , мм	10	15	24	25	34	45	55	65	80	110
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
f , ГГц	2,5	2,5	5,8	4,8	4,0	9,4	7,6	6,2	15,0	12,0
ϵ'	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6
a , мм	23	35	48	58	72	90	110	130	160	220
b , мм	10	15	24	25	34	45	55	65	80	110

Задача 9

Прямокутний об'ємний резонатор має розміри $a \times b \times l$. Матеріал стінок — мідь. Визначити резонансну частоту f , добротність та смугу пропускання для основного виду коливань. Намалюйте структуру полів у резонаторі для цього виду коливань.

Варіанти										
Параметри	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a , мм	23	35	48	58	72	90	110	130	160	220
b , мм	10	15	24	25	34	45	55	65	80	110
l , мм	20	30	50	60	70	90	120	140	180	250
Варіанти										
Параметри	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a , мм	23	35	48	58	72	90	110	130	160	220
b , мм	10	15	24	25	34	45	55	65	80	110
l , мм	25	35	55	65	75	95	125	145	185	255

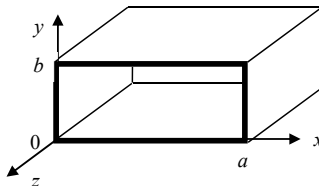
Задача 10

Циліндричний об'ємний резонатор діаметром D довжиною l заповнений діелектриком з параметрами ϵ' , $\text{tg}\delta$. Матеріал стінок — мідь. Визначити резонансну частоту f , добротність та смугу пропускання для основного виду коливань. Намалуйте структуру полів у резонаторі для цього виду коливань.

Варіанти										
Параметр и	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D , мм	84	60	52	44	38	32	28	24	20	18
l , мм	60	50	40	38	36	30	28	26	22	20
ϵ'	1	1,6	2	2,4	2,6	2,8	4	4,6	4,8	5,0
$\text{tg}\delta$	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}
Варіанти										
Параметр и	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D , мм	84	60	52	44	38	32	28	24	20	18
l , мм	62	52	42	40	38	32	30	28	24	22
ϵ'	1	1,6	2	2,4	2,6	2,8	4	4,6	4,8	5,0
$\text{tg}\delta$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}

Задача 11

Розрахувати параметри основної хвилі H_{10} в прямокутному хвилеводі на частоті $f = 10$ ГГц. Розміри хвилеводу $a = 23$ мм, $b = 10$ мм.



Знайти:

- Критичну довжину хвилі $\lambda_{\text{кр}}$;
- Фазову v_{ϕ} та групову $v_{\text{гр}}$ швидкості хвилі в хвилеводі;
- Довжину хвилі в хвилеводі $\lambda_{\text{хв}}$;
- Хвильовий опір $Z_{\text{хв}}$:

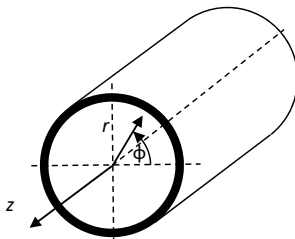
- Потужність пробою P_{H10} (прийняти пробивну напруженість електричного поля $E_{mпр} = 30$ кВ/см);
- Фазову сталу $\beta = 2\pi/\lambda_{хв}$;
- Коефіцієнт згасання α_{H10} , якщо хвилевід мідний (питома провідність міді $\sigma = 5,6 \cdot 10^7$ См/м);
- Коефіцієнт корисної дії відрізка хвилеводу довжиною $l = 10$ м;
- Нижню та верхню частоти однохвильового режиму;
- Типи хвиль, що поширюються в хвилеводі на частоті 14 ГГц;

Надати графіки залежності від частоти: v_ϕ , $v_{гр}$, $\lambda_{хв}$, $z_{хв}$, P_{H10} , α_{H10} .

Привести графічні зображення силових ліній електричного і магнітного полів хвилі H_{10} в прямокутному хвилеводі.

Задача 12

Розрахувати параметри основної хвилі H_{11} у хвилеводі круглого поперечного перерізу на частоті $f = 10$ ГГц. Діаметр хвилеводу 20 мм.



Знайти:

- Критичну довжину хвилі $\lambda_{кр}$;
- Фазову v_ϕ та групову $v_{гр}$ швидкості хвилі в хвилеводі;
- Довжину хвилі в хвилеводі $\lambda_{хв}$;
- Хвильовий опір $z_{хв}$;
- Потужність пробою P_{H10} (прийняти пробивну напруженість електричного поля $E_{mпр} = 30$ кВ/см);
- Фазову сталу $\beta = 2\pi/\lambda_{хв}$;

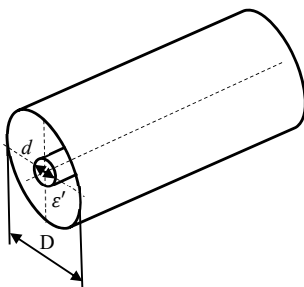
- Коефіцієнт згасання α_{H10} , якщо хвильвід мідний (питома провідність міді $\sigma = 5,6 \cdot 10^7$ См/м);
- Коефіцієнт корисної дії відрізка хвильоводу довжиною $l = 10$ м;
- Нижню та верхню частоти однохвильового режиму;
- Типи хвиль, що поширюються в хвильоводі на частоті 14 ГГц;

Надати графіки залежності від частоти: v_ϕ , $v_{гр}$, $\lambda_{хв}$, $z_{хв}$, P_{H10} , α_{H10} .

Привести графічні зображення силових ліній електричного і магнітного полів хвилі H_{11} у хвильоводі круглого поперечного перерізу.

Задача 13

Розрахувати параметри хвилі типу T в коаксіальній лінії діаметром $D = 4,6$ мм. Діаметр внутрішнього провідника $d = 1,37$ мм. Коаксіальна лінія — коаксіальний кабель марки РК 50-4-11. Провідники виготовлені з міді (питома провідність $\sigma = 5,6 \cdot 10^7$ См/м). Матеріал ізоляції — поліетилен низької щільності, $\epsilon' = 2,3$, $\text{tg}\delta = 5 \cdot 10^{-4}$. Частота хвилі $f = 2,5$ ГГц.



Знайти:

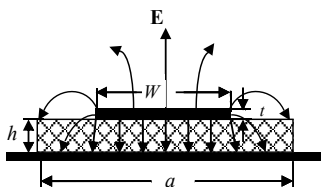
- Максимальну напруженість електричного поля E_m і максимальну густину струму провідності J_m на поверхні центрального провідника коаксіальної лінії при потужності $P = 1$ Вт;
- Погонну ємність C_1 і погонну індуктивність L_1 , а також його хвильовий опір $z_{хв}$;
- Фазову v_ϕ та групову $v_{гр}$ швидкості хвилі в коаксіалі;
- Довжину хвилі в коаксіалі λ_k ;
- Фазову сталу $\beta = 2\pi/\lambda_k$;

- Коефіцієнти згасання внаслідок втрат у провідниках (α_m), в діелектрику (α_d) і сумарний коефіцієнт (α);
- Пробивну потужність цього коаксіалу, якщо вважати $E_{пр} = 30$ кВ/см;
- Діапазон частот одномодового режиму;
- Коефіцієнт корисної дії відрізка коаксіалу довжиною $l = 10$ м.

Привести графічні зображення розподілу силових ліній електричного і магнітного полів хвилі типу T у коаксіалі.

Задача 14

Розрахувати параметри основної квазі- T хвилі в мікросмужковій лінії передачі на частоті $f = 2,5$ ГГц. Мікросмужкова лінія виконана на полікоровій підкладці товщиною $h = 0,5$ мм, тангенс кута втрат $\text{tg}\delta_{\text{полікора}} = 10^{-4}$, $\varepsilon' = 9,8$. Матеріал смужки — мідь, питома провідність $\sigma = 5,6 \cdot 10^7$ См/м.



Знайти:

- $\varepsilon'_{\text{еф}}$ як $f(W/h)$ при $h = \text{const}$;
- Ширину смужки W для $Z_{\text{хв}} = 50$ Ом;
- Фазову $v_{\text{ф}}$ та групову $v_{\text{гр}}$ швидкості;
- Довжину хвилі в лінії передачі;
- Фазову сталу $\beta = 2\pi/\lambda$;

Розрахувати і побудувати залежність $Z_{\text{хв}}$ як $f(W/h)$.

Розрахунки виконати в наближенні нескінченно тонкої смужки ($t = 0$).

Ефективна діелектрична проникність [12]

$$\varepsilon'_{\text{еф}} = \frac{\varepsilon'+1}{2} + \frac{\varepsilon'-1}{2} \left(1 + \frac{10h}{W}\right)^{-1/2},$$

хвильовий опір

$$Z_{\text{хв}} = \begin{cases} \frac{\rho_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon'_{e\phi}}} \ln\left(\frac{8h}{W} + 0,25\frac{W}{h}\right) & \text{для } \frac{W}{h} \leq 1, \\ \frac{\rho_0}{\sqrt{\varepsilon'_{e\phi}}} \left\{ \frac{W}{h} + 1,393 + 0,667 \ln\left(\frac{W}{h} + 1,444\right) \right\}^{-1} & \text{для } \frac{W}{h} \geq 1, \end{cases}$$

$$\rho_0 = 120\pi \text{ Ом.}$$

Перелік посилань

1. Найденко В. І. Конспект лекцій з курсу «Електродинаміка та поширення радіохвиль». 2021. 692 с.
2. Никольский В. В., Никольская Т. В. *Электродинамика и распространение радиоволн*. Либроком, 2012, 544 с.; М.: Наука 1978, 544 с.
3. Вайнштейн Л. А. *Электромагнитные волны*. М.: Радио и связь. 1988, 440 с.
4. Баскаков С. И. *Электродинамика и распространение радиоволн*. Либроком, 2012, 416 с.; 1992, 416 с.
5. Григорьев А. Д. *Электродинамика и микроволновая техника*. Лань. 2007. 708 с.
6. Федоров Н. Н. *Основы электродинамики*. М.: Высшая школа. 1980. – 399 с.
7. Stratton Julius Adams. *Electromagnetic Theory*. Wiley&Sons. 2007. 616 p.
8. Balanis C. A. *Advanced Engineering Electromagnetic*. 1989.
9. Jackson John David. *Classical Electrodynamics*. Wiley&Sons. 2010. 848 p., Дж. Джексон. *Классическая электродинамика*. М.: Мир. 1965. 702 с.
10. Смайт С. *Электростатика и электродинамика*. Пер. со 2 амер. изд. М.: ИЛ. 1954. – 604 с.
11. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн». Под ред. С. И. Баскакова. М.: Сов. Радио, 1981, 208 с.
12. К. Гупта, Р. Гардж, Р. Чадха. *Машинное проектирование СВЧ устройств*. М.: Радио и связь. 1987. 432 с.
13. Найденко В. И., Дубровка Ф. Ф. *Аксиально-симметричные периодические структуры и резонаторы*. К.: Вища школа. 1985. 224 с.