

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Сибирский федеральный университет»

Алешечкин А.М.,
Мусонов В.М.,
Романов А.П.

МЕТРОЛОГИЯ И РАДИОИЗМЕРЕНИЯ

Учебное пособие

Красноярск 2008

УДК 621.372 (07)

Учебное пособие по дисциплине «Метрология и радиоизмерения» для студентов специальности: 210200.62 – «Радиотехника». / Сост. А.М. Алешечкин, В.М. Мусонов, А.П. Романов, Красноярск: СибФУ, 2008. 201 с.

Учебное пособие содержит изложение теоретического курса по дисциплине «Метрология и радиоизмерения» в рамках материала, рассматриваемого на лекционных занятиях. По изучаемым вопросам приводятся необходимые теоретические сведения, приведены методы расчета и структурные схемы радиоизмерительных приборов, приводится список рекомендуемой литературы, в которой данные вопросы рассматриваются.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Оглавление.....	4
Введение.....	7
1. Основы метрологии.....	8
1.1. Измерения, измерительная техника, метрология.....	8
1.2. Метрологическая служба в России.....	10
1.3. Международные метрологические организации.....	11
1.4. Основные сведения о средствах измерений.....	12
1.5. Измерительные приборы.....	12
1.6. Условные обозначения радиоизмерительных приборов.....	13
2. Статистическая теория погрешностей измерения.....	14
2.1. Классификация погрешностей.....	14
2.1.1. По слагаемым измерения.....	15
2.1.2. По источнику возникновения погрешности.....	16
2.1.3. По условиям проведения измерений.....	16
2.1.4. По способу выражения погрешности.....	17
2.1.5. По способу взаимодействия со значением измеряемой величины.....	18
2.1.6. По характеру поведения измеряемой величины.....	21
2.1.7. По закономерности проявления.....	23
2.2. Методы описания случайных погрешностей измерения.....	24
2.2.1. Нормальный закон распределения.....	25
2.2.1. Равномерный закон распределения.....	27
2.3. Закон распределения погрешности несинхронизированного квантования априорно неизвестного временного интервала.....	28
2.4. Закон распределения погрешности несинхронизированного квантования фиксированного временного интервала.....	31
2.5. Доверительное значение погрешности.....	35
2.6. Показатели точности измерений, рекомендованные ГОСТ 8.011-72.....	38
2.7. Погрешности косвенных измерений.....	40
2.8. Цели статистической обработки результатов многократных измерений. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам.....	46
2.9. Методы повышения эффективности оценок.....	46
2.10. Определение доверительного значения погрешности результата измерения.....	48
2.11. Обработка неравноточных измерений.....	49
2.12. Определение законов распределения по результатам многократных измерений.....	53
2.13. Критерий Пирсона.....	57
2.14. Критерий Колмогорова.....	59
2.15. Обнаружение промахов.....	61

3. Измерение временных интервалов.....	62
3.1. Структурная схема цифрового измерителя временных интервалов.....	63
3.2. Погрешности цифрового метода измерения временных интервалов.....	64
3.3. Нониусный метод измерения однократного временного интервала.....	67
4. Измерение частоты.....	70
4.1. Общие положения.....	70
4.2. Метод перезаряда конденсатора.....	71
4.3. Резонансный метод измерения частоты.....	72
4.4. Метод сравнения неизвестной частоты.....	74
с частотой образцового генератора.....	74
4.4.1. Осциллографический способ сравнения частот.....	74
4.4.2. Гетеродинный метод.....	77
4.5. Цифровые методы измерения частоты.....	79
4.5.1. Структурная схема цифрового частотомера.....	80
4.5.2. Погрешности цифрового метода измерения частоты.....	82
4.5.3. Структурная схема и режимы работы универсального цифрового частотомера.....	89
4.5.4. Прецизионные методы измерения частоты.....	93
5. Измерение напряжений.....	102
5.1. Методы измерения напряжений.....	103
5.2. Значения измеряемых напряжений.....	103
5.3. Цифровые вольтметры.....	105
5.4. Цифровые вольтметры с жёсткой логикой.....	111
5.4.1. Интегрирующий цифровой вольтметр.....	111
5.4.2. Цифровой вольтметр двойного интегрирования.....	113
5.4.3. Вольтметры поразрядного уравнивания.....	116
5.4.5. Интегрирующий ЦВ с преобразованием напряжения в частоту.....	118
5.5. Программируемые цифровые вольтметры.....	119
6. Измерение фазового сдвига.....	123
6.1. Введение.....	123
6.2. Аналоговые фазометры.....	124
6.2.1. Осциллографические методы измерения.....	125
6.2.2. Компенсационные методы измерения.....	127
6.2.3. Однополупериодный триггерный фазометр.....	127
6.2.4. Двухполупериодный триггерный фазометр.....	129
6.2.5. Корреляционный фазометр.....	131
6.2.6. Оптимальные фазоизмерители.....	133

6.2.7. Варианты схем оптимального и квазиоптимального измерения фазы.....	135
6.3. Цифровые фазометры.....	141
6.3.1. Цифровые фазометры с преобразованием фазового сдвига в интервал времени.....	142
6.3.2. Цифровые фазометры со временем измерения, кратным периоду.....	144
6.3.3. Цифровые фазометры с постоянным временем измерения.....	147
6.3.4. Ортогональные цифровые фазометры.....	149
7. Исследование формы сигналов. Электронно-лучевые осциллографы.....	151
7.1. Общие характеристики.....	152
7.2. Обобщенная структурная схема универсального осциллографа.....	153
7.3. Виды осциллографических разверток.....	154
7.3.1. Линейная периодическая развертка.....	155
7.3.2. Линейная ждущая развертка.....	157
7.3.3. Синусоидальная развертка.....	158
7.3.4. Круговая развертка.....	159
7.4. Двухканальные и двухлучевые осциллографы.....	160
8. Измерение спектров.....	162
8.1. Общие сведения.....	162
8.2. Анализаторы спектра последовательного действия.....	166
8.3. Анализаторы спектра параллельного действия.....	171
8.4. Цифровые анализаторы спектра.....	171
9. Измерение мощности.....	174
9.1. Общие сведения.....	175
9.2. Измерение мощности в диапазонах низких и высоких частот... ..	176
9.2.1. Ваттметры электродинамической системы.	177
9.2.2. Метод перемножения.....	177
9.3. Измерение мощности в диапазоне СВЧ.....	179
9.3.1. Терморезисторный метод измерения мощности.....	181
9.3.2. Термоэлектрический метод измерения мощности.....	185
9.3.3. Калориметрический метод измерения мощности.....	186
10. Измерение параметров компонентов цепей с сосредоточенными постоянными.....	190
10.1. Общие сведения.....	190
10.2. Резонансные методы измерения параметров линейных компонентов.....	191
10.3. Генераторный метод.....	195
Заключение.....	196
Библиографический список.....	197

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие по дисциплине «Метрология и радиоизмерения» содержит теоретические сведения по курсу и обеспечивает освоение курса и формирование компетенций.

В рамках пособия рассмотрены вопросы из разделов «Основы метрологии», «Статистическая теория погрешностей измерения», а также вопросы по измерению временных интервалов, частоты, фазового сдвига, напряжений, мощности сигналов. Кроме того, рассмотрены вопросы наблюдения сигналов во временной области при помощи осциллографов, в том числе и многоканальных и исследований спектров сигналов. Проведено рассмотрение вопросов построения и методов измерения параметров цепей с сосредоточенными параметрами.

Теоретический материал дополняется структурными схемами, в ряде разделов рассмотрены примеры решения типовых задач и примеров, способствующих лучшему пониманию изложенного материала, закреплению умений и компетенций.

1. ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ

1.1. Измерения, измерительная техника, метрология

Измерения являются одним из путей изучения природы человеком, объединяющие теорию с практической деятельностью человека. Они являются основой научных знаний, служат для учета материальных ресурсов, обеспечения требуемого качества продукции, взаимозаменяемости деталей и узлов, совершенствования технологии, автоматизации производства, стандартизации, охраны здоровья и обеспечения безопасности труда и для многих других отраслей человеческой деятельности.

Измерения количественно характеризуют окружающий материальный мир, раскрывая действующие в природе закономерности. Об этом очень образно сказал основоположник отечественной метрологии Дмитрий Иванович Менделеев: "Наука начинается ... с тех пор, как начинают измерять".

Под измерительной техникой подразумевают как все технические средства, с помощью которых выполняют измерения, так и технику проведения измерений. Во всем мире проводят миллионы измерений. В интересах сторон необходимо, чтобы измерения, где бы они ни выполнялись, были согласованы. Необходимо, чтобы результаты измерений одинаковых величин, полученные в разных местах и с помощью различных измерительных средств были бы сопоставимы на уровне требуемой точности.

Для этого в первую очередь необходимо обеспечить единообразие единиц измеряемых величин и мер, осуществляющих вещественное воспроизведение единиц физических величин, а также выполнение ряда других условий для того, чтобы обеспечить сопоставимость, или, другими словами, единство измерений.

Вопросами теории и практики обеспечения единства измерений занимается метрология.

Метрология – это наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и достижения требуемой точности.

Метрологические понятия, термины и определения стандартизованы, и их применение обязательно в литературе и при практической деятельности в области измерений.

Введем некоторые понятия, необходимые при изучении данного курса:

Измерение – нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Измерение предполагает сравнение с единицей физической величины.

Физическая величина – свойство, общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении – индивидуальное для каждого объекта.

Например, электрическое напряжение – это свойство, в качественном отношении общее для всех источников электрической энергии – от атомной

электростанции до батарейки карманного фонаря; естественно, что в количественном отношении напряжения источников различны.

Значение физической величины – оценка физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц.

Истинное значение физической величины – значение физической величины, которое идеальным образом отражает в качественном и количественном отношении соответствующее свойство данного объекта. Истинное значение практически недостижимо.

Действительное значение физической величины – значение, полученное экспериментальным путем и настолько приближающееся к истинному значению, что для данной цели может быть использовано вместо него.

Средство измерений – техническое средство, используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические свойства.

Обобщенная структурная схема измерительного прибора приведена на рис.1.1

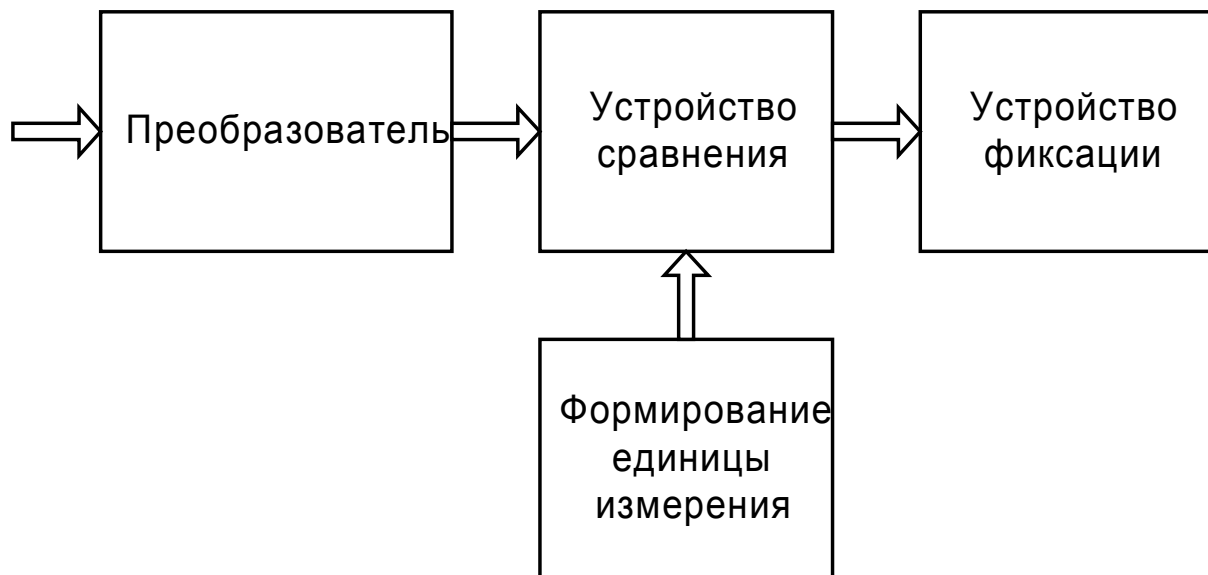


Рис. 1.1. Обобщенная структурная схема измерительного прибора

В соответствии с обобщенной структурной схемой измерительного прибора различают следующие слагаемые измерений:

1. Преобразование физической величины в форму, удобную для измерений (не всегда требуется);
2. Формирование меры (единицы измерения);
3. Сравнение измеряемой физической величины с мерой;
4. Фиксация результата измерения.

Мера – это средство измерений, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера. Меры бывают однозначные и многозначные.

Измерительный прибор – средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем.

Измерительный преобразователь – средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования и (или) хранения.

В качестве примера использования преобразований физических величин на рис. 1.2 приведена структурная схема цифрового вольтметра временного преобразования.

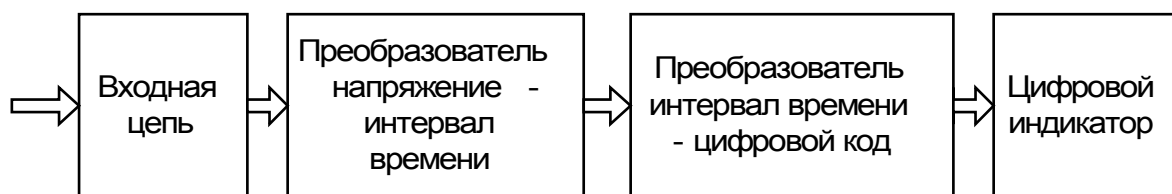


Рис. 1.2. Структурная схема цифрового вольтметра временного преобразования

Основное требование к измерениям заключается в достоверности, надежности, единстве и сопоставимости результатов. Другими словами, где бы, когда бы, чем бы и кем бы ни выполнялись измерения одной и той же физической величины, результат должен быть одинаков в пределах допустимой погрешности. Обеспечение выполнения этого требования возложено на метрологическую службу, возглавляемую Госстандартом.

Метрологическая служба решает следующие задачи:

1. Овеществление единиц физических величин, их хранение, воспроизведение с помощью образцовых средств измерений, а также поверка всех рабочих средств измерений.

2. Государственный контроль над внедрением и соблюдением стандартов, состоянием измерительной техники на предприятиях, над работой их метрологических подразделений.

1.2. Метрологическая служба в России

В 1827 году в России была создана комиссия по мерам и весам. Итогом работы этой комиссии стало "Положение о мерах и весах", которое было введено с 1 января 1845 года. С этого дня начался строгий надзор за средствами измерений. В это же время были изготовлены основные российские меры: платиновый эталон сажени (единица длины) и фунт (единица массы).

В Петропавловской крепости было открыто "Депо образцовых мер и весов", в котором хранились российские эталоны. Штат этого депо состоял из двух человек: ученый-хранитель и сторож-смотритель.

В 1892 году на должность ученого-хранителя был назначен Д.И. Менделеев.

В 1893 году была создана Главная палата мер и весов. По инициативе Д.И. Менделеева в России началось создание сети метрологических палаток, используемых для поверки единиц длины и веса. К 1907 году было создано 25 таких палаток в разных городах страны.

После революции в нашей стране была создана разветвленная сеть метрологических учреждений, которая функционирует до настоящего времени.

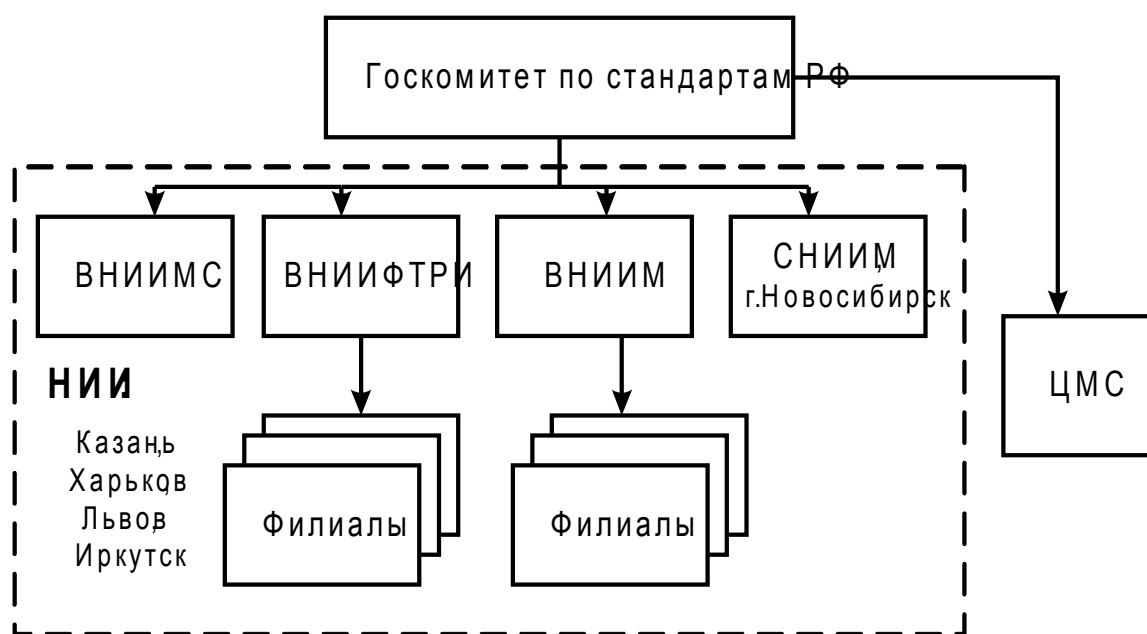


Рис. 1.3. Сеть метрологических учреждений России

ВНИИМС – всероссийский научно-исследовательский институт метрологии и стандартизации;

ВНИИФТРИ – всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений;

ВНИИМ – всероссийский научно-исследовательский институт имени Д.И. Менделеева;

ЦМС – центр метрологии и стандартизации.

1.3. Международные метрологические организации

Международными метрологическими организациями являются:

1. Генеральная конференция по мерам и весам (собирается 1 раз в 6 лет);

2. МКМВ – международный комитет по мерам и весам;

3. МБМВ – международное бюро мер и весов;

4. МОЗМ – международная организация законодательства метрологии;

Вышеперечисленные организации обеспечивают надежность и сопоставимость измерений.

1.4. Основные сведения о средствах измерений

Все средства измерений делятся на меры, измерительные преобразователи, измерительные приборы, измерительные установки и измерительные системы.

Каждое из средств измерений может быть образцовым или рабочим.

Образцовое средство измерений (мера, измерительный прибор)- служит для поверки других средств измерений, т.е. для передачи размера единицы физической величины. По точности образцовые средства измерений делятся на 4 разряда, каждый из которых соответствует одной ступени поверочной схемы.

Рабочее средство измерений (мера, измерительный прибор) – применяется для измерений, не связанных с поверкой.

Среди образцовых средств измерений особое место занимает эталон единицы физической величины. Эталон обычно представляет собой комплекс средств измерений, выполненный по особой спецификации и утвержденный Госстандартом в качестве эталона.

Эталон – средство измерений, обеспечивающее воспроизведение и (или) хранение единицы с целью передачи ее размера нижестоящим по поверочной схеме средствам измерений. Различают первичные, вторичные, эталоны-копии и рабочие эталоны.

Поверочная схема – утвержденный в установленном порядке документ, определяющий схему передачи размера единицы физической величины от эталона или исходного образцового средства измерений к рабочим средствам измерений.

На рис. 1.4 приведена обобщенная поверочная схема, устанавливающая порядок передачи единицы величины от эталона к образцовым и рабочим средствам измерений.

1.5. Измерительные приборы

Измерительным прибором называется средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем.

Измерительные приборы состоят из измерительного преобразователя и отсчетного устройства (ОУ).

По построению структурной схемы различают:

- 1). Приборы прямого преобразования (рис 1.5);
- 2). Приборы уравнивающего преобразования (рис. 1.6).

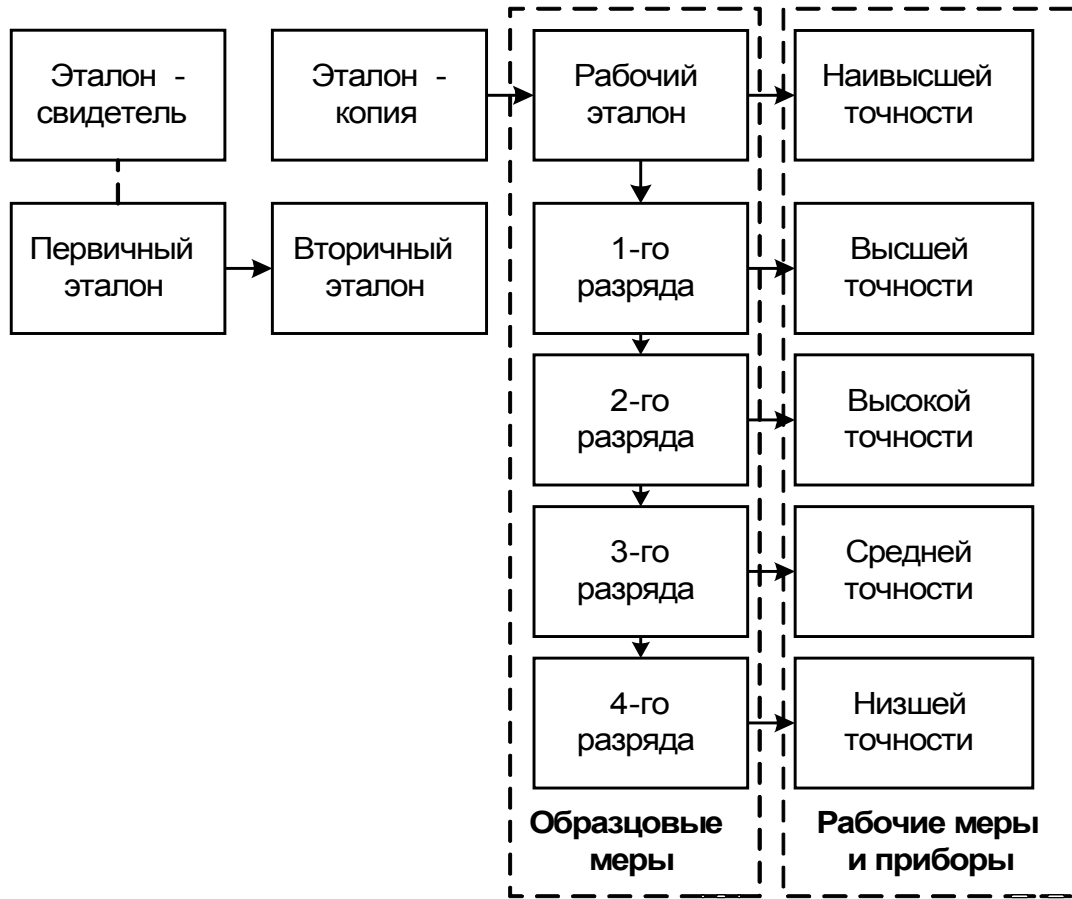


Рис. 1.4. Обобщенная поверочная схема

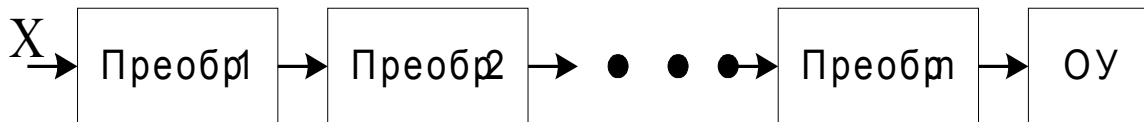


Рис. 1.5. Измерительный прибор прямого преобразования

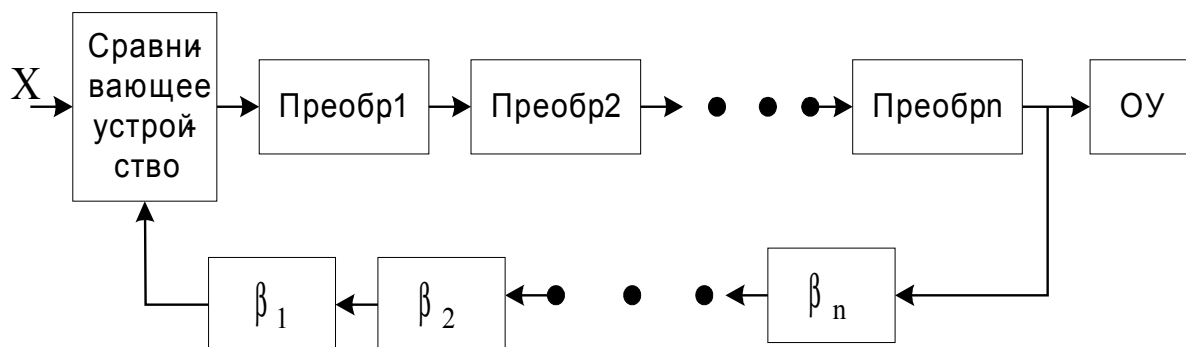


Рис. 1.6. Измерительный прибор уравнивающего преобразования

1.6. Условные обозначения радиоизмерительных приборов

В зависимости от назначения все приборы разделены на 16 групп, которые обозначаются прописными буквами русского алфавита. Каждая группа состоит из нескольких подгрупп, обозначаемых цифрами по порядку.

Классификация предусматривает следующие основные группы радиоизмерительных приборов:

А – приборы для измерения тока;

В – приборы для измерения напряжения;

М – приборы для измерения мощности;

Е – приборы для измерения параметров устройств с согласованными параметрами;

Р – приборы для измерения параметров устройств с распределенными параметрами;

Ч – приборы для измерения частоты;

Ф – приборы для измерения сдвига фаз и времени запаздывания;

С – приборы для наблюдения и исследования формы сигналов и спектров;

Х – приборы для наблюдения и исследования характеристик сигналов и радиоустройств;

И – приборы специальные для импульсных измерений;

У – усилители измерительные;

П – приборы для измерения напряженности полей и радиопомех;

Д – аттенюаторы и делители;

Э – элементы коаксиальных и волноводных трактов;

Г – генераторы измерительные;

Л – приборы для измерения параметров электровакуумных и полупроводниковых приборов.

2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ

2.1. Классификация погрешностей

Обязательными компонентами измерения являются физическая величина, значение которой нужно измерить, единица физической величины, метод измерения, условия проведения измерений, средство измерений, наблюдатель(оператор), выполняющий измерения, или микропроцессор(ЭВМ) при автоматизации измерений, результат измерений.

Можно утвердить, что результат измерения будет зависеть от выбранного метода, существующих во время измерения условий, качества ионизированного средства измерения и квалификации наблюдателя.

При любой степени совершенства измерительной аппаратуры, при любой тщательности погрешности выполнения, результат измерения всегда будет отличаться от истинного значения измеряемой величины. При любых измерениях неизбежны погрешности.

Результат измерения с учетом погрешности измерений запишется в виде:

$$\dot{A}_{\text{эци}} = \dot{A}_0 + \Delta \dot{A},$$

где $\dot{A}_{\text{эци}}$ – измеренное значение, \dot{A}_0 – истинное значение физической величины, $\Delta \dot{A}$ – погрешность измерения.

Отсюда погрешность измерения:

$$\Delta \dot{A} = \dot{A}_{\text{эци}} - \dot{A}_0.$$

Такая погрешность измерения называется абсолютной.

Также существуют относительная погрешность измерений:

$$\delta \dot{A} = \frac{\Delta \dot{A}}{\dot{A}_0} \cdot 100 \% = \frac{\Delta \dot{A}}{\dot{A}_{\text{эци}}} \cdot 100 \%,$$

которая выражается, как правило, в процентах.

Погрешность результата измерения (мы говорим об абсолютной погрешности) – это число, указывающее возможные границы неопределенности измеряемой величины:

$$256 \text{ мВ} \pm 0.3 \text{ мВ}.$$

Выделим классификационные признаки погрешностей

2.1.1. По слагаемым измерения

Рассмотрим схему измерительного прибора:

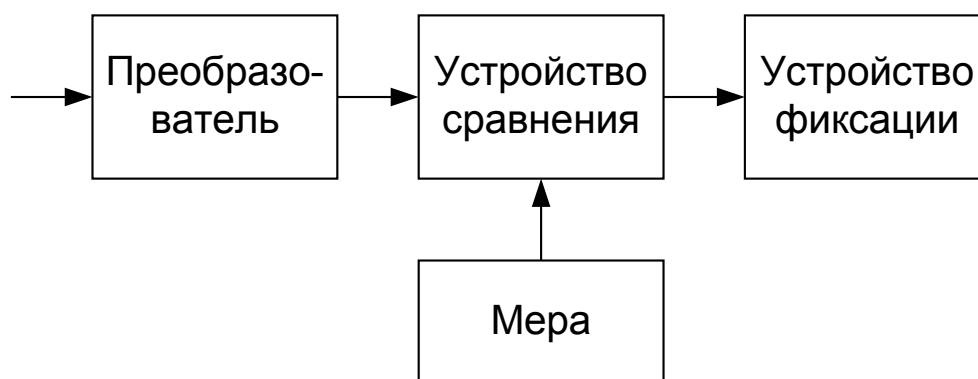


Рис. 2.1. Обобщенная структура измерительного прибора

По слагаемым измерений различают:

- погрешность преобразования;

- погрешность меры;
- погрешность сравнения;
- погрешность фиксации.

Особенностью цифровых измерительных приборов является, что погрешность сравнения называют погрешностью квантования или дискретности в зависимости от вида измерительного прибора. Что касается погрешности фиксации, то для цифровых измерительных приборов она равна нулю.

2.1.2. По источнику возникновения погрешности

В зависимости от источника возникновения различают:

- методическую погрешность – погрешность метода измерения используемых формул и других упрощающих допущений;
- аппаратную (инструментальную) – данная погрешность зависит от вида схемы и типов применяемых элементов;
- внешнюю – от внешних условий эксплуатации прибора;
- субъективную (личностную) погрешность. Данная погрешность обусловлена личностными качествами оператора, т.е. разные операторы могут получить разные результаты измерений; все зависит от опыта, тщательности выполнения измерений и т.д.

2.1.3. По условиям проведения измерений

В зависимости от условий проведения измерений различают следующие виды погрешностей:

- основная погрешность – погрешность средства измерений, используемого в нормальных условиях эксплуатации;
- дополнительная погрешность – погрешность средства измерений, эксплуатируемого в условиях, отличающихся от нормальных.

Среди условий проведения измерений выделяют: температуру окружающей среды, давление, влажность, напряжение питающей сети.

Например, в фазометре на погрешность измерения оказывают влияние следующие оказывают амплитуда и частота входного сигнала.

В соответствии с ГОСТ 9763-67 нормальными считаются следующие условия:

t , °С = $20^\circ \pm 5\%$ – рабочие средства измерений, $20^\circ \pm 10\%$ – образцовые СИ;

влажность: $65\% \pm 15\%$ при $t = 20^\circ \text{C}$;

атмосферное давление 750 мм рт. ст.;

сеть: частота-50 Гц, напряжение-220 В $\pm 2\%$.

Таким образом, при несоответствии условий эксплуатации средств измерений нормальным условиям появляется дополнительная погрешность.

2.1.4. По способу выражения погрешности

По способу выражения различают следующие виды погрешностей:

- абсолютная погрешность – погрешность определяемая из выражения

$$\Delta \dot{A} = \dot{A}_{\text{эци}} - \dot{A}_0,$$

где $\dot{A}_{\text{эци}}$ – действительное значение измеряемой величины; \dot{A}_0 – истинное значение измеренной величины; ΔA - погрешность измерения.

- относительная погрешность (обычно выражают в процентах):

$$\delta \dot{A} = \frac{\Delta \dot{A}}{\dot{A}_0} \cdot 100 \% = \frac{\Delta \dot{A}}{\dot{A}_{\text{эци}}} \cdot 100 \% .$$

- приведенная погрешность средства измерений представляет собой отношение абсолютной погрешности к длине шкалы измерительного прибора в выражается как правило в процентах:

$$\delta_{LA} = \frac{\Delta A_{\text{max}}}{L} \cdot 100\%,$$

где L – длина шкалы измерительного прибора, ΔA_{max} - максимальное значение абсолютной основной погрешности измерительного прибора.

На основе приведенной погрешности используется понятие класса точности измерительного прибора.

Класс точности измерительного прибора – обобщенная характеристика его точности, но не непосредственный ее показатель. Класс точности измерительного прибора $\delta_{\text{к.п.}}$ численно равен наибольшей допустимой приведенной основной погрешности, выраженной в процентах, $\delta_{\text{к.п.}} = \delta_{LA \text{ max}}$.

Значения классов точности измерительных приборов присваивают из ряда, составленного из следующих предпочтительных чисел:

$$\delta_{\dot{E}.i} = 1 \cdot 10^n, 1.5 \cdot 10^n, 2 \cdot 10^n, 2.5 \cdot 10^n, 4 \cdot 10^n, 5 \cdot 10^n, 6 \cdot 10^n,$$

где $n = 1; 0; -1; -2, \dots$

Значение максимальной абсолютной основной погрешности измерительного прибора можно вычислить по его классу точности:

$$\Delta \dot{A}_{\text{max}} = \frac{\delta_{\dot{E}.i} \cdot L}{100}.$$

При работе с многопредельными измерительными приборами необходимо проводить измерения вблизи конечного деления шкалы прибора, поскольку в этом случае относительная погрешность будет меньше.

Рассмотрим пример.

Вольтметр класса точности $\delta_{\hat{E}.I} = 1.0$, с длиной шкалы $L=100$ В выполняет измерение напряжений $U_{\text{изм}1} = 10$ В и $U_{\text{изм}2} = 80$ В. Найти значения относительных погрешностей измерения напряжения δU_1 и δU_2 .

Решение:

Максимальная абсолютная погрешность измерения напряжения составляет:

$$\Delta U_{\max} = \frac{1 \cdot 100}{100} = 1\text{В}.$$

Относительные погрешности измеренных напряжений:

$$\text{для } U_{\hat{e}\hat{c}i1} = 10\hat{A}, \quad \delta U_1 = \frac{\Delta U_{\max} \cdot 100\%}{U_{\hat{e}\hat{c}i1}} = \frac{1}{10} \cdot 100\% = 10\%,$$

$$\text{для } U_{\hat{e}\hat{c}i2} = 80\hat{A}, \quad \delta U_2 = \frac{\Delta U_{\max} \cdot 100\%}{U_{\hat{e}\hat{c}i2}} = \frac{1}{80} \cdot 100\% = 1.25\%.$$

В результате решения примера получено, что при измерениях вблизи конечного деления шкалы прибора происходит уменьшение относительной погрешности измерения.

2.1.5. По способу взаимодействия со значением измеряемой величины

По способу взаимодействия со значением измеряемой величины различают аддитивную и мультипликативную погрешности измерения. Наличие мультипликативной погрешности обусловлено тем, что погрешности некоторых измерительных приборов зависят от текущего значения измеренной величины вследствие сопутствующего изменения их чувствительности.

Аддитивная погрешность – это погрешность нуля прибора, она не зависит от текущего значения измеряемой величины $\Delta \hat{A}_0 = \text{const}$.

Зависимость результата измерений от измеряемой величины имеет вид, представленный на рис. 2.2.

Мультипликативная погрешность зависит от значения измеряемой величины.

$$\Delta \hat{A}_i = (\delta \hat{A}_m) \cdot A,$$

где ΔA_i – абсолютная мультипликативная погрешность пропорциональная измеряемой величине; $\delta A_i = \frac{\Delta A_m}{A} = const$ – относительное значение мультипликативной погрешности, не зависящее от значения измеряемой величины.

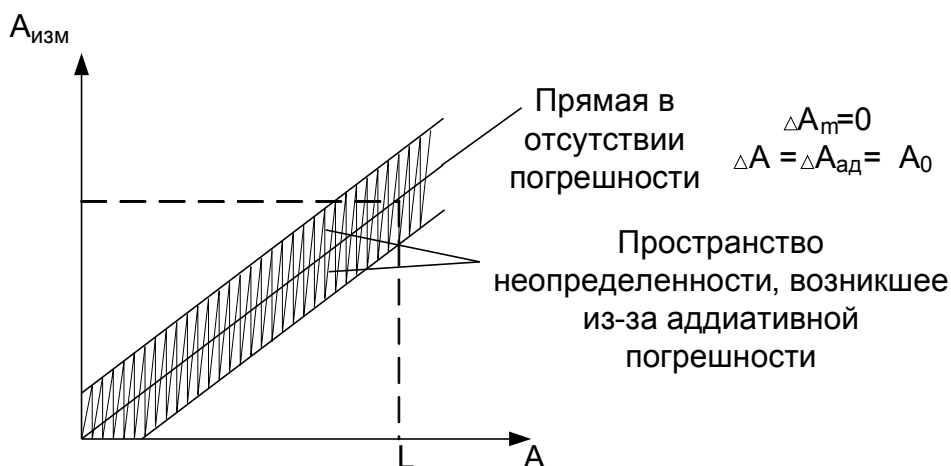


Рис. 2.2. К пояснению понятия аддитивной погрешности

Зависимость результата измерения от значения измеряемой величины при наличии мультипликативной погрешности имеет вид, приведенный на рис. 2.3

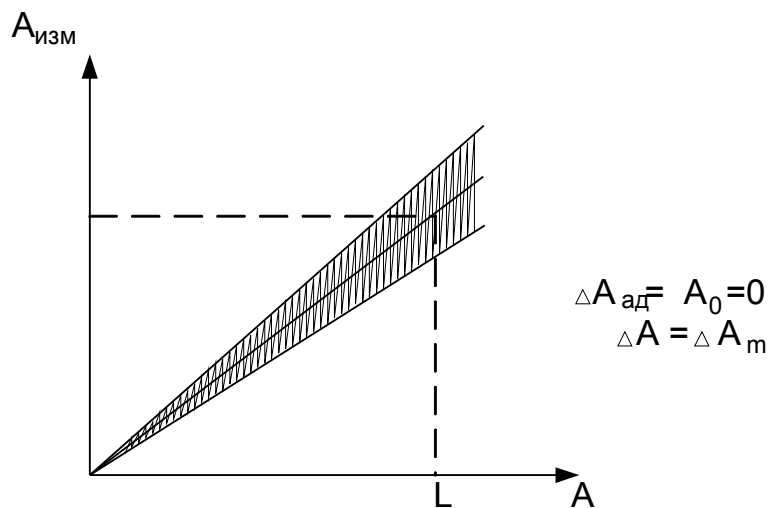


Рис. 2.3. Мультипликативная погрешность

В случае если при измерениях присутствуют как аддитивная, так и мультипликативная составляющие погрешности, зависимость измеренного значения $A_{\text{эс}}$ от значения измеряемой величины A будет иметь вид, приведенный на рис. 2.4.

На рис.2.5 приведены зависимости абсолютной погрешности измерений от значения измеряемой величины для следующих случаев: а) присутствует только аддитивная погрешность; б) присутствует только мультипликативная

погрешность; в) присутствуют аддитивная и мультипликативная погрешности.

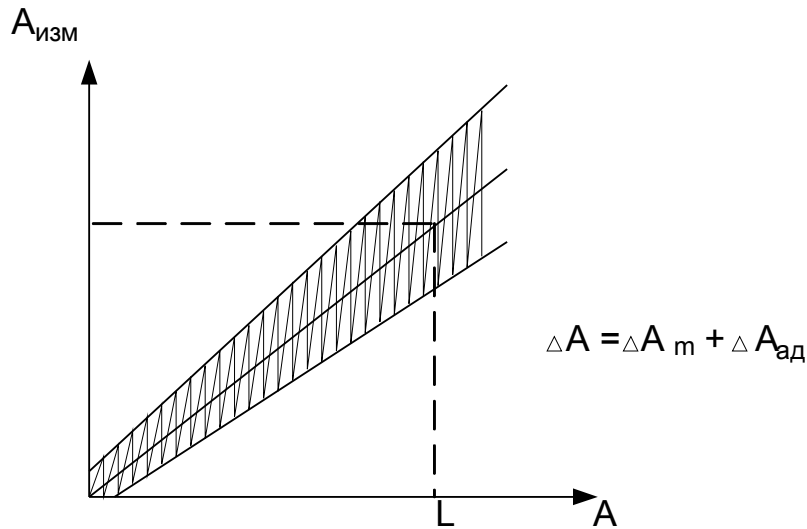


Рис. 2.4. Зависимость результата измерения от значения измеряемой величины при наличии мультипликативной и аддитивной погрешности

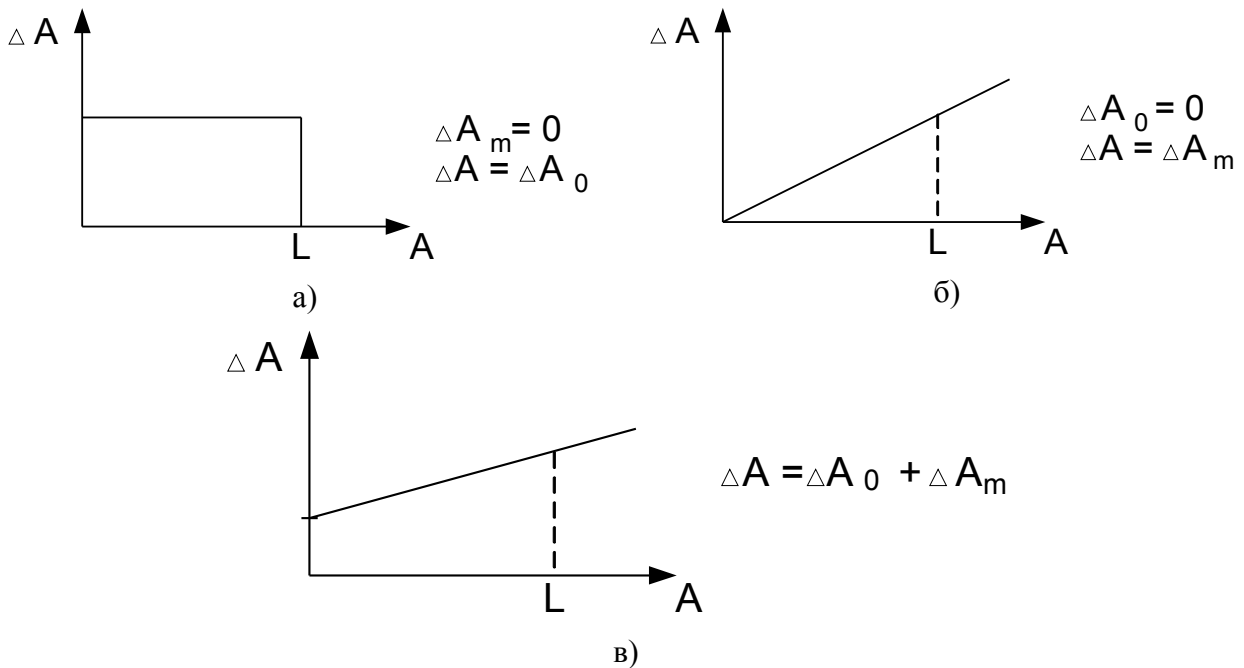


Рис. 2.5. Зависимость абсолютной погрешности измерений от значения измеряемой величины

Зависимости относительной погрешности δA от значения измеряемой величины приведена на рис. 2.6 для следующих случаев: а) присутствует только аддитивная погрешность; б) присутствует только мультипликативная погрешность; в) присутствуют аддитивная и мультипликативная погрешности.

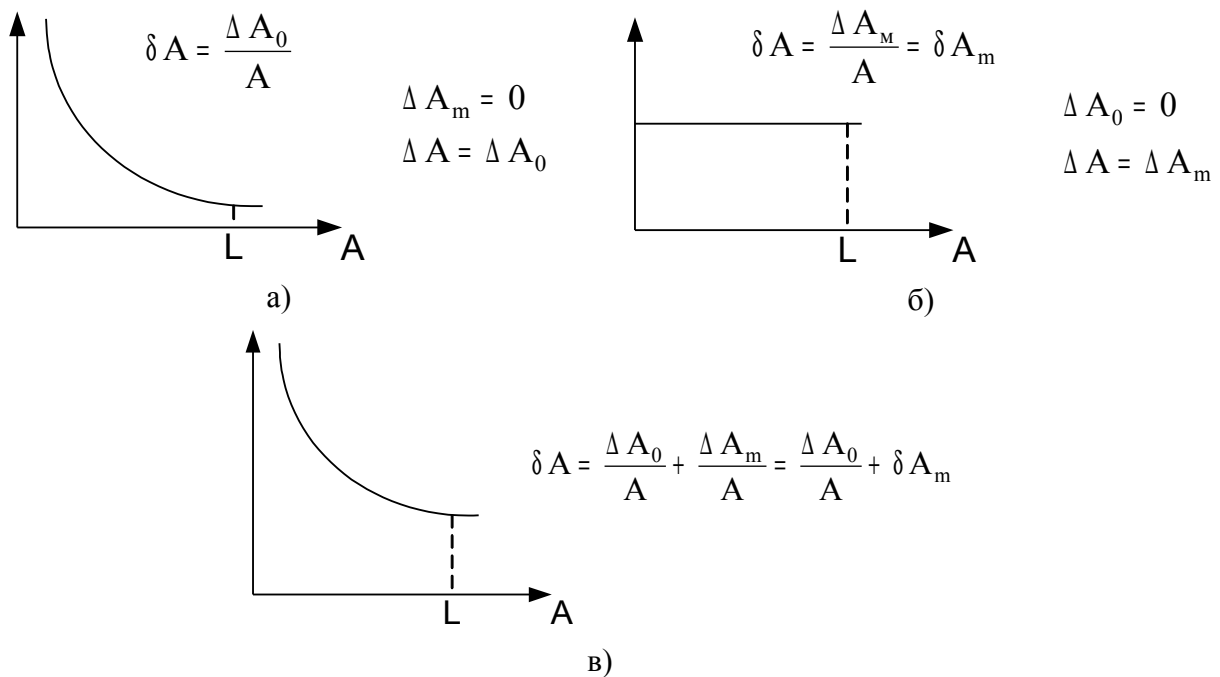


Рис. 2.6. Зависимость абсолютной погрешности измерений от значения измеряемой величины

Таким образом, из анализа относительной погрешности измерений следует, что с увеличением значения измеряемой величины происходит уменьшение аддитивной составляющей погрешности и измерения, в то время как мультипликативная составляющая относительной погрешности остается постоянной.

2.1.6. По характеру поведения измеряемой величины

В зависимости от характера поведения измеряемой величины различают:

- статистическую погрешность;
- динамическую погрешность;
- погрешность в динамическом режиме.

Во многих измерительных приборах имеется детектор и ФНЧ, используемый для уменьшения случайной составляющей погрешности измерения. Рассмотрим детектор с открытым входом, схема которого представлена на рис. 2.7.

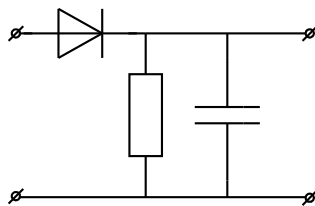


Рис. 2.7. Диодный детектор с открытым входом

При подаче на вход детектора воздействия в виде единичного скачка напряжения, на входе детектора будет наблюдаться постепенное нарастание напряжения (рис. 2.8).

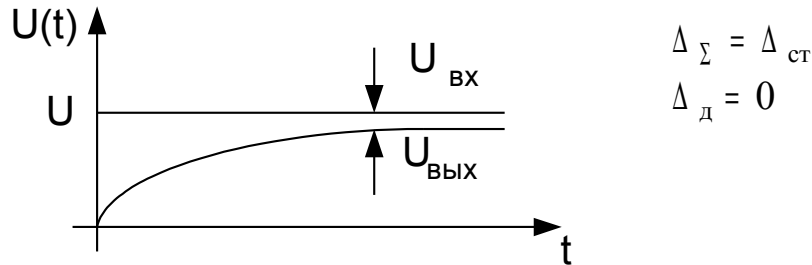


Рис. 2.8. Зависимость напряжения на входе и на выходе детектора при подаче на его вход скачка напряжения

По окончании переходного процесса разность между входным и выходным значениями напряжения будет равно статической погрешности измерений $\Delta_{\text{нó}}$. На рис. 2.8 также введены следующие обозначения: Δ_{Σ} – погрешность в динамическом режиме, $\Delta_{д}$ – динамическая погрешность.

При подаче на вход детектора величины, изменяющейся во времени, эюры напряжений на входе и выходе детектора будут иметь вид, приведенный на рис. 2.9. В данном случае, после окончания переходного процесса в РС цепи напряжение погрешность в динамическом режиме Δ_{Σ} будет представлять собой сумму статической и динамической погрешностей.

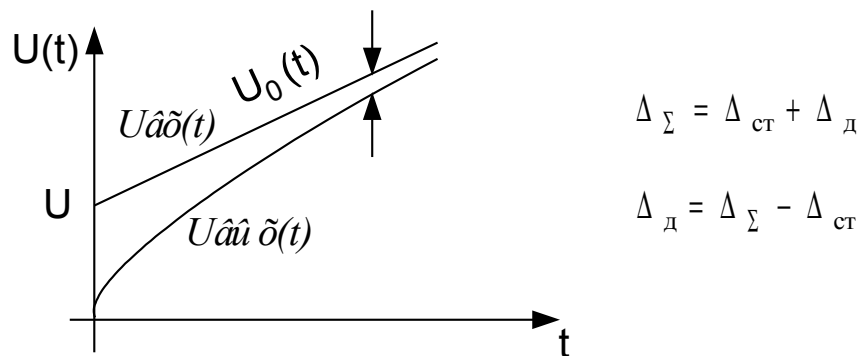


Рис. 2.9. Зависимость напряжения на входе и на выходе детектора при подаче на его вход скачка нарастающего напряжения.

Исходя из проведенного рассмотрения получено, что статистическая погрешность соответствует измерению постоянной во времени величины; погрешность в динамическом режиме – это суммарная погрешность, соответствующая измерению величины, изменяющейся во времени. Погрешность в динамическом режиме равна сумме статической и динамической погрешностей измерения.

Исходя из теории случайных процессов, динамическую погрешность можно исключить если обеспечить выполнение условия:

$$\tau_{ei\delta} \gg \tau_{i\delta}, \quad (2.1)$$

где $\tau_{ei\delta}$ - время корреляции входного измеряемого сигнала; $\tau_{i\delta} = R \cdot C$ - постоянная времени прибора.

На рис. 2.10 приведена зависимость напряжения на входе и выходе прибора от времени в зависимости от соотношения значений постоянной времени прибора и времени корреляции входного процесса, где на рис. 2.10 а) приведена зависимость при выполнении условия (2.1), на рис. 2.10 б) – для случая, если условие (2.1) не выполняется.

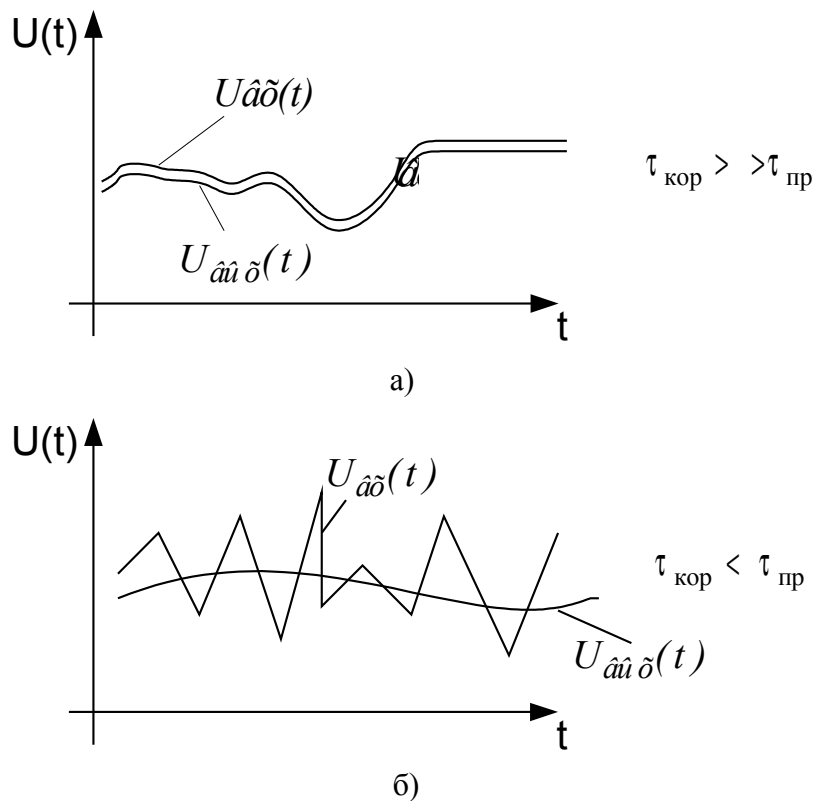


Рис. 2.10. Зависимость напряжения на входе $U_{a\delta}(t)$ и на выходе $U_{\hat{a}i\delta}(t)$ прибора

Таким образом, можно сделать вывод о том, что если условие (1) не будет выполняться, то будет существенно проявляться динамическая погрешность.

2.1.7. По закономерности проявления

В зависимости от закономерности проявления различают следующие виды погрешностей:

- систематические;

- случайные;
- промахи.

Систематической называется погрешность, постоянная по величине и знаку. Систематическую погрешность можно заранее изучить и исключить ее путем введения соответствующих поправок.

Для исключения влияния систематических погрешностей также применяют поверку измерительных приборов.

Поверкой называется совокупность действий, производимых с целью оценки погрешностей средств измерений и установления их пригодности к применению.

Например, на рис.2.11 приведена схема поверки вольтметра, при этом образцовый вольтметр $V_{обр}$ включают параллельно поверяемому $V_{пов}$. На вход приборов подают измеряемое напряжение U .

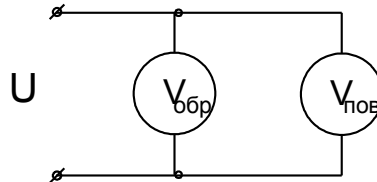


Рис. 2.11. Схема поверки вольтметра

Пусть в результате измерений в соответствии с вышеприведенной схемой образцовый вольтметр показал напряжение $U_{i\dot{\alpha}\delta} = 61.5\dot{A}$, а поверяемый - $U_{пов} = 60V$. Отсюда значение систематическая погрешность измерения напряжения поверяемым вольтметром определится как разность показаний поверяемого и образцового приборов и составит $\Delta U_{\tilde{n}} = -1.5\dot{A}$. Для исключения указанной погрешности к показаниям поверяемого вольтметра должна быть введена корректирующая поправка $\tilde{N} = 1.5V$. Исходя из этого, для исключения систематической погрешности значение напряжения поверяемого должно быть исправлено с учетом этой поправки и определяться из соотношения:

$$U_{i\dot{\alpha}\delta \quad \dot{\alpha}\delta} = U_{i\dot{\alpha}\delta} + \tilde{N}.$$

Следует отметить, что при наблюдении ряда проведенных измерений систематическая погрешность никак себя не проявляет.

Случайной называется погрешность, величина и знак которой заранее не могут быть предсказаны.

Ряд измерений, в которых присутствует случайная погрешность имеет, например вид: 21.0, 21.1, 21.2, 21.1.

Промах – это грубое искажение результатов измерений. Промахи должны быть исключены из обработки. Для этого существуют критерии их обнаружения, например критерий Романовского.

2.2. Методы описания случайных погрешностей измерения

Наиболее полной характеристикой случайной погрешности измерения является закон ее распределения. К законам распределения погрешностей относятся функция распределения погрешности $F(\Delta)$ или плотность распределения $f(\Delta) = \frac{\partial F(\Delta)}{\partial \Delta}$.

Погрешности измерения могут иметь различные законы распределения. Рассмотрим законы наиболее распространенные законы распределения.

2.2.1. Нормальный закон распределения

Для нормального закона распределения плотность вероятности $f(\Delta)$ задается в виде выражения:

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(\Delta - m)^2}{2 \cdot \sigma^2}}, \quad (2.2)$$

где m – математическое ожидание погрешности, определяемое для непрерывных случайных величин из выражения:

$$m = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \cdot f(\Delta) d\Delta ;$$

σ – среднеквадратическое отклонение погрешности Δ , представляющее собой квадратный корень из дисперсии величины $\sigma = +\sqrt{\sigma^2}$, определяемой как:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - m)^2 \cdot f(\Delta) d\Delta .$$

Функция распределения (интегральная) для нормального закона определяется как:

$$F(\Delta) = \int_{-\infty}^{\Delta} f(\Delta) d\Delta . \quad (2.3)$$

Используя выражение (2.2), получим:

$$F(\Delta) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\Delta} e^{-\frac{(\Delta - m)^2}{2 \cdot \sigma^2}} d\Delta .$$

Данный интеграл является неберущимся. Более удобно на практике пользоваться нормированным нормальным распределением, полученным при переходе к нормированной случайной величине: $t = \frac{\Delta - m}{\sigma}$.

В этом случае $F(\Delta)$ запишется в виде:

$$F(\Delta) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\Delta} e^{-\frac{(\Delta-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}} d\Delta = \left. \begin{array}{l} t = \frac{\Delta - m}{\sigma} \\ \Delta = t \cdot \sigma + m \\ d\Delta = dt \cdot \sigma \end{array} \right| =$$

$$= \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \sigma \cdot \int_{-\infty}^{\frac{\Delta}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{\Delta}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

или

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (2.4)$$

Интеграл (2.4) называется интегралом вероятностей. Существует также другие формы интеграла вероятностей, например:

$$\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Связь между $\Phi(x)$ и $\Phi^*(x)$ задается выражением:

$$\Phi(x) = \Phi^*(x) + 0.5.$$

Широкая распространенность нормального закона распределения на практике связана со свойством нормализации суммы независимых случайных величин.

Данное свойство нашло свое отражение в центрально предельной теореме Ляпунова, которая может быть сформулирована следующим образом.

Закон распределения суммы независимых случайных величин при большом их числе и при малом вкладе каждой из них в суммарный процесс стремиться к нормальному тем ближе, чем более $n \rightarrow \infty$.

Например, если суммарная погрешность Δ_{Σ} образована суммой пяти составляющих: $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5$:

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_5,$$

то закон распределения Δ_{Σ} можно считать нормальным. Если убрать Δ_2 , Δ_3 и Δ_4 , то закон распределения будет отличаться от нормального.

На рис. 2.12 приведены графики распределения составляющих погрешности и их сумм, при распределении каждой из составляющих погрешностей по равномерному закону с нулевым математическим ожиданием и заданным значением среднеквадратической погрешности.

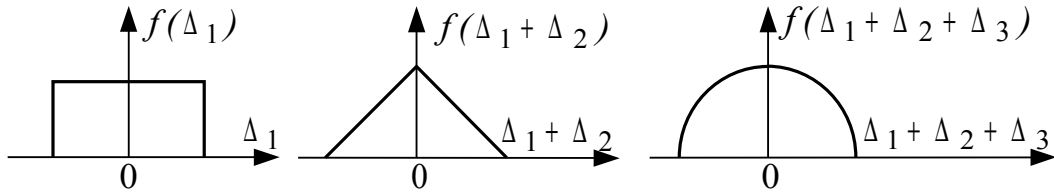


Рис. 2.12. Плотность вероятности суммы разного числа погрешностей

2.2.1. Равномерный закон распределения

Рассмотрим симметричный равномерный закон распределения. На рис.19 приведена плотность распределения для симметричного равномерного закона.

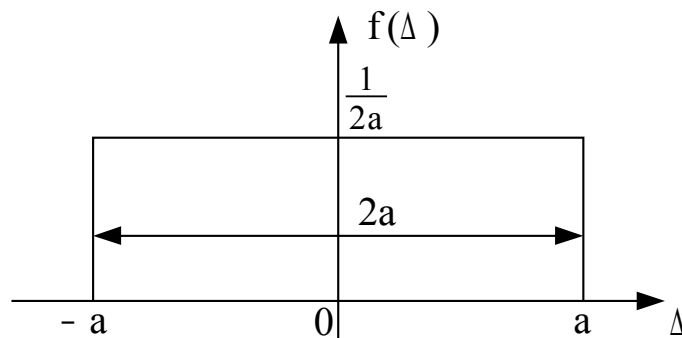


Рис. 2.13. Симметричный равномерный закон распределения

Аналитическое выражение, описывающее плотность вероятности для симметричного равномерного закона имеет вид:

$$f(\Delta) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & : -a < \Delta < a \\ 0 & : \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Интегральная функция распределения для данного распределения найдется из формулы:

$$F(\Delta) = \int_{-a}^{\Delta} f(\Delta) d\Delta = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{\Delta} d\Delta = \frac{1}{2a} \Delta \Big|_{-a}^{\Delta} = \frac{1}{2a}(\Delta + a). \quad (2.5)$$

Выражение (2.5) описывает поведение интегральной функции на интервале $(-a, a)$. Общее выражение для интегральной функции распределения на всей числовой оси запишется в виде:

$$F(\Delta) = \begin{cases} 0, & \text{при } \Delta < -a \\ \frac{1}{2a}(\Delta + a), & \text{при } \Delta \in (-a; a) \\ 1, & \text{при } \Delta > a \end{cases}$$

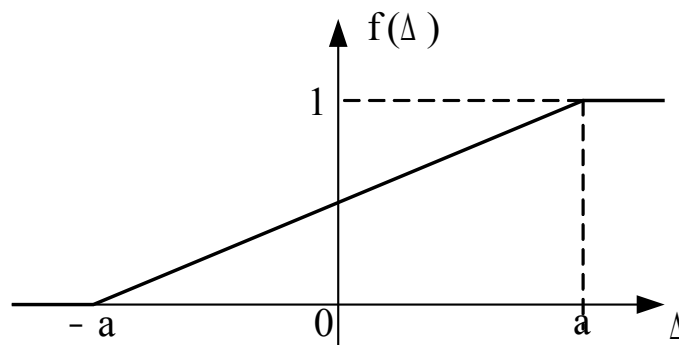


Рис. 2.14. График интегральной функции распределения для равномерного закона распределения

Равномерный закон распределения погрешности измерения встречается, например, при измерении временного интервала цифровым методом.

2.3. Закон распределения погрешности несинхронизированного квантования априорно неизвестного временного интервала

В измерительной технике все большее распространение находят цифровые методы, которые используются, в том числе, и при измерении временных интервалов (ВИ).

Рассмотрим упрощенную структурную схему цифрового измерителя временных интервалов (рис. 2.15).

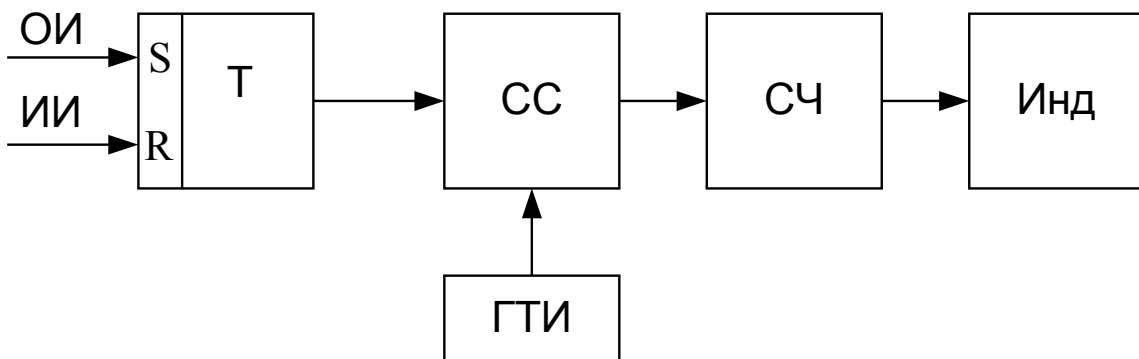


Рис. 2.15. Структурная схема цифрового измерителя временных интервалов.

На схеме цифрового измерителя временных интервалов введены следующие обозначения: ОИ – опорный импульс; ИИ – интервальный импульс; Т – RS – триггер; СС – схема совпадений; ГТИ – генератор тактовых импульсов; СЧ – счетчик; Инд – цифровой индикатор.

Различают два случая квантования априорно неизвестного временного интервала: не синхронизированного квантования и синхронизированное квантование.

Синхронизированное квантование – это когда начало квантующей последовательности и начало измеряемого импульса совпадают (рис. 2.16). В этом случае $\Delta t_n = 0$, $\Delta t_k \neq 0$.

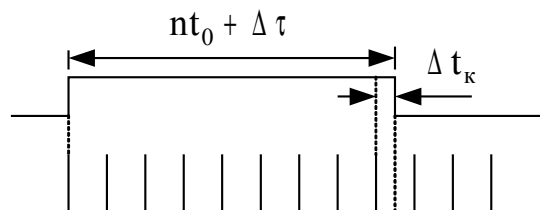


Рис. 2.16. Расстановка измеряемого ВИ и квантующих импульсов при синхронизированном квантовании

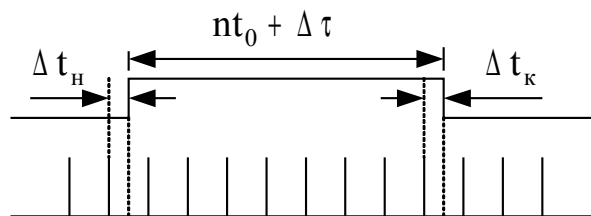


Рис. 2.17. Случай несинхронизированного квантования априорно неизвестного ВИ

Несинхронизированное квантование – когда начало квантующей последовательности может не совпадать с началом измеряемого временного интервала. В данном случае присутствуют обе погрешности – начала и конца измеряемого ВИ, т.е. $\Delta t_n \neq 0$, $\Delta t_k \neq 0$.

Вид квантования (синхронизированное или несинхронизированное) зависит от схемы построения измерителя временных интервалов.

Для синхронизированного квантования величина Δt_k имеет равномерное распределение в интервале $(0:t_0)$. Для несинхронизированного квантования величина Δt_k равномерно распределена в интервале $(0:t_0)$, а величина Δt_n в интервале $(-t_0:0)$ (рис. 2.18). В приведенных выражениях параметр t_0 представляет собой период следования квантующих импульсов, поступающих с ГТИ.

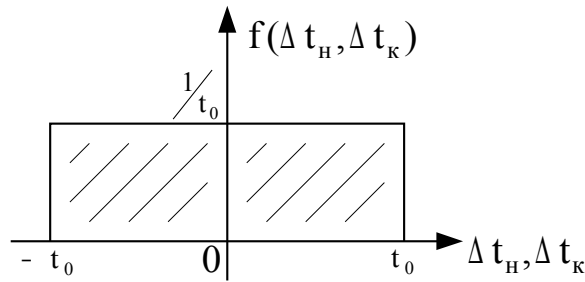


Рис. 2.18. Закон распределения погрешности начала и конца измеряемого ВИ

Суммарная погрешность измерения ВИ $\Delta t_{\Sigma} = \Delta t_{\text{н}} + \Delta t_{\text{к}}$ является суммой двух равномерно распределенных случайных величин. Закон распределения суммы двух случайных величин является композицией законов распределения составляющих. В математике доказывается, что закон распределения суммы двух независимых, равномерно распределенных случайных величин с одинаковыми дисперсиями соответствует закону Симпсона.

Значит, суммарная погрешность измеряемого временного интервала Δt_{Σ} распределена по закону Симпсона (рис. 2.19)

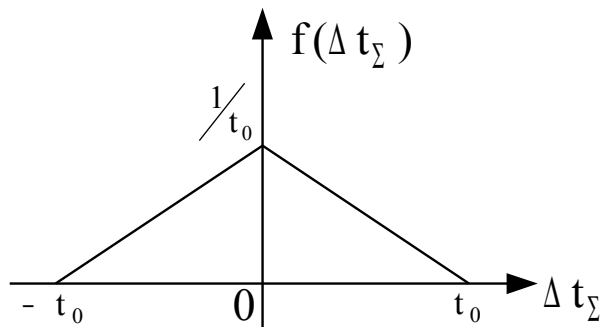


Рис. 2.19. Закон распределения погрешности несинхронизированного квантования априорно неизвестного ВИ

Аналитическое выражение для $f(\Delta t_{\Sigma})$ запишется в виде:

$$f(\Delta t_{\Sigma}) = \begin{cases} \frac{1}{t_0^2}(\Delta t_{\Sigma} + t_0); & -t_0 < \Delta t_{\Sigma} < 0 \\ -\frac{1}{t_0^2}(\Delta t_{\Sigma} - t_0); & 0 < \Delta t_{\Sigma} < t_0 \\ 0; & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Можно найти среднеквадратическое значение погрешности несинхронизированного квантования априорно неизвестного временного интервала. Для этого надо применить формулу для нахождения дисперсии:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - m)^2 f(\Delta) d\Delta,$$

а т.к. $m = 0$ (можно доказать), то

$$\sigma^2 = \int_{-a}^a \Delta^2 \cdot f(\Delta) d\Delta = \frac{t_0^2}{6}.$$

Вышеприведенный результат можно получить другим способом. Поскольку известно, что $\sigma^2(\Delta t_i) = \sigma^2(\Delta t_e) = \frac{t_0^2}{12}$, а $t_i = t_H + t_K$, то

$$2 \cdot \frac{t_0^2}{12} + 2 \cdot \frac{t_0^2}{12} + 2 \cdot \frac{t_0^2}{12} = \frac{t_0^2}{6},$$

$$\frac{t_0^2}{6} = \frac{t_0^2}{6}.$$

В случае синхронизированного квантования дисперсия погрешности соответствует дисперсии конца измеренного ВИ $\sigma^2(\Delta t_e) = \frac{t_0^2}{12}$, поскольку $\Delta t_i = 0$. Следовательно, среднеквадратическая погрешность синхронизированного квантования составляет $\sigma_{\text{н.е}} = \frac{t_0}{\sqrt{12}}$.

Также при цифровых измерениях имеют место дискретные законы распределения погрешностей измерения. Рассмотрим пример такой погрешности.

2.4. Закон распределения погрешности несинхронизированного квантования фиксированного временного интервала

Измеряем временной интервал, длительность которого имеет постоянное (фиксированное) значение

$$\tau = n \cdot t_0 + \Delta \tau,$$

где n – число импульсов, попадающих внутрь измеряемого интервала τ ; $\Delta \tau$ – дробная часть измеряемого ВИ; t_0 – период следования квантующих импульсов, поступающих с генератора тактовых импульсов (ГТИ).

Число квантующих импульсов n определяется как:

$$n = \left[\frac{\tau}{t_0} \right],$$

где $[.]$ – целая часть числа, например $[5.3]=0.3$.

Дробная часть измеряемого интервала определяется из соотношения:

$$\Delta \tau = \left\{ \frac{\tau}{t_0} \right\} \cdot t_0,$$

где $\{.\}$ – дробная часть числа, например $\{5.3\} = 0.3$.

На рис. 2.20 представлены случаи квантования фиксированного ВИ для различных случаев расстановки последовательности квантующих импульсов и измеряемого ВИ.

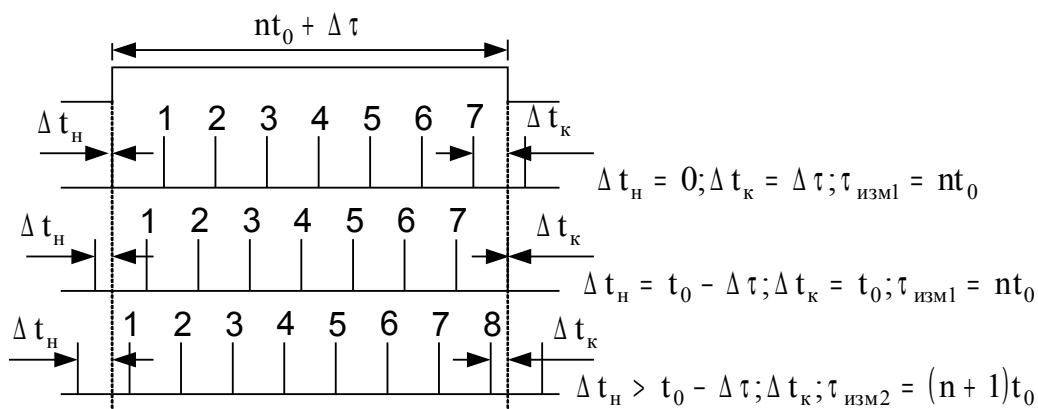


Рис. 2.20. Варианты расстановки измеряемого ВИ и квантующих импульсов

Исходя из рассмотрения рис. 2.20 получено, что при $\Delta t_i \in (0 : t_0 - \Delta \tau)$

$$\tau_{\text{эцп}} = nt_0.$$

Погрешность измерения:

$$\Delta \tau_1 = \tau_{\text{эцп}} - \tau = nt_0 - nt_0 - \Delta \tau = -\Delta \tau.$$

При $\Delta t_i \in (t_0 - \Delta \tau : t_0)$

$$\tau_{\text{эци}} = (n+1)t_0.$$

Погрешность измерения:

$$\Delta \tau_2 = \tau_{\text{эци}} - \tau = (n+1)t_0 - nt_0 - \Delta \tau = nt_0 + t_0 - nt_0 - \Delta \tau = t_0 - \Delta \tau.$$

Найдем вероятность того, что погрешность Δt_i будет находиться в интервале $(0 : t_0 - \Delta \tau)$. Известно, что Δt_i имеет равномерный закон распределения в интервале $(0 : t_0)$. График плотности распределения погрешности измерения начала временного интервала приведен на рис. 2.21.

Вероятность попадания случайной величины в интервал представляет собой отношение длины этого интервала к длине интервала всех возможных попаданий случайной величины т.е.:

$$P_1 = \frac{t_0 - \Delta \tau}{t_0} = 1 - \frac{\Delta \tau}{t_0}.$$

Найдем вероятность того, что погрешность Δt_i будет находиться во втором интервале $\Delta t_i \in (t_0 - \Delta \tau : t_0)$.

Длина второго интервала: $t_0 - (t_0 - \Delta \tau) = \Delta \tau$, отсюда

$$P_2 = \frac{\Delta \tau}{t_0}.$$

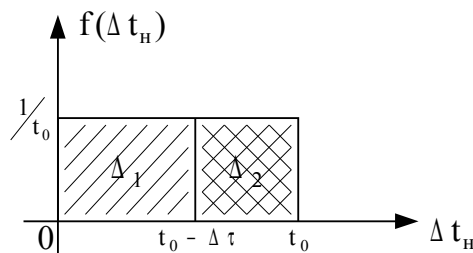


Рис. 2.21. Определение вероятности попадания погрешности Δt_i в заданные интервалы

Таким образом, получено, что при несинхронизированном квантовании фиксированного интервала времени погрешность измерения принимает два дискретных значения, т.е. является дискретной случайной величиной. Для описания дискретных случайных величин используется ряд распределения, который представляет собой таблицу, в которой находятся возможные значения, принимаемые случайной величиной X , а также вероятности их появления:

Табл.2.1. Ряд распределения дискретной случайной величины

Δ_i	Δ_1	Δ_2	Δ_n
------------	------------	------------	------	------------

$$P_i \quad P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_n$$

В нашем случае, погрешность несинхронизированного квантования фиксированного временного интервала может принять всего два значения: $\Delta_1 = -\Delta\tau$ и $\Delta_2 = t_0 - \Delta\tau$ с вероятностями, найденными выше.

Отсюда ряд распределения погрешности несинхронизированного квантования фиксированного интервала времени имеет вид:

Табл.2.2 Ряд распределения погрешности квантования фиксированного ВИ

Δ_i	$-\Delta\tau$	$t_0 - \Delta\tau$
P_i	$1 - \frac{\Delta\tau}{t_0}$	$\frac{\Delta\tau}{t_0}$

Таким образом, найден закон распределения погрешности несинхронизированного квантования фиксированного временного интервала. Осталось определить числовые характеристики этой погрешности, а именно: математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.

Математическое ожидание дискретной случайной величины определяется по формуле:

$$\begin{aligned} M(\Delta) &= \sum_{i=1}^n \Delta_i P_i = -\Delta\tau \left(1 - \frac{\Delta\tau}{t_0}\right) + (t_0 - \Delta\tau) \frac{\Delta\tau}{t_0} = \\ &= -\Delta\tau + \frac{\Delta\tau^2}{t_0} + \frac{t_0\Delta\tau}{t_0} - \frac{\Delta\tau^2}{t_0} = -\Delta\tau + \Delta\tau = 0. \end{aligned}$$

Итак, математическое ожидание погрешности несинхронизированного квантования априорно неизвестного временного интервала равно нулю.

Дисперсия дискретной случайной величины определяется по формуле:

$$\begin{aligned} D(\Delta) &= \sum_{i=1}^n [\Delta_i - M(\Delta)]^2 P_i = \Delta\tau^2 \left(1 - \frac{\Delta\tau}{t_0}\right)^2 + (t_0 - \Delta\tau)^2 \frac{\Delta\tau}{t_0} = \\ &= \Delta\tau^2 - \frac{\Delta\tau^3}{t_0} + (t_0^2 - 2t_0\Delta\tau + \Delta\tau^2) \frac{\Delta\tau}{t_0} = \Delta\tau^2 - \frac{\Delta\tau^3}{t_0} + \frac{t_0^2\Delta\tau}{t_0} - \frac{2t_0\Delta\tau^2}{t_0} + \frac{\Delta\tau^3}{t_0} = \\ &= \Delta\tau^2 + t_0\Delta\tau - 2\Delta\tau^2 = t_0\Delta\tau - \Delta\tau^2 = \Delta\tau(t_0 - \Delta\tau). \end{aligned}$$

Отсюда среднеквадратическая погрешность несинхронизированного квантования фиксированного ВИ составляет:

$$\sigma = +\sqrt{D} = \sqrt{\Delta\tau(t_0 - \Delta\tau)}.$$

На рис. 2.22 приведен график зависимости $\sigma = f(\Delta\tau)$.

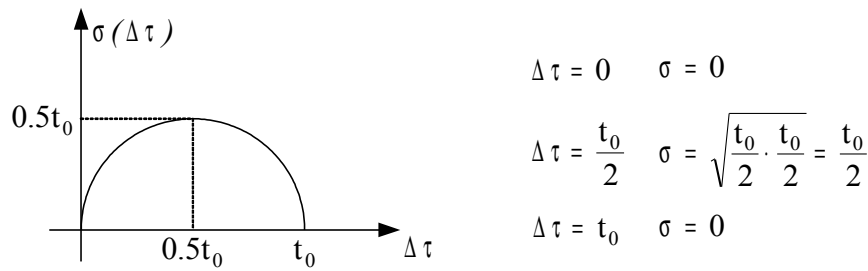


Рис. 2.22. Зависимость среднеквадратической погрешности от величины дробной части измеряемого ВИ

Таким образом, погрешность квантования фиксированного временного интервала зависит от величины этого интервала. Когда длительность временного интервала кратна t_0 , то погрешность равна нулю, если она составляет $t_0/2$ – то погрешность максимальна.

2.5. Доверительное значение погрешности

Доверительное значение погрешности соответствует половине доверительного интервала при заданной доверительной вероятности P_d . Доверительное значение погрешности определяется на основе решения следующего уравнения:

$$P_{\bar{a}} = \int_{-\Delta_{\bar{a}}}^{\Delta_{\bar{a}}} f(\Delta) d\Delta = F(\Delta_{\bar{a}}) - F(-\Delta_{\bar{a}}),$$

где $f(\Delta)$ – плотность распределения погрешности измерения Δ , $F(\Delta)$ – интегральная функция распределения погрешности Δ .

Исходя из вышеприведенного выражения, связывающего значения доверительной вероятности с доверительным значением погрешности результата измерения, значение доверительной вероятности $P_{\bar{a}}$ представляет собой площадь, ограниченную $f(\Delta)$ на доверительном интервале $(-\Delta_{\bar{a}}; \Delta_{\bar{a}})$ (рис. 2.23). При этом считается, что систематическая погрешность измерений отсутствует.

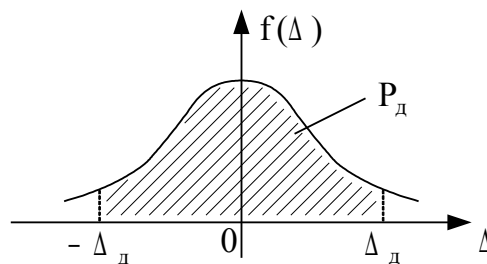


Рис. 2.23. Взаимосвязь между значениями доверительной вероятности и доверительной погрешности

При симметричной плотности распределения вероятностей для интегральной функции распределения вероятностей выполняется условие:

$$F(-\Delta_{\ddot{a}}) = 1 - F(\Delta_{\ddot{a}}),$$

следовательно:

$$P_{\ddot{a}} = 2F(\Delta_{\ddot{a}}) - 1 = 1 - 2F(-\Delta_{\ddot{a}}).$$

Следует отметить, что доверительное значение погрешности оказывается пропорциональным среднеквадратическому значению погрешности σ .

$$\Delta_{\ddot{a}} = t\sigma,$$

где t – коэффициент, зависящий от вида закона распределения и значения доверительной вероятности $P_{\ddot{a}}$.

Для нормального распределения коэффициент t определяют, решая следующее уравнение:

$$P_{\ddot{a}} = \Phi(t) - \Phi(-t).$$

или

$$P_{\ddot{a}} = 2\Phi(t) - 1 = 2\Phi\left(\frac{\Delta_{\ddot{a}}}{\sigma}\right) - 1,$$

отсюда

$$\Phi\left(\frac{\Delta_{\ddot{a}}}{\sigma}\right) = \frac{1 + P_{\ddot{a}}}{2}. \quad (2.6)$$

Решая (2.6) определяют коэффициент $t = \frac{\Delta_{\ddot{a}}}{\sigma}$, а затем по известной σ находят $\Delta_{\ddot{a}}$.

Значение коэффициента t можно найти по следующим приближенным формулам.

Для экспоненциальных законов распределения, к которым относится нормальный, справедливо следующее соотношение:

$$t \approx 1.62 \left[3.8(\varepsilon - 1.6)^{2/3} \right]^{1/\lg \lg [1/(1 - P_{\ddot{a}})]},$$

где ε – эксцесс распределения.

Погрешности аппроксимации

для $P_{\ddot{a}} \in (0.9 \div 0.99) = 4\%$, $P_{\ddot{a}} \in (0.99 \div 0.999) = 8\%$.

Для уплощенных законов распределения, к которым относится также равномерный справедливо следующее соотношение:

$$t = 1.56 \cdot \left[1.12 + \frac{(\varepsilon - 1.8)^{0.58}}{\sqrt{10}} \right]^{lg[0.1/(1-P_{\bar{a}})]}$$

Значение коэффициента t в соответствии с вышеприведенной формулой определяется с погрешностью не более 8%.

Для кругловершинных двумодальных законов распределения коэффициент t определяется соотношением:

$$t = 1.6 \cdot \{3.6 \cdot [1 + lg(\varepsilon - 1)]\}^{lg lg[1/(1-P_{\bar{a}})]}$$

– с погрешностью 10% в интервале $P_{\bar{d}}$ от 0.9 до 0.99.

Для островершинных двумодальных законов распределения

$$t = 1.23 \left[1 + \sqrt{\frac{\varepsilon - 1}{2.5}} lg \frac{0.175}{1 - P_{\bar{a}}} \right]$$

– с погрешностью 5% для $P_{\bar{a}}$ от 0.9 до 0.999.

Построим зависимости $P_{\bar{a}}$ от $t = \frac{\Delta_{\bar{a}}}{\sigma}$, т.е. $P_{\bar{a}} = f\left(\frac{\Delta_{\bar{a}}}{\sigma}\right)$.

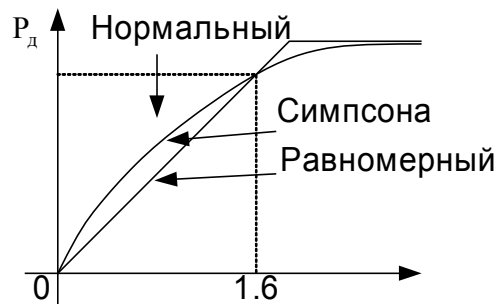


Рис. 2.24. Зависимость $P_{\bar{a}}$ от t

Как видно из рис. 2.24, все три зависимости пересекаются в окрестности точки с координатами $P_d=0.9$, при этом $t=1.6$. Этим свойством обладают и другие законы распределения погрешностей. На основании этого свойства можно рекомендовать для $P_d=0.9$, независимо от закона распределения выбирать

$$\Delta_{\bar{a}} = 1.6 \cdot \sigma$$

На практике, при вычислении $\Delta_{\bar{a}}$ часто возникают затруднения с выбором $P_{\bar{a}}$. Учитывая, что чаще всего приходится иметь дело с ограниченным числом измерений, не рекомендуется брать слишком большие значения доверительной вероятности $P_{\bar{a}}$. Обычно выбор $P_{\bar{a}} = 0.9 \div 0.95$ является приемлемым.

Для нормального закона распределения построим таблицу, иллюстрирующую зависимость доверительной вероятности $P_{\bar{a}}$ от коэффициента t .

Табл.2.3. Зависимость доверительной вероятности от коэффициента t для нормального закона распределения

$t = \frac{\Delta_{\bar{a}}}{\sigma}$	1	1.5	1.64	2.0	2.6	3.0
$P_{\bar{a}}$	0.68	0.87	0.9	0.95	0.99	0.9973

Отсюда возникает известное из математики правило “трех сигм”, которое говорит, что с вероятностью 99.73% для нормального распределения результаты экспериментов будут находиться в пределах $\pm 3\sigma$ от истинного значения измеряемой величины.

Для различных средств измерений при заданной доверительной вероятности величина доверительного интервала различна. На рис.31 приведена зависимость значения доверительного интервала для различных групп средств измерений при постоянной доверительной вероятности. Из рисунка следует, что минимальным значением доверительного интервала и доверительной погрешности обладают эталоны, затем по мере увеличения значения допустимой доверительной погрешности следуют образцовые средства измерений, а затем рабочие средства измерений. Цифрами на рис. 2.25 обозначен класс точности средств измерений.

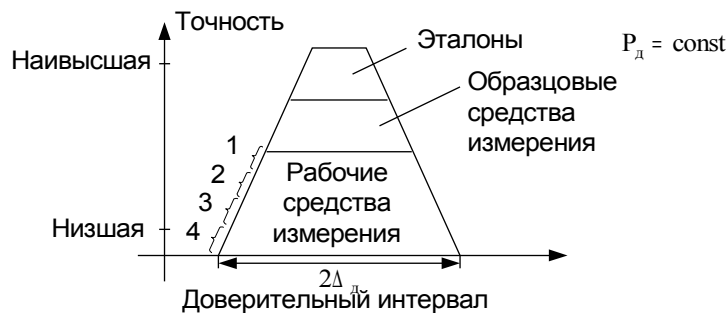


Рис. 2.25. Доверительный интервал в зависимости от класса точности средств измерений.

С уменьшением значения доверительного интервала, повышается стоимость и сложность построения прибора.

2.6. Показатели точности измерений, рекомендованные ГОСТ 8.011-72

Обозначение погрешности в соответствии с ГОСТ 8.011–72:

$$\Delta = \Delta_{\tilde{n}} + \overset{\circ}{\Delta},$$

где Δ – общая (суммарная) погрешность измерения, Δ_c – систематическая составляющая погрешности измерения, $\overset{\circ}{\Delta}$ – случайная составляющая погрешности.

ГОСТ 8.011–72 устанавливает количественные показатели точности измерений, способы их выражения и форму представления результатов измерений. В соответствии с ГОСТ, точность измерений выражается следующими способами.

1). Интервалом, в котором с установленной вероятностью находиться суммарная погрешность измерения.

Форма представления в этом случае должна быть следующей:

$$A; \Delta \overset{i}{\Delta} \overset{a}{\Delta}; P_{\overset{a}{\Delta}};$$

где A – результат измерения в единицах измерений величины; Δ – погрешность измерения; $\overset{i}{\Delta}$ – нижняя граница погрешности измерения; $\overset{a}{\Delta}$ – верхняя граница погрешности измерения, причем Δ , $\overset{i}{\Delta}$, $\overset{a}{\Delta}$ выражаются в тех же единицах, что и A ; $P_{\overset{a}{\Delta}}$ – установленная (доверительная) вероятность погрешности измерения в этих границах.

Пример: 31.4 В; Δ от –0.2 В до 0.2; $P_{\overset{a}{\Delta}}=0.90$.

2). Интервалом, в котором с установленной вероятностью находиться систематическая составляющая погрешности измерения, стандартной аппроксимацией функции распределения случайной погрешности измерения и ее среднеквадратическим значением.

Форма представления результатов измерения:

$$A; \Delta_{\tilde{n}} \overset{i}{\Delta} \overset{a}{\Delta}; P_{\overset{a}{\Delta}}; \overset{\circ}{\sigma}(\overset{\circ}{\Delta}); f_{\tilde{n}\overset{\circ}{\Delta}}(\overset{\circ}{\Delta}),$$

где $\Delta_{\tilde{n}}$, $\overset{i}{\Delta}$, $\overset{a}{\Delta}$ – соответственно систематическая составляющая погрешности измерения и нижняя и верхняя ее границы в единицах измеряемой величины; $P_{\overset{a}{\Delta}}$ – заданная (доверительная) вероятность систематической составляющей погрешности в этих границах; $\overset{\circ}{\Delta}$ – оценка среднеквадратического отклонения случайной составляющей погрешности измерения в единицах измеряемой величины; $f_{\tilde{n}\overset{\circ}{\Delta}}(\overset{\circ}{\Delta})$ – стандартная аппроксимация функции распределения случайной погрешности измерения, выбираемая из перечня, приведенного в ГОСТ 8.011–72.

Стандартные распределения, рекомендации:

1). Равномерный закон распределения

- 2). Усеченный нормальный
- 3). Усеченный релеевский
- 4). Острове́ршинный и плоскоове́ршинный закон распределения

Пример: 10.75 Гц; $\Delta_{\tilde{n}}$ от 0.15 Гц до 0.25 Гц; $P_{\tilde{a}}=0.95$, $\sigma(\overset{\circ}{\Delta})=0.2$ Гц; равн.

3). Стандартными аппроксимациями функций распределения статистической и случайной составляющих погрешностей измерения и их средними квадратическими отклонениями.

$$A; \tilde{\sigma}(\Delta_{\tilde{n}}); f_{\tilde{n}\overset{\circ}{\Delta}}(\Delta_{\tilde{n}}); \tilde{\sigma}(\overset{\circ}{\Delta}); f_{\tilde{n}\overset{\circ}{\Delta}}(\overset{\circ}{\Delta});$$

где $\tilde{\sigma}(\Delta_{\tilde{n}})$ – оценка среднеквадратического отклонения (СКО) случайной составляющей погрешности измерений в единицах измеряемой величины; $\tilde{\sigma}(\overset{\circ}{\Delta})$; – оценка СКО случайной составляющей погрешности измерений в единицах измеряемой величины; $f_{\tilde{n}\overset{\circ}{\Delta}}(\Delta_{\tilde{n}})$, $f_{\tilde{n}\overset{\circ}{\Delta}}(\overset{\circ}{\Delta})$ – стандартные аппроксимации функции распределения систематической и случайной составляющих погрешностей измерений соответственно, выбирается из перечня, приведенного в ГОСТ 8.011–72.

Пример: 150.07 В; $\sigma(\Delta_{\tilde{n}}) = 0.33$ В; $\sigma(\overset{\circ}{\Delta}) = 0.01$ В; норм ;

4). Функциями распределения систематической и случайной составляющих погрешности измерения.

$$A; f(\Delta_{\tilde{n}}); f(\overset{\circ}{\Delta}),$$

где $f(\Delta_{\tilde{n}})$; $f(\overset{\circ}{\Delta})$ – соответственно функции распределения (плотности) систематической и случайной составляющей погрешности измерения, задаваемые таблицами (с указанием масштаба) или формулами (с указанием численными значениями параметров).

Пример неправильной записи: 31.4 В; Δ от –0.151 до 0.151 В.

В соответствии с рекомендациями ГОСТ, число значащих цифр в погрешности должно быть не более двух. Значащие разряды погрешности и результата измерения тоже должны совпадать.

2.7. Погрешности косвенных измерений

При косвенном измерении результаты, полученные прямыми измерениями, являются исходными данными для дальнейших вычислений. Наличие погрешности прямых измерений приводит к тому, что окончательный результат, т.е. результат косвенного измерения, также имеет погрешность. Задача оценки погрешности результата косвенного измерения является частным

случаем определения статистических характеристик функций от случайных величин.

Примером косвенных измерений является задача определения коэффициента передачи цепи. Например, коэффициент передачи цепи по напряжению определяется соотношением:

$$K_u = \frac{U_{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}}{U_{\hat{a}\hat{o}}},$$

где $U_{\hat{a}\hat{u}\hat{o}}, U_{\hat{a}\hat{o}}$ – прямые измерения напряжения на входе и выходе усилителя, K_u – коэффициент усиления по напряжению, являющийся результатом косвенного измерения.

Рассмотрим простейший случай, когда неизвестная величина является непрерывной и дифференцируемой функцией двух других величин x и y , определяемых результатами прямых измерений, т.е.

$$z = f(x, y), \quad (2.7)$$

где Z – результат косвенного измерения, x, y – прямые измерения.

Перейдя к действительным значениям A_x и A_y измеряемых величин x и y , введем в рассмотрение погрешности измерений Δx и Δy . С учетом погрешностей, выражение (2.7) может быть записано в виде:

$$A_z + \Delta z = f(A_x + \Delta x, A_y + \Delta y).$$

Считая погрешности Δx и Δy , малыми по сравнению с действительными значениями A_x и A_y , разложим функцию $f(x, y)$ в ряд Тейлора в окрестностях точки A_x, A_y :

$$A_z + \Delta z = f(A_x, A_y) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Delta y^2. \quad (2.8)$$

Отсюда:

$$A_z = f(A_x, A_y).$$

Отсюда следует, что действительное значение косвенно измеряемой величины получается путем подстановки в уравнение измерения (2.7) действительных значений величин, определяемых прямыми измерениями.

Представим погрешности Δx и Δy в виде суммы случайной составляющей $\overset{\circ}{\Delta}$ и систематической Δ_c , получим:

$$\begin{aligned}\Delta x &= \overset{\circ}{\Delta} x + \Delta x_c \\ \Delta y &= \overset{\circ}{\Delta} y + \Delta y_c\end{aligned}$$

Вследствие малости величин Δx и Δy оставим в разложении в ряд Тейлора (2.8) только линейные члены разложения в ряд Тейлора, получим:

$$\Delta z_c + \overset{\circ}{\Delta} z = \frac{\partial f}{\partial x} (\Delta x_c + \overset{\circ}{\Delta} x) + \frac{\partial f}{\partial y} (\Delta y_c + \overset{\circ}{\Delta} y) \quad (2.9)$$

Усредним левую и правую части выражения (2.9). В результате усреднения случайные составляющие погрешности измерения будут исключены, а останется только систематическая погрешность, т.к. $\overset{\circ}{\Delta} \tilde{n} = M(\overset{\circ}{\Delta})$, т.е. выражение (2.8) примет вид:

$$\Delta z_c = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x_c + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y_c. \quad (2.10)$$

Таким образом, выражение (2.10) позволяет найти систематическую составляющую погрешности косвенного измерения.

Вычитая из (2.9) выражение (2.10), получают выражение для случайной составляющей погрешности измерений.

$$\overset{\circ}{\Delta} z = \frac{\partial f}{\partial x} \overset{\circ}{\Delta} x + \frac{\partial f}{\partial y} \overset{\circ}{\Delta} y. \quad (2.11)$$

Усреднение квадрата левой и правой частей выражения (2.11) позволяет найти дисперсию результата вычислений.

$$\begin{aligned}M(\overset{\circ}{\Delta} z^2) &= M\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \overset{\circ}{\Delta} x + \frac{\partial f}{\partial y} \overset{\circ}{\Delta} y\right)^2\right], \\ \sigma_z^2 &= M\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \overset{\circ}{\Delta} x^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \overset{\circ}{\Delta} x \overset{\circ}{\Delta} y + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \overset{\circ}{\Delta} y^2\right], \\ \sigma_z^2 &= \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} R_{xy} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2,\end{aligned}$$

где R_{xy} – корреляционный момент погрешностей Δx и Δy .

Корреляционный момент связи погрешностей x и y служит мерой линейной статистической связи случайных величин x и y . В отличие от функциональной, статистическая связь указывает лишь на то, что по каким-либо причинам случайные величины обнаруживают тенденцию к синхронному изменению, причем не обязательно в одном направлении.

Корреляционный момент связи погрешностей определяется формулой:

$$R_{xy} = M(\Delta x \cdot \Delta y),$$

и представляет собой смешанный центральный момент 2-го порядка:

$$\mu_{11} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y) dx dy,$$

где $f(x, y)$ – совместная плотность распределения случайных величин x и y .

Наличие корреляционной связи иллюстрируется рис. 2.26 на котором приведены примеры распределения случайных величин x и y при наличии положительной а) и отрицательной б) корреляции.

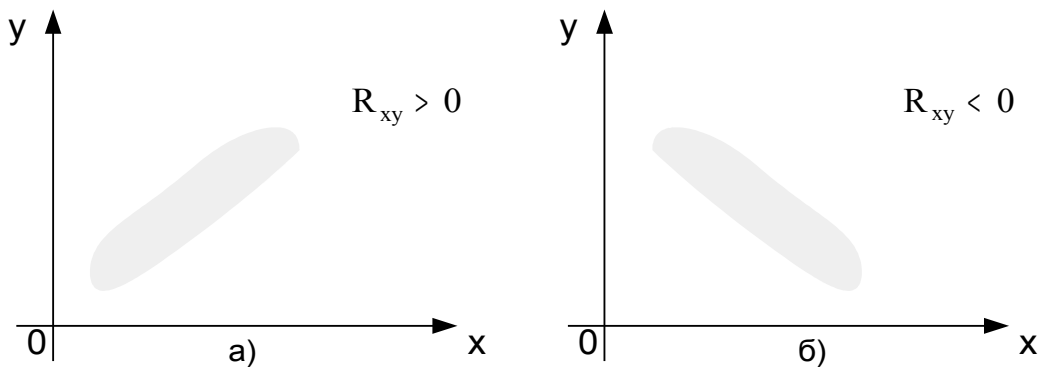


Рис. 2.26. Распределение случайных величин при наличии положительной – а) и отрицательной – б) корреляции

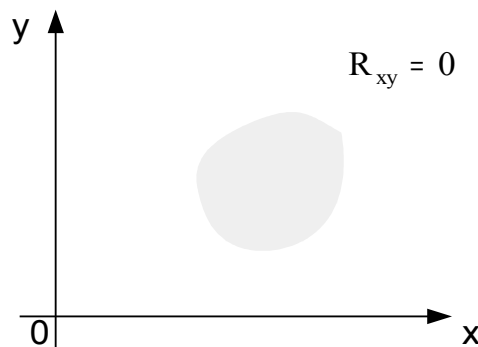


Рис. 2.27. Распределение некоррелированных случайных величин

Если в значениях, принимаемых случайными величинами не усматривается никакой статистической связи, и корреляционный момент их равен нулю (рис. 2.27), то такие случайные величины считаются некоррелированными (независимыми).

Часто для удобства вычислений используется понятие коэффициента корреляции, определяемого как:

$$r_{xy} = \frac{R_{xy}}{\sigma_x \sigma_y},$$

где σ_x, σ_y - среднеквадратические значения погрешностей величин x и y .

Область значений коэффициента корреляции находится в пределах ± 1 , т.е. $r_{xy} \in (-1; 1)$.

При работе с системой нескольких случайных величин, корреляционные моменты связи записывают в виде корреляционной матрицы, имеющей для случая работы по системе из трех случайных величин x_1, x_2, x_3 вид:

$$P = \begin{pmatrix} \sigma_{x_1}^2 & R_{x_1x_2} & R_{x_1x_3} \\ R_{x_1x_2} & \sigma_{x_2}^2 & R_{x_2x_3} \\ R_{x_1x_3} & R_{x_2x_3} & \sigma_{x_3}^2 \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

где на главной диагонали расположены дисперсии погрешностей измерения величин x_1, x_2, x_3 , а вне ее – корреляционные моменты связи этих погрешностей между собой.

Кроме того, следует обратить внимание на то, что корреляционная матрица (12) является симметричной.

В случае, если величины x_1, x_2, x_3 будут независимыми, т.е. корреляция между ними будет отсутствовать, корреляционная матрица (12) примет вид:

$$P = \begin{vmatrix} \sigma_{x_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{x_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{x_3}^2 \end{vmatrix}.$$

Нормированной корреляционной матрицей называется матрица, элемент которой являются коэффициентами корреляции r_{xy} . Нормированная корреляционная матрица для системы из трех случайных величин x_1, x_2, x_3 имеет вид:

$$P = \begin{vmatrix} 1 & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3} \\ r_{x_1x_2} & 1 & r_{x_2x_3} \\ r_{x_1x_3} & r_{x_2x_3} & 1 \end{vmatrix}.$$

Вернемся к погрешности косвенных измерений. Как было указано выше, среднеквадратическая погрешность результата косвенного измерения определяется в соответствии с выражением:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} R_{xy} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2}. \quad (2.13)$$

Если случайные величины x и y независимы, то $R_{xy} = 0$, отсюда:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2}.$$

Обобщая рассмотренный случай двух прямых измерений на случай, когда результат косвенного измерения является функцией n прямых измерений, получим.

$$y_{\text{èçì}} = F(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где $y_{\text{èçì}}$ – результат косвенного измерения, функционально связанный с результатом прямых измерений x_1, x_2, \dots, x_n .

Обобщая формулу (2.10) на n случайных величин получим для систематической погрешности косвенного измерения следующее выражение:

$$\Delta y_c = M(\Delta y) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} \Delta x_{ci},$$

где $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ – частная производная от функции F по переменной x_i , являющейся результатом i -го прямого измерения.

Далее, обобщая выражение (2.13) для случая n прямых измерений получим выражение для среднеквадратического значения случайной составляющей погрешности косвенного измерения,

$$\sigma(\overset{\circ}{\Delta} y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum_{i < j} \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} R_{x_i x_j}}, \quad (2.14)$$

при $R_{x_i y_i} = 0$ для всех $i < j$, выражение (14) примет вид:

$$\sigma(\overset{\circ}{\Delta} y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2}.$$

Таким образом, в соответствии с вышеприведенными соотношениями осуществляется оценка погрешности косвенных измерений.

2.8. Цели статистической обработки результатов многократных измерений. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам

Статистическая обработка результатов многократных измерений проводится с целью получения более точной оценки истинного значения измеряемой величины, а также с целью оценки погрешности измерения исходных данных и результирующей погрешности оценки истинного значения.

Оценки истинного значения измеряемой величины и ее погрешности являются статистическими оценками. К оценкам, полученным по статистическим данным, предъявляются требования состоятельности, несмещенности и эффективности.

1). Состоятельность.

Оценка \tilde{L} некоторой истинной величины L (под L и \tilde{L} понимается любая величина и ее оценка, например математическое ожидание, дисперсия и т.д.) называется состоятельной, если при увеличении числа измерений она стремится к истинному значению оцениваемой величины, т.е.:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{L}(x_1, x_2, \dots, x_n) = L,$$

где x_i – i -й результат многократных измерений.

2). Несмещенность.

Оценка \tilde{L} называется несмещенной, если ее математическое ожидание равно истинному значению оцениваемой величины, т.е.

$$M(\tilde{L}) = L.$$

3). Эффективность.

Оценка называется эффективной, если она обладает наименьшей дисперсией из всех возможных оценок, т.е.

$$D(\tilde{L}) = \min,$$

при одинаковом числе результатов многократных измерений n из всех возможных оценок.

2.9. Методы повышения эффективности оценок

В зависимости от полноты имеющейся измерительной информации и допустимой сложности алгоритмов оценивания используются следующие способы оптимизации оценок, приведенные в порядке усложнения алгоритмов оценивая и увеличения полноты имеющейся информации:

- наименьших квадратов;
- взвешенных наименьших квадратов;

- средний квадратический;
- максимального правдоподобия
- максимума апостериорной вероятности (Байесовский критерий)

Для использования метода взвешенных наименьших квадратов необходимо знать дисперсии результатов измерений $\sigma^2(x_1), \sigma^2(x_2), \dots, \sigma^2(x_n)$.

Для использования среднеквадратического критерия необходимо знать числовые характеристики системы случайных величин $(x_1, x_2, \dots, x_n, \bar{L})$

Для использования для повышения эффективности оценок метода максимального правдоподобия необходимо знание законов распределения результатов измерений: $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$

Для использования критерия максимума апостериорной вероятности необходимо знать совместные плотности распределения результатов измерений и оценок: $f(x_1, \bar{L}), f(x_2, \bar{L}), \dots, f(x_n, \bar{L})$, и априорную плотность распределения оценки $f(\bar{L})$.

Рассмотрим метод применения метода наименьших квадратов (МНК) для оценки истинного значения измеряемой величины.

Имеется ряд взаимно независимых результатов измерений x_1, x_2, \dots, x_n . Необходимо оценить истинное значение измеряемой величины \bar{a} .

Суть МНК состоит в минимизации суммы квадратов разностей результатов измерений и оценки, т.е. сумма квадратов разностей имеет вид:

$$Q = (x_1 - \bar{a})^2 + (x_2 - \bar{a})^2 + \dots + (x_n - \bar{a})^2 \rightarrow \min$$

Экстремум функции $Q(x_1, x_2, \dots, x_n / \bar{a})$ достигается в точке, где ее производная равна нулю, и при этом данный экстремум является минимумом.

$$\frac{\partial Q}{\partial \bar{a}} = -2(x_1 - \bar{a}) - 2(x_2 - \bar{a}) - \dots - 2(x_n - \bar{a}) = 0 \quad / : (-2),$$

$$x_1 - \bar{a} + x_2 - \bar{a} + \dots + x_n - \bar{a} = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - n\bar{a} = 0,$$

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Таким образом, при отсутствии априорных данных об измеряемой величине (неизвестен закон распределения и числовые характеристики) в качестве оценки истинного значения следует брать среднее арифметическое измеренных значений x_1, x_2, \dots, x_n .

В случае если известен закон распределения погрешностей измерений x_1, x_2, \dots, x_n и их числовые характеристики, то для нахождения эффективных оценок наиболее распространен критерий максимального правдоподобия, состоящий в поиске максимума функции правдоподобия.

Функцией правдоподобия оценки \tilde{L} называется условная плотность распределения $f(x_1, x_2, \dots, x_n / \tilde{L})$. Эффективная оценка \tilde{L} соответствует максимуму функции правдоподобия (рис. 2.28).

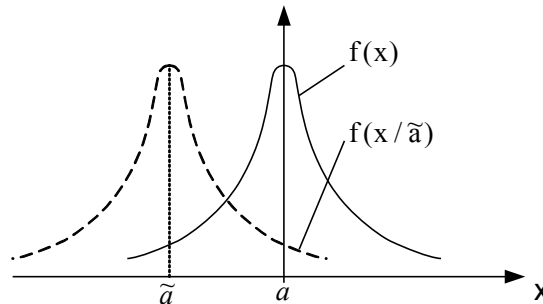


Рис. 2.28. К пояснению понятия условной плотности вероятности

На рис. 2.28 приняты следующие обозначения $f(x)$ — истинная плотность распределения результатов измерения с математическим ожиданием a , $f(x/\tilde{a})$ — условная плотность распределения, характеризующаяся оценкой математического ожидания \tilde{a} .

2.10. Определение доверительного значения погрешности результата измерения.

Доверительное значение погрешности оценки истинного значения результата измерения можно рассчитать по формуле:

$$\Delta_{\tilde{a}} = t \cdot \tilde{\sigma},$$

где $\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{a})^2}$ — статистическая оценка среднеквадратической погрешности исходных данных;

$\tilde{a} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$ — оценка истинного значения измеряемой величины, найденная по n результатам измерений x_1, x_2, \dots, x_n .

При этом возникают трудности, связанные с незнанием закона распределения и приближенным значением найденной оценки СКО $\tilde{\sigma}$.

При нормальном законе распределения исходных данных доверительное значение погрешности оценки, полученной путем усреднения, находят с использованием распределения Стьюдента, которое имеет случайная величина:

$$T_p = \frac{\sqrt{n}(\tilde{a} - a)}{\tilde{\sigma}}.$$

В этом случае доверительное значение погрешности оценки истинного значения \tilde{a} находят с использованием соотношения:

$$\Delta_{\tilde{a}}(\tilde{a}) = t_{p,n} \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}},$$

где коэффициент $t_{p,n}$ зависит от числа опытов n и заданной доверительной вероятности $P_{\tilde{a}}$.

Зависимость $t_{p,n}$ от n и $P_{\tilde{a}}$ приведена в соответствующих таблицах, например в [1].

2.11. Обработка неравноточных измерений

Неравноточными называются измерения, выполненные при различных условиях. Результаты этих измерений являются случайными величинами. Если они независимы и свободны от систематических погрешностей, то их математическое ожидание одинаково:

$$M(x_1) = M(x_2) = \dots = M(x_n) = a,$$

где a – истинное значение измеряемой величины.

Среднеквадратические погрешности таких измерений различны, т.е.:

$$\sigma(x_1) \neq \sigma(x_2) \neq \dots \neq \sigma(x_n).$$

Для оценки действительного значения измеряемой величины используют общее арифметическое среднее, также называемое как среднее взвешенное или весовое среднее, определяемое в соответствии в выражением:

$$\tilde{a} = \sum_{i=1}^n g_i x_i,$$

где g_i – вес i -го результата измерения.

Значения весовых коэффициентов определяют так, чтобы оценка истинного значения \tilde{a} была несмещенной, т.е.:

$$M(\tilde{a}) = a.$$

С целью обеспечения несмещенности оценки необходимо выполнить следующее требование:

$$\sum_{i=1}^n g_i = 1 \quad (2.15)$$

Эффективность оценки обеспечивается минимизацией дисперсии

$$\sigma^2(\tilde{\alpha}) = \sum_{i=1}^n g_i^2 \sigma^2(x_i).$$

С учетом условия (15) получим:

$$\sigma^2(\tilde{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n-1} g_i^2 \sigma^2(x_i) + \left(1 - \sum_{i=1}^{n-1} g_i\right)^2 \sigma^2(x_n). \quad (2.16)$$

Выражение (2.16) получено исходя из условия: $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^{n-1} x_i + x_n$.

Найдем экстремум функции $\sigma^2(\tilde{\alpha})$. Для этого возьмем частные производные $\frac{\partial \sigma^2(\tilde{\alpha})}{\partial g_i}$ и приравняем их к нулю, получим:

$$\frac{\partial \sigma^2(\tilde{\alpha})}{\partial g_i} = 2g_i \sigma^2(x_i) - 2 \left(1 - \sum_{i=1}^n g_i\right) \sigma^2(x_n) = 0,$$

где $1 - \sum_{i=1}^n g_i = g_n$.

Отсюда:

$$\begin{aligned} g_i \sigma^2(x_i) &= g_n \sigma^2(x_n), \\ g_i &= g_n \frac{\sigma^2(x_n)}{\sigma^2(x_i)}. \end{aligned}$$

Таким образом, веса результатов измерений должны быть обратно пропорциональны дисперсиям результатов соответствующих измерений:

$$g_1 : g_2 : g_3 : \dots : g_n = \frac{1}{\sigma^2(x_1)} : \frac{1}{\sigma^2(x_2)} : \frac{1}{\sigma^2(x_3)} : \dots : \frac{1}{\sigma^2(x_n)}. \quad (2.17)$$

Если P_1, P_2, \dots, P_n – система положительных чисел, удовлетворяющих условию (2.17), то для выполнения (2.15) нужно принять:

$$g_i = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^n P_i}.$$

Оценим дисперсию полученной оценки, подставив в (2.16) значения

$$g_i = g_n \frac{\sigma^2(x_n)}{\sigma^2(x_i)}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma^2(\tilde{a}) &= \sum_{i=1}^n \left(g_n \frac{\sigma^2(x_n)}{\sigma^2(x_i)} \right)^2 \sigma^2(x_i) = \sum_{i=1}^n g_n^2 \frac{\sigma^4(x_n)}{\sigma^4(x_i)} \sigma^2(x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^n g_n^2 \frac{\sigma^4(x_n)}{\sigma^2(x_i)} = g_n^2 \sigma^4(x_n) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma^2(x_i)} \end{aligned}$$

Отсюда среднеквадратическая погрешность оценки истинного значения измеряемой величины, найденной как средневзвешенное значение, равна:

$$\sigma(\tilde{a}) = g_n \sigma^2(x_n) \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma^2(x_i)}}. \quad (2.18)$$

Рассмотрим случай равноточных измерений. При этом для оценки истинного значения из меряемой величины используем оценку, найденную как средневзвешенное значения результатов измерений.

В случае равноточных измерений

$$\sigma(x_1) = \sigma(x_2) = \dots = \sigma(x_n) = \sigma.$$

Найдем весовые коэффициенты. Поскольку измерения равноточные, то весовые коэффициенты оказываются одинаковыми:

$$g_1 = g_2 = \dots = g_i = \dots = g_n.$$

Исходя из условия (2.15) найдем значения весовых коэффициентов

$$g_i = \frac{1}{n}.$$

Таким образом, в случае равноточных измерений веса их результатов обратно пропорциональны числу проведенных измерений n . В этом случае общее арифметическое среднее сведется к среднему арифметическому значению, являющемуся оптимальной оценкой по истинного значения измеряемой величины по критерию наименьших квадратов:

$$\tilde{a} = \sum_{i=1}^n g_i x_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Подставим g_i и $\sigma(x_i)$ в выражение (2.18), получим:

$$\sigma(\tilde{a}) = \frac{1}{n} \sigma^2 \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma^2}} = \frac{1}{n} \sigma^2 \sqrt{\frac{n}{\sigma^2}} = \frac{1}{n} \sigma^2 \frac{\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

что соответствует погрешности оценки найденной как среднее арифметическое.

Таким образом, выражение для нахождения среднего арифметического является частным случаем общего арифметического среднего, используемого для оценки истинного значения результатов неравноточных измерений.

Рассмотрим пример: Измерение индуктивности произведено двумя способами. Получены результаты измерений L_1 и L_2 . Среднеквадратическая погрешность первого способа равна $\sigma_1 = \sigma$, второго $\sigma_2 = 2\sigma$. Определить оценку индуктивности и ее среднеквадратическую погрешность.

Решение: Найдем весовые коэффициенты:

$$P_1 : P_2 = \frac{1}{\sigma^2(x_1)} : \frac{1}{\sigma^2(x_2)},$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{4\sigma^2}{\sigma^2} = \frac{4}{1}.$$

Возьмем $P_2 = 1$, тогда $P_1 = 4$, отсюда можно найти значения весовых коэффициентов

$$g_1 = \frac{P_1}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{P_1}{P_1 + P_2} = \frac{4}{4 + 1} = \frac{4}{5} = 0.8,$$

$$g_2 = \frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{1}{5} = 0.2,$$

отсюда средневзвешенная оценка значения индуктивности составит:

$$\tilde{L} = 0.8L_1 + 0.2L_2.$$

Среднеквадратическая погрешность оценки \tilde{L} составит:

$$\sigma(\tilde{L}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n g_i^2 \sigma^2(x_i)} = \sqrt{0.64\sigma^2 + 0.04 \cdot 4\sigma^2} = \sqrt{0.8}\sigma \approx 0.9\sigma.$$

Если воспользоваться средней арифметической, а не средней взвешенной оценкой, то получим:

$$\tilde{L}^* = \frac{L_1 + L_2}{2}.$$

Весовые коэффициенты будут одинаковыми, и равными

$$g_1 = g_2 = 0.5.$$

Среднеквадратическое значение погрешности полученной оценки:

$$\sigma(\tilde{L}^*) = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma^2 + 4\sigma^2)} = \sqrt{\frac{1}{4}5\sigma} = \sqrt{1.25}\sigma = 1.1\sigma.$$

Таким образом получено, что при использовании для результатов неравноточных измерений вместо средневзвешенного значения среднего арифметического приводит к ухудшению точности оценки по сравнению с результатом наиболее точного из измерений.. С другой стороны, учет с соответствующими весами всех результатов измерений, в том числе и грубых, приводит к уменьшению среднеквадратической погрешности оценки по сравнению с результатами наиболее точных измерений.

2.12. Определение законов распределения по результатам многократных измерений

Выражение точности результатов измерений в виде числовых характеристик (дисперсия, среднеквадратическое значение погрешности) является неполным и часто не достаточно объективным.

Наиболее полным описанием погрешности измерений является закон распределения. Зная закон распределения, можно определить любое значение погрешности, в том числе и доверительное.

Истинные законы распределения измеряемых величин на основе многократных измерений можно определить лишь при бесконечном числе измерений ($n \rightarrow \infty$).

Поскольку на практике число измерений n конечно, то при определении законов распределения допускается погрешность. Поэтому, в отличие от истинных законов распределения, выраженных через функцию, плотность, или ряд распределения, законы, найденные на основе результатов эксперимента, называются статистическими.

Статистической функцией распределения случайной величины называется частота события $X < x$ в данном статистическом ряде, т.е.:

$$F^*(x) = P^*(X < x) = \frac{m}{n},$$

где m – число измерений, значения которых $\leq x$, n – общее число измерений.

Согласно приведенному определению, статистическая функция распределения $F^*(x)$ представляет собой прерывную ступенчатую функцию, скачки которой соответствуют измеренным значениям (рис.35).

При $n \rightarrow \infty$ согласно теореме Бернулли $P^* \rightarrow P$, величина скачков будет уменьшаться ($\frac{1}{n} \downarrow$), а значения результатов измерений будет сплошь заполнять некоторый интервал. Следовательно, при увеличении n статистическая функция распределения $F^*(x)$ будет приближаться сходить по вероятности к подлинной функции $F(x)$ величины x .

При большом объеме измерений n построение статистической функции весьма трудоемко. Кроме того, часто бывает удобно, в смысле наглядности, использовать другие характеристики распределений, аналогичные не функции распределения $F(x)$, а плотности распределения $f(x)$. К таким характеристикам относятся статистический ряд и гистограмма.

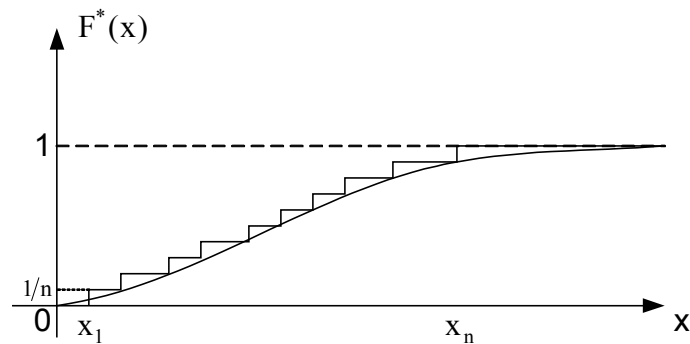


Рис. 2.29. Статистическая функция распределения

Статистический ряд строят в следующей последовательности:

1. Результаты измерений располагают в порядке их возрастания, т.е. в вариационный ряд.
2. Полученный ряд делят на m разрядов, для каждого из которых находят частоту, соответствующую данному разряду:

Табл. 2.4. Статистический ряд

I_i	$x_1 \div x_2$	$x_2 \div x_3$	$x_3 \div x_4$...	$x_m \div x_{m+1}$
P_i^*	P_1^*	P_2^*	P_3^*	...	P_m^*

В данном статистическом ряде символами I_i обозначены значения разрядов ряда, $x_1, x_2, \dots, x_m, x_{m+1}$ - значения границ разрядов ряда, P_i^* - значения статистических частот попадания результатов измерений в i -й разряд, определяемые из соотношения:

$$P_i^* = \frac{n_i}{n},$$

где n_i – число измерений попавших в i -й разряд, n – общее число измерений.

Число разрядов статистического ряда m не должно быть слишком большим, так как в этом случае значения P_i^* будут подвергнуты слишком большим случайным отклонением, и слишком малым, так как в этом случае описание становится грубым.

В связи с этим, значение числа разрядов m рекомендуется брать нечетным, удовлетворяющим соотношению:

$$0.55 n^{0.4} < m < 1.25 n^{0.4}.$$

Статистический ряд часто оформляют в виде графика, которой называется гистограммой. Пример построения гистограммы приведен на рис.36.

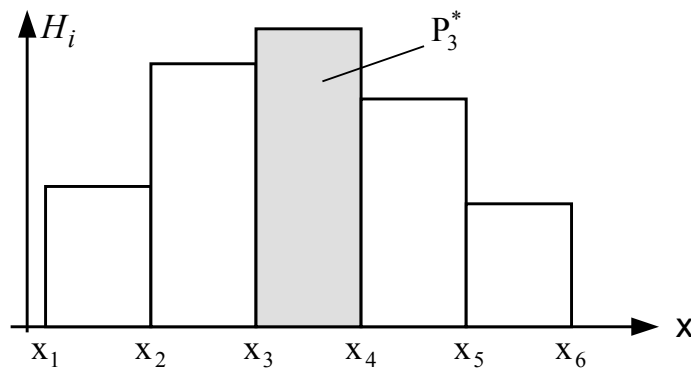


Рис. 2.30. Пример построения гистограммы

Гистограмма строится таким образом, чтобы значения площади каждого из разрядов были равны значению статистической частоты каждого из разрядов P_i^* . Исходя из этого, общая площадь, ограниченная гистограммой равна:

$$\sum_{i=1}^m P_i^* = 1. \quad (2.19)$$

Данное свойство соответствует условию нормировки плотности распределения случайной величины $f(x)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot dx = 1.$$

Исходя из вышеприведенных условий, гистограмма представляет собой статистический аналог плотности распределения $f(x)$.

В соответствии с условием (2.19) высота каждого из разрядов должна быть равна:

$$H_i = \frac{P_i^*}{x_{i+1} - x_i}.$$

При $n \rightarrow \infty$ происходит увеличение числа разрядов m , а гистограмма будет приближаться к плавной кривой, соответствующей плотности распределения $f(x)$.

Используя данные статистического ряда можно приближенно построить статистическую функцию распределения $F^*(x)$. В качестве точек для вычисления значений $F^*(x)$ удобно брать границы статистического ряда x_1, x_2, \dots, x_{m+1} .

В этом случае:

$$\begin{aligned} F^*(x_1) &= 0 \\ F^*(x_2) &= P_1^* \\ F^*(x_3) &= P_1^* + P_2^* \\ &\vdots \\ F^*(x_i) &= P_1^* + P_2^* + \dots + P_{i-1}^* \\ F^*(x_{m+1}) &= 1 \end{aligned}$$

Соединив полученные соседние точки прямыми линиями, получим график статистической функции распределения. График функций распределения $F(x)$ и $F^*(x)$ приведен на рис. 2.31.

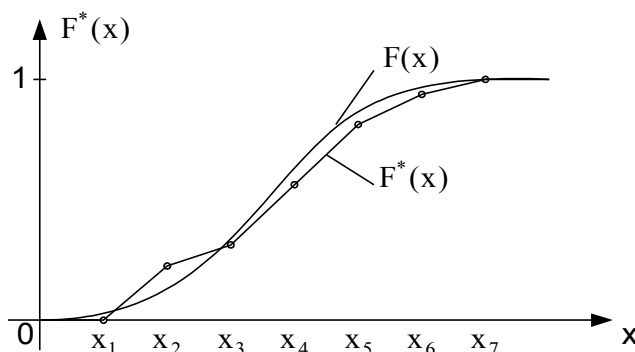


Рис. 2.31. Теоретическая и статистическая функции распределения

Во всех статистических распределениях присутствует элемент случайности, связанный с тем, что число измерений ограничено.

В связи с этим на практике часто возникает задача выравнивания статистического ряда, которая заключается в том, чтобы подобрать теоретическую плавную кривую, с той или иной точки зрения наилучшим образом описывающую данное статистическое распределение.

Из-за ограниченного набора измерений, возникают отклонения теоретического распределения от статистического. Данные отклонения могут быть вызваны следующим:

- 1) Чисто случайные причины;
- 2) Неверно подобран закон распределения.

Для решения этой задачи существуют критерии согласия, позволяющие ответить на вопрос, правильно ли подобран закон распределения.

Для проверки согласия вводится некоторая величина U , характеризующую степень расхождения теоретического и статистического распределения.

Величина U может быть выбрана различными способами, например в качестве U можно взять сумму квадратов отклонений теоретических вероятностей P_i и соответствующих частот P_i^* .

$$U = \sum_{i=1}^m (P_i - P_i^*)^2.$$

В другом случае может быть использовано максимальное отклонение теоретической функции распределения $F(x)$ от статистической $F^*(x)$.

$$U = \max |F(x) - F^*(x)|.$$

Также могут быть использованы другие критерии.

Пусть закон распределения меры расхождения $f(U)$ известен. В результате серии измерений обнаружено, что выбранная мера расхождения составляет U_0 . В этом предположении вычислим вероятность $P(U \leq U_0)$. Если P мала, то подобранный закон распределения не соответствует экспериментальным данным. Если P значительна, то подобранный закон распределения не противоречит экспериментальным данным.

При некоторых способах выбора меры расхождения, закон распределения $f(U)$ обладает весьма простыми свойствами и при большом n практически не зависит от функции распределения $F(x)$.

Рассмотрим два наиболее распространенных критерия, используемые в математической статистике: критерий Пирсона и критерий Колмогорова.

2.13. Критерий Пирсона

Пусть проведено n независимых измерений некоторой величины x . Результаты измерений оформим в виде статистического ряда, в соответствии с табл.4.

Требуется определить, согласуются ли экспериментальные результаты с гипотезой о том, что случайная величина x имеет данный закон распределения $F(x)$ или плотности $f(x)$.

Зная теоретический закон распределения, можно найти теоретические вероятности попадания случайной величины в каждый из разрядов: P_1, P_2, \dots, P_n .

Согласованность теоретического и статистического распределений проверяют по расхождению между теоретическими вероятностями и частотами. Естественно выбрать в качестве меры расхождения между теоретическими и систематическими распределениями сумму квадратов отклонений $(P_i^* - P_i)$, взятых с некоторыми “весами” C_i .

$$U = \sum_{i=1}^m C_i (P_i^* - P_i)^2.$$

Коэффициенты C_i (веса разрядов) вводятся потому, что в общем случае отклонения, относящиеся к различным разрядам, нельзя считать равноправными по значимости. Действительно, одно и то же по абсолютной величине отклонение $(P_i^* - P_i)$ может быть малозначительным, если сама вероятность P_i велика, и очень заметна, если она мала. Следовательно, веса разрядов C_i , необходимо брать обратно пропорциональными вероятностям разрядов P_i .

К. Пирсон показал, что если выбрать $C_i = \frac{n}{P_i}$, то при больших n закон распределения величины $f(U)$ обладает весьма простыми свойствами:

- 1) Он практически не зависит от функции распределения $F(x)$ и от числа опытов n ;
- 2) Зависит только от числа разрядов m , а именно, при увеличении n закон распределения $f(U)$ приближается к так называемому распределению χ^2 .

При таком выборе коэффициентов мера расхождения обычно обозначается как χ^2 :

$$\chi^2 = n \cdot \sum_{m=1}^m \frac{(P_i^* - P_i)^2}{P_i},$$

где m — число разрядов статистического ряда.

Распределение χ^2 зависит от параметра r , называемого числом степеней свободы распределения. Число степеней свободы равно:

$$r = m - s,$$

где m — число разрядов статистического ряда, s — число наложенных связей.

На распределение могут быть наложены следующие связи:

1. Сумма частот разрядов должна быть равна 1. Данное требование выполняется всегда.

$$\sum_{i=1}^m P_i^* = 1.$$

2. Условие равенства математических ожиданий статистического ряда и теоретической функции распределения случайной величины:

$$\sum_{i=1}^k \tilde{x}_i \cdot P_i^* = m_x,$$

где \tilde{x}_i – середина i -го разряда статистического ряда, m_x – теоретическое значение математического ожидания.

3. Требование совпадения теоретической и статистической дисперсии:

$$\sum_{i=1}^m (\tilde{x}_i - m_x^*)^2 \cdot P_i^2 = \sigma_x^2$$

Для вычисления вероятности $P(\chi^2 \leq \chi_0^2)$ в зависимости от числа степеней свободы r в литературе приведены соответствующие таблицы, например [1, табл.3].

Распределение χ^2 дает возможность оценить степень согласования теоретического и статистического распределений. Будем исходить из того, что величина x действительно распределена по закону $F(x)$. Тогда вероятность P , определенная по таблице, есть вероятность того, что за счет чисто случайных причин мера расхождения теоретического и статистического распределений будет не меньше, чем фактически полученное в серии измерений значение χ^2 . Если это вероятность весьма мала, (настолько, что событие с данной вероятностью можно считать практически невозможным), то результат измерений следует считать противоречащим гипотезе о том, что закон распределения величины x есть $F(x)$. Эту гипотезу следует отбросить как неправдоподобную. На практике значение вероятности, при которой гипотезу считают неправдоподобной, принимают:

$$P < 0.1.$$

Если вероятность велика, то можно сказать, что с такой вероятностью закон распределения соответствует теоретическому.

2.14. Критерий Колмогорова

В качестве меры расхождения теоретического и статистического распределений А.Н. Колмогоров предположил максимальное значение модуля раз-

ности статистической функции распределения $F^*(x)$ и соответствующей теоретической функции распределения $F(x)$:

$$D = \max |F(x) - F^*(x)|.$$

На рис. 2.32 приведено значение D , определенное по графику функций $F^*(x)$ и $F(x)$.

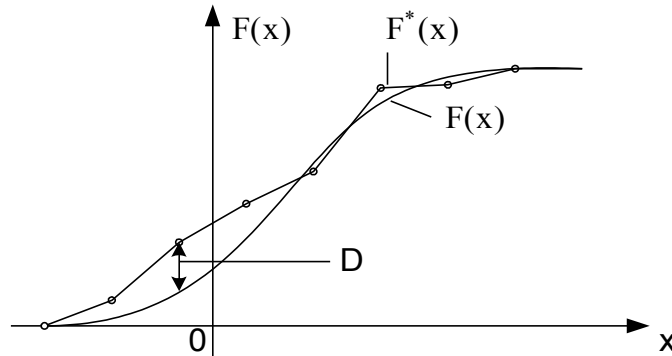


Рис. 2.32. Определение меры расхождения по критерию Колмогорова

Основанием для выбора в качестве меры расхождения величины D является простота ее вычисления. Вместе с тем она имеет достаточно простой закон распределения. А.Н. Колмогоров доказал, что какова бы ни была $F(x)$, при неограниченном возрастании числа измерений n вероятность неравенства $D\sqrt{n} \geq \lambda$ стремится к пределу:

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} (-1)^k \cdot e^{-2k^2 \cdot \lambda^2}.$$

Значения вероятности $P(\lambda)$ приведены в [1], табл. 4.

Критерий Колмогорова своей простотой выгодно отличается от рассмотренного ранее критерия Пирсона χ^2 , поэтому его весьма охотно применяют на практике.

Однако критерий Колмогорова можно использовать только в том случае, если гипотетическое распределение $F(x)$ полностью известно заранее из каких-либо теоретических предпосылок, т.е. когда известен не только вид $F(x)$, но и входящие в нее числовые параметры. Такой случай сравнительно редко встречается на практике.

Обычно известен только вид закона распределения, а входящие в нее числовые параметры определяются по статистическому распределению. При применении критерия χ^2 это обстоятельство учитывается соответствующим уменьшением числа степеней свободы S распределения.

В критерии Колмогорова такого согласования не предусматривается. Если все же применять критерий Колмогорова в тех случаях, когда парамет-

ры теоретического распределения выбираются по статистическим данным, критерий дает заведомо завышенные значения вероятности $P(\lambda)$, поэтому имеется риск принять как правдоподобную, гипотезу, в действительности плохо согласующуюся с экспериментальными данными.

2.15. Обнаружение промахов

Промахом называется грубое искажение результатов измерений. Причинами промахов могут быть следующие:

- неправильный отсчет по шкале измерительного прибора, происходящий из-за неверного учета цепи малых делений шкалы;
- неправильная запись результата измерения;
- ошибки при манипуляции с приборами или частями измерительной установки;
- ошибки, вызванные сбоями аппаратуры, скачками, возникающими в питающей сети.

Например, имеется ряд результатов измерений:

89, 91, 92, 94, 95, 97, 98, 101, 47.

Анализируя данный ряд, можно прийти к выводу, что значение 47 является грубой погрешностью.

Необходимо статистическими методами погрешности определить, является ли значение грубой погрешности промахом. В случае, если выяснится, что полученный результат грубой погрешности является промахом, он должен быть исключен из дальнейшей обработки в полученном ряде измерений.

Для обнаружения промахов может быть использовано отбрасывание результатов, содержащих погрешности, превышающие значения $2\sigma, 3\sigma, 3.5\sigma$.

Для этого путем обработки всего ряда вычисляют \tilde{a} и $\tilde{\sigma}$. Затем отбрасывают результаты с погрешностью превышающей $2\sigma, 3\sigma$ или 3.5σ , после чего вновь вычитают \tilde{a} и $\tilde{\sigma}$.

Более строгий результат при определении промахов дает критерий Романовского.

Постановка задачи:

Проведено $n + 1$ измерение случайной величины x : $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$. Значение x_{n+1} является подозрительным.

Необходимо определить, промах это или нет.

Решение:

По результатам x_1, x_2, \dots, x_n находят оценку истинного значения \tilde{a} и среднеквадратической погрешности $\tilde{\sigma}$ в соответствии с выражениями:

$$\tilde{a} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{a})^2}.$$

Находят разности между оценкой истинного значения и подозрительным измерением x_{n+1} :

$$|x_{n+1} - \tilde{a}| \geq \varepsilon.$$

Зададимся вероятностью события:

$$P[|x_{n+1} - \tilde{a}| \geq \varepsilon = t \cdot \tilde{\sigma}],$$

где значение вероятности P выбирают из ряда 0.05, 0.01, 0.005, причем чем больше число проведенных измерений n , тем меньше должна быть P .

В соответствии с табл.5, приведенной в [1] находят коэффициент t . После чего определяют максимально допустимое отклонение результатов измерений от оценки истинного значения \tilde{a} :

$$\varepsilon = t \cdot \tilde{\sigma}.$$

Затем, проверяется условие по отклонению подозрительного результата измерения от оценки истинного значения, на основании чего выносится решение, является x_{n+1} промахом или нет. Если $|x_{n+1} - \tilde{a}| \geq \varepsilon$ – то x_{n+1} является промахом, если $|x_{n+1} - \tilde{a}| < \varepsilon$ – x_{n+1} не является промахом, т.е. должно быть оставлено в полученном ряде измерений.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ

Решение многих научных и технических задач связано с измерением интервалов времени, разделяющих два характерных момента времени какого-либо процесса.

Измерения временных интервалов (ВИ) необходимы при разработке и испытаниях всевозможных схем задержки и синхронизации, при исследованиях цифровых систем, многоканальных систем с временным разделением каналов и др.

Измерители временных интервалов относятся к подгруппе "И" – "Приборы для импульсных измерений", в которую входят следующие виды приборов:

- И1 – установки или приборы для поверки приборов для импульсных измерений;
- И2 – измерители временных интервалов;

- И3 – счетчики числа импульсов;
- И4 – измерители параметров импульсов;
- И9 – преобразователи импульсных сигналов.

В настоящее время для измерения временных интервалов, периода сигналов и подсчета числа импульсов используются универсальные цифровые частотомеры.

3.1. Структурная схема цифрового измерителя временных интервалов

Упрощенная структурная схема цифрового измерителя временных интервалов имеет вид, представленный на рис. 39:

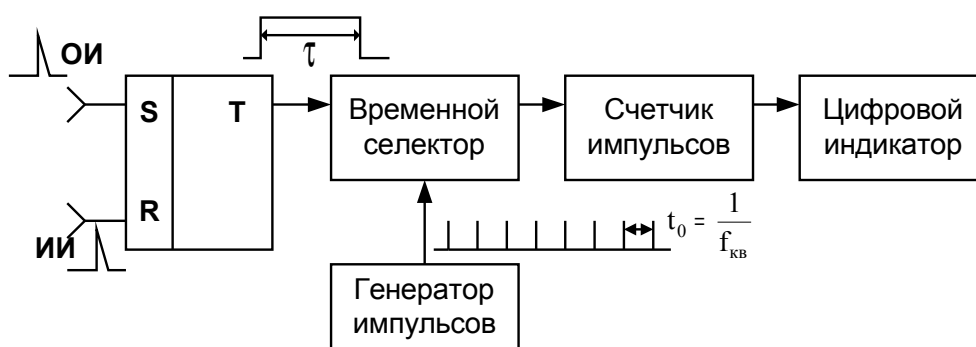


Рис. 3.1. Структурная схема цифрового измерителя временных интервалов

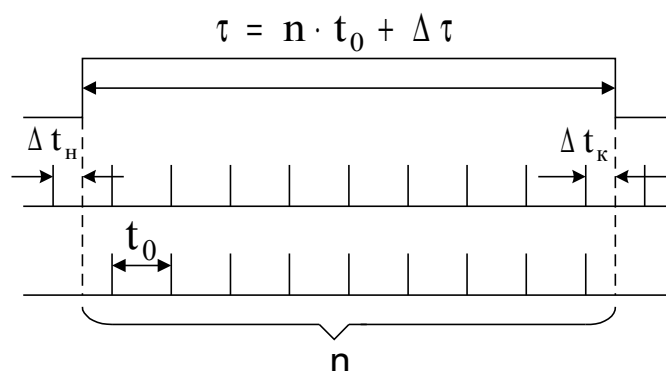


Рис. 3.2. Эпюры напряжений входа и выходе на временного селектора

Рассмотрим эпюры напряжений на входах и выходе временного селектора (рис. 3.2). Число импульсов, попавших внутрь временного строба определяется по формуле

$$n = \left[\frac{\tau}{t_0} \right],$$

где квадратные скобки означают выделение целой части числа. Дробная часть временного интервала $\Delta\tau$ не превышает величины младшего разряда t_0 и определяется выражением

$$\Delta \tau = \left\{ \frac{\tau}{t_0} \right\} \cdot t_0,$$

где фигурные скобки означают выделение дробной части числа, заключенного в них, например: $[5.3] = 5$, $\{5.3\} = 0.3$.

3.2. Погрешности цифрового метода измерения временных интервалов

При цифровом измерении временных интервалов выделяют следующие погрешности, классифицируемые по слагаемым измерения:

- 1) погрешность меры;
- 2) погрешность преобразования;
- 3) погрешность сравнения (дискретности, квантования);
- 4) Погрешность фиксации (в данном случае отсутствует, поскольку используется цифровая индикация показаний).

Рассмотрим каждую из составляющих погрешностей. Погрешность меры обусловлена в первую очередь нестабильностью частоты следования квантуемых импульсов, вырабатываемых генератором импульсов (рис. 1.1). Для уменьшения этой погрешности генератор квантуемых импульсов выполняют по схеме с кварцевой стабилизацией частоты.

Относительная нестабильность частоты кварцевого генератора определяется выражением:

$$\delta_{\hat{e}\hat{a}} = \frac{\Delta f_{\hat{e}\hat{a}}}{f_{\hat{e}\hat{a}}},$$

где $\Delta f_{\hat{e}\hat{a}}$ – абсолютная нестабильность частоты кварцевого генератора, Гц; $f_{\hat{e}\hat{a}}$ – частота настройки кварца, Гц. На практике значение $\delta_{\hat{e}\hat{a}}$ не превышает 10^{-8} – 10^{-9} . Нестабильность частоты кварцевого генератора включает две составляющие – долговременную и кратковременную. Долговременная нестабильность частоты вызывается в основном старением кварца, т. е. имеет систематический характер и вносит систематическую погрешность в измерения временных интервалов. Для ее уменьшения кварцевый резонатор и часть деталей генератора помещают в термостат. Периодической корректировкой частоты или поверкой генератора величина $\delta_{\text{кв}}$ может быть уменьшена еще на порядок.

Относительная погрешность меры равна относительной нестабильности частоты кварцевого генератора:

$$\delta_i = \delta_{\hat{e}\hat{a}}.$$

Абсолютная погрешность меры прямо пропорциональна длительности измеряемого временного интервала τ :

$$\Delta_i = \delta_{\epsilon \dot{a}} \cdot \tau.$$

Погрешность преобразования обусловлена в основном шумовой помехой, проявляющейся при формировании стробирующего импульса (временных ворот). Формирование стробирующего импульса производится при помощи триггерных схем. Так как крутизна фронтов импульсов конечна, то в результате суммирования напряжения помехи с напряжением опорного и интервального импульсов смещаются моменты перебросов триггера относительно моментов достижения этими импульсами уровня запуска в отсутствие помехи (рис. 3.2).

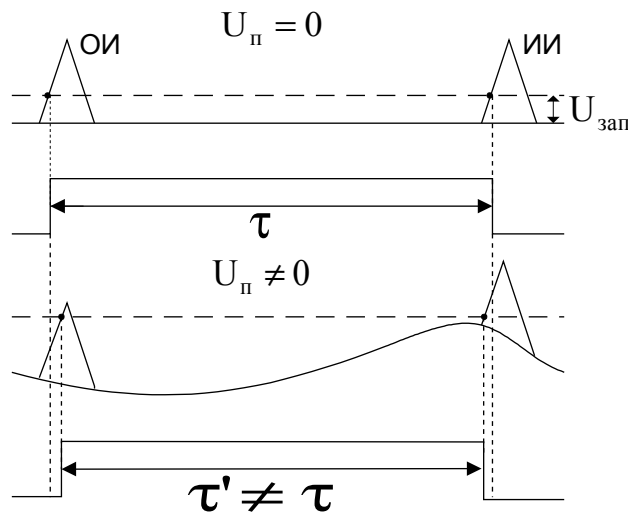


Рис. 3.3. Появление погрешности преобразования при наличии помехи на входе измерителя временных интервалов

Как видно из рис. 3.2, длительности импульсов, полученные при отсутствии и наличии на входе измерителя помехи, различны, т. е. $\tau' \neq \tau$. Таким образом возникает погрешность запуска триггера $\Delta_{\text{зап}}$, обусловленная наличием помехи и конечной крутизной фронтов опорного и интервального импульсов:

$$\Delta_{\zeta \dot{a} i} = \tau' - \tau$$

Относительная погрешность преобразования определяется по формуле:

$$\delta_{i \dot{a}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot q},$$

где $q = \frac{U_m}{\sigma_{\phi}}$ — отношение сигнал/шум по напряжению.

Абсолютная погрешность преобразования также прямо пропорциональна длительности измеряемого временного интервала (ВИ) τ :

$$\Delta_{i\partial} = \delta_{i\partial} \cdot \tau = \frac{\tau}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot q}}.$$

Третья составляющая погрешности – погрешность сравнения, определяется так: измеряемое значение интервала времени τ заменяется целым числом n периодов следования квантующих импульсов t_0 . Это методическая погрешность, обусловленная дискретизацией непрерывной величины – измеряемого интервала времени. Данную составляющую погрешности называют также погрешностью дискретности, или погрешностью квантования. Она возникает вследствие того, что стробирующий импульс и последовательность квантующих импульсов в общем случае несинхронные сигналы.

Как видно из рис. 3.2 при измерении априорно неизвестного временного интервала цифровым измерителем с несинхронизированным квантованием погрешность измерения складывается из составляющих определения начала (Δt_i) и конца (Δt_e) временного интервала, распределенных по равномерному закону в интервалах $(-t_0, 0)$ и $(0, t_0)$ соответственно. Суммарная погрешность $\Delta t_{\Sigma} = \Delta t_i + \Delta t_e$ является случайной величиной, распределенной по закону Симпсона (треугольник) [1]. Закон распределения суммарной погрешности приведен на рис. 3.4.

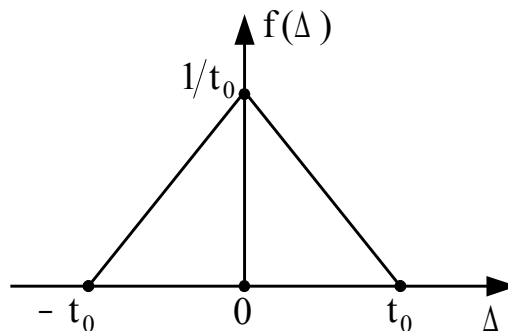


Рис. 3.4. Закон распределения погрешности несинхронизированного квантования априорно неизвестного временного интервала

Предельное значение погрешности дискретности (квантования) равно величине младшего разряда t_0 :

$$\Delta_{\ddot{a}} = \pm t_0.$$

Максимальная относительная погрешность дискретности:

$$\delta_{\ddot{a}} = \pm \frac{t_0}{\tau} = \pm \frac{t_0}{n \cdot t_0} = \pm \frac{1}{n},$$

где n – число квантующих импульсов, с периодом следования t_0 , попадающих во временной интервал τ .

Среднеквадратическое значение погрешности дискретности (квантования) априорно неизвестного временного интервала

$$\sigma_{\hat{e}\hat{a}} = t_0 / \sqrt{6}.$$

При измерении фиксированного временного интервала погрешность измерения принимает два дискретных значения и описывается рядом распределения, приведенным в [1]:

Δ_i	$-\tau$	$t_0 - \Delta\tau$
P_i	$1 - \Delta\tau/t_0$	$\Delta\tau/t_0$

Среднеквадратическое значение погрешности несинхронизированного квантования фиксированного временного интервала:

$$\sigma_{\hat{e}\hat{a}} = \sqrt{\Delta\tau \cdot (t_0 - \Delta\tau)} = \sqrt{\frac{\Delta\tau}{t_0} \cdot \left(1 - \frac{\Delta\tau}{t_0}\right)} \cdot t_0.$$

Предельно допустимая абсолютная погрешность цифрового измерителя временных интервалов определяется как сумма погрешностей меры, преобразования и квантования:

$$\Delta_{i\delta\hat{a}\hat{a}} = \Delta_i + \Delta_{i\delta} + \Delta_{\hat{e}\hat{a}} = \delta_{\hat{e}\hat{a}} \cdot \tau + \delta_{i\delta} \cdot \tau + t_0,$$

где: $\delta_{\hat{e}\hat{a}}$ – относительная нестабильность частоты кварцевого генератора; $\delta_{пр}$ – относительная погрешность преобразования; $t_0 = 1/f_{\hat{e}\hat{a}}$ – период следования квантующих импульсов (величина младшего разряда при измерении временного интервала); $f_{\hat{e}\hat{a}}$ – частота следования импульсов кварцевого генератора.

Предельно допустимую основную погрешность измерения временных интервалов, выраженную в процентах от измеряемого временного интервала τ , находят по формуле

$$\delta_{i\delta\hat{a}\hat{a}} = \left(\delta_{\hat{e}\hat{a}} + \delta_{i\delta} + \frac{1}{n} \right) \cdot 100\%.$$

3.3. Нониусный метод измерения однократного временного интервала

Для измерения однократных импульсов наносекундной длительности применяется нониусный метод измерения временных интервалов. Структурная схема нониусного измерителя временных интервалов приведена на рис. 3.5.

На рис. 3.5 приведены эпюры напряжений, поясняющие принцип работы нониусного измерителя временных интервалов.

Период следования импульсов нониусного генератора t_i подбирается как

$$t_i = \frac{k-1}{k} \cdot t_0, \quad (3.1)$$

где t_0 – период следования импульсов генератора счетных импульсов Г. сч; k – коэффициент нониуса, обычно равный 10, 100, 1000 и т. д.

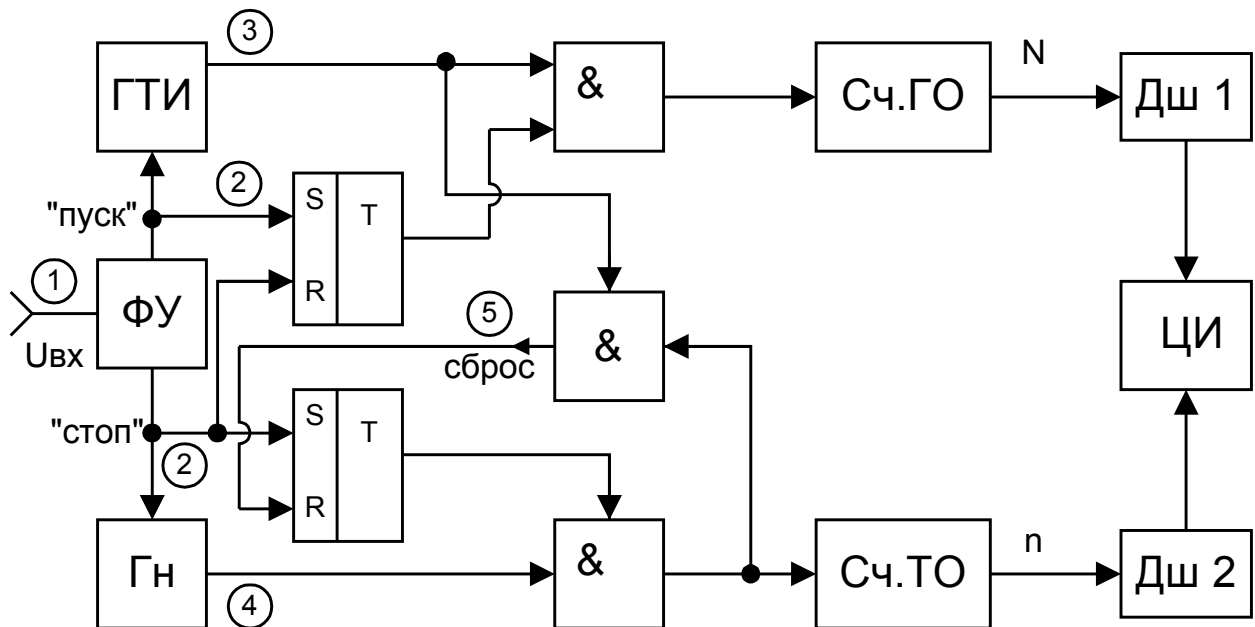


Рис. 3.5. Структурная схема измерителя ВИ нониусным методом

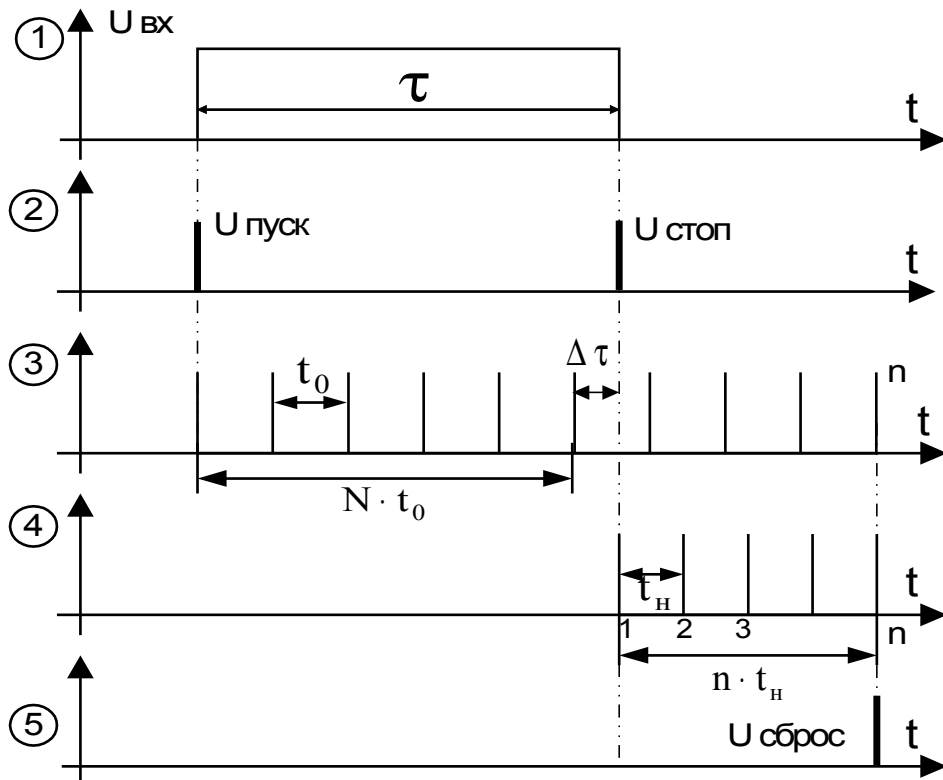


Рис. 3.6. Эпюры напряжений нониусного измерителя ВИ

Длительность временного интервала τ можно выразить следующим образом:

$$\tau = N \cdot t_0 + \Delta \tau,$$

где N -число, зафиксированное счётчиком грубого отсчёта.

Дробная часть временного интервала может быть выражена через число импульсов n , зафиксированных счётчиком точного отсчёта:

$$\Delta \tau = n \cdot t_0 - n \cdot t_i. \quad (3.2)$$

С учетом (20)

$$\Delta \tau = n \cdot t_0 - n \cdot \frac{k-1}{k} \cdot t_0 = n \cdot t_0 \left(1 - \frac{k-1}{k} \right) = \frac{n \cdot t_0}{k}.$$

Следовательно, результат измерения ВИ нониусным измерителем определится как

$$\tau_{\text{эци}} = N \cdot t_0 + \frac{n \cdot t_0}{k}.$$

При этом за счет измерения дробной части ВИ погрешность измерения уменьшается в k раз по сравнению с обычным квантованием. Поскольку в данном измерителе применяется синхронизированное квантование, то средне-квадратическая погрешность измерения составляет

$$\sigma = \frac{t_0}{\sqrt{12} \cdot k} .$$

Остаточная погрешность измерений определяется длительностью и формой счётных и нониусных импульсов и их неполным совпадением. Перечисленные факторы ограничивают предельную точность измерений, которая может составлять доли наносекунды в зависимости от значений коэффициента нониуса k и частоты квантующих импульсов.

4. ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТЫ

4.1. Общие положения

Частотой колебаний называют число полных колебаний в единицу времени:

$$f = n/t ,$$

где t – время существования n колебаний.

Для гармонических колебаний

$$f = 1/T ,$$

где T – период колебаний.

Единица частоты 1 Герц определяется как одно колебание в одну секунду. Частота и время неразрывно связаны между собой, поэтому измерение той или другой величины диктуется удобством эксперимента и требуемой погрешностью измерения. Частота электромагнитных колебаний связана с периодом колебания T и длиной однородной плоской волны в свободном пространстве λ следующими соотношениями: $f \cdot T = 1$ и $\lambda \cdot f = c$, где c – скорость света, равная 299792.5 ± 0.3 км/с.

В радиотехнической практике чаще всего измеряется частота, иногда период и реже длина волны. Измерение частоты выполняется с наибольшей точностью по сравнению с другими видами радиоизмерений, поэтому многие физические величины, подлежащие измерению, преобразуют во временные и частотные для последующего точного измерения.

В соответствии с ГОСТ 15099–69 приборы для измерения частоты и времени относятся к подгруппе Ч, которая состоит из следующих видов приборов:

- Ч1 – установки для поверки измерителей частоты, воспроизведения образцовых частот, сличения частот сигналов;
- Ч2 – частотомеры резонансные;
- Ч3 – частотомеры электронно-счетные;
- Ч4 – частотомеры гетеродинные, ёмкостные, мостовые;
- Ч5 – преобразователи частоты сигнала;
- Ч6 – синтезаторы частот; делители и умножители частоты;
- Ч7 – приёмники сигналов эталонных частот; компараторы частотные, фазовые, временные; синхронометры;
- Ч9 – преобразователи частоты.

Основными методами измерения частоты являются метод перезаряда конденсатора, резонансный метод, метод сравнения с частотой образцового генератора, метод дискретного счёта (цифровой метод).

4.2. Метод перезаряда конденсатора

Если присоединить конденсатор емкостью C к источнику напряжения U , то он зарядится и в нем накопится количество электричества $q = C \cdot U$. Переключение конденсатора на магнитоэлектрический измеритель тока вызовет отклонение указателя на величину, пропорциональную количеству электричества q , накопленного в конденсаторе. Если конденсатор поочередно присоединять к источнику напряжения для заряда и к измерителю тока для разряда (рис. 4.1) с частотой переключения F раз в секунду, то количество электричества, проходящее через амперметр при разряде, будет в F раз больше:

$$F \cdot q = F \cdot C \cdot U = I,$$

где I – среднее значение тока разряда.

Отсюда следует, что ток в такой схеме прямо пропорционален частоте переключения и при постоянном произведении $C \cdot U$ шкалу амперметра можно градуировать в единицах частоты:

$$F = \frac{I}{C \cdot U}.$$

Структурная схема конденсаторного частотомера (рис. 4.2) состоит из усилителя-ограничителя (УО) и зарядно-разрядного устройства (ЗРУ) с магнитоэлектрическим индикатором. Кроме того, имеется генератор Γ_K для калибровки частотомера на одной фиксированной частоте.

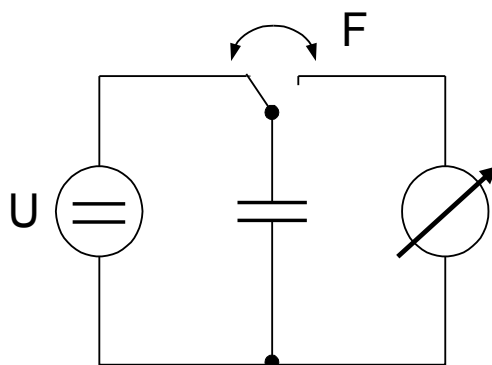


Рис. 4.1. Структурная схема простейшего частотомера

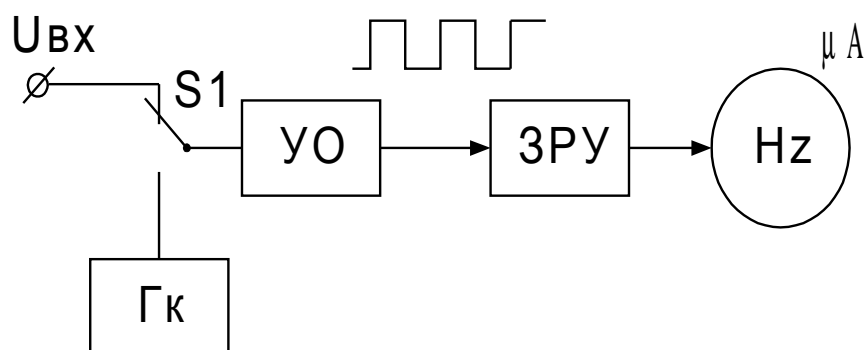


Рис. 4.2. Структурная схема конденсаторного частотомера

Нижний предел измерения частоты $f_i = 10$ Гц. Если частота будет ниже, то стрелка миллиамперметра будет колебаться в такт частоте. Верхний предел определяется постоянной времени цепи заряда $\tau_{\text{зар}} = R \cdot C$ и не превышает 1 МГц.

Погрешность измерения зависит от класса точности миллиамперметра, остаточной нестабильности напряжения заряда конденсатора и составляет 1–2 % [2].

4.3. Резонансный метод измерения частоты

Резонансный метод состоит в сравнении измеряемой частоты с собственной резонансной частотой настройки градуированного измерительного колебательного контура.

Этот метод применяется в диапазоне высоких и сверхвысоких частот. Структурная схема его реализации приведена на рис. 4.3. Источник напряжения измеряемой частоты f_x с помощью элемента связи (ЭСв) соединяется с прецизионным измерительным контуром (ИК), который настраивается в резонанс с частотой f_x . Момент резонанса фиксируется по максимальному показанию индикатора (И), присоединенному к контуру через второй элемент связи. Измеряемая частота определяется по градуированной шкале микрометрического механизма настройки с большим числом отсчетных точек. Контур и индикатор конструктивно объединены в устройство, называемое резонансным частотомером (рис. 4.4). Если шкала механизма настройки градуирована в длинах волн, то такое устройство называют резонансным волномером.



Рис. 4.3. Структурная схема измерения частоты резонансным способом

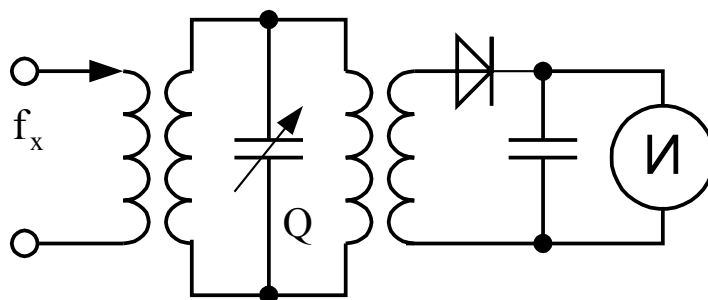


Рис. 4.4. Схема резонансного частотомера

Неточность фиксации резонанса определяется значением добротности Q нагруженного измерительного контура и разрешающей способностью индикатора. Из уравнения резонансной кривой можно получить формулу для расчета относительной погрешности от неточности фиксации резонанса:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \pm \frac{\sqrt{(U_0/U_p)^2 - 1}}{2Q},$$

где U_0 — показание индикатора при резонансе; U_p — показание при расстройке измерительного контура на \mathcal{A} .

Измерительный контур резонансного частотомера в зависимости от диапазона частот, для которого он предназначен, выполняется с сосредоточенными или распределенными параметрами. Резонансные частотомеры с сосредоточенными параметрами в настоящее время полностью вытеснены циф-

ровыми частотомерами, а с распределенными параметрами широко применяются в диапазоне СВЧ.

Резонансные частотомеры характеризуются диапазоном измеряемых частот, чувствительностью, т. е. минимальной мощностью, поглощаемой от источника измеряемой частоты, необходимой для уверенного отсчета показаний индикатора при резонансе, и погрешностью измерения частоты, которая зависит от добротности контура и составляет $10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-4}$ в диапазоне СВЧ.

4.4. Метод сравнения неизвестной частоты с частотой образцового генератора

Метод сравнения для измерения частоты получил широкое распространение благодаря его простоте, пригодности для использования практически в любом диапазоне частот и сравнительно высокой точности результата измерения. Измеряемая частота определяется по равенству или кратности образцовой частоте. Следовательно, для измерения частоты f_x методом сравнения необходимо иметь источник образцовых частот $f_{\text{исб}}$ и индикатор равенства или кратности f_x и $f_{\text{исб}}$. В качестве источника образцовых частот применяют образцовые меры частоты, так называемые стандарты частоты, с нестабильностью $10^{-9} \div 10^{-11}$ за 1 сутки.

Для градуировки генераторов измерительных сигналов используют синтезаторы частоты и другие генераторы, погрешность установки частоты которых на порядок, а нестабильность частоты за 30 мин на 3 порядка меньше, чем у градуируемого генератора.

Индикатором равенства или кратности частот может быть осциллограф или нелинейный преобразователь частоты; в соответствии с этим метод сравнения для измерения частоты реализуют двумя способами: осциллографическим и гетеродинным.

4.4.1. Осциллографический способ сравнения частот

Данный способ пригоден для любых частот в пределах полосы пропускания электронно-лучевой трубки (ЭЛТ). Измерение можно проводить при линейной, синусоидальной и круговой развертках.

Метод линейной развертки. При линейной развертке сигнал измеряемой частоты f_x сравнивается частотой меток калибратора длительности f_i . Измерение выполняется следующим образом. Напряжение с частотой f_x подается на вход Y, а напряжение с выхода калибратора длительности – в канал Z (на модулятор трубки). Генератор развертки включен. Устанавливают на

экране несколько периодов измеряемой частоты и регулируют частоту меток так, чтобы их изображение попадало в одну и ту же точку каждого периода. В этом случае измеряемая частота

$$f_x = f_i / n,$$

где n – число меток, находящихся в пределах одного периода исследуемого напряжения.

Метод синусоидальной развертки. Синусоидальная развертка имеет место в том случае, если внутренний генератор развертки выключить и подать напряжение образцовой частоты в канал X, а неизвестной – в канал Y (рис. 49). Изменяя образцовую частоту, добиваются получения осциллограммы в виде неподвижной или медленно перемещающейся фигуры Лиссажу. При равенстве или кратности частот фигура будет неподвижной, а если она вращается, то скорость вращения или период повторения ее формы характеризует неравенство частот:

$$\Delta f = f_{i\Delta\phi} - f_x = n/T_i,$$

где n – число вращений за интервал времени наблюдения T_i .

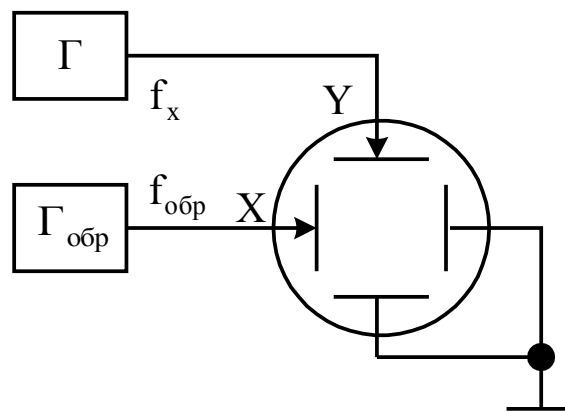


Рис. 4.4. Схема подачи напряжений на пластины ЭЛТ

Неподвижные фигуры на экране наблюдаются при выполнении следующего соотношения:

$$f_x / f_y = m / n,$$

где m и n – целые числа.

Отношение частот колебаний определяется из выражения:

$$\frac{N_{\tilde{A}}}{N_{\hat{A}}} = \frac{f_y}{f_x},$$

где $N_{\tilde{A}}$ и $N_{\hat{A}}$ – число пересечений интерференционной фигуры с горизонтальной и вертикальной линиями, не проходящими через точки пересечения самой фигуры (рис. 4.6).

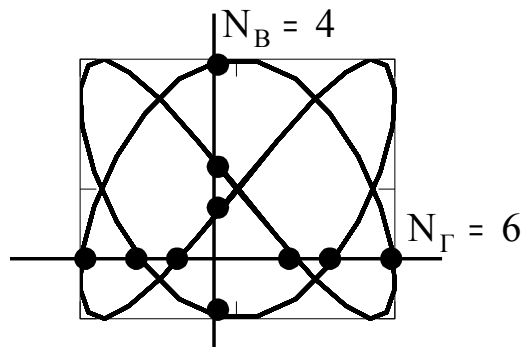


Рис. 4.6. Определение частоты по фигурам Лиссажу

Метод синусоидальной развертки применим при кратности частот до 10. При большей кратности фигуры получаются сложными и трудно подсчитать число их пересечений с прямыми линиями. Метод применим в диапазоне частот от 10 Гц до 20 МГц. Диапазон частот в основном определяется частотными свойствами осциллографа или электронно-лучевой трубки при прямой подаче напряжений на пластины ЭЛТ.

Метод круговой развертки. Круговая развертка имеет место тогда, когда напряжение образцовой частоты $f_{i\delta}$ в виде двух напряжений с фазовым сдвигом 90° подают на оба входа осциллографа. Линия развертки в виде окружности или эллипса вращается со скоростью 1 оборот за период сигнала образцовой частоты. Напряжение измеряемой частоты f_x подают в канал Z осциллографа для модуляции электронного луча по яркости.

При равенстве частот f_x и $f_{i\delta}$ половина окружности не видна (темная), другая половина высвечивается (рис. 4.7, а). Если $f_x > f_{i\delta}$, на окружности появятся темные и светлые участки – штрихи (рис. 4.7, б). Число темных и светлых штрихов n равно кратности частот, откуда $f_x = n \cdot f_{i\delta}$.

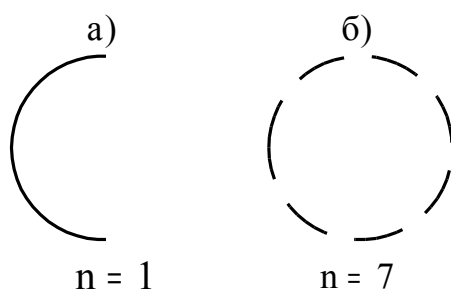


Рис. 4.7. К определению кратности частот при круговой развертке

Осциллограмма неподвижна при точном равенстве частот, в противном случае она вращается. При круговой развертке можно сравнивать частоты с кратностью до 50, при фотографировании осциллограммы – до нескольких сотен.

4.4.2. Гетеродинный метод

Данный способ, как правило, применяется для сравнения высоких частот. Напряжения

$$U_1(t) = U_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t),$$

$$U_2(t) = U_2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{\text{ггд}} \cdot t)$$

подают на нелинейный элемент (Н.э.) – детектор, смеситель или модулятор (рис. 4.8). На его выходе появляется напряжение, в спектре которого имеется составляющая с разностной частотой $F_{\text{б}}$, называемой частотой биений. При равенстве частот f_x и $f_{\text{ггд}}$ частота биений равна нулю, поэтому данный метод часто называют методом нулевых биений.

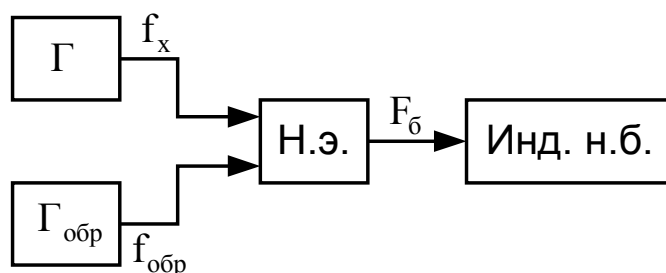


Рис. 4.8. Сравнение частот методом нулевых биений

В качестве индикатора нулевых биений могут быть использованы головные телефоны. На диаграмме рис. 4.9 показан процесс изменения частоты биений $F_{\text{б}}$ в зависимости от изменения $f_{\text{ггд}}$ при $f_x = \text{const}$. При $F_{\text{б}} < 15$ кГц в телефонах возникает ток частоты биений, понижающийся по мере приближения $f_{\text{ггд}}$ к f_x . В точке а (рис. 4.9) частота биений равна нулю, следова-

тельно, $f_{\dot{a}\dot{a}} = f_x$. Однако определить положение точки *a* по исчезновению тона биений в телефонах не удастся, так как человеческое ухо не воспринимает тона с частотами ниже 16÷20 Гц. Таким образом, при использовании в качестве индикатора нулевых биений телефона неизбежна абсолютная погрешность ± 16 Гц.

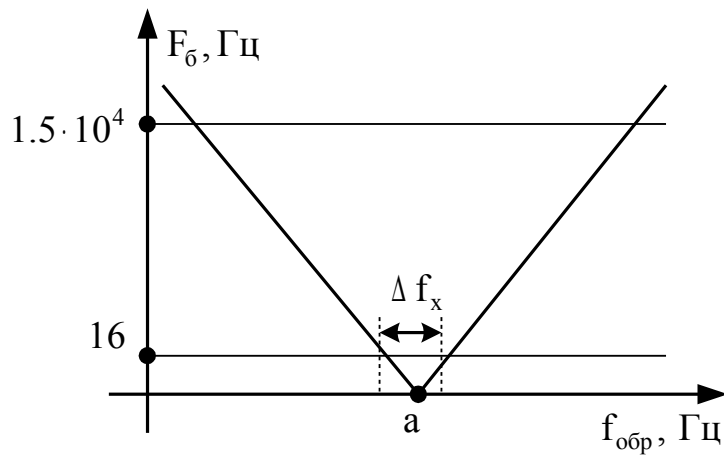


Рис. 4.9. Зависимость частоты биений $F_{\dot{a}}$ от частоты настройки образцового генератора $f_{\dot{a}\dot{a}}$

Данную погрешность легко устранить, если в качестве индикатора нулевых биений применить магнитоэлектрический микроамперметр. При $F_{\dot{a}} < 10$ Гц стрелка будет колебаться. По мере приближения частоты $f_{\dot{a}\dot{a}}$ к f_x частота этих механических колебаний уменьшается и при равенстве частот колебания прекращаются.

Гетеродинные частотомеры основаны на способе нулевых биений. Структурная схема гетеродинного частотомера приведена на рис. 4.10, где Гпл – генератор с плавной настройкой – источник известной образцовой частоты; Гкв – кварцевый генератор, используемый для калибровки образцового генератора перед каждым измерением частоты; $C_{\text{кор}}$ – корректирующая емкость, необходимая для установки нулевых биений при калибровке Гпл.

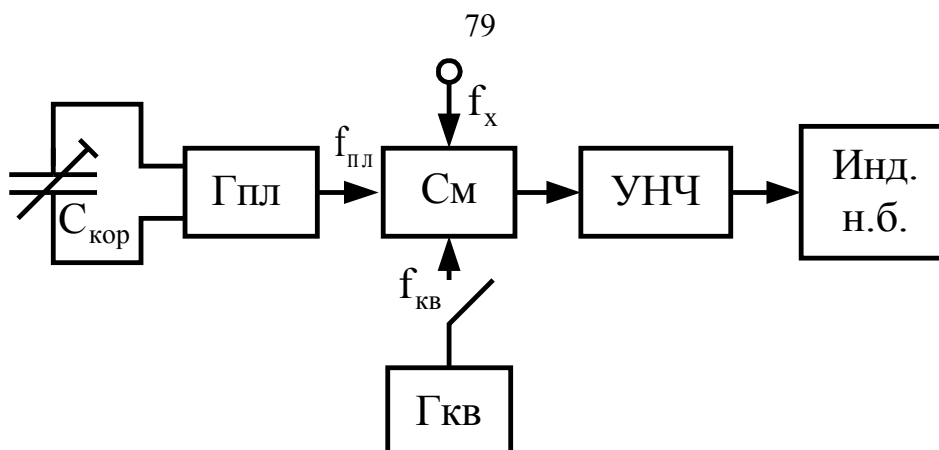


Рис. 4.10. Структурная схема простейшего гетеродинного частотомера

При работе Гкв отключается и производится сравнение f_x и $f_{i\bar{e}}$. Значение неизвестной частоты определяется как $f_x = n f_{i\bar{e}} \pm F_a$, где n – номер гармоники. Можно работать не только на первой, но и на других гармониках.

Погрешность гетеродинных частотомеров составляет $5 \cdot 10^{-4} \div 5 \cdot 10^{-6}$. Гетеродинные частотомеры постепенно вытесняются цифровыми. Однако в эксплуатации находится значительное число частотомеров разных типов, перекрывающих диапазон частот от 125 кГц до 40 МГц и от 2,5 до 78 ГГц.

4.5. Цифровые методы измерения частоты

Переменное напряжение, частоту которого f_x нужно измерить, преобразуют в последовательность коротких однополярных импульсов с частотой следования, равной f_x (рис. 4.11). Если сосчитать число импульсов N за известный интервал времени T_0 , то легко определить частоту f_x :

$$f_x = N/T_0 .$$

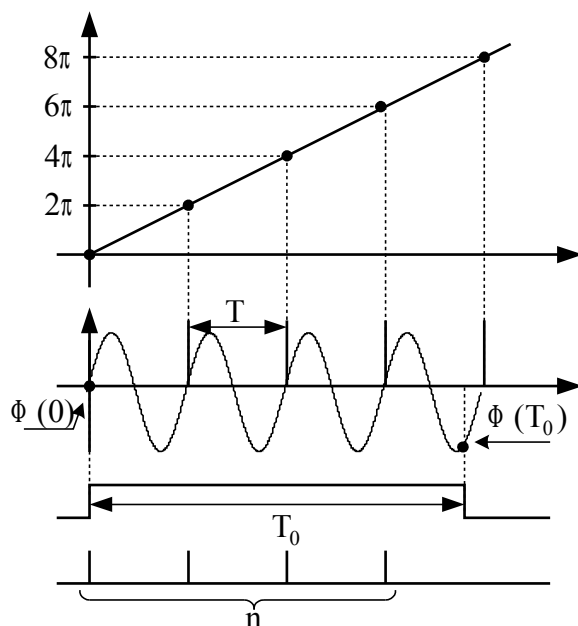


Рис. 4.11. Принцип дискретного счета при измерении частоты

В частности, если $T_0=1\text{с}$, то N численно равно частоте f_x . Эта идея является основой метода измерения частоты дискретным счетом. Приборы, созданные на основе этого метода, называют электронно-счетными частотомерами. Результат измерения появляется на табло передней панели прибора в виде светящихся цифр, и поэтому такие приборы часто называют цифровыми частотомерами.

4.5.1. Структурная схема цифрового частотомера

Упрощенная структурная схема электронно-счетного частотомера приведена на рис. 4.12. Основным элементом входного устройства (Вх.У) является аттенюатор или компенсированный делитель напряжения, с помощью которого устанавливается напряжение, необходимое для нормальной работы формирующего устройства (ФУ). В этом устройстве из входного переменного напряжения U_{f_x} формируются короткие прямоугольные импульсы $U_{ф_u}$ (рис. 4.13, форма которых не изменяется при изменении частоты и амплитуды входного напряжения в установленных для данного прибора пределах. Для формирования импульсов применяют триггер Шмидта или специальные схемы на туннельных диодах. Также ФУ может быть реализовано на логических элементах цифровой техники.

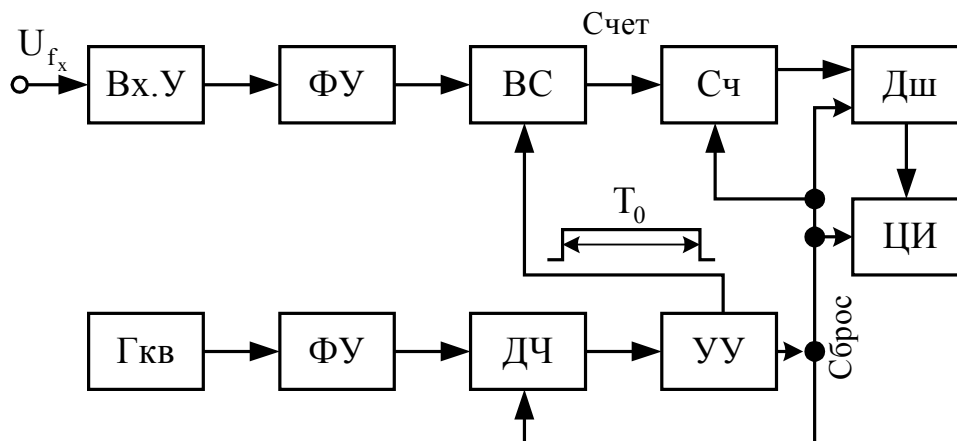


Рис. 4.12. Упрощенная структурная схема цифрового частотомера

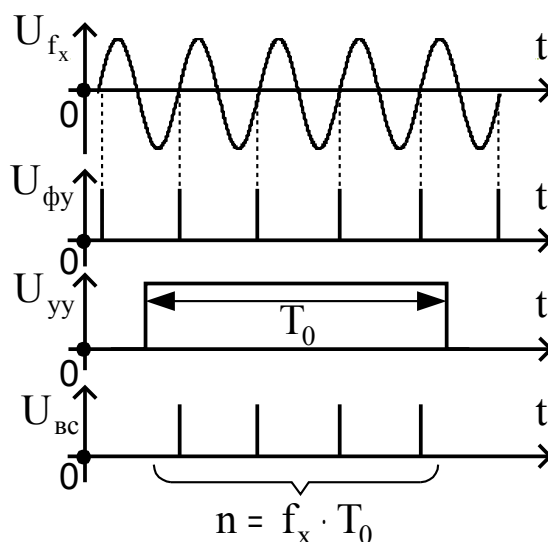


Рис. 4.13. Эпюры напряжений

Схема совпадения (&) предназначена для пропускания импульсов U_{ω} на электронный счетчик (Сч) в течение известного интервала времени T_0 (времени счета), формируемого из частоты генератора с кварцевой стабилизацией Гкв:

$$T_0 = 1/f_{\text{кв}}.$$

В устройстве управления (УУ) вырабатывается импульс напряжения U_{ω} длительностью T_0 , с помощью которого временной селектор открывается и на электронный счетчик (Сч) проходит группа импульсов, число которых $n = f_x \cdot T_0$. Эта информация через дешифратор (Дш) поступает на цифровой индикатор (ЦИ), на табло которого появляются показания в единицах частоты.

Частота генератора с кварцевой стабилизацией обычно равна 5 или 10 МГц и поэтому длительность калиброванного импульса T_0 равна 0,2 или 0,1 мкс. При таких длительностях времени счета невозможно измерять частоты, значение которых равно $f_{\text{кв}}$ или меньше ее. Поэтому после кварцевого генератора включают декадные делители частоты (ДЧ), на выходе которых образуются частоты в 10^n ($n=1, 2, 3, \dots, 8$) раз ниже частоты генератора, т. е. 100, 10 и 1 кГц, 100, 10, 1 и 0,1 Гц.

Длительность калиброванного импульса, открывающего селектор, равна $T_0 = 10^n / f_{\text{эа}}$, и время счета можно устанавливать декадными ступенями от 10^{-5} до 10 с. Измеряемая частота здесь определяется по формуле

$$f_x = n / (10^n \cdot t_0) = n \cdot 10^{-n} \cdot f_{\text{эа}},$$

где t_0 – период следования импульсов кварцевого генератора на входе делителя частоты ДЧ.

Устройство управления одновременно с воздействием на временной селектор выдает импульсы для автоматического сброса показания с табло цифрового индикатора и освобождения электронного счетчика от накопленной информации, а также для приведения в исходное состояние дешифратора и делителей частоты. В устройстве управления предусмотрена блокировка схемы совпадения на некоторый интервал времени, в течение которого сохраняются показания на цифровом табло. Этот интервал времени называется временем индикации и устанавливается оператором в пределах нескольких секунд. Частотомер может работать в автоматическом режиме, при ручном и дистанционном управлении. В автоматическом режиме счет импульсов производится каждый раз, когда заканчивается установленное время индикации. При ручном управлении счет выполняется один раз при нажатии на кнопку ручного запуска; время индикации не ограничивается.

4.5.2. Погрешности цифрового метода измерения частоты

При цифровом измерении частоты имеется несколько составляющих суммарной погрешности.

- *Погрешность меры.* Результат измерения частоты определяется как $F = n/T_0$. Мерой в данном случае является интервал времени измерения T_0 . В соответствии с теорией погрешностей косвенных измерений [5] абсолютная погрешность меры определяется как произведение частной производной от F по T_0 и значения абсолютной погрешности установки образцового интервала T_0 :

$$\Delta F_i = \left| \frac{\partial F}{\partial T_0} \right| \cdot \Delta T_0,$$

где $\frac{\partial F}{\partial T_0} = -\frac{n}{T_0^2}$.

Тогда абсолютная погрешность меры определится как

$$\Delta F_i = \left| \frac{\partial F}{\partial T_0} \right| \cdot \Delta T_0 = \frac{n}{T_0^2} \cdot \Delta T_0 = \frac{n}{T_0} \cdot \frac{\Delta T_0}{T_0}.$$

Относительная погрешность меры

$$\delta F_i = \frac{\Delta F_i}{F} = \frac{\Delta F_i}{n} \cdot T_0 = \frac{\Delta T_0}{T_0} = \frac{\Delta f_{\hat{e}\hat{a}}}{f_{\hat{e}\hat{a}}} = \delta f_{\hat{e}\hat{a}}.$$

Из вышеприведенной формулы следует, что относительная погрешность меры равна относительной нестабильности частоты кварцевого генератора $\delta f_{\hat{e}\hat{a}}$.

• Погрешность преобразования возникает в формирующем устройстве и связана с преобразованием в короткие импульсы переходов через нуль измеряемого гармонического сигнала (рис. 58). В режиме измерения частоты данной погрешностью можно пренебречь, поскольку выполняется усреднение большого числа периодов частоты f_x за время измерения T_0 , что приводит к уменьшению погрешности $\Delta T_{\text{пр}}$.

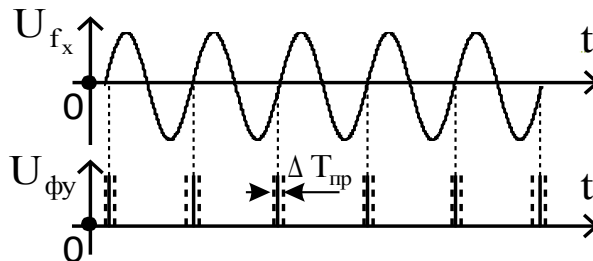


Рис. 4.14. Погрешность преобразования

• *Погрешность квантования (дискретности)*. Абсолютная погрешность дискретного счета возникает вследствие несинхронности входного напряжения измеряемой частоты и временного строба T_0 , полученного из частоты кварцевого генератора. Вследствие этого начало и конец калиброванного интервала T_0 не совпадают с началом и концом импульсов измеряемой частоты f_x .

Как и при измерении временных интервалов, различают случаи измерения априорно неизвестной и фиксированной частоты.

При измерении априорно неизвестной частоты погрешность квантования распределена по закону Симпсона в интервале от $-F_{\hat{A}}$ до $F_{\hat{A}}$ (рис.

4.15).

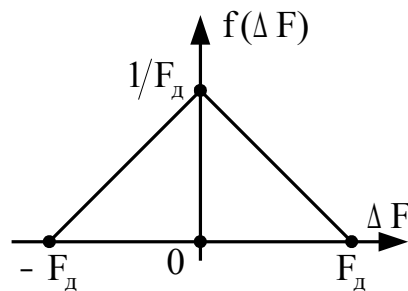


Рис. 4.15. Плотность распределения погрешности измерения априорно неизвестной частоты

Частота $F_{\dot{A}}$ называется единицей младшего разряда по частоте и является величиной, обратно пропорциональной длительности калиброванного интервала T_0 : $F_{\dot{A}} = 1/T_0$. Частота $F_{\dot{A}}$ показывает, с какой предельной погрешностью будут выполняться измерения частоты.

Например, при $T_0 = 0.1$ с

$$F_{\dot{A}} = 10 \text{ Гц},$$

следовательно, на табло частотомера будет отображаться значение частоты с точностью до десятков герц. Например, при измерении частоты 534 Гц с $T_0 = 0.1$ с на экране могут быть получены значения частоты 530 или 540 Гц.

Среднеквадратическое значение погрешности измерения априорно неизвестной частоты составляет

$$\sigma_{\text{еа}} = \frac{F_{\dot{A}}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot T_0}. \quad (4.1)$$

Предельная погрешность измерения частоты составляет $\pm F_{\dot{A}}$.

При измерении фиксированного значения частоты

$$F = n \cdot F_{\dot{A}} + \Delta F,$$

где $\Delta F = \left\{ \frac{F}{F_{\dot{A}}} \right\} \cdot F_{\dot{A}}$ — дробная часть измеряемой частоты (фигурные скобки означают операцию выделения дробной части числа), результат измерения может принять 2 значения: $F_{\text{эс}i 1} = n \cdot F_{\dot{A}}$ и $F_{\text{эс}i 2} = (n+1) \cdot F_{\dot{A}}$.

Следовательно, при измерении фиксированной частоты F погрешность измерений является дискретной случайной величиной, принимающей два значения Δ_1 и Δ_2 : $\Delta_1 = F_{\text{эс}i 1} - F = -\Delta F$ и $\Delta_2 = F_{\text{эс}i 2} - F = F_{\dot{A}} - \Delta F$. Вероятности появления каждой из погрешностей составляют $1 - \Delta F/F_{\dot{A}}$ и $\Delta F/F_{\dot{A}}$ для Δ_1 и

Δ_2 соответственно. Погрешность измерения фиксированной частоты может быть задана в виде следующего ряда распределения:

Δ_i	$-\Delta F$	$F_{\dot{A}} - \Delta F$
P_i	$1 - \Delta F / F_{\dot{A}}$	$\Delta F / F_{\dot{A}}$

Среднеквадратическое значение погрешности измерения фиксированной частоты определяется как

$$\sigma_{\hat{e}\hat{a}\hat{o}} = F_{\dot{A}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta F}{F_{\dot{A}}} \cdot \left(1 - \frac{\Delta F}{F_{\dot{A}}}\right)} = \sqrt{\Delta F \cdot (F_{\dot{A}} - \Delta F)}.$$

Пример: Найти среднеквадратическую погрешность измерения частоты 527 Гц цифровым частотомером с временем измерения 0.1с.

Решение: Среднеквадратическая погрешность измерения фиксированной частоты определяется по формуле (4.1). Значение величины младшего разряда по частоте составляет $F_{\dot{A}} = 1/T_0 = 10 \text{ } \ddot{A}\ddot{o}$, дробная часть измеряемой частоты:

$$\Delta F = \left\{ \frac{F}{F_{\dot{A}}} \right\} \cdot F_{\dot{A}} = \left\{ \frac{527}{10} \right\} \cdot 10 = \{52.7\} \cdot 10 = 7 \text{ } \ddot{A}\ddot{o}.$$

Отсюда

$$\sigma_{\hat{e}\hat{a}\hat{o}} = \sqrt{\Delta F \cdot (F_{\dot{A}} - \Delta F)} = \sqrt{7 \cdot (10 - 7)} = \sqrt{21} = 4.58 \text{ } \ddot{A}\ddot{o}.$$

Относительную погрешность квантования априорно неизвестной частоты находят как отношение абсолютной погрешности к измеренному значению частоты F:

$$\delta F_{\hat{e}\hat{a}} = \frac{\sigma_{\hat{e}\hat{a}}}{F} = \frac{F_{\dot{A}}}{\sqrt{6} \cdot F} = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot T_0 \cdot F}.$$

Предельное значение относительной погрешности

$$\delta F_{\hat{e}\hat{a}.max} = \pm \frac{\Delta F_{\hat{e}\hat{a}.max}}{F} = \pm \frac{F_{\dot{A}}}{F} = \pm \frac{1}{T_0 \cdot F}.$$

Пример: Цифровой частотомер с временем измерения $T_0 = 1\text{с}$ выполняет измерение сигналов с частотами 10МГц и 100Гц. Найти предельные

значения относительной погрешности квантования $\delta F_{\hat{e}\hat{a}.max}$, меры δF_i и суммарной погрешности δF_{Σ} . Относительная нестабильность частоты кварцевого генератора $\delta f_{k.\bar{a}} = 10^{-7}$, погрешностью преобразования пренебречь.

Решение: Для сигналов с частотами F_1 и F_2 погрешность меры будет одинаковой и составит $\delta F_{i\ 1,2} = \delta f_{k.\bar{a}} = 10^{-7}$. Относительная погрешность квантования для сигнала с частотой F_1 составит

$$\delta F_{\hat{e}\hat{a}.max\ 1} = \frac{1}{T_0 F_1} = \frac{1}{10^7} = 10^{-7},$$

для сигнала с частотой F_2

$$\delta F_{\hat{e}\hat{a}.max\ 2} = \frac{1}{T_0 F_2} = \frac{1}{100} = 10^{-2} = 1\% .$$

Суммарная погрешность для первого сигнала составит:

$$\delta F_{\Sigma\ 1} = \sqrt{\delta F_i^2 + \delta F_{\hat{e}\hat{a}.max\ 1}^2} = \sqrt{2} \cdot 10^{-7},$$

для второго

$$\delta F_{\Sigma\ 2} = \sqrt{\delta F_i^2 + \delta F_{\hat{e}\hat{a}.max\ 2}^2} = 10^{-2} = 1\% .$$

Таким образом, на низких частотах наблюдается резкое увеличение погрешности измерения частоты. Одним из способов повышения точности является увеличение времени измерения T_0 . Так, например, для $F=100$ Гц, чтобы $\delta F_{\hat{e}\hat{a}.max}$ стало равной 10^{-7} необходимо обеспечить $T_0 = 10^5$ с, а это очень большой интервал времени.

Эффективным методом уменьшения погрешности квантования низкочастотных сигналов является переход в режим измерения периода.

Значение времени счета T_0 выбирают в K раз большим измеряемого периода T , что позволяет уменьшить погрешности квантования и преобразования.

Структурная схема цифрового измерителя периода имеет вид, приведенный на рис. 4.16. Эпюры напряжений, поясняющие принцип работы измерителя, приведены на рис. 4.17.

Измеренное значение периода определяется по формуле

$$T_{\hat{e}\hat{c}\hat{i}} = n \cdot t_0 / K = 10^{-m} \cdot n ,$$

где $m=0, 1, 2, \dots, 8$.

Отсюда следует, что ток в такой схеме прямо пропорционален частоте переключения и при постоянном произведении $C \cdot U$ шкалу амперметра можно градуировать в единицах частоты:

$$F = \frac{I}{C \cdot U}.$$

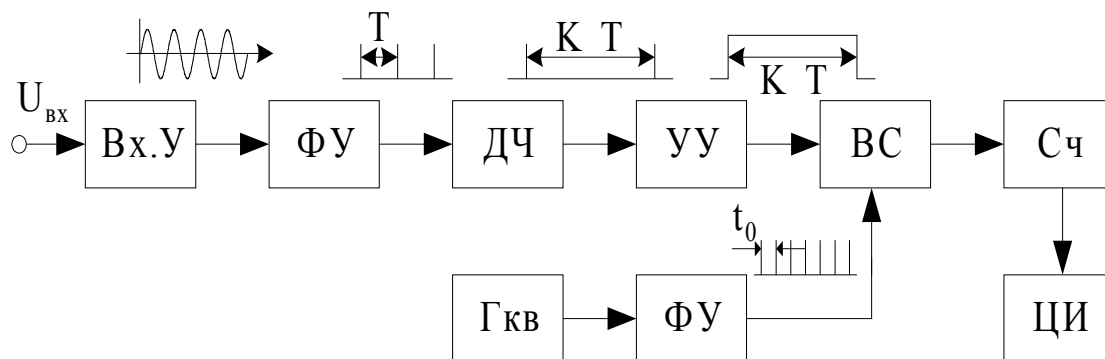


Рис. 4.16. Цифровой измеритель периода

Структурная схема конденсаторного частотомера (рис. 4.17) состоит из усилителя-ограничителя (УО) и зарядно-разрядного устройства (ЗРУ) с магнитоэлектрическим индикатором. Кроме того, имеется генератор Γ_k для калибровки частотомера на одной фиксированной частоте.

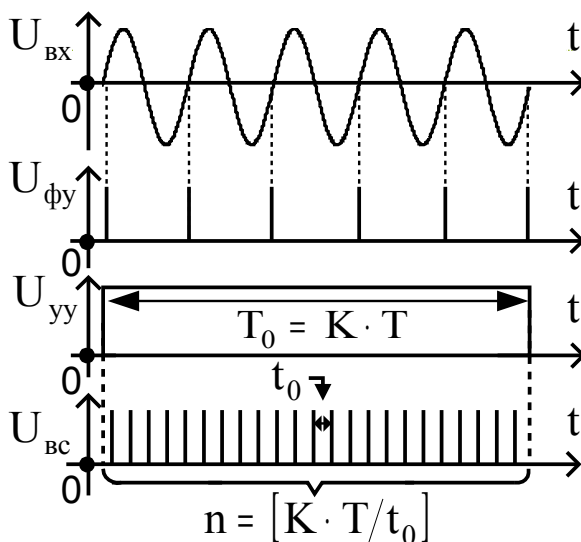


Рис. 4.17. Эпюры напряжений

Таким образом, цифровой измеритель периода, так же как измеритель частоты, является прямопоказывающим прибором, поскольку значения периода следования импульсов кварцевого генератора t_0 и коэффициента деления частоты K выбраны кратными 10.

Как и при измерении частоты, при измерении периода имеют место погрешности меры, преобразования и квантования.

Погрешность меры. Абсолютная погрешность меры:

$$\Delta \dot{O}_i = \left| \frac{\partial \dot{O}}{\partial f_{\hat{e}\hat{a}}} \right| \cdot \Delta f_{\hat{e}\hat{a}} = \frac{n}{K \cdot f_{\hat{e}\hat{a}}^2} \cdot \Delta f_{\hat{e}\hat{a}} = \frac{n}{K \cdot f_{\hat{e}\hat{a}}} \cdot \frac{\Delta f_{\hat{e}\hat{a}}}{f_{\hat{e}\hat{a}}} = T \cdot \delta f_{\hat{e}\hat{a}}$$

Относительная погрешность меры определяется так же как и в режиме измерения частоты

$$\delta T_0 = \frac{\Delta T_i}{T} = \frac{\Delta f_{\hat{e}\hat{a}}}{f_{\hat{e}\hat{a}}} = \delta f_{\hat{e}\hat{a}}$$

Погрешность квантования. Абсолютная среднеквадратическая погрешность квантования

$$\delta_{\hat{e}\hat{a}}(\dot{O}) = \frac{t_0}{\sqrt{6} \cdot K} = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot K \cdot f_{\hat{e}\hat{a}}}$$

Предельная погрешность квантования

$$\Delta_{\hat{e}\hat{a}}(\dot{O}) = \pm \frac{t_0}{K} = \pm \frac{1}{K \cdot f_{\hat{e}\hat{a}}}$$

Относительную среднеквадратическую погрешность квантования определяют как

$$\begin{aligned} \delta_{\hat{e}\hat{a}}(\dot{O}) &= \frac{\Delta_{\hat{e}\hat{a}}(\dot{O})}{\dot{O}} = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot \hat{E} \cdot f_{\hat{e}\hat{a}} \cdot \dot{O}} = \frac{F}{\sqrt{6} \cdot \hat{E} \cdot f_{\hat{e}\hat{a}}} , \\ \delta_{\hat{e}\hat{a}}(\dot{O}) &= \frac{1}{\sqrt{6} \cdot f_{\hat{e}\hat{a}} \cdot \frac{\hat{E} \cdot \dot{O}}{T_0}} = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot f_{\hat{e}\hat{a}} \cdot \dot{O}_0} . \end{aligned}$$

Предельная относительная погрешность квантования

$$\delta_{\hat{e}\hat{a}.max} = \pm \frac{1}{f_{\hat{e}\hat{a}} \dot{O}_0}$$

Погрешность преобразования. В отличие от режима измерения частоты, этой составляющей никак нельзя пренебречь, поскольку происходит измерение начала и конца временного интервала, которые могут флуктуировать по причине фазовых шумов.

Абсолютная погрешность преобразования

$$\Delta_{i\delta} = \frac{T}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot q \cdot K},$$

где q — отношение сигнал/шум по напряжению; K — число усредняемых периодов входного сигнала (коэффициент деления делителя частоты).

Относительную погрешность преобразования находят как отношение абсолютной погрешности к величине измеренного периода:

$$\delta_{i\delta} = \frac{\Delta_{i\delta}}{T} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot q \cdot K}.$$

Пример: Найти значение погрешности квантования для частоты F_2 из предыдущего примера при переходе в режим измерения периода для прежнего времени измерения $T_0 = 1$ с.

Решение: Относительная погрешность меры при переходе в режим измерения периода не изменится и составит $\delta F_i = \delta f_{k,\bar{a}} = 10^{-7}$. Относительная погрешность квантования составит

$$\delta F_{\hat{e}\hat{a}.max} = \frac{1}{T_0 \cdot f_{\hat{e}\hat{a}}} = \frac{1}{10^7} = 10^{-7}.$$

Суммарная погрешность измерения периода без учета погрешности преобразования

$$\delta F_{\hat{e}\hat{a}} = \sqrt{\delta F_i^2 + \delta F_{\hat{e}\hat{a}.max}^2} = \sqrt{2} \cdot 10^{-7}.$$

Таким образом, погрешность квантования в данном случае уменьшилась в 10^5 раз, при этом время измерения не изменилось.

4.5.3. Структурная схема и режимы работы универсального цифрового частотомера

Универсальный цифровой частотомер является прибором, предназначенным для измерения частоты колебаний, подаваемых на вход А, периода сигналов, подаваемых на вход Б, отношения частот сигналов, поступающих на входы А и Б, может быть использован в качестве датчика кварцевых частот и т.д. Структурная схема универсального цифрового частотомера приведена на рис. 4.18.

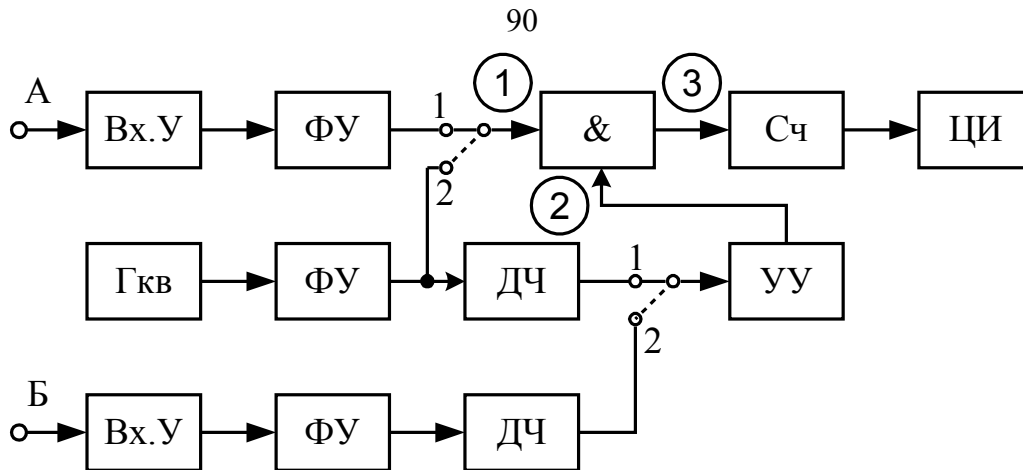


Рис. 4.18. Структурная схема универсального цифрового частотомера

Различают несколько режимов работы универсального цифрового частотомера.

Режим: "Измерение частоты" (Основной). Переключатели П1 и П2 находятся в положении 1.

В этом режиме входной сигнал поступает на вход А. Из входного сигнала формируются квантующие импульсы с периодом входного сигнала T_A .

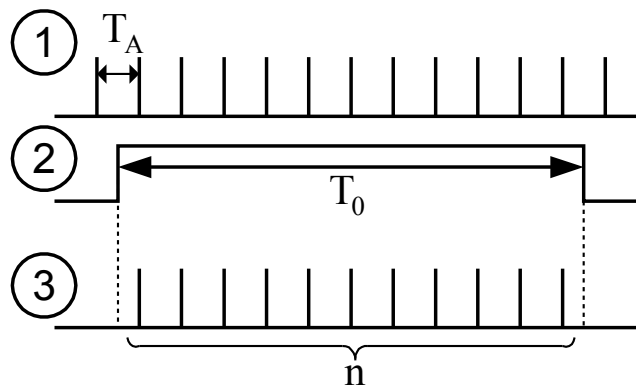


Рис. 4.19. Напряжения на входах и выходе временного селектора в режиме измерения частоты

Напряжение кварцевого генератора используется для формирования образцового интервала времени T_0 , в течение которого подсчитывается число периодов входного сигнала n . Измеренное значение частоты определяется как:

$$F_{\text{дци}} = \frac{n}{T_0}.$$

Режим "Измерение периода". Переключатели П1 и П2 находятся в положении 2. В данном режиме входной сигнал подается на вход Б частотомера. Из входного сигнала формируется временной строб длительностью $K \cdot T_B$, напряжение кварцевого генератора используется для формирования меток

времени – последовательности коротких импульсов с высокостабильным периодом следования t_0 . Счетчик подсчитывает число меток времени n , попадающих внутрь временного строба, измеренное значение периода определяют по формуле:

$$T_{\text{эци}} = \frac{n \cdot t_0}{K}$$

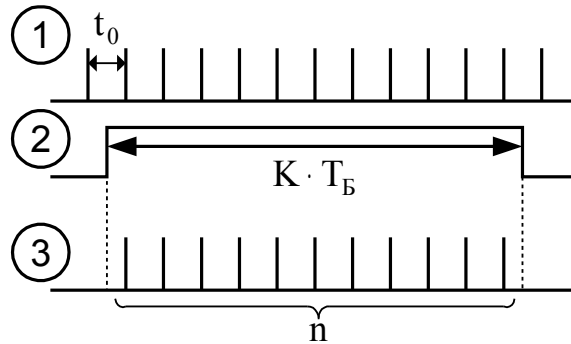


Рис. 4.20. Эпюры напряжений в режиме измерения периода

Режим измерения отношения частот на входах А и Б (F_A / F_B). Переключатель П1 – в положении 1, П2 – в положении 2.

В данном режиме частотомер измеряет отношение частот на входах А и Б. Кварцевый генератор отключен. Квантующие импульсы формируются из напряжения высокой частоты, поступающего на вход А. Стробирующий импульс длительностью $\hat{E} \cdot \hat{O}_A$ формируется из низкочастотного напряжения, поступающего на вход Б.

Число импульсов, зафиксированное счетчиком, составит:

$$n = \left[\frac{K \cdot T_A}{T_B} \right]$$

Отношение частот на входах А и Б определится по формуле:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{n}{K}$$

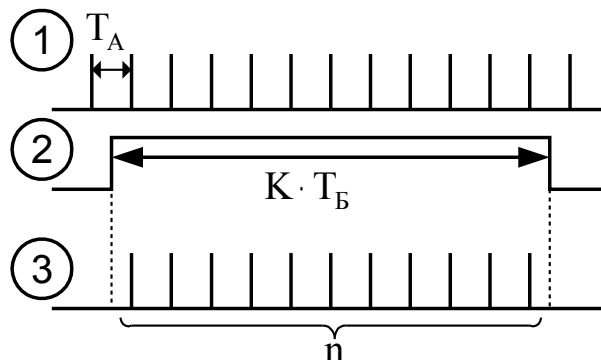


Рис. 4.21. Эпюры напряжений в режиме измерения отношения частот

Режим самоконтроля. Переключатель П1 находится в положении 2, П2 – в положении 1. Данный режим предназначен для проверки правильности функционирования декадных счетчиков, временного селектора, формирующих устройств и табло цифрового индикатора. Квантующие импульсы и временной строб формируются из напряжения кварцевого генератора. Напряжения входных сигналов подавать не требуется. При исправном частотомере число импульсов, зафиксированное счетчиком равно:

$$n = \frac{K \cdot t_0}{t_0} = K.$$

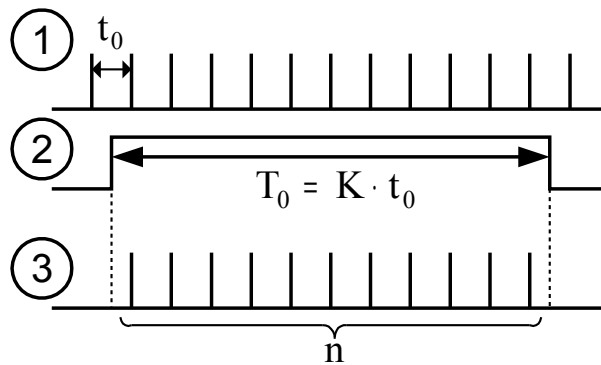


Рис. 4.22. Напряжения в режиме самоконтроля

Поскольку коэффициент деления K делителя частоты выбирается кратным 10, то на табло цифрового индикатора также будет наблюдаться число, кратное 10.

Для повышения точности измерений вместо внутреннего кварцевого опорного генератора с кварцевой стабилизацией используют внешний стандарт частоты. Следует иметь в виду, что частота стандарта численно должна быть равной 10^m Гц, где m – целое число, так как только в этом случае цифровой отсчет на табло частотомера будет соответствовать измеряемой частоте или периоду с учетом положения запятой.

Максимальное значение измеряемой частоты определяется в основном быстродействием электронного счетчика, т. е. образующих его декадных делителей. Для расширения частотного диапазона во входном тракте применяют двоичные делители, быстродействие которых выше, чем декадных. Верхний предел измеряемых частот равен 100 – 200 МГц, а с преобразованием (переносом) частоты достигает 70 ГГц. Погрешность измерения частоты $5 \cdot 10^{-9}$. Диапазон измеряемых интервалов времени и периодов 1 мкс – 10^4 с. Погрешность измерения – 0,1 мкс. Максимальное число десятичных разрядов определяется емкостью счетчика.

Каждый электронно-счетный частотомер можно использовать как источник серии стабильных частот (рис. 4.23), получаемых от кварцевого генератора и делителей частоты.

При частоте кварцевого генератора $f_{\hat{e}\hat{a}} = 10$ МГц с выхода делителя частоты можно получить напряжения с частотами:

$$f = \frac{f_{\hat{e}\hat{a}}}{\hat{E}} = 10^7, 10^6, 10^5, 10^4, 10^3, 10^2, 10, 1, 0,1 \text{ } \tilde{A}\tilde{o}.$$

Современные электронно-счетные частотомеры являются автоматическими приборами, отличающимися высокой точностью измерений, быстрым действием, удобством отсчета и простотой работы с ними. Замена резонансных и гетеродинных частотомеров уменьшает время измерения в 30 – 50 раз и снижает погрешность на 4 – 5 порядков. Наличие на выходе результата измерения в виде электрического кода позволяет использовать их в измерительно-информационных системах и системах управления.

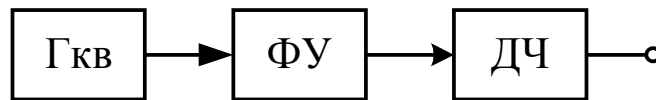


Рис. 4.23. Использование цифрового частотомера как источника серии стабильных частот

Достижения в области микроэлектроники позволили создавать электронно-счетные частотомеры на базе интегральных микросхем и микропроцессоров. Применение последних значительно увеличило надежность, уменьшило габариты, массу и потребляемую энергию, позволило добиться высокой степени автоматизации измерений.

4.5.4. Прецизионные методы измерения частоты

При рассмотрении погрешностей цифрового измерения частоты было отмечено, что на низких частотах в режиме измерения частоты получается большая относительная погрешность измерений:

$$\delta_{F.max} = \frac{1}{T_0 \cdot F}.$$

Данная погрешность может быть уменьшена при переходе к режиму измерения периода. В этом случае:

$$\delta_{\dot{o}.max} = \frac{1}{f_{\hat{e}\hat{a}} \cdot T_0}.$$

Но в этом случае необходим пересчет результатов, $\dot{O} \rightarrow F = \frac{1}{T}$, который трудно реализовать на схемах с жесткой логикой. Для пересчета нужен микропроцессорный вычислительный блок (МВБ).

Рассмотрим другие методы уменьшения погрешностей квантования, которые могут быть реализованы без применения МВБ.

1. Метод измерения частоты с дискретной весовой функцией, основанный на расширении дробной части калиброванного временного интервала [9]. В данном случае используется синхронизированное квантование образцового временного интервала T_0 . Для случая, представленного на рис. 4.24:

$$F = \frac{n}{T_0}; \quad n = 6; \quad F = \frac{6}{T_0}.$$

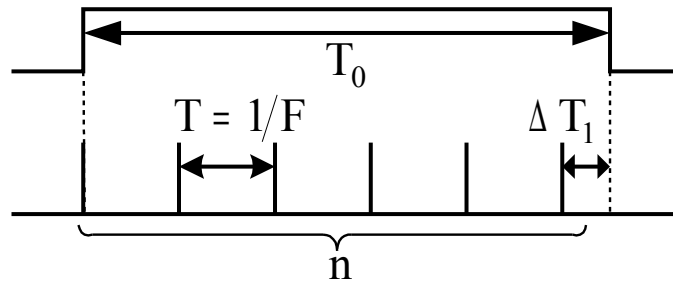


Рис. 4.24. Случай синхронизированного квантования временного интервала

Если бы можно было измерить дробную часть n , то результат измерения частоты был бы точнее, поскольку $n=6,5$. Точное значение частоты составляет:

$$F = \frac{6,5}{T_0}.$$

Для реализации этого необходимо измерить интервал ΔT_1 . Тогда точное значение частоты:

$$F = \frac{1}{T_0} \left(n + \frac{\Delta T_1}{T} \right) = \frac{1}{T_0} (n + \Delta n),$$

где $\Delta n = \Delta T_1 / T$.

Для измерения $\Delta \dot{O}_1$ его расширяют в m раз и продолжают заполнять счетными импульсами с периодом T (рис. 4.25).

Число импульсов n_2 , попавших в "растянутый" интервал $\Delta T_1 \cdot m$, составит

$$n_2 = \frac{m \cdot \Delta \dot{O}_1}{T},$$

следовательно

$$\frac{\Delta \dot{O}_1}{T} = \frac{n_2}{m} = \Delta n .$$

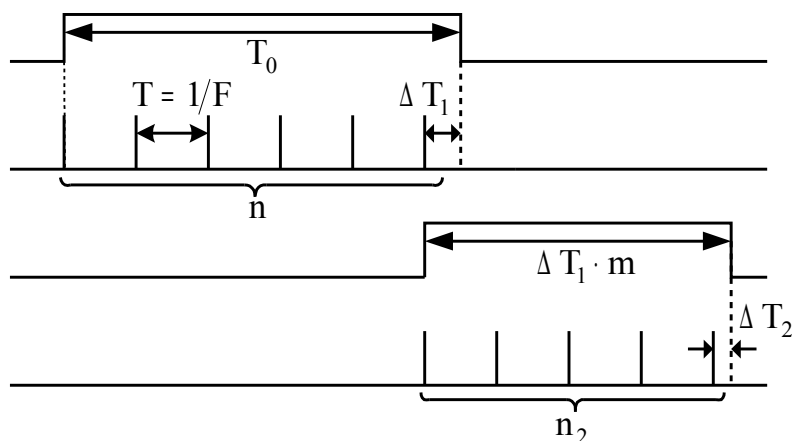


Рис. 4.25. Расширение дробной части интервала T_0

Отсюда точное значение частоты

$$F = \frac{1}{T_0} \left(n + \frac{n_2}{m} \right) .$$

Если для исходного измерения погрешность квантования была

$$\sigma = \frac{1}{T_0 \sqrt{6}} ,$$

то стала

$$\sigma_1 = \frac{1}{T_0 \sqrt{6} \cdot m} .$$

В классическом варианте $T_{\text{эцл}} = T_0$. После применения метода время измерения составит

$$T_{\text{эцл}1} = T_0 - \Delta T_1 + \Delta T_1 \cdot m = T_0 + (m - 1) \cdot \Delta T_1 .$$

Значение $\Delta \dot{O}_1$ меньше или равно периоду измеряемой частоты

$$\Delta \dot{O}_1 \leq \dot{O} = \frac{1}{F} .$$

Отсюда, максимальное время измерения

$$\dot{O}_{\text{эци}} \cdot \text{max} = T_0 + (m - 1) \cdot T.$$

Пример: Найти погрешности измерения частоты $F = 100$ Гц в обычном режиме и по методу с дискретной весовой функцией при времени измерения $T_0 = 1$ с и коэффициенте уменьшения веса погрешности дискретности $m=100$.

Решение: Погрешность измерения частоты в обычном режиме составит

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot T_0} = 4.1 \text{ } \tilde{A}\ddot{o}.$$

При измерении с дискретной весовой функцией

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{6} \cdot \dot{O}_0 \cdot m} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{6}} = 0.0041 \text{ } \tilde{A}\ddot{o},$$

т. е. погрешность измерения уменьшится в 100 раз.

Оценим время измерения. В обычном режиме

$$T_{\text{эци}} = T_0 = 1 \text{ с}.$$

При измерении с дискретной весовой функцией

$$\dot{O}_{\text{эци} 2} = \dot{O}_0 + (m - 1)\dot{O} = 1\tilde{n} + (100 - 1)\frac{1}{100} = 1.99 \approx 2\tilde{n}.$$

В результате применения метода с дискретной весовой функцией погрешность квантования уменьшилась в 100 раз, а время измерения увеличилось всего вдвое. Можно сделать повторное расширение интервала ΔT_2 в m раз. Тогда погрешность уменьшится в m^2 раз, а время измерения возрастет втрое по сравнению с T_0 .

В классическом частотомере для достижения такой же точности необходимо увеличить время измерения также в m^2 раз.

Схема реализации измерителя с дискретной весовой функцией приведена на рис. 4.26.

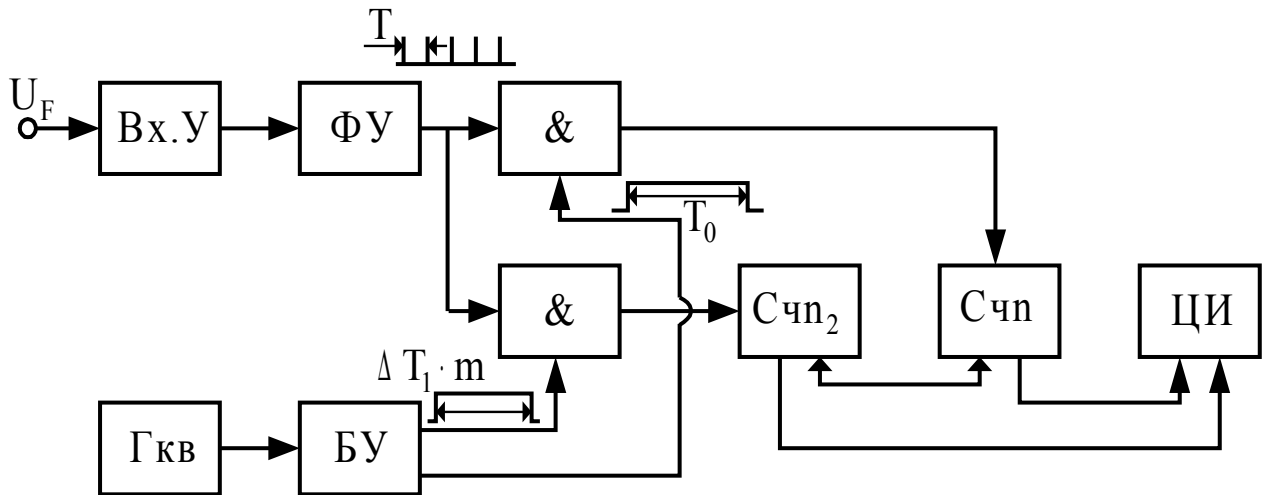


Рис. 4.26. Схема частотомера с дискретной весовой функцией

Для увеличения $\Delta \dot{O}_1$ в m раз интервал времени $\Delta \dot{O}_1$ квантуют счетными импульсами с некоторой частотой квантования $f_{\dot{e}\dot{a}}$. Затем полученное число импульсов воспроизводят с частотой, в m раз более низкой, т. е. $f_{\dot{e}\dot{a}}/m$.

2. Метод измерения частоты с квазинепрерывной весовой функцией [10] позволяет уменьшить как погрешность квантования, так и шумовую составляющую погрешности.

В режиме измерения периода используется информация о первом и последнем периодах измеряемого сигнала (рис. 71).

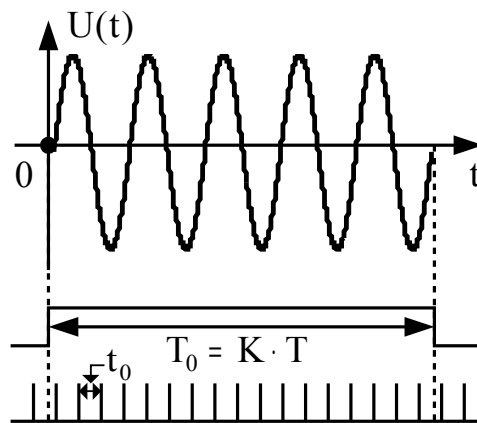


Рис. 4.27. Эпюры напряжений в режиме измерения периода

При учете информации о погрешностях начала Δt_i и конца Δt_e для всех измеряемых периодов будет наблюдаться картина, приведенная на рис. 4.28.

Погрешности измерений для каждого из периодов запишутся в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 = \Delta t_{i1} - \Delta t_{e1} = \Delta t_1 - \Delta t_2, \\ \Delta_2 = \Delta t_{i2} - \Delta t_{e2} = \Delta t_2 - \Delta t_3, \\ \Delta_3 = \Delta t_{i3} - \Delta t_{e3} = \Delta t_3 - \Delta t_4, \\ \dots\dots\dots \\ \Delta_i = \Delta t_i - \Delta t_{i+1}, \\ \dots\dots\dots \\ \Delta_K = \Delta t_K - \Delta t_{K+1}. \end{array} \right.$$

Среднее значение для K измеренных периодов

$$\dot{O}_{\bar{n}\delta} = \frac{1}{\hat{E}} \sum_{i=1}^K T_i.$$

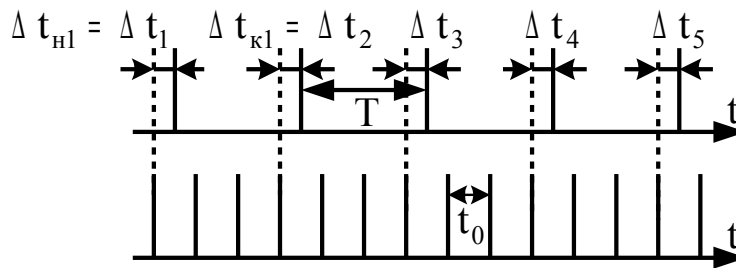


Рис. 4.28. Использование информации обо всех измеряемых периодах

Абсолютная погрешность среднего значения составит

$$\Delta \dot{O}_{\bar{n}\delta} = \frac{1}{\hat{E}} \sum_{i=1}^K \Delta i = \frac{1}{K} (\Delta t_1 - \Delta t_2 + \dots - \Delta t_K + \Delta t_{K-1}) = \frac{1}{K} (\Delta t_1 - \Delta t_{K+1}).$$

Среднеквадратическая погрешность

$$\sigma = \frac{t_0}{\sqrt{6 \cdot K}},$$

имеет то же значение, что и при заполнении счетными импульсами "растянутого" интервала $K \cdot T$.

При применении весового усреднения средневзвешенное значение периода

$$\dot{O}_{\bar{n}\delta.\bar{a}} = \sum_{i=1}^K q_i T_i. \quad (4.2)$$

Погрешность в этом случае составит

$$\Delta \dot{O}_{\tilde{n}\delta.\hat{a}} = \frac{1}{\hat{E}} \sum_{i=1}^K q_i \Delta i = \frac{1}{K} (\Delta t_i - \Delta t_{i+1}) = q_1 (\Delta t_1 - \Delta t_2) + q_2 (\Delta t_2 - \Delta t_3) + \\ + q_3 (\Delta t_3 - \Delta t_4) + \dots + q_K (\Delta t_K - \Delta t_{K+1}).$$

или

$$\Delta \dot{O}_{\tilde{n}\delta.\hat{a}} = q_1 \cdot \Delta t_1 + (q_2 - q_1) \Delta t_2 + (q_3 - q_2) \Delta t_3 + \dots \\ \dots + (q_K - q_{K-1}) \Delta t_K - q_K \cdot \Delta t_{K+1}.$$

Дисперсию $\sigma^2(\Delta T_{cp.\hat{a}})$, при некоррелированных выборках Δt_i определяют по формуле

$$\sigma^2(\Delta T_{cp.\hat{a}}) = q_1^2 \sigma^2(\Delta t_1) + (q_2 - q_1)^2 \sigma^2(\Delta t_2) + (q_3 - q_2)^2 \sigma^2(\Delta t_3) + \dots \\ + q_k^2 \sigma^2(\Delta t_{K+1}) = \left[q_1^2 + (q_2 - q_1)^2 + \dots + (q_k - q_{k-1})^2 + q_k^2 \right] \cdot \frac{t_0^2}{12},$$

что получено из условия $\sigma^2(\Delta t_i) = \frac{t_0^2}{12}$ для случая синхронизированного квантования.

Значения q_i подбирают таким образом, чтобы обеспечить минимум дисперсии $\sigma^2(\Delta T_{cp.\hat{a}})$, который достигается при равенстве нулю первых производных по неизвестным значениям q_i , т. е.

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma^2(\Delta \dot{O}_{\tilde{n}\delta.\hat{a}})}{\partial q_1} = 0, \\ \frac{\partial \sigma^2(\Delta \dot{O}_{\tilde{n}\delta.\hat{a}})}{\partial q_2} = 0, \\ \frac{\partial \sigma^2(\Delta \dot{O}_{\tilde{n}\delta.\hat{a}})}{\partial q_2} = 0. \end{cases} \quad (4.3)$$

Кроме того, для обеспечения несмещенности оценки $T_{\tilde{n}\delta.\hat{a}}$ должно быть выполнено условие:

$$\sum_{i=1}^K q_i = 1. \quad (4.4)$$

После нахождения частных производных, система (23) примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2q_1 - q_2 = 0 \\ -q_1 + 2q_2 - q_3 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ -q_i + 2q_{i+1} - q_{i+2} = 0 \\ \dots\dots\dots \\ 2q_K - q_{K-1} = 0 \\ \hat{E} \\ \sum_{i=1} q_i = 1. \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Результатом решения системы уравнений (4.5) будут следующие значения весовых коэффициентов:

$$q_i = \frac{6 \cdot i \cdot (K - i + 1)}{K(K + 1)(K + 2)}. \quad (4.6)$$

На рис. 4.29 приведен график оптимальной весовой функции (ВФ), полученной по формуле (25) (1), и ее аппроксимация треугольником (2) и трапецией (3).

Для оптимальных весовых коэффициентов дисперсия погрешности оценки средневзвешенного значения периода составит:

$$\sigma^2(\Delta t_i) = \frac{t_0}{\sqrt{6 \cdot \hat{E}}} \cdot \sqrt{\frac{6\hat{E}}{(\hat{E} + 1) \cdot (\hat{E} + 2)}},$$

т. е. погрешность измерения уменьшилась в Z раз по сравнению с методом невесового (равномерного) усреднения:

$$\sigma(T_{\tilde{n}\delta.\hat{a}}) = \frac{\sigma(\hat{O}_{\tilde{n}\delta})}{Z},$$

где

$$Z = \sqrt{\frac{(K + 1)(K + 2)}{6K}}.$$

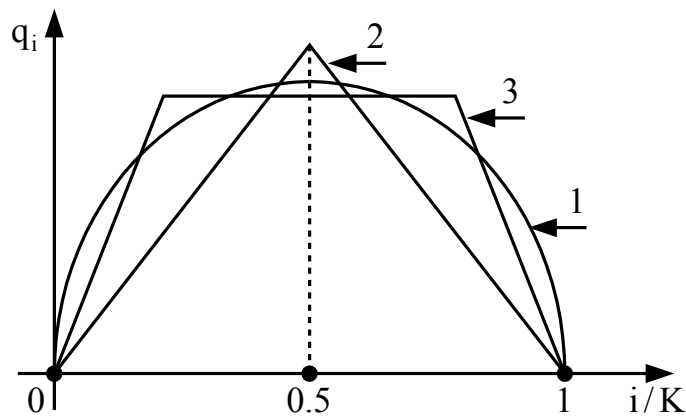


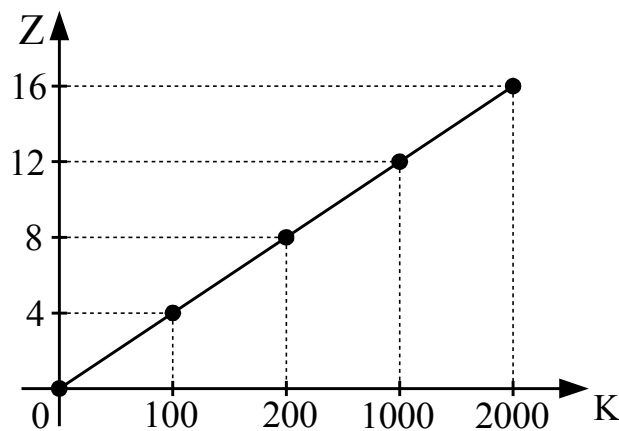
Рис. 4.29. Графики ВФ и ее аппроксимации

Недостатком данного метода являются сложность формирования весовой функции без применения микропроцессора. Для упрощения формирования ВФ её аппроксимируют треугольником или трапецией (рис. 4.29, кривые 2 и 3). При переходе от оптимальной ВФ к ее аппроксимации происходит увеличение погрешности оценки периода $\sigma(T_{\text{н.д.}})$: при треугольной весовой функции – на 15 %, при трапецеидальной – на 6 %.

Несмотря на это, данный метод является весьма эффективным для уменьшения погрешности квантования (рис. 4.30).

Структурная схема весового измерителя периода, реализующего метод измерения частоты с квазинепрерывной весовой функцией приведена на рис. 74.

Представленная схема отличается от обычного измерителя периода тем, что эквиваленты измеренных значений периода n_i умножаются на весовые коэффициенты q_i , поступающие с блока формирования весовых коэффициентов. В схеме на обычного измерителя периода все измеренные значения периодов берутся с равными весами.

Рис. 4.30. Зависимость коэффициента Z от числа усредняемых периодов K

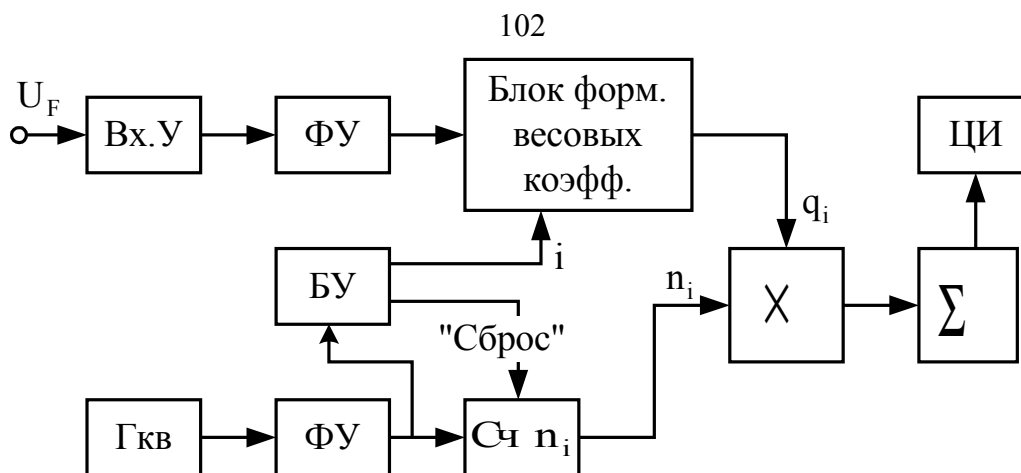


Рис. 4.31. Весовой измеритель периода

Данная схема формирует средневзвешенное значение периода в соответствии с выражением (4.2). Весовые коэффициенты вычисляются в соответствии с выражением (4.6), или используется аппроксимация ВФ треугольником или трапецией.

5. ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ

В соответствии с ГОСТ 15094-69 приборы для измерения напряжения относятся к группе «В» и содержат в себе следующие виды приборов:

- В1-установки или приборы для проверки вольтметров;
- В2-вольтметры постоянного тока;
- В3-вольтметры переменного тока;
- В4-вольтметры импульсного тока;
- В5-вольтметры фазочувствительные (векторометры);
- В6-вольтметры селективные;
- В7-вольтметры универсальные;
- В8-измерители отношения напряжений и (или) разности напряжений.
- В9-преобразователи напряжений.

Измерение напряжений в электронных схемах отличаются от подобных измерений в электротехнических схемах, что объясняется особенностями сигналов, используемых в электронике и радиотехнике:

1. Широкий диапазон частот: $f_i = 0$ Гц, $f_a > 2$ ГГц.
2. Широкий диапазон напряжений: $10^{-7} \div 10^6$ В.
3. Многообразие форм сигналов.

Измерения в радиотехнических и электронных устройствах выполняют преимущественно электронными вольтметрами.

Электронным вольтметром называется прибор, показание которого вызывается током электронных приборов, т.е. энергией источника питания вольтметра .

Электронные вольтметры делятся на две группы аналоговые (стрелочные) и дискретные (цифровые).

5.1. Методы измерения напряжений

Перед измерением тока и напряжения нужно всегда иметь представления (хотя бы ориентировочные) о его частоте, форме, ожидаемом значении, требуемой точности измерений (если это невозможно, то обязательно надо составить модель сигнала). Эти предварительные сведения помогают выбрать наиболее подходящий метод и измерительный прибор.

Для измерения I и U применяют метод непосредственной оценки и метод (методы) сравнения.

Метод непосредственной оценки осуществляется с помощью прямопоказывающих приборов – амперметров и вольтметров со шкалами, градуированными в единицах измеряемой величины. Амперметры включаются последовательно с нагрузкой (в разрыв цепи), а вольтметры параллельно нагрузке (то есть участку цепи, падение напряжения на котором надо измерить).

Включённый в цепь прибор оказывает на неё определённое влияние, следовательно, при измерении I сопротивление амперметра должно быть много меньше R_n , а при измерении U сопротивление вольтметра должно быть много больше R_n .

Измерение постоянного тока выполняют с меньшими погрешностями, чем измерение переменного тока. При увеличении частоты измеряемого напряжения погрешность увеличивается.

Метод (методы) сравнения обеспечивает значительно более высокую точность измерения напряжений. При использовании аналоговых приборов его осуществляют с помощью так называемых компенсаторов, которые отличаются тем, что в момент измерения мощность от измеряемой цепи не потребляется.

Особенно широкое применение методы сравнения получили в электронных измерительных приборах, как аналоговых, так и цифровых, погрешность измерений в которых доходит до тысячных долей процента.

5.2. Значения измеряемых напряжений

При измерении напряжения постоянного тока находят его значение, а при измерении же напряжения переменного тока определяют значение какого-либо его параметра и очень редко – мгновенного значения, т. е. значения напряжения в определённый момент времени (для таких измерений используют обычно электронный осциллограф).

Напряжение переменного тока характеризуется четырьмя основными параметрами – пиковым, средним, средневыпрямленным и среднеквадратическим.

Пиковое значение U_m (амплитудное для синусоидальных сигналов) – это наибольшее мгновенное значение напряжения за время измерения (или за период). При разнополярных несимметричных кривых напряжения различают положительное и отрицательное пиковое назначение (рис. 5.1). Необходимо иметь также в виду, что о пиковом значении напряжения случайного сигнала можно говорить только в вероятностном смысле.

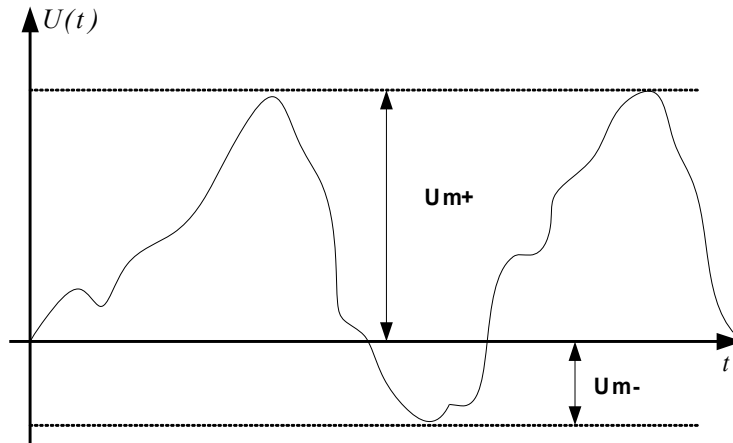


Рис. 5.1. Иллюстрации к понятию амплитуды переменного напряжения

Среднее значение за время измерения (за период) – это постоянная составляющая измеряемого напряжения

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt. \quad (5.1)$$

Средневыпрямленное значение – это среднее значение абсолютных мгновенных значений напряжения

$$U_{\text{н.в.а}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt. \quad (5.2)$$

Если $T = 1$, то $U_{\text{н.в.а}}$ равно площади под кривой напряжения (рис. 5.2).



Рис. 5.2. Иллюстрация к понятию средневыпрямленного значения переменного напряжения

При однополярном напряжении среднее его значение равно средневыпрямленному, а при разнополярных напряжениях эти параметры различны. Например, для синусоидального напряжения: $U_0 = 0$, $U_{\tilde{n}\delta.\hat{a}} = 0.637 \cdot U_m$.

Среднеквадратическое значение напряжения за время измерения (за период) равно

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}. \quad (5.3)$$

Следует помнить, что квадрат среднеквадратического значения напряжения периодического сигнала несинусоидальной формы равен сумме квадратов значений постоянной составляющей и всех гармонических составляющих этого напряжения

$$U^2 = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2, \quad (5.4)$$

где 1, 2, ... , k – номер гармоники.

Отметим то, что среднеквадратическое значение периодического напряжения сложной формы не зависит от фазовых соотношений между его гармоническими составляющими.

Так как связь между пиковым U_m и среднеквадратическим U значением напряжения данной формы устанавливается с помощью коэффициента амплитуды

$$k_a = U_m / U,$$

а между среднеквадратическим U и средневыпрямленным – коэффициентом формы

$$k_\delta = U / U_{\tilde{n}\delta.\hat{a}},$$

то можно записать

$$U_{\tilde{n}\delta.\hat{a}} = \frac{U}{k_a \cdot k_\delta}.$$

Например:

- для синусоидального напряжения: $k_{\hat{a}} = 1,41$; $k_{\delta} = 1,1$.
- для пилообразного напряжения: $k_{\hat{a}} = 1,73$; $k_{\delta} = 1,16$.
- для прямоугольного симметричного (меандра): $k_{\hat{a}} = k_{\delta} = 1$.

5.3. Цифровые вольтметры

Общая характеристика. Цифровые вольтметры (ЦВ) в настоящее время очень широко распространены в технике измерений напряжений постоянного и переменного токов. Это объясняется многими их достоинствами:

- высокой точностью;
- широким диапазоном измерений при высокой чувствительности;
- отсчётом в цифровой форме;
- автоматическим выбором пределов измерений и полярности;
- возможностью получения результатов измерений в форме, удобной для ввода в ЭВМ.

К недостаткам цифровых вольтметров можно отнести сложность построения схемы и более высокую стоимость.

Снижение стоимости и упрощение электрической схемы достигается применением микропроцессоров, встраиваемых в прибор.

Классифицировать ЦВ также можно по различным признакам, в частности, следующим:

- по виду (назначению) – ЦВ постоянного тока, переменного тока, универсальные, импульсные;
- по структурному решению – вольтметры с жёсткой логикой и вольтметры с микропроцессорным программным управлением;
- по методу аналого-цифрового преобразования, которое является непрерывной процедурой при измерении напряжения ЦВ; времяимпульсный (с одно-, двух-, и трехкратным интегрированием); поразрядного уравнивания (метод взвешивания); преобразования напряжения в частоту.

Число разрядов и расширение пределов показаний. В ЦВ показания отображаются цифровым индикатором. Разрядность ЦВ – это число полных десятичных разрядов. Например, прибор с четырьмя разрядами может давать такие максимальные показания на различных пределах измерений: 999,9; 99,99; 9,999 и 0,9999.

Иногда встречаются приборы с дополнительным разрядом, которые называются, например, 4,5-разрядными, 3,5-разрядными и т.д. Соответственно, у 4,5-разрядного прибора полной шкале соответствует число 19999, например, 19,999 В, то есть индикатор 4,5-разрядного прибора индицирует 4 разряда полностью и один (старший) разряд не полностью. Таким образом, введение дополнительного неполного разряда расширяет диапазон показаний.

Это позволяет без потери точности измерить напряжение, значение которого немного больше конечного значения предела измерений (возможно, в некоторых случаях, расширение предела измерения до 100 %).

Необходимо также отметить, что индикатор (дисплей) ЦВ отображает не только число, но и наименование физической величины.

Характеристика точности. Класс точности ЦВ определяется пределом допускаемой относительной (в процентах от показания прибора) погрешности, выражаемой формулой

$$\delta = \pm \left[c + d \left(\frac{A_{\hat{E}}}{A_{\hat{I}}} - 1 \right) \right], \quad (5.5)$$

где c и d – постоянные числа, характеризующие класс точности; A_K – конечное значение предела измерения и $A_{\hat{I}}$ – показание прибора.

Ниже приведены основные характеристики одного из ЦВ, разработанного ещё в СССР, но достаточно широко применяющегося и в настоящее время.

Универсальный цифровой вольтметр типа В7-34. Измеряет напряжения постоянного и переменного токов, отношения напряжений, сопротивления, индикация – 5 1/2 разрядов для постоянного тока и 4 1/2 разряда для переменного тока, автоматический выбор пределов измерений, автокоррекция нуля, ДУ, выход на КОП (канал общего пользования):

1. Пределы измерений на постоянном токе – 0,1; 1; 10; 100 и 1000 В.

Погрешности измерений:

$\pm[(0,02 + 0,01(U_K/U_X - 1)]$ на пределе 0,1 В;

$\pm[(0,015 + 0,002(U_K/U_X - 1)]$ на пределах 1; 10 и 100 В;

$\pm[(0,01 + 0,002(U_K/U_X - 1)]$ на пределе 10 В.

2. Пределы измерений на переменном токе:

- 1, 10, 100 и 1000 В (частоты – 20 Гц...100 кГц);

- 1, 10 В (частоты – 100 кГц...500 кГц).

Погрешности измерений:

- $\pm[(0,5 + 0,1(U_K/U_X - 1)]$ на пределах – 1; 10; 100 и 1000 В (20...60 Гц);

- $\pm[(0,1 + 0,05(U_K/U_X - 1)]$ на пределах – 1; 10 В (400Гц...10 кГц);

- $\pm[(0,15 + 0,05(U_K/U_X - 1)]$ на пределах – 1; 10 В (60...400Гц, 10...100 кГц) и на пределе 100 В (60 Гц...10 кГц);

- $\pm[(2 + 0,25(U_K/U_X - 1)]$ на пределах 1; 10 В (200...500 кГц).

3. Входные сопротивления:

на постоянном токе – $> 2 \cdot 10^9$ Ом;

на переменном токе – > 1 МОм; входная ёмкость – < 80 пф.

Результат измерения напряжения постоянного тока цифровым вольтметром может быть заметно искажён помехами внешних источников, особенно сильно проявляется помеха, которая определяется влиянием сети переменного тока, питающего прибор.

Напряжение этой помехи оказывается включённым последовательно с Уизм., поэтому такую помеху называют помехой последовательного или нормального вида, и она представляет собой синусоидальное напряжение с частотой питающей сети.

Можно записать выражение для входного сигнала с учётом помехи

$$u_{\dot{a}\dot{o}} = U_0 + U_{m\dot{i}} \cdot \sin\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)t + \varphi\right].$$

Проинтегрировав его за интервал времени T_1 получим

$$u_{\dot{a}\dot{o}} = U_0 + \frac{U_{m\dot{i}} T}{2\pi T_1} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{T} T_1 + \varphi\right) - \cos\varphi \right].$$

При $T_1 = n \cdot T$, где $n = 0, 1, 2, \dots, n$; получим: $u_{\dot{a}\dot{o}} = U_0$.

Таким образом теоретически, при строгом равенстве или кратности T и T_1 , степень подавления помехи бесконечно велика, а погрешность измерения, обусловленная такой помехой, равна 0. В реальных случаях помеха не подавляется полностью, но очень сильно ослабляется. Условием подавления помехи является кратность (или равенство) времени интегрирования (измерения) периоду помехи - $T_1 = nT$, то есть для подавления помех с частотой питающей сети интервал T_1 выбирается равным либо периоду либо целому числу периодов сетевого напряжения.

В реальных приборах подавление помехи нормального вида достигает (при интегрировании) 60...70 дБ.

В ЦВ для подавления помех различного вида применяется также цифровая фильтрация, но в этом случае время измерения увеличивается.

Аналого-цифровые преобразователи (АЦП) и их основные параметры. В процессе взаимодействия аналоговых и цифровых систем обработки информации различают следующие формы представления сигнала:

1. Непрерывное время – непрерывная величина (аналоговый сигнал).
2. Дискретное время – непрерывная величина.
3. Непрерывное время – дискретная величина.
4. Дискретное время – дискретная величина (цифровой сигнал).

Процедура аналого-цифрового преобразования, которую реализуют с помощью АЦП, представляет собой преобразование непрерывной функции $U(t)$, описывающей исходный сигнал, в последовательность чисел $\{U^n(tn)\}$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, отнесённых к некоторым фиксированным моментам времени.

В большинстве случаев эту процедуру можно разделить на две самостоятельные операции. Первая из них состоит в преобразовании непрерывной функции $U(t)$ в непрерывную последовательность $\{U(tn)\}$ и называется дискретизацией по времени. Вторая состоит в преобразовании непрерывной величины в дискретную $\{U^n(tn)\}$ и называется квантованием уровня.

Наиболее распространённой формой дискретизации является равномерная, а период дискретизации выбирается из условия (теорема Котельникова)

$$\Delta t \leq 1/2f_m.$$

где f_m – максимальная частота спектра сигнала.

Данное условие можно сформулировать следующим образом:

Произвольный сигнал, спектр которого не содержит частот выше f_b Гц, может быть полностью восстановлен, если известны отсчётные значения этого сигнала, взятые через равные промежутки времени ($\Delta t \leq 1/2f_m$) сек.

Принцип действия ЦВ определяется в первую очередь типом АЦП, применяемым в приборе, а так как АЦП является измерительным преобразователем, то главными характеристиками его служат метрологические параметры.

Основные метрологические параметры, определяющие точность АЦП, делятся на 2 группы. Первая группа параметров характеризует статическую точность АЦП, а вторая – динамическую.

К параметрам, характеризующим статическую точность АЦП, относятся те параметры, которые характеризуют работу АЦП при квантовании квазипостоянных (медленно изменяющихся) напряжений:

- погрешность квантования - методическая погрешность, представляющая собой погрешность округления, которая появляется в результате замены мгновенного значения измеряемого напряжения (аналогового сигнала) ближайшим разрешённым уровнем. Эта погрешность, определяемая размером шага квантования, то есть числом разрядов АЦП;
- погрешность, обусловленная разрешающей способностью - то есть минимальной разностью 2-х значений напряжения, которую способен различить АЦП;
- погрешность смещения нуля – погрешность, характеризующая параллельный сдвиг характеристики квантования реального АЦП относительно характеристики идеального АЦП;
- погрешность нелинейности - погрешность, обусловленная отличием амплитудной характеристики АЦП от идеальной прямой;
- погрешность коэффициента передачи – отличие угла наклона реальной амплитудной характеристики АЦП от угла наклона (крутизны) идеальной характеристики;
- температурная погрешность – дополнительная статическая погрешность, обусловленная изменением температуры.

Возникновение динамических погрешностей связано с дискретизацией сигналов, изменяющихся во времени, следовательно, основными параметрами, характеризующими динамическую точность АЦП, являются следующие:

- частота дискретизации – то есть частота дискретных выборок АЦП в секунду (определяет требование к быстродействию АЦП);

- время преобразования – интервал времени между моментом начала преобразования и моментом появления на выходе АЦП сигнала в конце преобразования;
- время выборки – интервал времени, в течение которого формируется одно выбранное значение (для случая применения схемы выборки-хранения);
- апертурное время – интервал времени, в течение которого сохраняется неопределённость между результатом преобразования выборки и моментом времени, к которому эта выборка относится.

Важной характеристикой АЦП является диапазон изменения значений величины входного сигнала, который определяет требования к числу разрядов аналого-цифрового преобразователя.

Предпосылки к выбору АЦП. Чаще всего АЦП классифицируются по характеру процедуры приближения цифрового кода, получаемого в результате дискретизации времени и квантования уровня, к преобразуемому значению аналогового сигнала. Эта процедура может быть последовательной, последовательно-параллельной и параллельной.

Соответственно и АЦП бывают последовательные, последовательно-параллельные и параллельные.

Обычно АЦП для ЦВ в первую очередь оценивают по двум основным критериям – быстродействию и погрешности преобразования (с ней связан динамический диапазон). Эти критерии взаимно противоположны.

По быстродействию АЦП достаточно условно делятся на 4 группы:

- малого быстродействия – ($t_{i\bar{0}} = 102 \div 105$ мкс);
- среднего быстродействия – ($t_{i\bar{0}} = 10 \div 100$ мкс);
- быстродействующие – ($t_{i\bar{0}} = 0,1 \div 10$ мкс);
- сверхбыстродействующие – ($t_{i\bar{0}} = 0,01 \div 0,1$ мкс и меньше).

В АЦП малого быстродействия возможны любые методы преобразования.

В АЦП среднего быстродействия чаще всего применяют метод поразрядного уравнивания (поразрядного кодирования).

В быстродействующих АЦП используют обычно метод поразрядного уравнивания и последовательно-параллельный метод.

Сверхбыстродействующие АЦП – это всегда параллельные АЦП.

Выбирая АЦП, прежде всего стремятся выполнить требования по допустимой погрешности квантования. При равномерном квантовании максимальное значение абсолютной погрешности Δ_q составляет $\pm h/2$, а среднеквадратическая составляющая погрешность $\sigma \approx \pm h/\sqrt{12}$, где h – шаг квантования.

Примеры характеристик некоторых выпускаемых промышленностью интегральных АЦП приведены ниже:

1. АЦП последовательного приближения (поразрядного уравнивания) типа К572ПВ1:

- время преобразования – $t_{i\bar{0}} \approx 110$ мкс;

- нелинейность – $\delta = \pm 0,05$;
- абсолютная погрешность преобразования в конечной точке шкалы (в ед. МР) – ± 127 ;
- $U_{\text{ао}}$ – не более ($-2,4 \text{ В}$; $+5,25 \text{ В}$);
- число двоичных разрядов – 12.

2. Интегрирующий АЦП типа К572ПВ2А:

- частота тактирования – $f_T = 40, 50, 100, 200 \text{ кГц}$;
- время преобразования – $t_{\text{ио}} = 16004 T_T$;
- время интегрирования – $T_{\text{эи}} = 400 T_T$ (100 мс, 80 мс, 40 мс, 20 мс);
- абсолютная погрешность преобразования – $\sigma = \pm 1$ счёта;
- входное сопротивление $U_{\text{вх}}$ – не более $\pm 2 \text{ В}$;
- число десятичных разрядов – 3 1/2.

5.4. Цифровые вольтметры с жёсткой логикой

Цифровые вольтметры выпускаются трёх основных типов – постоянно-го тока, переменного тока и универсальные. ЦВ переменного тока и универсальные обычно состоят из высокоточного измерительного преобразователя переменного напряжения в постоянное напряжение и ЦВ постоянного тока. Показания вольтметра выражаются либо в среднеквадратических значениях, либо в средневыпрямленных значениях синусоидального напряжения. Поэтому можно считать вольтметры с жёсткой логикой вольтметрами постоянного тока. Устройство и принцип действия измерительных преобразователей рассмотрены выше.

По принципу действия ЦВ с жёсткой логикой обычно подразделяют на четыре основные группы:

- импульсные вольтметры;
- вольтметры с двойным интегрированием;
- вольтметры поразрядного уравнивания (кодирования);
- вольтметры с преобразованием напряжения в частоту.

5.4.1. Интегрирующий цифровой вольтметр

В основу работы ЦВ этого типа (рис. 5.3) положено преобразование напряжения постоянного тока в интервал времени, длительность которого измеряется цифровым методом. Это преобразование можно осуществить с помощью сравнения измеряемого напряжения с линейно изменяющимся напряжением (рис. 5.4).

Напряжение измеряется циклами, которые задаёт блок управления. В начале цикла тактовый импульс из блока управления сбрасывает в нуль счётчик, запускает ГЛИН и компаратор. Измеряемое напряжение $U_{\text{изм}}$ подводится через входной блок к 1-му входу компаратора и сравнивается в нём с

линейно-изменяющимся напряжением (ЛИН), подводимым к 2-му входу компаратора.

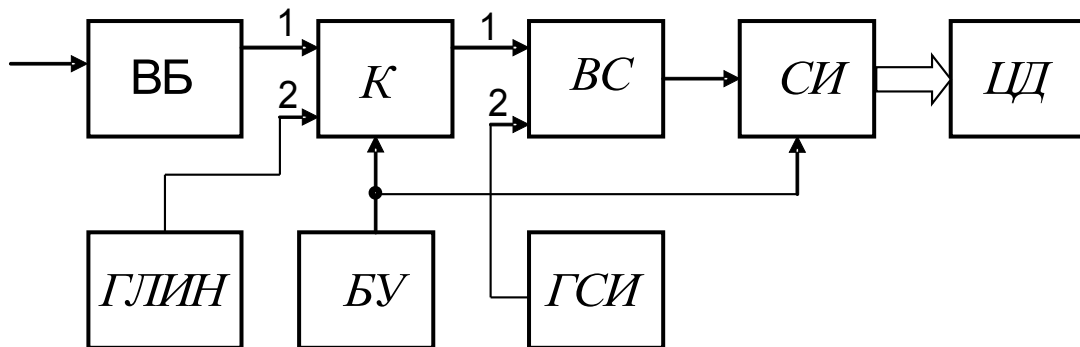


Рис. 5.3. Структурная схема ЦВ с времяимпульсным преобразованием: ВБ – входной блок; К – компаратор; ВС – временной селектор; СИ – счётчик импульсов; ЦД – цифровой дисплей; ГЛИН – генератор линейно изменяющегося напряжения; БУ – блок управления; ГСИ – генератор счётных импульсов.

В момент времени t_2 фиксируется равенство этих двух напряжений и на выходе компаратора формируется прямоугольный импульс длительностью $\Delta t = t_2 - t_1$, который поступает на временной селектор.

Этот интервал заполняется счётными импульсами, вырабатываемыми генератором счётных импульсов (ГСИ) и подводимыми к временному селектору. Счётчик подсчитывает число m импульсов, прошедших на вход за интервал времени Δt , а результат измерения отображается на цифровом дисплее.

Выходное напряжение $U_{\text{эци}}$ равно в этом случае величине $m \cdot (v / F_{\text{нц}})$, где v – скорость нарастания ЛИН (численно равна тангенсу угла наклона линии $U_{\text{эли}}$ к оси времени). В ЦВ отношение $v / F_{\text{нц}}$ выбирается равным 10^b (b – целое число), поэтому $U_{\text{эци}} = m \cdot (v / F_{\text{нц}}) = m \cdot 10^b$.

Следовательно, ЦВ непосредственно показывает значение измеряемого напряжения $U_{\text{эци}}$ (число b определяет положение запятой в числе m).

Точность такого ЦВ во многом определяется характеристиками линейно-изменяющегося напряжения.

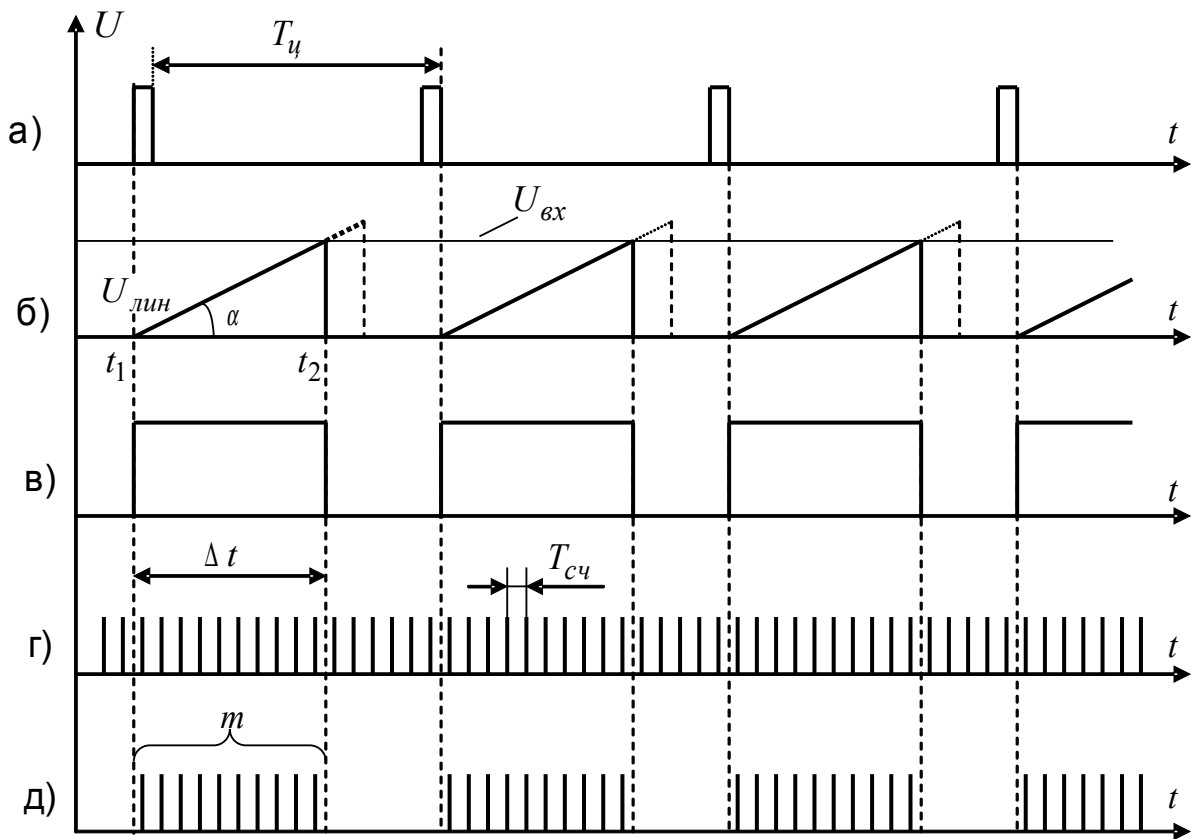


Рис. 5.4. Диаграммы напряжений в отдельных узлах схемы ЦВ

Из-за указанных недостатков, приводящих к появлению погрешностей преобразования, вольтметры с времяимпульсным АЦП (с однократным интегрированием) были вытеснены вольтметрами с двойным интегрированием. Можно также отметить, что времяимпульсные ЦВ имеют и другие недостатки, в частности это погрешности, вносимые компараторами; погрешности, присущие цифровому измерителю интервалов времени обусловленные нестабильностью частоты счётных импульсов и погрешностью дискретности (\pm единица младшего разряда).

5.4.2. Цифровой вольтметр двойного интегрирования

В предыдущем вольтметре точность преобразования зависела от постоянства наклона линии напряжения, формируемого ГЛИН. Для соблюдения этого условия необходимо иметь в схеме интегратора высокостабильные детали, применять термостабилизацию времязадающих цепей и усложнять схему.

От соблюдения этих условий свободен метод двойного интегрирования (иногда его ещё называют интегрированием вверх-вниз), поэтому ЦВ такого типа широко распространены до настоящего времени. Структурная схема ЦВ, реализующего метод двойного интегрирования и диаграммы напряжений, поясняющие его работу, приведены на рис. 5.5 и рис. 5.6, соответственно.

Измеряемое значение напряжения преобразуется в пропорциональное число счётных импульсов. Цикл преобразования T_{δ} состоит из двух интервалов времени T_1 и T_2 , задаваемых длительностью импульса и паузой между импульсами. В начале цикла БУ выработывает прямоугольный импульс калиброванной длительности T_1 , в течение которого на вход интегратора через входной блок и электронный переключатель поступает измеряемое напряжение постоянного тока. В тот же момент начинается первый такт интегрирования, при котором напряжение линейно растёт, крутизна его пропорциональна $U_{\dot{\epsilon}ci}$.

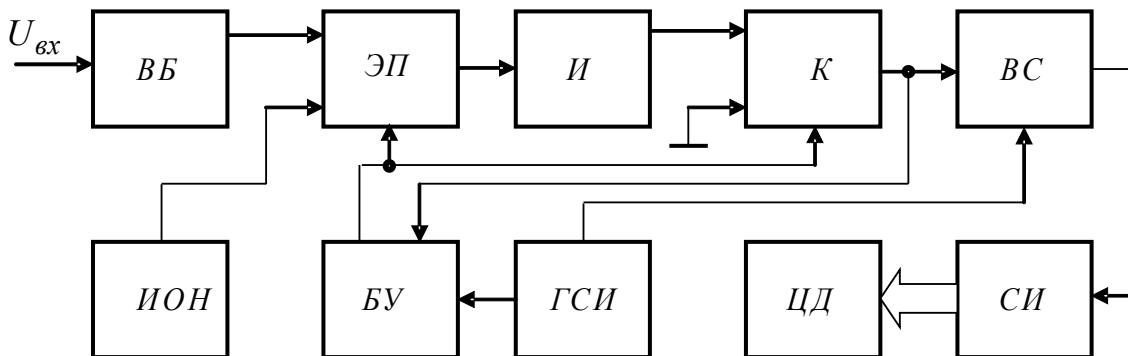


Рис. 5.5. Структурная схема ЦВ с двойным интегрированием: ВБ – входной блок; ЭП – электронный переключатель; И – интегратор; К – компаратор; ВС – временной селектор; ИОН – источник опорного напряжения; БУ – блок управления; ГСИ – генератор счётных импульсов; ЦД – цифровой дисплей; СИ – счётчик импульсов

В момент окончания импульса (t_1) ЭП подаёт на вход интегратора напряжение от образцового источника, полярность которого противоположна полярности измеряемого напряжения. После этого начинается второй такт интегрирования, в течение которого напряжение на выходе интегратора линейно убывает. В момент времени t_2 , когда напряжение на выходе интегратора становится равным нулю, так как второй вход интегратора соединён с землёй, оканчивается второй такт интегрирования.

С выхода компаратора на вход 1 временного селектора подаётся стробирующий импульс длительностью $\Delta t = t_2 - t_1$, который заполняется счётными импульсами, подсчитываемыми счётчиком. Их число пропорционально $U_{\dot{\epsilon}ci}$, на этом цикл измерений заканчивается.

Связь между Δt и $U_{\dot{\epsilon}ci}$ определяется следующей формулой

$$\Delta t = \frac{U_{\dot{\epsilon}ci}}{U_{i\dot{a}\delta}} - T_1.$$

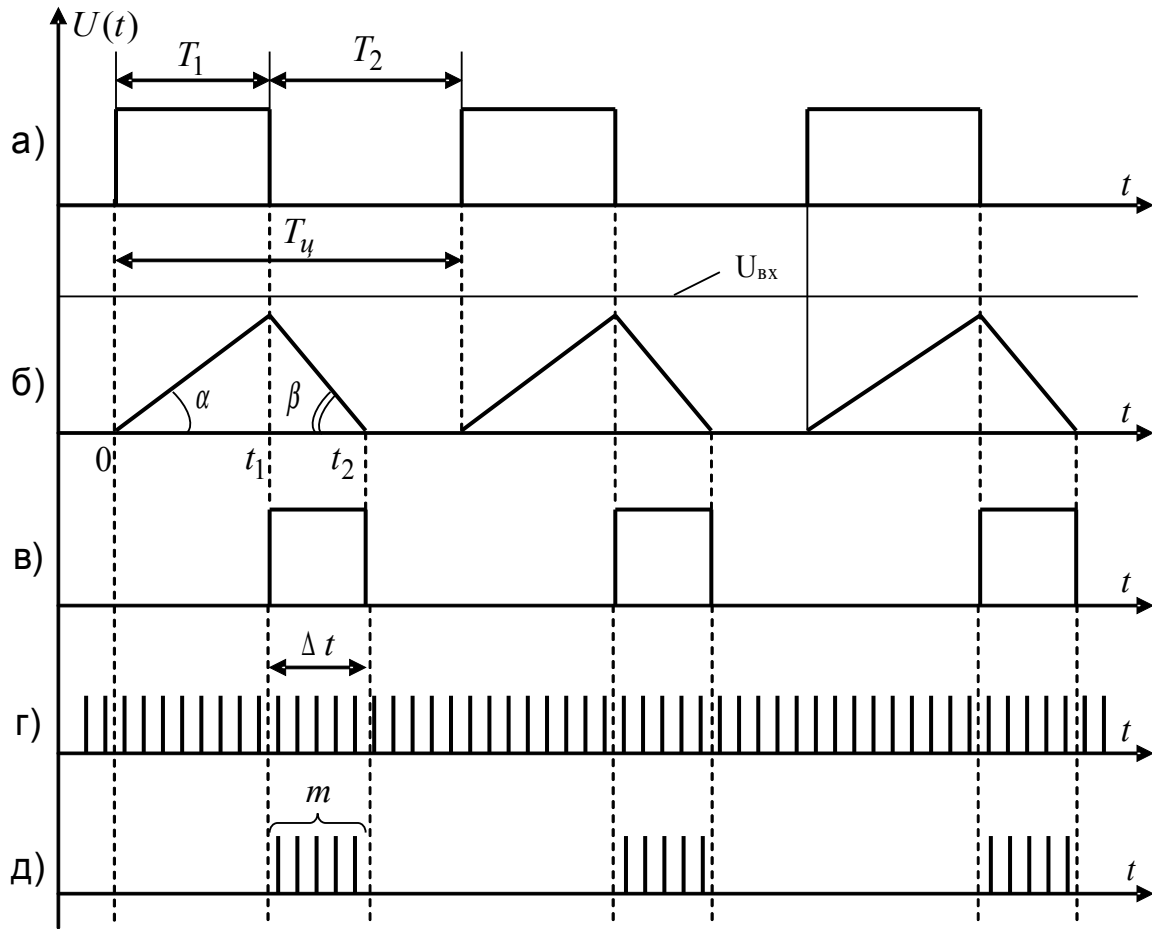


Рис. 5.6. Диаграммы напряжений в отдельных узлах электрической схемы ЦВ с двойным интегрированием

Интервал времени Δt прямо пропорционален $U_{\dot{e}i}$ и не зависит от величины постоянной времени цепи интегрирования RC, в этом и заключается достоинство метода двойного интегрирования, так как для его реализации не требуются схемы с высокостабильными элементами. Интервал Δt также не зависит от начального напряжения.

Длительность импульса T_1 и значение напряжения $U_{i\dot{a}d}$ можно поддерживать с высокой точностью, следовательно, погрешность преобразования $U_{\dot{e}i}$ в Δt очень мала. При частоте счётных импульсов, равной $F_{\tilde{n}^{\pm}}$, интервал $\Delta t = m/F_{\tilde{n}^{\pm}} = m \cdot T_{\tilde{n}^{\pm}}$, где m — количество счётных импульсов. Временной интервал $\Delta t = mT_{\tilde{n}^{\pm}} = U_{\dot{e}i} (T_1 / U_{i\dot{a}d})$, а измеренное напряжение определяется выражением:

$$U_{\dot{e}i} = (mT_{\tilde{n}^{\pm}}U_{i\dot{a}d}) / T_1.$$

Так как интервал T_1 формируется из периодов $T_{\tilde{n}^{\pm}}$ путём деления частоты счётных импульсов с коэффициентом деления q получим $T_1 = q \cdot T_{\tilde{n}^{\pm}}$.

Поэтому измеренное напряжение

$$U_{\dot{\epsilon}\dot{\zeta}i} = \frac{mT_{\dot{n}\dot{\zeta}}U_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}}}{qT_{\dot{n}\dot{\zeta}}} = Km, \quad (5.6)$$

где $K = U_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}} / q$ – коэффициент пропорциональности.

Для конкретного ЦВ двойного интегрирования отношение ($U_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}} / q = K$) есть величина постоянная и равная 10^h вольт. В этом случае $U_{\dot{\epsilon}\dot{\zeta}i} = m \cdot 10^h$ и прибор получается прямопоказывающим.

Метод двойного интегрирования позволяет осуществить эффективную защиту от помех нормального вида, измерять напряжение обеих полярностей, получать малую погрешность преобразования. Для подавления сетевой помехи длительность интервала интегрирования T_1 выбирается кратной периоду сети.

Основными погрешностями ЦВ, использующего метод двойного интегрирования являются погрешности сравнения и преобразования (погрешность АЦП). Погрешность преобразования определяется:

- нестабильностью интервала T_1 ;
- недостаточно высокой точностью образцового напряжения $U_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}}$ и его нестабильностью;
- недостаточной линейностью выходного напряжения $U_{\dot{\alpha}\dot{\delta}}$ при интегрировании “вниз”.

Максимальное значение абсолютной погрешности дискретности при измерении Δt равно единице младшего разряда индикаторного устройства, а максимальная относительная погрешность

$$\delta = \pm 1/m.$$

Следовательно, для повышения точности необходимо увеличивать число счетных импульсов m , соответствующее данному значению измеряемого напряжения (5.6). Это достигается увеличением времени интегрирования T_1 .

5.4.3. Вольтметры поразрядного уравнивания

Сущность метода заключается в том, что сравнивается измеряемое напряжение $U_{\dot{\epsilon}\dot{\zeta}i}$ с рядом образцовых напряжений, значения которых различаются по закону последовательного расположения разрядов двоичного кода. Число, соответствующее набору образцовых напряжений, которым компенсируется измеряемое напряжение, представляет эти значения в кодированной форме, то есть измеряемое напряжение преобразуется в числовой эквивалент.

Как известно, любое число N можно представить в виде ряда

$$N = a_{n-1}h^{n-1} + a_{n-2}h^{n-2} + \dots + a_1h^1 + a_0h_0 = \sum a_i h_i,$$

где a_i – разрядный коэффициент, h – основание системы счисления, i – номер разряда, n – количество разрядов числа N .

В двоичной системе счисления N запишется в следующем виде:

$$N_{(2)} = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0,$$

где a принимает только два значения: 0 или 1.

Формально для записи числа используют только разрядные коэффициенты $N_{(2)} = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0$.

Например, число 52 в двоичном виде запишется так: $52 = 110100$.

Из этого выражения видно, что число n определено, если известны все его разрядные коэффициенты a_i . Эта задача и решается с помощью ЦВ поразрядного уравнивания, структурная схема которого приведена рис. 5.7.

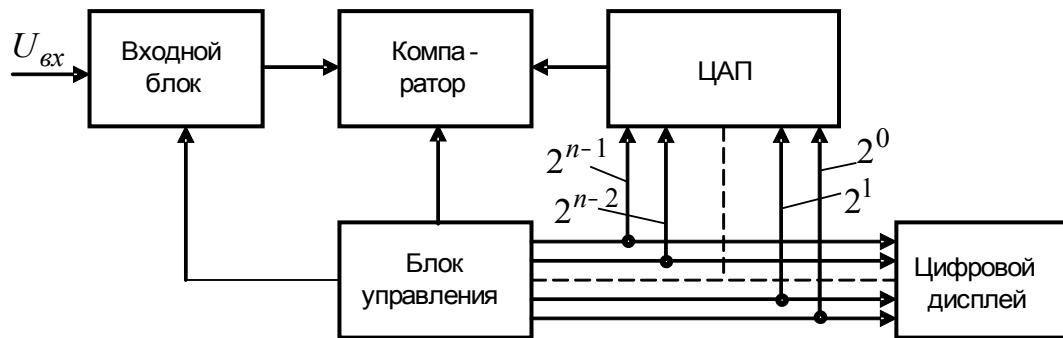


Рис. 5.7. Структурная схема ЦВ поразрядного уравнивания

Чтобы пояснить её работу, можно воспользоваться конкретным числовым примером: пусть ЦВ имеет пять двоичных разрядов, то есть $n = 5$, (значение единицы $MP = 1$ В), и ожидаемое значение напряжения равно 26,6 В.

Входное напряжение подводится к входу 1 компаратора, на вход 2 которого подаётся напряжение с выхода цифроаналогового преобразователя (ЦАП). Измерение проводится циклами, длительность которых определяется БУ, внутри которого имеется ГТИ, вырабатывающий в течение 1 цикла измерения $(n+1)$ тактовых сигналов: нулевой, первый и т. д. Во время нулевого ТИ происходит установка в нулевое состояние схемы, после предыдущего цикла измерения.

С появлением 1-го ТИ на цифровые входы ЦАП подаётся код (число) содержащий единицу в старшем разряде и нули в остальных: $10000(2)$. На аналоговом выходе ЦАП появляется образцовое напряжение постоянного тока $U_{i\dot{a}\delta} = 16$ В, которое подаётся на 2-й вход компаратора и сравнивается в нём с $U_{\dot{e}c\dot{i}}$. Сравнение заключается в вычитании $U_{i\dot{a}\delta}$ из $U_{\dot{e}c\dot{i}}$. Если $U_{\dot{e}c\dot{i}} > U_{i\dot{a}\delta}$, то разность $U_{\dot{e}c\dot{i}} - U_{i\dot{a}\delta} > 0$, и выходное напряжение компаратора не действует на БУ.

В следующем такте на вход ЦАП подаётся код, в котором добавляется ещё одна единица в следующем разряде: $11000_{(2)}$.

Этому числу соответствует $U_{i\dot{\alpha}\delta} = 24 \text{ В}$, то есть разность $(U_{\dot{\epsilon}\zeta i} - U_{i\dot{\alpha}\delta}) > 0$ (“мало”). Далее ГТИ вырабатывает следующий такт и на входе ЦАП появляется код 11100 (28 В), то есть разность $(U_{\dot{\epsilon}\zeta i} - U_{i\dot{\alpha}\delta}) < 0$ (“много”). После этого в БУ снимается единица третьего разряда и подаётся на ЦАП код 11010 (26 В), следовательно $(U_{\dot{\epsilon}\zeta i} - U_{i\dot{\alpha}\delta}) > 0$ (“мало”). В следующем такте БУ устанавливает код 11011 (27 В), после чего сравнение заканчивается и в цифровом дисплее этот код преобразуется в десятичное число – $11011 \rightarrow 27$, которое отображается дисплеем вместе с единицами измерения – 27 В .

Погрешности измерения ЦВ поразрядного уравнивания – это в основном погрешности меры и сравнения. В данном ЦВ мера – это источник $U_{i\dot{\alpha}\delta}$ и ЦАП, а погрешность сравнения состоит из двух составляющих: погрешности непосредственного сравнения и погрешности дискретности.

Первая зависит от чувствительности компаратора и стабильности его порога сравнения, а 2-я определяется числом разрядов цифрового кода, а её максимальное значение единице младшего разряда.

Данный ЦАП относится к быстродействующим и позволяет получить высокую точность. В настоящее время очень часто схема подобного ЦВ выполняется на одной или нескольких БИС.

5.4.5. Интегрирующий ЦВ с преобразованием напряжения в частоту

Этот второй вариант интегрирующего вольтметра основан на преобразовании измеряемого напряжения в частоту с последующим измерением частоты за установленный интервал времени.

В процессе преобразования обеспечивается линейная зависимость между частотой и напряжением: $f_x = k \cdot U_{\dot{\epsilon}\zeta i}$, где k – постоянный коэффициент. При $k = 10^n$, получим значение частоты, численно равное измеряемому напряжению.

При действии симметричной периодической помехи ($U_{\dot{\epsilon}\zeta i} = U_0 + U_{\text{ш}}(t)$) и усреднении частоты за интервал, равный или кратный периоду помехи $T_{\text{ш}}$, получим:

$$f_{\text{н\delta}} = \frac{1}{T} \int_0^T f_x dt = \frac{k}{T} \int_0^T u_{\dot{\epsilon}\zeta i} dt = kU_0,$$

где $T_{\text{ш}}$ – период помехи, или $T = n \cdot T_{\text{ш}}$, следовательно, среднее значение частоты $f_{\text{н\delta}} = f_0$, а $U_0 = f_{\text{н\delta}}/k$.

Цифровой вольтметр (рис. 5.31) содержит входной блок, преобразователь напряжение – частота, цифровой частотомер и блок управления.

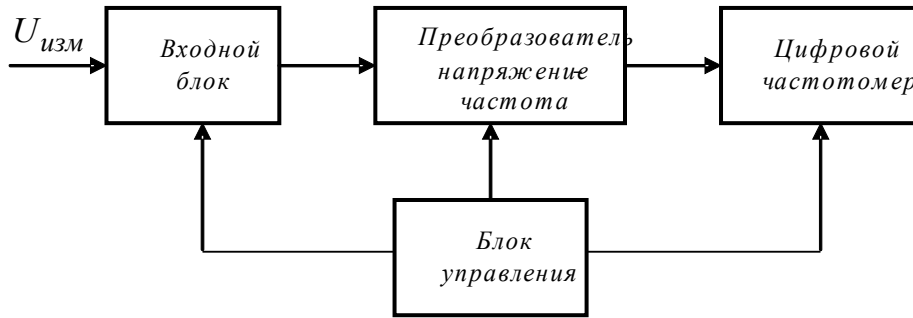


Рис. 5.8. Структурная схема ЦВ с преобразованием напряжения в частоту

Преобразование измеряемого напряжения в импульсы, частота следования f_x которых пропорциональна этому напряжению ($f_x = k \cdot U_{\text{вх}}$). Частота следования с высокой точностью измеряется цифровым частотомером.

$$n = f_x \cdot T = k \cdot U_0,$$

где T – время счета частотомера.

Таким образом, показания частотомера численно равны измеряемому напряжению.

Измерительные преобразователи напряжение-частота характеризуются: пределами преобразуемого напряжения; чувствительностью (крутизной преобразования), имеющей размерность кГц/В или МГц/В; диапазоном частот ($f_{\text{max}} - f_{\text{min}}$); начальной частотой – f_i ; входным сопротивлением – $R_{\text{вх}}$; погрешностью преобразования, имеющей величину порядка 0,1%.

5.5. Программируемые цифровые вольтметры

В вольтметрах, построенных на основе микропроцессоров, наиболее полно осуществлены преимущества микропроцессорных измерительных приборов:

- дальнейшее повышение точности;
- расширение измерительных возможностей;
- возможность получения различных математических функций измеренных значений;
- обеспечение управления;
- статистическая обработка результатов измерений;
- возможность получения программируемых многофункциональных приборов.

Обобщённая структурная схема подобного ЦВ приведена на рис. 5.9.

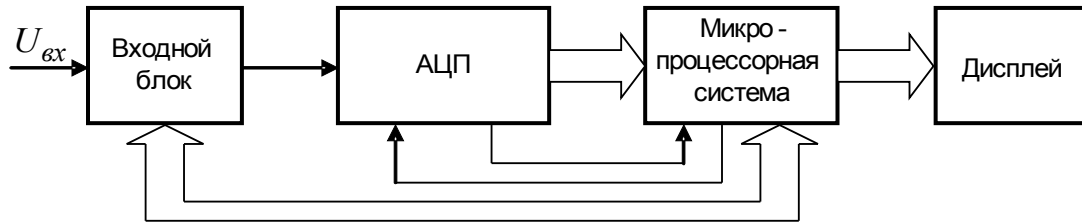


Рис. 5.9. Обобщённая структурная схема микропроцессорного ЦВ

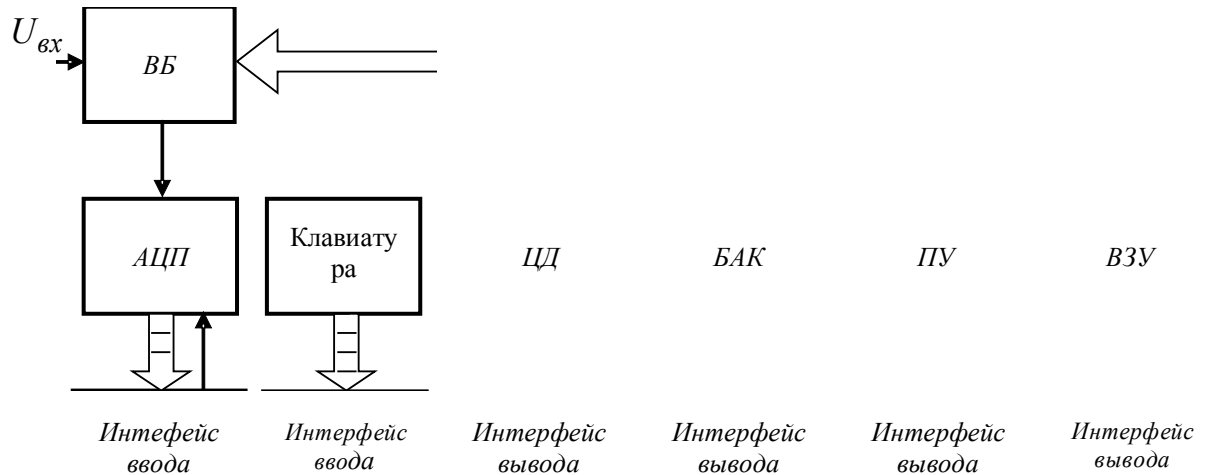
Входной блок (ВБ) содержит аналоговые преобразователи – аттенюатор, усилители, фильтры и, в некоторых случаях, измерительный преобразователь напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока.

Обязательным узлом каждого ЦВ являются АЦП, выпускающиеся в настоящее время в виде БИС, и которые служат, как правило, основными измерительными преобразователями.

Цифровые вольтметры, выполненные на основе микропроцессорных (МП) систем (рис.5.10), измеряют напряжения переменного и постоянного токов, сопротивления резисторов. Они представляют собой многопредельные, многофункциональные приборы с автоматическим и ручным выбором диапазонов измерений, которые производят статистическую обработку результатов измерений, осуществляют автоматическую калибровку прибора и отличаются высокими метрологическими характеристиками.

МП организует процедуру измерений, управляет работой всех узлов, производит арифметические и логические операции с данными, поступающими из АЦП через интерфейс ввода на шину данных. Программа работы МП хранится в ПЗУ, где также записаны некоторые константы, используемые при выполнении различных подпрограмм, и данные, необходимые для калибровки. Связь всех модулей системы осуществляется через три шины: шину адреса (ША), шину данных (ШД) и шину управления (ШУ). Клавиатура и АЦП подключаются к шинам через интерфейс ввода, а остальные узлы через интерфейс вывода. Наличие интерфейсной карты (ИКАР) даёт возможность подключить ЦВ к системному интерфейсу и включить, например, в состав информационно-измерительной системы (ИИС).

Аналого-цифровые преобразователи (АЦП). В микропроцессорных ЦВ применяются АЦП различных типов. В ЦВ, предназначенных для измерения напряжения постоянного тока, наиболее распространены АЦП двойного интегрирования и времяимпульсные АЦП. Если среднеквадратическое значение напряжения вычисляет МП, применяют либо АЦП поразрядного уравнивания, либо параллельные АЦП (в высокочастотных ЦВ).



ШД

ША

ШУ

*ИКАР**МП**ОЗУ**ПЗУ*Промежуточные
данныеКонстанты,
числа*Системный
интерфейс**ГТИ*Программы работы **МП**

Рис. 5.10. Микропроцессорный универсальный цифровой вольтметр
 ВБ – входной блок, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, ЦД – цифровой дисплей;
 БАК – блок автокалибровки, ПУ – печатающее устройство, ВЗУ – внешнее запоминающее
 устройство, ИКАР – интерфейсная карта, **МП** – микропроцессор, ОЗУ – оперативное запо-
 минающее устройство, ПЗУ – постоянное запоминающее устройство, ГТИ – генератор
 тактовых импульсов, ШД – шина данных, ША – шина адреса, ШУ – шина управления

Выходной сигнал АЦП преобразуется в виде параллельного двоичного кода. В АЦП двойного интегрирования и времяимпульсных АЦП цифровой код снимается в параллельном виде со счётчика импульсов и подаётся в интерфейс ввода.

В случае применения АЦП двойного интегрирования МП управляет временем интегрирования. Его определяет оператор, задавая с клавиатуры число индицируемых разрядов.

Клавиатура. Относится к устройству ввода (как и АЦП) и представляет собой совокупность органов управления – клавиш, расположенных на перед-

ней панели прибора. Клавиатура служит для задания режима работы прибора, вида измерения, переключения пределов измерения (при работе в ручном режиме), задания программ работы ЦВ (при использовании в приборе нескольких программ измерений).

Клавиши обычно сгруппированы в логические блоки, обозначенные подписями: ВИД ИЗМЕРЕНИЯ, РЕЖИМ РАБОТЫ, ДИАПАЗОН, ПРОГРАММА и т.п. Клавиатура обслуживается МП в режиме опроса.

Цифровой дисплей (ЦД). Обеспечивает отображение результатов измерений и другой информации. Взаимодействует с клавиатурой, отображает не только цифры, но и единицы измерения, знаки (+ и –), слова или буквы, несущие важную информацию для оператора. Вводимые константы также отображаются ЦД, позволяя контролировать правильность их ввода.

Блок автокалибровки (БАК) подключается к МП системе через интерфейс вывода и управляет ВБ. Он содержит внутри образцовый ЦАП.

БАК выполняет следующие функции:

1. Коррекции смещения нуля.
2. Уточнения масштабных коэффициентов, зависящих от характеристики внутренних цепей ЦВ. К таким цепям относятся, в частности, имеющиеся во входном блоке аттенюатор, усилители переменного или постоянного напряжения, измерительные преобразователи напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока. В энергонезависимой памяти (ОЗУ или ЭППЗУ) хранятся в виде констант точные значения коэффициентов передачи трактов прохождения сигналов от входных зажимов до АЦП.

Значения констант различны для каждого поддиапазона и вида измерений. Реальные масштабные коэффициенты определяются с помощью образцового напряжения, задаваемым образцовым ЦАП и подаваемым на входные зажимы ЦВ.

3. Автоматической коррекция в области ВЧ коэффициента передачи тракта прохождения сигнала.

4. Автокалибровки, которые производятся регулярно либо через установленный интервал времени после каждого изменения диапазона измерений, либо при выборе большего интервала интегрирования.

Выполняя каждую из процедур автокалибровки, МП сравнивает полученные данные с записанными в памяти пределами и при их несоответствии выдаёт соответствующую информацию, привлекающую внимание оператора.

Микропроцессорный ЦВ может работать по разнообразным программам измерений. Для примера можно привести возможный алгоритм измерения среднеквадратического значения напряжения для случая вычисления его значений с помощью МП. В соответствии с ним в дискретные моменты времени измеряются мгновенные значения напряжения $u(t)$, подводимого к ЦВ, и производятся вычисления по формуле:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^N [u_i(T_0)]^2},$$

где U – среднеквадратическое значение напряжения $u(t)$; $u_i(T_0)$ – мгновенное значение напряжения $u(t)$ в момент i – ой выборки; N – общее число выборок, за которое находится U ; T_0 – интервал времени между соседними выборками.

Данный алгоритм определения среднеквадратического значения напряжения не накладывает ограничений при измерении напряжения самой низкой частоты, но в области высокочастотных напряжений применимость его ограничена быстродействием АЦП и МП.

6. ИЗМЕРЕНИЕ ФАЗОВОГО СДВИГА

6.1. Введение

Решение многих задач радиотехники невозможно без измерения наряду с амплитудой и частотой также фазового сдвига (ФС) сигналов. Фазовые методы измерений позволяют решать многие задачи, связанные с измерением дальности, координат, помехоустойчивой передачи информации и т. д.

Например, фазовые радиотехнические системы ближней навигации обеспечивают измерение дальности и координат с погрешностью 0.1–1 м, спутниковые системы глобальной навигации позволяют определять расстояние с точностью до нескольких миллиметров, угловое положение – с точностью до единиц угловых минут. Устройства на основе фазовых методов с использованием лазерной техники могут измерять малые расстояния с погрешностью 10^{-9} м и менее.

В соответствии с ГОСТ 15094-69 приборы для измерения фазового сдвига и группового времени запаздывания относятся к подгруппе Ф включают:

- Ф1 – установки и приборы для поверки измерителей фазового сдвига и группового времени запаздывания;
- Ф2 – измерители фазового сдвига;
- Ф3 – фазовращатели измерительные;
- Ф4 – измерители группового времени запаздывания.

Фазовым сдвигом (ФС) Φ называется модуль разности аргументов двух гармонических сигналов с одинаковой частотой.

$$\begin{aligned} U_1(t) &= Um_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1), \\ U_2(t) &= Um_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \end{aligned}$$

где $\omega_1 = \omega_2$.

В соответствии с приведенным определением ФС сигналов $U_1(t)$ и $U_2(t)$ определится как $\varphi = |\varphi_2 - \varphi_1|$. Фазовый сдвиг является постоянной величиной при $\omega_1 = \omega_2$ и не зависит от момента измерения.

Фазовый сдвиг сигналов $U_1(t)$ и $U_2(t)$ можно определить по формуле

$$\varphi = \omega_0 \cdot \Delta T = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta T, \quad (6.1)$$

где T – период гармонического сигнала; ΔT – интервал времени между моментами, когда сигналы находятся в одинаковых фазах, например при переходах через нуль от отрицательного к положительному значению (рис. 6.1).

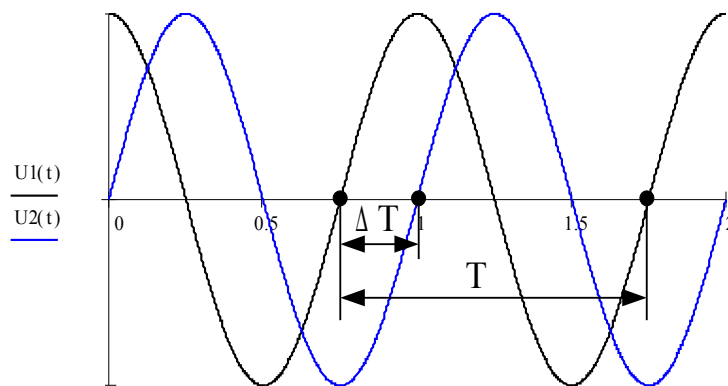


Рис. 6.1. К определению фазового сдвига

В (6.1) значение ФС φ выражено в радианах, для выражения φ в градусах необходимо в (6.1) заменить 2π на 360°

$$\varphi = \omega_0 \cdot \Delta T = \frac{360^\circ}{T} \cdot \Delta T. \quad (6.2)$$

По схеме построения различают аналоговые и цифровые измерители фазового сдвига. Для измерения в области низких частот используют фазометры без преобразования частоты. При измерениях в диапазоне высоких частот применяют гетеродинное или стробоскопическое преобразования частоты, позволяющие расширить частотный диапазон измеряемых сигналов.

Для негармонических сигналов вместо ФС используют задержку по времени между сигналами ΔT и ее измерение.

6.2. Аналоговые фазометры

Среди аналоговых фазоизмерителей различают: осциллографические методы измерения ФС; компенсационные фазометры; стрелочные фазометры, которые, в свою очередь, делят на корреляционные фазометры и триггерные фазометры. Кроме того, разработаны оптимальные алгоритмы оценки ФС в условиях воздействия на измеряемый сигнал шумовых помех.

6.2.1. Осциллографические методы измерения

В зависимости от вида развертки осциллографа различают три метода измерений ФС: метод линейной развертки; метод синусоидальной развертки; метод круговой развертки.

Метод линейной развертки. В каналы вертикального отклонения осциллографа подают напряжения $U_1(t) = Um_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$ и $U_2(t) = Um_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$. Генератор развертки осциллографа включен. Осциллограф должен быть двухлучевым или двухканальным с коммутацией входных сигналов. На экране будут наблюдаться два гармонических сигнала (рис. 6.2).

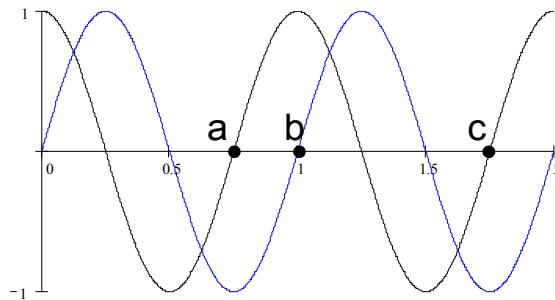


Рис. 6.2. Изображение двух гармонических сигналов на экране осциллографа

Значение фазового сдвига определяется путем измерения длины отрезков ab и ac по формуле

$$\varphi = \frac{ab}{ac} \cdot 360^\circ. \quad (6.3)$$

Погрешность измерения определяется неточностью измерения отрезков ab и ac , нелинейностью развертки, влиянием фазовых характеристик каналов и т. д. Суммарная относительная погрешность измерения обычно составляет $\pm 10^\circ$.

Метод синусоидальной развертки. Пусть измеряется значение фазового сдвига между напряжениями $U_1(t) = Um_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$ и $U_2(t) = Um_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$. Напряжение $U_1(t)$ подают на Y-вход (вход верти-

кального отклонения) осциллографа, $U_2(t)$ – на X-вход (вход горизонтально-го отклонения). Генератор развертки отключен.

Мгновенные отклонения луча на экране осциллографа по осям X и Y

$$\begin{aligned} x(t) &= h_x \cdot U_2(t) = X \cdot \sin(\omega_0 t), \\ y(t) &= h_y \cdot U_1(t) = Y \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \end{aligned} \quad (6.4)$$

где $X = h_x \cdot Um_2$, $Y = h_y \cdot Um_1$ – амплитуды отклонений.

Вначале каждое из напряжений подают на входы осциллографа по отдельности. Регулировкой усиления Y-канала добиваются равенства амплитуд отклонений луча. После подачи двух напряжений на пластины осциллографа на экране появится простейшая фигура Лиссажу – эллипс. Значения большой и малой полуосей эллипса A и B связаны со значением ФС уравнением

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{A}{B},$$

из которого можно определить значение фазового сдвига как

$$\varphi = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{A}{B}\right). \quad (6.5)$$

Метод круговой развертки (рис. 6.3) позволяет выполнять измерения ФС в пределах $\pm 180^\circ$ с указанием знака.

На рис. 6.3 представлены схемы подачи напряжений на пластины осциллографа и изображения на экране электронно-лучевой трубки для различных случаев: а – при отсутствии напряжения $U_2(t)$; б – при положительном значении φ ; в – при отрицательном значении φ ; г – при синфазных сигналах; д – при противофазных сигналах.

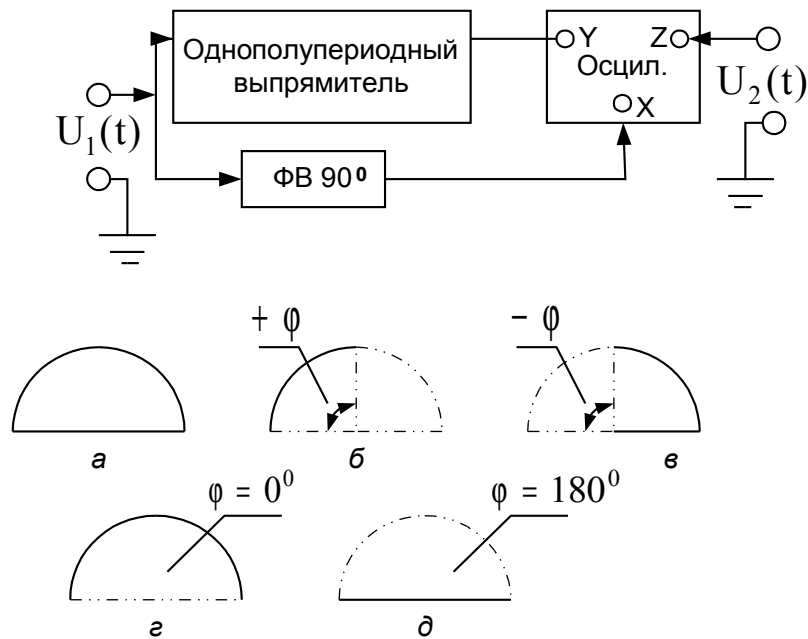


Рис. 6.3. Схема измерения ФС методом круговой развертки

Данный способ является более точным, чем метод синусоидальной развертки. Кроме того, получают прямой отсчет фазового угла с указанием знака.

6.2.2. Компенсационные методы измерения

Компенсационные методы измерения состоят в компенсации имеющегося значения ФС между напряжениями. Для компенсации применяют градуированный фазовращатель и индикатор нуля фазового сдвига. Результат измерения ФС считывают со шкалы градуированного фазовращателя.

В качестве индикатора нулевого фазового сдвига между напряжениями может быть применен, например, осциллограф в режиме синусоидальной развертки. При нулевом значении фазового сдвига между напряжениями на экране появится наклонная прямая линия, свидетельствующая о том, что имеющийся ФС между сигналами скомпенсирован образцовым фазовращателем. Значение фазового сдвига между напряжениями, подаваемыми на пластины осциллографа, считывается по шкале образцового фазовращателя.

6.2.3. Однополупериодный триггерный фазометр

Схема однополупериодного триггерного фазометра приведена на рис.6.4

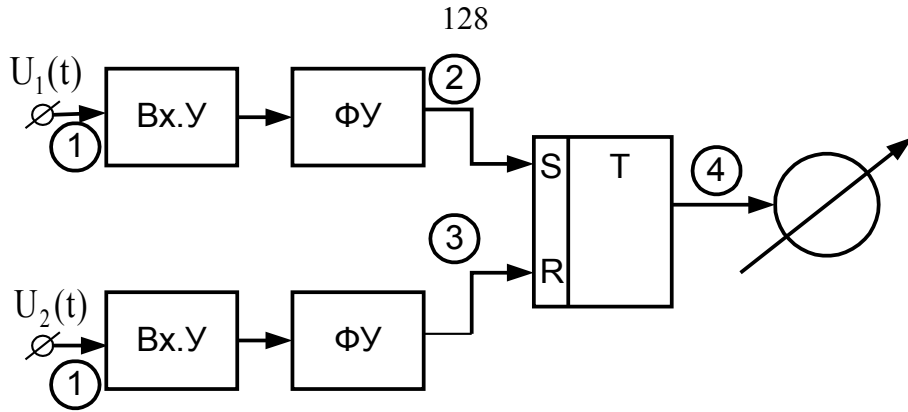


Рис. 6.4. Структурная схема однополупериодного триггерного фазометра

Эпюры напряжений в различных точках схемы триггерного фазометра – на рис. 6.5.

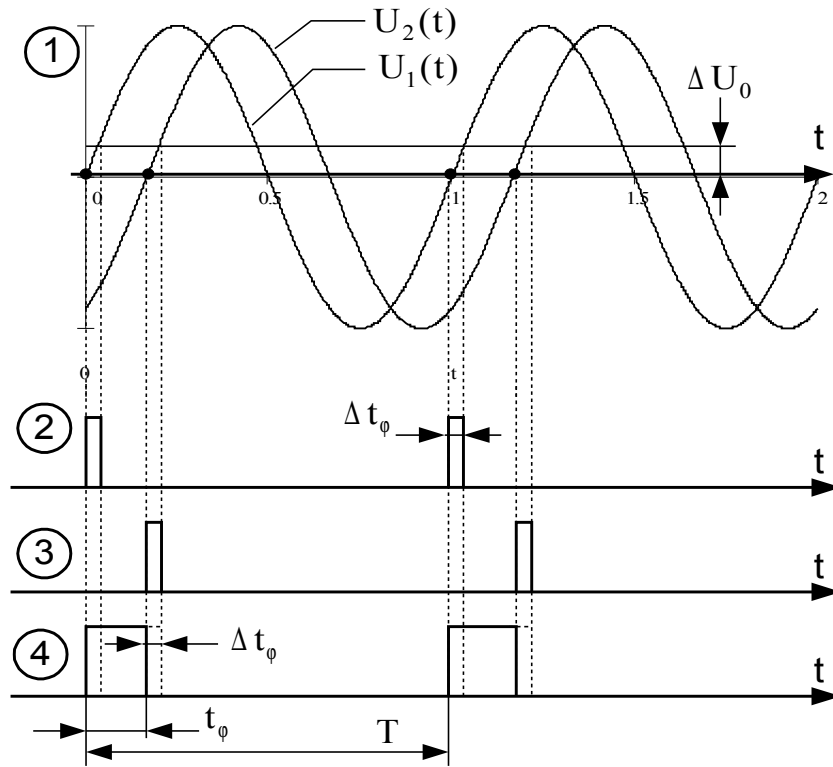


Рис. 2.5. Эпюры напряжений

Значение фазового сдвига определяется по формуле

$$\varphi = \frac{t_\varphi}{T} \cdot 360^\circ = \frac{U_0}{U_m} \cdot 360^\circ, \quad (6.6)$$

где U_0 – постоянная составляющая последовательности прямоугольных импульсов на выходе триггера (точка 4), определяемая как

$$U_0 = \frac{Um}{q} = Um \cdot \frac{t\phi}{T}, \quad (6.7)$$

где q – скважность импульсной последовательности.

Измерительный прибор магнитоэлектрической системы, находящийся на выходе триггера, выделяет постоянную составляющую последовательности прямоугольных импульсов U_0 , пропорциональную значению фазового сдвига Φ между напряжениями $U_1(t)$ и $U_2(t)$.

Триггерным фазометрам присущи следующие недостатки:

- Фазометр имеет большую погрешность из-за ухода нулевой линии: $\Delta\phi = 360^\circ \cdot \frac{\Delta t_\phi}{T}$. Погрешность $\Delta\phi$ может достигать значений $1.5^\circ - 3.0^\circ$;
- Имеется мертвая зона (рис. 6.6), определяемая временем разрешения триггера:

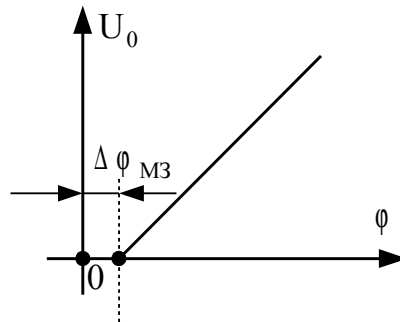


Рис. 6.6. Зависимость постоянной составляющей напряжения на выходе триггера U_0 от значения ФС между напряжениями Φ

Величина мертвой зоны определяется выражением

$$\Delta\phi_{i\zeta} = 360^\circ \cdot \frac{\tau_\delta}{T}, \quad (6.8)$$

где τ_δ – время разрешения триггера (минимальный интервал времени между импульсами на входах S и R, при котором они воспринимаются триггером как отдельные).

6.2.4. Двухполупериодный триггерный фазометр

Структурная схема двухполупериодного триггерного фазометра приведена на рис.6.7.

На рис.6.8 приведены эюры напряжений, поясняющие принцип работы двухполупериодного триггерного фазометра.

Значение фазового сдвига определяется по формуле

$$\varphi = \frac{t_{\varphi+}}{T} \cdot 360^{\circ} - 180^{\circ} = \frac{t_{\varphi-}}{T} \cdot 360^{\circ} - 180^{\circ}. \quad (2.9)$$

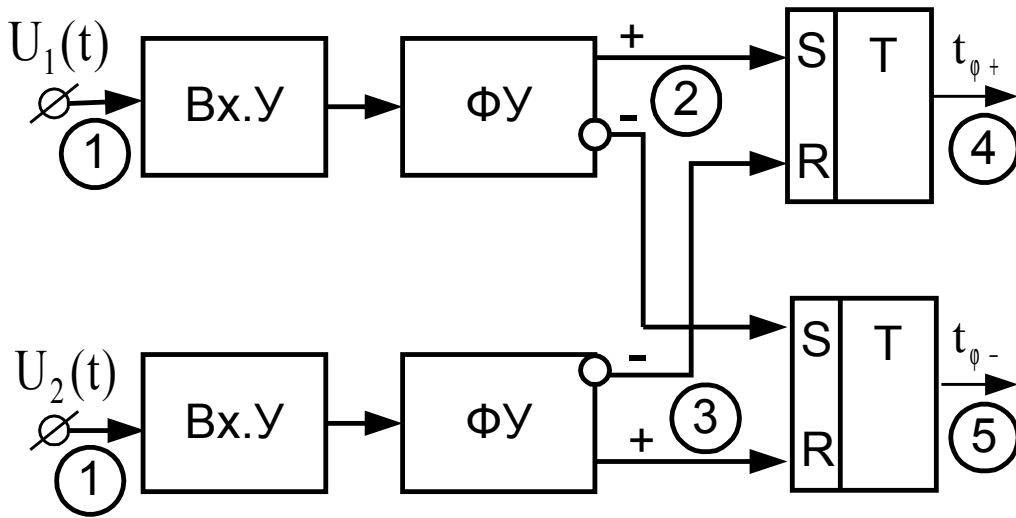


Рис. 6.7. Схема двухполупериодного триггерного фазометра

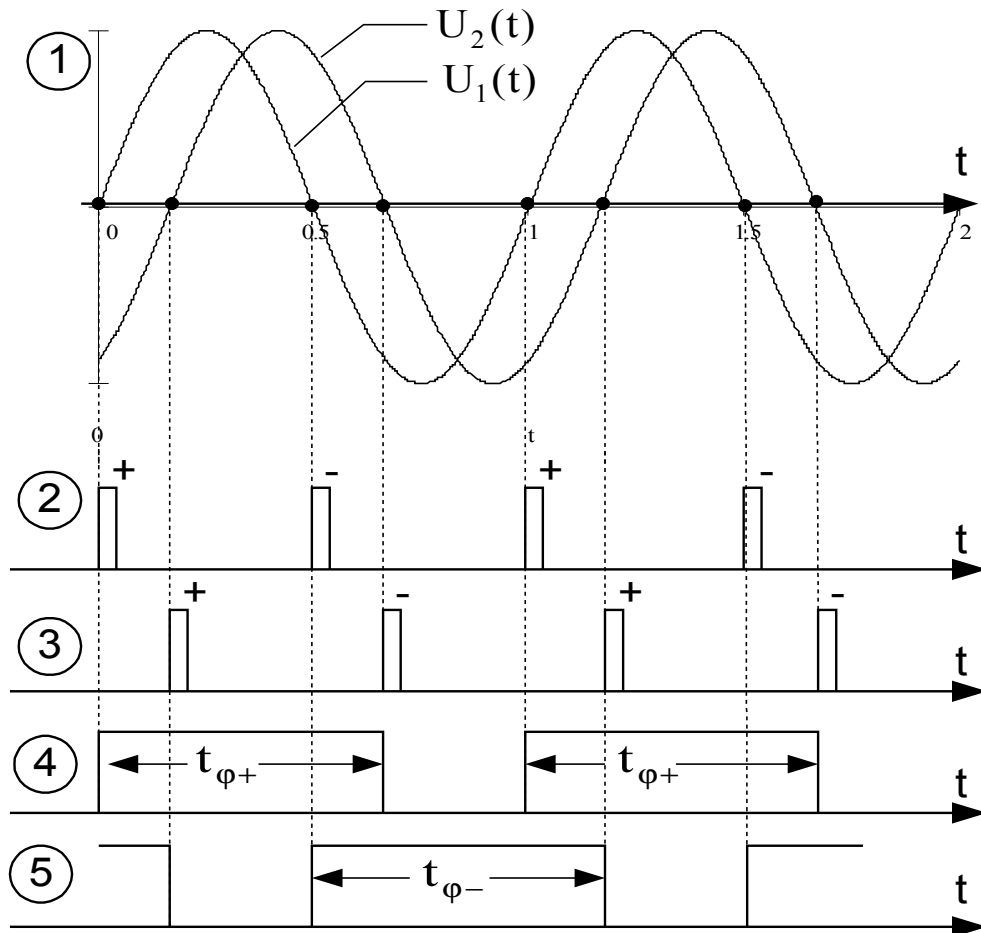


Рис. 6.8. Эпюры напряжений двухполупериодного фазометра

Для уменьшения погрешностей обычно берут среднее значение интервалов $t_{\varphi+}$ и $t_{\varphi-}$:

$$t_{\varphi} = \frac{t_{\varphi+} + t_{\varphi-}}{2},$$

тогда результат измерения ФС будет равен:

$$\varphi = \frac{t_{\varphi}}{T} \cdot 360^{\circ} - 180^{\circ}. \quad (6.10)$$

Данный фазометр позволяет исключить влияние четных гармоник входного сигнала на результат измерения ФС, а также мертвую зону $\Delta \varphi_{ic}$, уход нулевой линии также не вносит погрешность в результат измерения.

Триггерные фазометры позволяют производить измерения фазового сдвига сигналов с погрешностью $1.5^{\circ} - 3^{\circ}$ на частотах до 1 МГц.

6.2.5. Корреляционный фазометр

При измерении фазового сдвига между напряжениями $U_1(t) = Um_1 \cdot \cos(\omega_0 t)$ и $U_2(t) = Um_2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ может быть использована их взаимокорреляционная функция (ВКФ). ВКФ сигналов $U_1(t)$ и $U_2(t)$ запишется в виде

$$K_{12} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U_1(t) \cdot U_2(t) \cdot dt = Um_1 \cdot Um_2 \cdot \cos(\varphi), \quad (6.11)$$

Значение ВКФ зависит от величины фазового сдвига между напряжениями и максимально при $\varphi = 0^{\circ}$. Значение φ можно определить как

$$\varphi = \arccos\left(\frac{K_{12}}{Um_1 \cdot Um_2}\right) \quad (6.12)$$

На рис. 6.9 приведена зависимость K_{12} от величины фазового сдвига φ .

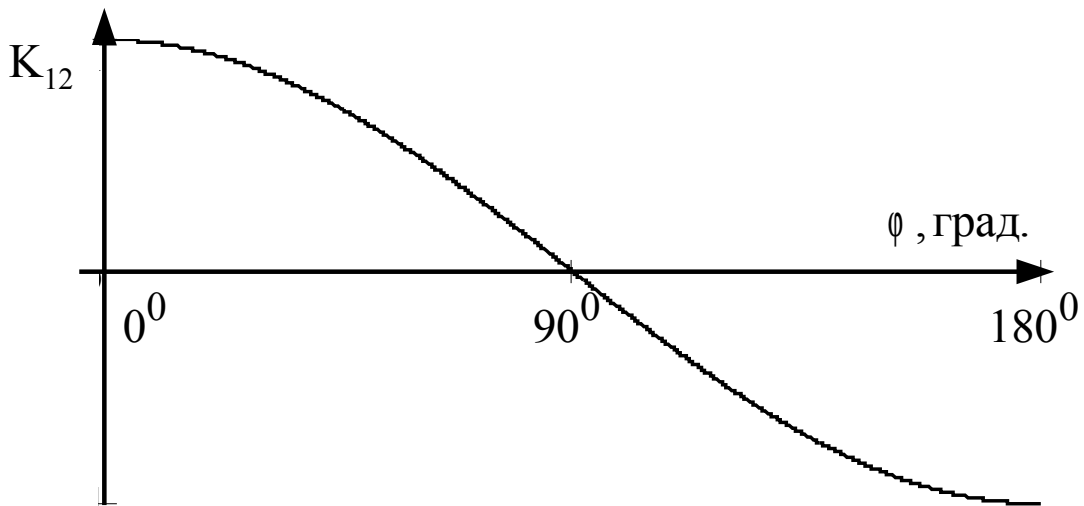


Рис. 6.9. Зависимость K_{12} от фазового сдвига φ

Структурная схема корреляционного фазометра, выполняющего оценку φ в соответствии с формулой (6.12), приведена на рис. 6.10.

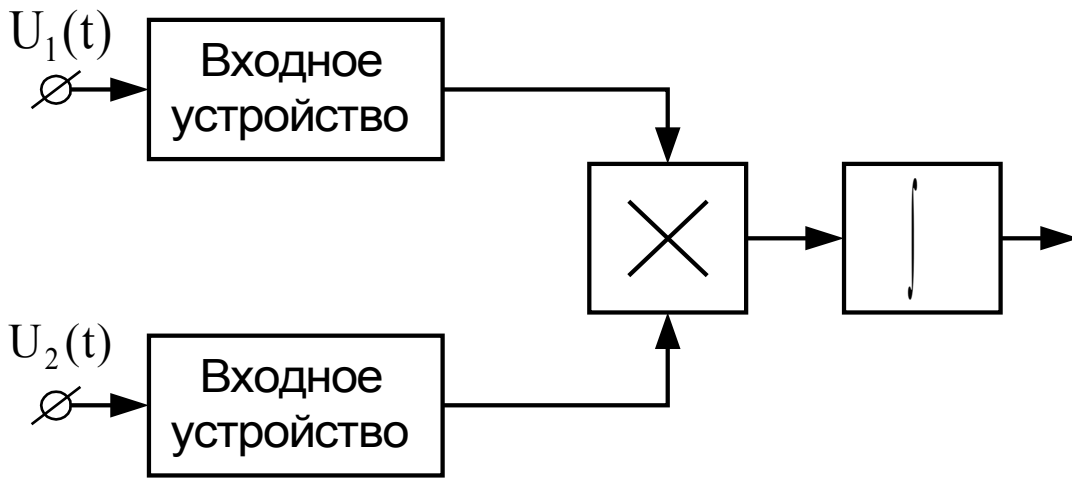


Рис. 6.10. Структурная схема корреляционного фазометра

Корреляционным методам измерения фазовых сдвигов присущи следующие недостатки:

- Необходимость выполнения арифметических операций, наличие нелинейных элементов (перемножитель);
- Зависимость показаний от амплитуд входных сигналов U_{m1} и U_{m2} .

Достоинством данного фазометра является высокая помехоустойчивость и возможность работы при малых отношениях сигнал/шум.

6.2.6. Оптимальные фазоизмерители

Очень часто на практике возникает необходимость измерения ФС при работе в широком диапазоне отношений сигнал/шум q , в том числе и для $q < 1$ и $q \ll 1$. Особенно остро потребность в таких методах и устройствах ощущается при создании приемной аппаратуры современных фазовых радио-геодезических и радионавигационных систем, где значение фазового сдвига является одним из важнейших параметров сигнала, с использованием которого решаются задачи определения координат объектов.

Задачу создания помехоустойчивых фазоизмерителей, работающих в широком диапазоне отношений сигнал/шум, можно решить на основе оптимальных методов, обеспечивающих минимальную погрешность при воздействии флуктуационных помех. Одним из этих методов является метод максимума функции правдоподобия.

Рассмотрим метод максимального правдоподобия применительно к нахождению оптимальной оценки ФС сигнала, искаженного гауссовым шумом.

Имеется сигнал $S(t, \varphi_c)$. Фаза сигнала φ_c неизвестна и подлежит измерению. Прием сигнала происходит на фоне аддитивной помехи $\xi(t)$. Для того чтобы найти оптимальную процедуру измерения фазы, необходимо получить функцию правдоподобия и найти оценку фазы $\varphi_{\text{опт}}$, максимизирующую ее.

Многомерная условная функция распределения смеси сигнала и помехи имеет вид

$$f(y_1, y_2, \dots, y_n) = \frac{1}{(2\pi \sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \cdot \int_0^{T_{\text{и}}} [y(t) - S(t, \varphi_c)]^2 dt \right\}, \quad (6.13)$$

где $y(t)$ – конкретная реализация смеси полезного сигнала $S(t, \varphi_c)$ и помехи $\xi(t)$; y_1, y_2, \dots, y_n – независимые отсчеты входного процесса за время измерения $T_{\text{и}}$; n – общее число отсчетов; N_0, σ^2 – спектральная плотность мощности и дисперсия помехи $\xi(t)$ соответственно.

Полученное выражение содержит зависимость от φ_c и может рассматриваться как функция правдоподобия

$$L(\varphi_c) = \frac{1}{(2\pi \sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \cdot \int_0^{T_{\text{и}}} [y(t) - S(t, \varphi_c)]^2 dt \right\}. \quad (6.14)$$

Для того, чтобы представить эту функцию в более удобной форме, позволяющей найти оценку, соответствующую максимуму правдоподобия, произведем преобразование (6.14) к следующему виду:

$$L(\varphi_c) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_e} y^2(t) dt - \frac{2}{N_0} \int_0^{T_e} y(t) S(t, \varphi_c) dt \right\}. \quad (6.15)$$

Поскольку σ^2 , N_0 и $y(t)$ считаются известными, то:

$$\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_e} y^2(t) dt \right\} = k_1;$$

$$\int_0^{T_e} S^2(t, \varphi_c) dt = Ec, \quad (6.16)$$

где k_1 – постоянный коэффициент; Ec – энергия сигнала, накопленная за время измерения T_e .

Подставив (6.16) в выражение для $L(\varphi_c)$, получим:

$$L(\varphi_c) = k_1 \cdot \exp \left\{ -\frac{Ec}{N_0} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{2}{N_0} \int_0^{T_e} y(t) \cdot S(t, \varphi_c) dt \right\}. \quad (6.17)$$

Оптимальная оценка ФС сигнала φ_c должна приводить функцию правдоподобия (6.17) в максимум. Следовательно, для нахождения оптимальной оценки ФС, необходимо найти максимум функции правдоподобия.

Решение задачи нахождения оптимальной оценки ФС приведено, например в [3, с. 376], где показано, что при гармоническом сигнале $S(t, \varphi)$ оптимальную оценку ФС сигнала $S(t)$ принятого на фоне шума $\xi(t)$, можно найти как:

$$\varphi = \arctg \frac{\int_0^{T_e} y(t) \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot dt}{\int_0^{T_e} y(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot dt}, \quad (6.18)$$

В соответствии с выражением (6.18) для оптимальной оценки ФС получена структурная схема ортогонального фазоизмерителя, приведенная на рис. 6.11.

На выходе фазометра формируется оценка ФС гармонического опорного сигнала по формуле:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{Q}{I} \right), \quad (6.19)$$

где $I = \int_0^{T\bar{e}} S(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot dt$, $Q = \int_0^{T\bar{e}} S(t) \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot dt$ – синфазная и квадратурная составляющие входного сигнала.

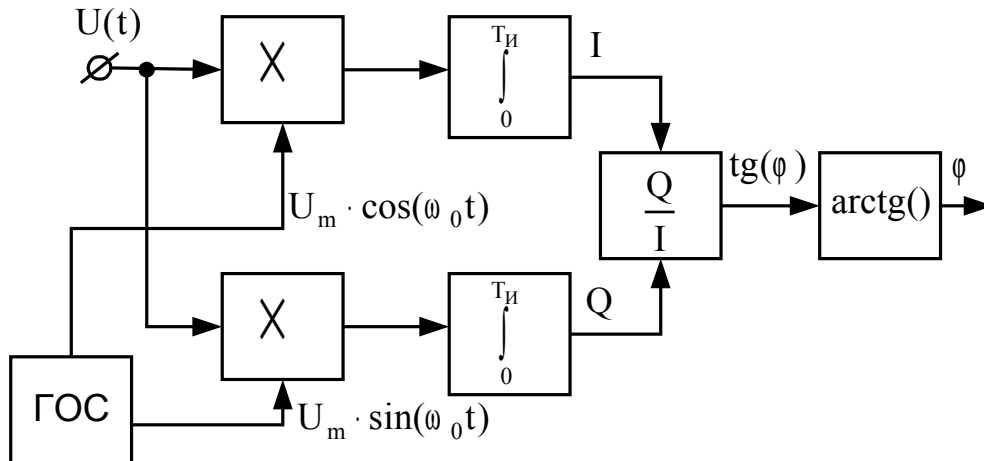


Рис.6.11. Структурная схема ортогонального фазоизмерителя

Можно показать, что погрешность оценки ФС ортогональным фазоизмерителем определяется выражением

$$\sigma_{\varphi 0} = \sqrt{\frac{N_0}{2 \cdot E_c}} \quad (6.20)$$

и не зависит от способа модуляции измеряемого сигнала $S(t, \varphi_c)$.

Полученный результат показывает, что погрешность оценки ФС зависит только от отношения плотности мощности помех к энергии сигнала. Сигнал может быть промодулирован любым способом – по амплитуде или фазе (частоте), и если модуляция известна и воспроизведена в копии сигнала, то погрешность результата измерения будет зависеть только от энергии сигнала. Следовательно, сигнал может быть сложным, (т. е. состоять из последовательности импульсов (пачки) с разной формой огибающей каждого импульса и пачки в целом,) или шумоподобным, (т. е. сложно модулированным по фазе; точность измерения фазы от этого не изменяется, если законы модуляции известны и воспроизведены в копии). Шумоподобные сигналы часто применяются в радионавигационных системах с целью обеспечения высокой помехоустойчивости и скрытности работы.

6.2.7. Варианты схем оптимального и квазиоптимального измерения фазы

Получение максимума функции правдоподобия (6.13), т. е. оптимальное измерение фазы может быть обеспечено и другими схемотехническими решениями, отличающимися от схемы рис. 6.11.

Рассмотрим выражение для функции правдоподобия

$$L(\varphi_c) = k_1 \cdot e^{-\frac{E_c}{N_0}} \cdot e^{\frac{2}{N_0} \int_0^{T\dot{\epsilon}} y(t) \cdot S(t, \varphi_c) dt}, \quad (6.21)$$

где φ_c – случайная фаза сигнала.

Корреляционный интеграл имеет вид

$$Z_\varphi = \int_0^{T\dot{\epsilon}} y(t) \cdot S(t, \varphi_c) dt. \quad (6.22)$$

Максимум его соответствует максимуму $L(\varphi_c)$; реализация схемы, соответствующей выражению (6.22), затруднена, так как фаза φ_c неизвестна. Если составить схему из коррелятора и генератора копии сигнала с переменной начальной фазой, то результаты измерений по этой схеме позволят вычислить интеграл

$$Z_\varphi = \int_0^{T\dot{\epsilon}} y(t) \cdot S_k(t, \varphi_k) dt, \quad (6.23)$$

где $S_k(t, \varphi_k)$ – копия сигнала с начальной фазой φ_k .

Изменяя фазу φ_k , можно для каждого ее значения наблюдать смесь с помощью коррелятора. Если корреляционный интеграл будет иметь максимум, то при этом будет и максимум функции правдоподобия, что непосредственно следует из (6.21). Поскольку максимумы корреляционного интеграла (6.23) и функции правдоподобия совпадают, при составлении схемы, в которой используется принцип максимума правдоподобия, можно ограничиться тем, что она должна обеспечивать выявление максимума корреляционного интеграла. Следовательно, значение φ_{km} , при котором наблюдается максимум величины Z_φ на выходе коррелятора, может быть принято за оптимальную оценку фазы

$$\varphi_{\dot{\epsilon}} = \varphi_{km}, \quad (6.24)$$

Схема, в которой обеспечивается оптимальная оценка фазы, может иметь вид, приведенный на рис. 6.12.

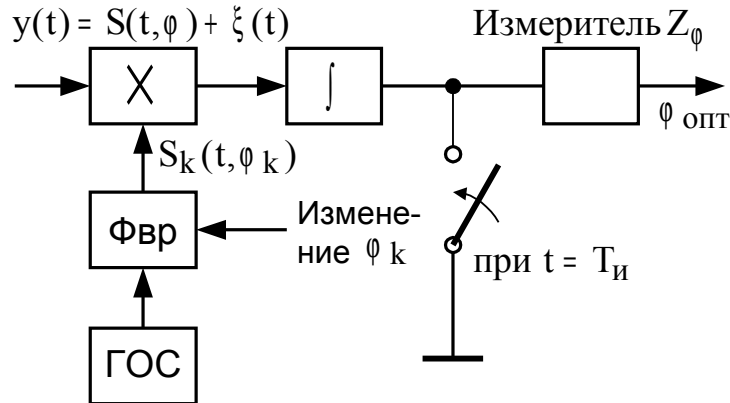


Рис. 6.12. Одноканальная схема оптимального измерителя фазы:

Если шаг изменения $\Delta\varphi_k$ будет небольшим, то ошибка будет обусловлена искажением результата интегрирования помехами и максимум будет получен в точке, где φ_{km} несколько отличается от φ_c .

На рис. 6.13 приведена зависимость Z_φ от φ_k . Кривая а соответствует слабым помехам. Если считать, что схема работает идеально, то в этом случае максимум будет зафиксирован практически точно при $\varphi_{km} = \varphi_{i\bar{o}} = \varphi_{\bar{n}}$. При наличии заметных помех отсчеты будут иметь отклонения; в результате наблюдения будет получена, например, кривая б. При отсчете $\varphi_{i\bar{o}}$ по максимуму Z_φ будет допущена ошибка $\Delta\varphi$.

Очевидно, что в этой схеме для получения отсчета будет затрачиваться значительно больше времени, чем в оптимальной схеме ортогонального фазоизмерителя, приведенной на рис. 6.11. В схеме рис. 6.11 время отсчета ФС и время наблюдения $T_{\bar{e}}$ совпадают. Схема начинает работать уже в первые минуты после подачи входного сигнала: напряжения на выходах корреляторов начинают нарастать, причем их отношение непрерывно дает оценку фазы. Наименьшая погрешность будет в момент окончания наблюдения, когда вся возможная энергия будет полезно использована для оценки фазы.

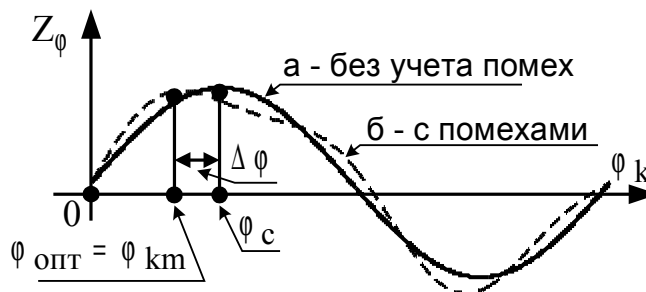


Рис. 6.13. Зависимость Z_φ от φ_k

В одноканальной схеме оптимального измерителя фазы, приведенной на рис. 6.12, время отсчета

$$t_{i\delta\tilde{n}\div} = \frac{\varphi_{\tilde{n}}}{\Delta\varphi_k} \cdot T_{\delta}, \quad (6.25)$$

Фаза сигнала $\varphi_{\tilde{n}}$ – случайная величина, которая может принимать значения от 0 до 3600 или от 0 до ± 1800 , а $\Delta\varphi_k$ при точном измерении может быть меньше 10.

Зная φ_c и $\Delta\varphi_k$, можно найти $t_{i\delta\tilde{n}\div}$. Например, при $\varphi_c = 90^0$ и $\Delta\varphi_k = 1^0$ значение времени отсчета составит $t_{i\delta\tilde{n}\div} = 90 \cdot T_{\delta}$.

Основные недостатки рассмотренной схемы одноканального оптимального измерителя фазы состоят в следующем:

- время наблюдения в каждой точке T_{δ} много меньше общего времени, которое нужно затратить для получения отсчета;
- точное определение слабо выраженного максимума сопряжено со многими техническими трудностями и может вызвать значительные инструментальные погрешности;
- при работе со схемой необходимо выполнить ряд сложных операций: изменять φ_k ; наблюдать и фиксировать Z_{φ} ; анализировать результаты наблюдений, находя точку, φ_{km} при которой Z_{φ} максимальна.

Имеются возможности усовершенствования рассмотренной схемы. Из зависимости Z_{φ} от φ_k следует, что она имеет характерную точку, положение которой жестко связано с максимумом. Наблюдение этой точки технически значительно проще. Такой точкой является переход через нуль, имеющий место при $\varphi_{k0} = \varphi_{i\delta} \pm 90^0$.

Вместо выявления φ_{km} , при которой наблюдается максимум Z_{φ} , можно наблюдать угол $\varphi_{\delta 0}$, при котором $Z_{\varphi} = 0$. При этом $\varphi_{i\delta} = \varphi_{k0} \pm 90^0$. Действие помехи при этом сохранится, но требования к инструментальной точности и стабильности тех частей схемы, которые фиксируют результаты интегрирования и выявляют точку с характерными особенностями, будут менее жесткими. Для устранения недостатка, связанного с дополнительной затратой времени на отсчет, можно применить многоканальную схему, изображенную на рис. 6.14. В этой схеме все p каналов действуют одновременно. Их число определяется требованием к инструментальной точности, так как значение $\Delta\varphi_k$ входит в инструментальную погрешность

$$p = \frac{360}{\Delta\varphi_k}.$$

Принцип действия этой схемы очевиден из предыдущего. Время, необходимое для отсчета, равно времени наблюдения ($t_{i\delta\tilde{n}\div} = \delta$). Наиболее сложной частью схемы является анализатор максимума, который должен выбрать канал, дающий в момент $t = T_{\delta}$ максимальное значение Z_{φ} , и по номеру оценить фазу $\varphi_{i\delta}$. Вследствие этого, а также из-за многоканальности, реализа-

ция такой схемы получается сложной. Для автоматизации действия схемы, изображенной на рис. 6.12, может быть применена замкнутая следящая система, в качестве сигнала рассогласования используется величина ΔU_0 , снимаемая с выхода умножителя – фазового дискриминатора ФД (рис. 6.15).

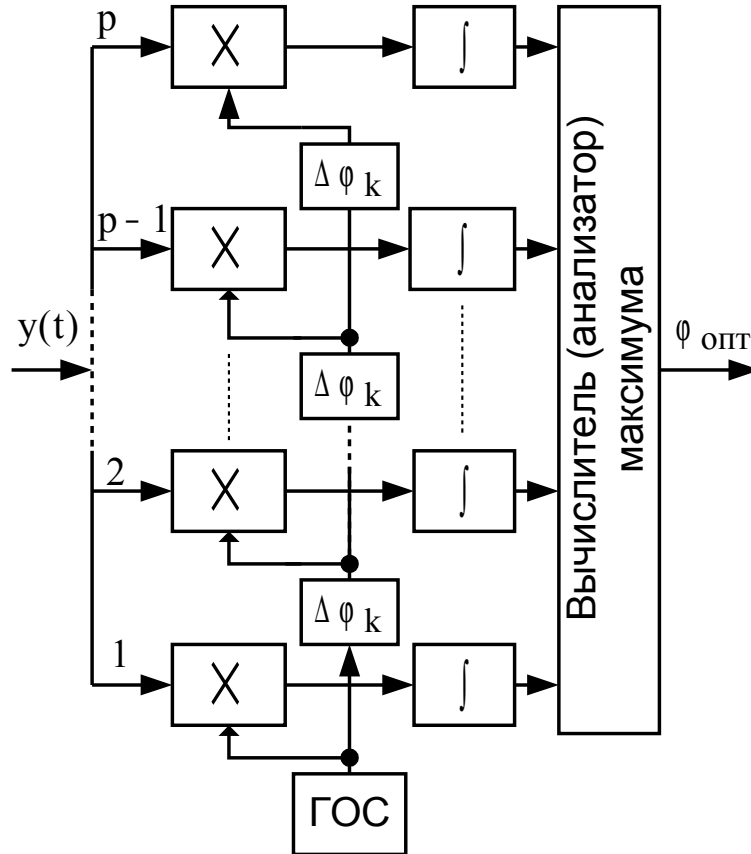


Рис. 6.14. Многоканальная схема оптимального измерителя фазы

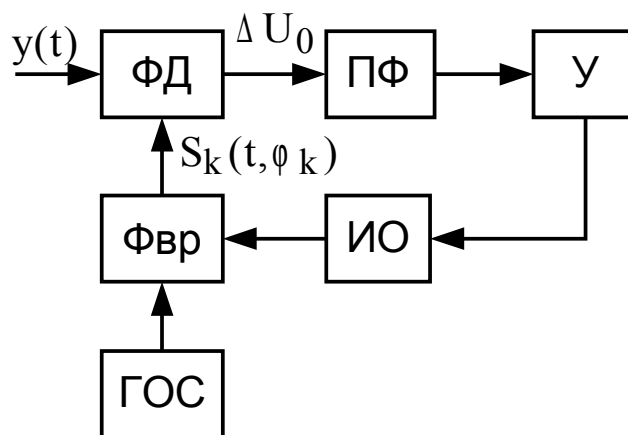


Рис. 6.15. Схема измерения фазы со следящей системой

Схема на рис. 6.15 содержит предварительный фильтр (ПФ), выделяющий постоянную составляющую напряжения на выходе ФД, усилитель (У) и исполнительный орган (ИО), служащий для того, чтобы сигнал рассогласования ΔU_0 обеспечивал изменение положения фазовращателя (Фвр).

Очевидно, что, как и в любой следящей системе, фазовращатель будет устанавливаться исполнительным органом в положение, при котором сигнал рассогласования стремится к нулю. Но сигнал рассогласования, снимаемый с выхода фазового детектора, определяется разностью фаз сигнала и копии (φ_c и φ_k) в соответствии с выражением

$$\Delta U_0 = C \cdot \sin(\varphi_c - \varphi_k + 90^\circ);$$

$$\Delta U_0 \rightarrow 0 \text{ \textit{à} } \varphi_c - \varphi_k + 90^\circ \rightarrow 0.$$

Сдвиг фаз, обусловленный фазовращателем, может быть снят с градуированной шкалы оператором или выдан на внешний интерфейс и принят в качестве оценки фазы сигнала с учетом поправки на 90° .

Представляет интерес рассмотреть такую схему с точки зрения оптимизации измерения фазы. При этом будем считать, что все вопросы работы этой схемы как следящей системы могут быть решены, т. е. может быть обеспечена ее устойчивость при заданной степени астатизма и при этом получены требуемая полоса пропускания и быстродействие. Из вышеизложенного следует, что рассматриваемая схема реализует алгоритм, вытекающий из оптимизации измерения, на основе принципа максимума правдоподобия. Схема содержит все элементы, присущие оптимальной схеме: перемножитель – фазовый детектор, узкополосный фильтр – замкнутая следящая система и опорное напряжение – копия сигнала с самоподстраивающейся под точку $Z_\varphi = 0$ фазой.

Однако имеются и существенные особенности, отличающие эту схему от оптимальной. Первой особенностью схемы, приведенной на рис. 6.15 является то, что время отсчета $t_{\text{отс}}^*$ и время наблюдения T_e существенно отличаются друг от друга, причем $t_{\text{отс}}^* > T_e$. Это обусловлено тем, что в момент подачи сигнала следящая система может находиться в сильно рассогласованном состоянии, которое должно быть скомпенсировано, на что система должна затратить значительное время.

Указанный недостаток сказывается только в начале измерения. В установившемся режиме слежения за фазой входного сигнала работа следящей системы не отличается от работы оптимальной схемы ортогонального измерителя ФС, причем схемы со следящими системами могут давать выигрыш в результирующей точности за счет применения технически более простых методов уменьшения динамических погрешностей.

Второй принципиальной особенностью схемы со следящей системой является то, что в отличие от схем, изображенных на рис. 6.11 и 6.12, в ней используется неидеальное опорное напряжение, т. к. оно связано по фазе с фазой напряжения входной смеси $\nu(t)$. Помехи, содержащиеся в смеси, частично проходя через следящую систему, будут вызывать флуктуации фазы опорного напряжения. Очевидно, что это должно сопровождаться ухудшени-

ем помехоустойчивости схемы, по сравнению с теоретическим уровнем (6.20), обеспечиваемым оптимальными схемами.

Однако если требуется высокая точность измерения при заданном уровне помех и мощности сигнала, должна быть выбрана такая полоса следящей системы, обусловленная T_{δ} и E_c , чтобы отклонения положения фазовращателя были небольшими, но тогда и флуктуации фазы опорного напряжения получаются также небольшими и их влиянием на помехоустойчивость можно пренебречь. Следовательно, отличие схемы на рис. 6.15 от оптимальной заметно проявится только при осуществлении грубых измерений, которые обычно не представляют большого практического интереса.

По изложенным причинам схема со следящим фазометром в большинстве практических случаев может рассматриваться как оптимальная и шумовая погрешность измерения, которая ей присуща, близка к вычисляемой по формуле (6.20).

Следует отметить, что по принципу действия и характеристикам система, приведенная на рис. 6.15, близка к системам фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и к следящим фильтрам, которые часто используются в системах измерения фазового сдвига.

6.3. Цифровые фазометры

На рис. 6.16 приведена классификация цифровых фазометров (ЦФ) по принципу построения.

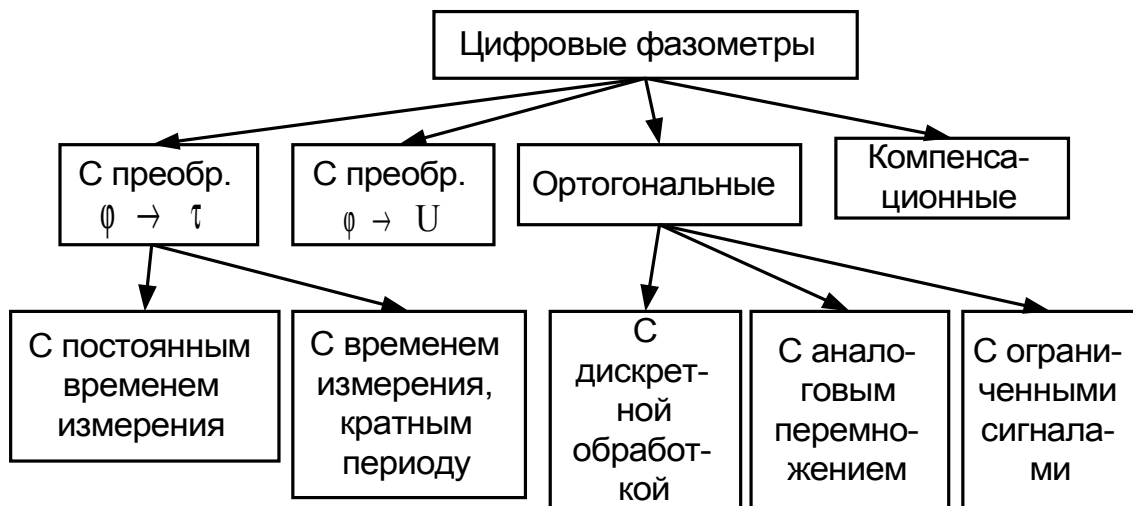


Рис. 6.16. Классификация цифровых фазометров

За рубежом получили распространение ЦФ с преобразованием фазового сдвига в напряжение ($\varphi \rightarrow U$), которое затем измеряется цифровым вольтметром (ЦВ) (рис. 6.17).

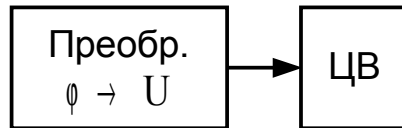


Рис. 6.17. ЦФ с преобразованием фазовый сдвиг – напряжение

В нашей стране наибольшее распространение получили фазометры с преобразованием фазового сдвига в интервал времени ($\varphi \rightarrow \tau$).

6.3.1. Цифровые фазометры с преобразованием фазового сдвига в интервал времени

Рассмотрим схемы преобразователей фазовых сдвигов в интервалы времени ($\varphi \rightarrow \tau$).

- Схема однополупериодного преобразователя $\varphi \rightarrow \tau$ без исключения мертвой зоны триггера приведена в п. 2.2.3 на рис. 6.4, эпюры напряжений к ней – на рис. 6.5.
- Двухполупериодная схема без исключения мертвой зоны приведена на рис. 6.18. Результат измерения ФС:

$$\varphi = \frac{t_{\varphi}}{T} \cdot 360^{\circ},$$

$$\text{где } t_{\varphi} = \frac{t_{\varphi+} + t_{\varphi-}}{2}.$$

- Двухполупериодная схема с исключением мертвой зоны приведена в п. 6.2.4 на рис. 6.7, эпюры напряжений к ней – на рис. 6.8.

Независимо от вида измерительного преобразователя $\varphi \rightarrow \tau$ цифровое измерение ФС основано на измерении интервалов t_{φ} и T цифровым методом. Значение ФС находят как:

$$\varphi = \frac{t_{\varphi}}{T} \cdot 360^{\circ} = \frac{n_{\varphi} \cdot t_0}{n_T \cdot t_0} \cdot 360^{\circ} = \frac{n_{\varphi}}{n_T} \cdot 360^{\circ}. \quad (6.26)$$

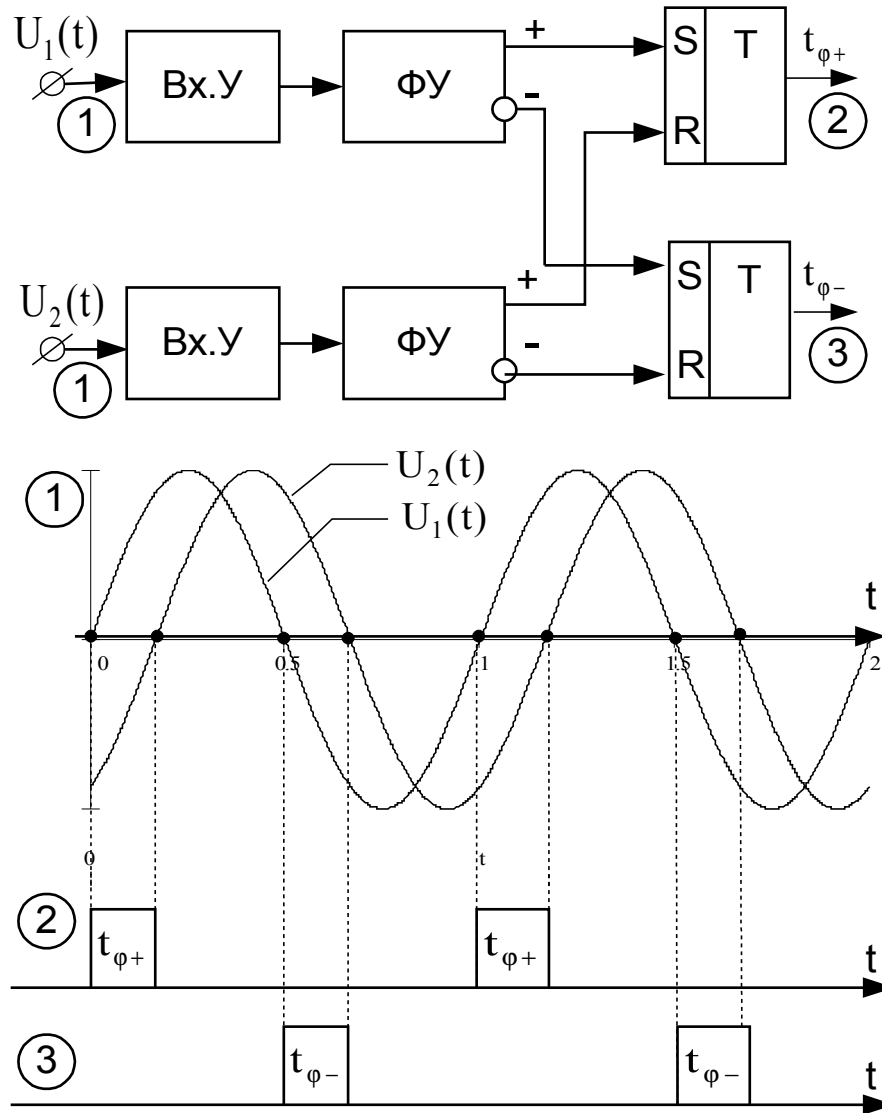


Рис. 6.18. Двухполупериодный преобразователь $\varphi \rightarrow \tau$ без исключения мертвой зоны

Погрешность определения ФС обусловлена погрешностью цифрового метода измерения интервалов времени t_{φ} и T . Если считать, что погрешность измерения периода T пренебрежимо мала по сравнению с погрешностью измерения интервала t_{φ} , то

$$\sigma_{\varphi} = \frac{360^{\circ}}{T} \cdot \frac{t_0}{\sqrt{6}} = \frac{360^{\circ}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{t_0}{T} = \frac{360^{\circ}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{F}{f_{\text{сд}}}, \quad (2.27)$$

где F – частота входного измеряемого сигнала; $f_{\text{сд}}$ – частота квантовых импульсов.

Пример: Цифровой измеритель фазового сдвига с преобразованием ФС в интервал времени. Частота квантовых импульсов $f_{\text{сд}} = 10$ МГц, частота входного сигнала $F = 1$ МГц. Найти погрешность измерения ФС.

Решение: Погрешность измерения ФС определяется по формуле (2.27):

$$\sigma_{\varphi} = \frac{360^0}{\sqrt{6}} \cdot \frac{F}{f_{\hat{e}\hat{a}}} = \frac{360^0}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^6} \approx 14.7^0.$$

Таким образом, погрешность измерения ФС на высоких частотах является недопустимо большой.

6.3.2. Цифровые фазометры со временем измерения, кратным периоду

Уменьшить значение погрешности квантования можно путем измерения $t_{\varphi i}$ и T_i в K периодах входного сигнала и последующего усреднения результатов.

В этом случае значения t_{φ} и T находят как средние арифметические наблюдаемых значений $t_{\varphi i}$ и T_i :

$$\begin{aligned} t_{\varphi} &= \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K t_{\varphi i} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K n_{\varphi i} \cdot t_0 = \frac{t_0}{K} \cdot n_{\varphi \Sigma}, \\ T &= \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K T_i = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K n_{T i} \cdot t_0 = \frac{t_0}{K} \cdot n_{T \Sigma}, \end{aligned} \quad (6.28)$$

где $n_{\varphi i}, n_{T i}$ – число импульсов, попавших в интервалы $t_{\varphi i}$ и T_i ; $n_{\varphi \Sigma} = \sum_{i=1}^K n_{\varphi i}$;

$n_{T \Sigma} = \sum_{i=1}^K n_{T i}$ – суммарное число импульсов, зафиксированное в K периодах входного сигнала.

С учетом усреднения K результатов измерений, значение ФС определим по формуле

$$\varphi = \frac{n_{\varphi \Sigma}}{n_{T \Sigma}} \cdot 360^0. \quad (6.29)$$

Погрешность ФС, найденного путем усреднения K результатов измерения уменьшится в \sqrt{K} раз по сравнению с погрешностью ФС, найденного без усреднения

$$\sigma_{\varphi} = \frac{360^0}{\sqrt{6 \cdot K}} \cdot \frac{F}{f_{\hat{e}\hat{a}}}. \quad (6.30)$$

Формула (6.27) является частным случаем выражения (6.30) при $K=1$. Определение ФС в соответствии с (6.29) требует применения в фазометре микропроцессорного вычислительного блока (МВБ).

Фазометры, реализующие алгоритм вычисления ФС в соответствии с (6.29), называются ЦФ с временем измерения, кратным периоду. На рис. 6.19 приведена структурная схема такого ЦФ, в соответствии с которой создан отечественный фазометр ФК2-35.

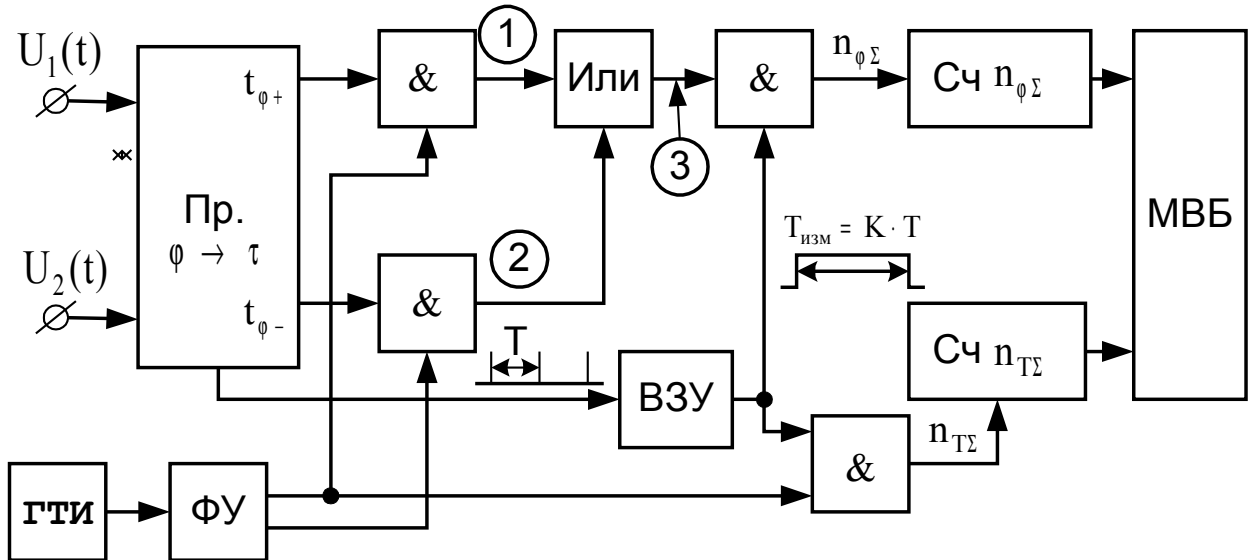


Рис. 6.19. ЦФ с временем измерения, кратным периоду

Эпюры напряжений в точках схемы рис. 6.19. приведены на рис. 6.20. Сигналы с выхода ФУ от ГТИ сдвинуты друг относительно друга на время $t_0/2$ для того, чтобы на выходе элемента "ИЛИ" они воспринимались как раздельные.

Времязадающее устройство (ВЗУ) формирует интервал измерений $T_{\text{изм}} = K \cdot T$. В итоге счетчик $n_{T\Sigma}$ подсчитает общее число импульсов за время измерения. Число $n_{\phi\Sigma}$, пропорциональное интервалу t_{ϕ} , определяется как $n_{\phi\Sigma} = n_{\phi+} + n_{\phi-}$.

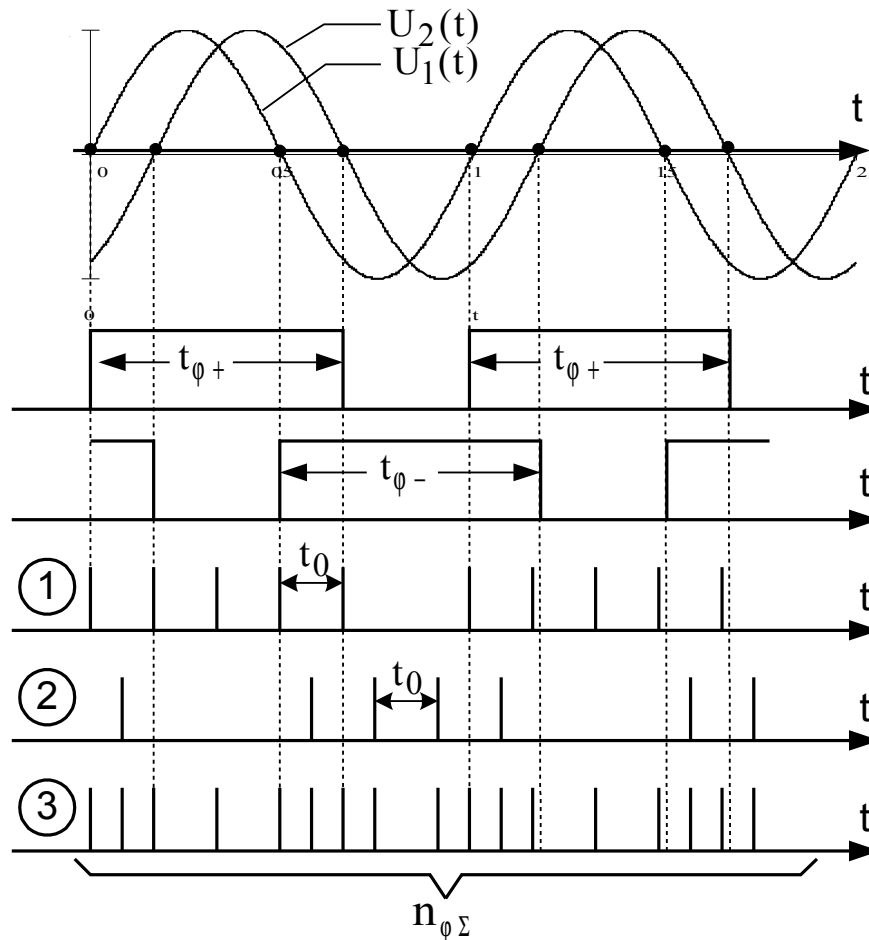


Рис. 6.20. Эпюры напряжений в ЦФ с временем измерения, кратным периоду

МВБ осуществляет оценку ФС по формуле

$$\varphi = \frac{360^0}{2} \cdot \frac{n_{\varphi\Sigma}}{n_{T\Sigma}} \quad (6.31)$$

Время измерения составляет K периодов входного сигнала, т. е. оказывается кратным периоду.

Пример: Цифровой измеритель фазового сдвига со временем измерения, кратным периоду. Частота квантующих импульсов $f_{\text{кв}} = 10$ МГц, частота входного сигнала $F = 1$ МГц, время измерения $T_{\text{изм}} = 1$ с. Найти погрешность измерения ФС.

Решение: Число усредняемых периодов входного сигнала составляет

$$K = T_{\text{изм}} / T = T_{\text{изм}} \cdot F = 1 \cdot 1 \cdot 10^6 = 10^6.$$

Погрешность измерения ФС определяется по формуле (6.27):

$$\sigma_{\varphi} = \frac{360^0}{\sqrt{6 \cdot K}} \cdot \frac{F}{f_{\text{кв}}} = \frac{360^0}{\sqrt{6 \cdot 10^6}} \cdot \frac{1 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^6} \approx 0.0147^0.$$

По сравнению с предыдущим примером погрешность измерения ФС уменьшилась в 1000 раз.

К недостаткам ЦФ со временем измерения, кратным периоду, относится необходимость выполнения арифметических операций. До применения микропроцессорных БИС этот недостаток сдерживал развитие данных ЦФ.

Для того чтобы избежать выполнения операции деления при вычислении Φ по формуле (6.26), разработаны ЦФ с постоянным временем измерения. Данные ЦФ реализуются на жесткой логике и не требуют применения микропроцессорных БИС.

6.3.3. Цифровые фазометры с постоянным временем измерения

В ЦФ со временем измерения, кратным периоду, значение ФС определяется по формуле (6.29). В ЦФ с постоянным временем измерения $n_{T\Sigma} = N_0 = const$. Значение N_0 выбирают таким, чтобы выполнялось условие

$$\varphi = \frac{n_{\varphi\Sigma}}{N_0} \cdot 360^0 = n_{\varphi\Sigma} \cdot 10^{-z}, \quad (6.32)$$

где z – целое число.

Отсюда N_0 должно удовлетворять условию

$$N_0 = 360 \cdot 10^z.$$

Например, при $z=2$

$$N_0 = 360 \cdot 10^2 = 3.6 \cdot 10^4.$$

Допустим, что $n_{\varphi\Sigma} = 27134$, следовательно, результат измерения ФС равен 271.340.

В данном случае необходимо менять положение десятичной точки в отображаемом значении $n_{\varphi\Sigma}$. Фазометр получается прямопоказывающим и не требует наличия МВБ. Структурная схема ЦФ с постоянным временем измерения приведена на рис. 6.21.

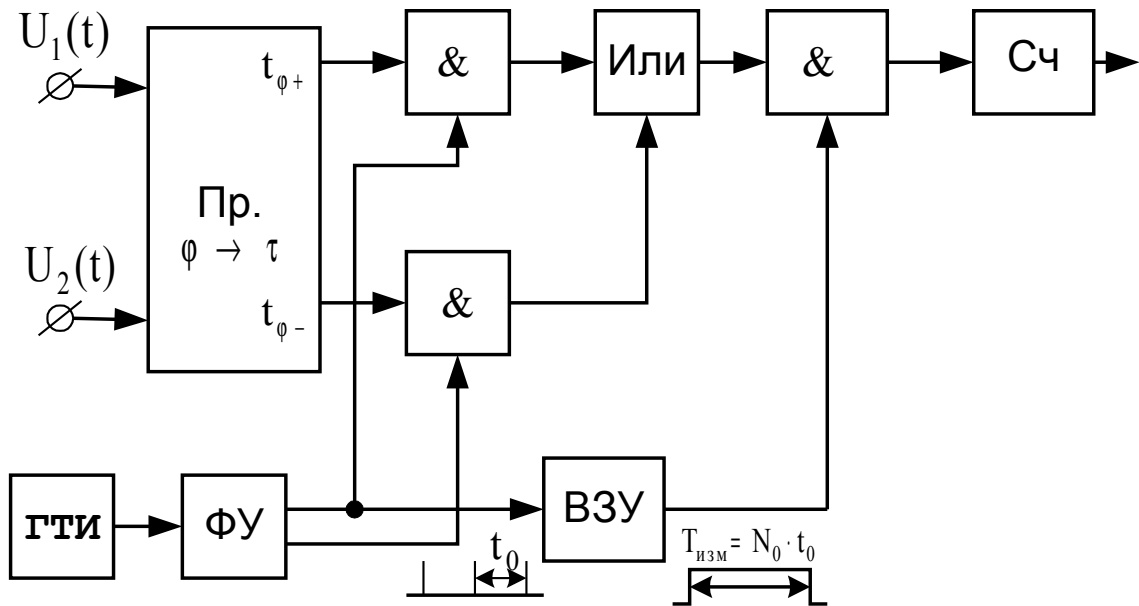


Рис. 6.21. Структурная схема ЦФ с постоянным временем измерения

Значение ФС для такого фазометра определяется по формуле

$$\varphi = \frac{360^\circ}{2} \cdot \frac{n_{\varphi \Sigma}}{N_0}.$$

Время измерения постоянно и составляет

$$T_{\text{эци}} = N_0 \cdot t_0.$$

Времязадающее устройство фазометра с постоянным временем измерения синхронизировано импульсами генератора тактовых импульсов (ГТИ). В остальном ЦФ с постоянным временем измерения аналогичен ЦФ с временем измерения, кратным периоду. Однако неравенство времени измерения целому числу периодов входного сигнала приводит к дополнительной погрешности, особенно сильно проявляющейся в области низких частот входных сигналов. В связи с этим данная погрешность называется низкочастотной.

Основными достоинствами ЦФ с постоянным временем измерения являются высокая точность измерения ФС, обусловленная усреднением результатов измерений за большое число периодов входного сигнала; широкий частотный диапазон измеряемых сигналов; большой динамический диапазон по амплитуде входных сигналов без применения каких-либо регулировок; высокая временная стабильность прибора вследствие отсутствия в нем каких-либо селективных цепей. К недостаткам следует отнести низкую помехоустойчивость, пониженное быстродействие и наличие низкочастотной погрешности.

6.3.4. Ортогональные цифровые фазометры

Для измерения ФС сигналов в условиях аддитивных помех в п. 6.2.6 рассмотрен ортогональный фазоизмеритель, выполняющий обработку сигнала с целью оптимальной оценки ФС. Ортогональный фазометр, схема которого приведена на рис. 6.11 может быть реализован с применением цифровых узлов и методов цифровой обработки сигналов.

В настоящее время используют два метода, реализующие цифровое измерение ФС с ортогональной обработкой сигналов:

1) с аналоговым перемножением. В данном случае выполняется аналоговое перемножение опорного и входного сигналов. Затем результат преобразуется в цифровую форму, в которой идет накопление интегралов I и Q с вычислением Φ .

2) с дискретной обработкой. В этом случае опорный и входной сигналы подвергают дискретизации до их перемножения. Перемножение сигналов, накопление корреляционных интегралов вычисление ФС осуществляется по их цифровым эквивалентам.

Первый метод дает дополнительную погрешность, связанную с применением аналоговых перемножителей. Второй метод более удобен, хотя его быстродействие ограничено быстродействием цифровой элементной базы.

На современном уровне развития техники более перспективным является метод 2, позволяющий отказаться от использования в фазометре аналоговых узлов и полностью перейти к цифровой обработке сигналов с использованием микропроцессорных систем. Данный метод позволяет повысить точность и временную стабильность характеристик прибора, а также обеспечить снижение массогабаритных характеристик.

Дальнейшее совершенствование ортогональных фазоизмерителей связано с повышением их точности (особенно при обеспечении широкого динамического и частотного диапазонов), а также помехоустойчивости по отношению к узкополосным шумам, широкополосным шумам и сосредоточенным по спектру помехам.

В реальных условиях помеху можно математически описать следующим выражением:

$$\xi(t) = \xi_0(t) + \sum_{i=1}^n U m_{\gamma i} \cdot \sin(\omega_{\gamma i} t + \Phi_{\gamma i}), \quad (6.33)$$

где: $\xi_0(t)$ – белый или коррелированный шум; $U m_{\gamma i}$, $\omega_{\gamma i}$, $\Phi_{\gamma i}$ – соответственно амплитуда, частота и фаза i -й гармоники, сосредоточенной по спектру помехи; n – общее число гармоник.

На рис. 6.22 приведена структурная схема фазоизмерителя с ограниченными сигналами.

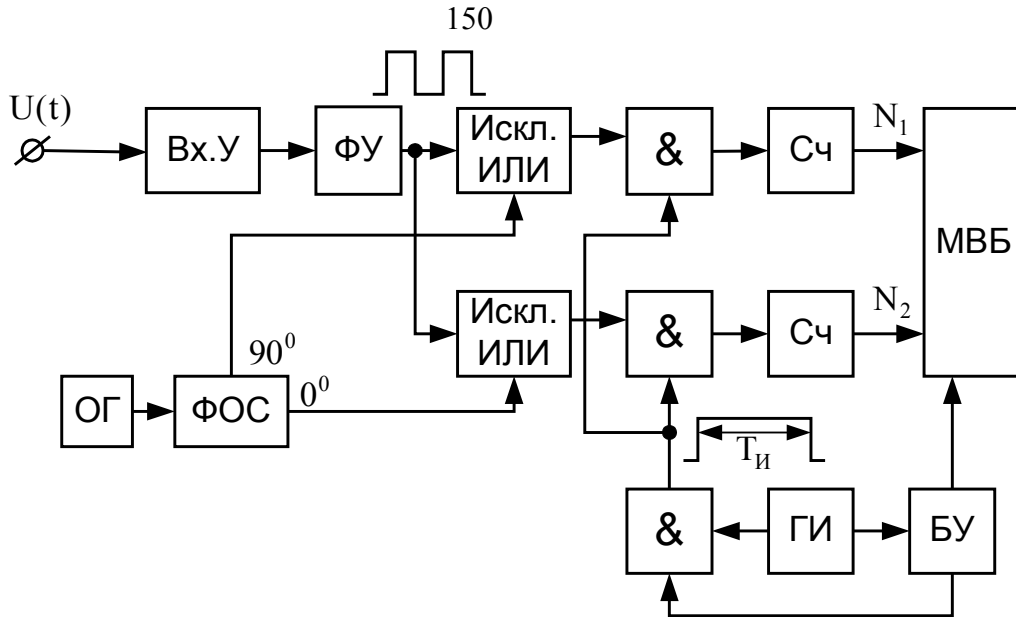


Рис. 6.22. Фазоизмеритель с ограниченными сигналами

Значения, зафиксированные счетчиками, составляют

$$N_1 = \frac{2 \cdot \varphi \cdot f_{\text{эа}} \cdot T_{\text{эци}}}{360^\circ};$$

$$N_2 = \frac{2 \cdot (360^\circ - \varphi) \cdot f_{\text{эа}} \cdot T_{\text{эци}}}{360^\circ}.$$

МВБ выполняет оценку ФС в соответствии с выражением, аналогичным формуле (6.18), полученной для оптимального измерения

$$\varphi = \text{arctg} \left(\frac{N_2}{N_1} \right).$$

К достоинствам фазоизмерителя с ограниченными сигналами следует отнести:

- широкий динамический диапазон входных сигналов;
- возможность работы в широком частотном диапазоне;
- за счет ограничения достигается представление сигналов меньшим числом разрядов, что обеспечивает большее быстродействие устройства по сравнению со схемой ортогонального фазометра, приведенной на рис. 2.11;
- применение в весовых методах измерения ФС позволяет добиться высокой помехоустойчивости по отношению к сосредоточенным по спектру помехам, при незначительном ухудшении помехоустойчивости по отношению к гауссовым шумам.

Данные характеристики определяются схемами построения входного и формирующего устройств, которые могут быть сделаны достаточно широко-

полосными, с большим коэффициентом усиления для обеспечения широкого динамического диапазона входных сигналов.

Основным недостатком рассмотренного фазоизмерителя является увеличение погрешности измерения ФС σ_φ при увеличении отношения сигнал/шум q . Данная погрешность является систематической и обусловлена тем, что при ограничении опорного и измеряемого сигнала их спектральный состав обогащается, причем амплитуда высших гармонических составляющих возрастает с ростом отношения сигнал/шум [7]. Влияние высших гармоник смеси приводит к дополнительной инструментальной погрешности измерения фазового сдвига.

На рис. 6.23 приведена зависимость систематической погрешности измерения ФС $\Delta\varphi_{\text{сист}}$ от величины измеряемого фазового сдвига φ при различных значениях отношения сигнал/шум q .

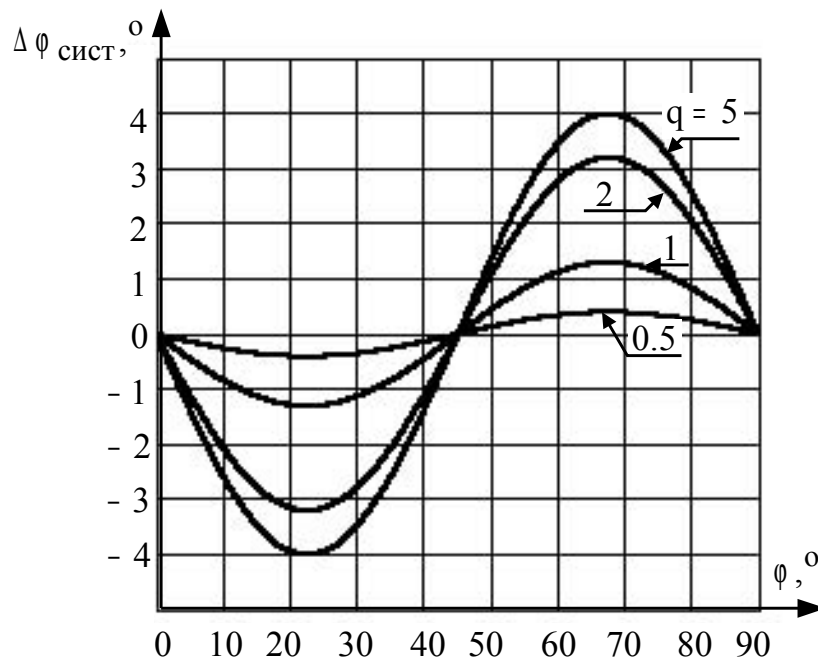


Рис. 6.23. Систематическая погрешность измерения ФС ортогональным фазометром с ограниченными сигналами при различных значениях отношения сигнал/шум q

При чистом входном сигнале ($q = \infty$) погрешность измерения ФС достигает 40. С уменьшением отношения сигнал/шум величина систематической погрешности $\Delta\varphi_{\text{сист}}$ уменьшается. Для уменьшения систематической погрешности применяют различные методы, например: метод поправок, методы фильтрации, компенсации погрешностей и т. д. [7].

7. ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ СИГНАЛОВ. ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВЫЕ ОСЦИЛЛОГРАФЫ

7.1. Общие характеристики

Для исследования формы сигналов применяют электронно-лучевые осциллографы. Электронно-лучевой осциллограф является универсальным измерительным прибором. С его помощью можно визуально наблюдать и документально фиксировать периодические непрерывные и импульсные сигналы, непериодические случайные сигналы, а также мгновенные одиночные явления.

Исследуемый сигнал отображается на экране осциллографа в виде светящихся линий или фигур, называемых осциллограммами. Осциллограмма представляет собой функциональную связь вида: $y = f(t)$ или $y = \varphi(t, z)$.

Электронно-лучевые осциллографы применяются также для измерения напряжения, временных интервалов и длительности сигналов, частоты, фазового сдвига, параметров модулированных сигналов и многих физических величин, преобразованных в электрические сигналы.

На базе осциллографов создают приборы, для измерения переходных, частотных и амплитудных характеристик различных электро – и радиотехнических устройств. Широкое распространение электронно-лучевых осциллографов обусловлено возможностью их использования в полосе частот от нуля до десятков ГГц, в пределах напряжений сигнала от долей милливольт до сотен вольт при длительностях от единиц наносекунд до нескольких секунд.

В соответствии с ГОСТ 15094-69 "Приборы электронные радиоизмерительные. Классификация. Наименования и обозначения" электронно-лучевые осциллографы относятся к подгруппе С " Приборы для наблюдения, измерения и исследования формы сигналов и спектра", которая включает в себя следующие виды приборов:

- С1 – осциллографы универсальные;
- С2 – измерители коэффициента амплитудной модуляции (модулометры);
- С3 – измерители девиации частоты (девиометры);
- С4 – анализаторы спектра;
- С6 – измерители нелинейных искажений;
- С7 – осциллографы скоростные, стробоскопические;
- С8 – осциллографы запоминающие;
- С9 – осциллографы специальные.

Электронно-лучевые осциллографы подразделяют на универсальные, скоростные, стробоскопические, запоминающие и специальные. Все они могут быть одно-, двух- и многолучевыми, одно- и многоканальными. Имеется многолучевой осциллограф С1-33 с пятью каналами.

В настоящее время среди электронно-лучевых осциллографов получили универсальные осциллографы (подгруппа С1).

7.2. Обобщенная структурная схема универсального осциллографа

На рис.7.1 приведена обобщенная структурная схема универсального осциллографа.

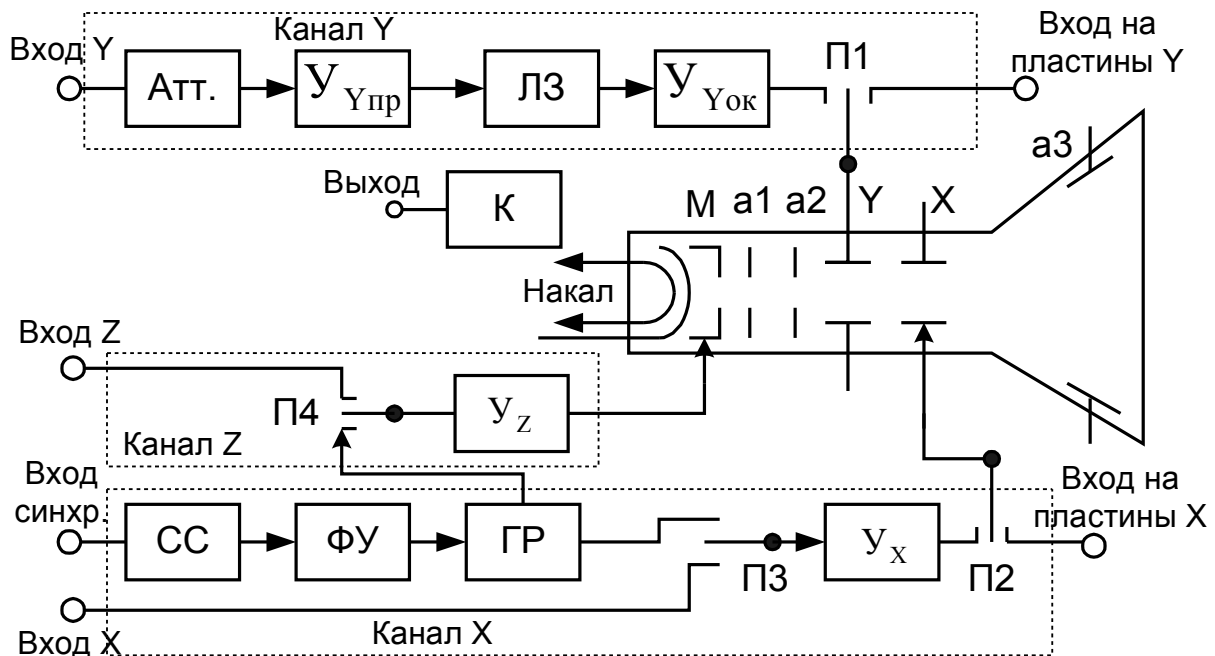


Рис.7.1. Структурная схема универсального осциллографа: Ат – аттенюатор; $U_{Yпр}$ – предварительный усилитель канала вертикального отклонения Y; ЛЗ – линия задержки; $U_{Yок}$ – оконечный усилитель канала вертикального отклонения Y; К – калибратор; U_Z – усилитель яркостного канала Z; СС – селектор синхронизации; ФУ – формирующее устройство; ГР – генератор развертки; U_X – усилитель канала горизонтального отклонения X; М – модулятор электронно-лучевой трубки (ЭЛТ); a_1, a_2, a_3 – аноды ЭЛТ (a_1 служит для фокусировки луча, a_2 для ускорения электронного пучка)

Скорость пролета электронов вдоль оси трубки определяется потенциалом U_{a2} второго анода относительно катода и определяется как:

$$V = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_{a2}}, \quad (7.1)$$

где: $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; $m = 0.91 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона; V – скорость движения электрона (м/с).

Для послеускорения электронов и повышения яркости луча применяют третий анод a_3 , расположенный между отклоняющими пластинами и экраном, причем: $U_{a3} > U_{a2} > U_{a1}$.

X – канал горизонтального отклонения луча;

Y – канал вертикального отклонения луча;

Z – канал модуляции яркостью луча.

Напряжение U_X называется развертывающим напряжением, а канал X также называют каналом развертки. Главным узлом канала X является гене-

ратор развертки, вырабатывающий пилообразное напряжение $U_x = k \cdot t$, пропорциональное времени (k – коэффициент пропорциональности).

Для управления частотой развертывающего напряжения используют напряжение синхронизации, поступающее из канала Y или от внешнего источника через селектор синхронизации СС и формирующее устройство ФУ. В канале X имеется усилитель U_x , вход которого с помощью переключателя ПЗ можно присоединить к выходу генератора развертки ГР или к зажимам "Вход X ". Выходное двухфазное напряжение усилителя U_x поступает на пластины горизонтального отклонения X .

По каналу Z через усилитель U_z и переключатель П4 подают напряжение от ГР или внешнего источника через вход Z для управления яркостью электронного луча.

В двухлучевых осциллографах применяются электронно-лучевые трубки с двумя электронными пушками и двумя парами пластин Y . Для управления ими предусматривается два канала вертикального отклонения Y .

В двухканальных осциллографах используется обычная трубка и быстродействующий электронный коммутатор, подключающий выходы двух каналов вертикального отклонения к одним вертикально отклоняющим пластинам Y .

Канал горизонтального отклонения всегда один.

Основными техническими характеристиками электронно-лучевых осциллографов являются:

- 1) Диапазон измеряемых напряжений $U_{\min} - U_{\max}$;
- 2) Полоса частот канала вертикального отклонения: $f_i - f_{\hat{A}}$;
- 3) Время нарастания переходной характеристики τ_i , выброс и неравномерность;
- 4) Диапазон значений коэффициентов отклонения вертикального канала Y , мВ/дел.
- 5) Диапазон значений коэффициентов развертки (длительность развертки), мкс/дел.
- 6) Входные сопротивления и емкости каналов X , Y и Z .

7.3. Виды осциллографических разверток

Развертывающим в общем случае называют напряжение, определяющее траекторию и скорость перемещения луча ЭЛТ в отсутствие исследуемого сигнала.

Траекторию, описываемую лучом, или создаваемый им след на экране под действием развертывающего напряжения принято называть разверткой.

Различают несколько видов разверток, используемых в осциллографах. Если развертку получают при подаче развертывающего напряжения на одну пару отклоняющих пластин (как правило X), то ее называют по форме развертывающего напряжения – пилообразная, экспоненциальная, синусоидальная.

Когда же развертка создается подачей развертывающих напряжений на обе пластины одновременно, ее название соответствует форме траектории, прочерчиваемой лучом: круговая, эллиптическая, спиральная и т.д.

Если развертывающее напряжение подают только на одну пару отклоняющих пластин, след луча, видимый наблюдателю, представляет собой прямую линию независимо от формы развертывающего напряжения.

7.3.1. Линейная периодическая развертка

Данная развертка применяется при исследовании периодических сигналов. Если каждый последующий цикл пилообразного напряжения непрерывно следует за предыдущим, то развертка называется непрерывной периодической (рис.7.2).

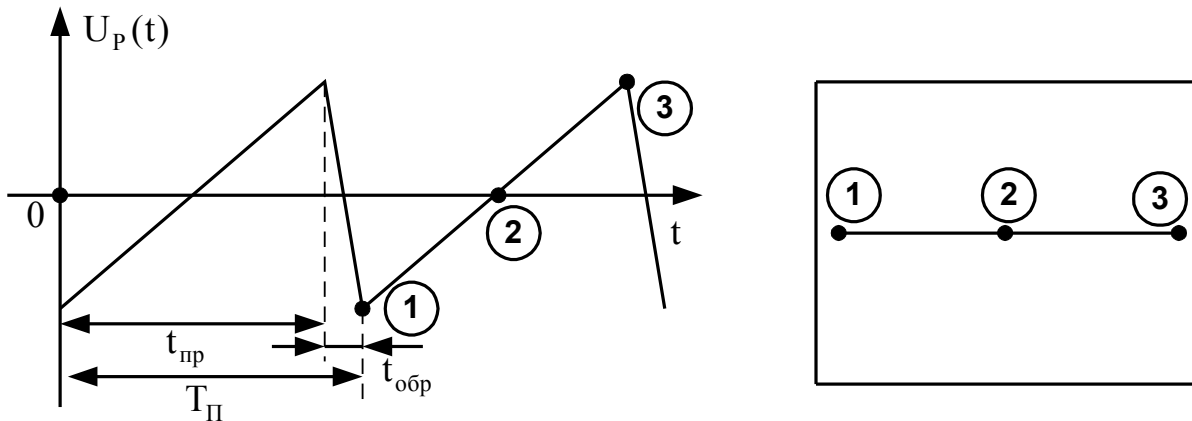


Рис.7.2. Непрерывная периодическая развертка: $t_{пр}$ - длительность прямого хода; $t_{обр}$ - длительность обратного хода; T_{II} - период повторения

Когда пилообразные импульсы разделены интервалами времени, развертка называется импульсной периодической (рис.7.3).

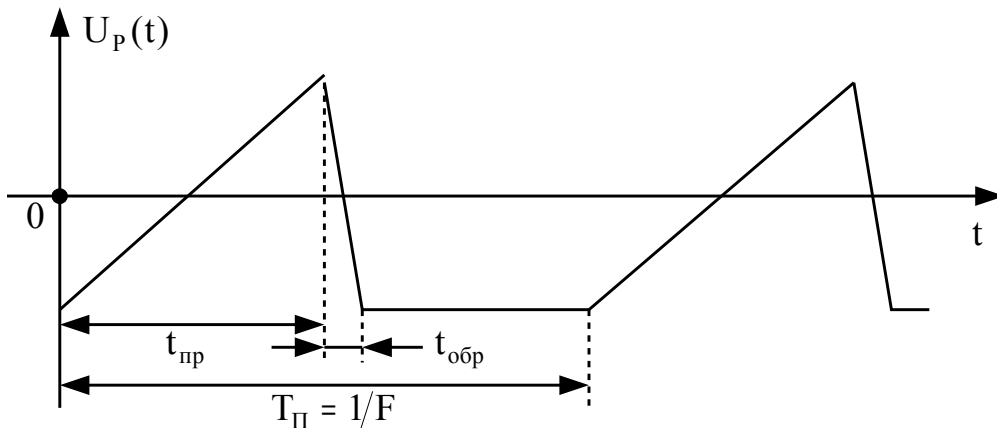


Рис.7.3. Импульсная периодическая развертка

Основные характеристики развертывающего напряжения, создающего непрерывную периодическую развертку следующие:

- 1) Период повторения $T_{\Pi} = t_{\text{пр}} + t_{\text{обр}}$, или частота повторения $F_{\Pi} = 1/T_{\Pi}$. Для высококачественной развертки выполняется условие: $t_{\text{обр}} \ll t_{\text{пр}}$;
- 2) Амплитуда, определяющая максимальное отклонение луча за период;
- 3) Степень линейности развертывающего напряжения (рис.7.4).

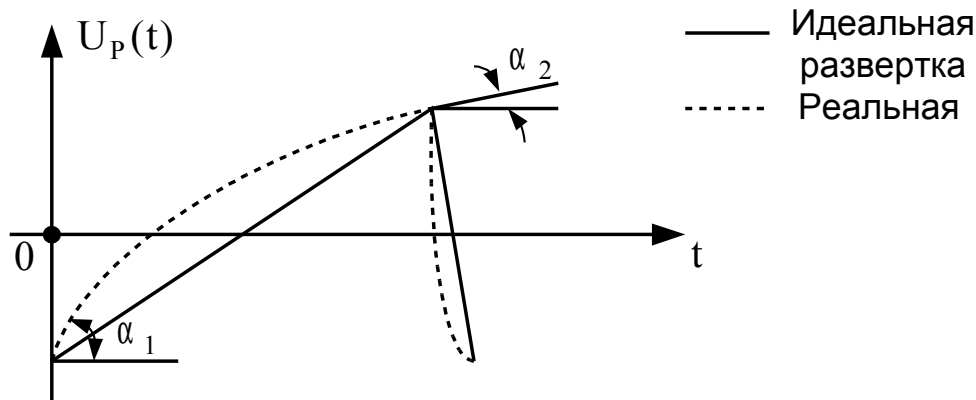


Рис.7.4. Идеальная и реальная формы развертывающего напряжения

Напряжение развертки получают путем заряда-разряда конденсатора в RC цепи, а этот процесс происходит по экспоненте. Идеальное пилообразное напряжение представляет собой функцию вида: $U_D(t) = \frac{U_{\text{max}}}{T} \cdot t$, реальное напряжение на выходе интегрирующей RC-цепи имеет вид: $U_P(t) = U_{\text{max}} \cdot (1 - e^{-t/(RC)})$. Нелинейность развертывающего напряжения искажает форму исследуемого сигнала.

Для описания линейности развертки вводят понятие коэффициента нелинейности:

$$\delta_X = \frac{\text{tg}(\alpha_1) - \text{tg}(\alpha_2)}{\text{tg}(\alpha_2)}, \quad (7.2)$$

где α_1 и α_2 - углы наклона развертки при $t=0$ и $t=T$ соответственно (рис.7.4).

Для универсальных осциллографов значение $\delta_X \approx 5\%$, для специальных δ_X достигает 0.1%.

- 4) Минимальное значение частоты повторения F_{Π} . Как правило, значение F_{Π} выбирают более 25÷30 Гц, чтобы не было мерцаний изображения. При этом используется инерционная способность человеческого глаза сохранять зрительное впечатление в течение $\sim 1/15$ с.
- 5) Синхронность с напряжением исследуемого сигнала. Изображение будет неподвижным, если период развертывающего напряжения T_{Π} кратен или равен периоду исследуемого сигнала T . Для обеспечения этого требования осциллограф оснащают схемами развертки.

7.3.2. Линейная ждущая развертка

Линейная ждущая развертка используется при исследовании различных импульсных процессов, в том числе непериодических. Непрерывная развертка не позволяет наблюдать однократные импульсы и оказывается малоэффективной при наблюдении сигналов с большой скважностью (рис.7.5).

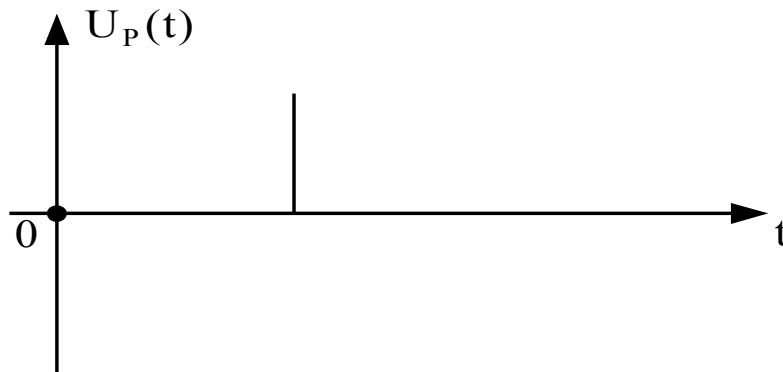


Рис.7.5. Сигнал с большой скважностью при линейной периодической развертке

При попытке растянуть изображение, оно оказывается слишком бледным. В этом случае используют режим ждущей развертки (рис.7.6).

В данном случае развертка "ждет" прихода импульса, синхронного с исследуемым сигналом. Линия задержки (ЛЗ) в схеме рис.7.1 служит для небольшой задержки исследуемого сигнала по отношению к развертке, с тем, чтобы на экране осциллографа был отображен передний фронт сигнала (рис.7.7).

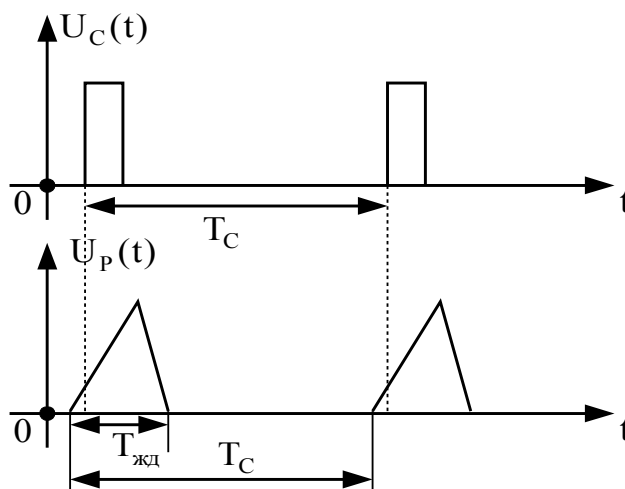


Рис.7.6. Эпюры напряжений в режиме ждущей развертки

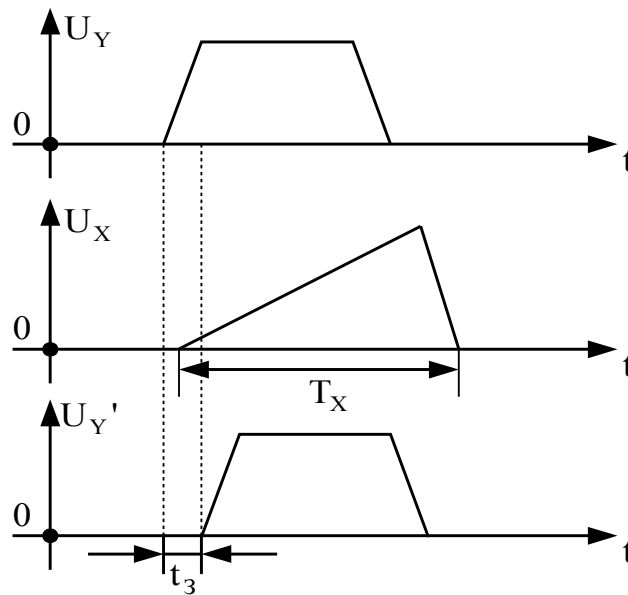


Рис.7.7. Напряжения в режиме ждущей развертки; U_Y - напряжение на входе Y; U_X - напряжение на X-пластинах ЭЛТ; U_Y' - напряжения на Y-пластинах ЭЛТ; t_3 - время задержки сигнала в ЛЗ

7.3.3. Синусоидальная развертка

Данная развертка получается путем подачи на пластины горизонтального отклонения X гармонического напряжения $U_X(t) = U_X \cdot \sin(\omega \cdot t)$. В этом случае скорость перемещения луча изменяется по синусоидальному закону, но линия развертки представляет собой прямую горизонтальную линию. Мгновенное значение отклонения луча по горизонтали определяется соотношением:

$$x = U_X \cdot h_X \cdot \sin(\omega \cdot t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (7.3)$$

где h_X - чувствительность трубки по горизонтали; a - амплитуда отклонения луча по горизонтали.

Если на пластины Y подать напряжение вида $U_Y(t) = U_Y \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$, то оно вызовет мгновенные отклонения луча по вертикали:

$$y = U_Y \cdot h_Y \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = b \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi), \quad (7.4)$$

где h_Y - чувствительность трубки по вертикали; b - амплитуда отклонения луча по вертикали.

При одновременной подаче двух напряжений на пластины осциллографа, след луча представляет собой фигуру Лиссажу. Определим ее уравнение.

$$x = a \cdot \sin(\omega \cdot t) \Rightarrow \sin(\omega \cdot t) = x/a,$$

тогда

$$\cos(\omega \cdot t) = \sqrt{1 - \sin^2(\omega \cdot t)} = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a};$$

$$\sin(\omega \cdot t + \varphi) = \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\varphi) + \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\varphi).$$

Исходя из представленных выражений, уравнения движения луча по вертикали примет вид:

$$y = b \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \frac{b}{a} \cdot \left(x \cdot \cos(\varphi) + \sqrt{a^2 - x^2} \cdot \sin(\varphi) \right). \quad (7.5)$$

Уравнение (7.5) является уравнением эллипса, форма которого зависит от амплитуд отклонений электронного луча по вертикали (b) и горизонтали (a) и разности фаз напряжений (φ). Рассмотрим некоторые частные случаи изображений на экране:

- $\varphi = 0^\circ$: $y = \frac{b}{a} \cdot x$ на экране будет наблюдаться прямая линия с углом наклона $\Psi_1 = \arctg(b/a)$;
- $\varphi = 180^\circ$: $y = -\frac{b}{a} \cdot x$ - прямая с обратным наклоном, угол наклона $\Psi_2 = -\arctg(b/a)$ (если $b = a$, то $\Psi_1 = 45^\circ$, $\Psi_2 = 135^\circ$);
- $\varphi = 90^\circ$: уравнение движения луча примет вид: $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ - уравнение эллипса, с полуосями, по направлению совпадающими с направлением осей координат; (при $a = b = r$ на экране будет окружность с радиусом r , описываемая уравнением: $x^2 + y^2 = r^2$).

Синусоидальная развертка применяется при измерениях фазы, частоты, параметров модулированных сигналов и т.д.

7.3.4. Круговая развертка

В данном случае гармоническое напряжение $U(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ с помощью фазорасщепляющей RC-цепи преобразуется в два напряжения с одинаковой амплитудой, сдвинутые по фазе на 90° относительно друг друга. Схема получения круговой развертки представлена на рис.7.8.

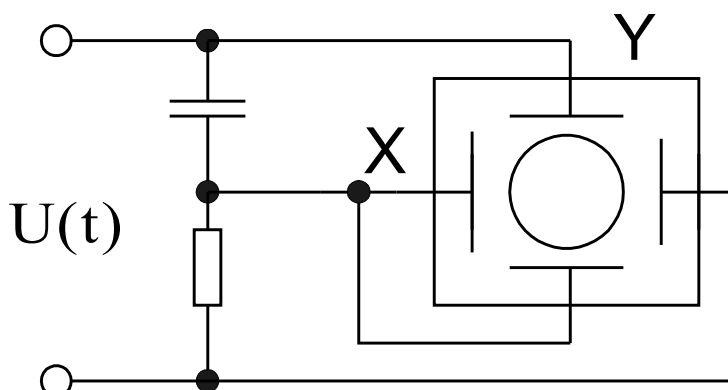


Рис.7.8. Схема получения круговой развертки

На экране будет наблюдаться фигура Лиссажу в виде окружности. В течение периода развертывающего напряжения окружность совершает 1 оборот, т.е. число оборотов в секунду равно частоте развертывающего напряжения. Применение круговой развертки удлиняет линию развертки на экране в π раз по сравнению с линейной разверткой и улучшает условия наблюдения сигналов. Круговая развертка используется для измерения фазовых сдвигов, сравнения частот сигналов и т.д.

7.4. Двухканальные и двухлучевые осциллографы

Эти приборы применяют для одновременного наблюдения осциллограмм двух сигналов на экране одной ЭЛТ, например при сопоставлении сигналов на выходе цепи с выходными, исследовании различных схем преобразования сигналов, схем задержки импульсов, измерении разностей фаз сигналов и т.д.

Двухканальный осциллограф содержит два канала вертикального отклонения и электронный коммутатор (ЭК), который попеременно подает выходные сигналы каждого канала на одни и те же пластины ЭЛТ (рис.7.9).

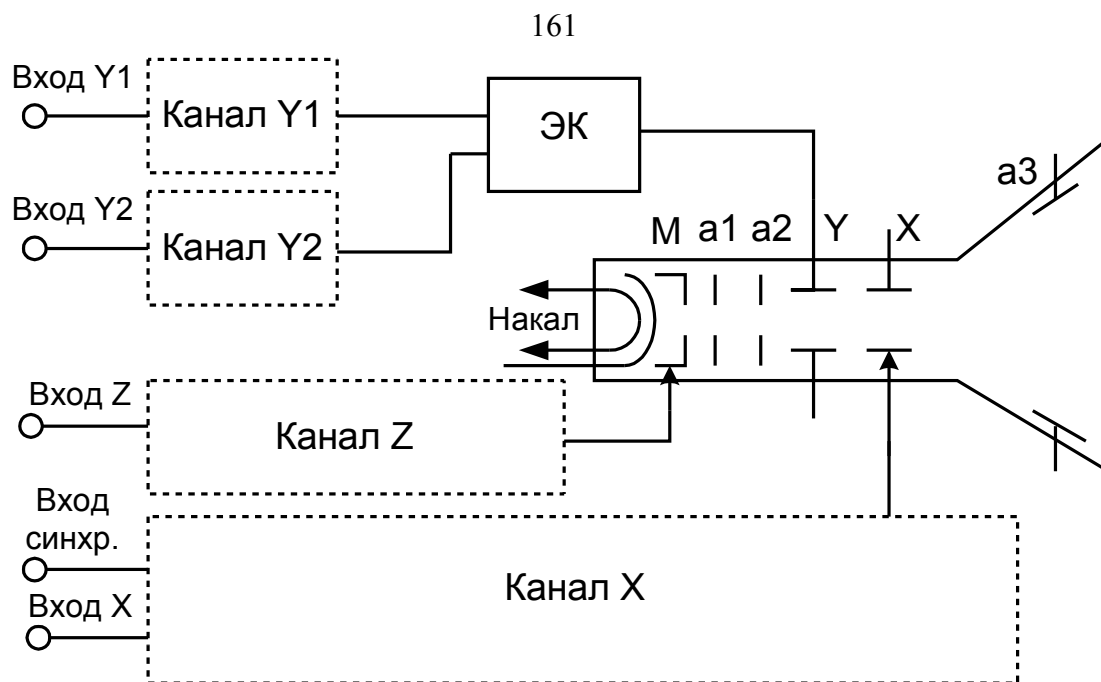


Рис.7.9. Упрощенная структурная схема двухканального осциллографа; ЭК – электронный коммутатор

Существуют 4 режима работы каналов:

- 1) Одноканальный (работает либо первый, либо второй канал);
- 2) Чередование каналов (поочередное включение каналов для каждого хода развертки (рис.7.10)). Обозначение "----".

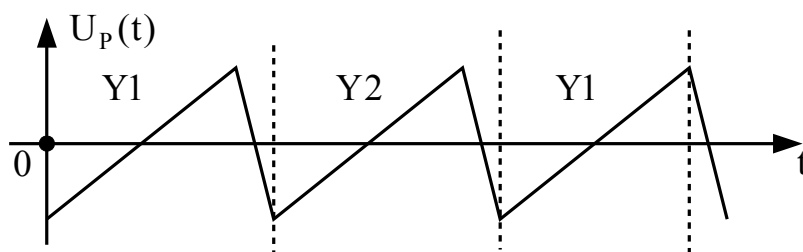


Рис.7.10

- 3) Прерывания (работают оба канала, но переключение производится с высокой частотой, например $0.5 \div 1$ МГц. При этом в течение одного хода развертки поочередно успевают отобразиться оба входных сигнала). Обозначение ".....".
- 4) Алгебраическое сложение " $Y1+Y2$ ". При этом оба канала работают одновременно на одну нагрузку, на экране отображается сумма сигналов.

На основе вышеперечисленных принципов строят многоканальные осциллографы с числом каналов более двух. В частности, в последнее время получили распространение трехканальные осциллографы: третий канал предназначен для наблюдения сигнала внешней синхронизации. Это позволяет судить о временных соотношениях между сигналами.

Двухлучевой осциллограф имеет специальную двухлучевую ЭЛТ, внутри которой помещены две независимые электронно-оптические системы и две системы отклоняющих пластин. Совокупность этих систем образует два электронных луча, попадающий на один общий экран, что позволяет одновременно наблюдать 2 осциллограммы.

На рис.7.11 представлена упрощенная структурная схема двухлучевого осциллографа.

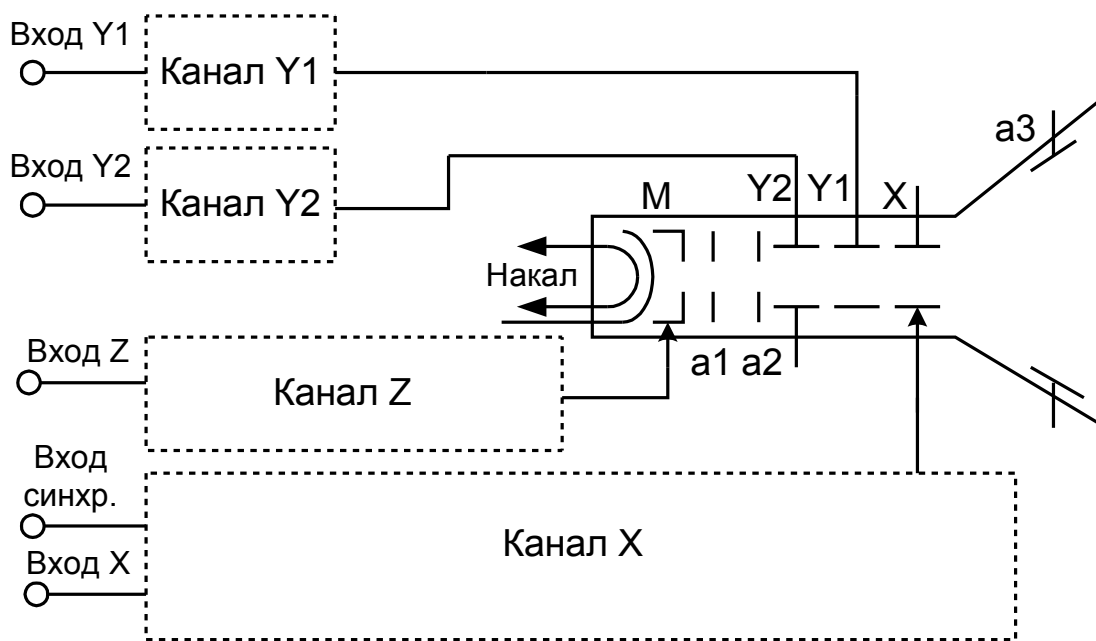


Рис.7.11. Упрощенная структурная схема двухлучевого осциллографа

Двухлучевые осциллографы позволяют наблюдать два сигнала как совместно, так и раздельно. Применяются для исследования двух непериодических (или нестационарных) сигналов малой длительности.

Преимуществом двухканальных осциллографов является более низкая стоимость по сравнению с двулучевыми.

8. ИЗМЕРЕНИЕ СПЕКТРОВ

8.1. Общие сведения

Измерение спектров электрических сигналов находит широкое применение в радиосвязи, радионавигации, радиолокации и других областях радиотехники. Отдельные составляющие спектра можно выделить и измерить с помощью селективных вольтметров, измерительных приемников, но наиболее удобным оказывается применение для этих целей анализаторов спектра.

Под анализаторами спектра понимают устройства, предназначенные для автоматического представления спектра электрических сигналов. В них производится преобразование временных характеристик сигналов в частот-

ную область с последующим выполнением необходимых измерительных операций. Получение спектральных характеристик сигналов опирается на математический аппарат преобразования Фурье.

На основании гармонического анализа сигнал с периодом T можно представить рядом Фурье

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_1 t}, \quad (8.1)$$

где комплексный коэффициент

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \quad (8.2)$$

определяет амплитуду и фазу n -той гармоники с частотой $n\omega_1 = 2\pi n f_1$.

Совокупность гармонических составляющих (8.1) на оси частот можно представить в виде вертикальных линий, высота которых пропорциональна амплитуде соответствующей гармоники.

Например, для периодической последовательности импульсов прямоугольной формы амплитудой U_0 с периодом T и длительностью τ комплексная амплитуда n -той гармоники

$$C_n = \frac{U_0 \tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin 0.5n\Omega_1 \tau}{0.5n\Omega_1 \tau} e^{jn\Omega_1 t}, \quad (8.3)$$

где $\Omega_1 = 2\pi / T$.

В частности для случая $T = \tau / 2$ (рис. 8.1) разложение в ряд Фурье имеет вид

$$u(t) = U_0 \left[(2/\pi) \left(\cos \Omega_1 t + \frac{1}{3} \cos 3\Omega_1 t + \frac{1}{5} \cos 5\Omega_1 t + \dots \right) \right]. \quad (8.4)$$

Отметим, что, поскольку $T = \tau / 2$, спектр сигнала состоит только из нечетных гармоник, а спад амплитуды гармонических составляющих происходит обратно пропорционально номеру гармоники.

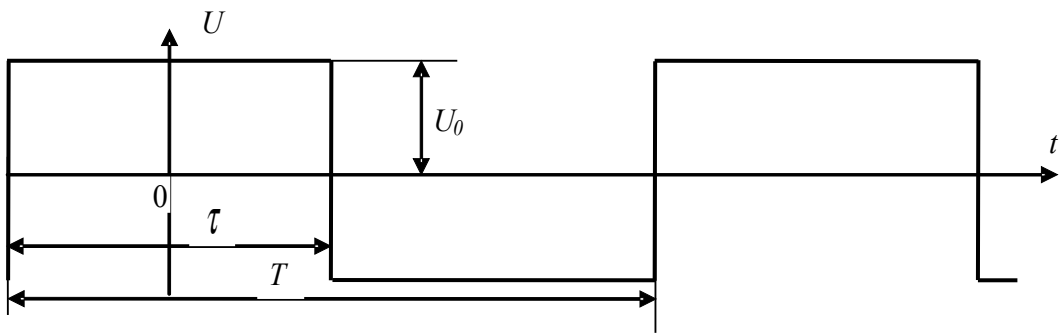


Рис. 8.1. Периодическая последовательность импульсов прямоугольной формы

Для последовательности импульсов треугольной формы амплитудой U_0 с периодом T (рис. 11.2) разложение в ряд Фурье имеет вид

$$u(t) = U_0 \left[(2/\pi) \left(\cos \Omega_1 t + \frac{1}{3^2} \cos 3\Omega_1 + \frac{1}{5^2} \cos 5\Omega_1 + \dots \right) \right] \quad (8.5)$$

Как и в предыдущем случае в спектре сигнала присутствуют только нечетные гармоники. Сравнивая амплитуды третьей и более высоких гармоник, отметим, что для импульсов треугольной формы спад амплитуды гармонических составляющих происходит обратно пропорционально квадрату номера гармоники.

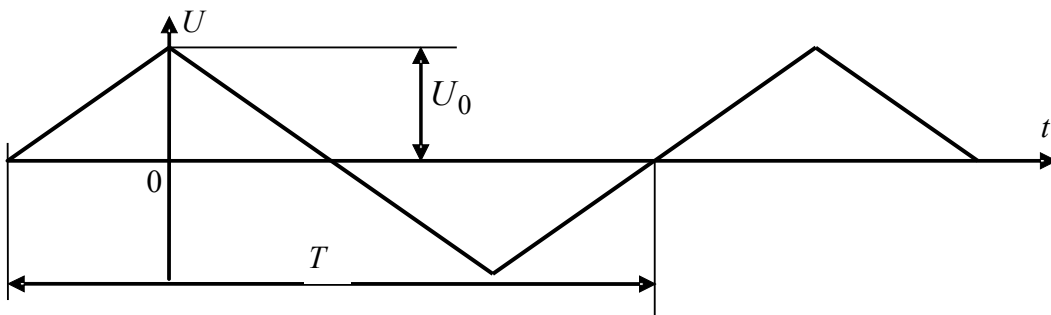


Рис. 8.2. Периодическая последовательности импульсов треугольной формы

Комплексный спектр непериодического сигнала определяется с помощью прямого преобразования Фурье

$$S_1(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(t) e^{-j2\pi ft} dt .$$

На основе обратимости прямого и обратного преобразования Фурье можно восстановить сигнал по его комплексному спектру, используя обратное преобразование Фурье

$$u_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) e^{j2\pi ft} df .$$

Используя спектральную функцию сигнала $S_1(f)$ на входе четырехполюсника с передаточной характеристикой $H(f)$, спектральная функция выходного сигнала $S_2(f)$ определяется выражением

$$S_2(f) = H(f)S_1(f),$$

а выходной сигнал получим, используя обратное преобразование Фурье

$$u_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)S_1(f) e^{j2\pi ft} df .$$

Отметим некоторые свойства преобразований Фурье, используемые в анализаторах спектра:

- *сдвиг сигнала во времени на t_0* эквивалентен изменению сдвига фаз гармонических составляющих спектра на величину $\varphi(t) = -\omega t_0$;
- *взаимная обратимость частоты и времени* – поэтому, учитывая почти полное подобие выражений (11.3) и (11.4), за исключением знака в показателе экспоненты, можно отметить, что если сигнал $u(t)$ имеет спектр $S(f)$, то сигнал $S(t)$ имеет спектр $u(-f)$;
- *учитывая линейность прямого и обратного преобразования Фурье*, при линейном сложении сигналов происходит линейное суммирование их спектральных составляющих;
- *умножение сигналов и спектров* – спектр свертки двух сигналов

$$u(t) = u_1(t) * u_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(\tau) u_2(t - \tau) d\tau$$

равен произведению их спектров

$$S(f) = S_1(f) \cdot S_2(f),$$

где $S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt$;

- *энергия, заключенная в сигнале* равна сумме энергий всех его спектральных составляющих (равенство Парсеваля).

Для известного энергетического спектра сигнала $E(f) = |S(f)|^2$ корреляционная функция $\psi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) u(t - \tau) dt$ является обратным преобразованием Фурье от энергетического спектра

$$\psi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} E(f) e^{j2\pi f\tau} df . \quad (8.6)$$

Соответственно прямое преобразование Фурье от корреляционной функции

$$E(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau . \quad (8.7)$$

Соотношения (8.6) и (8.7) (соотношения Винера – Хинчина) устанавливают связь между корреляционной функцией и энергетическим спектром сигнала.

Как показывают вышеприведенные соотношения, преобразования Фурье должны выполняться в бесконечных пределах. Реально, в анализаторах спектра пределы измерения находятся на интервале от нуля до ограниченного времени анализа T_a , а текущую комплексную спектральную плотность можно получить из формулы

$$S(f, T_a) = \int_0^{T_a} u(t) e^{-j2\pi ft} dt .$$

Выбор времени анализа определяется параметрами сигнала. Например, для периодической последовательности импульсов время анализа T_a должно быть значительно больше периода их следования.

По способу получения спектра сигналов анализаторы можно классифицировать по ряду признаков:

- по диапазону частот – *низкочастотные, высокочастотные, широкодиапазонные, сверхвысокочастотные*;
- по способу анализа – *последовательного действия, реального времени, смешанные*;
- по методу выделения гармонических составляющих – *аналоговые, цифровые, на цифровых фильтрах*.

В анализаторах аналогового типа выделение гармонических составляющих выполняется полосовыми фильтрами. Ширина полосы пропускания фильтров зависит от исследуемого диапазона частот и времени анализа.

8.2. Анализаторы спектра последовательного действия

Последовательный анализ спектра основан на автоматическом обзоре исследуемого сигнала в требуемом частотном диапазоне с определенной скоростью и полосой пропускания. При этом в каждый определенный момент времени в полосу пропускания фильтра попадает определенный спектраль-

ный участок исследуемого частотного диапазона. Если на этом участке окажется одна или несколько гармоник входного сигнала, на выходе фильтра появляется кратковременный сигнал, вызывающий всплеск напряжения по оси Y на экране осциллографа. По существу, анализатор спектра представляет своеобразный радиоприемник, который в автоматическом режиме циклически перестраивается по частоте с заданной скоростью, а его выходной сигнал отображается на экране ЭЛТ осциллографа, мониторе компьютера, или на выходе печатающего устройства. На рис. 8.3 приведена упрощенная структурная схема анализатора.

Рассмотрим принцип работы анализатора спектра. Исследуемый сигнал поступает на входное согласующее устройство ВУ, обеспечивающее его предварительное усиление. После усиления в смесителе СМ1 происходит преобразование частоты входных колебаний на первую промежуточную частоту. Для этого на второй вход смесителя подаются колебания от генератора качающейся частоты ГКЧ, частота которого перестраивается генератором развертки ГР синхронно с разверткой луча на экране ЭЛТ. Колебания первой промежуточной частоты усиливаются в СМ1 и подаются на второй смеситель СМ2, на второй вход которого поступает напряжение от второго гетеродина ГЕТ2. Полученный сигнал усиливается в узкополосном усилителе промежуточной частоты УПЧ, полоса пропускания которого определяет разрешающую способность анализатора. В зависимости от ожидаемого спектра входного сигнала ширина полосы пропускания УПЧ может переключаться.

Для удобства определения значения частоты спектральных составляющих на вход смесителя СМ1 от калибратора (на схеме не показан) поступают частотные метки – колебания фиксированной частоты с шагом, например 10, 100, или 1000 кГц. Расположение спектральных линий сигнала относительно меток позволяет определить их частоту.

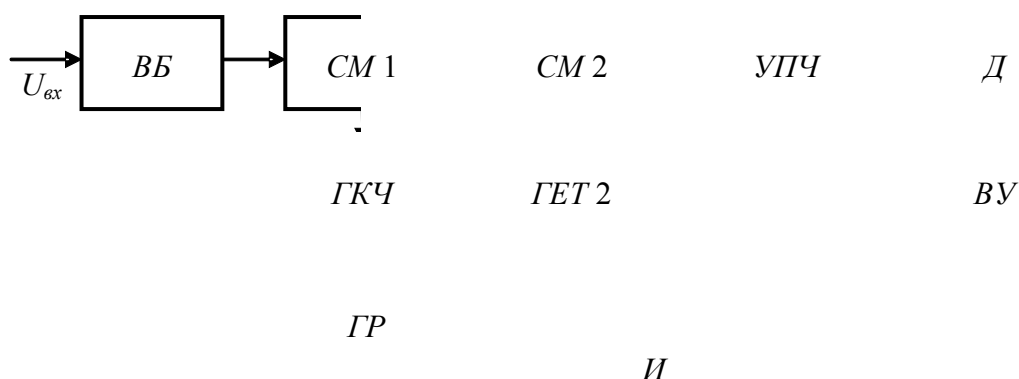


Рис. 8.3. Структурная схема анализатора спектра:

ВВ – входной блок; *СМ 1*, *СМ 2* – смесители; *УПЧ* – усилитель промежуточной частоты; *ГКЧ* – генератор качающейся частоты; *ГЕТ 2* – второй гетеродин; *ГР* – генератор развёртки; *И* – электронный индикатор; *ВУ* – выходное устройство; *Д* – детектор

Изображение спектра на экране ЭЛТ (рис. 8.4, б) при разности частот между гармониками, превышающей полосу пропускания УПЧ отличается от реальной диаграммы спектра сигнала тем, что при воздействии гармонического сигнала на выходе анализатора спектра формируется график его частотной характеристики. Чем уже полоса пропускания УПЧ, тем изображение спектра ближе к теоретическому значению (рис. 8.4, а).

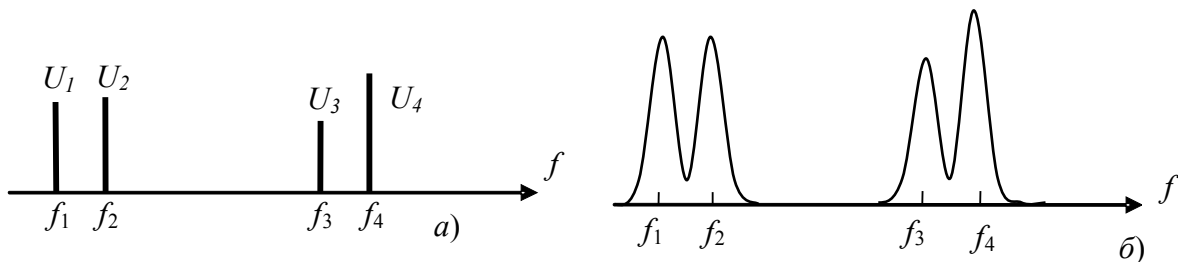


Рис. 11.4. Диаграммы спектра сигнала (а) и изображения спектра на экране ЭЛТ (б)

Графики (рис. 8.4, б) показывающие изображение спектра исследуемого сигнала на выходе анализатора, характеризуют амплитуду спектральных составляющих, если разность частот соседних гармоник больше полосы пропускания УПЧ. В противном случае происходит слияние близко расположенных гармонических составляющих.

Возможность разделения анализатором отдельных спектральных составляющих сигнала называется статической разрешающей способностью Δf_{δ} . Таким образом, при полосе пропускания УПЧ, близкой к Δf_{δ} , происходит наложение изображений отдельных гармоник. Статическая разрешающая способность зависит от полосы пропускания УПЧ и вида его характеристики. Для фильтра на связанных контурах с критической связью она определяется по формуле

$$\Delta f_{\delta} = \sqrt{3} \Delta f_{\text{УПЧ}} \quad (8.8)$$

Помимо статической следует учитывать динамическую разрешающую способность анализатора, которая зависит от скорости перестройки частоты ГКЧ. Анализ сигнала в полосе УПЧ должен производиться за время $\tau_y = 1 / \Delta f_{\text{УПЧ}}$.

Если анализ производится в полосе $\Delta f = f_a - f_i$, то полное время анализа T_a будет в $\Delta f / \Delta f_{\text{УПЧ}}$ раз больше, или

$$T_{a.\text{мин}} = \Delta f / (\Delta f_{\text{УПЧ}}^2),$$

где $T_{a.min}$ – минимальная продолжительность анализа, при которой динамическая разрешающая способность близка к статической, A – коэффициент, который зависит от вида амплитудно-частотной характеристики УПЧ и допустимой динамической погрешности.

Учитывая (8.8), получим

$$T_{a.min} = 3\Delta f / (A\Delta f_p^2). \quad (8.9)$$

Как видно из (8.9) время анализа обратно пропорционально квадрату разрешающей способности. Например, если $\Delta f = 10$ кГц, а $\Delta f_{\delta} = 100$ Гц, то, при $A=1$ получим $T_{a.min} = 3$ сек. Таким образом, анализаторы последовательного действия обладают сравнительно низким быстродействием. Для повышения быстродействия рекомендуют автоматическое управление скоростью перестройки частоты ГКЧ в зависимости от наличия или отсутствия спектральных составляющих сигнала в данной частотной области, или сжатие исследуемого сигнала во времени путем преобразования его в цифровую форму, запоминания и последующего считывания с высокой скоростью.

Анализаторы спектра последовательного действия получили широкое распространение и используются для решения многих измерительных задач:

- панорамного анализа спектров;
- измерения уровней и отношений уровней слабых сигналов и составляющих спектра сигналов;
- измерения уровней и отношений уровней спектральной плотности мощности стационарных случайных процессов;
- измерения частот спектральных составляющих и частотных интервалов между ними;
- измерения АЧХ четырехполосников в большом частотном диапазоне;
- измерения потерь на отражение при малых уровнях сигналов с помощью направленных ответвителей и направленных мостов;
- измерения параметров модулированных сигналов;
- измерений спектров шумов вблизи несущей частоты, уровней гармоник и побочных колебаний генераторов;
- измерений гармонических модуляционных, интермодуляционных искажений в четырехполосниках;
- измерения параметров электромагнитной совместимости радиоэлектронных систем, ширины полосы занимаемых частот, уровней побочных и внеполосных излучений по полю и в трактах;
- поиска свободных каналов приема и обнаружения несанкционированных радиоизлучений и других задач исследования спектров сигналов, процессы в которых стационарны в течение времени измерения.

В настоящее время в эксплуатации находятся анализаторы спектра последовательного действия отечественной разработки для частотного диапазона от нескольких герц до десятков гигагерц.

Анализатор С4-77, выполненный по схеме (рис. 8.3) с двойным преобразованием частоты, обеспечивает исследование спектров сигналов в диапазоне частот 20 Гц...600 кГц в полосе пропускания 3...3000 Гц. Наличие цифровой памяти позволяет запоминать и сравнивать спектрограммы. Для повышения производительности предусмотрены режимы:

- ускоренного в десять раз анализа;
- автоматической установки полосы пропускания, постоянной времени видеофильтра и времени анализа по выбранной полосе обзора;
- автоматической настройки прибора на максимум выбранной в ручном режиме спектральной составляющей.

Прибор относится к классу упрощенных моделей, хотя и имеет достаточно солидные массогабаритные характеристики (215 × 490 × 580 мм, 30 кг).

Применение встроенных микропроцессоров в анализаторах СК4-83, СК4-84 позволило расширить функциональные возможности, дополнив их новыми функциями:

- селективного измерения абсолютного уровня сигнала;
- определения параметров стационарных случайных сигналов (спектральной плотности мощности, энергии процессов в полосе частот, дисперсии и плотности вероятности);
- селективного измерения спектральной плотности мощности.

Выбранные режимы могут устанавливаться вручную и программно от компьютера по шине ИЕС 625. Встроенный следящий генератор формирует синтезированный спектрально-чистый сигнал калиброванного регулируемого уровня в диапазоне рабочих частот.

Анализатор СК4-84 позволяет исследовать спектры в частотном диапазоне 30 Гц...110 МГц в полосе обзора от десятков герц до 100 МГц. Относительная погрешность определения частоты спектральных линий составляет $10^{-6} - 10^{-7}$. Линейная и логарифмическая шкала развертки по вертикальной оси обеспечивает исследование сигналов в динамическом диапазоне 80...90 дБ, измерение амплитуды гармонических составляющих и спектральной плотности мощности шума.

Анализатор спектра С4-85 работает в диапазоне частот 100 Гц...22 ГГц с внутренними смесителями и 39,6 ГГц – с внешними. Внутренний синтезатор частоты (гетеродин) обеспечивает высокие точность измерения, стабильность и разрешающую способность по частоте. Встроенный генератор гармоник формирует тестовые сигналы в широком диапазоне частот (0,1...17,7 ГГц). Встроенный микропроцессор решает многие задачи внутриприборной автоматизации. Управление измерительным процессом выполняется вручную и автоматически по шине ИЕС 625.

8.3. Анализаторы спектра параллельного действия

В параллельных анализаторах (рис. 8.5) используется набор фильтров, совместно перекрывающих исследуемый спектральный диапазон.

Сигналы, спектр которых попадает в полосу пропускания соответствующего фильтра, детектируются и поступают на соответствующее регистрирующее устройство. Это обеспечивает параллельный анализ спектра всего исследуемого диапазона и вывод его индикаторное устройство. Сигналы, частота которых находится на границе полос пропускания смежных фильтров, будут регистрироваться одновременно двумя фильтрами.

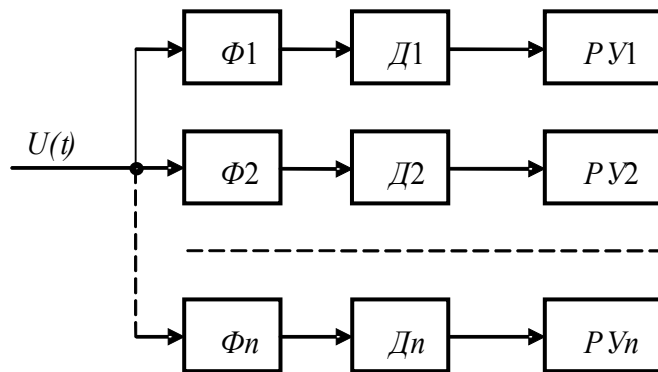


Рис. 11.5. Упрощенная структурная схема анализатора параллельного типа:
 $\Phi (1 \dots n)$ – узкополосные фильтры; $Д (1 \dots n)$ – детекторы;
 $РУ (1 \dots n)$ регистрирующие устройства

Если расстояние между гармониками меньше полосы пропускания фильтра, они будут регистрироваться как одна гармоника. Таким образом, разрешающая способность анализатора будет определяться полосой фильтра Δf_ϕ . Время анализа определяется временем установления сигнала на выходе фильтра, которое зависит от формы частотной характеристики. Приближенно можно оценить $T_y = 1 / \Delta f_\phi$.

Параллельный анализ спектров радиосигналов используется, когда требуется быстро исследовать широкий частотный диапазон на наличие сигнала и его спектральный состав. Одним из примеров параллельного анализа служит многоканальный радиопеленгатор АРП-75, используемый в радионавигации, в котором одновременно анализируется 10 частотных каналов радиосистемы ближней связи. Через секунду после приема сигнала по любому из каналов радиопеленгатор выдает азимут работающей радиостанции.

Аналогичные функции выполняют радиопеленгаторы службы контроля над несанкционированным использованием радиодиапазона.

8.4. Цифровые анализаторы спектра

В цифровых анализаторах сигнал предварительно преобразуется в цифровой код, а его спектральные составляющие вычисляются по заданной программе с помощью встроенного микропроцессора или компьютера, сопряженного с прибором. Функция (8.3) реализуется с помощью алгоритмов дискретного и быстрого преобразования Фурье.

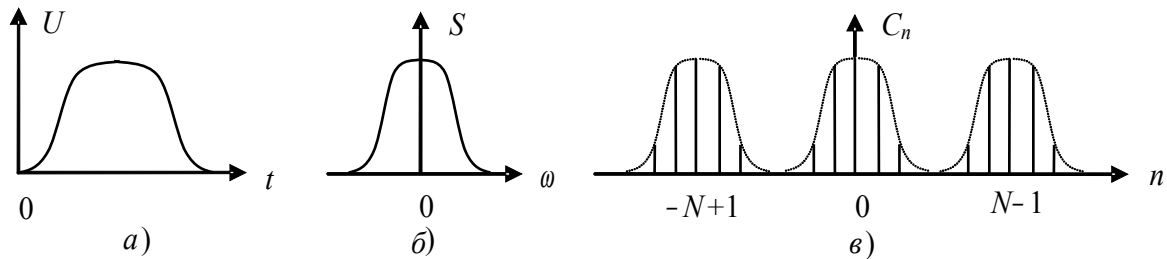


Рис. 8.6. Представление сигнала дискретным преобразованием Фурье: *a* – сигнал, *б* – спектральная функция, *в* – дискретное преобразование сигнала

Если непрерывный сигнал и его спектр (рис. 8.6. *a*, *б*) дискретизирован в соответствии с теоремой Котельникова и отражен своими N отсчетами через интервалы времени Δt , то его можно представить в виде дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Спектр ДПФ непрерывного сигнала периодически размножен (рис. 11.6, *в*), он повторяется по оси частот с периодом, равным частоте следования отсчетов. Алгоритм дискретного преобразования Фурье имеет вид:

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \exp(-j2\pi nk / N), \quad (8.10)$$

где C_n – комплексные гармонические составляющие спектра; $N = T_n / \Delta t$ – необходимое число отсчетов, определяемое в соответствии с теоремой Котельникова; $n = 0, 1, 2, \dots, (0,5N - 1)$ – номер спектральной составляющей, $u_k = u(k\Delta t)$ – отсчеты непрерывного сигнала через промежутки времени Δt .

Выражение (8.10) представляет алгоритм цифрового вычисления спектра сигнала по заданным дискретным отсчетам аналогового сигнала. Это значительно сокращает объем аппаратуры, а также время и объем обработки результатов измерений. Однако объем вычислений, равный N^2 , резко возрастает при больших значениях N . Поэтому для сокращения количества вычислений прибегают к алгоритму быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Основу БПФ составляет разбиение исходной последовательности отсчетов дискретных значений исследуемого сигнала, полученных в соответствии с теоремой Котельникова, на промежуточные последовательности (подпоследовательности) путем прореживания. В одном цикле разбиения из одной последовательности получают две новых, из которых первая содержит члены с четными номерами, а вторая – с нечетными номерами исходной последовательности (рис. 8.7).

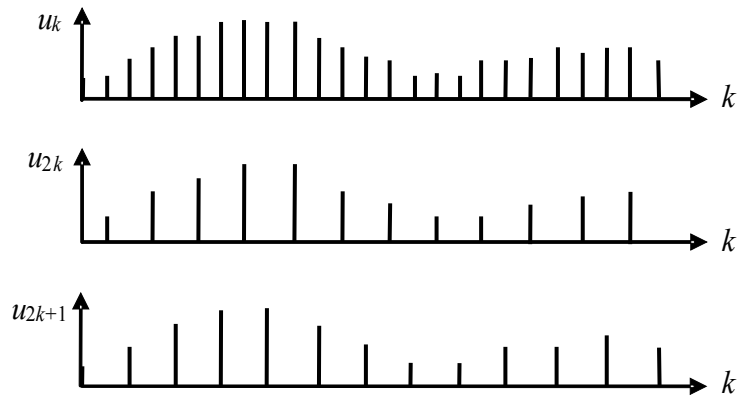


Рис. 8.7. Последовательность (u_k) и подпоследовательности $(u_{2k}$ и $u_{2k+1})$ дискретного сигнала с четными и нечетными номерами

При выборе исходного числа отсчетов равного N^r , где r – целое число, после первого прореживания получим две последовательности с числом отсчетов равным N^{r-1} , смещенных на период дискретизации. Дискретное преобразование Фурье исходной последовательности для отсчетов от 0 до $N/2 - 1$ равняется сумме

$$C_n = C_{n1} + C_{n2} \cdot \exp(-j2\pi n/N), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1, \quad (8.11)$$

где C_{n1} и C_{n2} четные и нечетные составляющие n -й комплексной гармоники спектра, а фазовый множитель $\exp(-j2\pi n/N)$ учитывает сдвиг во времени нечетной подпоследовательности отсчетов относительно четной.

Для отсчетов с номерами от $N/2$ до $(N - 1)$ -го ДПФ входной последовательности имеет вид

$$C_{N/2+n} = C_{n1} - C_{n2} \exp(-j2\pi n/N), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1. \quad (8.12)$$

Соотношения (8.11) и (8.12) представляют алгоритмы БПФ. Используя их, для уменьшения вычислений, процедуру разделения последовательности отсчетов продолжают вплоть до получения простейших двухэлементных последовательностей. Определение ДПФ двухэлементных последовательностей выполняется путем сложения и вычитания комплексных чисел и не требует операций умножения, что сокращает время вычислений. После определения ДПФ простейших пар вычисляют ДПФ четырехэлементных, восьмиэлементных и т.д. последовательностей. Использование БПФ для вычисления коэффициентов дискретного преобразования Фурье сокращает число операций по сравнению с алгоритмами ДПФ в $N/\log_2 N$ раз. Например, при $N = 2^{15}$ получим сокращение числа операций более чем в 2000 раз.

Примером использования цифрового метода анализа на основе алгоритма БПФ служит анализатор сигналов СК4-91. Благодаря цифровым методам обработки он позволяет анализировать с высокой точностью и с высоким разрешением спектры периодических, однократных, случайных и других сигна-

лов в частотном диапазоне 0 Гц...200 кГц и в динамическом диапазоне до 70 дБ. Анализатор позволяет выполнить с большой скоростью измерительные операции и обработать результаты измерений. Характеристики исследуемых сигналов отображаются на индикаторе. Цифровой выход результата и стандартный интерфейс IEC 625 позволяют использовать анализатор в автоматизированных измерительных системах в качестве основного измерителя.

С помощью анализатора СК4-91 выполняются следующие измерения и вычисления во временной и частотной области:

- определение значений напряжения в любой момент времени наблюдаемого процесса и временных интервалов между отдельными фиксированными участками сигнала;
- определение корреляционных функций;
- формирование гистограмм мгновенных значений напряжений;
- получение спектров мощности сигналов;
- вычисление по результатам измерений свертки двух сигналов;
- вывод на экран импульсных характеристики четырехполюсников;
- определение модуля и фазы спектральных составляющих;
- вычисление взаимного спектра 2-х сигналов и функции когерентности;
- вычисление передаточной функции четырехполюсников и коэффициента нелинейных искажений;
- формирование и вывод на экран индикатора спектра сигнала в режиме полосового анализа.

Более широкими возможностями обладают анализаторы спектра СК4-92,

СК4-93 и СК4-94, которые выполняют перечисленные операции и ряд других в режиме многоканального анализа. Исследуемые сигналы, периодические, непериодические, однократные, случайные могут быть проанализированы попарно, в любой комбинации и в любой последовательности путем ручного или дистанционного переключения. Многоканальный анализ стационарных и нестационарных процессов выполняется в режиме реального времени на частотах до 2 МГц.

Высокая стоимость и массогабаритные характеристики современных анализаторов спектра обусловлены сложностью решаемых задач. Их снижению в настоящее время способствует интенсивное развитие современной элементной базы цифровой и аналоговой схемотехники и появление новых программных средств цифровой обработки сигналов, включая ДПФ, БПФ и цифровую фильтрацию.

9. ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ

Мощность представляет собой очень важную характеристику электрического сигнала, поэтому процедура измерения мощности занимает значи-

тельное место в современной измерительной технике. Измерение мощности всегда широко применялось при измерении параметров сигналов сверхвысоких частот (СВЧ), в то время как подобное измерение на низких и высоких частотах проводилось достаточно редко, за исключением измерения электрической мощности промышленной частоты (50 Гц). Однако в последнее время интерес к измерению мощности в диапазоне низких и высоких частот значительно возрос, например, в электроэнергетике, автоматике, метрологии, радиотехнике и электронике, в частности, авиационной, и в других отраслях науки и техники. Широкое применение вероятностных методов во многих областях соответственно привело к необходимости измерения средней мощности случайных процессов.

В связи со значительным развитием цифровой техники, микроэлектроники и вычислительной техники в настоящее время имеется возможность существенно упростить процедуру измерения мощности, автоматизировать её, придать косвенным по существу измерениям характер прямых измерений.

Приборы для измерения мощности электрических сигналов называются *ваттметрами* или *измерителями мощности*.

9.1. Общие сведения

Известно, что протекание тока по электрической цепи сопровождается потреблением от источника сигнала энергии, скорость поступления которой характеризуется мощностью. Различают мгновенную, среднюю, активную и реактивную мощности.

Под мгновенной мощностью понимается произведение мгновенного значения напряжения на мгновенное значение тока, протекающего по участку электрической цепи, в которой происходит измерение

$$p(t) = u(t)i(t). \quad (9.1)$$

Под средней мощностью электрического синусоидального сигнала понимается среднее значение мгновенной мощности за период сигнала T

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt. \quad (9.2)$$

Поэтому если ток $I = I_{\max} \cdot \sin(\omega t)$, а напряжение на участке электрической цепи $u = U_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, то

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T I_{\max} U_{\max} \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) = UI \cos \varphi. \quad (9.3)$$

Для периодического сигнала сложной формы мощность можно опреде-

лять с помощью преобразования Фурье

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_n I_n \cos \varphi_n. \quad (9.4)$$

где U_0, I_0 – постоянные составляющие; U_n, I_n – среднеквадратические значения гармоник напряжения и тока; φ_n – фазовый сдвиг между гармониками U_n и I_n .

Активная мощность представляет собой энергию, которая выделяется (поглощается) в единицу времени в виде тепла на активном сопротивлении R_n . Так как произведение $U \cos \varphi = IR$, следовательно,

$$P = I^2 R_i. \quad (9.5)$$

Активная мощность измеряется в ваттах.

Под реактивной мощностью понимается произведение напряжения U на участке цепи на ток I , протекающий по этому участку, и на синус угла φ между ними

$$Q = UI \sin \varphi. \quad (9.6)$$

Реактивную мощность принято измерять в вольт-амперах реактивных (вар). Реактивная мощность характеризует собой ту часть энергии, которой обмениваются между собой генератор сигнала (источник) и приёмник.

На постоянном и переменном токе низкой частоты измерение мощности производится обычно косвенными методами по результатам прямых измерений тока, напряжения и сдвига фаз между ними. На СВЧ методы, основанные на измерении тока и напряжения, менее удобны или трудно реализуемы вследствие того, что в используемых на СВЧ линиях передачи энергии значения тока и напряжения, измеренные в произвольном сечении этой линии, могут существенно отличаться от тока и напряжения на нагрузке. Сами измерители тока и напряжения также оказывают сильное влияние на цепь, в которой производится измерение. Поэтому на частотах выше 30...50 МГц применяются методы измерения, основанные на преобразовании энергии электромагнитного поля в другие виды энергии, более удобные для измерения.

Существующие в настоящее время методы измерения мощности разнообразны.

9.2. Измерение мощности в диапазонах низких и высоких частот

Обычно измеряют среднюю мощность периодического электрического сигнала, методы измерения которой достаточно разнообразны. Однако все эти методы можно разделить на две основные группы. К первой группе отно-

сят методы с преобразованием электрической энергии в тепловую энергию. Преобразователи первой группы строятся по тем же принципам, что и аналогичные преобразователи электронных вольтметров. Ко второй группе относят методы измерения, основанные на выполнении вычислительных операций в соответствии с математическим определением средней мощности (методы перемножения). Применяются устройства прямого и косвенного перемножения.

9.2.1. Ваттметры электродинамической системы.

Эти электромеханические приборы относятся ко второй группе и применяются на частотах до 10 кГц. В них устройствами прямого перемножения являются измерительные механизмы. Устройство и принцип действия приборов электродинамической системы (электродинамических приборов (ЭДП)) рассмотрен в разделе 11 настоящего пособия. Схема включения катушек такого ваттметра приведена на рис 9.1.

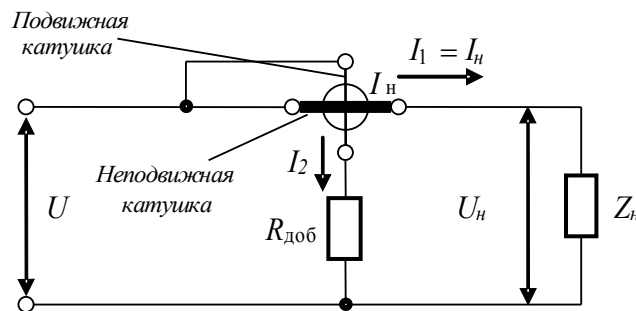


Рис. 9.1. Схема включения электродинамического ваттметра

Угол поворота α стрелки ваттметра, соединённой с подвижной частью (токовой катушкой) прибора, будет прямо пропорционален активной мощности в нагрузке, последовательно с которой и включается токовая катушка

$$\alpha \approx (kUI / R) \cos \varphi \approx kP, \quad (9.7)$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Ваттметры электродинамической системы могут применяться для измерения электрической мощности в цепях как постоянного, так и переменного тока низкой частоты. Однако наиболее широко они используются для измерения мощности как в электрических цепях промышленной частоты (50 Гц), так и в электрических цепях с частотой 400 Гц, очень широко распространённых в авиации – как в бортовых электрических цепях, так и в наземных.

9.2.2. Метод перемножения

Среднюю мощность, потребляемую цепью переменного тока можно найти, перемножая мгновенные значения напряжения и тока с последующим усреднением произведения. Подобная задача решается с помощью аналоговых и цифровых перемножающих схем.

Многие ваттметры, построенные с применением аналоговых перемножителей сигналов, имеют цифровой индикатор (дисплей). Структурная схема схем такого ваттметра приведена на рис. 9.2.

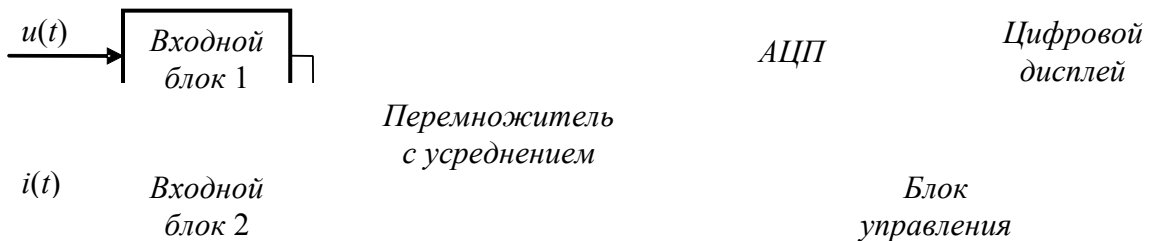


Рис. 9.2. Структурная схема аналогового ваттметра с цифровым дисплеем

В перемножителях используются нелинейные элементы с идентичными и стабильными параметрами, имеющие квадратичные характеристики.

Структурная схема ваттметра с использованием цифрового перемножения приведена на рис. 9.3. В этом случае между входными блоками 1, 2 и цифровым перемножителем включаются аналого-цифровые преобразователи АЦП 1 и АЦП 2, соответственно. В них мгновенные значения напряжения и тока преобразуются в цифровые коды (числовые эквиваленты), которые перемножаются цифровым перемножителем. АЦП 1,2 и цифровой перемножитель выполняются обычно в виде БИС. Данный ваттметр собран по схеме с жёсткой логикой и имеет высокое быстродействие, которое определяется характеристиками АЦП и цифрового перемножителя.

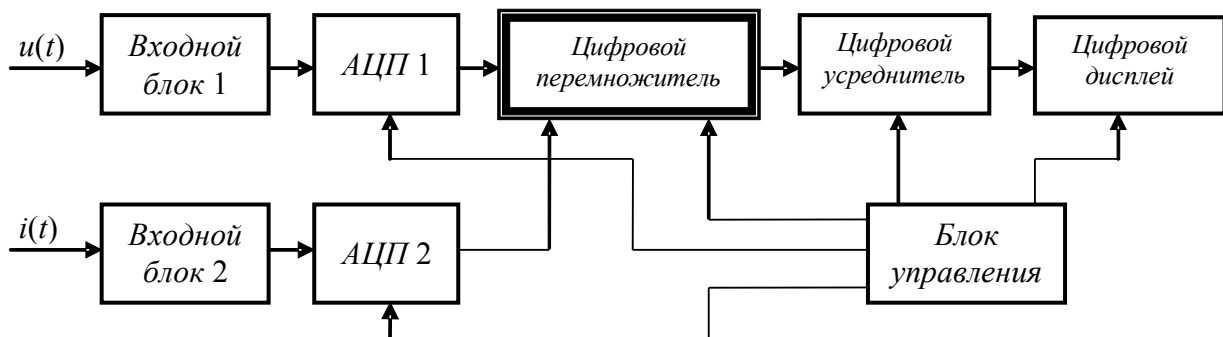


Рис. 9.3. Структурная схема ваттметра с цифровым перемножением

Цифровые ваттметры в настоящее время выполняют часто по схеме, содержащей встроенный микропроцессор, который кроме операций по тестированию и управлению работой всего прибора выполняет также и все математи-

ческие операции (перемножение, усреднение и др.). Программы управления и выполнения математических операций записываются в ПЗУ микропроцессорной системы. Упрощённая структурная схема такого ваттметра приведена на рис. 9.4.

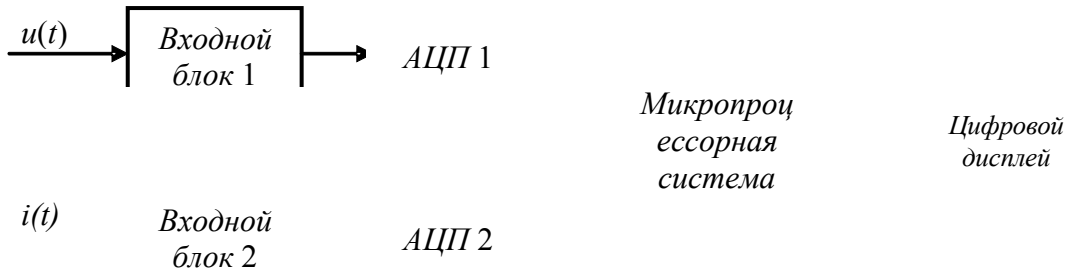


Рис. 9.4. Структурная схема микропроцессорного цифрового ваттметра

Быстродействие цифрового микропроцессорного ваттметра обычно ниже, чем ваттметра, собранного по схеме с жёсткой логикой, однако следует отметить то, что он обладает всеми свойствами, которые имеют приборы с встроенными микропроцессорами и, следовательно, в пределах своей применимости имеет существенные преимущества перед ваттметром, собранным по схеме с жёсткой логикой.

9.3. Измерение мощности в диапазоне СВЧ

Измерение мощности в диапазоне СВЧ – один из самых распространённых и важных видов измерений. Это объясняется тем, что в радиотехнических устройствах этого диапазона мощности сигналов изменяются в очень широких пределах. В отличие от измерения мощности на низких и высоких частотах все методы измерения мощности на СВЧ основаны на эквивалентном преобразовании энергии электромагнитных колебаний в другие виды энергии, более удобные для измерений – тепловую, механическую и т. д., с последующим вторичным преобразованием в электрический сигнал. Косвенные методы измерений практически не находят применения в связи с тем, что при включении измерительного прибора в тракт измерительной цепи существенно изменяется режим её работы, то есть изменяются токи и напряжения в данном участке цепи.

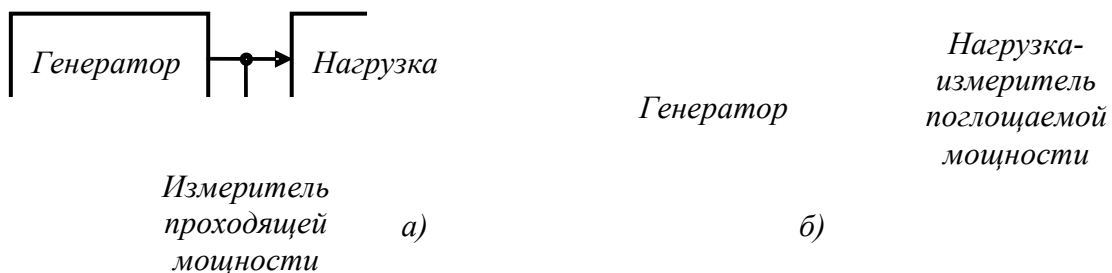


Рис. 9.5. Способы измерения ваттметром мощности СВЧ колебаний:
а – проходящей мощности; *б* – поглощаемой мощности

Ваттметры СВЧ обычно классифицируют по способу включения в измерительный тракт. При этом различают ваттметры проходящей мощности (рис. 9.5,*а*) и ваттметры поглощаемой мощности (рис. 9.5,*б*).

В ваттметрах *поглощаемой мощности* измеряемая мощность полностью поглощается согласованной нагрузкой и затем измеряется мощность теплового процесса. Из-за полного поглощения мощности нагрузкой использование такого ваттметра возможно только при отключенном потребителе. Фактически ваттметры поглощающего типа применяются для измерения выходной мощности генераторов (источников) колебаний, работающих на согласованную нагрузку.

Ваттметры *проходящей мощности* применяются обычно для непрерывного контроля уровня мощности, поступающей от источника к нагрузке при эксплуатации радиотехнических передающих устройств. Они находят широкое применение для измерения средних и больших уровней мощности в линиях передачи с постоянной или хорошо согласованной нагрузкой, например антенными устройствами радиолокационных станций и радиопередатчиков систем связи СВЧ диапазона. Преобразователи ваттметров проходящей мощности включают в линию передачи электромагнитной энергии непосредственно или через направленные ответвители.

В зависимости от способа преобразования и воздействия электромагнитной энергии ваттметры бывают – *тепловые, пондеромоторные и электронные*.

В соответствии с измеряемым параметром – *ваттметры среднего значения мощности и ваттметры импульсной мощности*.

В зависимости от конструкции – *ваттметры с коаксиальным входом и ваттметры с волноводным входом*.

В соответствии с уровнем измеряемой мощности – *ваттметры малой* (до 10 мВт), *средней* (10 мВт... 10 Вт), *большой* (свыше 10 Вт) мощности.

В соответствии с ГОСТ имеется ряд значений классов точности ваттметров: 1,0; 1,5; 2,5; 6,0; 10,0; 15,0; 25,0, допускающий также возможность относить широкодиапазонные и многопредельные ваттметры к различным классам точности на различных участках диапазона частот и различных пределах измерений.

Самыми распространёнными являются тепловые методы измерения, основанные на преобразовании мощности электромагнитных колебаний СВЧ в тепловую мощность, с последующим преобразованием в электрический сигнал:

- терморезисторный метод;
- термоэлектрический метод;
- калориметрический метод.

9.3.1. Терморезисторный метод измерения мощности

Данный метод основан на измерении изменения активного сопротивления терморезистора при рассеянии в нём электромагнитной энергии и является одним из самых распространённых методов измерения малых мощностей. В качестве терморезисторов используются термисторы и болометры.

Термистор – это полупроводниковый терморезистор, сопротивление которого зависит от температуры и, следовательно, от рассеиваемой на нём мощности СВЧ колебаний, вызывающей его нагрев. Термистор имеет *отрицательный температурный коэффициент сопротивления* и два типа конструктивного исполнения – стержневой и бусинковый. Стержневые термисторы имеют меньшее реактивное сопротивление, а бусинковые вследствие меньшей поверхности охлаждения обладают большей чувствительностью. Термисторы имеют достаточно высокую чувствительность, лежащую в пределах 10...100 Ом/мВт, для чего его рабочую точку выбирают на участке с максимальной крутизной характеристики.

Болометр – это проволочный или плёночный терморезистор, помещённый в стеклянный, вакуумный или наполненный инертным газом, баллон. Активное сопротивление плёночного болометра практически не зависит от частоты вплоть до сверхвысоких частот. Плёночный болометр, размеры и форма которого могут изменяться, легко установить в СВЧ тракте без заметного нарушения его однородности, что позволяет конструировать широкополосные измерительные элементы. Он мало чувствителен к перегрузкам, допустимая мощность рассеяния – несколько Вт. Однако плёночные болометры имеют меньшую чувствительность, чем термисторы – они применяются для измерения мощностей от 1...2 мВт до 1 Вт.

Ваттметр для измерения мощности СВЧ колебаний состоит из двух основных частей – термисторного или болометрического измерительного преобразователя (головки) и измерительной схемы. Внутри головки, состоящей из отрезка коаксиальной линии или волновода, помещается терморезистор (термистор или болометр). В соответствующем режиме, определяемом значением тока через терморезистор, он является согласованной нагрузкой для СВЧ тракта (что необходимо для полного поглощения измеряемой мощности), на конце которого включена головка. Изменение сопротивления терморезистора измеряется обычно с помощью мостовых схем – неуравновешенных и уравновешенных мостов. Неуравновешенные мосты, применяемые для создания ваттметров по типу приборов прямого действия, имеют более низкую точность, чем уравновешенные, применяемые в ваттметрах, основанных на методе сравнения. Преимуществом неуравновешенных мостов является наглядность индикации результатов измерений.

На рис. 9.6. приведен вариант упрощённой схемы уравновешенного моста с терморезистором, в котором измеряемая мощность СВЧ сравнивается с

калиброванной мощностью постоянного тока.

Терморезистор R_t , который помещается в измерительной головке, включается в одно из плеч моста. В остальные плечи моста включаются резисторы R_2, R_3, R_4 , равные по величине R_t – сопротивлению терморезистора в рабочей точке. Постоянное напряжение питания моста E подаётся через резистор R_7 , имеющий большое сопротивление, вследствие чего через него протекает достаточно малый ток питания моста I_0 . Параллельно мосту включён делитель из сопротивлений R_5, R_6 . Через резистор R_6 , включённый реостатом, с движком которого связана измерительная шкала, протекает ток, значение которого отсчитывается по шкале. От сопротивления этого резистора зависит ток I_{Rt} , протекающий через терморезистор, а так как ток питания моста $I_M = I_0 - I_{ш}$, то при уравнивании моста ток $I_{Rt} = 0,5I_M$.

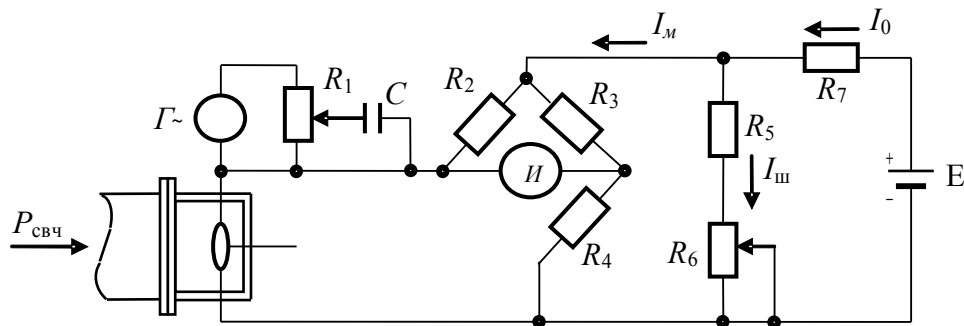


Рис. 9.6. Схема уравновешенного моста с терморезистором

До подачи мощности СВЧ мост сбалансирован за счёт двух источников питания: постоянного тока и переменного тока генератора $G\sim$. При этом сопротивление R_6 должно быть максимальным, если используется термистор, или минимальным при использовании болометра.

При подаче СВЧ колебаний, вследствие изменения сопротивления терморезистора R_t , баланс моста нарушается, и его восстанавливают, изменяя ток питания моста, следовательно, и терморезистора с помощью сопротивления R_6 и источника питания E . Для термисторов нужно уменьшать сопротивление R_6 , для болометров увеличивать его. Шкала резистора R_6 градуируется обычно непосредственно в ваттах. Начальная балансировка моста переменным напряжением генератора $G\sim$ даёт возможность исключить влияние окружающей среды и сохранять градуировку ваттметра при старении терморезисторов и их замене.

В настоящее время широко применяются автоматические измерители мощности СВЧ колебаний, что связано в основном с двумя причинами:

- развитием автоматизированных систем контроля;
- сложностью управления работой прибора, связанной с балансировкой мостовых схем, являющимися основными элементами любого терморезисторного ваттметра.

Как правило, такие автоматические измерители мощности строятся с применением микропроцессоров. Структурная схема одного из вариантов микропроцессорного (МП) цифрового термисторного ваттметра приведена на рис. 9.7. После включения ваттметра на входах ЦАП цифровые коды равны нулю и балансировка моста осуществляется с помощью следящего УПТ – режим самобалансирующегося моста. В этом случае ток питания моста имеет значение I , то есть ток через резистор R_{n2} отсутствует. Падение напряжения от этого тока на резисторе R_{n1} измеряется цифровым вольтметром (ЦВ) и результат измерения вводится в МП систему, выдающую на вход ЦАП 2 цифровой код, которому соответствует значение I_0 тока на выходе усилителя добавочного тока. Ток в цепи питания моста, равный сумме выходных токов двух усилителей, увеличивается, что вызывает снижение тока в выходной цепи следящего усилителя до значения $\Delta I_1 = I - I_0$, причём $\Delta I_1 \ll I_0$.

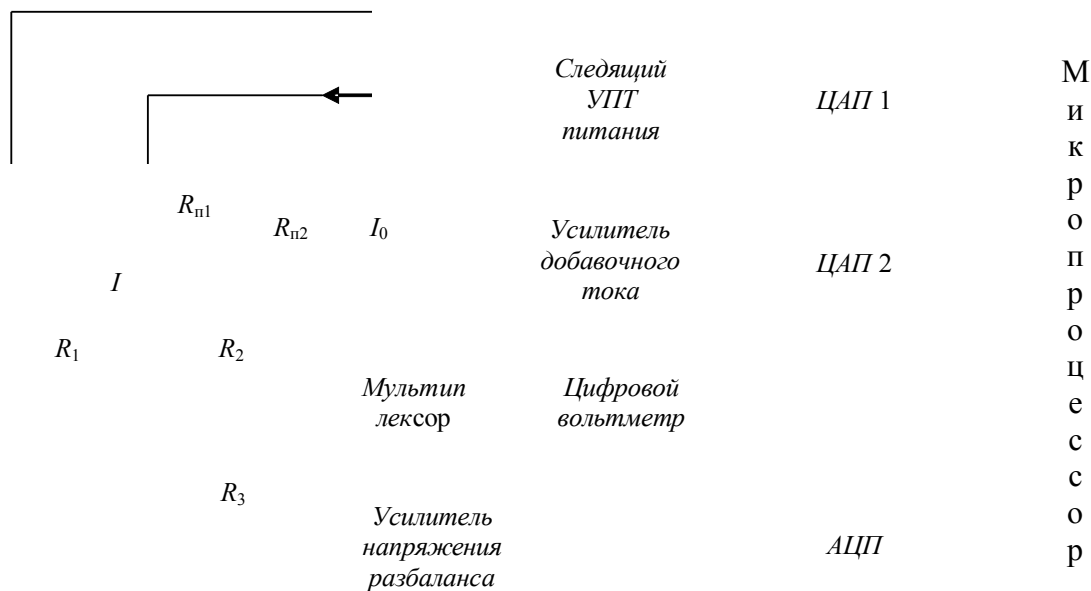


Рис. 9.7. Структурная схема микропроцессорного цифрового термисторного ваттметра

Напряжение разбаланса моста через усилитель подаётся на вход АЦП, преобразующий это напряжение в числовой эквивалент. Полученное число вводится в МП систему, которая устанавливает значения токов I_0 и ΔI , соответствующие состоянию баланса моста. Эти значения записываются в память МП системы: значение тока I_0 в результате измерения ЦВ падения напряжения на прецизионном резисторе R_{n2} , а значение ΔI после измерения ЦВ падения напряжения на прецизионном резисторе R_{n1} . Вход ЦВ поочередно подключается к этим резисторам мультиплексором.

После подачи на терморезистор R_{t0} измеряемой мощности СВЧ колебаний мост разбалансируется. Для восстановления баланса моста уменьшается ток в выходной цепи до значения ΔI_2 (значение I_0 сохраняется неизменным),

то есть мощность СВЧ колебаний замещается мощностью постоянного тока.

Результат проведённого измерения записывается в память МП системы.

Расчёт замещённой мощности СВЧ колебаний, то есть вычисление значения измеренной ваттметром мощности производится МП системой по формуле

$$P_{\text{н\acute{a}з}} = \left[(I_0 + \Delta I_1)^2 - (I_0 + \Delta I_2)^2 \right] R_{t,0} / 4. \quad (9.8)$$

Результат измерений выводится на цифровой дисплей. Таким образом, измерения мощности СВЧ колебаний подобным ваттметром получаются косвенными, однако благодаря микропроцессорной системе оператор получает их результаты непосредственно, не производя вычислений.

Прибор позволяет производить многократные измерения с автоматической обработкой их результатов.

Погрешности терморезисторных ваттметров. К основным погрешностям терморезисторных ваттметров относят следующие погрешности:

1. *Погрешность меры.* Если в ваттметре мощность СВЧ колебаний сравнивается с мощностью постоянного тока, то мерой является источник постоянного тока, следовательно, погрешность меры определяется нестабильностью тока и погрешностью его измерения.

2. *Погрешность преобразования.* Основные причины появления таких погрешностей следующие:

- несовершенное согласование сопротивления головки с волновым сопротивлением тракта, что вызывает появление систематической погрешности, которую в принципе можно определить и учесть;
- плохие контакты между терморезистором и головкой, а также головкой и трактом, что также вызывает появление погрешности.

3. *Погрешность сравнения.* Значение этой погрешности зависит от точности измерения мостовой схемы, характеристики терморезистора, точного поддержания рабочего сопротивления терморезистора, температуры окружающей среды (температурная погрешность).

4. *Погрешность фиксации результатов измерений.* Она зависит в основном от типа отсчётного устройства.

Предел допускаемой основной погрешности, выражаемой в процентах, определяется (без учёта погрешности терморезисторного преобразователя) формулой

$$\delta_p = \pm (h + dA_k / A_n), \quad (9.9)$$

где A_k – предел шкалы, A_n – показание ваттметра (значение измеряемой мощности), h и d – постоянные числа (коэффициенты).

9.3.2. Термоэлектрический метод измерения мощности

Данный метод основан на измерении значения термоЭДС, которая возникает при нагревании термопреобразователя энергией СВЧ колебаний.

Ваттметры, реализующие такой метод измерения мощности, состоят из приёмного термопреобразователя и измерительной части. Они характеризуются широким диапазоном частот и большим динамическим диапазоном.

Основным элементом преобразователя является блок дифференциальных высокочастотных термопар, выполняющих функции согласованной нагрузки и дифференциального термометра. Чаще всего применяются тонкоплёночные термопары в виде металлических плёнок, напыленных на подложку из диэлектрического материала (обычно из ВЧ полистирола). Применение сменных головок с такими термопреобразователями позволяет измерять мощность одним прибором в широком диапазоне частот, например, от 30 до 140 ГГц – миллиметровом СВЧ-диапазоне. Основным элементом измерительной части обычно используется цифровой вольтметр постоянного тока.

Преимущества таких вольтметров – малая зависимость от температуры окружающей среды и малое время подготовки прибора к работе. Недостатки – ограниченный верхний уровень динамического диапазона и недостаточная устойчивость к перегрузкам, что ограничивает допустимое значение средней мощности при измерении импульсных сигналов. Верхний уровень измеряемой мощности повышают установкой перед измерительной камерой калиброванного аттенюатора (поглощающего или предельного), который может быть с фиксированным или изменяемым коэффициентом ослабления (затухания) сигнала.

Например, *поглощающий волноводный аттенюатор* состоит из отрезка волновода, с помещённым внутри слоем эффективно поглощающего СВЧ энергию вещества, в *предельном волноводном аттенюаторе* используется явление экспоненциального затухания электромагнитного поля вдоль волновода, поперечные размеры которого меньше критических для его рабочей длины волны.

Кроме тонкоплёночных термопар применяются тонкоплёночные терморезисторы высокой прочности, выполненные в виде металлической пленки из *нитрида тантала*, нанесённой на кремниевый кристалл. Между кремнием и резистором образуется изолирующий слой из двуокиси кремния, в котором под одним концом резистора в центре кристалла выполняется отверстие, через которое резистор соединяется с кристаллом, очень тонким в этом месте. Это соединение представляет собой «горячий» конец получившейся термопары, а второй конец резистора и удалённый от центра конец кристалла служат её холодными концами. Такой резистор, помещённый в измерительную головку, выполняет функцию оконечной нагрузки широкополосного тракта в рабочей полосе частот (до 18...20 ГГц) и обеспечивает хорошее согласование

нагрузки с трактом передачи СВЧ.

На одном кристалле обычно располагаются две подобных термопары, соединённые последовательно. Чувствительность такого термоэлектрического преобразователя порядка 160 мкВ/мВт.

9.3.3. Калориметрический метод измерения мощности

Калориметрический метод основан на определении количества тепла, рассеиваемого на нагрузке, являющейся поглощающим сопротивлением в линии передачи СВЧ мощности. Термодинамическое состояние калориметрической нагрузки можно описать уравнением

$$P_n = H(T - T_{cp}) + cV(dT/dt), \quad (9.10)$$

где P_n – мощность рассеиваемая в калориметрической нагрузке; T (T_{cp}) – температура (начальная температура) среды, в которой находится нагрузка; H – коэффициент теплоотдачи; c – удельная теплоёмкость нагрузки.

Первое слагаемое этого уравнения характеризует рассеяние тепла, обусловленное теплопроводностью, конвекцией и излучением. Второе слагаемое определяет приращение температуры калориметрической нагрузки под действием рассеиваемой в ней мощности СВЧ P_n .

Разность температур можно определить по формуле

$$T - T_{cp} = P_n[1 - \exp(-t/\tau)]/H, \quad (9.11)$$

где $\tau = cV/H$ – тепловая постоянная времени.

Для любого калориметра по результатам измерения разности температур $T - T_{cp}$ можно вычислить поглощаемую мощность, если известны физические постоянные (H , c) в уравнении. На практике определение постоянных затруднено, поэтому используют два предельных режима работы калориметра, и, соответственно, две формулы, вытекающие из уравнения для этих режимов

$$\begin{aligned} P &= c(dT/dt) \text{ при } t \rightarrow 0; \\ P &= (T - T_{cp})H \text{ при } t \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Из первого соотношения следует, что время измерения должно быть значительно меньше τ . Потери тепла в окружающую среду должны быть малы и обязательно учтены в процессе измерения. Такие калориметры называются *адиабатическими*, их достоинством является то, что для определения мощности достаточно знать только теплоёмкость нагрузки и скорость изменения температуры (dT/dt). Мощность P , усреднённая за время Δt , определяется выражением

$$P = kmc (dT / dt),$$

где k – коэффициент пропорциональности, m – масса термоизолированной калориметрической насадки.

Упрощённые схемы основных типов адиабатических калориметров приведены на рис. 9.8.

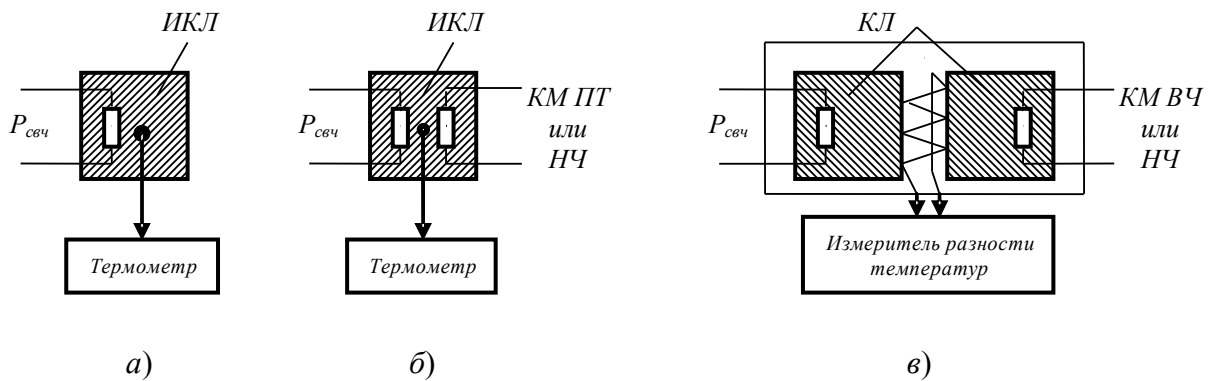


Рис. 9.8. Упрощённые схемы адиабатических калориметров
а – адиабатический калориметр, *б* – адиабатический калориметр с калибровкой термометра известной мощностью, *в* – дифференциальный адиабатический калориметр,
 ИКЛ – изолированная калориметрическая нагрузка, КЛ – частично изолированная калориметрическая нагрузка, КМ – калиброванная мощность, ПТ – постоянный ток, НЧ (ВЧ) – низкая (высокая) частота

Некоторые недостатки адиабатического калориметра (рис. 9.8, *а*) устраняются, если использовать метод замещения. В этом случае для калибровки термометра используется известная мощность постоянного тока или тока НЧ, вводимая с помощью дополнительного нагревателя (рис. 9.8, *б*), и, следовательно, требования к теплоизоляции калориметрической нагрузки значительно снижаются, а необходимость в знании теплоёмкости исключается. Метод замещения также используется в дифференциальном калориметре (рис. 9.8, *в*), в котором применяются две калориметрические нагрузки (насадки). Одна из них поглощает измеряемую мощность $P_{изм}$, а другая является датчиком опорной температуры.

Измерение мощности заключается в измерении разности температур между двумя нагрузками. Тепловая симметрия системы значительно снижает влияние температуры окружающей среды и повышает чувствительность калориметрического метода измерения мощности СВЧ.

Основной недостаток адиабатических калориметров – необходимость периодического отключения мощности СВЧ от полезной нагрузки.

Подобного недостатка лишены так называемые проточные калориметры, основными элементами которых являются калориметрическая нагрузка

для преобразования электромагнитной энергии СВЧ в тепловую энергию в жидкости (обычно воде), устройство для циркуляции жидкости и измеритель температуры. Зависимость измеряемой мощности от скорости поглощения энергии определяет равенством

$$P_{изм} = 4,187 \nu B c \Delta T, \quad (9.14)$$

где $k = 4,187$; ν – скорость протекания жидкости через нагрузку; B – плотность жидкости (поглощающей нагрузки); c – удельная теплоёмкость жидкости; ΔT – разность температур. При постоянных значениях ν , c и B измеряемая мощность пропорциональна разности температур: $P_{изм} = 4,187 \Delta T$.

В проточном калориметре замкнутого типа, основная схема которого приведена на рис. 9.9, вода используется многократно. В проточном калориметре открытого типа вода используется однократно.

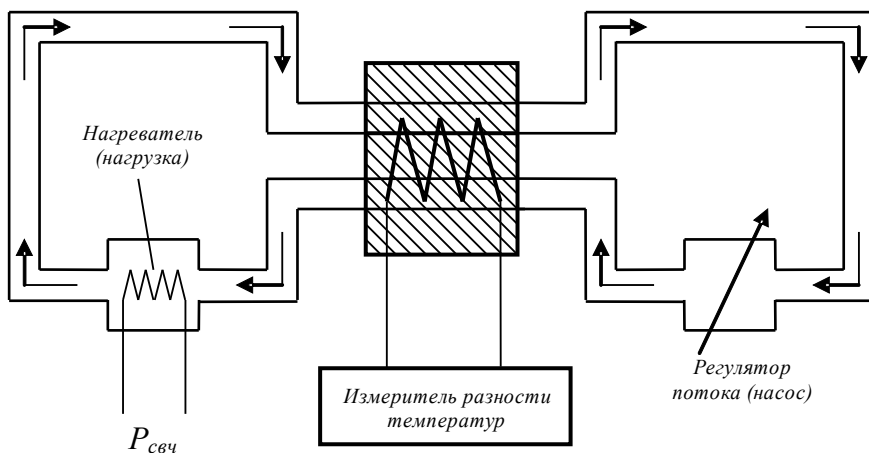


Рис. 9.9. Структурная схема проточного калориметра замкнутого типа

В замкнутой системе вода с постоянной скоростью циркулирует через нагрузку, в результате чего температура воды повышается за счёт передачи тепла от нагрузки.

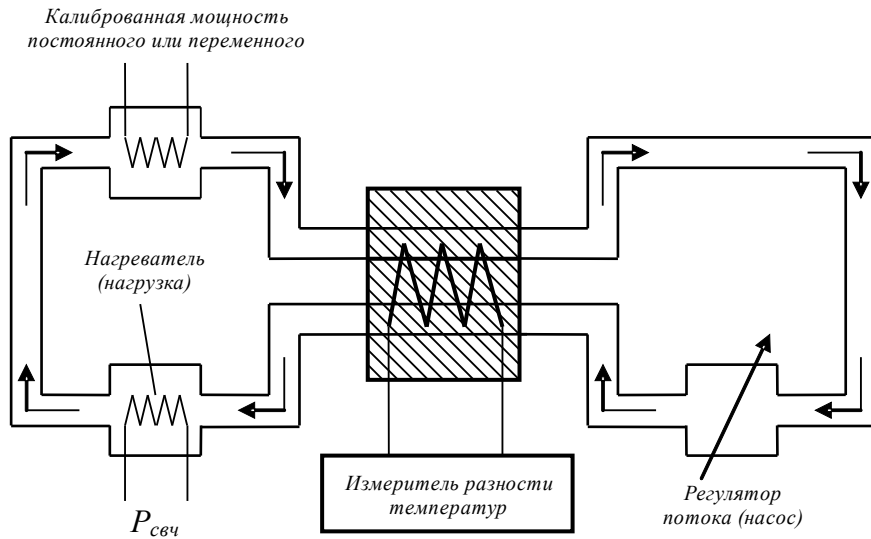


Рис. 9.10. Структурная схема проточного калориметра с замещением

Циркуляцию воды обеспечивает насос, включённый в замкнутый контур системы. Разность температур втекающей в нагрузку и вытекающей из неё воды измеряется батареей (блоком) дифференциальных термопар, которые включены последовательно, так что их холодные спаи омываются входными, а горячие спаи выходными потоками воды. Благодаря дифференциальному включению термопар, на выходе батареи регистрируется напряжение постоянного тока, пропорциональное разности температур ΔT входящего и выходящего потоков воды. Чувствительность такого блока термопар составляет около $0,5 \text{ В/}^\circ\text{С}$.

В проточных калориметрах, так же как и в адиабатических применяется метод замещения (рис. 9.11). При применении такого метода, благодаря наличию дополнительной нагрузки для входа *калиброванной мощности* постоянного или переменного низкочастотного тока, отпадает необходимость знания значений скорости потока, температуры, плотности и удельной теплоёмкости жидкости.

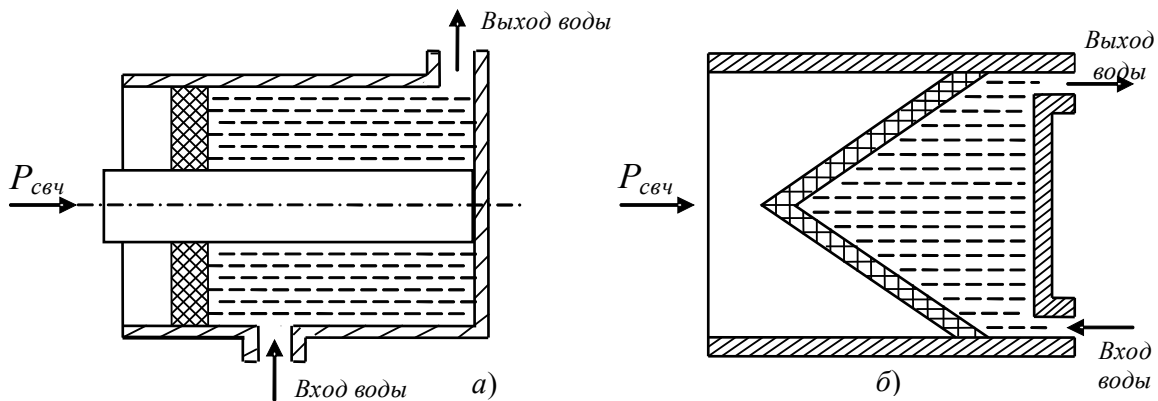


Рис. 9.11. Конструкции нагрузок проточных калориметров

a – коаксиальная нагрузка; *б* – волноводная нагрузка

Калориметрические нагрузки проточных калориметров в зависимости от диапазона частот и условий согласования с передающим трактом имеют различные конструкции (рис. 9.11).

Например, нагрузка коаксиального типа может быть выполнена в виде цилиндрического плёночного резистора, помещённого в металлический экран экспоненциальной формы, омываемый водой; либо объёмной, у которой часть коаксиального соединения заполнена водой (рис. 9.11, *a*).

Волноводные калориметрические нагрузки бывают обычно объёмного типа (рис. 9.11, *б*).

Калориметрический метод измерения мощности СВЧ является самым точным. Погрешности образцовых калориметров составляют около 1%, а промышленные калориметры имеют погрешность 2,5...5%.

10. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОМПОНЕНТОВ ЦЕПЕЙ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ

10.1. Общие сведения

В данном разделе рассматриваются вопросы измерений параметров линейных компонентов цепей с сосредоточенными постоянными, с которыми чаще всего имеют дело в радиоэлектронных схемах: емкости конденсатора, индуктивности катушки, сопротивления резистора, добротность колебательного контура, а также параметров электронных ламп, транзисторов, туннельных диодов, временных и других параметров интегральных схем.

По ГОСТ различают следующие виды приборов для измерения параметров компонентов, и цепей с сосредоточенными постоянными:

Е2 - измерители полных сопротивлений и (или) полных проводимостей;

Е3 - измерители индуктивности;

Е4 - измерители добротности;

Е6 - измерители сопротивлений;

Е7 - измерители параметров универсальные;

Е8 - измерители емкостей.

Приборы для измерения параметров электронных ламп и полупроводниковых приборов делят на виды:

Л2 - измерители параметров (характеристик) полупроводниковых приборов (к этому виду относятся также измерители и испытатели интегральных схем);

Л3 - измерители параметров (характеристик) электронных ламп;

Л4 - измерители шумовых параметров полупроводниковых приборов.

Наиболее распространенными методами измерения перечисленных параметров являются методы деления напряжения, сравнения с помощью мостовых схем и резонансные. В последние годы всё шире внедряется аппаратура, использующая дискретный счет.

10.2. Резонансные методы измерения параметров линейных компонентов

Резонансные методы основаны на использовании физических явлений в колебательных контурах и LC-генераторах. Эти методы могут быть разделены на *контурные* и *генераторные*.

В резонансных контурах и генераторах существуют зависимости между емкостью, индуктивностью и частотой, а также между активными параметрами контуров и соответствующими токами и напряжениями. Использование подобных зависимостей позволяет осуществить измерения различных параметров элементов контура.

Применяются резонансные методы только в области высоких частот, так как на низких частотах резонансные явления проявляются менее резко, вследствие чего точность измерений получается недостаточной для практических целей. Резонансные методы позволяют измерять ёмкости и индуктивности такого порядка величин какие имеют место в высокочастотных контурах.

Контурные методы. При измерении емкости конденсатора и индуктивности катушки *контурным* методом используется известная зависимость резонансной частоты контура от его параметров:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}.$$

Этот метод реализуется в схеме, изображенной на рис. 10.1. Контур составляют из испытуемого и образцового емкостей конденсатора ее определяют из выражения:

$$C_x = \frac{2.53 \cdot 10^{10}}{f_0 \cdot L_{обр}}.$$

Здесь C_x - измеряемая емкость, пФ; $L_{обр}$ - образцовая индуктивность, мкГн; f_0 - резонансная частота, кГц.

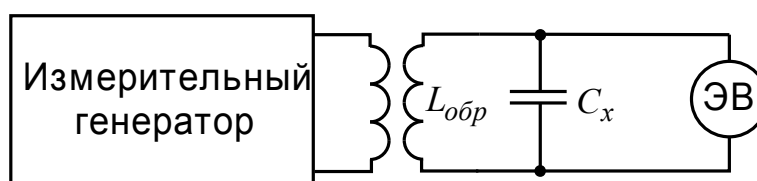


Рис. 10-1. Измерение емкости контурным методом

Индикатором резонанса служит электронный вольтметр. Настройка контура в резонанс осуществляется изменением частоты генератора, слабо связанного с контуром, до максимального отклонения стрелки электронного вольтметра.

Измеряя индуктивность катушки, пользуются соотношением:

$$L_x = \frac{2.53 \cdot 10^{10}}{f_0^2 \cdot C_{обр}},$$

где L_x - измеряемая индуктивность, мкГн; f_0 - частота, кГц; $\tilde{N}_{i\alpha\delta}$ - образцовая емкость, пФ. Величину $C_{обр}$ стремятся выбрать так, чтобы измерения проводились на рабочей (заданной) частоте.

Настраивать контур можно изменением частоты, а при наличии образцового конденсатора переменной емкости – изменением емкости.

Описанный способ измерения является косвенным.

Остановимся на погрешностях, классифицируя их в соответствии со слагаемыми измерений.

В данном случае мерой служат измерительный генератор и образцовая катушка индуктивности. Составляющие погрешности меры: нестабильность частоты генератора во время измерения, неточность определения значения образцовой индуктивности, влияние собственной емкости катушки.

Погрешность сравнения обусловлена главным образом неточностью настройки контура в резонанс, невысокой чувствительности индикатора резонанса, а также не достаточно высоким входным сопротивлением вольтметра действие которого понижает добротность контура (резонансная кривая становится более тупой).

Погрешность фиксации результата измерения связана главным образом с ошибками вычисления интересующего нас параметра по формуле.

Если собственная емкость катушки известна (или измерена), то ее можно учесть, повысив тем самым точность измерений.

Погрешности измерения параметров компонентов контура резонансным методом лежат в пределах 1—3%.

Почти полное устранение погрешности, обусловленной влиянием паразитных параметров контура, и значительное повышение точности измерений достигаются применением *метода замещения*. С его сущностью познакомимся на примере измерения емкости конденсатора прибором для измерения добротности колебательных контуров - куметра (рис. 10.2). Работа прибора заключается в следующем.

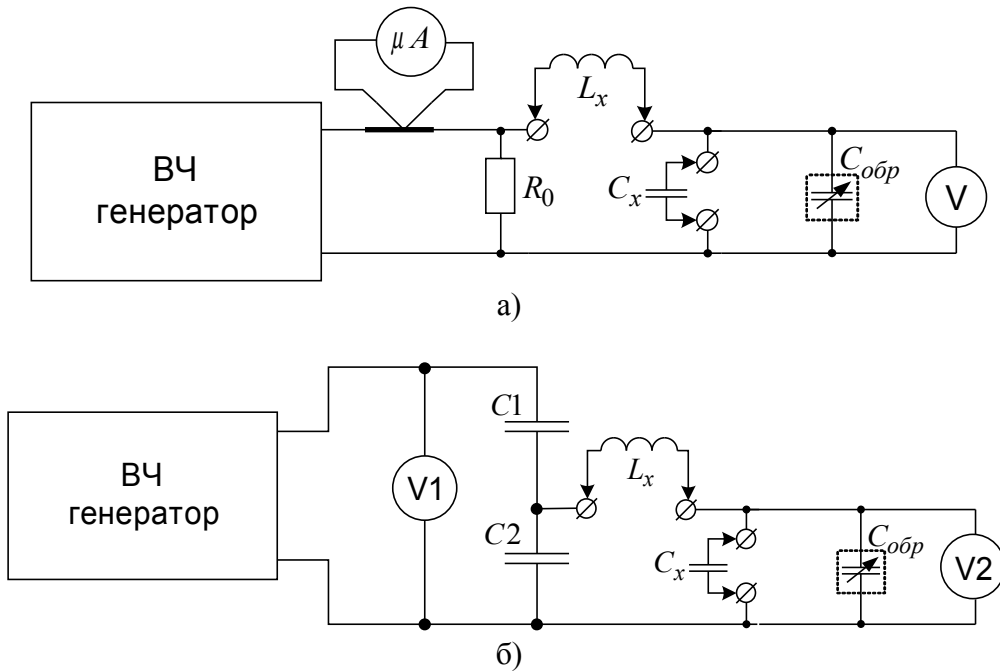


Рис. 10.2. Упрощенные схемы куметров

В схеме, изображенной на рис. 10.2, а, ток генератора высокочастотных колебаний создает падение напряжения на образцовом резисторе малого сопротивления, включенном в цепь генератора. Поскольку размер тока поддерживается постоянным, что контролируется с помощью термоэлектрического измерительного прибора (шкала «Множитель»), и так как сопротивление резистора значительно меньше активного сопротивления исследуемого контура, то напряжение, падающее на резисторе, имеет неизменную амплитуду. Оно служит источником возбуждения колебательного контура, состоящего из катушки индуктивности L и конденсатора C .

Для схемы, приведенной на рис. 10.2, б, характерно возбуждение контура напряжением генератора, подаваемым через емкостный делитель (в приборе Е4-7 емкость $C_1 = 100$ пФ, а емкость $C_2 = 10^4$ пФ). Постоянство уровня напряжения на входе делителя контролируется по электронному вольтметру. Емкостный делитель имеет равномерную частотную характеристику во всем рабочем диапазоне частот. Это достигается специальной конструкцией конденсатора, собственная индуктивность которого сведена к минимуму.

При измерении значения емкости к зажимам подключают одну из катушек куметра. Зажимы C_x первоначально остаются свободными. Образцовый конденсатор устанавливают в такое положение, чтобы значение его емкости было близким к максимальному. Перестраивая генератор по частоте, добиваются резонанса, фиксируемого по электронному вольтметру иначе называемому Q -вольтметром. После фиксации значения $C_{обp1}$ к зажимам подключают конденсатор, емкость которого требуется изменить. Контур расстраивается. Не меняя частоты, уменьшают емкость образцового конденсатора до значения $C_{обp2}$, при котором вновь наступает резонанс. Измеряемое значение емкости определяется разностью $C_x = C_{обp1} - C_{обp2}$. Проводя подоб-

ные измерения, следует учитывать, что при малых разностях возможны большие относительные погрешности.

Контурным методом измеряют и добротность колебательного контура Q . Один из способов реализуется в схеме куметра (рис. 10.2).

При измерении добротности контура его катушку индуктивности подключают к зажимам L_x , а конденсатор - к зажимам C_x . Устанавливают минимальное значение емкости образцового конденсатора. Частоту генератора перестраивают до наступления резонанса напряжений в контуре (последовательный контур). Так как при резонансе напряжение на реактивной ветви в Q раз больше известного напряжения e , возбуждающего контур, то напряжение на конденсаторе при неизменном e получается пропорциональным добротности контура (если добротность достаточно высока, по крайней мере $Q > 10$):

$$U_c = Q \cdot e.$$

Шкала электронного вольтметра градуируется в единицах Q .

Влияние емкости образцового конденсатора на добротность контура исключают следующим образом.

Сначала образуют контур из элементов $L_e, \tilde{N}_{i\alpha\delta}$ подключая только катушку индуктивности к зажимам L_x . Измеряют значение добротности $Q_1 = 2\pi f_1 L_k / R$ при резонансной частоте $f_1 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_k \cdot C_{i\alpha\delta}}}$. Затем параллельно образцовому конденсатору подключают конденсатор контура. Измеряют значение добротности $Q_2 = 2\pi f_2 L_k / R$ при новой резонансной частоте $f_1 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_k \cdot (C_{обр} + C_k)}}$.

Значение собственно добротности $Q_0 = \frac{2\pi f_0 L_x}{R}$, где $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_x C_x}}$ определяется из формулы

$$Q_0 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\sqrt{Q_1^2 - Q_2^2}}.$$

Добротность контура можно измерить также косвенным методом переменной частоты. При этом методе непосредственно измеряют полосу пропускания контура ΔF на относительном уровне $1/\sqrt{2}$ и резонансную частоту f_0 , а добротность вычисляют по известной формуле

$$Q = \frac{f_0}{\Delta F}.$$

Методика измерений такова. Изменением частоты генератора, с которым слабо связан исследуемый контур, добиваются резонанса в контуре и фиксируют значение резонансной частоты f_0 и амплитуды U_p , напряжения на контуре. Затем, устанавливая частоты f_1 и f_2 выше и ниже резонансной, которым соответствуют одинаковые показания вольтметра $U = 0.707 U_p$, определяют полосу пропускания контура $\Delta F = f_1 - f_2$.

С целью уменьшения погрешностей измерений необходимо применять вольтметр с высоким входным активным сопротивлением и малой входной емкостью, а также следить за тем, чтобы в процессе измерений амплитуда напряжения, возбуждающего контур, оставалась неизменной.

Определить добротность контура можно и по ширине полосы ΔF_A , измеренной на произвольном уровне $A = U/U_p$ резонансной кривой, если отношение A не слишком мало, пользуясь расчетной формулой

$$Q = \frac{f_0}{\Delta F_A} \cdot \sqrt{\frac{1 - A^2}{A^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_1 + f_2}{f_1 - f_2} \cdot \sqrt{\frac{1 - A^2}{A^2}},$$

где f_1 и f_2 - частоты, соответствующие одному и тому же уровню резонансной кривой по обе стороны от резонансной частоты. Самая высокая точность измерений получается, когда $A = 0,707$.

Наибольший удельный вес в общей погрешности измерений добротности контура описанным методом имеет погрешность определения полосы $\Delta F = f_1 - f_2$. Поэтому частоты f_1 и f_2 нужно измерять с большой точностью (например, электронно-счетным частотомером). При отсутствии точных частотомеров погрешности можно значительно уменьшить, если вместо раздельного измерения частот и последующего вычитания непосредственно измерять разность $\Delta f_1 - f_2$.

Это можно осуществить, например, методом вторичных биений используя дополнительно высокочастотный измерительный генератор, смеситель, осциллограф и низкочастотный генератор. Контурный метод позволяет измерять также и активные сопротивления на высоких частотах.

10.3. Генераторный метод.

В основе генераторного метода лежит зависимость частоты напряжений генераторов от значений емкости и индуктивности компонентов его колебательного контура. Включая в контур конденсатор неизвестной емкости или катушку неизвестной индуктивности, можно определить значения этих величин. Наибольшая точность достигается при нулевом методе измерений.

На рис. 10.3 изображена структурная схема прибора, в которой реализован подобный метод.

Высокочастотные генераторы 1 и 2 собраны по одинаковой схеме. В контур первого генератора включены образцовые конденсаторы переменной

емкости, причем значения емкостей отличаются друг от друга в 100 раз; в контур второго генератора последовательно с его катушкой индуктивности, значение которой может изменяться, включается исследуемая катушка индуктивности (зажимы L_x). Если измеряется не индуктивность, а емкость, то зажимы замыкаются накоротко с переключателя, а испытуемый конденсатор включается параллельно контуру второго генератора (зажимы C_x).

Работу схемы поясним на примере измерения емкости конденсатора. До подключения конденсатора измеряемой емкости C_x оба генератора настраиваются на одинаковую частоту. Совпадение частот фиксируется с высокой точностью по нулевым биениям, для получения и выделения которых в схеме предусмотрены смеситель и фильтр нижних частот. Усиленное напряжение звуковой частоты (нулевых биений) индицируется с помощью телефона и стрелочного индикатора.

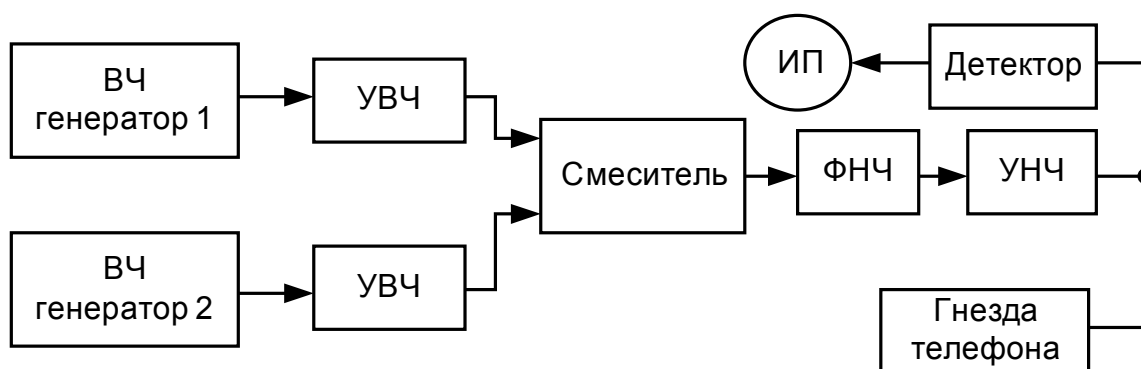


Рис. 10-3. Структурная схема прибора для измерения емкостей и индуктивностей генераторным методом.

После включения конденсатора измеряемой емкости в контур второго генератора частота его напряжения изменяется и становится не равной частоте первого генератора. Перестройкой частоты первого генератора с помощью образцового конденсатора вновь добиваются равенства частот обоих генераторов, т. е. нулевых биений. При условии равенства индуктивностей в контурах обоих генераторов измеряемая емкость будет равна изменению емкости образцового конденсатора первого генератора. Если установить образцовый конденсатор на условный нуль при начальной настройке генератора, то при вторичном получении нулевых биений измеряемое значение емкости будет равно отсчету по шкале образцового конденсатора. На таком принципе построен прибор Е7-5А, предназначенный для измерения индуктивностей 0,05–100 мкГн на различных частотах от 11 кГц до 1,55 МГц с приведенной погрешностью 1,5% и емкостей 1–5000 пФ на частотах 300–700 кГц с погрешностью 0,5% ($C > 10$ пФ).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебное пособие по дисциплине «Метрология и радиозмерения» содержит теоретические сведения по разделам лекционного курса, что позволяет изучить требуемые для сдачи экзамена теоретические сведения. Кроме того, в данном пособии содержатся вопросы, требуемые при выполнении и защите лабораторных работ. Надеемся, они помогут освоить теоретический материал курса и успешно выполнить лабораторный практикум.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Метрология и радиоизмерения: Учебн. для ВУЗов/ под ред. В.И. Нефедова. М.: 2003.
2. Метрология и радиоизмерения в телекоммуникационных системах: Учебник для ВУЗов / под ред. В.И. Нефедова – М.: «Высш. шк.», 2001.
3. Алешечкин А.М., Кокорин В.И. Методы измерения частотно-временных параметров сигналов: Учебное пособие. Красноярск: КГТУ, 2001.
4. Электрорадиоизмерения: учеб. пособие для вузов / В.М. Мусонов, В.А. Чижиков; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. – Красноярск, 2005. – 244 с.: ил.
5. М.К. Чмых. Статистическая теория погрешностей измерения. Методы статистической обработки: Методические указания к выполнению лабораторных работ и дипломных проектов для студентов специальности 2301 – «Радиотехника» [Текст]. / Сост. М.К. Чмых, КрПИ, Красноярск, 1993. 26 с.
6. Измерения в электронике: Справочник / В. А. Кузнецов, В. А. Долгов, В. М. Коневских и др.; Под ред. В. А. Кузнецова. М.: Энергоатомиздат, 1987. 512 с.
7. Пестряков В. Б. Фазовые радиотехнические системы (основы статистической теории). М.: Советское радио , 1968. 468 с.
8. Кушнир Ф. В. Электрорадиоизмерения: Учебное пособие для вузов. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1983. 320 с.
9. Винокуров В. И., Каплин С. И., Петелин И. Г. Электрорадиоизмерения: Учеб. пособие для радиотехн.. спец. Вузов / Под ред. В. И. Винокурова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1986. 351с.
10. Мирский Г. Я. Электронные измерения. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1986. 440 с.
11. Чмых М. К. Цифровая фазометрия. М.: Радио и связь, 1993. 184 с.
12. Сапельников В. М., Кравченко С. А., Чмых М. К. Проблемы воспроизведения смещаемых во времени электрических сигналов и их метрологическое обеспечение. Уфа. 2000. 196 с.
13. А. с. № 789852 СССР. Цифровой измеритель частоты / С. В. Чепурных, М. К. Чмых. 1980. Бюл. № 47.
14. Чмых М. К. Весовой метод повышения точности и помехоустойчивости цифровых измерителей частоты / Автометрия. 1979. № 4. С. 135–137.