

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МАШИНОБУДІВНИЙ КОЛЕДЖ  
ДОНБАСЬКОЇ ДЕРЖАВНОЇ МАШИНОБУДІВНОЇ АКАДЕМІЇ

**Конспект лекцій**  
**з навчальної дисципліни**  
**«Технічна механіка»**

для студентів денного і заочного відділень

Спеціальність 5.05070104 Монтаж і експлуатація електроустаткування підприємств і цивільних споруд (141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка)

Краматорськ 2017 рік

Скорочений конспект лекції з дисципліни «Технічна механіка» для студентів денного і заочного відділень спеціальності 5.05070104 Монтаж і експлуатація електроустановок підприємств і цивільних споруд (141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка) Машинобудівного коледжу Донбаської державної машинобудівної академії

Розробник: Саєнко М.О., викладач кваліфікаційної категорії «спеціаліст»

РОЗГЛЯНУТО ТА СХВАЛЕНО на засіданні циклової комісії технічних спеціальностей

.....  
Протокол № \_\_\_ від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 року

Голова циклової комісії \_\_\_\_\_ М.М.Пасько

## Зміст

Розділ 1. Теоретична механіка.	
Лекція №1	
Вступ. Зміст та сутність дисципліни, її значення для даної спеціальності.....	5
Лекція №2	
Основні поняття та аксіоми статyki .....	8
Лекція №3	
Пара сил і момент пари, основні властивості пари сил. Теорема о складанні пар сил .....	14
Лекція № 4	
Центр ваги. Визначення положення центра ваги. Методи знаходження центра ваги.....	20
Лекція № 5	
Кінематика. Основні поняття кінематики. ....	26
Лекція № 6	
Простий рух твердого тіла. ....	32
Лекція № 7	
Динаміка. Основні поняття і аксіоми динаміки. ....	37
Лекція № 8	
Загальні теореми динаміки матеріальної точки .....	42
Розділ 2. Опір матеріалів	
Лекція № 9	
Основні положення опору матеріалів .....	49
Лекція № 10	
Кручення .....	60
Лекція № 11	
Статично невизначувані системи .....	65
Розділ 3. Основні положення з теорії деталей механізмів і машин	
Лекція № 12 Основні поняття теорії механізмів машин .....	70
Лекція № 13 Структурний аналіз і синтез механізмів.....	78

Лекція №14 Кінематичний аналіз. Основні задачі кінематичного аналізу механізмів.....	84
Лекція № 15 Силовий аналіз механізмів. Задачі силового аналізу механізмів. ....	88
Розділ 4. Деталі машин	
Лекція № 16	
Основні положення розділу Деталі машин. Деталі машин і їх класифікація. Основні вимоги до машин.....	102
Лекція № 17	
Загальні відомості про механічні передачі. Призначення механічних передач. ....	110
Лекція № 18	
Вали і осі .....	120
Лекція № 19	
Підшипники ковзання та кочення .....	132

## Розділ 1. Теоретична механіка.

### Лекція №1

#### Вступ. Зміст та сутність дисципліни, її значення для даної спеціальності.

##### План

1. Вступ. Основні етапи розвитку механіки
2. Зміст дисципліни та її зв'язок з іншими дисциплінами
3. Предмет технічної механіки.

#### 1. Вступ. Основні етапи розвитку механіки

Технічна механіка містить багато наукових узагальнень, які допомагають майбутнім інженерам різних спеціальностей правильно розуміти ті явища, які вони спостерігають, і робити науково обґрунтовані висновки. Крім того, ця дисципліна є науковою базою багатьох галузей сучасної техніки. Вона є основою таких загальноосвітніх і спеціальних дисциплін, як опір матеріалів, теорія механізмів і машин, гідравліка, деталі машин, динаміка машин та інші, що вивчаються у вузах. Знання технічної механіки потрібні студентам для успішного вивчення профілюючих предметів, а також для творчої інженерної діяльності на промисловому виробництві після закінчення вузу.

##### Основні етапи розвитку механіки

1. Донауковий період
  - Арістотель (384-322 р.р. до н.е.) – давньогрецький філософ
  - Архімед (287-212 р.р. до н.е.) – давньогрецький фізик, механік, заклав основи статички і гідростатички
  - Леонардо да Вінчі (1452 -1519) – італійський художник, винахідник
  - Микола Коперник (1473-1543) – польський астроном, математик
  - Галілео Галілей (1564-1642) – італійський механік, фізик, основоположник динаміки
2. Класична механіка
  - Ісаак Ньютон (1642-1727) – “Математичні початки натуральної філософії”
  - Михайло Ломоносов (1711-1765) – фізик, хімік, перший російський натураліст
  - Леонард Ейлер (1707-1783) – математик, механік
3. Аналітична механіка
  - Жозеф Лагранж (1736-1813) – французький математик, механік – аналітична статика

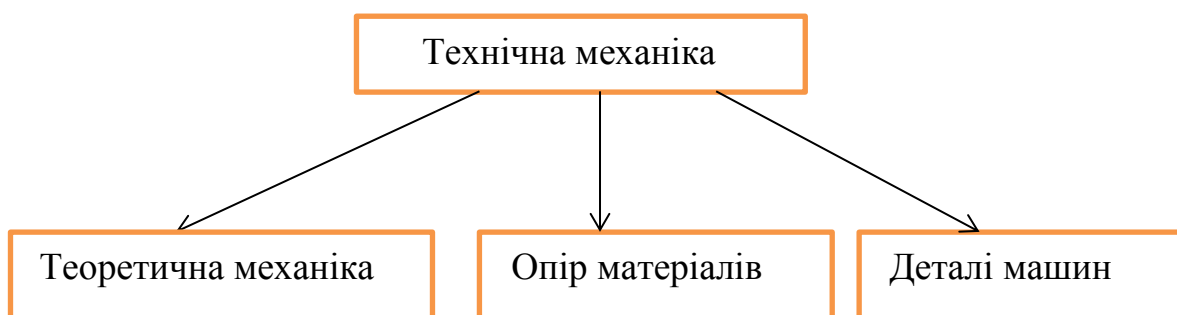
Ж.Д'Аламбер, П.С.Лаплас, К.Якобі, Г.Герц, С.Чаплигін – вчені-механіки

#### 4. Релятивістська механіка

Альберт Ейнштейн (1879-1955) – фізик-теоретик

#### 2. Зміст дисципліни та її зв'язок з іншими дисциплінами

Дисципліна «Технічна механіка» включає в себе три частини: теоретичну механіку, опір матеріалів та деталі машин.



**Теоретична механіка** – це наука що вивчає загальні закони механічного руху матеріальних тіл і встановлює загальні прийоми та методи розв'язку питань пов'язаних з цим рухом. Увага приділяється вивченню основних понять і аксіом статички, умов рівноваги збіжних сил, плоскої системи сил довільно розташованих, просторової системи сил, визначенню центра ваги тіла, розділи кінематика та динаміка



**Опір матеріалів** – увага приділяється вивченню основних положень, таких видів деформації, як розтяг (стиск); крутіння; згин; гіпотез міцності; розрахунку на міцність; деталі машин – з'єднання деталей, розрахунок цих з'єднань на міцність, загальні відомості про передачі, редуктори, вали,осі, підшипники, муфти.

**Деталі машин** – це технічна дисципліна в якій вивчають методи, норми і правила розрахунку і конструювання деталей і складальних одиниць загального призначення.

**Механіка** – це цілий комплекс дисциплін, які вивчають механічний рух різних матеріальних тіл.

3. Предмет технічної механіки.

**Механіка** – це наука про механічну взаємодію матеріальних тіл.

**Механічною взаємодією тіл** називаються такі дії матеріальних тіл одне на друге, в результаті яких виникає рух цих тіл або зміна їхньої форми (деформація). За основну міру цих дій прийнято брати умовну величину, яка називається силою.

**Механічним рухом тіла** називається зміна положення тіла відносно іншого тіла, яка відбувається з плином часу.

Приклади механічних рухів:

- 1) рухи небесних тіл;
- 2) рух наземних, водних і літальних апаратів;
- 3) повітряні і морські течії;
- 4) рухи частин машин і механізмів;
- 5) деформації елементів конструкцій і споруд.

Приклади механічних взаємодій:

- 1) взаємні притягування матеріальних тіл за законом всесвітнього тяжіння;
- 2) взаємні тиски тіл, що співдотикаються або співударяються;
- 3) дії частинок рідини чи газу одних на інші та на тіла, які рухаються в них або перебувають у стані спокою.

Для вимірювання всіх механічних величин досить ввести три основні одиниці виміру. Двома з них прийнято вважати одиниці довжини (м) і часу (с). У міжнародній системі одиниць виміру фізичних величин (SI) третьою одиницею вибрано одиницю виміру маси (кг). Отже, основними одиницями вимірювання механічних величин в SI є метр (1 м), кілограм (1 кг), секунда (1 с). Одиниця виміру сили в системі SI є похідною одиницею, що називається ньютон (1 Н) і дорівнює силі, яка надає масі в 1 кг прискорення  $1\text{ м/с}^2$ , тобто  $\text{Н}=\text{кг}\cdot\text{м/с}^2$

Питання для самоперевірки:

1. Що таке механічний рух?
2. Які механічні рухи ви знаєте?
3. Що вивчає технічна механіка?
4. Які розділи теоретичної механіки?
5. Наведіть приклади механічних взаємодій?

## Лекція №2

### Основні поняття та аксіоми статyki

#### План

1. Основні поняття статyki
2. Аксіоми статyki

1. Основні поняття статyki

Статикою називається розділ теоретичної механіки, в якому:

- 1) викладається загальне вчення про сили;
- 2) вивчаються умови рівноваги систем сил, що прикладені до твердих тіл;
- 3) перетворюються одні системи сил в інші, їм еквівалентні.

Говорячи коротко, статика – це наука про сили.

**Сила** – це кількісна міра взаємодії матеріальних тіл, що визначає інтенсивність та напрям цієї взаємодії.

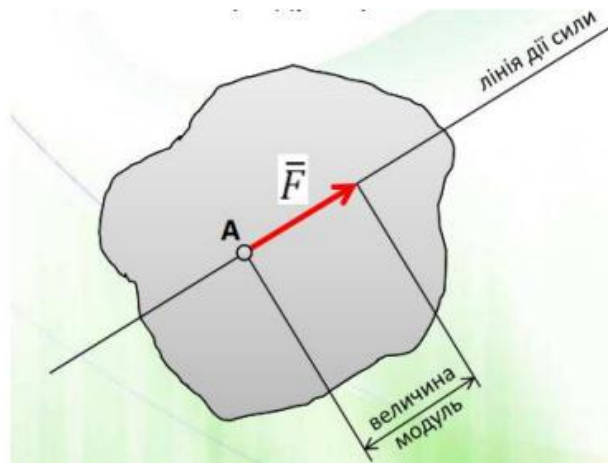


Сила характеризується:

1. числовими значеннями;
2. напрямом дії;
3. точкою прикладання.



Числове значення сили встановлення за статичним і динамічним її правилами і повністю відповідає визначенню вектора (зображується  $Z$  вектором).



Довжина вектора, який зображує силу у відповідному масштабі, дорівнює числовому значенню сили. Вектор сили прикладений в певній точці тілі (точка А) і направлений у бік дії сили. Пряма, за якою направлений вектор сили, називається лінією однієї сили.

Точка А (т. А) – точка прикладання сили

Одиниці виміру сили в системі СІ

1 Ньютон (Н) або 1 кілоНьютон (кН)

1кН = 1000 Н

1кГ = 1 кгс = 9,81 Н  $\approx$  10 Н

Розмірність сили

[сила] = ([маса] · [довжина]) / [час] 1 Н = (1 кг · 1 м) / 1 с<sup>2</sup>

**Зовнішні сили** класифікують за *способом прикладання і за характером дії на тіло*

*За характером дії на тіло* зовнішні сили поділяють на статичні і динамічні.

*Статичним* називається таке навантаження, при якому прискорення тіла чи його частин відсутні, або настільки малі, що ними можна нехтувати. Таке навантаження має місце при повільному зростанні прикладеної до тіла сили від нуля до кінцевого значення.

*Динамічним* називають навантаження, при якому виникають значні прискорення тіла чи його частин і пов'язані з ними сили інерції, які необхідно брати до уваги.

*За способом прикладання* зовнішні сили поділяють на поверхневі і об'ємні.

Взагалі кажучи, всі навантаження, що існують в природі, розподілені по об'єму чи по площі.

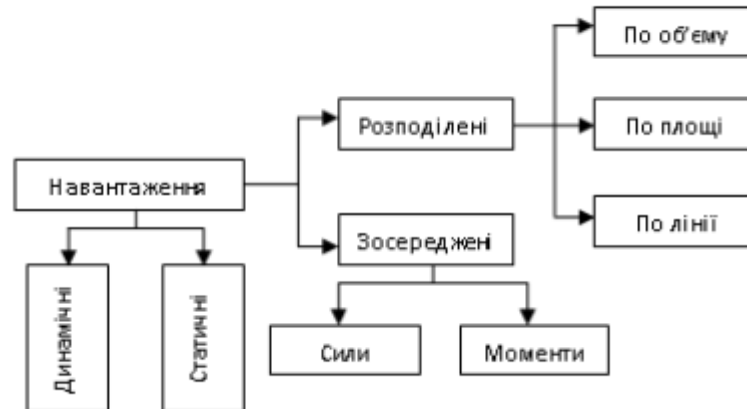


Рисунок 1 – Зовнішні сили

Системою сил ( $F_1 F_2.. F_n$ ) називають сукупність декількох сил, що діють на одне тіло або на систему тіл.

Системи сил бувають:

1. Система сил, що лежать на одній прямій.
2. Плошка паралельна.
3. Плошка збіжна.
4. Плошка довільна.
5. Просторова паралельна.
6. Просторова збіжна.
7. Просторова довільна.
8. Плошка система пар сил.
9. Просторова система пар сил.

**Матеріальна точка** – тіло, яке має масу, але розмірами якого можна знехтувати (скорочено – точка).

**Механічна система** – сукупність матеріальних точок, рух і положення яких взаємопов'язані (скорочено – система).

**Абсолютно тверде тіло** – система матеріальних точок, відстань між якими є незмінною і які безперервно заповнюють деяку частину простору (скорочено – тіло).



Рисунок 2 - Матеріальна точка. Система матеріальних точок.  
Абсолютне тверде тіло.

## 2. Аксиоми статички

Статика базується на декількох вихідних положеннях (аксіомах), які беруться без математичних доказів.

### Аксиома 1 (про рівновагу системи двох сил)

*Дві сили, що діють на абсолютно тверде тіло, взаємно зрівноважуються тоді і тільки тоді, коли вони рівні за модулем і спрямовані по одній прямій у протилежних напрямках (рис.3). Тобто*

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$$

Цією аксіомою встановлюється найпростіша зрівноважена система сил.

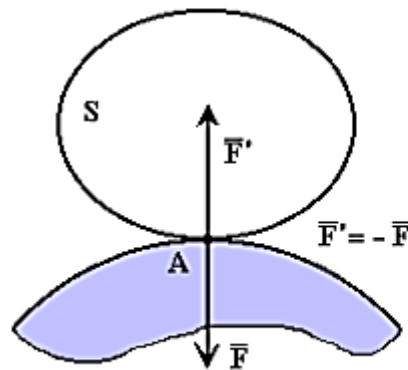


Рисунок 3 - Зрівноважена система сил

**Аксиома 2** (приєднання та відкидання зрівноважених сил). *Від приєднання до тіла або відкидання від нього зрівноваженої системи сил рівновага тіла не порушується.*

Це означає, що коли до системи сил, яка діє на тверде тіло приєднати будь-яку зрівноважену систему сил, то одержимо систему, еквівалентну даній. Якщо ж до складу цієї системи входить кілька сил, які є окремою групою взаємно зрівноважених сил, то цю групу сил можна буде відкинути. Система сил, що залишиться, буде еквівалентна даній.

Висновок: не змінюючи кінематичного стану абсолютно твердого тіла, силу можна переносити вздовж лінії її дії, зберігаючи незмінними її модуль і

напрям. Для доведення наслідку розглянемо силу  $F_A$ , прикладену в точці А (рис. 4,а). У точці В на лінії дії сили прикладемо зрівноважену систему сил.

$$(\bar{F}_B, \bar{F}'_B) \sim 0, \text{ де}$$

$$\bar{F}_B = \bar{F}_A; \bar{F}'_B = -\bar{F}_A.$$

Тоді відповідно до аксіоми 2 одержимо:

$$\bar{F}_A \sim (\bar{F}_A, \bar{F}_B, \bar{F}'_B)$$

(рис. 4,б). Згідно з аксіомою 1 система сил  $(F_A, F'_B) \sim 0$ , а згідно з аксіомою 2 їх можна відкинути

(рис. 4,в), тобто  $F_A \sim F_B$ . Таким чином, наслідок доведено

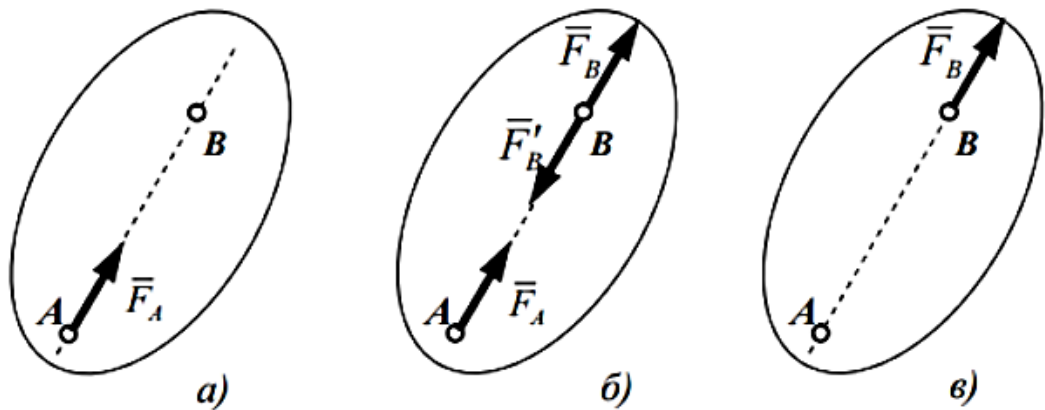


Рисунок 4 - Зрівноважена система сил

**Аксіома 3** (паралелограм сил). Рівнодійна двох сил, прикладених в одній точці, прикладена в тій самій точці і є діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах як на сторонах (рис.5).

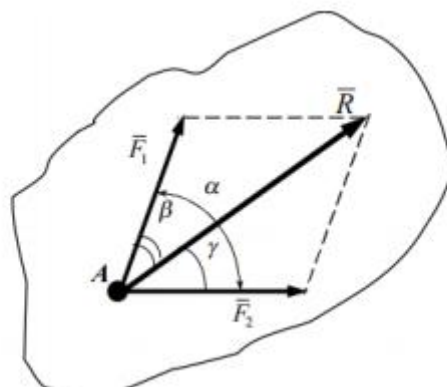


Рисунок 5 - Паралелограм сил

Це положення математично можна виразити таким геометричним рівнянням:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

Модуль рівнодіючої знаходять як величину діагоналі паралелограма, побудованого на силах, як на сторонах:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2)}$$

де  $\alpha$  – кут між лініями дії сил  $F_1$  та  $F_2$ .

**Аксиома 4** рівності дії та протидії. *Будь-які дії відповідає рівна та протилежно направлена протидія* (рис.6). Згідно з цією аксіомою сили дії двох тіл рівні за модулем і направлені по одній прямій у протилежні сторони.

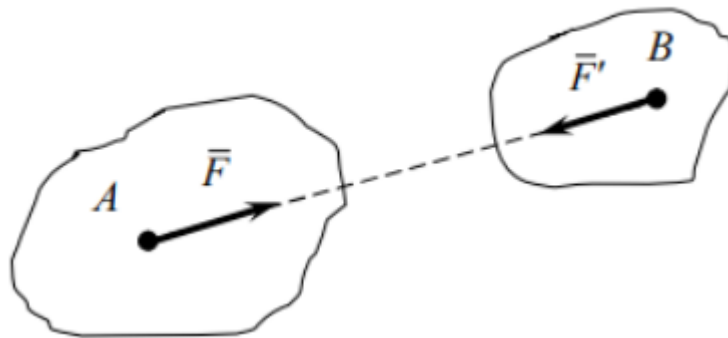


Рисунок 6 - Рівності дії та протидії сил

**Аксиома 5** (принцип затвердіння). *Рівновага тіла, яке деформується, не порушиться, якщо його вважати абсолютно твердим.* Ця аксіома дозволяє застосовувати методи статички абсолютно твердого тіла для тіл, які деформуються, та змінних конструкцій, вважаючи їх абсолютно жорсткими. Але хибним буде твердження про те, що рівновага твердого тіла обов'язково збережеться, якщо воно перестане бути твердим.

Питання для самоперевірки:

1. Що вивчає теоретична механіка? Які задачі розглядаються в статистиці?
2. Що являється мірою механічної взаємодії матеріальних тіл? В яких одиницях вимірюється ця величина?
3. Під дією яких двох сил вільне тіло буде знаходитись у стані спокою?
4. Чи можна переносити силу вздовж лінії дії, не змінюючи її дію на тіло? Обґрунтуйте відповідь.
5. Що називають системою сил?
6. Яка сила називається рівнодіючою системи сил? Чому дорівнює рівнодіюча система сил, прикладених до матеріальної точки?

## Лекція №3

### Пара сил і момент пари, основні властивості пари сил. Теорема о складанні пар сил

#### План

1. Момент сили відносно точки
2. Момент сили відносно осі
3. Пара сил та її момент
4. Властивості пари сил:
5. Еквівалентність пари сил
6. Умова рівноваги системи пар сил

1. Момент сили відносно точки

Поняття моменту сили відносно точки запровадив у механіку італійський вчений і художник Леонардо да Вінчі.

**Моментом сили відносно точки** називають добуток модуля сили на її плече (рис.1):

$$M_{(O)}F = F \cdot h$$

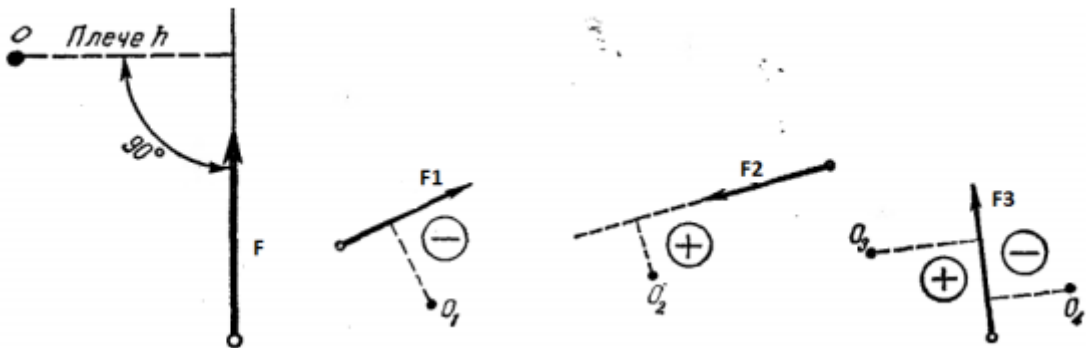


Рисунок 1 - Момент сили відносно точки

Точку відносно якої беруть момент сили, називають **центром моменту**. **Плечем сили відносно точки** беруть найкоротшу відстань від центра моменту до лінії дії сили.

$$[M] = [F] \cdot [h] = \text{сила} \cdot \text{довжина} = \text{Ньютон} \cdot \text{метр} = \text{Н} \cdot \text{м}$$

Момент сили вважаємо додатним, якщо сила намагається обертати своє плече навколо центра моменту проти годинникової стрілки і навпаки (рис.2).

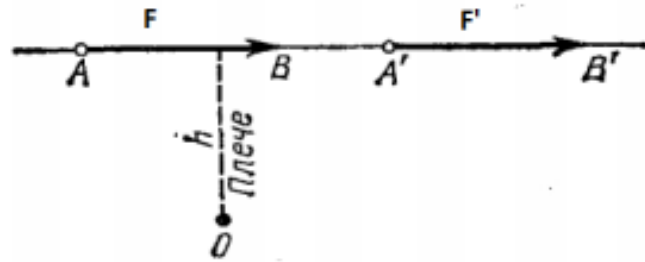
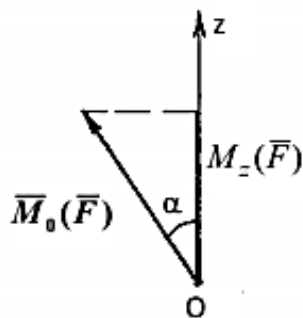


Рисунок 2 - Момент сили відносно плеча

Одна й та сама сила відносно різних точок може створювати додатній і від'ємний моменти. Момент сили відносно точки, що лежить на лінії дії цієї сили, дорівнює нулю, оскільки плече тут дорівнює нулю. За рис.2 видно, що момент сили відносно точки не змінюється від перенесення сили вздовж лінії її дії, оскільки модуль сили і плече залишаються незмінними.

## 2. Момент сили відносно осі

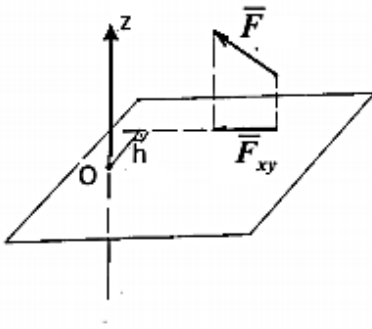
**Моментом сили відносно осі z** називається проекція на цю вісь вектора моменту сили відносно точки, що лежить на осі:



$$M_z(\vec{F}) = [\vec{M}_0(\vec{F})]_z = M_0(\vec{F}) \cdot \cos \alpha.$$

Момент сили відносно осі характеризує обертальну дію сили навколо даної осі.

*Правило визначення моменту сили F відносно осі z:*



1. Провести площину, перпендикулярну до осі  $z$  і знайти точку  $O$  перетину осі з площиною.
2. Спроектувати силу на проведену площину (вектор  $\vec{F}_{xy}$  - проекція сили  $\vec{F}$  на площину).
3. Знайти момент отриманої сили  $\vec{F}_{xy}$  відносно точки перетину осі з площиною  $O_{xy}$ :  

$$I_0(\vec{F}_{xy}) = \pm F_{xy} \cdot h.$$

Взяти знак «+», якщо з додатного кінця осі  $z$  видно, що проекція сили  $\vec{F}_{xy}$  прагне обертати площину навколо осі проти руху годинникової стрілки, і знак «-» - якщо за стрілкою годинника.

4. Момент сили  $\vec{F}$  відносно осі  $z$  визначити як

$$I_z(\vec{F}) = M_0(\vec{F}_{xy}) = \pm F_{xy} \cdot h.$$

Момент сили відносно осі дорівнює нулю, якщо:

- а) сила паралельна осі (в цьому випадку проекція сили на площину  $F_{xy} = 0$ );
- б) лінія дії сили перетинає вісь (при цьому плече  $h = 0$ ).

### 3. Пара сил та її момент

**Парою сил** називається система двох розташованих в одній площині сил, які рівні за величиною, протилежно напрямлені і не лежать на одній лінії дії.



Рисунок 3- Момент пари сил

**Плече пари  $d$**  - найкоротший відрізок між лініями дії сил, що складають пару.

**Моментом пари сил** називається вектор  $\vec{M}(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ , модуль якого дорівнює добутку однієї з сил пари на плече пари, напрямлений перпендикулярно до площини дії пари у той бік, звідки обертання пари сил видно проти ходу стрілки годинника.



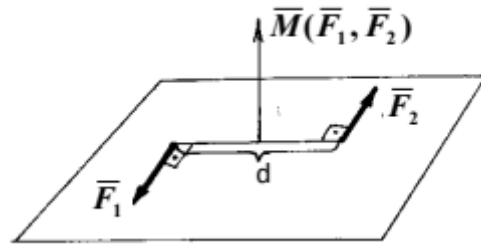


Рисунок 4 - Обертання пари сил

Модуль моменту пари  $\bar{M}(\bar{F}_1, \bar{F}_2) = F_1 \cdot d = F_2 \cdot d$

4. Властивості пари сил:

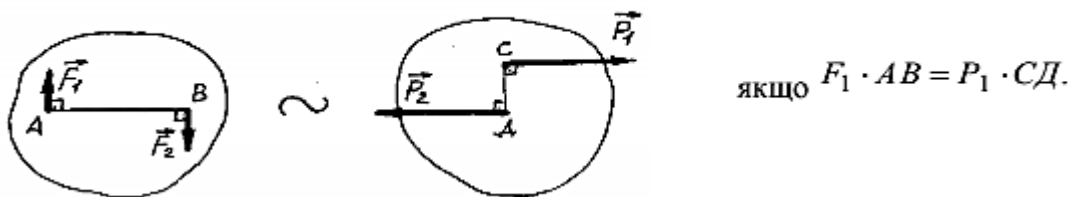
1. Пара сил не має рівнодійної. Тому пару сил не можна замінити або зрівноважити однією силою; її можна зрівноважити тільки іншою парою.

2. Геометрична сума моментів сил, які складають пару, відносно будь-якої точки  $O$  не залежить від вибору цієї точки і дорівнює моменту пари сил:

$$\bar{\Gamma}_0(\bar{F}_1) + \bar{M}_0(\bar{F}_2) = \bar{M}(\bar{F}_1, \bar{F}_2).$$

3. Дві пари еквівалентні, якщо їх моменти геометрично рівні.

Наслідком цієї властивості є те, що пару сил, яка діє на абсолютно тверде тіло, можна переміщати у площині її дії, або у паралельну площину, при цьому можна змінювати модулі сил або плече пари, але зберігати величину моменту і напрям обертання:



4. Система кількох пар, як завгодно розташованих у просторі, еквівалентна одній парі, момент якої дорівнює геометричній сумі моментів складових пар:

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i.$$

5. Еквівалентність пари сил

Дві пари сил називаються **еквівалентними**, якщо їх дії на тіло однакові.

**Теорема 1.** Не змінюючи дії пари сил на тверде тіло, її можна переносити і довільно повертати у площині дії, змінюючи величину сили пари і довжину плеча пари таким чином, щоб момент пари залишався незмінним.

**Теорема 2.** Дві пари сил, що лежать в одній або паралельних площинах і мають однакові за величиною, але протилежні за напрямом моменти, становлять систему пар сил, еквівалентну нулю.

Властивості пар сил, що випливають з цих теорем:

1. Можна змінювати величину сил і плече пари, не змінюючи величину моменту і напрямок обертання.
2. Пару сил можна як завгодно переміщати у площині її дії.
3. Пару сил можна переміщати у паралельну площину даного тіла.

Всі ці властивості не змінюють ні величини, ні напрямку моменту пари, тому є **еквівалентними перетвореннями**. Систему пар сил можна привести до найпростішого вигляду.

6. Умова рівноваги системи пар сил:

Пари сил, як завгодно розташовані у просторі, перебувають у рівновазі, якщо геометрична сума їх моментів дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n \bar{M}_i = 0.$$

Основні властивості та основні перетворення пари сил такі:

- а) пару сил можна переносити в площині її дії, у тому числі й повертати на будь-який кут;
- б) пару сил можна переносити в будь-яку площину, паралельну площині цієї пари;
- в) можна змінювати сили, що утворюють пару та її плече, не змінюючи моменту пари;
- г) декілька пар сил, довільно розміщених у просторі, можна замінити однією парою, момент якої дорівнює геометричній сумі моментів складових пар.

З викладеного можна зробити такий висновок: *механічний вплив у статичній системі характеризується трьома типами векторів: силою – ковзним вектором, моментом сили відносно точки – прикладеним вектором і парою сил – вільним вектором.*

Питання для самоперевірки:

1. Що таке момент сили відносно точки?
2. Що таке момент сили відносно осі і як його визначити?
3. В яких випадках момент сили відносно осі дорівнює нулю?
4. Яка система сил називається парою сил?
5. Що таке момент пари сил і як його обчислити?
6. Які основні властивості пари сил?
7. Сформулюйте умови рівноваги системи пари сил?

## Лекція № 4

### Центр ваги. Визначення положення центра ваги. Методи знаходження центра ваги

#### План

1. Центр ваги твердого тіла і його координати
2. Координати центрів ваги однорідних тіл
3. Методи визначення координат центрів ваги тіл
4. Розв'язування задачі

1. Центр ваги твердого тіла і його координати

Сили ваги частинок твердого тіла, розміщеного поблизу поверхні Землі, являють собою систему збіжних сил, лінії дії яких перетинаються у центрі земної кулі. Але незначні розміри матеріальних тіл у порівнянні з розмірами Землі дозволяють вважати сили ваги частинок одного тіла паралельними між собою. Ці сили завжди направлені вертикально вниз і не змінюють свого напрямку при будь-якому переміщенні тіла. Така система паралельних сил  $p_1, p_2, \dots, p_n$  ваги частинок тіла (рис. 1) не може знаходитись у стані рівноваги чи зводиться до пари сил; вона еквівалентна одній рівнодіючій силі  $P$ , модуль якої дорівнює силі ваги тіла і визначається рівністю

$$P = \sum_{k=1}^n p_k.$$

(1)

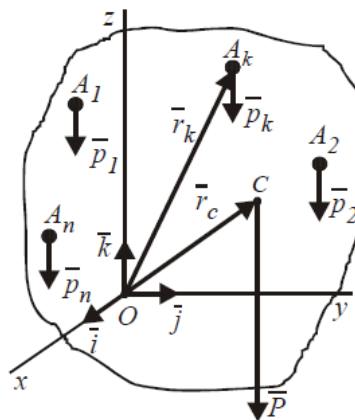


Рисунок 1

При довільному повороті тіла сили  $p_k$  залишаються прикладеними в одних і тих же точках тіла і паралельні одна одній. Тому рівнодіюча  $P$  сил  $p_k$

буде при будь-яких положеннях тіла проходити через одну і ту ж його точку  $C$ , яку називають центром ваги тіла. Отже, **центром ваги твердого тіла** називається незмінно зв'язана з цим тілом точка, через яку проходить лінія дії рівнодіючої сил ваги частинок цього тіла при будь-яких положенні тіла в просторі. Знайдемо положення центра ваги тіла відносно прямокутної системи координат (див. рис. 1), напрямком осей якої задано ортами  $i, j, k$ , а напрямком сил ваги – одиничним вектором  $e = -k$ .

$$\text{Тоді } \bar{p}_1 = p_1\bar{e}; \bar{p}_2 = p_2\bar{e}, \dots, \bar{p}_n = p_n\bar{e}; \bar{P} = \sum_{k=1}^n p_k \cdot \bar{e}, \text{ де } p_1, p_2, \dots, p_n -$$

модулі сил ваги частинок тіла.

На підставі **теорема Варіньона** векторна сума моментів сил ваги часток тіла відносно центра  $O$  дорівнює моменту сили ваги тіла відносно цього центра, тобто

$$\bar{M}_0(\bar{P}) = \sum_{k=1}^n \bar{M}_0(\bar{p}_k), \text{ або } \bar{r}_c \times \sum_{k=1}^n \bar{p}_k = \sum_{k=1}^n (\bar{r}_k \times \bar{p}_k),$$

де  $\bar{r}_k$  – радіус-вектор точки  $A_k$  прикладання сили  $\bar{p}_k$ ,

$\bar{r}_c$  – радіус-вектор центра ваги тіла – точки  $C$ .

Підставляючи сюди вирази сил через одиничний вектор  $e$ , одержимо:

$$\left( \bar{r}_c \times \sum_{k=1}^n p_k \bar{e} \right) = \sum_{k=1}^n (\bar{r}_k \times p_k \bar{e}), \text{ або } \left( \bar{r}_c \sum_{k=1}^n p_k \times \bar{e} \right) = \sum_{k=1}^n (\bar{r}_k p_k \times \bar{e}).$$

Переносячи члени рівняння у ліву частину і виносячи за дужки спільний співмножник  $e$ , одержимо:

$$\left( \bar{r}_c \sum_{k=1}^n p_k - \sum_{k=1}^n \bar{r}_k p_k \right) \times \bar{e} = 0.$$

Це рівняння виконується за умови рівності нулю виразу в дужках, тобто

$$\bar{r}_c \sum_{k=1}^n p_k - \sum_{k=1}^n \bar{r}_k p_k = 0,$$

звідки визначається радіус-вектор центра ваги тіла:

$$\bar{r}_c = \frac{\sum_{k=1}^n p_k \bar{r}_k}{\sum_{k=1}^n p_k}. \quad (2)$$

Проеціюючи рівність (2) на осі координат, одержимо формули для визначення координат центра ваги тіла:

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^n x_k p_k}{\sum_{k=1}^n p_k}; \quad y_c = \frac{\sum_{k=1}^n y_k p_k}{\sum_{k=1}^n p_k}; \quad z_c = \frac{\sum_{k=1}^n z_k p_k}{\sum_{k=1}^n p_k}, \quad (3)$$

де  $x_k, y_k, z_k$  – координати точок прикладення сил ваги  $p_k$  частинок тіла.

## 2. Координати центрів ваги однорідних тіл

Для однорідного тіла вага кожної його частинки пропорційна її об'єму  $v_k$ , а вага  $P$  всього тіла пропорційна об'єму  $V$  цього тіла, тобто  $p_k = g v_k$  і  $P = gV$ , де  $g$  – питома вага тіла. Підставляючи ці значення  $p_k$  і  $P$  у формули (3) і поділивши чисельник та знаменник на  $g$ , одержимо:

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^n x_k v_k}{V}; \quad y_c = \frac{\sum_{k=1}^n y_k v_k}{V}; \quad z_c = \frac{\sum_{k=1}^n z_k v_k}{V}. \quad (4)$$

Як видно із формул (4), положення центра ваги однорідного тіла не залежить від фізичних властивостей тіла, а визначається тільки його геометричною формою і розмірами. Тому точка  $C$ , координати якої визначаються формулами (4), називають центром ваги об'єму.

Під поняттям **центра ваги поверхні** розуміють центр ваги однорідних плоских фігур, пластин однакової товщини, координати якого знаходять за аналогічними формулами:

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^n x_k s_k}{S}; y_c = \frac{\sum_{k=1}^n y_k s_k}{S}; z_c = \frac{\sum_{k=1}^n z_k s_k}{S},$$

де  $s_k$  – площа елементарної ділянки поверхні,  
 $S$  – площа всієї поверхні плоскої фігури.

Таким же чином одержують координати центра ваги лінії:

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^n x_k l_k}{L}; y_c = \frac{\sum_{k=1}^n y_k l_k}{L}; z_c = \frac{\sum_{k=1}^n z_k l_k}{L},$$

де  $L$  – довжина всієї лінії,  $l_k$  – довжина її частини.

### 3. Методи визначення координат центрів ваги тіл

При визначенні положень центрів ваги тіл складної форми застосовують такі конкретні методи.

1) **Метод симетрії.** Якщо однорідне тіло має площину, вісь або центр симетрії, то його центр ваги знаходиться в площині, на осі або в центрі симетрії.

2) Метод розбивання і доповнення. Тіло розбивають на скінчену кількість частин простої форми, центри ваги яких відомі або легко знаходяться. Якщо тіло має вирізи, пустоти, то їх вважають заповненими матеріалом з від'ємною масою. Координати центра ваги всього тіла обчислюють, застосовуючи формули, де доданки для частин вирізів, пустот враховують з від'ємним значенням.

### 4. Розв'язування задачі

Визначити координати плоскої пластини, зображеної на рис. 2, яка має форму кутника вказаних розмірів, і в якій виконано квадратний виріз. Усі розміри вказані в сантиметрах.

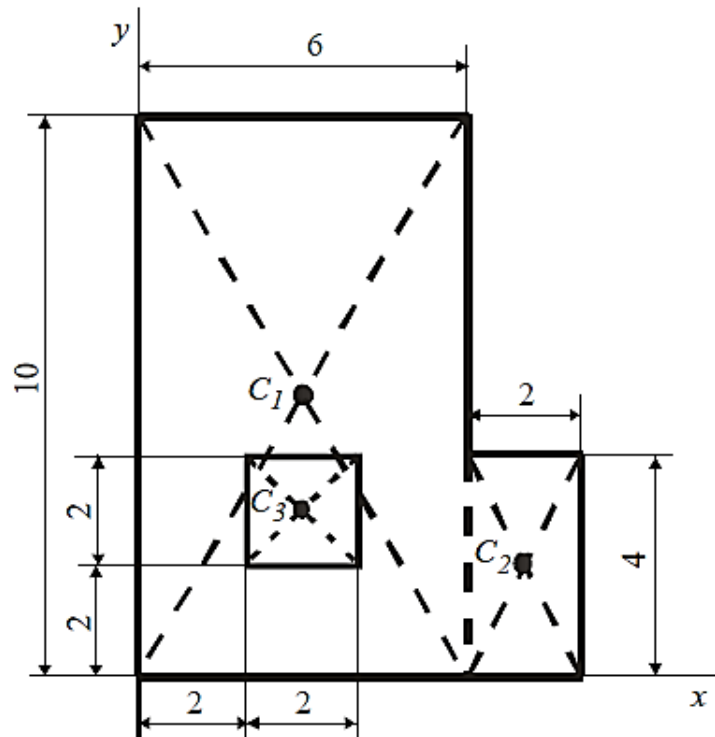


Рисунок 2 – Плоска пластина

## Розв'язання

Проведемо осі координат. Розіб'ємо пластину на два прямокутники та один квадратний виріз. Обчислимо площі і координати центрів ваги кожної з цих фігур.

Площа більшого прямокутника  $S_1 = 6 \cdot 10 = 60$  см<sup>2</sup>, а координати його центра ваги  $x_1 = 3$  см,  $y_1 = 5$  см.

Менший прямокутник має площу  $S_2 = 2 \cdot 4 = 8$  см<sup>2</sup>, координати центра ваги цього прямокутника  $x_2 = 7$  см,  $y_2 = 2$  см. Площа вирізаного квадрата  $S_3 = -2 \cdot 2 = -4$  см<sup>2</sup>, координати центра ваги  $x_3 = 3$  см,  $y_3 = 3$  см. Координати центра ваги всієї пластини знайдемо за формулами:

$$x_c = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2 + S_3 x_3}{S_1 + S_2 + S_3} = \frac{60 \cdot 3 + 8 \cdot 7 - 4 \cdot 3}{60 + 8 - 4} = \frac{224}{64} = 3,5 \text{ см,}$$

$$y_c = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + S_3 y_3}{S_1 + S_2 + S_3} = \frac{60 \cdot 5 + 8 \cdot 2 - 4 \cdot 3}{60 + 8 - 4} = \frac{304}{64} = 4,75 \text{ см.}$$

3) Метод інтегрування. Якщо тіло неможливо розбити на скінчену кількість частин, положення центрів ваги яких відомі, то його розбивають на будь-які малі об'єми  $D_{nk}$ , для яких формули набудуть вигляду:



$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^n x_k \Delta v_k}{V}, \quad y_c = \frac{\sum_{k=1}^n y_k \Delta v_k}{V}, \quad z_c = \frac{\sum_{k=1}^n z_k \Delta v_k}{V},$$

де  $x_k, y_k, z_k$  – координати точки, розміщеної всередині об'єму  $D_{vk}$ .

Переходячи у формулу до границі, при  $n \rightarrow$  нескінченності, коли  $\Delta V_k \rightarrow 0$ , отримуємо, що суми в чисельниках цих виразів перетворюються в інтеграли на весь об'єм тіла, тобто:

$$x_c = \frac{1}{V} \int_{(V)} x \, dv, \quad y_c = \frac{1}{V} \int_{(V)} y \, dv, \quad z_c = \frac{1}{V} \int_{(V)} z \, dv.$$

Аналогічно для координат центрів ваги площин і ліній одержимо із формул

$$x_c = \frac{1}{S} \int_{(S)} x \, ds, \quad y_c = \frac{1}{S} \int_{(S)} y \, ds, \quad z_c = \frac{1}{S} \int_{(S)} z \, ds.$$

$$x_c = \frac{1}{L} \int_{(L)} x \, dl, \quad y_c = \frac{1}{L} \int_{(L)} y \, dl, \quad z_c = \frac{1}{L} \int_{(L)} z \, dl.$$

Питання для самоперевірки:

1. Що називають центром ваги тіла?
2. Де знаходиться центр ваги фігур, які мають площину, вісь або центр симетрії?
3. Де знаходиться центр ваги прямокутника, паралелограма, трикутника, круга, об'єму кулі, конуса, піраміди?
4. Як визначається центр ваги твердого тіла?
5. Як визначається центр ваги об'єму, площі, лінії?
6. Перелічить методи знаходження центра ваги тіл

## Лекція № 5

### Кінематика. Основні поняття кінематики.

#### План

1. Вступ до кінематики. Основні поняття і визначення
2. Основні визначення кінематики
3. Способи задавання руху точки
4. Швидкість точки

1. Вступ до кінематики. Основні поняття і визначення

**Кінематика** – це розділ теоретичної механіки, який вивчає рух тіл без урахування причин, що викликали цей рух.

Основною задачею кінематики є встановлення завдання руху точок (тіл) і методів визначення кінематичних величин, які характеризують цей рух.

Рух тіл відбувається в просторі і часі. Простір у класичній механіці вважається евклідовим, тобто таким, що не залежить від часу і від характеристик руху тіл у цьому просторі.

Простір є тривимірним і однорідним. Одиниці виміру простору – метр (м) і похідні від нього (мм, см). Розмірність простору – [довжина].

Час вважається універсальним, тобто однаковим в усіх системах відліку і не залежить від руху. Одиниці виміру часу – секунда (с) і похідні від неї (хв., год.).

**Проміжок часу** – це перебіг часу між двома фізичними явищами.

**Момент часу** – це границя між двома суміжними проміжками часу.

**Початковий момент часу** – момент, з якого починається відлік.

В курсі теоретичної механіки кінематика ділиться на кінематику точки і кінематику твердого тіла.

Рух тіла може бути вимірний тільки відносно інших тіл. Тіло, відносно якого вимірюється рух і яке умовно вважається нерухомим, називається **тілом відліку**.

**Система відліку** – це система координат, що незмінно пов'язана з тілом відліку, і годинник.

Рух тіла вважається кінематично визначеним, якщо відоме положення тіла і його точок (координати) у будь-який момент часу.

Рух тіла визначається рівняннями, в яких координати точок є функціями часу. Ці рівняння називаються законами руху.

Сукупність (послідовність) положень точки в просторі – це **траєкторія руху**

Якщо траєкторія точки є прямою лінією, то рух називається прямолінійним, якщо траєкторія є кривою – то **криволінійним**. Основними кінематичними характеристиками руху точки є її *положення, швидкість і прискорення*.

## 2. Основні визначення кінематики

Щоб зрозуміти сенс визначень кінематики слід ознайомитися з поняттями і визначеннями іншого розділу технічної механіки - теорією механізмів і машин, яка займається додатком законів теоретичної механіки для практичних розрахунків деталей, механізмів і машин.

**Механізмом** називається сукупність пов'язаних між собою тіл, що мають певні рухи і службовців для передачі і перетворення руху.

**Машиною** називають механізм або поєднання механізмів, які служать для перетворення енергії (енергетичні машини), зміни форми, властивостей, стану і положення предмета праці (робочі машини), або для збору, переробки та використання інформації (інформаційні машини).

Таким чином, будь-яка машина складається з одного або декількох механізмів, але не всякий механізм є машиною, т. т. Машина - поняття більш широке.

Найпростішою частиною будь-якої машини є її **ланка** - одне тіло або незмінне під час роботи машини поєднання групи тіл.

Два ланки, з'єднані між собою і допускають відносний рух, називаються **кінематичної парою**.

Кінематичні пари бувають нижчі і вищі. Ланки нижчих пар стикаються з поверхонь (поступальні, обертальні і гвинтові пари), ланки вищих пар стикаються по лініях і точкам (зубчасті пари, підшипники кочення і т. п.).

Сукупність кінематичних пар називається **кінематичним ланцюгом**.

Кінематичні пари і ланцюги можуть бути плоскими і просторовими. Механізм - це кінематичний ланцюг, у якій одна з ланок позбавлене руху (закріплено). Таку ланка називають станиною або стійкою.

Ланка, що обертається навколо нерухомої осі, називають кривошипом, хитається навколо нерухомої осі - балансиrom або коромислом.

Ланка, яка вчиняє складний рух паралельно якійсь площині, називають шатуном. Ланка, яка вчиняє зворотно-поступальний рух по станини або стійці, називають повзуном.

Провідною ланкою механізму є те, яким ззовні повідомляється певний рух, передане у вигляді цієї ланки іншим ланкам, ланкою веденою.

Кінематика вивчає закономірності відносного руху і переміщення окремих ланок механізмів, без урахування сил, що викликають ці рухи і переміщення.

Основними фізичними величинами, якими оперує кінематика, є відстань (довжина) і час. Одиницею вимірювання довжини в системі СІ є метр (м), одиницею виміру часу - секунда (с).

## 2. Способи задавання руху точки

Знання законів руху тіла означає знання законів руху кожної його точки, тому вивчення кінематики ґрунтується на вивченні геометрії руху точки.

**Траєкторією точки** називається безліч (геометричне місце) положень рухається точки в даній системі відліку. Простіше кажучи, траєкторія руху - це лінія, яку описує рухома точка щодо обраної системи відліку. Залежно від форми траєкторії розрізняють прямолінійний і криволінійний рух.

Рух будь-якої точки тіла можна описати (задати) трьома способами - природним, векторних і координатним

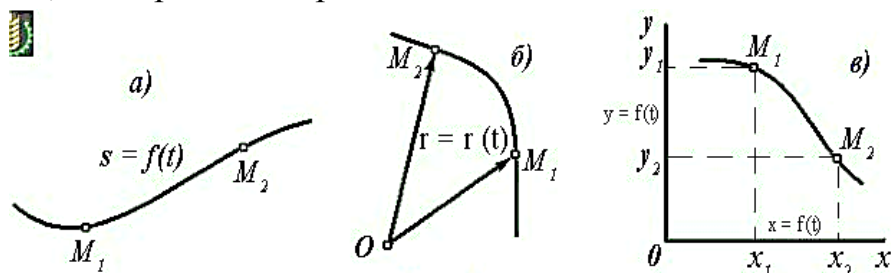


Рисунок 1 - Способи задавання руху точки

**Природний спосіб** (рис. 1а) полягає в тому, що рух точки задається її траєкторією, початком відліку і рівнянням руху по цій траєкторії (законом руху).

У загальному вигляді рівняння руху записується так:  $s = f(t)$ , де  $s$  - відстань від точки до початкового положення (початку відліку), що є функцією часу;  $t$  - час руху точки від початкового відліку.

Знаючи траєкторію і закономірність (рівняння) руху точки по цій траєкторії, можна в будь-який момент часу визначити, де вона знаходиться.

При своєму русі точка проходить певний шлях, який також є функцією часу. Слід зазначити, що шлях, пройдений точкою, збігається з відстанню від початку відліку лише в тому випадку, якщо траєкторія руху точки є прямою

лінію, і точка рухається по ній в одному напрямку, а початок руху точки збігається з початком відліку.

**Векторний спосіб** (рис. 1б) ґрунтується на тому, що положення точки в просторі однозначно визначається радіусом-вектором  $r$ , проведеним з деякого нерухомого центру до даного пункту. При цьому положення точки в даний момент часу визначається напрямом і модулем вектора. Математично функція зміни радіуса-вектора від часу записується так:

$$r = rf(t)$$

**Координатний спосіб** (рис. 1в) полягає в тому, що рух точки задається рухом її проєкцій уздовж осей координат. У загальному вигляді рівняння руху точки можна записати в такий спосіб:

$$x = f(t), y = f_1(t), z = f_2(t).$$

Знаючи рівняння руху точки в координатній формі, можна, підставивши в ці рівняння час, визначити положення проєкцій точки, а отже, і самої точки в будь-який момент часу.

Якщо точка рухається в площині, то для визначення її місця розташування в даний момент часу достатньо знати дві координати, якщо рух відбувається по прямій - досить однієї координати.

#### 4. Швидкість точки

**Швидкість** - це кінематична міра руху точки, що характеризує швидкість зміни її положення в просторі.

Швидкість є векторною величиною, тобто вона характеризується не тільки модулем (скалярної складової), а й напрямком в просторі.

Що таке швидкість і прискорення точки?

Як відомо з фізики, при рівномірному русі швидкість може бути визначена довжиною шляху, пройденого за одиницю часу:  $v = s / t = const$  (передбачається, що початок відліку шляху і часу збігаються).

При прямолінійному русі швидкість постійна і по модулю, і по напрямку, а її вектор збігається з траєкторією.

Одиниця швидкості в системі СІ визначається співвідношенням довжина / час, тобто  $m / s$ .

Очевидно, що при криволінійному русі швидкість точки буде змінюватися у напрямку.

Для того, щоб встановити напрям вектора швидкості в кожен момент часу при криволінійному русі, розіб'ємо траєкторію на нескінченно малі ділянки шляху, які можна вважати (внаслідок їх малості) прямолінійними. Тоді на кожній ділянці умовна швидкість  $v_n$  такого прямолінійного руху

буде направлена по хорді, а хорда, в свою чергу, при нескінченному зменшенні довжини дуги ( $\Delta s$  прагне до нуля), збігатиметься з дотичній до цієї дузі.

З цього випливає, що при криволінійному русі вектор швидкості в кожен момент часу збігається з дотичною до траєкторії (рис. 2а). Прямолінійний рух можна уявити, як окремий випадок криволінійного руху по дузі, радіус якої прагне до нескінченності (траєкторія збігається з дотичною).

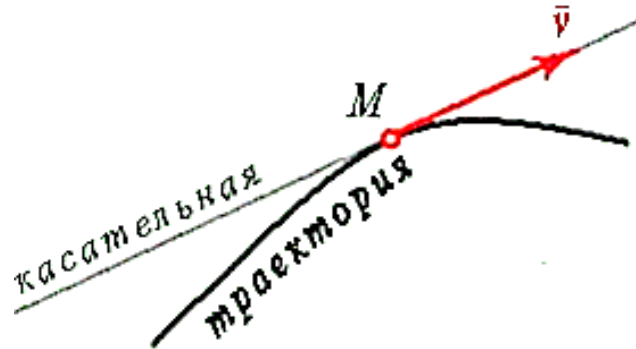


Рисунок 2 – Швидкість точки при криволінійному русі

При нерівномірному русі точки модуль її швидкості з плином часу змінюється.

Уявімо собі точку, рух якої задано природним способом рівнянням

$$s = f(t).$$

Якщо за невеликий проміжок часу  $\Delta t$  точка пройшла шлях  $\Delta s$ , то її середня швидкість дорівнює:  $v_{cp} = \Delta s / \Delta t$ .

Середня швидкість не дає уявлення про справжню швидкості в кожен даний момент часу (справжню швидкість інакше називають миттєвою). Очевидно, що чим менше проміжок часу, за який визначається середня швидкість, тим ближче її значення буде до миттєвої швидкості.

**Справжня (миттєва) швидкість** є межа, до якої прагне середня швидкість при  $\Delta t$ , яка прагне до нуля:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{cp} \text{ або } v = \lim (\Delta s / \Delta t) = ds / dt.$$

Таким чином, числове значення істинної швидкості одно  $v = ds / dt$ .

Справжня (миттєва) швидкість при будь-якому русі точки дорівнює першій похідній координати (тобто. відстані від початку відліку переміщення) за часом.

При  $\Delta t$  прагне до нуля,  $\Delta s$  теж прагне до нуля, і, як ми вже з'ясували, вектор швидкості буде направлений по дотичній (тобто збігається з вектором істинної швидкості  $v$ ). З цього випливає, що межа вектора умовної швидкості

$v_n$ , рівний межі відносини вектора переміщення точки до нескінченно малому проміжку часу, дорівнює вектору істинної швидкості точки.

Питання для самоперевірки:

1. Що вивчає розділ Кінематика?
2. Якими способами можна задати рух точки?
3. Що називається траєкторією точки?
4. Які форми траєкторії точки ви знаєте? Від чого її форма?
5. Назвіть окремі випадки руху точки.

## Лекція № 6

### Простий рух твердого тіла.

#### План

1. Поступальний рух
2. Обертання навколо нерухомої осі
3. Різні випадки обертального руху

Розрізняють два види найпростішого руху твердого тіла: **поступальний рух і обертання навколо нерухомої осі.**

Рух тіла, при якому будь-яка пряма, проведена в тілі, залишається паралельною свого початкового стану, називається **поступальним**.

Так, наприклад, поршень двигуна щодо інших деталей і вузлів (гільзи, блоку, головки циліндрів і т. п.) Робить поступальний рух.

Закономірності переміщення всіх точок тіла при поступальному русі можна описати рухом будь-якої з його точок. Цей висновок спирається на твердження теореми про поступальний рух твердого тіла.

**Теорема: при поступальному русі всі точки твердого тіла мають однакові траєкторії, швидкості і прискорення.**

Нехай за час  $\Delta t$  тіло, рухаючись поступально, перемістилося з положення  $AB$  в положення  $A_1B_1$ , причому довільна точка  $A$  пройшла шлях  $\Delta s_A$ , а інша довільна точка  $B$  пройшла шлях  $\Delta s_B$  за деякими траєкторіях (дуг)  $AA_1$  і  $BB_1$  (див. рис. 1).

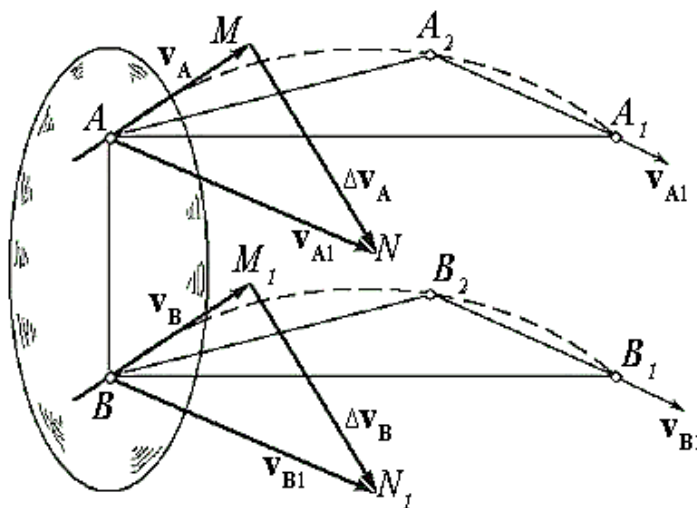


Рисунок 1

Потрібно довести, що траєкторії, швидкості і прискорення точок  $A$  і  $B$  при поступальному переміщенні були однакові.

З'єднаємо точки  $A$  і  $A_1$ ,  $B$  і  $B_1$  хордами. Так як  $AB = A_1B_1$  то фігура  $ABB_1A_1$  - паралелограм. Отже, хорда  $AA_1$  дорівнює і паралельна хорді  $BB_1$ .

Візьмемо проміжне положення прямої  $A_2B_2$  і з'єднаємо кінці цього відрізка з точками  $A$  і  $A_1$ ,  $B$  і  $B_1$ , як показано на малюнку.



Аналогічно до попереднього можна довести, що вписані ломані лінії  $AA_2A_1$  і  $BB_2B_1$  мають попарно рівні і паралельні сторони.

Якщо нескінченне число разів подвоювати число сторін цих ломаних ліній, то в межі вони дадуть дуги  $\Delta s_A$  і  $\Delta s_B$ . Але так як ці ломані лінії завжди однакові, то вони однакові і в межі, отже, траєкторії довільних точок А і В будуть однакові.

Оскільки точки А і В обрані довільно, то, отже, траєкторії всіх точок тіла будуть однакові.

Доведемо тепер, що швидкості і прискорення довільних точок А і В, а, отже, і всіх інших точок тіла в кожен даний момент часу будуть рівні.

Так як вектори переміщень точок А і В рівні між собою ( $AA_1 = BB_1$ ), то, розділивши обидві частини цього векторної рівності на  $\Delta t$  і перейшовши до межі при  $\Delta t$  прагне до нуля, отримаємо:

$$\lim AA_1/\Delta t = \lim BB_1/\Delta t \text{ при } \Delta t \rightarrow 0.$$

Оскільки ці межі є векторами швидкостей точок, отже  $V_A = V_B$ .

Перенесемо вектори швидкостей  $V_{A1}$  і  $V_{B1}$  в точки А і В і знайдемо вектори збільшення швидкостей  $\Delta V_A$  і  $\Delta V_B$ . Розглянемо трикутники  $AMN$  і  $BM_1N_1$ . Ці трикутники конгруентний (рівні), і їх рівні сторони попарно паралельні, отже,  $\Delta v_A = \Delta v_B$ .

Розділимо обидві частини цього векторної рівності на  $\Delta t$  і перейшовши до межі при  $\Delta t$  прагне до нуля, отримаємо:

$$\lim \Delta v_A / \Delta t = \lim \Delta v_B / \Delta t \text{ при } \Delta t \rightarrow 0 \text{ або } a_A = a_B.$$

Теорема доведена.

Таким чином, поступальний рух твердого тіла цілком визначається рухом однієї з його точок і, отже, всі формули кінематики точки застосовні для тіла, що рухається поступально.

## 2. Обертання навколо нерухомої осі

Рух, при якому принаймні дві точки твердого тіла або незмінної системи залишаються нерухомими, називається **обертальним**; пряма лінія, що з'єднає ці дві точки, називається **віссю обертання**.

У визначенні обертального руху говориться про незмінної системі, тому що вісь обертання може лежати і поза тілом.

Обертальний рух в техніці зустрічається дуже часто. У багатьох машинах є ланки, які вчиняють обертальний рух, наприклад, вали, шківни, зубчасті колеса, маточини і т. п.

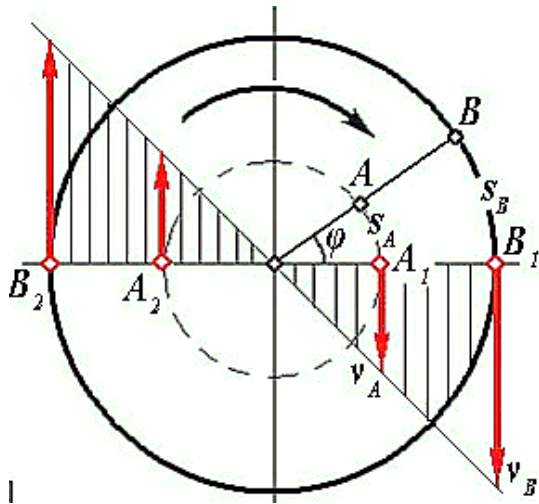


Рисунок 2.

Очевидно, що траєкторії точок обертового тіла є окружності різних радіусів, розташовані в площинах, перпендикулярних осі обертання, з центрами, що лежать на цій осі.

Нехай за час  $\Delta t$  диск повернувся на кут  $\varphi$ . При цьому точка А пройшла шлях  $S_A$ , а точка В - шлях  $S_B$ .

Так як точки, що знаходяться на різній відстані від осі обертання, за один і той же проміжок часу проходять різні шляхи, то, отже, вони мають різні швидкості і прискорення.

Звідси випливає, що лінійне переміщення (шлях), лінійні швидкість і прискорення точок не можуть характеризувати обертальний рух тіла в цілому.

Обертальний рух тіла можна характеризувати кутом  $\varphi$ , на який повернувся тіло за даний проміжок часу. Цей кут називається кутовим переміщенням тіла.

Кутове переміщення тіла виражається в радіанах (рад) або оборотах (про); в останньому випадку кутове переміщення позначають  $N$ . Для встановлення залежності між цими величинами складемо пропорцію:

$$1 \text{ об} = 2\pi \text{ рад}, N \text{ об} = \varphi \text{ рад}, \text{ звідки } \varphi = 2\pi N \text{ рад},$$

де  $N$  - число обертів тіла.

Кутове переміщення є функція часу, отже, закон обертального руху в загальному вигляді можна записати так:  $\varphi = f(t)$ .

З рис. 2 видно, що шлях будь-якої точки тіла, що обертається може бути визначений з рівняння:

$$s = r\varphi, \text{ де } r - \text{відстань від точки до осі обертання.}$$

Швидкість будь-якої точки тіла визначається так:

$$v = ds / dt = d(r\varphi) / dt = r (d\varphi / dt)$$

Слід зазначити, що поняття обертального руху може ставитися лише до тіла, але не до окремої точки, і, наприклад, рух точки по колу є не обертальним, а криволінійним рухом.

Розглянемо диск, що обертається навколо осі, перпендикулярної площині креслення (див. рис. 2). Точка О - слід цієї осі.

( $R$  винесли за знак похідної, так як для даної точки твердого тіла ця величина постійна).

Вираз  $d\varphi / dt$  називається кутовою швидкістю і позначається  $\omega$ .

Кутова швидкість є кінематична міра руху тіла, що обертається, що характеризує швидкість його кутового переміщення:  $\omega = d\varphi / dt$ .

Кутова швидкість дорівнює першій похідній кутового переміщення за часом. Одиниця кутової швидкості - радіан в секунду (рад / с).

Формула для визначення швидкості будь-якої точки тіла, що обертається має наступний вигляд:

$$v = \omega r.$$

Швидкість точки в кожен момент часу прямо пропорційна її відстані від осі обертання, отже, графік швидкостей точок, наприклад, діаметра  $B_1B_2$ , буде являти собою два трикутника. Очевидно, що вектор швидкості точки обертового тіла спрямований перпендикулярно радіусу, що з'єднує цю точку з віссю обертання.

Якщо точка лежить на поверхні тіла, що обертається, то її швидкість називають **окружний**.

У техніці часто швидкість обертання висловлюють в оборотах на хвилину, позначають буквою  $n$  і називають частотою обертання. Залежність між кутовою швидкістю і частотою обертання виглядає так:

$$\omega = \pi n / 30 \text{ рад / с, де } n = \text{частота обертання тіла (об / хв)}.$$

### 3. Різні випадки обертального руху

#### Рівномірний обертальний рух

Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі з постійною кутовою швидкістю, то рух називається **рівномірним**.

При цьому:

$$\omega = \text{const}; \varphi = \omega t.$$

Дотичне, нормальне і повне прискорення будь-якої точки рівномірно обертового тіла визначають так:

$$a_\tau = 0; a_n = \omega^2 r; a = a_n = \omega^2 r.$$

#### Нерівномірний обертальний рух

Якщо кутова швидкість тіла, що обертається з плином часу змінюється, то рух називається **нерівномірним**.

У найзагальнішому вигляді формули нерівномірного обертального руху виглядають так:

$$\varphi = f(t); \omega = \Delta\varphi / \Delta t.$$

Дотичне рух будь-якої точки нерівномірно тіла, що обертається визначають наступним чином:

$$a_{\tau} = dv / dt = d(\omega r) / dt = r (d\omega / dt).$$

Вираз  $d\omega / dt$  позначають  $\alpha$  (альфа) і називають **кутовим прискоренням**.

Кутове прискорення є кінематична міра зміни кутової швидкості тіла, що обертається:

$$\alpha = d\omega / t = d^2\varphi / dt^2.$$

Кутове прискорення дорівнює першій похідній кутової швидкості або другій похідній кутового переміщення за часом. Одиниця кутового прискорення - радіан на секунду в квадраті (рад / с<sup>2</sup>).

Формулу для визначення дотичного прискорення будь-якої точки нерівномірно тіла, що обертається можна записати в такому вигляді:  $a_{\tau} = \alpha r$ .

Нормальне прискорення визначається за такою самою формулою, як і в разі рівномірного обертання:

$$a_n = \omega^2 r.$$

Повне прискорення:

$$a = \sqrt{[(a_{\tau})^2 + (a_n)^2]} = \sqrt{[(\alpha r)^2 + (\omega^2 r)^2]}, \text{ звідки } a = r \sqrt{(\alpha^2 + \omega^4)}.$$

Направляючий тангенс повного прискорення можна визначити так:

$$\text{tg}(a, a_n) = a_{\tau} / a_n = \alpha r / (\omega^2 r), \text{ звідки } \text{tg}(a, a_n) = \alpha / \omega^2.$$

Якщо напрямок кутового прискорення збігається з напрямком обертання, то обертальний рух є прискореним, і навпаки.

Питання для самоперевірки:

1. Назвіть два види найпростішого руху твердого тіла.
2. Який рух називають поступальним?
3. Який рух називають обертальним?
4. У чому виражається кутове переміщення?
5. Залежність між кутовою швидкістю і частотою обертання
6. Який рух називають рівномірним і нерівномірним?

## Лекція № 7

### Динаміка. Основні поняття і аксіоми динаміки.

#### План

1. Предмет динаміки.
2. Основні поняття і визначення
3. Основне рівняння динаміки та аксіоми

1. Предмет динаміки.

**Динаміка** — це розділ механіки, який вивчає причини зміни швидкості руху тіл під впливом інших тіл.



2. Основні поняття і визначення

Вивчення динаміки починається з вивчення руху найпростішого об'єкта – матеріальної точки.

**Матеріальною точкою**, як нам відомо, називається таке матеріальне тіло, розмірами якого можна знехтувати в умовах даної задачі. Нагадаємо, що за матеріальну точку ми можемо прийняти не тільки тіло зникаюче малих розмірів, але іноді і тіло скінчених розмірів (і, може бути, значних і дуже великих розмірів), якщо тільки в умовах даних досліджень ці розміри не мають значення.

Абсолютно тверде тіло можна також розглядати як систему матеріальних точок, відстані між якими не змінюються ні при яких обставинах, тобто як незмінну систему.

Розділи динаміки

### 1. Динаміка матеріальної точки

Матеріальна точка – тіло, яке має масу, але розмірами якого можна знехтувати.

### 2. Динаміка механічної системи

Механічна система – сукупність матеріальних точок, рух і положення яких взаємопов'язані.

### 3. Динаміка твердого тіла

Абсолютно тверде тіло – система матеріальних точок, відстань між якими є незмінною, і які безперервно заповнюють деяку частину простору.

Встановлення основних законів динаміки було започатковано італійським вченим Галілеєм (1564-1642) і продовжено Ньютоном. Динаміка спирається на ряд положень, які являються аксіомами і називаються законами динаміки. Перш ніж перейти до розгляду цих законів, уведемо нове для нас поняття ізольованої матеріальної точки, на яку не діють другі матеріальні точки. В дійсності ізольовані тіла в природі не існують і поняття ізольованої матеріальної точки є умовним.

#### **Перший закон Ньютона (перший закон динаміки)**

Перший закон динаміки, званий аксіомою інерції, формулюється в застосуванні до матеріальної точки так: ізольована матеріальна точка або знаходиться в спокої, або рухається прямолінійно і рівномірно.

У кінематиці було встановлено, що прямолінійний рівномірний рух є єдиним видом руху, при якому прискорення дорівнює нулю, тому аксіому інерції можна сформулювати наступним чином: прискорення ізольованою матеріальної точки дорівнює нулю.

Отже, ізольована від впливу навколишніх тіл матеріальна точка не може сама собі повідомити прискорення. Це властивість тіл називають інерцією або інертністю, тобто **інертність (інерція)** - властивість тіл зберігати швидкість по модулю і напрямку (в т. Ч. І спокій - стан, при якому швидкість дорівнює нулю). Змінити швидкість, тобто повідомити матеріальної точки прискорення здатна тільки прикладена до неї сила.

#### **Другий закон Ньютона (другий закон динаміки)**

Залежність між силою і повідомляються нею прискоренням встановлює другий закон Ньютона, який говорить, що прискорення, що повідомляється матеріальної точки силою, має напрямок сили і пропорційно її модулю.

Якщо сила  $F_1$  повідомляє матеріальної точки прискорення  $a_1$ , а сила  $F_2$  повідомляє цій же точці прискорення  $a_2$ , то на підставі другого закону Ньютона можна записати:

$$F_1 / F_2 = a_1 / a_2 \text{ або } F_1 / a_1 = F_2 / a_2.$$

Отже, для даної матеріальної точки відношення будь-якої сили до викликається нею прискоренню є величина постійна. Цю величину (відношення сили до прискорення) називають **масою матеріальної точки**, і позначають її  $m$ :

$$F / a = m = const.$$

На підставі цієї рівності можна зробити висновки:

- дві матеріальні точки, що мають однакові маси, отримають від однієї і тієї ж сили однакові прискорення;
- чим більше маса точки, тим більшу силу необхідно прикласти, щоб надати цій точці необхідну прискорення.

Що таке маса тіла?

**Маса** - одна з основних характеристик будь-якого матеріального об'єкта, що визначає його інертні і гравітаційні властивості. Ньютон називав масою кількість матерії, яка є в тілі, вважаючи масу кожного тіла величиною постійною.

Сучасне уявлення про світ, після відкриттів, зроблених А. Ейнштейном, спростовує цей висновок І. Ньютона - маса не є постійною величиною для тіла, вона залежить від швидкості, з якою це тіло рухається. Так, наприклад, спостереження за рухом заряджених частинок в прискорювачах показали, що інертність частки (тобто здатність зберігати свою швидкість) зростає зі збільшенням її швидкості.

Теорія відносності встановлює наступну залежність між масою тіла, що знаходиться в спокої, і масою тіла, що рухається:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2},$$

де  $m$  - маса тіла, що рухається,  $m_0$  - маса покоїться тіла (маса спокою),  $v$  - швидкість руху тіла,  $c$  - швидкість світла.

З цієї формули видно, що чим більше швидкість руху тіла, тим більше його маса і, отже, тим важче повідомити йому подальше прискорення. При швидкостях близьких до швидкості світла маса тіла прагне до нескінченності, і для подальшого прискорення такого тіла потрібна сила нескінченної величини.

Очевидно, що матеріальне тіло не може рухатися зі швидкістю світла, оскільки не існує реальна сила, здатна прискорити його до такого стану.

На підставі теорії відносності сучасна наука дає масі таке визначення: маса є міра інертності тіла.

Однак помітна зміна маси (інертності) тіла спостерігається лише при дуже великих швидкостях, близьких до швидкості світла, тому в класичній фізиці масу приймають величиною постійною, при цьому похибки, що виникають під час розрахунків, є мізерно малими.

Другий закон Ньютона виражається рівністю:  $F = ma$ , яке називається основним рівнянням динаміки і читається так: сила є вектор, що дорівнює добутку маси точки на її прискорення.

Основне рівняння динаміки є рівнянням руху матеріальної точки у векторній формі.

Прискорення вільного падіння

Дослідним шляхом встановлено, що під дією тяжіння Землі в вакуумі тіла падають з однаковим прискоренням, яке називається прискоренням вільного падіння.

Слід зазначити, що це явище буде вірним для конкретного географічного місця на поверхні планети або над її поверхнею - прискорення вільного падіння не є постійною величиною і залежить, зокрема, від відстані між центром ваги тіла і центром тяжіння нашої планети, а також від існування відцентрової сили інерції, що викликається обертанням Землі.

Так, на полюсах прискорення вільного падіння  $g \approx 9,83 \text{ м / с}^2$ , а на екваторі  $g \approx 9,78 \text{ м / с}^2$ . Але в наближених розрахунках приймають середнє значення, рівне приблизно  $g \approx 9,81 \text{ м / с}^2$ , при цьому похибки результатів незначні.

Отже, сила тяжіння тіла дорівнює його масі, помноженої на прискорення вільного падіння. Якщо сила тяжіння одного тіла  $G_1 = m_1 / g$ , а другого тіла -  $G_2 = m_2 / g$ , то

$$G_1 / G_2 = (m_1 g) / (m_2 g) = m_1 / m_2,$$

тобто. сили тяжіння тіл пропорційні їх масам, що дозволяє порівнювати маси різних тіл шляхом зважування (порівнювання їх сил тяжіння за допомогою ваг).

Рух під дією постійної сили може бути і прямолінійним і криволінійним (в останньому випадку матеріальна точка має початкову швидкість, вектор якої не збігається з вектором сили). Приклад руху під дією постійної сили - вільне падіння тіл.

### **Третій закон Ньютона**

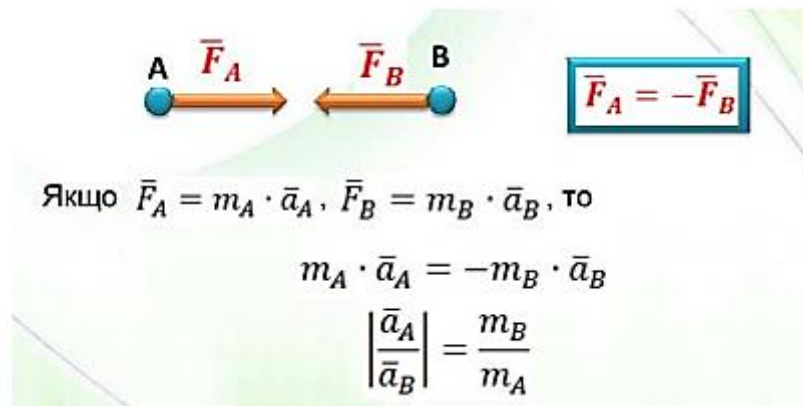
До основних законів динаміки відноситься і розглянута в статичці аксіома взаємодії, або третій закон Ньютона.

Стосовно до матеріальної точки закон формулюється так: сили взаємодії двох матеріальних точок по модулю рівні між собою і спрямовані в протилежні сторони (дія дорівнює протидії).

На підставі цього закону можна зробити висновок, що сила, як міра взаємодії між тілами, не може проявлятися без пари, тобто якщо виникає



якесь силове вплив, то існує і "двійник" цього силового впливу, рівний по модулю і протилежний по вектору.



Питання для самоперевірки:

1. Що вивчає розділ динаміки?
2. Дайте визначення поняттю інерціальні системи координат?
3. Сформулюйте другий і третій закон Ньютона.
4. Яке є основне рівняння вільної матеріальної точки?
5. Що називається інертністю тіла?

## Лекція № 8

### Загальні теореми динаміки матеріальної точки

#### План

1. Основні теореми динаміки як методи дослідження механічного руху
2. Кількість руху і імпульс сили
3. Механічна енергія та її види
4. Розв'язування задач

1. Основні теореми динаміки як методи дослідження механічного руху  
 Існує багато задач динаміки, розв'язання яких не потребує повної інформації про всі властивості досліджуваного руху системи, які містяться у диференціальних рівняннях. Це задачі, які пов'язані з визначенням зовнішніх сил, що діють на матеріальні точки системи або з визначенням руху центра мас і мір механічного руху системи: головного вектора кількості руху, головного моменту кількості руху, кінетичної енергії. До ефективних методів розв'язування цих задач належать загальні теореми динаміки, що встановлюють співвідношення між мірами механічного руху і мірами дії сил: імпульс сили, робота. Загальні теореми динаміки характеризують окремі властивості механічного руху і надають часткову інформацію про цей рух.

Для розв'язання задач динаміки матеріальної точки та динаміки матеріальної системи широко застосовуються загальні теореми динаміки, до яких належать: теорема про зміну кількості руху, теорема про зміну моменту кількості руху і теорема про зміну кінетичної енергії, які впливають з основного закону динаміки матеріальної точки.

Загальні теореми динаміки дозволяють уникнути складних операцій інтегрування диференціальних рівнянь руху матеріальної точки і матеріальної системи, що значно спрощує розв'язання ряду задач динаміки.

До основних мір руху належать кількість руху і кінетична енергія. До мір дії сил належать імпульс сили і робота сили. Із диференціальних рівнянь руху впливають співвідношення між зміною протягом часу сумарних мір руху системи і мір дії сил – загальні теореми динаміки, які називають загальними інтегралами диференціальних рівнянь руху. Міри руху є основою для встановлення загальних теорем динаміки.

Цікава дискусія точилася в XVII-XVIII століттях між прихильниками Р.Декарта і Г.Лейбніца про те, яка з мір механічного руху – кількість руху або кінетична енергія – визначає динамічні властивості тіл. Вона закінчилась безрезультатно. Тільки в XIX ст. вчені прийшли до висновку, що обидві міри

руху мають право на існування одночасно в кожному тілі. Перша характеризує здатність механічного руху тіла переходити до другого тіла в формі самого механічного руху. Друга міра, кінетична енергія, характеризує здатність механічного руху тіла перетворюватись в еквівалентну кількість потенціальної, теплової і інших видів енергії. Тільки релятивістська механіка (XX ст.) об'єднала ці дві міри руху в одну – тензор енергії (імпульс).

## 2. Кількість руху і імпульс сили

Загальні теореми динаміки матеріальної точки встановлюють залежність між змінами динамічних заходів руху матеріальної точки і заходами дії сил, прикладених до цієї точки.

**Кількістю руху  $mv$  матеріальної точки** називають вектор, що дорівнює добутку маси точки на її швидкість і має напрямок швидкості.

Кількість руху є динамічною мірою руху матеріальної точки.

Одиницею вимірювання кількості руху, в відповідно до наведеного визначення, є  $(\text{кг} \times \text{м}) / \text{с}$ .

**Імпульсом  $Ft$  постійної сили  $F$**  називається вектор, що дорівнює добутку сили на час її дії.

Імпульс сили є мірою її дії за часом.

Одиниця імпульсу сили, згідно з наведеним вище визначенням, є  $\text{Н} \times \text{с}$ .

Якщо силу замінити твором маси на прискорення (другий закон Ньютона), то отримаємо:

$$[Ft] = [F] [t] = [a] [m] [t] = (\text{кг} \times \text{м} / \text{с}^2) \times \text{с} = (\text{кг} \times \text{м}) / \text{с}.$$

Очевидно, що кількість руху і імпульс сили виражаються в однакових одиницях, тому між цими динамічними заходами існує залежність, що встановлюється теоремою про зміну кількості руху.

Рух під дією постійної сили може бути і прямолінійним і криволінійним (в останньому випадку матеріальна точка має початкову швидкість, вектор якої не збігається з вектором сили). Приклад руху під дією постійної сили - вільне падіння тіл.

## Теорема про зміну кількості руху

**Теорема:** зміна кількості руху матеріальної точки за деякий проміжок часу дорівнює імпульсу прикладеної до неї сили за той же проміжок часу.

Доведемо цю теорему для випадку прямолінійного руху матеріальної точки під дією постійної сили  $F$ , в цьому випадку рух буде рівнопеременне, і швидкість в кожен момент часу може бути визначена за формулою:

$$v = v_0 + at.$$

Перетворимо цей вираз: перенесемо  $v_0$  в ліву частину і помножимо кожне з доданків рівняння на масу  $m$  матеріальної точки:

$$mv - mv_0 = mat.$$

Але добуток маси точки на її прискорення є сила, під дією якої точка рухається, отже, рівняння буде справедливо у вигляді:

$$mv - mv_0 = Ft.$$

У лівій частині отриманого рівності маємо зміна кількості руху за час  $t$ , а в правій - імпульс сили за цей же час, що й треба було довести.

Якщо рух уповільнений ( $v < v_0$ ), то вектор сили направлений в сторону, протилежну вектору швидкості, і, отже, в подальші формулу силу слід підставляти з негативним знаком.

У разі криволінійного руху матеріальної точки під дією змінної по модулю і напрямку сили весь проміжок часу  $t$  можна розбити на нескінченно малі проміжки, в межах яких вектор сили можна вважати постійним, а шлях - прямолінійним, тоді імпульс сили за кінцевий проміжок часу  $t$  буде дорівнює сумі елементарних імпульсів.

В цьому випадку математичне вираз теореми про зміну кількості руху набуває такого вигляду:

$$mv - mv_0 = \int F dt.$$

Якщо до матеріальної точці докладено кілька постійних сил, то зміна кількості руху дорівнюватиме сумі (алгебраїчної, якщо сили діють по одній прямій, і векторної, якщо сили діють під кутом один до одного) імпульсів даних сил:

$$mv - mv_0 = \Sigma (Fit).$$

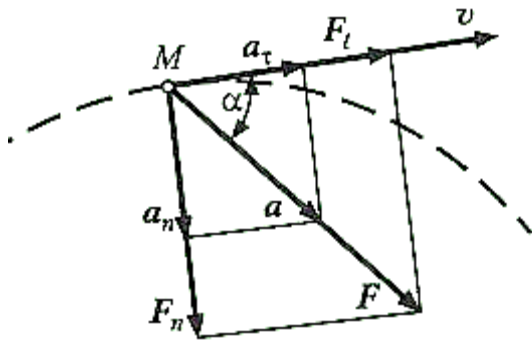
### 3. Механічна енергія та її види

Слово "енергія" в перекладі з грецького означає "дія". У попередній статті було дано визначення енергії, як здатності матерії здійснювати роботу при переході з одного стану в інший.

**Механічною енергією** називають енергію переміщення і взаємодії тіл, при цьому розрізняють два види механічної енергії: кінетичну і потенційну.

**Потенційною енергією** називають енергію взаємодії між матеріальними тілами (точками) будь-якої системи. Потенційна енергія, як частина загальної механічної енергії системи матеріальних тіл, залежить від взаємного розташування тіл (частин) цієї системи, і від їх положень в зовнішньому силовому полі (наприклад, гравітаційному).

Так, потенційну енергію сили тяжіння (енергією положення) мають тіла, що знаходяться над поверхнею землі, а стиснута пружина або ресора - потенційною енергією сили пружності.



Мірою потенційної енергії є робота, яку зробить матеріальне тіло (точка) при звільненні від зв'язків, які дозволяють виплеснути цю енергію.

**Кінетична енергія** - це енергія руху, тобто їй володіє будь-яка рухається матеріальна точка. Кінетична енергія є динамічною мірою руху матеріальної точки; це скалярна і завжди позитивна величина.

Оскільки кінетична енергія є енергією руху, очевидно, що її величина залежить від швидкості, з якою рухається матеріальна точка (тіло). Величина кінетичної енергії, яку має ця матеріальна точка, може бути визначена за формулою:

$$K = mv^2 / 2.$$

Неважко помітити, що кінетична і потенційна енергія матеріальної точки є величинами відносними, оскільки вони мають сенс лише в межах певної системи матеріальних точок - або відносним розташуванням, або відносною швидкістю по відношенню до інших матеріальних точок цієї системи.

Одиниця виміру кінетичної енергії - *Джоуль (Дж)*:

$$1 \text{ Дж} = \text{кг} \times (\text{м} / \text{с})^2 = (\text{кг} \times \text{м} / \text{с}^2) \text{ м} = \text{Н} \times \text{м}.$$

З наведених співвідношень видно, що кінетична енергія має розмірність роботи; зв'язок між цими фізичними величинами встановлює теорема про зміну кінетичної енергії.

#### Теорема про зміну кінетичної енергії

**Теорема:** зміна кінетичної енергії матеріальної точки на деякому шляху дорівнює роботі сили, прикладеного до точки на тому ж шляху.

Доведемо цю теорему для самого загального випадку руху матеріальної точки, тобто для випадку криволінійного руху під дією змінної сили (рис. 1).

Запишемо для цієї точки основне рівняння динаміки (другий закон Ньютона):

$$F = ma,$$

$m$  - маса точки;  $a$  - повне прискорення точки;  $F$  - сила, що діє на точку.

Спроекуємо векторне рівність на напрямок швидкості  $v$  точки:

$$ma \cos \alpha = F_\tau = F \cos \alpha.$$

Як відомо з кінематики,  $a \cos \alpha = a_\tau = dv / dt$ , отже,

$$m dv / dt = F \cos \alpha.$$

Помноживши обидві частини рівності на нескінченно мале переміщення  $ds$ , отримаємо:

$$m dv ds / dt = F ds \cos \alpha.$$

Вираз, що стоїть в лівій частині перетворимо наступним чином:

$$m dv ds / dt = m dv (ds / dt) = mv dv, \text{ отже } mv dv = F ds \cos \alpha.$$

Інтегруючи обидві частини цієї рівності в межах для швидкості від  $v_0$  до  $v$  і для шляху від  $0$  до  $s$ , отримаємо:

$$m \int v dv = \int F \cos \alpha ds \text{ або } mv^2 / 2 - mv_0^2 / 2 = W,$$

де  $W$  - робота сили  $F$  на шляху  $s$ .

Теорема доведена.

При уповільненому русі ( $v < v_0$ ) складова  $F\tau$ , що викликає дотичне прискорення  $a_\tau$ , буде направлена в сторону, протилежну напрямку вектора швидкості  $v$ , і робота сили  $F$  буде негативною.

Складова  $F_n$ , що викликає нормальне (доцентрове) прискорення  $a_n$ , роботи не робить, оскільки ця складова в кожен даний момент часу перпендикулярна елементарного переміщення точки прикладання сили  $F$ .

Якщо до матеріальної точці докладено кілька сил, то зміна кінетичної енергії дорівнює алгебраїчній сумі робіт цих сил:

$$mv^2 / 2 - mv_0^2 / 2 = \Sigma W_i.$$

Закон збереження механічної енергії

Закон збереження механічної енергії матеріальної точки можна сформулювати так: сума потенційної і кінетичної енергії матеріальної точки є величина постійна, при цьому один вид енергії може переходити в інший при зміні механічного стану точки.

Цей закон наочно проявляється при розгляді механічної енергії тіл, піднятих над поверхнею Землі і зміні їх механічного стану при вільному падінні.

Так, потенційна енергія положення тіла, обумовлена силою тяжіння, може бути визначена, як твір сили тяжіння тіла  $G$  на висоту його підйому  $h$  над поверхнею Землі:

$$П = Gh.$$

Нехай матеріальна точка масою  $m$ , падаючи під дією однієї лише сили тяжіння  $G$  в положенні  $M_1$  перебувала на висоті  $h_1$ , мала початкову швидкість  $v_1$  і володіла потенційною енергією  $\Pi_1$  (рис. 2).

У положенні  $M_2$  точка виявилася на висоті  $h_2$ , її швидкість стала  $v_2$ , а потенційна енергія  $\Pi_2$ .

При падінні точки під дією однієї лише сили тяжіння відбувається робота

$$W = G(h_1 - h_2) = Gh_1 - Gh_2 = \Pi_1 - \Pi_2.$$

Згідно з теоремою, доведеною вище, ця робота дорівнює зміні кінетичної енергії:

$$W = mv_2^2 / 2 - mv_1^2 / 2 = K_2 - K_1,$$

або

$$\Pi_1 - \Pi_2 = K_2 - K_1, \text{ або } \Pi_1 + K_1 = \Pi_2 + K_2 \text{ отже, } \Pi + K = \text{const.}$$

Це рівність і є математичним виразом закону збереження механічної енергії, сформульованого вище.

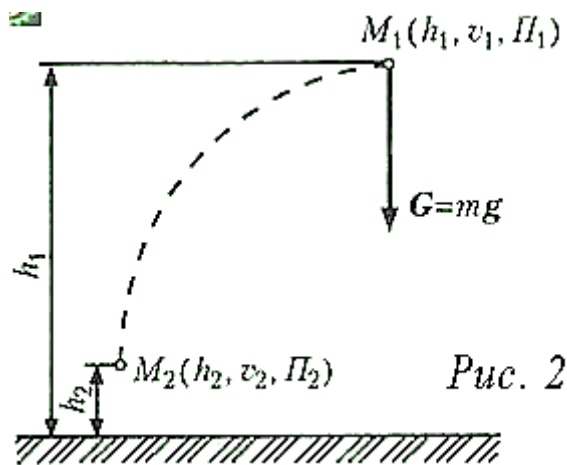


Рис. 2

На підставі закону збереження механічної енергії неважко довести, що якщо тіло кинути з поверхні Землі вертикально вгору, то його кінетична енергія в нижньому положенні буде дорівнює потенційної енергії в верхньому положенні.

Закон збереження механічної енергії справедливий при русі під дією будь-якої потенційної сили; при русі під дією чи потенційних сил (наприклад, сили тертя), механічна енергія переходить в інші види енергії.

На закінчення слід зазначити, що закон збереження механічної енергії є окремим випадком загального закону збереження матерії і енергії, сформульованого М. В. Ломоносовим (1711-1765). Встановлення цього закону є одним з найбільших відкриттів свого часу.

У минулому столітті ще один найбільший фізик - А. Ейнштейн створив теорію відносності, одним з висновків якої є закон пропорційності маси і енергії, математична суть якого виражається формулою:  $E = mc^2$ , де  $E$  - повна енергія (що включає всі види енергії - механічну, теплову, хімічну, ядерну,

електромагнітну і т. п.), якою володіє будь-яка матеріальна точка;  $m$  - маса матеріальної точки,  $z$  - швидкість світла.

На підставі формули, запропонованої Ейнштейном, можна підрахувати, що 1 грам матерії має повну енергією, еквівалентної 25 млн кВтг електроенергії - величина колосальна, над безпечним і дешевим вивільненням якої для потреб людства працюють кращі наукові уми.

4.Задача: матеріальна точка кинута з Землі вертикально вгору з початковою швидкістю  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ .

Нехтуючи опором повітря, визначити максимальну висоту підйому  $h$ , на яку підніметься точка.

Рішення.

Для вирішення завдання запишемо вираз для кінетичної і потенційної точки енергії в момент початку руху:

$$K_1 = mv^2 / 2; P_1 = 0$$

і в момент максимального підйому:

$$K_2 = 0; P_2 = mgh, \text{ де } m - \text{ маса матеріальної точки.}$$

Відповідно до закону збереження механічної енергії можна записати:

$$K_1 + P_1 = K_2 + P_2 \text{ або } mv^2 / 2 = mgh.$$

Скоротивши обидві частини рівності на  $m$ , визначимо висоту  $h$  максимального підйому матеріальної точки:

$$h = v_0^2 / 2g = 20^2 / (2 \times 9,81) \approx 20,4 \text{ м.}$$

Завдання вирішена.

Питання для самоперевірки:

1. Що таке кількість руху матеріальної точки і системи, яка її розмірність?
2. Які міри руху існують в тілі, що рухається?
3. Як визначити імпульс змінної і сталої сили?
4. Сформулюйте теорему про зміну кількості руху матеріальної точки і системи.
5. Напишіть теорему про зміну кількості руху точки в диференціальній формі.



## Розділ 2. Опір матеріалів.

### Лекція № 9

#### Основні положення опору матеріалів

##### План

1. Завдання і методи опору матеріалів
2. Основні поняття опору матеріалів
3. Класифікація тіл, що приймається в опорі матеріалів
4. Поняття про деформації та сили
5. Розтягування і стиснення

1. Завдання і методи опору матеріалів

**Опір матеріалів** – це наука про інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкцій, деталей машин і приладів.

Що ж таке міцність, жорсткість та стійкість? Чому саме інженерні методи розрахунку? Що слід розуміти під терміном конструкція?

**Міцність** – це здатність тіл протидіяти зовнішнім силам, не руйнуючись.

**Жорсткість** – це здатність тіл протидіяти зовнішнім силам, якомога менше деформуючись.

**Стійкість** – це здатність тіл протидіяти зовнішнім силам, зберігаючи первісну форму пружної рівноваги.

Як бачимо, опір матеріалів вивчає поведінку тіл у полі зовнішніх сил. Але ж цим займається і теоретична механіка. Чим тоді відрізняються курси опору матеріалів і теоретичної механіки? Якщо в теоретичній механіці всі тіла вважають абсолютно твердими і розглядають закономірності руху цих тіл, то в задачах опору матеріалів усі тіла вважають твердими, але здатними до деформацій, і розглядають процеси, пов'язані з цими деформаціями, а рух цих тіл цікавить тільки з точки зору утворення додаткових сил (наприклад, сил інерції).

**Під терміном «конструкція»** будемо розуміти сукупність елементів (тіл), які функціонально пов'язані між собою та виконують певне технічне завдання. Тіло, в свою чергу, теж може виступати в ролі конструкції, якщо, наприклад, у постановці задачі потрібно враховувати неоднорідну побудову (композитні матеріали).

Опір матеріалів є наукою інженерних методів розрахунку саме тому, що постановка задач передбачає рівень абстрагування та спрощення таким, щоб інженер-практик міг розв'язати ці задачі, використовуючи доступний для нього математичний апарат.

Таким чином, **опір матеріалів** – це загальна наука про міцність і надійність конструкцій та їх елементів. Ці ж питання вивчають й інші суміжні дисципліни: будівельна механіка стержневих систем, яка в більшості розглядає закономірності, пов'язані зі створенням цілих систем стержнів, функціонально пов'язаних між собою: математична теорія пружності, теорія пластичності, теорія повзучості, реологія та ін.

Але ці науки використовують більш розвинений апарат математики.

При вирішенні основної задачі опору матеріалів – вибору матеріалу й поперечних розмірів для елементів споруд і машин, крім уміння обчислювати напруження, необхідне знання механічних властивостей реальних матеріалів. Це зумовлює необхідність лабораторних експериментальних досліджень. Глибокі знання про міцність матеріалів, що використовуються, і не менш глибоке і чітке уявлення про розподіл напружень в елементах конструкцій – ось що повинен дати курс опору матеріалів інженеру, аби достатньо озброїти його для вирішення практичних задач.

### Задачі опору матеріалів

При проектуванні конструкцій і машин інженеру доводиться вибирати матеріал і поперечні розміри для кожного елемента конструкції так, щоб він надійно, без ризику руйнуватися або спотворити свою форму, чинив опір дії зовнішніх сил, які передаються на нього від сусідніх частин конструкції, тобто, щоб була забезпечена нормальна робота цього елемента. Підстави для правильного вирішення цієї задачі дає інженеру наука про опір матеріалів.

Опір матеріалів, вивчаючи поведінку різних матеріалів під впливом сил, вказує, як підібрати для кожного елемента конструкції необхідний матеріал і поперечні розміри за умови повної надійності роботи і найбільшого здешевлення конструкції.

Іноді в опорі матеріалів доводиться вирішувати видозмінену задачу — перевіряти достатність розмірів уже запроектованої або існуючої конструкції.

Вимоги надійності та найбільшої економії суперечать одна одній. Перше, зазвичай, призводить до збільшення матеріалоємності, друге ж вимагає її зниження. Ця суперечність є найважливішим елементом наукової методики, що зумовлює розвиток опору матеріалів як науки.

Часто настає момент, коли існуючі матеріали і методи перевірки міцності не в змозі задовольнити потреби практики, що ставить на чергу

вирішення нових задач (наприклад, використання великих швидкостей в техніці взагалі, в авіації та турбобудуванні зокрема, перекриття великих прольотів, динамічні задачі та ін.). Тоді починаються пошуки нових матеріалів, дослідження їх властивостей, поліпшення і створення нових методів розрахунку та проектування. Опір матеріалів повинен встигати за загальним прогресом техніки.

У деяких випадках інженеру, крім основних вимог – надійності й найбільшої економії, – при виконанні конструкції доводиться задовольняти й інші умови, наприклад, вимоги до підвищення темпів спорудження (при відновленні зруйнованих споруд), мінімальної ваги (при конструюванні літаків) і т.п. Ці обставини також відображаються на виборі матеріалу, розмірів і форм самої конструкції та її елементів.

#### *Коротка історична довідка*

*Початок розвитку опору матеріалів як науки відносять до 1638 р. і пов'язують з ім'ям Галілео Галілея, знаменитого італійського вченого. Він був професором математики в Падуї, жив у період розпаду феодального ладу, розвитку торгового капіталу, налагодження міжнародних морських зв'язків, зародження гірничої та металургійної промисловості. Нова економіка того часу поставила за мету вирішення ряду нових технічних проблем. Пожвавлення зовнішніх торговельних відносин зумовило завдання збільшення вантажопідйомності суден, а це спричинило необхідність зміни їх конструкції. Водночас постало питання реконструкції та створення нових внутрішніх водних шляхів, включаючи розбудову каналів і шлюзів.*

*Ці технічні завдання не могли бути вирішені простим копіюванням існуючих раніше конструкцій суден і споруд, виявилось, що необхідно навчитися шляхом розрахунку оцінювати міцність елементів конструкції залежно від їх розмірів і величини діючих на них навантажень. Значна частина робіт Галілея була присвячена вирішенню задач про залежність між розмірами балок та інших стержнів із тими навантаженнями, які можуть витримати ці елементи конструкції. Він вказав, що отримані ним результати можуть «принести велику користь при спорудженні великих суден, особливо при зміцненні палуб і покриттів, оскільки в таких спорудах легкість має величезне значення». Дослідження Галілея опубліковані в його книзі „Discorsi e Dimostrazioni matematiche” (1638, Лейден, Голландія). Подальший розвиток опору матеріалів відбувався паралельно з розвитком техніки будівництва і машинобудування, що пов'язало його з цілим рядом робіт видатних вчених - математиків, фізиків та інженерів, у тому числі й вітчизняних. Слід навести і негативний приклад, який досить сильно вплинув на розвиток опору матеріалів. І. Ньютон, якому завдячують бурхливим розвитком математика й механіка в цілому, у зв'язку з особистою неприязню до Р. Гука, зробив багато для того, щоб опір матеріалів - галузь науки, якою плідно займався Гук, вважалася недостойною уваги видатних умів того часу. Це було причиною того, що механіка твердого деформованого тіла, зокрема опір матеріалів, були загальмовані в своєму розвитку роки на півтора століття. Великий внесок в науку про опір матеріалів в XVIII столітті вніс дійсний член Петербурзької Академії наук Леонард Ейлер, що вирішив задачу про стійкість стиснутих стержнів.*

## 2. Основні поняття опору матеріалів

Опір матеріалів, як і будь-яка інша наука, базується на певних гіпотезах (аксіомах), основними з яких є:

- гіпотеза про суцільність матеріалу – матеріал заповнює все тіло;
- гіпотеза про однорідність та ізотропність – матеріал вважають однорідним та ізотропним;
- гіпотеза про малі деформації – розглядають деформації, які значно менші за розміри самих тіл (на 2 порядки і більше);
- гіпотеза про ідеальну пружність (пружність – здатність тіл відновлювати свою форму та розміри при розвантаженні);
- закон Гука – приймається лінійна залежність між величинами сил і деформаціями, які викликані ними. Більшість задач опору матеріалів розв'язують саме в цій постановці.

*Гук Роберт (1635 – 1703) – англійський вчений- енциклопедист. Вивчав питання тиску повітря, розробив теорію капілярності, відкрив закон пропорційності між силами та деформаціями тіл, займався теорією планетарних рухів, висловлював ідею всесвітнього тяжіння, вивчав питання, пов'язані з природою світла, побудував перший повітряний насос та інші прилади, працював над проектами літальних апаратів. Після Великої лондонської пожежі брав активну участь у відбудові міста – багато споруд було виконано за його проектами.*

- принцип суперпозиції – вважають, що результат від суми дій дорівнює сумі результатів від кожної дії окремо;
- принцип Сен-Венана – якщо тіло навантажене силами і при цьому розміри зони прикладання цих сил незначні в порівнянні з розмірами тіла, то в перерізах, достатньо віддалених від місць прикладання сил, напруження практично не залежить від способу навантаження.

*Барре де Сен-Венан (1797 – 1886) – французький вчений у галузі математики та механіки. Основні дослідження відносяться до механіки твердого тіла, теорії пружності, гідростатики, гідродинаміки та векторного числення. Хоча наведені гіпотези дають дуже великі наближення при дослідженні процесів, які відбуваються в тілах при навантаженні, інженерна практика дає змогу оцінити розрахунки, які базуються на цих гіпотезах як такі, що досить добре описують загальний стан навантажених тіл.*

## 3. Класифікація тіл, що приймається в опорі матеріалів

В опорі матеріалів, як і в будь-якій науці, розглядають не самі конкретні тіла, а якийсь спрощений їх символ, модель, абстрагуючись від другорядних ознак цього тіла.

Усі тіла при розгляді задач опору матеріалів можна віднести до однієї з відповідних моделей:

- стержень (брус) – це тіло, в якого один із розмірів значно більший, ніж два інших (рис.1). При цьому стержень може бути з прямою віссю

(прямий стержень) або ламаною віссю (рама). Стержні можуть бути як призматичні (рис.1а,б). так і змінного поперечного перерізу (рис.1в);



Рисунок 1 - Типи стержнів (а – кривий, б – прямий, в – змінного поперечного перерізу)

– оболонка – це тіло, в якого один із розмірів значно менший, ніж два інших (рис.2а). За формою серединної поверхні оболонки поділяють на циліндричні, конічні, сферичні. Якщо серединна поверхня є площиною, то таку оболонку називають пластиною (рис.2б).



Рисунок 2 - Оболонка (а) та пластина (б)

– масиви – тіла, в яких усі розміри приблизно одного порядку (рис.3).



Рисунок 3 - Масив

Прикладами деталей, які розглядають як прямі стержні, є вали, балки, осі. Криві стержні – крюки підйомних кранів, віконні ручки і т.п. Як оболонки можна розглядати стінки котлів, обшивку крила літака, корпус підводного човна й т.п. До пластин відносять плоскі кришки люків, панелі перекриття, диски турбомашин і т.п. Масивами можуть бути представлені куски каменю, блоки фундаментів та ін.

#### 4. Поняття про деформації та сили

Під **деформаціями** розуміють будь-які зміни розмірів або форми тіла. Деформації можуть бути абсолютні та відносні (коли їх вимірюють відношенням зміни величини до її початкового значення). У більшості випадків деформація тіла складається з двох частин: пружної та пластичної (залишкової).

**Пружні** – це деформації, які зникають при розвантаженні тіла.

**Пластичні** – такі, що залишаються після розвантаження.

За нормальної експлуатації інженерних конструкцій не допускаються пластичні деформації, коли розміри і форми елементів конструкцій незворотно змінюються.

Визначення умов виникнення та зростання пластичних деформацій має велике значення для знаходження тих навантажень, які безпечно можуть передаватися на конструкцію.

Сили та їх класифікація.

Сили, що діють на тіло, можна класифікувати за різними ознаками. Вони можуть бути зовнішніми та внутрішніми. **Зовнішні** – це сили, які прикладаються до тіла за рахунок інших тіл. Зовнішні сили, розподілені по всьому об'єму тіла або його частині, називають об'ємними або масовими. Зовнішні сили, прикладені по поверхні, називають поверхневими.

**Навантаження** – це система зовнішніх сил, що діють на тіло.

**Внутрішніми силами** називають сили взаємодії між частинами твердого тіла. Зовнішні сили викликають деформації тіл, що призводить до виникнення вже внутрішніх сил. Навантаження тіла може бути статичним або динамічним.

**Статично прикладені** – це сили, при дії яких практично немає прискорень тіла (чи його частин). Це має місце, коли навантаження тіла проводять, повільно змінюючи від нуля до повного прикладання сили.

**Динамічним називають навантаження**, при якому виникають прискорення тіла (чи якоїсь його частини) і, як наслідок, сили інерції. Навантаження може бути зосередженим (діяти в досить локальній зоні – практично в точці) (рис.4а) та розподіленим (тобто діяти або на певній площадці, або на певній довжині) (рис.4б,в).

Якщо розподіл має рівномірний характер (рис.4в), навантаження називають рівномірно-розподіленим. Для того, щоб порахувати повне навантаження  $Q$  в цьому випадку, рівномірно - розподілене навантаження  $q$  треба помножити відповідно на площу, по якій воно розподіляється (або на довжину – у випадку розповсюдження по довжині). Тобто у випадку, зображеному на рис. 4в.  $Q = qa$ .

Зосереджені сили, як правило, позначають великими літерами  $F, R, Q, H$ ; вони мають розмірність одиниць сили (Н), (кН) та (МН).

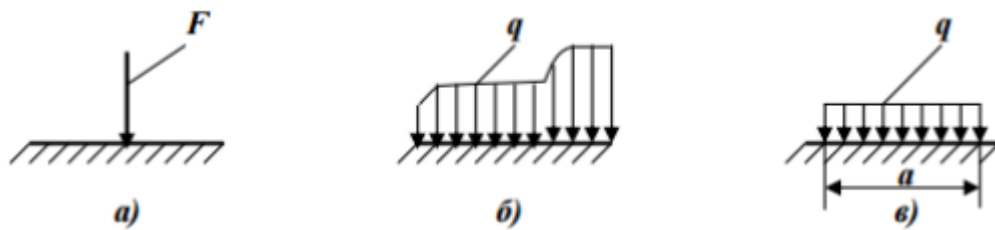


Рисунок 4 - Види навантажень: а) зосереджене, б) розподілене, в) рівномірно розподілене

Розподілене навантаження, як правило, позначають літерою  $q$  і воно має розмірність сили, віднесеної до площі (або сили, віднесеної до довжини) ( $\text{Н}/\text{м}^2$ ), ( $\text{кН}/\text{м}^2$ ) та ( $\text{МН}/\text{м}^2$ ), або ( $\text{Н}/\text{м}$ ), ( $\text{кН}/\text{м}$ ) та ( $\text{МН}/\text{м}$ ).

**Момент сили відносно точки (осі)** – це добуток сили на плече (рис 5).

**Плече** – це відстань від точки (осі), відносно якої визначають момент, до лінії дії сили (а не до точки прикладання сили, як дехто помилково думає).

Тобто момент сили  $F$  відносно точки (осі)  $A$  розраховують так:

$$M_A = F \cdot a,$$

де  $a$  – це і є плече – довжина перпендикуляра, встановленого від т.  $A$  до лінії дії сили  $F$ .

Моменти сил позначають літерами  $M$  або  $T$ ; вони мають розмірність добутку сили на довжину - (Нм), (кНм) та (МНм).

При цьому треба зауважити: якщо силу  $F$  переміщувати вздовж лінії її дії, момент її відносно точки (осі)  $A$  буде залишатися незмінним.

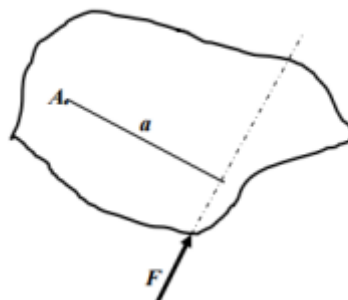


Рисунок 5. Обчислення моменту сили  $F$  відносно точки (осі)  $A$

Цілком зрозуміло також, що у випадку, коли напрямок дії сили проходить через точку (вісь), момент сили відносно цієї точки (осі) дорівнює нулю. Позначають моменти сил як показано на рис. 6 а, в. Т М а) б)

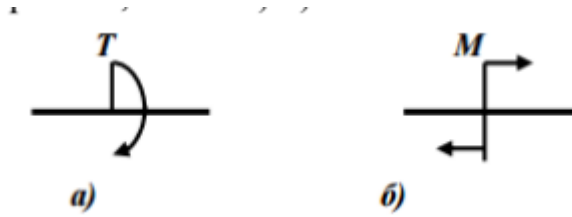


Рисунок 6 - Моменти сил: а) крутний, б) згинаючий

### 5. Розтягування і стиснення

Напруги і характер деформацій при розтягуванні і стисненні

**Розтягуванням або стисненням** називається такий вид деформації, при якому в будь-якому поперечному перерізі бруса виникає тільки поздовжня сила.

Бруси з прямолінійною віссю, що працюють на розтяг або стиск, часто називаються **стрижнями**.

Розглянемо невагомий, затиснений лівим кінцем прямий брус, уздовж осі якого діють активні сили  $F$  і  $2F$  (рис. 7). Частини бруса постійного перерізу, укладені між поперечними площинами (перетинами), в яких прикладені однакові зовнішні сили (навантаження або реакції зв'язків) будемо називати ділянками тобто ділянка - це однорідний шматок бруса і за формою, і по навантаженнях, і по площі перетину.

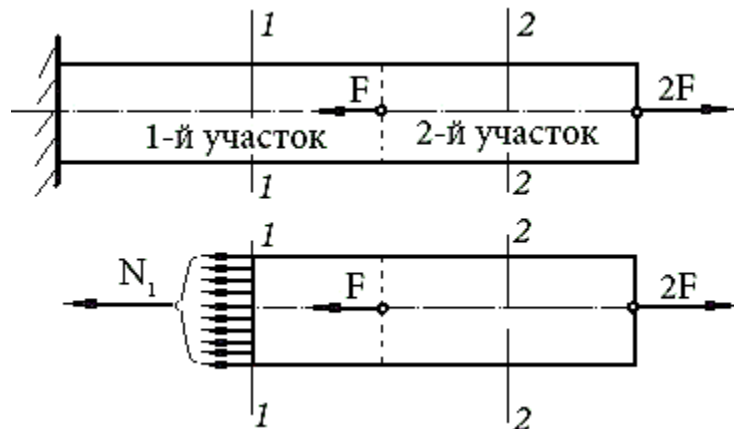


Рисунок 7 - невагомий, затиснений лівим кінцем прямий брус

Зображений на рис. 7 брус складається з двох ділянок - від защемленого кінця до місця прикладання сили  $F$ , і від сили  $F$  до вільного кінця, до якого прикладена сила  $2F$ .

Застосуємо метод перетинів і визначимо поздовжні внутрішні сили  $N_1$  і  $N_2$  на цих ділянках.



Спочатку розсічемо брус площиною 1-1 і подумки відкинемо праву частину бруса, замінивши її еквівалентними внутрішніми і зовнішніми силами.

Застосуємо рівняння рівноваги для цієї частини бруса:

$$\sum Z = 0, \text{ отже: } 2F - F - N_1 = 0, \text{ звідки } N_1 = 2F - F = F.$$

Очевидно, що для збереження рівноваги частини бруса досить прикласти поздовжню силу. Неважко зрозуміти, що на другій ділянці бруса поздовжня сила в перерізі 2-2 матиме інше значення:  $N_2 = 2F$ .

Таким чином, поздовжня сила в поперечному перерізі бруса дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх сил, розташованих по одну сторону від розглянутого перерізу і в межах кожної ділянки має однакове значення.

Останнє твердження не зовсім справедливо, оскільки в місцях прикладання зовнішніх сил внутрішні сили розподіляються по складним закономірностям, але з урахуванням розглянутого раніше принципу пом'якшення граничних умов (принципу Сен-Венана), ми допускаємо деяку умовну похибка, незначно впливає на підсумковий результат розрахунку.

При визначенні величини поздовжньої сили алгебраїчним складанням зовнішніх сил слід звертати увагу на знаки (векторні значення) цих сил. При розрахунках в спрямують зазвичай приймають навантаження, що розтягують (спрямовані від перетину) позитивними, а стискають - негативними.

При вивченні ряду деформацій ми будемо подумки представляти бруси що складаються з нескінченної кількості волокон, розташованих паралельно осі бруса, і припускати, що при деформації розтягування і стиснення ці волокна не натискають один на одного (гіпотеза про НЕ натискання волокон).

Щоб зрозуміти характер напружень і деформацій, що виникають в стисливному або розтягують брусі, уявімо собі прямий брус з гуми, на якому нанесена сітка з поздовжніх і поперечних ліній. Якщо такий брус піддати деформації розтягування, можна помітити, що:

- поперечні лінії на брусі залишаються рівними і перпендикулярними осі бруса, а відстані між ними збільшаться;
- поздовжні лінії залишаться прямими, а відстані між ними зменшаться.

З цього експерименту випливає, що при розтягуванні справедлива гіпотеза плоских перетинів (гіпотеза Бернуллі), і, отже, все волокна бруса повздожуються на одну і ту ж величину. Все це дозволяє зробити висновок, що при розтягуванні і стисненні в поперечних перетинах бруса виникають тільки нормальні напруги, рівномірно розподілені по перерізу. Ці напруги можна визначити за формулою:

$$\sigma = N / A,$$

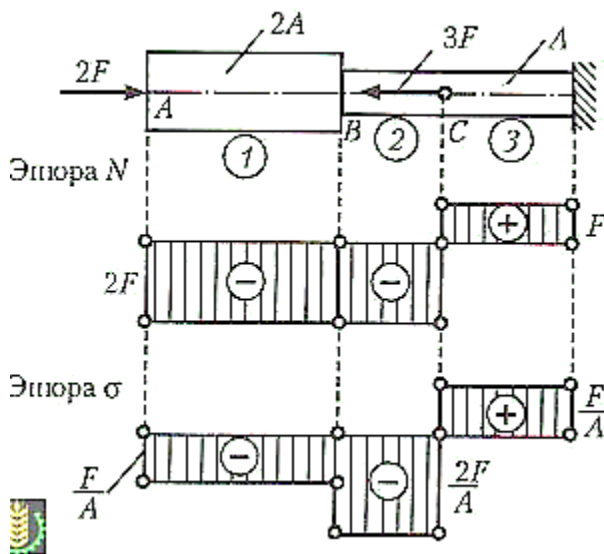
де  $N$  - поздовжня сила,  $A$  - площа поперечного перерізу бруса.

Очевидно, що при розтягуванні і стисненні форма перетину бруса на величину напружень не впливає.

Для наочного зображення розподілу поздовжніх сил і нормальних напружень вздовж осі бруса будують графіки, звані епюрами (від французького "epure" - креслення, графік), при цьому на епюрах при побудові враховують знаки (векторні значення) поздовжніх сил і напруг.

Для ступеневої бруса, до якого прикладені стискає  $2F$  і розтягує  $3F$  сили на рис. 8 показані відповідні епюри поздовжніх сил  $N$  і нормальних напруг  $\sigma$ .

Порядок побудови епюр такий: спочатку під кресленням бруса проводять пряму лінію, паралельну осі бруса (ця лінія умовно представляє брус), потім навпаки кожного перетину бруса відкладають по цій лінії величину силових факторів: для позитивних - вгору, для негативних - вниз. Масштаб при цьому вибирається довільний. Зрозуміло, перед побудовою епюри необхідно підрахувати величину силових факторів (сил, моментів сил або напруг) в кожній ділянці бруса.



На отриманому графіку в гуртках вказуються знаки силових факторів по ділянках, на зовнішніх кутах східчастих переходів ставляться числові значення цих силових факторів, а вся площа графіка заштриховується тонкими лініями, перпендикулярними осі.

Зліва від осі епюри вказується, який силовий фактор на ній представлений.

Рисунок 8 – Побудова епюр

За епюрах, представленим на рис. 8 можна помітити, що в місцях прикладання зовнішніх навантажень і реакцій внутрішні силові фактори змінюються стрибкоподібно (принцип Сен-Венана).

Візуальне дослідження епюри дозволяє визначити критичні ділянки бруса, що знаходяться в найбільш напруженому стані. Так, за представленими на рис. 2 епюрах напружень, що виникають в брусі, можна визначити, що критичним є 2-у ділянку, оскільки тут виникає найбільше

напруження (по епюрі видно, що ця напруга стиснення, так як воно має від'ємне значення).

Крім того, епюра будь-якого силового фактора дозволяє (без застосування зайвих розрахунків) визначити силу або момент, що діють на брус з боку, наприклад, закладення, оскільки після побудови епюри з боку вільного кінця бруса ці силові фактори відобразяться графічно, без обчислень.

Питання для самоперевірки:

1. Назвіть основні гіпотези, прийняті в курсі опору матеріалів.
2. Що таке переміщення, деформація?
3. Що таке абсолютне та відносне подовження, вкорочення стержня?
4. Що являють собою діаграми деформування пластичного та крихкого матеріалу?

## Лекція № 10

### Кручення

#### План

1. Основні поняття при крученні.
2. Кручення круглого циліндричного валу
3. Побудова епюр крутних моментів
4. Приклад побудови епюри крутних моментів

1. Основні поняття при крученні. Кручення круглого бруса

**Крученням** називається такий вид деформації, при якому в будь-якому поперечному перерізі бруса виникає тільки крутний момент, тобто силовий фактор, що викликає круговий рух перетину щодо осі, перпендикулярної цьому перетину, або перешкоджає такому переміщенню. Іншими словами - деформації кручення виникають, якщо до прямого бруса в площинах, перпендикулярних його осі докласти пару або пари сил.

Моменти цих пар сил називають крученими або обертають. Момент, що обертає позначають  $T$ .

Таке визначення умовно поділяє силові фактори деформації кручення на зовнішні (скручують, обертаючі моменти  $T$ ) і внутрішні (крутний момент  $M_{кр}$ ).

У машинах і механізмах крученню найбільш часто піддаються круглі або трубчасті вали, тому розрахунки на міцність і жорсткість найчастіше роблять для таких вузлів і деталей.

2. Кручення круглого циліндричного валу.

Уявіть гумовий циліндричний вал у якого жорстко закріплений один з кінців, а на поверхні нанесена сітка з поздовжніх ліній і поперечних кіл. До вільного кінця вала докладемо пару сил, перпендикулярно осі цього валу, тобто закрутимо його вздовж осі. Якщо уважно розглянути лінії сітки на поверхні вала, то можна помітити, що:

- Вісь вала, яку називають віссю кручення, залишиться прямолінійною;
- Діаметри кіл залишаться такими ж, а відстань між сусідніми колами не зміниться;

- Поздовжні лінії на валу звернуться в гвинтові лінії.

З цього можна зробити висновок, що при крученні круглого циліндричного бруса (вала) справедлива гіпотеза плоских перетинів, а також припустити, що радіуси кіл залишаються при деформації прямими (оскільки їх діаметри не змінилися). А оскільки в перетинах вала відсутні поздовжні сили, то відстань між ними зберігається.

Отже, деформація кручення круглого вала полягає в повороті поперечних перерізів відносно один одного навколо осі кручення, причому кути повороту їх прямо пропорційні відстаням від закріпленого перетину - чим далі від закріпленого кінця вала знаходиться будь-яке перетин, тим на більший кут щодо осі вала воно закручується.

Для кожного перетину вала кут повороту дорівнює куту закручування частини вала, укладеного між цим перетином і закладенням (закріпленим кінцем)

Кут (рис. 1) повороту вільного кінця вала (кінцевого перетину) називається повним кутом закручування циліндричного бруса (вала).

Відносним кутом закручування  $\varphi_0$  називається відношення кута закручування  $\varphi_1$  до відстані  $l_1$  від даного перетину до закладення (закріпленого перетину).

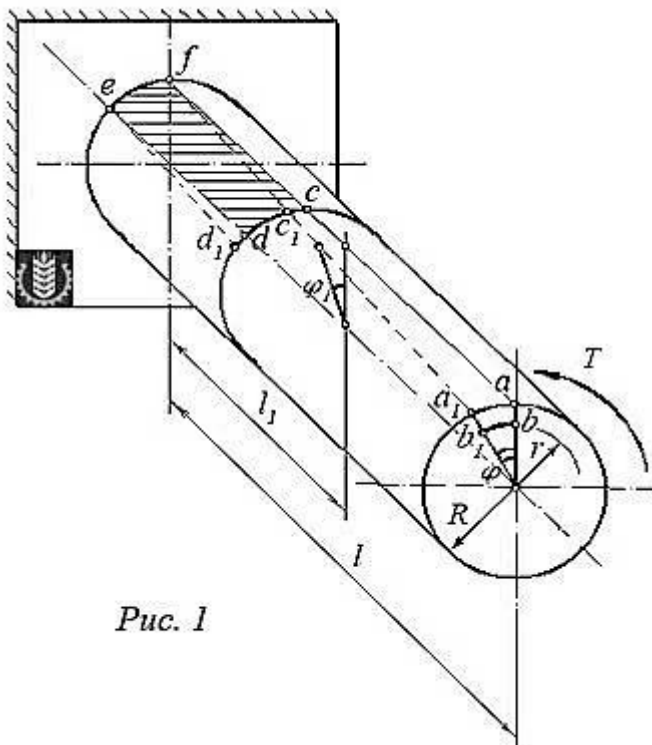


Рис. 1

Якщо циліндричний брус (вал) довжиною  $l$  має постійний перетин і навантажений скручують моментом на вільному кінці (тобто складається з однорідного геометричного ділянки), то справедливим є твердження:

$$\varphi_0 = \varphi_1 / l_1 = \varphi / l = const$$

- величина постійна.

Якщо ми розглянемо тонкий шар на поверхні вищезгаданого гумового циліндричного бруса (рис. 1),

обмежений осередком сітки  $cdef$ , то зауважимо, що цей осередок при деформації перекошується, і її сторона, віддалена від закріпленого перетину, зміщується в бік закручування бруса, займаючи положення  $cde1f1$ .

Слід зазначити, що аналогічна картина спостерігається при деформації зсуву, тільки в цьому випадку поверхню деформується через поступального переміщення перетинів один щодо одного, а не через обертального переміщення, як при деформації кручення. На підставі цього можна зробити висновок, що при крученні в поперечних перетинах виникають тільки дотичні внутрішні сили (напруги), що утворюють крутний момент.

Отже, крутний момент є результуючий момент щодо осі бруса внутрішніх дотичних сил, що діють в поперечному перерізі.

### 3. Побудова епюр крутних моментів

Для наочного зображення розподілу крутних моментів уздовж осі бруса будують епюри крутних моментів - графічне відображення величини крутних моментів на кожній ділянці бруса.

Крутний момент в перетинах бруса визначається за допомогою методу перетину. Так як рівномірно обертається або нерухомий вал знаходиться в рівновазі, очевидно, що внутрішні сили, що виникають в поперечному перерізі, повинні врівноважувати зовнішні моменти, що діють на дану частину бруса. Звідси випливає, що крутний момент в будь-якому поперечному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх моментів, прикладених до бруса справа або зліва від перетину.

Епюри моментів, що крутять дають можливість визначити небезпечне перетин. Зокрема, якщо брус має постійний поперечний переріз по всій довжині, то небезпечними будуть перетину на ділянці, де виникає найбільший крутний момент.

Слід дуже уважно поставитися до визначення знаків крутного моменту. Крутний момент вважається позитивним, якщо при погляді з боку перетину результуючий момент зовнішніх пар сил, прикладених до даної частини бруса, буде спрямований проти годинникової стрілки, і навпаки (це положення умовно і приймається для полегшення перевірки розрахунків, виконаних декількома виконавцями).

Розглядаючи величини крутних моментів, що діють в кожному конкретному перерізі бруса, вважаємо, що в перерізі, де прикладений крутний (скручує) момент, значення крутного моменту змінюються стрибкоподібно (принцип пом'якшених граничних умов).

### 4. Приклад побудови епюри крутних моментів

Силова передача (трансмсія), зображена на рис. 2 складається з вала, на якому розміщені три шестерні - одна провідна (А) і дві ведені (В і С).

До шестерням прикладені обертаючі моменти:  $P_A = 300 \text{ Нм}$ ,  $P_B = 120 \text{ Нм}$ ,  $P_C = 180 \text{ Нм}$ .

Побудуємо епюру крутних моментів для цієї силової передачі.

### Розв'язування

Очевидно, що вільні кінці вала, (обертові в підшипниках) не схильні до дії обертаючих моментів, тобто крутний момент на ділянках 1 і 4 дорівнюють нулю.

До шестірні А прикладений крутний момент  $300 \text{ Нм}$ , отже в перерізі, розташованому під цією шестернею стрибкоподібно виникає крутний момент, рівний  $300 \text{ Нм}$ , і величина цього моменту зберігається незмінною по всьому перетинах ділянки 2 (до шестерні В).

До шестірні В прикладений крутний момент  $120 \text{ Нм}$ , який спрямований у протилежний бік від провідного скручує моменту, прикладеного до шестерні А. Отже крутний момент на ділянці 3 буде дорівнює різниці моментів, що крутять, прикладених до шестерням А і В. На епюрі це відобразиться у вигляді ступені величиною  $120 \text{ Нм}$ , розташованої навпроти перетину, де розміщена шестерня В.

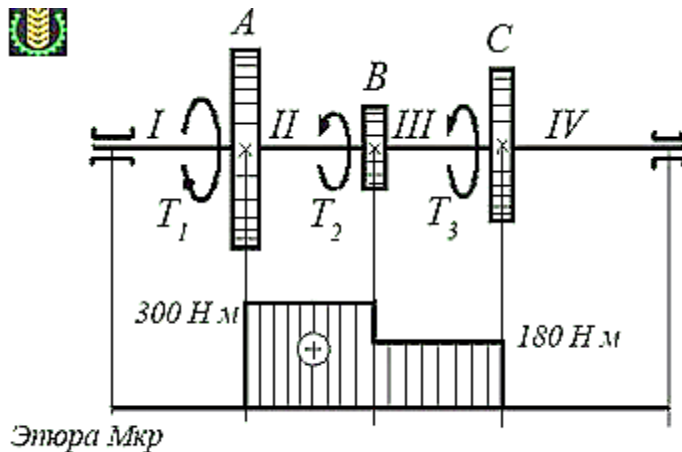


Рис. 2

На всьому протязі ділянки 3 величина цього крутного моменту буде зберігатися незмінною, до перетину, розташованого під шестернею С.

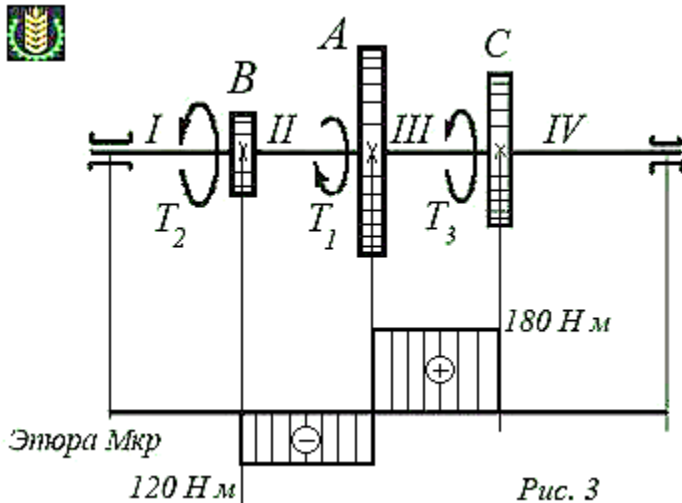
До шестірні 3 прикладений крутний момент  $180 \text{ Нм}$ , напрямком якого протилежно моменту, що додається до провідної шестірні А, тому, починаючи з

перетину під шестернею С, крутний момент буде дорівнює різниці між скручують моментом шестерні А і моментами, прикладеними до шестерням В і С, т. е.

$M_{KPC} = T_A - T_B - T_C = 300 - 120 - 180 = 0 \text{ Нм}$ , і величина цього моменту буде поширюватися на всю ділянку 4, розташований за шестернею С.

Побудувавши епюру крутних моментів, що діють в перетинах вала даної силової передачі як показано на рис. 2, відзначаємо, що максимальної величини - 300 Нм крутний момент досягає на ділянці 2, тобто цю ділянку і є критичним (найменш надійним).

Тепер спробуємо змінити розташування шестерень на валу, розмістивши провідну шестерню А між відомими шестернями В і С, як показано на рис. 3. Додані до шестерням обертаючі моменти залишимо без



зміни і побудуємо епюру крутних моментів для зміненої конструкції (рис. 3).

З отриманої епюри видно, що на ділянці 2 (між шестернями В і А) крутний момент дорівнює -120 Нм, на ділянці 3 - +180 Нм, а на ділянках 1 і 4 крутний момент дорівнюють нулю, як і в попередній конструкції. І якщо в розглянутій раніше конструкції максимальний

крутний момент досягав 300 Нм, то тепер його величина знизилася до 180 Нм.

Рациональним розміщенням шестерень на валу силової передачі ми змогли значно зменшити максимальний крутний момент, що виникає в перетинах цього вала, підвищивши надійність передачі. При цьому передавальні відносини і функціонал самої передачі не змінилися.

Питання для самоперевірки:

1. Які зусилля виникають в перерізах стержня в умовах чистого розтягання і стискання?

2. Який вид напруженого стану реалізується в стержнях за чистого розтягання і стискання?

3. Що називають тимчасовим опором матеріалу?

4. Назвіть основні характеристики пластичності матеріалів? За якою ознакою матеріали поділяють на крихкі та пластичні?

5. Що називають твердістю матеріалів? Назвіть основні методи визначення твердості та границі їх застосування.

6. Перелічіть основні фактори, які можуть впливати на механічні характеристики матеріалів.



## Лекція № 11

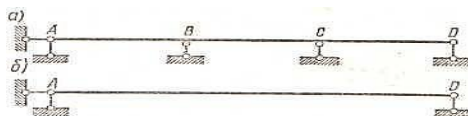
### Статично невизначувані системи

#### План

1. Загальні відомості.
2. Основні властивості статично невизначеної системи.
3. Розрахунок статично невизначених систем методом сил.

1. Загальні відомості.

Зайві зв'язки в статично невизначених системах є зайвими з точки зору забезпечення незмінності і рівноваги системи, яка без них може бути незмінною і знаходитись у рівновазі. Встановлення таких зв'язків викликається конструктивними особливостями системи.



Наприклад :



Балка  $ABCD$  має два зайвих зв'язки. Якщо відкинути  $B$  і  $C$  або  $C$  і  $D$  то в обох випадках балка буде незмінною.

Однак на практиці вона буде непридатною, оскільки у 1 випадку при великому прольоті, у 11 – при великій довжині консолі -- виникнуть великі згинальні моменти.

**До статично невизначених відносяться наступні системи :**

- 1) Балки: багато прольотні нерозрізні, одно прольотні з одним чи двома защемленими кінцями.

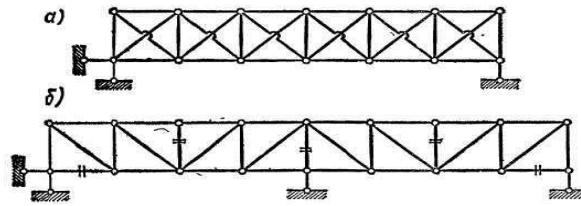


- 2) Арки: безшарнірні і двохшарнірні арки. Безшарнірні – тричі статично невизначені, двохшарнірні – один раз.

Дуже рідко зустрічаються одношарнірні арки і арки з защемленими кінцями і шарніром в ключі – двічі статично невизначені.

- 3) Рами.

4) Ферми: з зайвими стержнями в самій фермі чи з зайвими опорними стержнями.



2 Основні властивості статично невизначеної системи.

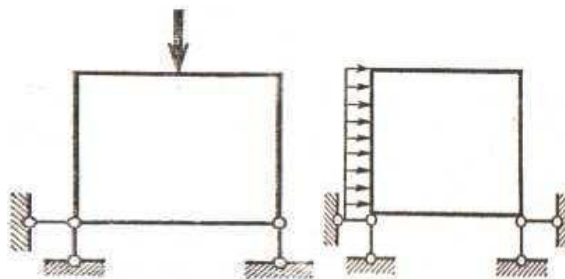
а) Статично невизначена система, завдяки наявності зайвих зв'язків, являється більш жорсткою, порівнюючи з незмінною системою і статично визначеною.

б) В статично невизначених системах при навантаженні виникають менші внутрішні зусилля, ніж у статично визначених, тому що зусилля залежать від співвідношення жорсткості перерізу.

в) Деякі елементи статично невизначеної системи можуть бути видалені чи перенапружені, однак система ще зможе нести навантаження ( тобто миттєвого руйнування системи не буде).

г) В статично невизначеній системі можливе виникнення зусиль без навантаження.

Ця властивість являється негативною. Зусилля можуть з'явитися в результаті зміни температури, осідання матеріалу, зміщення опор, розтягу неточно виконаних елементів. Із статично невизначених систем виділяють так звані статично невизначені системи з зовнішньою статичною визначеністю – це такі системи, у яких за допомогою рівнянь рівноваги



можуть бути визначені реакції зовнішніх зв'язків, реакції опор, але не внутрішні зусилля, які виникають в перерізах елементів системи. (Приклад: рама з затяжкою).

Розрахунок статично невизначених систем починається з визначення ступеню статичної невизначеності.

$$L = (2Ш + 3Ж + C_{on.}) - 3D.$$

Однак для рам зручніше користуватись наступною формулою :

$$L = 3K - Ш.$$

- для одноповерхових рам без затяжок і проміжних шарнірів:

$$L = C_{on} - 3$$

де:  $L$  – ступінь статичної невизначеності;  $C_{on}$  – число опорних стержнів;  $3$  - число рівнянь статички.

3. Розрахунок статично невизначених систем методом сил.

а) Основна система методу сил.

При розрахунку статично невизначених систем методом сил, після визначення ступню статичної невизначеності, переходять до вибору основної системи.

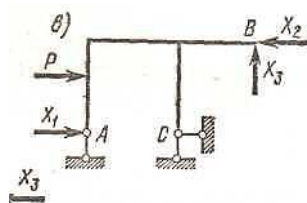
**Основною системою методу сил – називається геометрично незмінна статично визначена система, одержана з заданої статично невизначеної шляхом видалення навантаження і зайвих зв'язків.**

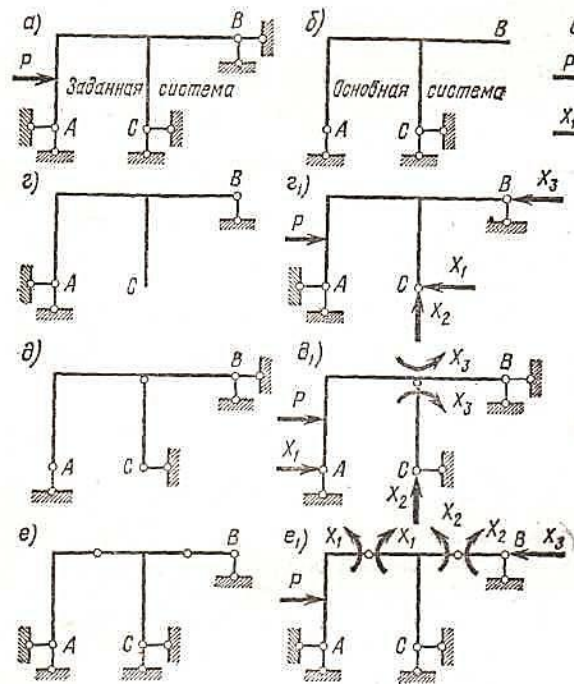
Наприклад: задана система тричі невизначена;

$$(L = C_{on} - 3 = 6 - 3 = 3).$$

Видаливши навантаження  $P$  і три опорних стержні одержуємо основну систему. Бачимо, що переріз  $A$  може переміщуватися в горизонтальному напрямку, а  $B$  – в горизонтальному і вертикальному.

При розрахунку поступають наступним чином: навантажують основну систему заданим навантаженням  $P$  і поки що невідомими силами  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ , прикладеними у напрямках відкинутих зв'язків. Ці сили називаються **зайвими невідомими**.





Основна система, навантажена заданим навантаженням P і зайвими невідомими X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub> і X<sub>3</sub>.

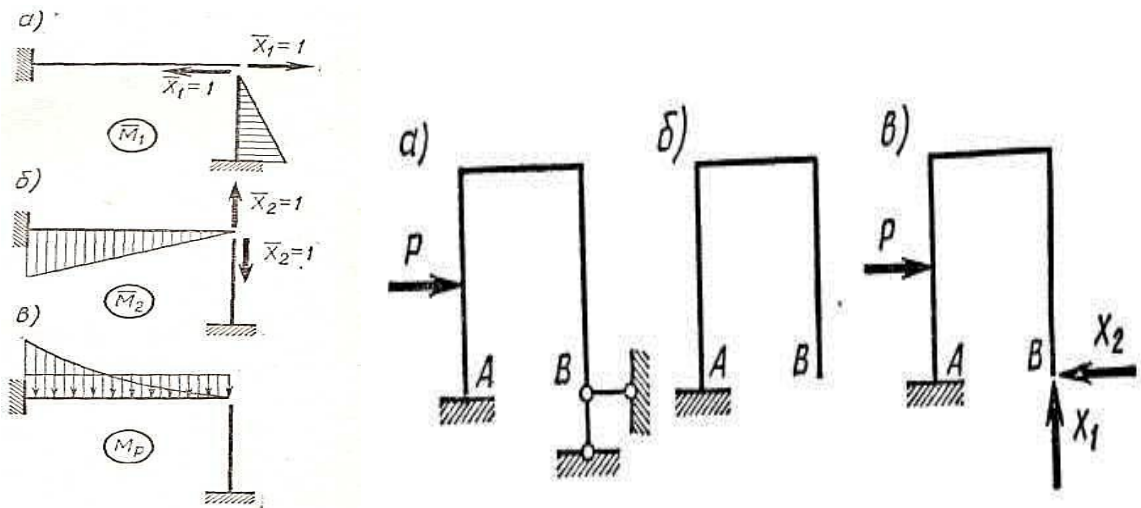
б) Канонічні рівняння методу сил.

Після вибору основної системи і перетворення її в навантажену переходять до визначення величини зайвих невідомих. Для цього складають систему рівнянь сумісності переміщень. Ці рівняння називають **канонічними** рівняннями методу сил.

Сумарне переміщення точки прикладання зайвих невідомих по напрямку кожної з невідомих сил від дії всіх сил повинно дорівнювати нулю. Ці умови можна виразити так:

$$\Delta X_1(X_1, X_2, P) = 0$$

$$\Delta X_2(X_1, X_2, P) = 0$$



Застосувавши принцип незалежності дії сил, складаємо канонічні рівняння:

$$\sigma_{11} X_1 + \sigma_{12} X_2 + \Delta_{1p} = 0$$

$$\sigma_{21} X_1 + \sigma_{22} X_2 + \Delta_{2p} = 0$$

Перше рівняння виражає собою рівність нулю сумарного переміщення точки прикладення сили  $X_1$  по її напрямку.

$\sigma_{11}$  - переміщення точки прикладення сили  $X_1$  по напрямку цієї сили, викликане одиничною силою  $X_1 = 1$ ;

$\sigma_{11} X_1$  - переміщення точки прикладення сили  $X_1$  по тому ж напрямку викликане цією ж силою (не одиничною, а дійсною).

$\sigma_{12}$  - переміщення тієї ж сили по тому ж напрямку, викликане одиничною силою  $X_2 = 1$ ;

$\sigma_{12} X_2$  - переміщення тієї ж точки по тому ж напрямку, викликане силою  $X_2$  (дійсною)

$\Delta_{1p}$  - переміщення тієї ж точки по тому ж напрямку викликане заданим навантаженням.

Питання для самоперевірки:

1. Які системи називають статично невизначеними?
2. Які системи відносять до статично невизначених?
3. Методи розрахунку статично невизначених систем.

## Розділ 3. Основні положення з теорії деталей механізмів і машин

### Лекція № 12 Основні поняття теорії механізмів машин

#### План

1. Історія виникнення науки теорія механізмів і машин (ТММ)
2. Основні поняття ТММ
3. Класифікація кінематичних пар (КП)

#### 1. Історія виникнення науки теорія механізмів і машин

Як наука теорія механізмів і машин почала формуватися в кінці XVIII - початку XIX ст. під назвою «Прикладна механіка». Її розвиток нерозривно пов'язане з розвитком машинного способу виробництва. Спочатку розроблялися методи структурного, кінематичного і динамічного аналізів механізмів. Методи синтезу механізмів стали розвиватися значно пізніше - з середини XIX століття, коли знаменитий російський вчений, математик і механік, академік П.Л. Чебишев (1821 - 1894) опублікував ряд робіт по структурі і синтезу важільних механізмів. Використовуючи розроблені ним методи, він винайшов і спроектував понад 40 нових механізмів, які здійснюють задані траєкторії руху, зупинка ланок при русі інших і т.д. Його по праву вважають засновником російської школи теорії механізмів і машин, а структурна формула плоских важільних механізмів називається формулою Чебишева.

Німецький вчений Ф. Грасгофа (1826 - 1893) математично сформулював умову проворачиваємості ланки плоского важільного механізму, яке необхідно дотримуватися при його синтезі. Англійський учений Р. Вілліс (1800 - 1875) довів основну теорему плоского зубчастого зачеплення і запропонував аналітичний метод дослідження планетарних зубчастих механізмів.

Значний внесок у розвиток динаміки машин вніс Н.Є. Жуковський (1847 - 1921) - основоположник сучасної аеродинаміки і автор цілого ряду робіт з прикладної механіки і теорії регулювання ходу машин.

Російський вчений Л.В. Ассур (1878 - 1920) відкрив загальну закономірність в структурі багатоланкових плоских механізмів, і зараз застосовується при їх аналізі та синтезі, розробив метод «особливих точок» для кінематичного аналізу складних важільних механізмів. А.П. Малишев (1879 - 1962) запропонував теорію структурного аналізу і синтезу стосовно складним плоским і просторовим механізмам.

Істотний внесок у становлення механіки машин як цілісної теорії машинобудування вніс академік І.І. Артоболевський (1905 - 1977) - організатор школи теорії механізмів і машин, автор численних праць за структурою, кінематики та синтезу механізмів, динаміці машин і теорії машин-автоматів, а також підручників, які отримали загальне визнання.

## 2. Основні поняття ТММ

*Машина* - це штучно створений пристрій, що виконує механічні рухи для перетворення енергії, матеріалів і інформації.

З точки зору виконуваних машинами функцій машини можна розділити на наступні класи: 1) енергетичні машини; 2) робочі машини; 3) інформаційні машини; 4) кібернетичні машини; логічні машини.

*Енергетичною машиною* називається машина, яка призначена для перетворення будь-якого виду енергії в механічну енергію (і навпаки). У 1-му випадку вона носить назву машини-двигуна, а в 2-му - машини-генератора.

*Робочою машиною* - називається машина, призначена для перетворення матеріалів. Робочі машини підрозділяють на транспортні і технологічні машини.

- Транспортні машини - змінюють положення переміщуваного об'єкта.
- У технологічній машині - відбувається зміна форми, властивості і стану матеріалу або оброблюваного об'єкта.

*Інформаційною машиною* - називається машина для отримання і перетворення інформації. Вони підрозділяються на контрольно-керуючі і математичні машини.

- Контрольно-керуюча машина перетворює отриману контрольно-вимірну інформацію з метою управління енергетичної або робочої машинами.
- Математична машина перетворює інформацію, що отримується у вигляді різних математичних образів, заданих у формі окремих чисел або алгоритмів.

*Логічною машиною* називається машина, призначена для управління і контролю над процесами заміни розумової праці людини.

*Кібернетичною машиною* називається машина, що замінює або імітує різні механічні, фізіологічні або біологічні процеси, властиві людині і живій природі, і що володіє елементами штучного інтелекту.

Завдання інженерної механіки різноманітні, але найважливіші з них можна сформулювати по 3-х розділах: 1) структурний, кінематичний і динамічний аналіз механізмів і машин; 2) синтез механізмів і машин; 3) теорія машин-автоматів.

Система тіл, призначена для перетворення руху одного або декількох тіл в необхідні рухи інших тіл, називається *механізмом*.

Всі нерухомі деталі утворюють одну жорстку нерухому систему тіл, звану нерухомим *ланкою* або *стійкою*.

*Деталь* - окремо виготовлене тіло, що входить до складу механізму і має певне функціональне призначення.

Тверде тіло, що входить до складу механізму називається *ланкою механізму*.

Виходячи з кінематичних, конструктивних і функціональних властивостей, механізми поділяють на важелі, кулачкові, фрикційні, зубчасті та ін.

*Важільними* називаються механізми з геометричним замиканням ланок під обертальних і поступальних кінематичних парах. Завдяки цьому вони можуть передавати великі зусилля і потужності, ніж інші механізми в аналогічних умовах. Ланки важільних механізмів порівняно прості у виготовленні. Важільні механізми ділять на плоскі і просторові.

Так, на рисунку 1 показані: (а) – кривошипно - коромисловий механізм; (б) – кривошипно - повзунний механізм, (в) - кривошипно-кулісний механізм, (г) -маніпулятор. Механізми (а), (б), (в) - плоскі, (г) - просторовий.

Дані плоскі механізми складаються з наступних ланок (дивись рисунок 1):

- (а) 1 - кривошип, 2 - шатун, 3 - коромисло;
- (б) 1 - кривошип, 2 - шатун, 3 - повзун;
- (в) 1 - кривошип, 2 - кулісний камінь, 3 - куліса.

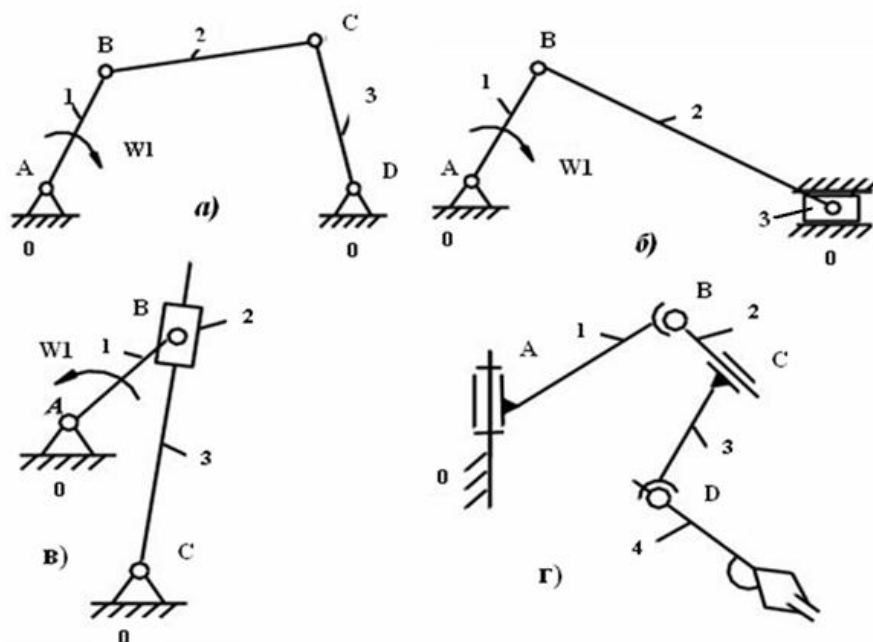


Рисунок 1 - Важільні механізми



*Кулачкові механізми* - механізми, що утворюються шляхом силового замикання ланок: кулачка і штовхача (коромисла) (рисунок 2).

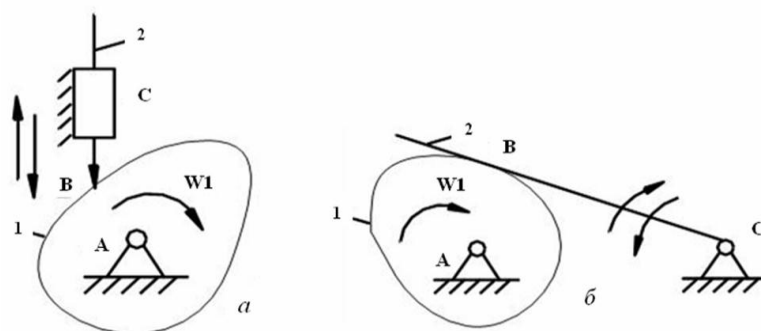


Рисунок 2 – Кулачкові механізми

*Фрикційні механізми* - механізми, в яких рух від ведучого ланки до веденого передається за рахунок тертя, що виникає в результаті контакту цих ланок. Фрикційний механізм може бути виконаний і з гнучкими ланками. Його застосовують для передачі обертання між валами при великих міжосьових відстанях (рисунок 3).

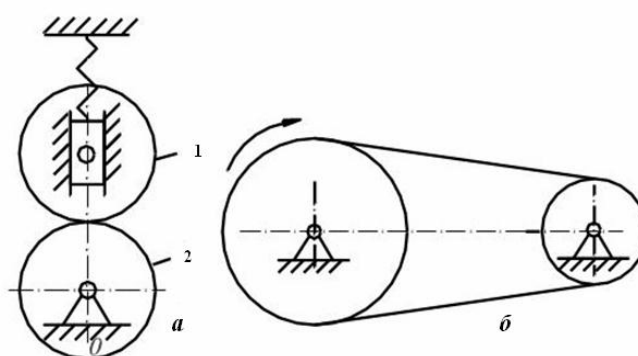


Рисунок 3 - Фрикційні механізми

а - з жорсткими ланками; б - з гнучкими ланками

*Зубчастими називають* механізми (передачі), утворені за допомогою зубчастих коліс (рисунок 4). Передача навантаження і руху між колесами здійснюється за рахунок впливу зубів один на одного (силового замикання - зачеплення зубів). На відміну від фрикційного передачі тут виключено прослизання ланок.

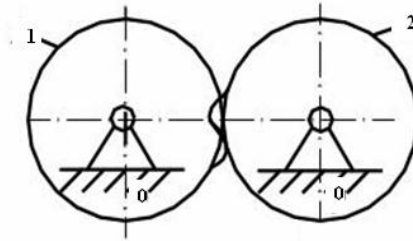


Рисунок 4 – Зубчата передача

*Хвильові передачі* по суті можна було б назвати планетарними механізмами з гнучким сателітом (рисунок 5).

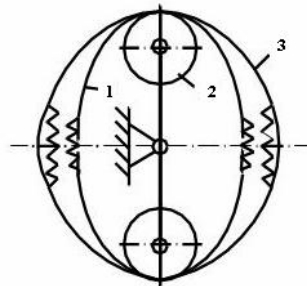


Рисунок 5 – Хвильова передача

Механізми, що застосовуються для передачі обертання між нерухомими і рухливими осями, називаються *планетарними*.

Ролики генератора хвиль 2 (див. рисунок 5) деформують гнучке колесо 1 і вводять його зуби в зачеплення з зубами жорсткого колеса 3 по великій осі еліпса, і виводять із зачеплення по малій осі.

*Гідравлічними і пневматичними механізмами* називаються такі, в кожному з яких перетворення руху відбувається за допомогою твердих і рідких або твердих і повітряних тел.

Механізм можна розглядати як сукупність нерухомих і рухомих ланок. Рухливі ланки входять в з'єднання між собою або з нерухомою ланкою так, що завжди має місце можливість руху однієї ланки щодо іншого.

З'єднання двох дотичних ланок, що допускає їх відносний рух, називається *кінематичною парою*.

Поверхні, лінії або точки ланки, за якими воно може стикатися з іншою ланкою, утворюючи кінематичну пару, називаються елементами *кінематичної пари*.

Система ланок, пов'язаних між собою кінематичними парами, називається *кінематичним ланцюгом*.

В основі кожного механізму лежить кінематична ланцюг. Але не будь-яку кінематичну ланцюг можна назвати механізмом. Механізм призначений для здійснення заздалегідь заданих закономірних рухів. Тому тільки та

кінематична ланцюг буде механізмом, ланки якої здійснюють доцільні руху, що впливають з інженерних виробничих завдань, для виконання яких сконструйований механізм.

*Механізм* - механічна система, призначена для перетворення руху одного або декількох твердих тіл в необхідний рух інших твердих тіл (ланок механізму).

Тверде тіло, що входить до складу механізму, називається *ланкою механізму*. Під *твердими тілами* в теорії механізмів і машин розуміють як абсолютно тверді, так і де формуються, і гнучкі тіла.

*Вхідною ланкою* називається ланка, який повідомляється рух, що перетворюється механізмом в необхідний рух інших ланок.

*Вихідною ланкою* називається ланка, яка вчиняє рух, для виконання якого призначений механізм.

Інші ланки механізму називаються *проміжними або сполучними*.

*Залежно від характеру руху (щодо прийнятої системи координат) ланки називають:*

*стійка* - нерухома ланка, або ланка умовно прийнята за нерухому;

*кривошип* - ланка важільного механізму, яка вчиняє повний оборот навколо осі, пов'язаної зі стійкою;

*коромисло* - ланка важільного механізму, яка вчиняє неповний оборот навколо осі, пов'язаної зі стійкою;

*шатун* - ланка важільного механізму, яка вчиняє плоско-паралельний рух;

*повзун* - ланка важільного механізму, яка вчиняє поступальний рух щодо стійки;

*кулісний камінь* - ланка важільного механізму, яка вчиняє поступальний рух щодо рухомий спрямовуючої;

*куліса* - рухлива ланка важільного механізму, що є направляючою для кулісного каменя.

З'єднання двох дотичних ланок, що допускає їх відносний рух називається *кінематичної парою*.

### **3. Класифікація кінематичних пар (КП)**

*Кінематичні пари (КП) класифікуються за такими ознаками:*

1.3 вигляду місця контакту (місця зв'язку) поверхонь ланок:

а) нижчі, в яких контакт ланок здійснюється по площині або поверхні (пари ковзання);

б) вищі, в яких контакт ланок здійснюється по лініях або точках (пари, що допускають ковзання з перекочування).

2. По конструкції пари і відносного руху ланок, що утворюють пару:

а) плоскі (обертальні, поступальні);

б) просторові (циліндричні, сферичні і т.д.).

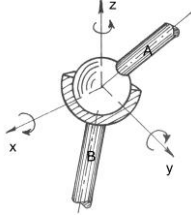
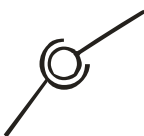

3 За способом замикання (забезпечення контакту ланок пари):

а) силове (за рахунок дії сил ваги або сили пружності пружини);

б) геометричне (за рахунок конструкції робочих поверхонь пари).

Приклади кінематичних пар представлені в таблиці 1.

Таблиця 1 - Умовні позначення деяких кінематичних пар

Схема	Умовне графічне зображення пари	Назва пари	Клас пари	Число умов зв'язку $S$	Число ступенів свободи $H$
		Сферична	III	3	3
		Циліндрична	IV	4	2
		Сферична з пальцем	IV	4	2
		Поступальна	V	5	1
		Обертальна	V	5	1

Число ступенів свободи механізму щодо ланки, прийнятого за нерухомий (стійки), називається числом ступенів рухливості механізму, або коротко, рухливістю механізму.

Рухливість плоского механізму визначається за формулою П. Л. Чебишева:  $W = 3n - 2p_5 - p_4$  або за формулою  $W = 3n - 2p_5 - p_4 - W_m + q_n$ ,

де:

$n$  - число рухомих ланок механізму;

$p_5$  - число кінематичних пар V класу;

$p_4$  - число кінематичних пар IV класу;

$q_n$  - кількість надлишкових (пасивних) зв'язків;

$W_m$  - кількість місцевих рухливостей (які позбавлені ступенів свободи).

Питання для самоперевірки:

1. Коли почала формуватися наука теорія механізмів і машин?
2. Дайте визначення: машина, механізм, ланка.
3. Класифікація машин?
4. Назвіть формулу Чебишева?

## Лекція № 13 Структурний аналіз і синтез механізмів

### План

1. Кінематичні пари, їх класифікація та умовні зображення
2. Кінематичні ланцюги. Їх види та рухливість. Формула Сомова-Малишева

### 1. Кінематичні пари, їх класифікація та умовні зображення

Кінематичною парою називається рухливе з'єднання двох дотичних ланок, що допускає їх відносний рух.

Розробкою теорії кінематичних пар займалися російський вчений Х. І. Гофман, німецький вчений Ф. Рело та ін.

Можливі з'єднання ланок в кінематичні пари дуже різноманітні. На малюнку 1 показано обертальна кінематична пара, яка припускає лише одне обертальний рух ланки А щодо ланки В. З'єднання ланок А і В утворюється двома циліндрами, що знаходяться в постійному зачепленні.

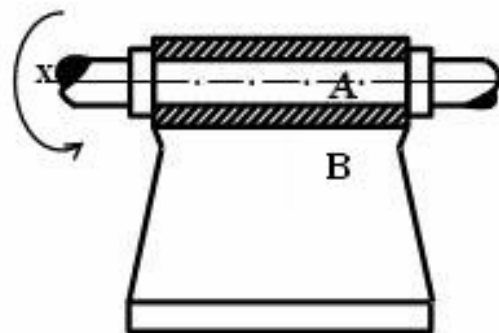


Рисунок 1 - Обертальна кінематична пара «циліндр в циліндрі»

На малюнку 2 показана кінематична пара, яка допускає відносне перекочування, ковзання і вертіння ланки А і В (що стосуються циліндричні поверхні).

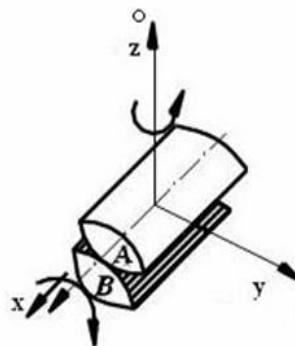


Рисунок 2 - Циліндр на циліндрі

На малюнку 3 зображена кінематична пара, яка допускає 5 рухів ланки А щодо ланки В, три з яких обертальні, два поступальні.

Таким чином, на відносний рух кожної ланки кінематичної пари накладаються обмеження, залежні від способу з'єднання ланок пари. Дізнайтеся про обмеження кінематичної парою, на рух ланок пари називається умовами зв'язку в кінематичній парі.

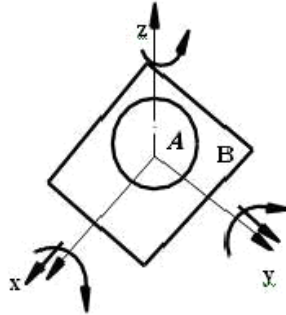


Рисунок 3 – Шар на плоскості

Розглянемо тепер, які ж зв'язку і в якій кількості можуть бути накладені на відносні рухи ланок кінематичної пари.

Для встановлення умов зв'язку, що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, розглянемо рух вільного твердого тіла відносно деякої системи відліку  $Oxyz$  (рис. 4).

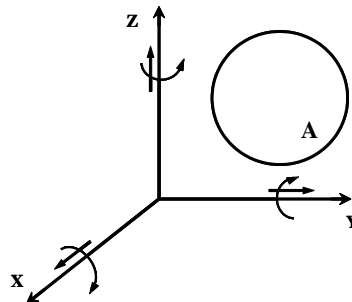


Рисунок 4 – Рух вільного тіла

Числом ступенів свободи механічної системи називається число незалежних можливих переміщень системи. Як відомо з теоретично-механіки, в цьому випадку тверде тіло має шістьма ступенями свободи. Воно може здійснювати три поступальних руху вздовж кожної з осей координат і три обертальні рухи навколо кожної з координатних осей, т. Е. Має в просторі 6-ма видами незалежних можливих рухів. Таким чином, кожне вільне ланка має 6-ю ступенями свободи. Вхідження ланки в кінематичну пару з іншим ланкою накладає на відносні рухи цих ланок умови зв'язку. Якщо дане ланка  $A$  з'єднати з іншою ланкою  $B$  в кінематичну пару і розглянути рух ланки  $A$  по відношенню до ланки  $B$ , то число його ступенів свободи зменшиться на число умов зв'язку, що накладаються утвореної кінематичної парою. Очевидно, що число умов зв'язку ( $S$ ) може бути тільки

цілим і має бути менше 6 (шести), т. К., Коли число умов зв'язку  $S = 6$ , ланки втрачають відносну рухливість і кінематична пара переходить в жорстке з'єднання двох ланок. Точно так же число умов зв'язку  $S$  не може дорівнювати 0, т. К. Це означає, що ланки не стикаються, а значить, кінематична пара перестає існувати, і ми маємо в такому випадку два вільних тіла, що рухаються в просторі одне незалежно від іншого. На підставі проведених міркувань робимо висновок про те, що число умов зв'язку  $S$ , що накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, складових цю пару, повинно лежати в межах  $1 \leq S \leq 5$ .

Отже, число ступенів свободи «Н» ланки кінематичної пари в відносному русі може бути виражено залежністю

$$H = 6 - S. \quad (1)$$

Звідси випливає, що число ступенів свободи ланки кінематичної пари в відносному русі може змінюватися також від 1 до 5 ( $1 \leq H \leq 5$ ).

Зв'язки, накладені на відносний рух ланок кінематичної пари, обмежують ті можливі відносні руху, якими володіють ланки у вільному стані. В результаті цих обмежень деякі з 6-ти можливих відносних рухів вільно рухається ланки стають для нього пов'язаними, т. т. неможливими.

Решта можливі руху можуть бути і незалежними один від одного, або ж бути пов'язаними одне з іншим якимись додатковими геометричними умовами, які встановлюють функціональну зв'язок між рухами. Наприклад, в гвинтовій парі обертання гвинта навколо осі викликає його поступальний рух, причому обидва ці рухи пов'язані певної аналітичної залежністю.

Решта незалежними можливі руху визначають число ступенів свободи ланок кінематичної пари в їх відносному русі.

Якщо між найпростішими рухами ланки навколо і уздовж трьох координатних осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  відсутні будь-які функціональні залежності, то ланка, в залежності від характеру зв'язків, що накладаються на його рух щодо іншої ланки кінематичної пари, володіє числом найпростіших рухів від 1 до 5. число найпростіших рухів може виявитися більше, ніж число ступенів свободи, якщо між найпростішими рухами встановлені функціональні залежності, що є додатковими умовами зв'язку (як в гвинтовій парі).

Розглянемо спочатку різні кінематичні пари, в яких від-слухні найпростіші можливі руху їх ланок функціонально між собою не пов'язані. Для цих пар числу умов зв'язку, що накладаються на відносний рух їх ланок, відповідає таке ж число виключених найпростіших рухів.



Для зручності аналізу структури механізмів все кінематичні пари поділяються на класи в залежності від числа умов зв'язку, що накладаються ними на відносний рух їх ланок (по Малишеву А. П.), т. К. Число умов зв'язку може бути  $1 \leq S \leq 5$ , то число класів пар дорівнює 5-й, відповідно до чого існують кінематичні пари I, II, III, IV, V клас-сов. Оскільки клас пари визначається числом умов зв'язку  $S$ , то із залежності (1) знаходимо

$$S = 6 - H \quad (2)$$

Клас пари легко визначити, якщо врахувати, що числу ступенів свободи, яким володіє кожна з ланок пари в їх відносному русі, відповідає таке ж число можливих найпростіших рухів. Це нескладно підрахувати.

Наведемо приклади кінематичних пар кожного класу. На малюнку 3 показана кінематична пара, що представляє собою кулю А, перекочується з ковзаням по площині В. Рух кулі відносно площини може бути розкладено на три обертальні рухи навколо кожної з координатних осей і два поступальних рухів (ковзання уздовж осей Х і У). У цьому випадку число ступенів свободи ланок даної кінематичної пари  $H = 5$ . Ковзання кулі вздовж вертикальної осі неможливо, т. К. При русі в одну сторону воно обмежене площиною В, а при русі в іншу сторону порушується зіткнення ланок, і, отже, кінематична пара перестає існувати. З рівності (2) випливає, що число умов зв'язку для цієї пари одно  $S = 6 - H = 6 - 5 = 1$ . Отже, ця пара повинна бути віднесена до парам I класу.

## **2. Кінематичні ланцюги. Їх види та рухливість. Формула Сомова-Малишева**

Кінематичним ланцюгом називається система ланок, пов'язаних між собою кінематичними парами. Кінематичні ланцюги діляться на прості і складні. Простий кінематичної ланцюгом називається такий ланцюг, у якій кожна ланка входить не більше, ніж в 2-е кінематичні пари.

Складною кінематичної ланцюгом називається ланцюг, в якій є хоча б одна ланка, що входить більш, ніж в два кінематичні пари.

Прості і складні кінематичні ланцюги, в свою чергу, діляться на замкнуті і незамкнуті (рис. 5).

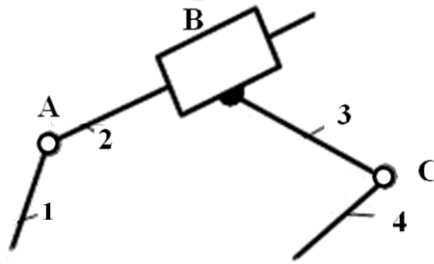


Рисунок 5 – Простий незамкнутий кінематичний ланцюг

Замкнутим кінематичним ланцюгом називається кінематичний ланцюг, ланки якої утворюють один або кілька замкнутих контурів.

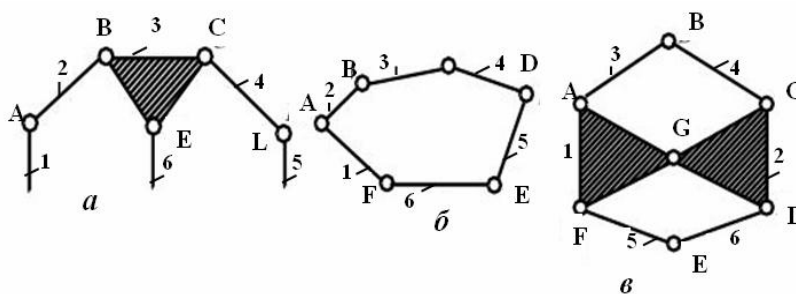
На малюнку 5 показана кінематична ланцюг, що складається з 4-х ланок, що утворюють 3-и кінематичні пари: 2-е оберտальних кінематичних пари V класу і одна поступальна V класу (B).

Незамкненою кінематичної ланцюгом називається кінематичний ланцюг, ланки якої не утворюють замкнутих контурів.

На малюнку 6, а показана схема складної кінематичного ланцюга з 6-ти ланок. На рис. 6, б показана проста замкнута ланцюг з 6-ти ланок.

На малюнку 6, в показана складна кінематична ланцюг з 6-ти ланок.

Якщо на рух ланки в просторі не накладено ніяких умов зв'язку, то воно має 6-ю ступенями свободи. Тоді, якщо число ланок кінематичного ланцюга одно «К», то загальне число ступенів свободи, яким володіють «К» ланок до їх з'єднання в кінематичні пари одно  $6K$ .



а – складни1 незамкнутий кінематичний ланцюг; б - простий замкнутий кінематичний ланцюг; в - складний замкнутий кінематичний ланцюг.

Рисунок 6 - Види кінематичних ланцюгів

З'єднання ланок в кінематичні пари накладає різне число зв'язків на відносний рух ланок, залежне від класу пар. Якщо число пар I класу, в які входять ланки розглянутої кінематичного ланцюга одно  $p_1$ , число пар II класу -  $p_2$ , число пар III класу -  $p_3$ , число пар IV класу -  $p_4$ , число пар V класу -  $p_5$ , то з  $6K$  ступенів свободи, якими володіли ланки до їх входження в

кінематичні пари, необхідно виключити ті ступені свободи, які віднімаються входженням ланок в кінематичні пари. Тоді число ступенів свободи, яким володіє кінематична ланцюг одно:

$$H = 6K - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (3)$$

Якщо одна з ланок кінематичного ланцюга буде нерухомим, то про-ний число ступенів свободи зменшиться на 6-ть і число ступенів свободи  $W$  щодо нерухомого ланки дорівнюватиме:

$$W = H - 6 \quad (4)$$

Число  $W$  ступенів свободи кінематичного ланцюга щодо ланки, прийнятого за нерухомий, називається числом ступенів рухливості.

Підставляючи в формулу (4) замість  $H$  його вираз зі співвідношення (3) отримуємо:

$$W = 6 \times (K-1) - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (5)$$

Якщо позначити  $K - 1 = n$ , то

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 \quad (6)$$

Вираз (6) називається формулою рухливості або структурної формули кінематичного ланцюга загального вигляду (або формулою Сомова-Малишева).

Приклад розрахунку рухливості механізму маніпулятора (рис. 7):

$$W = 6 \times 6 - 5 \times 3 - 4 \times 2 - 3 \times 1 = 10$$

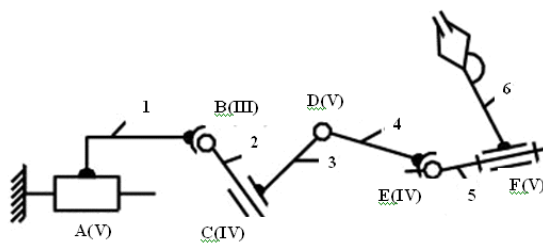


Рисунок 7 – Механізм маніпулятора

Питання для самоперевірки:

1. Кінематична пара і класифікація кінематичних пар?
2. Види кінематичних ланцюгів?
3. Формула Сомова-Малишева

## **Лекція №14 Кінематичний аналіз. Основні задачі кінематичного аналізу механізмів**

### План

1. Завдання і методи кінематичного аналізу
2. Способи завдання законів руху вхідних ланок
- 3 Графоаналітичний метод кінематичного аналізу механізмів. Метод зарубок, планів швидкостей і прискорень. Масштаби.

Кінематичний аналіз - вивчення руху ланок механізму без урахування сил, що обумовлюють цей рух.

### **1. Завдання і методи кінематичного аналізу**

Три основні завдання:

- 1 визначення переміщень ланок і траєкторій, описуваних точками ланок;
- 2 визначення швидкостей окремих точок ланок і кутових швидкостей ланок;
- 3 визначення прискорень окремих точок ланок і кутових прискорень ланок.

Якщо механізм має одну ступінь свободи, то переміщення, швидкості і прискорення ланок і точок механізму є функціями переміщень, швидкостей і прискорень одного з ланок, прийнятого за початкове.

Основними методами кінематичного аналізу є:

- 1 графічний;
- 2 чисто аналітичний;
- 3 експериментальний.

### **2. Способи завдання законів руху вхідних ланок**

Для виконання кінематичного аналізу повинні бути відомі:

- 1 кінематична схема (з урахуванням масштабу);
- 2 закон руху вхідної ланки (або закони руху вхідних ланок).

Закони руху можуть бути задані в аналітичній формі у вигляді відповідної функції, що зв'язує переміщення початкової ланки з часом.

Якщо вхідний ланка входить у обертальну пару зі стійкою, то задається функція  $\varphi = \varphi(t)$ , де  $\varphi$  - кут повороту початкової ланки відносно нерухомої системи координат ХОУ, пов'язаної зі стійкою, а  $t$  - час (рис. 1).



Рисунок 1 – Вхідна ланка входить у обертальну пару зі стійкою

Якщо вхідний ланка входить зі стійкою в поступальну пару (рис. 2), то задається функція  $S = S(t)$ , де  $S$  - переміщення довільно обраної т. А початкової ланки відносно нерухомої системи координат  $XOY$ , пов'язаної зі стійкою, а  $t$  - час .

Названі функції є функціями переміщень.

Закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функцій швидкостей  $\omega = \omega(t)$  або  $V = V(t)$ .

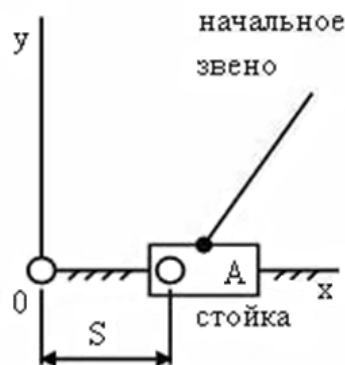


Рисунок 2 – Вхідна ланка входить зі стійкою в поступальну пару

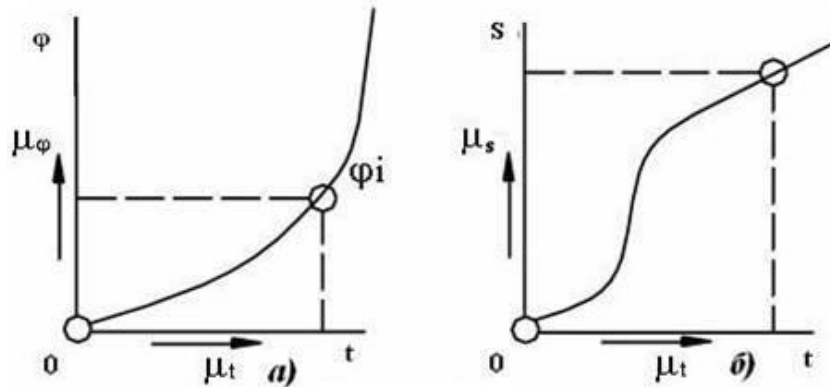
Тоді перехід від функції швидкостей до функцій переміщень може бути здійснений шляхом обчислення інтегралів

$$\varphi = \int_{t_0}^{t_i} \omega(t) dt ; S = \int_{t_0}^{t_i} V(t) dt .$$

Закон руху початкової ланки може бути заданий у вигляді функції прискорень  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ , або  $a = a(t)$ , то перехід до функцій швидкостей здійснюється шляхом обчислення інтегралів  $\varphi$ :

$$V = \int_{t_0}^{t_i} a(t) dt \quad \omega = \int_{t_0}^{t_i} \varepsilon(t) dt .$$

Визначивши функції швидкостей, можна визначити і функції положень:  $\varphi = \varphi(t)$  і  $S = S(t)$  можуть бути також задані графічно у вигляді кривих (рис. 3), де по осях ординат відкладені кути повороту  $\varphi$  (рис. 3, а) або переміщення  $S$  (рис. 3, б) в деяких обраних масштабах і, а по осях абсцис - час  $t$  в обраному масштабі.



а - вхідна ланка здійснює поступальний рух;

б - вхідна ланка здійснює поступальний рух.

Рисунок 3 - Закони руху початкової ланки

### 3 Графоаналітичний метод кінематичного аналізу механізмів. Метод зарубок, планів швидкостей і прискорень. Масштаби.

При русі механізму положення його ланок постійно змінюються, але в кожен певний момент часу вони займають цілком певні положення, і тому положення цих ланок можна як би сфотографувати.

Для важільних механізмів з жорсткими ланками при відомих їх розмірах завжди можна побудувати картину переміщення всіх їх точок і ланок в залежності від переміщення ланки обраного за вхідний. Це виконується за допомогою методів зарубок при відомих розмірах ланок і траєкторії окремих точок.

Графічна побудова кінематичної схеми механізму, відповідає заданому значенню, його узагальнені координати, називаються планом положення механізму (планом механізму).

Прийнято використовувати масштабні коефіцієнти при зображенні на кресленні різних фізичних величин.

Масштабним коефіцієнтом даної фізичної величини називається ставлення чисельного значення цієї величини в властивих їй одиницях до довжини відрізка в мм, який зображує цю величину на кресленні.

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{(AB)} = \frac{m}{mm}; l_{AB} - \text{справжня довжина величини.}$$

$$\mu_V = \left[ \frac{M}{C \cdot MM} \right]; \quad \mu_a = \left[ \frac{M}{C^2 \cdot MM} \right]; \quad \mu_F = \left[ \frac{H}{MM} \right].$$

Вибрати масштаб зображення  $\mu_l$  и перевести  $\rightarrow (AB) = \frac{l_{AB}}{\mu_l}$ .

На рисунку 4 показано побудову планів положень за допомогою зарубок.

Кривошип здійснює обертання, повзун здійснює поступальний рух, тому ми знаємо траєкторію руху т. В і Т.С.

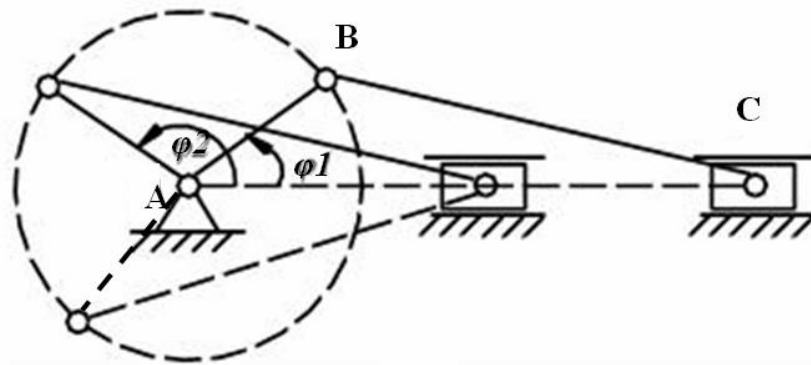


Рисунок 4 - Побудова планів положень механізму

Зв'язок масштабного коефіцієнта  $\mu_l$  з масштабом М.

$$\mu_l = \frac{0.001}{M}; \quad M = \frac{0.001}{\mu_l},$$

$$M 1:2 \Rightarrow \mu_l = 0,002 \text{ м/мм},$$

$$M 1:5 \Rightarrow \mu_l = 0,005 \text{ м/мм}.$$

Питання для самоперевірки:

1. Основні завдання кінематичного аналізу механізмів?
2. Масштаб – це? Масштабний коефіцієнт – це?
3. Зв'язок масштабного коефіцієнта  $\mu_l$  з масштабом М.

## Лекція № 15 Силовий аналіз механізмів. Задачі силового аналізу механізмів.

### План

1. Задачі силового аналізу механізмів
2. Сили, діючі на ланки механізмів
3. Умова статичної визначеності кінематичного ланцюга
4. Визначення реакцій в кінематичних парах
5. Теорема Жуковського

### 1. Задачі силового аналізу механізмів

В динамічний аналіз механізмів входять дві задачі:

- **перша задача** полягає у визначенні зовнішніх невідомих сил, діючих на ланки механізмів, а також реакцій в кінематичних парах, які виникають при русі механізмів;

- **друга задача** полягає у визначенні істинного закону руху механізму під дією прикладених до нього сил, а також у підборі таких співвідношень між силами, масами і розмірами ланок механізму, за яких рух механізму був би близьким до необхідного; це питання відноситься до теорії регулювання ходу машини.

Першу задачу динамічного аналізу механізмів називають силовим аналізом механізмів, а другу – динамікою механізмів.

### 2 Сили, діючі на ланки механізмів

Сили на ланки механізмів поділяються на **задані і реакції в'язей**.

Реакції в кінематичних парах виникають не тільки через дію зовнішніх сил, які задаються, але і в результаті руху ланок з прискоренням. Складові реакцій, які виникають від руху ланок з прискореннями, є допоміжними динамічними тисками в кінематичних парах. Їх можна знайти із рівняння рівноваги ланок, якщо до заданих сил і реакцій в'язей додати сили інерції.

Задані сили, в свою чергу, можна підрозділяти на наступні:

- 1) рушійні сили  $F_{руш}$ ;
- 2) опір корисних, або виробничих, сил  $F_{к.с}$ ;
- 3) опір шкідливих, або невиробничих, сил  $F_{ш.с}$ ;
- 4) сила ваги ланок  $G$ .

**Рушійними** називають сили, які виникають у машинах-двигунах. Рушійні сили від ведучих ланок передаються через механізм на його ведену ланку, а потім, у вигляді моменту – на ведучу ланку виконавчого механізму



робочої машини. Будь-яка рушійна сила співпадає за напрямком зі швидкістю точки її прикладення, або складає з нею гострий кут  $\alpha_1$ . Робота рушійних сил додатна.

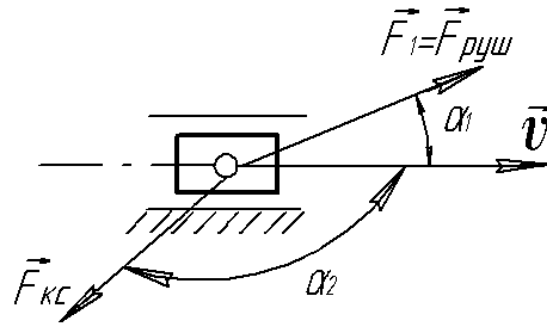


Рисунок 1 – До визначення сил  $F_{руш}$  і  $F_{к.с}$

**Силами виробничого опору** називають сили, для подолання яких і створена машина. Будь-яка сила виробничого опору направлена в сторону, яка протилежна напрямку швидкості точки її прикладення, або складає з цією швидкістю тупий кут  $\alpha_2$ . Робота сил виробничого (технологічного) опору від'ємна і називається корисною.

**Опір шкідливих сил**, або сили тертя, виникають як результат взаємного опору дотикаючих між собою ланок та їх відносному переміщенню. Робота сил тертя від'ємна і називається **шкідливою силою**.

**Сила ваги ланок** завжди направлена вниз (до центру ваги землі). Робота цих сил додатна, або від'ємна в залежності від того опускається чи піднімається центр ваги ланки.

До заданих сил відносяться і сили інерції, за якими розуміють кінетичну реакцію тіла на прискорення, надане йому зовні. Сили інерції прикладені не до тіла, яке розглядається, а до ускорюючого тіла, хоча за всіма кінетостатичними розрахунками воно умовно переноситься на ланку, яка розглядається. У цьому і полягає фіктивність сил інерції, яка використовується при розрахунках.

Визначення сил, діючих на ланки, і реакції в кінематичних парах з урахуванням сил інерції є основною задачею кінетостатики механізму. При визначенні реакцій в кінематичних парах частіше всього приймають, що  $\omega_1 = const$ , а силами тертя нехтують.

**Кінетостатичний розрахунок** базується на принципі Даламбера: якщо до системи, яка рухається під дією заданих сил (наприклад, до ланок механізму), прикласти сили інерції, то для кожної миттєвості систему можна вважати як би зрівноваженою реакціями в'язей.

Силу інерції ланки можна привести до головного вектору сили інерції, прикладеної в центрі мас  $S$  ланки:

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_S \quad (1)$$

де  $m$  – маса ланки;  $\vec{a}_S$  - вектор прискорення центра мас,  
і до пари сил, момент якої називається головним моментом сил інерції:

$$M_i = -I_S \varepsilon_S, \quad (2)$$

де  $I_S$  - момент інерції ланки відносно вісі, яка проходить через центр мас;  $\varepsilon_S$  - кутове прискорення ланки.

Знак мінус вказує на те, що вектор сили інерції, прикладений в центрі ваги ланки, направлений в протилежну сторону вектора прискорення центра ваги  $\vec{a}_S$ , а момент  $M_i$ , направлений протилежно напрямку кутового прискорення  $\varepsilon_S$ . Сили інерції, які виникають при русі ланок, залежать від характеру руху цих ланок.

**Сили інерції ланок з обертальним рухом.** При рівномірному обертальному русі ланок циліндричної форми (рис. 3.2)  $\vec{F}_i = 0$  і  $M_i = 0$ , оскільки  $a_S = 0$  і  $\varepsilon_S = 0$ .

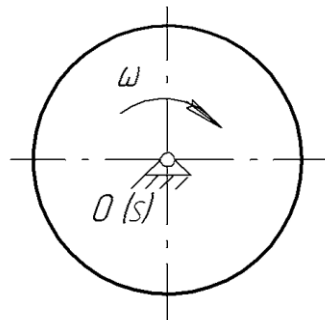


Рисунок 2 – До визначення сил інерції і моменту інерції ланки циліндричної форми при рівномірному обертальному русі

При рівномірному обертанні кривошипу (рис. 3.3)  $\vec{F}_i = -m\vec{a}_S \neq 0$ , оскільки  $a_S \neq 0$ ,  $M_i = 0$ , оскільки  $\varepsilon_S = 0$ .

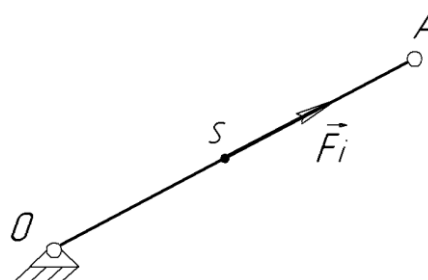


Рисунок 3 – До визначення  $F_i$  і  $M_i$  для кривошипів, якщо  $\varepsilon_S = 0$

При нерівномірному обертанні кривошипів (рис. 4), коромисел і кулі  $\vec{F}_i = -m\vec{a}_S$ ;  $M_i = -I_S\varepsilon_S$ .

При поступальному русі ланки (рис. 5)  $\vec{F}_i = -m\vec{a}_S$ .

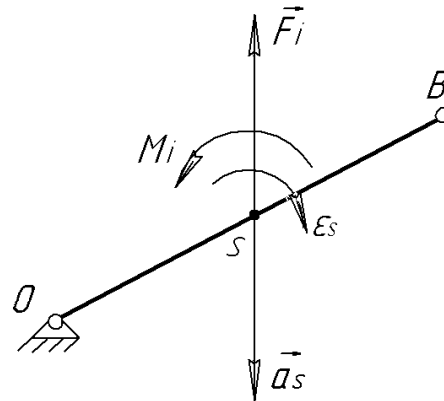


Рисунок 4 – До визначення  $F_i$  і  $M_i$  для кривошипів, коромисел, кулі при рівномірному обертанні

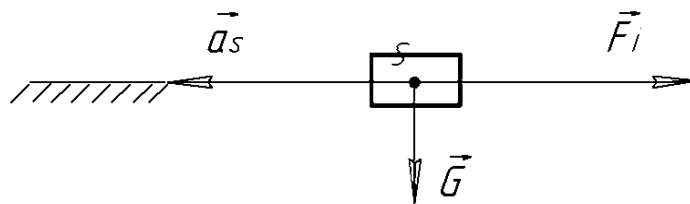


Рисунок 5 – Сили інерції для ланки з поступальним рухом

Силу інерції і пару сил інерції для ланки при плоско паралельному русі (шатуни) можна замінити однією силою, яка повинна бути зміщена паралельно силі інерції на плече  $h$  (рис. 6), яке визначається за умови  $h = \frac{M_i}{F_i}$

, причому момент сили  $F_i$  відносно центру мас повинен мати той же напрям, що і момент пари сил інерції.

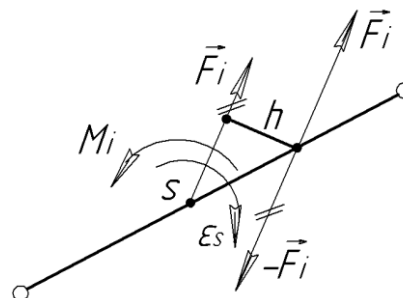
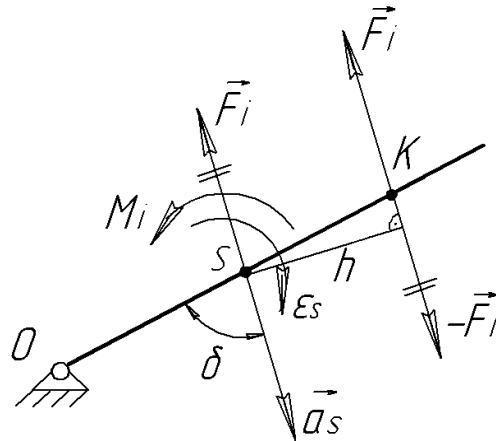


Рисунок 6 – Сила інерції для ланки зі складним рухом (шатун)

Рисунок 7 – Заміна  $\vec{F}_i$  і  $\vec{M}_i$  силою  $\vec{F}_i$  в точці  $K$  при обертальному русі ланки

При обертальному русі ця сила проходить через центр качання  $K$  (рис. 7). Відстань між центром мас і центром качання знаходиться за формулою:

$$l_{SK} = \frac{I_S}{m l_{OS}}, \quad (3)$$

яка виходить із виразу для плеча  $h$  після підстановки  $M_i$  і  $F_i$  з урахуванням формул кінематики  $\varepsilon_s = a_s \frac{\sin \delta}{l_{OS}}$ ;  $h = l_{SK} \sin \delta$ . І дійсно:

$$h = \frac{M_i}{F_i} = \frac{I_S \varepsilon_s}{m a_s} = \frac{I_S \sin \delta \cdot a_s}{m a_s} = l_{SK} \sin \delta,$$

$$l_{SK} = \frac{I_S}{m_s l_{OS}}.$$

### 3. Умова статичної визначеності кінематичного ланцюга

Число невідомих, які визначаються за будь-якої системи рівнянь, повинно співпадати з числом рівнянь. Через це, перш ніж розв'язувати задачу про визначення реакцій в кінематичних парах, необхідно з'ясувати, для яких кінематичних ланцюгів дотримується умова рівності числа рівнянь статички

(кінетостатики) числу невідомих складових реакцій в кінематичних парах (умова статичної визначеності). Звичайно, в першому наближенні, кінетостатичний аналіз виконується без урахування сил тертя.

Розглянемо, як будуть направлені реакції в різних кінематичних парах плоских механізмів.

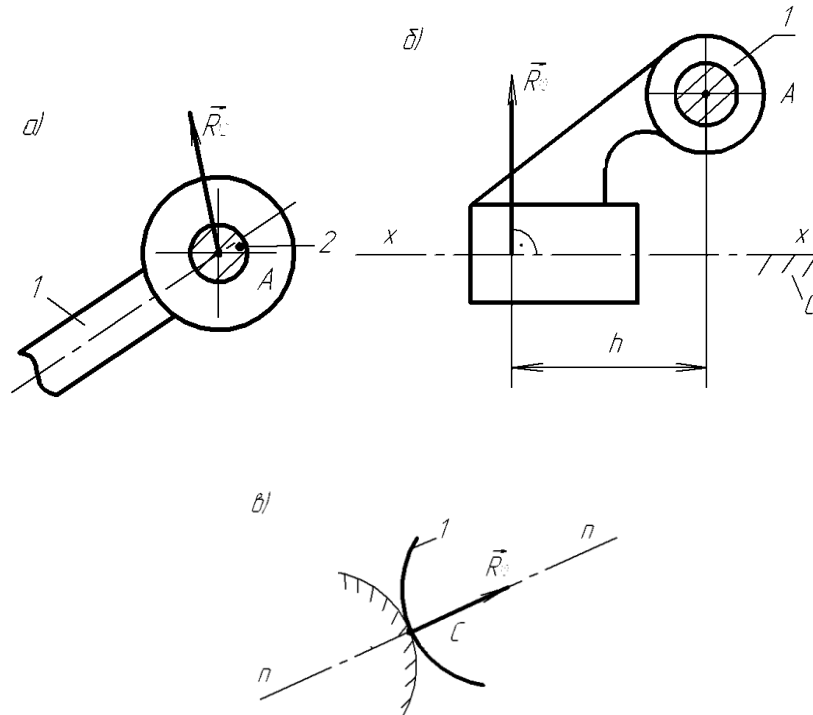


Рисунок 8 – Реакції в плоских кінематичних парах

Нехтуючи тертям, можна вважати, що в обертальній парі (рис. 8, а) 5-го класу сила  $\vec{R}_{12}$  тиску ланки 2 на ланку 1 проходить через центр  $A$  шарніра. Модуль і напрямок цього вектора залежать від значення і напрямку сил, прикладених до ланок пари. В поступальній парі (рис. 8, б) 5-го класу сила  $\vec{R}_{10}$  (тиск ланки  $O$  на ланку 1) перпендикулярна до напрямної « $x$ - $x$ », тобто відома лінія її дії, але невідомі напрямок, модуль і точка прикладення (відстань  $h$ ). У вищій парі 4-го класу без тертя (рис. 8, в) реакція  $\vec{R}_{10}$  прикладена до ланки 1 в точці  $C$  контакту і направлена по спільній нормалі « $n$ - $n$ » торкаючих поверхонь.

Таким чином, для визначення реакцій в кожній нижчій парі 5-го класу необхідно знайти по дві невідомі скалярні величини, а у вищій 4-го класу – тільки одну.

Позначимо число рухомих ланок плоского кінематичного ланцюга через  $n$ , число пар 5-го класу – через число  $p_5$  і число пар 4-го класу –  $p_4$ .

Складемо умову статичної визначеності плоского кінематичного ланцюга. Оскільки для кожної ланки, яка має плоско-паралельний рух, можна написати три рівняння рівноваги, то число рівнянь, яке ми зможемо скласти при  $n$  ланках, буде дорівнювати  $3n$ . Число невідомих, яке необхідно визначити, буде дорівнювати для пар 5-го класу  $2p_5$  і для пар 4-го класу  $p_4$ . Отже, кінематичний ланцюг буде статично визначеним, якщо виконується умова:

$$3n = 2p_5 + p_4. \quad (4)$$

Як відомо, будь-який механізм з парами 4-го і 5-го класів може бути заміненим механізмом з парами 5-го класу. Через це для розгляду загального випадку достатньо обмежитися розглядом груп, ланки яких входять тільки в пари 5-го класу.

Групи з парами 4-го класу можуть бути приведеними до груп з парами 5-го класу і можуть бути розраховані тими ж методами. Тоді формула (3.4) може бути написана так:

$$3n = 2p_5. \quad (5)$$

Звідки  $p_5 = \frac{3}{2}n$ .

Таким чином, число ланок і пар зв'язані між собою відношенням (3.5). Оскільки числа  $n$  і  $p_5$  повинні бути цілими, то цьому співвідношенню задовольняють наступні ряди чисел ланок і кінематичних пар

$$n = 2 \rightarrow p_5 = 3 \text{ - група II класу}$$

$$n = 4 \rightarrow p_5 = 6 \text{ - група III класу і т.д.}$$

Таким чином, статично визначеними є кінематичні ланцюги, які називаються групами.

І ще про одне. При кінематичному дослідженні механізмів послідовність дослідження співпадає з послідовністю приєднання груп, тобто спочатку розглядається група, яка приєднується до початкової ланки, або початкової ланки і стійки. Потім розглядується наступна група і т.д. Послідовність силового розрахунку є протилежним послідовності кінематичного дослідження, тобто силовий розрахунок починається з останньої (рахуючи від початкової ланки) приєднаної групи і закінчується силовим розрахунком початкової ланки.

#### 4. Визначення реакцій в кінематичних парах

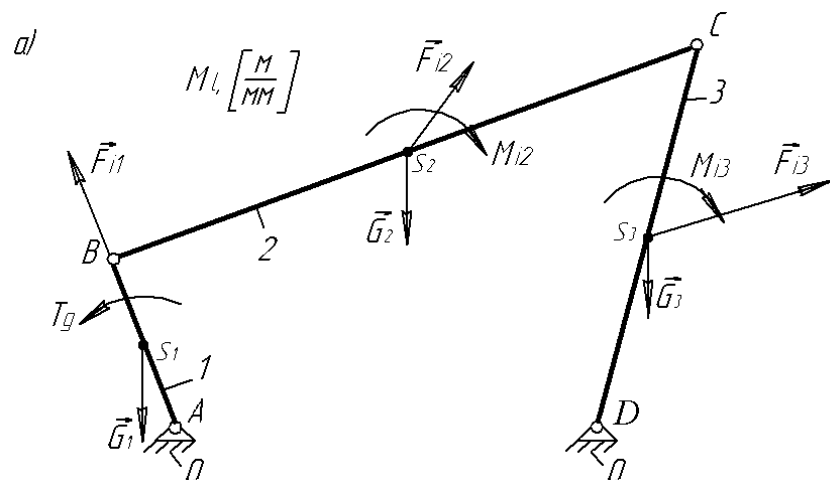
Враховуючи статичну визначеність структурних груп, тиск ланки на ланку визначають окремо для кожної структурної групи, а потім для ведучих ланок. Як уже сказано, розрахунки починають для групи, приєднаної до механізму останньою. При виділенні із механізму структурної групи дію відкинутої її частини замінюють відповідною силою. Ці сили належить визначити.

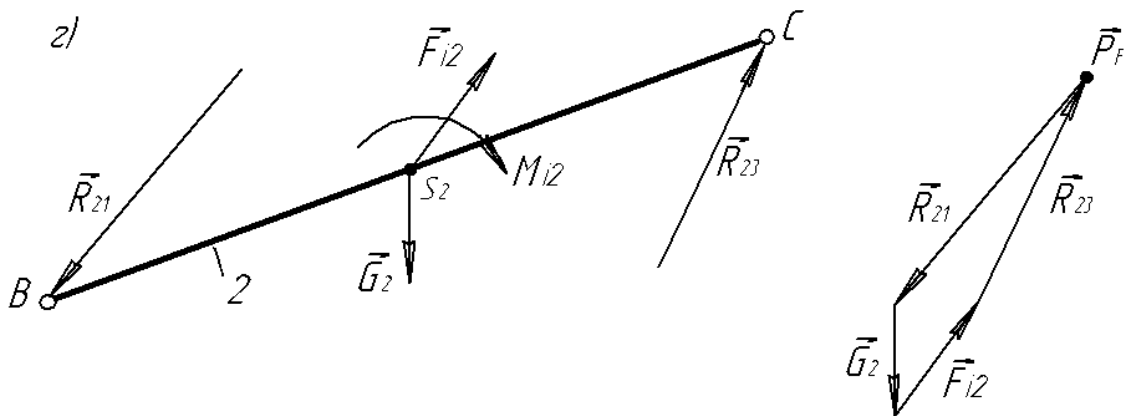
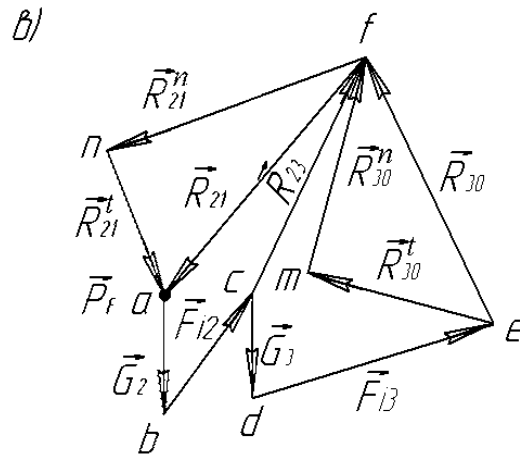
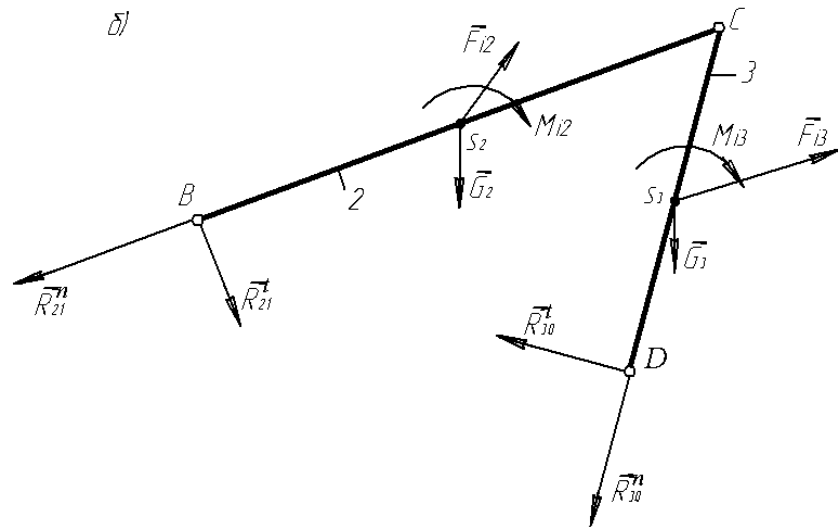
Графічне визначення реакцій в кінематичних парах плоских механізмів за допомогою планів сил застосовується не тільки через наглядність, але і тому, що зовнішні сили, які діють на ланки механізму, звичайно відомі тільки дуже приблизними, а тому точність простіших графічних будовань часто виявляється сповна достатньою.

Побудову планів сил покажемо на прикладі визначення реакцій в кінематичних парах шарнірного чотирьохланкового механізму без урахування сил тертя (рис. 9, а). Припустимо, що за заданим законом руху початкової ланки 1 виконаний кінематичний аналіз і визначені сили і пари сил інерції:

$$\vec{F}_{ij} (j=1,2,3), \quad M_{ij} (j=1,2,3).$$

Розв'язання задачі почнемо з розгляду умов рівноваги дволанкової групи, утвореною ланками 2 і 3 (рис. 3.9, б). Підлягають визначенню реакції  $\vec{R}_{21}$ ,  $\vec{R}_{30}$ ,  $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$ , тобто три вектора, або шість скалярних величин. В даному прикладі система рівнянь для визначення невідомих реакцій розділяється на два скалярних рівняння, кожне із яких утримує одну невідому величину, і два векторних рівняння, які розв'язуються незалежно. Відповідно, все розв'язання складається із трьох етапів.







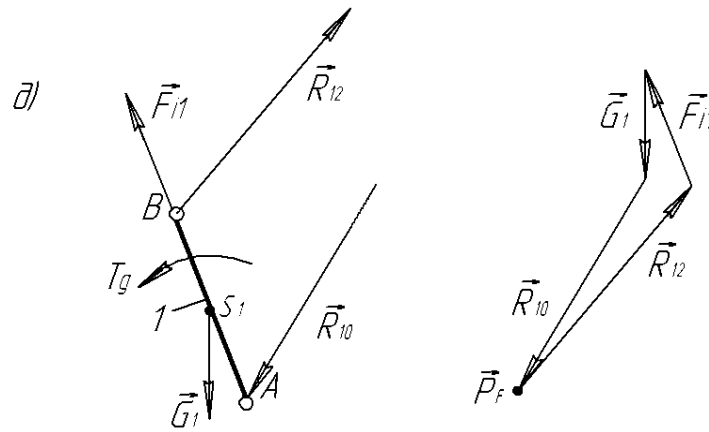


Рисунок 9 – Плани сил для двоповідкової групи та початкової ланки

Перший етап – визначення тангенціальних складових  $\vec{R}_{21}^t$  і  $\vec{R}_{30}^t$ .

Кожну із реакцій  $\vec{R}_{21}$  і  $\vec{R}_{30}$  розкладаємо на дві складові: нормальні складові  $\vec{R}_{21}^n$  і  $\vec{R}_{30}^n$  направлені по відрізкам  $BC$  і  $CD$ , а тангенціальні складові  $\vec{R}_{21}^t$  і  $\vec{R}_{30}^t$ , перпендикулярні їм. Напрямок цих складових (знак) вибираємо довільно. Складаючи рівняння моментів відносно точки  $C$  для ланки 2 і для ланки 3, одержуємо два рівняння, лінійних відносно шуканих величин  $R_{21}^t$  і  $R_{30}^t$ :

$$R_{21}^t h_{R_{21}^t} + G_2 h_{G_2} - M_{i2} - F_{i2} h_{F_{i2}} = 0;$$

$$-R_{30}^t h_{R_{30}^t} + G_3 h_{G_3} - M_{i3} - F_{i3} h_{F_{i3}} = 0,$$

де  $h_{R_{21}^t}, h_{G_2}, h_{F_{i2}}, h_{R_{30}^t}, h_{G_3}, h_{F_{i3}}$  - плечі відповідних сил, які є в позначенні цих плечей відносно точки  $C$ . Якщо після рішення рівнянь будь-яка складова вийшла зі знаком «плюс», то на схемі (рис. 3.9, б) знак її напрямку був вибраний правильно, а якщо зі знаком «мінус» - знак напрямку необхідно змінити на протилежний.

Другий етап – визначення нормальних складових  $\vec{R}_{21}^n$  і  $\vec{R}_{30}^n$  - виконується на підставі графічного розв'язання векторного рівняння суми сил, діючих на всю групу в цілому:

$$\underline{\vec{R}_{21}^n} + \underline{\vec{R}_{21}^t} + \underline{\vec{G}_2} + \underline{\vec{F}_{i2}} + \underline{\vec{G}_3} + \underline{\vec{F}_{i3}} + \underline{\vec{R}_{30}^t} + \underline{\vec{R}_{30}^n} = 0 \quad (3.6)$$

Сума вказаних векторів утворює замкнутий векторний контур, який називається **планом сил**.

Вибравши масштабний коефіцієнт  $\mu_F \left[ \frac{H}{MM} \right]$ , відкладаємо на плані сил (рис. 3.9, в) вектори, які їх зображають, а модулі їх дорівнюють, наприклад,  $(ab) = \frac{G_2}{\mu_F}$ ;  $bc = \frac{F_{i2}}{\mu_F}$  і т.д. При цьому  $\vec{R}_{21}^t$  необхідно відкладати поряд з  $\vec{G}_2$ , а  $\vec{R}_{30}^t$  - з  $\vec{F}_{i3}$ . Лінії дії векторів  $\vec{R}_{21}^n$  і  $\vec{R}_{30}^n$  проводимо із початку векторів  $\vec{R}_{21}^t$  і  $\vec{R}_{30}^t$  відповідно. Точку перетину цих ліній визначають відрізки  $nf$  і  $mf$ , які зображають  $\vec{R}_{21}^n$  і  $\vec{R}_{30}^n$  відповідно. Суми нормальних і тангенціальних складових дають повні реакції  $\vec{R}_{21}$  і  $\vec{R}_{30}$ .

Третій етап – визначення реакції  $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$ . Ця реакція визначається за умови рівноваги ланки 2, або ланки 3. Наприклад, для ланки 2 маємо наступне векторне рівняння (рис. 3.9, г):

$$\vec{R}_{21} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{i2} + \vec{R}_{23} = 0.$$

Кінетостатичне дослідження механізму закінчується силовим розрахунком ведучої ланки  $AB$ . Оскільки до ланки прикладений обертовий момент  $T_g$  (рис. 3.9, д), то його значення визначаємо за умови:

$$\sum m_A(F_i) = 0, \quad T_g - R_{12}h_{R_{12}} + G_1h_{G_1} = 0, \quad \text{звідки } T_g = R_{12}h_{R_{12}} - G_1h_{G_1}.$$

Реакцію в кінематичній парі А знаходимо за векторним рівнянням (рис. 3.9, д):

$$\vec{R}_{12} + \vec{G}_1 + \vec{F}_{i1} + \vec{R}_{10} = 0.$$

### 5. Теорема Жуковського

Розглянемо ланку механізму, абсолютні швидкості  $v_A$  і  $v_B$  точок  $A$  і  $B$  якого відомі; до ланки в точці  $C$  прикладена сила  $F_j$  (рис. 10, а).

План швидкостей точок цієї ланки побудований на рис. 10, б, а на рис. 10, в, – обернений на  $90^\circ$  план цієї ж ланки. Момент сили  $F_j$  відносно точки  $P_v$ :

$$M_{P_v}(F_j) = F_j(P_vL) = F_j(P_vC)\cos\alpha_j.$$

Оскільки відрізок  $(P_vC)$  зображує в масштабі  $\mu_v$  швидкість  $v_C$  точки  $C$ , то  $v_C = (P_vC)\mu_v$ . Тоді

$$M_{P_v}(F_j) = F_j \frac{v_C}{\mu_v} \cos \alpha_j = \frac{P_j}{\mu_v}.$$

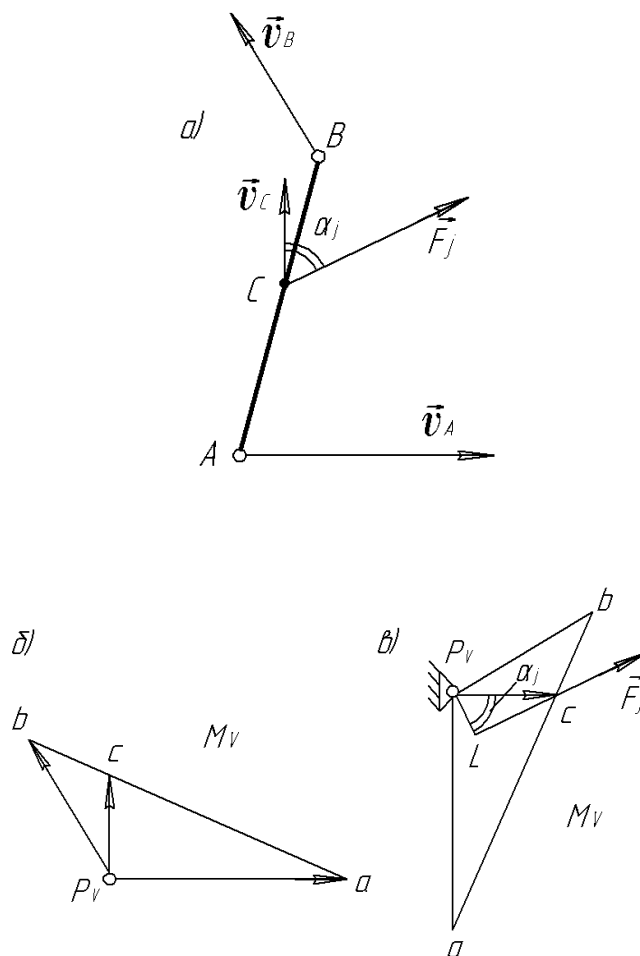


Рисунок 10 – До виведення формули Жуковського

Це рівняння є аналітичним виразом теореми Жуковського: якщо силу, прикладену до будь-якої точки ланки плоского механізму перенести паралельно самої собі в однойменну точку оберненого плану швидкостей, то момент цієї сили відносно полюсу плану швидкостей буде пропорційним її потужності  $P_{jz}$ . Якщо на ланку діє пара сил, то на обернений план швидкостей необхідно переносити кожен складову цієї пари окремо.

Теорема Жуковського застосовується у багатьох задачах динаміки. Зокрема, її можна використати для визначення врівноважуючого моменту, якщо бажають уникнути послідовного визначення усіх реакцій в кінематичних парах. На рис.11, б для розглянутого прикладу силового аналізу кривошипно-коромислового механізму наведений план швидкостей, обернений на  $90^\circ$   $P_vbc$  і сили  $G_1, G_2, G_3, F_{i1}, F_{i2}, F_{i3}$ , прикладені в точках, однойменних з точками прикладення цих сил в механізмі.

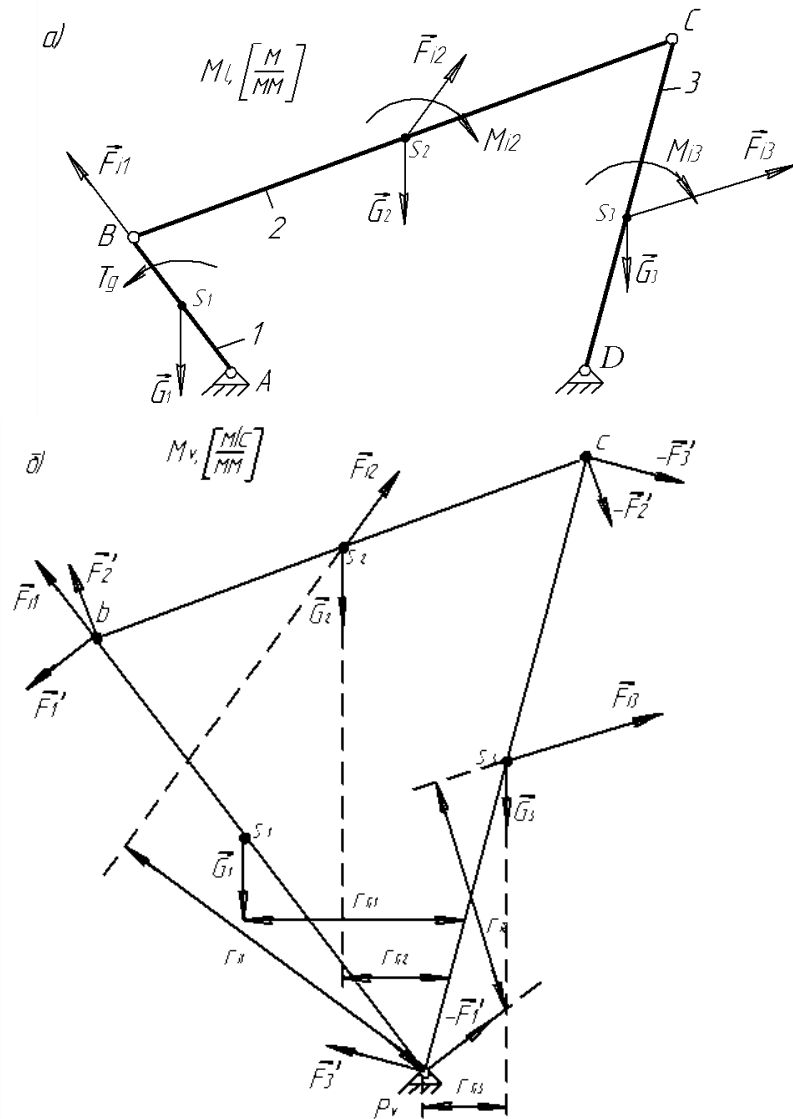


Рисунок 11 – Важіль Жуковського для визначення врівноважуючого моменту  $T_g$  на ведучій ланці механізму

Пари сил з моментами  $T_g$ ,  $M_{i2}$ ,  $M_{i3}$ , представлені складовими  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ , прикладеними в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$  перпендикулярно напрямкам відрізків  $AB$ ,  $BC$  і  $CD$ . Модулі цих складових знайдені за умов:

$$F_1 = \frac{T_g}{l_{AB}}; \quad F_2 = \frac{M_{i2}}{l_{BC}}; \quad F_3 = \frac{M_{i3}}{l_{CD}}.$$

Кожна складова пари сил перенесена в однойменну точку плану швидкостей без зміни її напрямку.

На підставі загального рівняння динаміки сума потужностей всіх зовнішніх сил, прикладених до  $n$  ланок механізму та сил інерції ланок дорівнює нулю:

$$\sum_{j=1}^n P_j + \sum_{j=1}^n P_{ij} = 0.$$

За умовою теореми Жуковського це рівняння рівносильне рівнянню моментів відносно полюсу оберненого плану швидкостей (важіля Жуковського):

$$\sum_{j=1}^n M_{P_v}(\vec{F}_j) + \sum_{j=1}^n M_{P_v}(\vec{F}_{ij}) = 0 \quad (3.7)$$

В нашому прикладі сили інерції об'єднані з зовнішніми силами і через це рівняння (3.7) має вигляд:

$$G_1 r_{G_1} + G_2 r_{G_2} - G_3 r_{G_3} - F_{i2} r_{i1} - F_{i3} r_{i3} - F_2'(bc) - F_3'(cd) + F_1(ab) = 0.$$

Звідки знаходимо  $T_g = F_1 l_{AB}$ .

Питання для самоперевірки:

1. Задачі силового аналізу механізмів?
2. Які сили, діють на ланки механізмів?
3. Умова статичної визначеності кінематичного ланцюга
4. Теорема Жуковського.

## Розділ 4. Деталі машин

### Лекція № 16

#### Основні положення розділу Деталі машин. Деталі машин і їх класифікація. Основні вимоги до машин

##### План

1. Поняття машини та деталей машин
2. Основні вимоги, що ставляться до сучасних машин та їх деталей
3. Основні напрямки розвитку конструкцій машин та їх розрахунку
4. Основні критерії працездатного стану деталей машин

##### 1. Основні положення розділу Деталі машин

Сучасне суспільство відрізняється від первісного використання машин. Застосування предметів, що розширюють можливості рук, і особливе освоєння додаткових джерел енергії не тільки дозволило людству вижити, але й забезпечило в подальшому перемогу над переважаючими силами природи.

Життя людей, навіть самих відсталих племен, тепер немислима без різних механічних пристроїв і пристосувань (грецьк. "механа" – хитрість).

І хоча різні механічні хитрості використовувалися вже в древньому Єгипті при будівництві пірамід, всерйоз говорити про застосування машин можна лише з епохи промислової революції XVIII століття, коли винахід парової машини дало гігантський технологічний ривок і сформувало сучасний світ у його нинішньому виді. Тут важливий енергетичний аспект проблеми.

З тих пір намітилися основні закономірності пристрою й функціонування механізмів і машин, були складені найбільш раціональні й зручні форми їх складових частин - деталей. У процесі механізації виробництва й транспорту, зі збільшенням навантажень і складності конструкцій, зросла потреба не тільки в інтуїтивному, але й у науковому підході до створення та експлуатації машин.

Розвиток промисловості зажадало великої кількості інженерів-механіків. Тому в провідних університетах Заходу вже з 30-х років XIX століття читається самостійний курс "Деталі Машин". Без цього курсу тепер неможлива підготовка інженера-механіка будь-якої спеціальності.

**Деталі машин** - це дисципліна, що вивчає основи розрахунку і конструювання деталей і вузлів машин загального призначення.

## 2. Основні вимоги, що ставляться до сучасних машин та їх деталей

Під час розробки механічних систем і об'єктів користуються такими основними поняттями:

**Машина** – виріб, який виконує механічні рухи для перетворення енергії, руху, матеріалів з метою підвищення продуктивності, заміни чи полегшення фізичної і розумової праці людини.

**Механізм** – це система деталей, призначена для перетворення одного виду руху в інший. За функціональною ознакою він може бути передавальним (змінює швидкості, сили і моменти), виконавчим (безпосередньо діє на об'єкт), а також таким, що здійснює контроль, управління чи регулювання.

**Виріб** – будь - який предмет чи сукупність предметів, що виготовляє підприємство.

**Деталь** – виріб, виготовлений із одного матеріалу без використання складальних операцій (гайка, болт, вал).

**Складальна одиниця** – виріб, складові частини якого підлягають з'єднанню між собою за допомогою складальних операцій на підприємстві.

Часто користуються поняттям «вузол» – сукупність складальних одиниць або деталей, що мають спільне функціональне призначення (редуктор, муфта, підшипник кочення).

**Агрегат** – автономна складальна одиниця, яка здатна виконувати певні функції в складі виробу або поза ним (оброблювальні блоки, поворотні столи, механізми синхронізації, мотор - редуктори і т. ін.) і має певну взаємозамінність за приєднувальними розмірами і експлуатаційними показниками.

**Ланка механізму** – одна чи декілька нерухомо з'єднаних деталей.

Кожен механізм має вхідну і вихідну ланки (наприклад вхідний і вихідний вали редуктора), в кожній парі сумісно працюючих ланок в напрямі силового потоку розрізняють ведучу і ведену ланки.

**Кінематична пара** – дві з'єднані ланки, що забезпечують той чи інший вид руху.

**Кінематичний ланцюг** – система з'єднаних кінематичних пар.

Кожна деталь і вузол машини, як і машина загалом мають відповідати певним вимогам. Ці вимоги визначають напрями розвитку конструкцій машин.

Основні з них:

- **роботоздатність** – здатність машини виконувати задані функції з параметрами, встановленими нормативно - технічною документацією; забезпечується відповідними розмірами і формами деталей, вибором

матеріалів, застосуванням зміцнювальних технологій, антикорозійного захисту та відповідного змащення;

- **високі експлуатаційні показники:** продуктивність, коефіцієнт корисної дії (к.к.д.), менші витрати на обслуговування та ремонт, відповідність принципам енергоресурсозбереження;

- надійність і захист від аварійних руйнувань, небезпечних для обслуговуючого персоналу;

- **технологічність** – мінімум засобів, часу і праці під час виготовлення, експлуатації і ремонту машини; забезпечується виконанням деталей найпростішими поверхнями, зручними для обробки, використанням матеріалів, придатних для безвідходної обробки і ресурсозберігальної технології, системою допусків і посадок тощо;

- **економічність** – найменші матеріальні витрати на проектування, виготовлення, експлуатацію і ремонт;

- **естетичність** – досконалість зовнішніх форм деталей, вузлів і машин загалом, гарний зовнішній вигляд;

- **екологічність** – здатність машини виконувати свої функції без шкідливого впливу на навколишнє середовище.

### 3. Основні напрямки розвитку конструкцій машин та їх розрахунку

Розділ «Деталі машин» вивчає розрахунки і принципи проектування та конструювання деталей і вузлів загального призначення, які є подібними для багатьох машин.

Вказані деталі машин можна класифікувати таким чином:

- 1) з'єднання – з'єднують деталі між собою;
- 2) механічні передачі обертального руху;
- 3) вали та осі – несуть на собі обертові деталі передач;
- 4) муфти – з'єднують між собою вали й передають крутний момент;
- 5) підшипники, напрямні прямолінійного руху;
- 6) пружні елементи – зм'якшують вібрацію й удари, накопичують енергію, забезпечують постійний стиск деталей;
- 7) пристрої для змащування та захисту від забруднення;
- 8) корпусні деталі – організують усередині себе простір для розміщення всіх інших деталей, забезпечують їх захист;
- 9) механізми управління.

Машини, як і інші вироби, виготовляються тільки за проектом, що, у кожному разі, є сукупністю графічних і текстових документів. Правила й порядок розробки, оформлення й обліку цих документів установлюється



комплексом стандартів – Єдиною системою конструкторської документації (ЄСКД), розробленої в 70-і роки ХХ ст.

Проектування машин виконують у кілька стадій, встановлених ГОСТ 2.103-68.

Для одиничного виробництва це:

1. Розробка технічної пропозиції за ДСТ 2.118-73.
2. Розробка ескізного проекту за ДСТ 2.119-73.
3. Розробка технічного проекту за ДСТ 2.120-73.
4. Розробка документації для виготовлення виробу.
5. Коректування документації за результатами виготовлення й випробування виробу.

Стадії проектування при серійному виробництві ті ж, але тільки коректування документації доводиться повторювати кілька разів: спочатку для досвідченого екземпляра, потім для досвідченої партії, потім за результатами виготовлення й випробувань першої промислової партії.

У кожному разі, приступаючи до кожного етапу конструювання, як і взагалі до будь-якої роботи, необхідно чітко позначити три позиції:

Вихідні дані – будь-які об'єкти й інформація, які відносяться до справи ("що ми маємо?").

Мета – очікувані результати, величини, документи, об'єкти ("що ми хочемо отримати?").

Засоби досягнення мети – методики проектування, розрахункові формули, інструментальні засоби, джерела енергії й інформації, конструкторські навички, досвід ("що і як робити?").

Діяльність конструктора-проектувальника знаходить зміст тільки за наявності замовника - особи або організації, що бідують у виробі й фінансують розробці.

Теоретично замовник повинен скласти й видати розроблювачеві Технічне Завдання - документ, у якому грамотно й чітко позначені всі технічні, експлуатаційні й економічні параметри майбутнього виробу. Але, на щастя, цього не відбувається, оскільки замовник поглинений своїми відомчими завданнями, а, головне, не має достатніх навичок проектування. Таким чином, інженер не залишається без роботи.

Робота починається з того, що замовник і виконавець спільно становлять (і підписують) Технічне Завдання. При цьому виконавець повинен одержати максимум інформації про потреби, побажання, технічних і фінансових можливостях замовника, обов'язкових, кращих і бажаних властивостях майбутнього виробу, особливостях його експлуатації, умовах

ремонту, можливого ринку збуту. Ретельний аналіз цієї інформації дозволить проектувальникові правильно вибудувати логічний ланцюжок

"Завдання - Мета - Засобу" і максимально ефективно виконати проект.

Розробка Технічної Пропозиції починається з вивчення Технічного Завдання. З'ясовуються призначення, принцип пристрою й способи з'єднання основних складальних одиниць і деталей. Все це супроводжується аналізом науково-технічної інформації про аналогічні конструкції. Виконуються кінематичний розрахунок, проектувальні розрахунки на міцність, жорсткість, зносостійкість і за критеріями працездатності. З каталогів попередньо вибираються всі стандартні вироби - підшипники, муфти й т.п.

Виконуються перші ескізи, які поступово уточнюються. Необхідно прагнути до максимальної компактності розташування й зручності монтажу-демонтажу деталей.

На стадії Ескізного Проекту виконуються уточнені й перевірені розрахунки деталей, креслення виробу в основних проекціях, проробляється конструкція деталей з метою їх максимальної технологічності, вибираються з'єднання деталей, проробляється можливість складання-розбирання й регулювання вузлів, обирається система змащення й ущільнення. Ескізний проект повинен бути розглянутий і затверджений, після чого він стає основою для Технічного Проекту. При необхідності виготовляються й випробовуються макети виробу.

Технічний Проект повинен обов'язково містити креслення загального виду, відомість технічного проекту й пояснювальну записку. Креслення загального виду за ДСТ 2.119-73 повинен дати відомості про конструкцію, взаємодію основних частин, експлуатаційно-технічних характеристиках і принципах роботи виробу. Відомість Технічного Проекту й Пояснювальна Записка, як і всі текстові документи повинні містити вичерпну інформацію про конструкцію, виготовлення, експлуатацію й ремонті виробу. Вони оформляються в точній відповідності з нормами і правилами ЄСКД (ГОСТ 2.104-68; 2.105-79; 2.106-68). Таким чином, проект здобуває остаточний вид – креслень і пояснювальної записки з розрахунками, названими робочою документацією.

#### 4. Основні критерії працездатного стану деталей машин

Успішна робота деталей і машин полягає в забезпеченні роботоздатності й надійності.

**Роботоздатність деталей і машин** визначається як властивість виконувати свої функції із заданими показниками й характеризується наступними критеріями:

**Міцність** - здатність деталі чинити опір руйнуванню або незворотній зміні форми (деформації);

**Жорсткість** - здатність деталі чинити опір будь-якій деформації;

**Зносостійкість** - здатність зберігати первісну форму своєї поверхні, без зношування;

**Теплостійкість** - здатність вузла чи механізму працювати в заданому температурному режимі протягом заданого терміну служби.

**Вібростійкість** - здатність працювати в потрібному діапазоні режимів без неприпустимих коливань.

**Надійність** визначається як властивість деталі й машини виконувати свої функції, зберігаючи задані показники протягом заданого часу й, по суті, виражає собою перспективи збереження працездатності.

У процесі роботи деталі й машини піддаються не тільки розрахунковим навантаженням, які конструктор очікує й ураховує, але й попадають у позаштатні ситуації, які дуже важко передбачити, як, наприклад, удари, вібрація, забруднення, екстремальні природні умови й т.п. При цьому виникає відмова – втрата роботоздатності внаслідок руйнування деталей або порушення їхньої правильної взаємодії. Відмови бувають повні й часткові; раптові (поломки) і поступові (зношування, корозія); небезпечні для життя; важкі й легкі; усувні й неусувні; приробочні (виникають на початку експлуатації) і пов'язані з наявністю дефектних деталей; відмови через зношування, втоми й старіння матеріалів.

Надійною можна вважати машину, яка має наступні властивості.

*Безвідмовність* - здатність зберігати свої експлуатаційні показники протягом заданого наробітку без змушених перерв.

*Довговічність* - здатність зберігати задані показники до граничного стану з необхідними перервами для ремонтів і технічного обслуговування.

*Ремонтпридатність* - пристосованість виробу до попередження, виявленню й усуненню відмов і несправностей за допомогою техобслуговування й ремонту.

*Здатність зберігатися* – властивість виробу зберігати відповідні експлуатаційні показники після встановленого терміну зберігання і транспортування.

Надійність важко розрахувати кількісно, вона зазвичай оцінюється як імовірність безвідмовної роботи на підставі статистики експлуатації групи ідентичних машин.

При всій значимості всіх описаних критеріїв, неважко помітити, що міцність є найважливішим критерієм роботоздатності й надійності. Невиконання умови міцності автоматично робить непотрібними всі інші

вимоги й критерії якості машин. Дійсно, небагато коштує технологічна, жорстка, зносостійка, теплостійка, вібростійка, дешева в експлуатації, ремонтпридатна конструкція самого передового дизайну, якщо вона зламалася при першому ж навантаженні.

#### Вимоги до машин і критерії їх якості

Оскільки людині властиво хотіти всього й відразу, то вимоги до машин різноманітні й часто суперечливі, однак їх можна умовно розділити на основні взаємозалежні групи:

- технологічні вимоги;
- економічні вимоги;
- експлуатаційні вимоги.

Якість машини, тобто її максимальна відповідність всім вимогам неможливо без безустанної уваги інженера на всіх стадіях "життя" машини. Якість заставляється на стадії проектування, забезпечується на стадії виробництва й підтримується в процесі експлуатації.

Ступінь відповідності вимогам характеризують критерії якості (гречк. "критеріон" – вузьке місце) – якісь конкретні параметри (гречк. "параметрос" – вимірюваний), тобто вимірювані або обчислювані величини.

Однак відомо, що повне задоволення всіх вимог - абсолютно нездійсненне завдання, тому завжди доводиться йти на компроміс, позначаючи головні вимоги й забезпечуючи відповідні їм критерії якості. Відзначимо тому лише основні вимоги до деталей і машин.

*Технологічність* - виготовлення виробу при мінімальних витратах праці, часу й засобів при повній відповідності своєму призначенню.

*Економічність* - мінімальна вартість виробництва й експлуатації.

*Працездатність* - стан об'єкта, при якому він здатний виконувати задані функції.

*Надійність* - властивість об'єкта зберігати в часі здатність до виконання заданих функцій (ГОСТ 27.002-83)

Основними критеріями якості машин вважають:

Потужність - швидкість перетворення енергії;

Продуктивність - обсяг роботи (продукції, інформації), виконуваної в одиницю часу;

Коефіцієнт корисної дії - частка енергії (потужності), що дійшла до споживача;

Габарити - граничні розміри;

Енергоємність - витрата палива або електрики віднесений до обсягу роботи (пройденій відстані, зробленій продукції);

Матеріалоємність - кількість конструкційного матеріалу машини, зазвичай віднесеної до одиниці потужності;

Точність - здатність максимально відповідати заданому положенню (швидкості й т.п.);

Плавність ходу - мінімальні прискорення при роботі машини.

Питання для самоперевірки:

1. Назвіть деталі і вузли, які вивчаються в курсі «Деталі машин»
2. Що таке технологічність конструкції? Якими показниками її оцінюють?
3. Як оцінюють трудомісткість, матеріаломісткість і енергоємність конструкції
4. Які групи вимог пред'являються до машин ?
5. Які основні вимоги до деталей і машин ?
6. Які основні критерії якості деталей і машин ?
7. Що таке роботоздатність і які її критерії ?
8. Що таке надійність і які її критерії ?
9. Що є найголовнішим критерієм працездатності й надійності ?
10. У чому полягає загальна умова міцності деталей машин ?

## Лекція № 17

### Загальні відомості про механічні передачі. Призначення механічних передач.

#### План

1. Функціональне призначення передач
2. Класифікація механічних передач
3. Основні параметри передач

#### 1. Функціональне призначення передач

Сучасні машини приводяться в рух головним чином паливними й електричними двигунами. У силу специфіки законів термогазодинаміки і електромагнетизму, ці двигуни більше швидкохідні, ніж було б зручно для людини, до того ж їх швидкість складно й погано регулюється. Виникає необхідність узгодження режимів роботи двигуна й виконавчого органа, з яким, властиво, і має справа оператор. Для цього створені передачі.

Більшість сучасних машин створюють за схемою: двигун – проміжний механізм – виконавчий (робочий) орган.

Необхідність використання проміжного передавального механізму викликана тим, що двигуни виконуються швидкохідними для зменшення габаритів, маси і вартості, тому безпосереднє з'єднання двигуна з робочим органом машини застосовується рідко. Зазвичай, між двигуном і робочим органом устанавлюється проміжний механізм – передача.

Передачами називають механізми, які служать для передавання руху (енергії) на відстань від двигуна до робочої машини.

При цьому розв'язують такі задачі :

- 1) зниження або підвищення кутової швидкості обертання;
- 2) ступінчасте або безступінчасте регулювання швидкості робочого органа;
- 3) зміна напрямку руху або реверсування (реверс – зміна напрямку руху на зворотний);
- 4) перетворення обертального руху на поступальний, гвинтовий тощо;
- 5) приведення в дію одним двигуном кількох виконавчих механізмів.

Приводом некерованим називають сукупність двигуна та передачі.

Привод керований – це двигун, передача і система контролю та керування. У машинобудуванні використовують різні види передач: механічні; гідравлічні; пневматичні; електричні; комбіновані, наприклад, гідромеханічні. Найбільш поширеними є механічні передачі обертового руху.

Крім передачі механічної енергії від двигуна до робочого органу машини механічні передачі виконують функцію узгодження параметрів руху робочих органів машини з параметрами руху вала двигуна.

У розділі деталі машин вивчають лише механічні знижувальні передачі обертального руху. Кожна така передача (механізм) має, як мінімум, два основних вала (рис. 1):

- 1) вхідний (ведучий, швидкохідний);
- 2) вихідний (ведений, тихохідний).

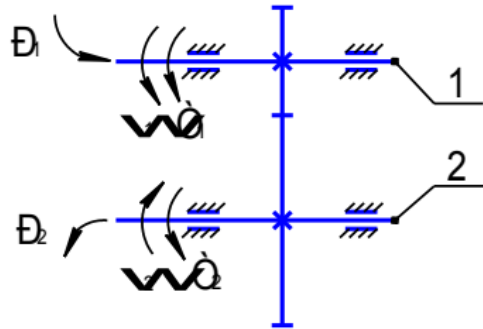


Рисунок 1 – Схема ступеня механічної знижувальної передачі обертального руху

Два вали і посаджені на них деталі, що зв'язані між собою, утворюють ступінь передачі. Головні параметри валів ступеня:

- $P_1, P_2$  – потужності на вхідному і вихідному валах;
- $\omega_1, \omega_2$  – кутові швидкості обертання ведучого і веденого валів;
- $T_1, T_2$  – обертальні моменти швидкохідного і тихохідного валів.

Співвідношення між цими параметрами для механічної знижувальної передачі обертального руху такі:  $P_1 > P_2, \omega_1 > \omega_2, T_1 < T_2, P_i = T_i \omega_i$ .

## 2. Класифікація механічних передач

а) за принципом дії:

Передачі зачепленням:

- з безпосереднім контактом (зубчасті й черв'ячні);
- з гнучким зв'язком (ланцюгові, зубчасто-пасові).

Передачі тертям (зчепленням поверхонь тертя):

- з безпосереднім контактом поверхонь (фрикційні);
- з гнучким зв'язком (пасові).

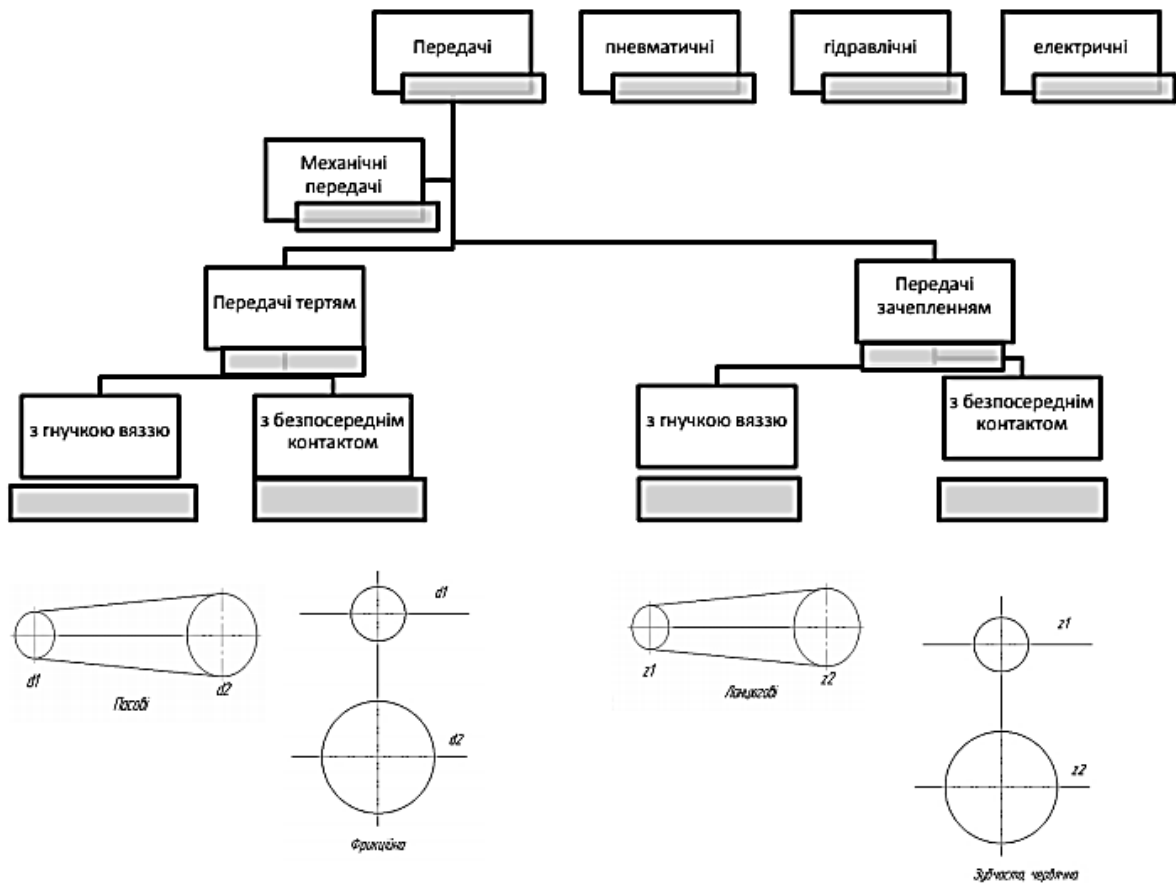


Рисунок 2 - Класифікація передач за принципом дії

б) за конструктивним оформленням:

- закриті (розміщені в закритому корпусі, який забезпечує змащування і захист від забруднення);
- відкриті (розміщені в легкому корпусі або зовсім без корпусу).

До того ж передачі можуть здійснюватись безпосереднім дотиканням ведучого і веденого елементів (фрикційні, зубчасті) і за допомогою проміжної гнучкої ланки, так звані передачі гнучким зв'язком (пасові, ланцюгові).

Залежно від характеру зміни кутової швидкості веденого валу розрізняють:

- знижувальні передачі (наприклад, редуктори), в яких  $\omega_1 > \omega_2$  ;
- підвищувальні (наприклад, мультиплікатори), в яких  $\omega_1 < \omega_2$  .

Причому  $\omega_2$  може змінюватися ступінчасто (в коробках швидкостей) або плавно в певній межі  $\omega_{2min} \leq \omega_2 \leq \omega_{2max}$  (у варіаторах).

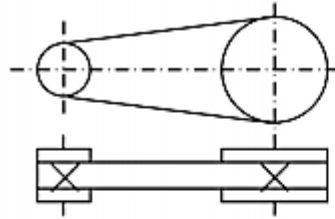
За розміщенням осей валів передачі бувають:

- з паралельними осями валів (циліндричні);
- з перетинними осями валів (конічні);
- з перехресними осями валів (черв'ячні та ін.).

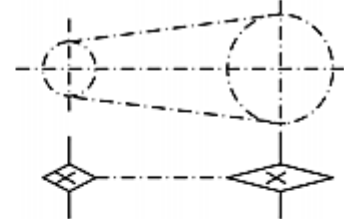


Послідовність розміщення передач і вузлів, що їх обслуговують,

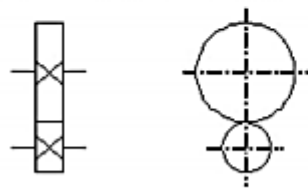
- зручно зображати за допомогою кінематичних схем. Стандарт встановлює умовні
- позначення елементів на кінематичних схемах. Деякі з них наведено на рис. 3.



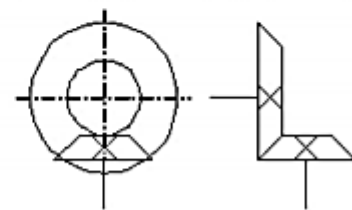
*пасова передача*



*ланцюгова передача*

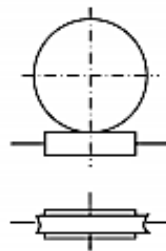


*зубчаста циліндрична*

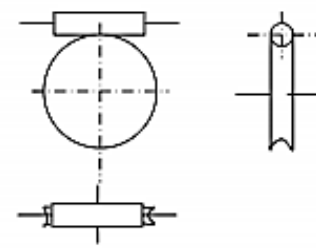


*зубчаста конічна*

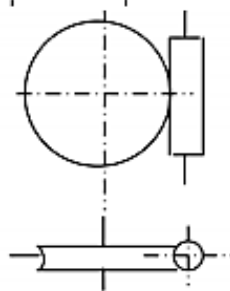
черв'ячні:



*із нижнім розміщенням черв'яка*



*із верхнім розміщенням черв'яка*



*із боковим розміщенням черв'яка*



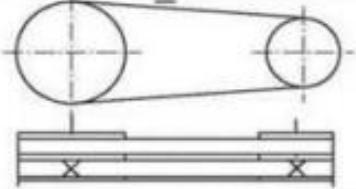

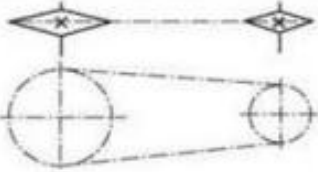

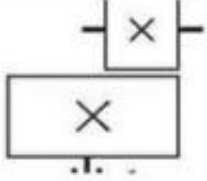

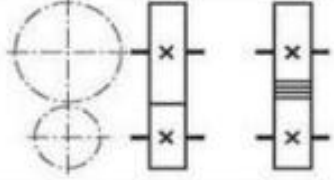

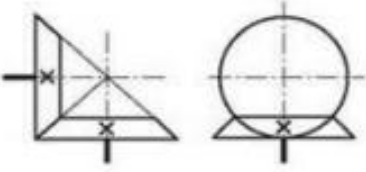
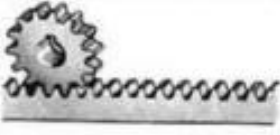
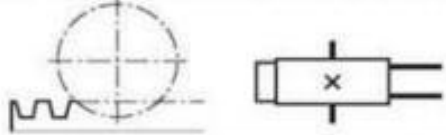
Назва передачі	Зображення	Умовне позначення на кінематичній схемі
Пасова: одноступін- часта плоско- пасова; одноступінчас- та багатопасова		
		
Ланцюгова		
Фрикційна		
Зубчаста циліндрична; конічна; рейкова		
		
		

Рисунок 3 - Умовні позначення елементів деяких передач на кінематичних схемах

#### Умовні позначки в кінематичних схемах

Умовні знаки, застосовувані в схемах, викреслюють, не дотримуючись масштабу зображення. Однак співвідношення розмірів умовних графічних

позначень взаємодіючих елементів має приблизно відповідати дійсному їх співвідношенню.

При повторенні одних і тих же знаків потрібно виконувати їх однакового розміру.

При виконанні кінематичних схем роблять написи. Для зубчастих коліс вказують модуль і число зубів ( $m, z$ ). Для шківів записують їх діаметри і ширину. Потужність електродвигуна і його частоту обертання також вказують написом типу  $N = 3,7 \text{ кВт}, n = 1440 \text{ об / хв}$ .

Кожному кінематичному елементу, зображеному на схемі, привласнюють порядковий номер, починаючи від двигуна. Вали нумерують римськими цифрами, інші елементи - арабськими.

Порядковий номер елемента проставляють на полиці лінії-винесення. Під полицею вказують основні характеристики і параметри кінематичного елемента.

Якщо схема складна, то для зубчастих коліс вказують номер позиції, а до схеми прикладають специфікацію коліс.

При читанні і складанні схем виробів з зубчастими передачами слід враховувати особливості зображення таких передач. Всі зубчасті колеса, коли їх зображують у вигляді кіл, умовно вважають як би прозорими, припускаючи, що вони не закривають знаходяться за ними предмети.

Приклад подібного зображення наведено на рис. 4, де на головному вигляді окружностями зображено зачеплення з двох пар зубчастих коліс. За цим видом не можна визначити, які з зубчастих коліс знаходяться попереду і які ззаду. Визначити це можна за допомогою виду ліворуч, на якому видно, що пара коліс 1 - 2 знаходиться спереду, а пара 3 - 4 розташована за нею.

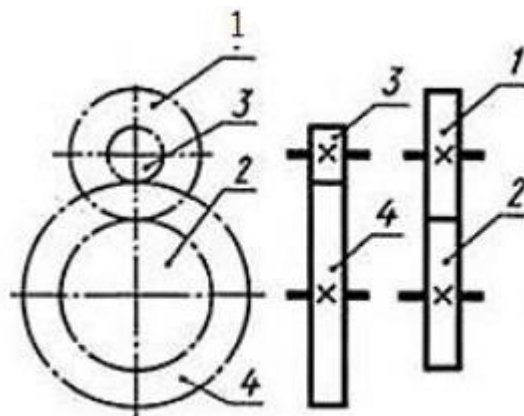


Рисунок 4. Схема зубчастої передачі

Іншою особливістю зображення зубчатих коліс є застосування так званих розгорнутих зображень. На рис. 5 виконані два види схеми зубчастого зачеплення: нерозгорнутого (а) і розгорнутого (б).

Розташування коліс таке, що на вигляді зліва колесо 2 перекриває частину колеса 1, в результаті чого може виникнути неясність при читанні схеми. Щоб не виникло помилок, допускається чинити так, як на рис. 4, б, де головний вид збережений, як і на рис. 4, а, а вид зліва показаний в розгорнутому положенні. При цьому вали, на яких розташовані зубчасті колеса, розташовують один від одного на відстані суми радіусів коліс.

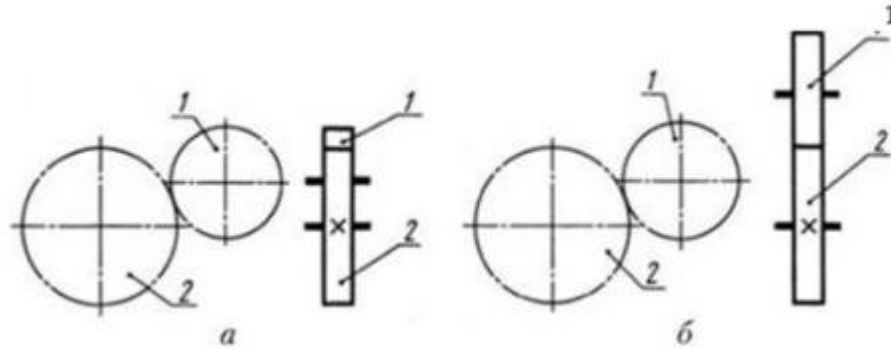


Рисунок 5 - Зображення зубчастої передачі у схемі

### 3. Основні параметри передач

Усі параметри (характеристики) передач можна розподілити на чотири групи: геометричні; кінематичні; силові та енергетичні.

#### Геометричні параметри

Основні геометричні характеристики передач із безпосереднім контактом (рис. 6):

$d_1, d_2$  – діаметри ведучого і веденого зубчастих коліс;

$b_1, b_2$  – ширина ( $b_2 = b_p$  – розрахункова ширина);

$a$  – міжосьова відстань.

$$a = 0,5 (d_2 \pm d_1),$$

де знак „+” – для зовнішнього контакту (рис. 6. а), а знак „-” для внутрішнього зачеплення (рис. 6 б).

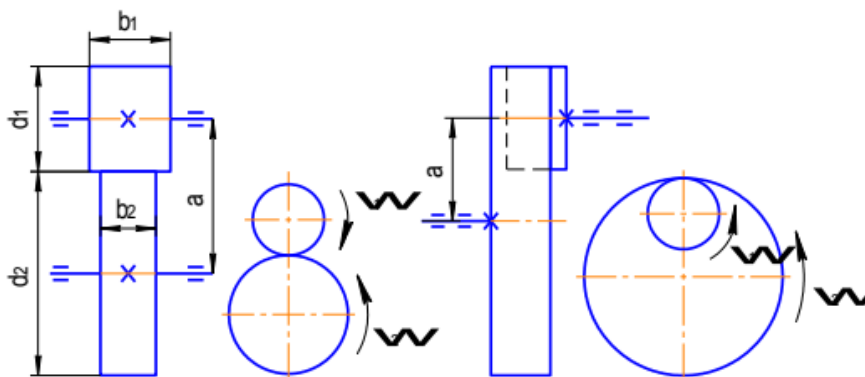


Рисунок 6 – Схеми передач зачепленням

Основні геометричні характеристики передач із гнучким зв'язком зображені на рис. 7. Додаткові параметри –  $L$ ,  $b$  – довжина та ширина гнучкої ланки.

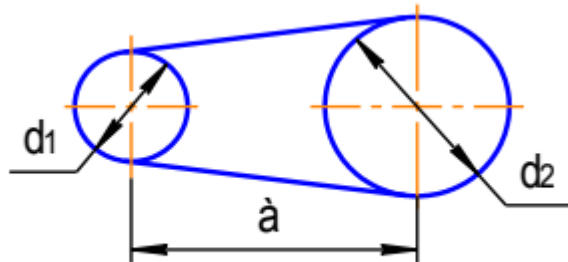


Рисунок 7 – Схема передачі із гнучким зв'язком

### Кінематичні параметри

Основними кінематичними і енергетичними характеристиками передачі є:

1. *Кутова швидкість*  $\omega_1$  (частота обертання  $n_1$ ) ведучого і кутова швидкість  $\omega_2$  (частота обертання  $n_2$ ) веденого вала передачі

$$\omega = 2 \pi n / 60, [\text{рад/с}].$$

2. *Потужність*  $P_1$  на ведучому валу передачі і потужність  $P_2$  на веденому валу.

$$P = T \omega$$

3. *Обертальний момент*  $T_1$  на ведучому валу і обертальний момент  $T_2$  на веденому валу передачі:

$$T_1 = P_1 / \omega_1 ; T_2 = P_2 / \omega_2 \quad (T \text{ в Н}\cdot\text{м, якщо } P \text{ в Вт; } \omega \text{ в рад/с})$$

або

$$T_1 = 9550 P_1 / n_1 ; T_2 = 9550 P_2 / n_2 \quad (T \text{ в Н}\cdot\text{м, якщо } P \text{ в кВт, } n \text{ в об/хв}).$$

4. *Передаточне відношення* (число) передачі:

Передаточне відношення ( $i$ ) — одна з важливих кінематичних характеристик механічної передачі обертального руху, знаходиться як відношення кутової швидкості ведучого колеса ( $\omega_1$ ) механічної передачі до кутової швидкості веденого колеса ( $\omega_2$ ) або відношення частоти обертання ведучого колеса ( $n_1$ ) механічної передачі до частоти обертання веденого колеса ( $n_2$ ).

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Передаточне число ( $i$ ) знаходиться як відношення числа зубів колеса ( $z_2$ ) до числа зубів шестерні ( $z_1$ ) в зубчастій передачі, числа зубів черв'ячного колеса до числа заходів черв'яка в червячній передачі, числа зубів великої зірочки до числа зубів малої в ланцюговій передачі, а також діаметра

великого шків чи барабана до діаметру меншого в пасової або фрикційної передачі. Передатне число використовується при розрахунках геометричних параметрів зубчатих передач.

$$u = \left( \frac{z_2}{z_1} \right)$$

*Механічні передачі з передатним відношенням більшим за одиницю називають редукторами (понижуючі редуктори), меншим за одиницю — мультиплікаторами.*

*Якщо передаточне відношення передачі більше одиниці ( $i > 1, n_1 > n_2$ ), то передача називається знижувальною (редуктором).*

За передаточного відношення меншого одиниці ( $i < 1, n_1 < n_2$ ) передачу називають підвищувальною (мультиплікатором).

Передачі можуть мати постійне або змінне (регульоване) передаточне відношення. Регулювання передаточного відношення може бути ступінчастим (коробка швидкостей) або безступінчастим (варіатор).

5. *Коефіцієнт корисної дії (к.к.д.)* передачі характеризує ступінь досконалості передачі:

$$\eta = P_2 / P_1 < 1$$

загальний ККД багатоступінчастого механізму  $\eta_{пр}$  із послідовним з'єднанням  $n$  окремих передач дорівнює добутку окремих  $\eta$  і ККД:

$$\eta_{пр} = \prod_{i=1}^n \eta_i = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

Питання для самоперевірки:

1. Що таке механічні передачі? Які функції вони виконують?
2. Як розрізняють передачі за принципом дії, конструктивним оформленням?
3. Наведіть приклади передач із гнучким зв'язком.
4. Що таке передаточне відношення передачі?
5. Що характеризує к.к.д. передачі?
6. Яка передача називається знижувальною, підвищувальною?
8. На якому валу знижувальної передачі (ведучому чи веденому) обертальний момент більший?
9. Частота обертання якого вала (ведучого чи веденого) підвищувальної передачі більша?
10. На якому валу знижувальної передачі (ведучому чи веденому) потужність більша?

11. Чому дорівнює загальне передаточне відношення багатоступінчастої передачі?

## Лекція № 18

### Вали і осі

#### План

1. Призначення валів і осей
2. Класифікація валів
3. Основні конструктивні елементи валів
4. Умови роботи, види відмов, матеріали валів
5. Розрахунки валів на міцність
6. Уточнений розрахунок валів на витривалість
7. Розрахунок валів на жорсткість
8. Розрахунок валів на вібростійкість

#### 1. Призначення валів і осей

Деталі обертового руху: зубчасті колеса, шківни, зірочки, маховики, ролики, барабани, кулачки, важелі, затискні патрони і т. ін. установлюють на валах або осях, конструктивно забезпечуючи їм фіксоване положення в машині.

Принципова відмінність валів, як деталей, від осей полягає в тому, що вал передає крутний момент уздовж своєї геометричної осі від однієї закріпленої на ньому деталі до іншої, обертаючись при цьому, тобто осі зазнають лише деформації згину, а вали – деформації як згину, так і кручення. Осі є окремим випадком валів і можуть бути рухомими та нерухомими, вали – лише рухомими.

Вали під час роботи машини знаходяться у складному двовісному напруженому стані (кручення зі згином).

Осі несуть на собі закріплені деталі і сприймають радіальні навантаження (іноді в сполученні з осьовими), але не передають крутний момент і завжди знаходяться в одновісному напруженому стані (згин). Осі можуть обертатися (колісні пари залізничних вагонів) і бути нерухомими (переднє колесо велосипеда обертається на підшипниках, установлених на закріпленій нерухомій осі).

Вали та осі служать для закріплення посажених на них деталей і забезпечують геометричну вісь обертання цих деталей. При цьому вали сприймають сили, які діють на деталі, і передають їх на опори.

#### 2. Класифікація валів

- 1) Вали поділяють за конструкцією та формою на:



- прямі (вивчаються в курсі деталей машин) рис.1;

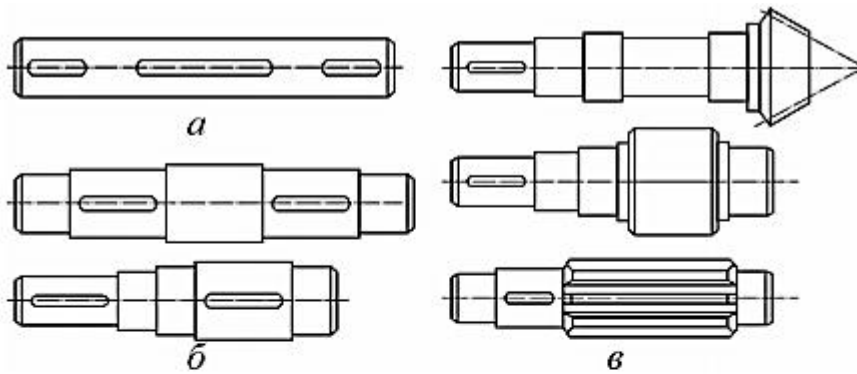


Рис.1 Конструкції прямих валів

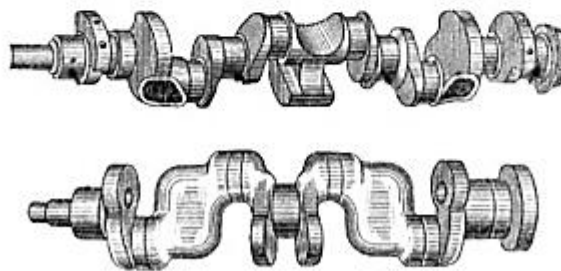


Рис.2 Форми литих колінчастих валів

- колінчасті (непрямі)(наприклад, для поршневих машин) рис.2;  
 - гнучкі (в зуболікувальному обладнанні, для спідометрів автомобілів) схожий на багатозахідну багат шарову звиту пружину кручення.

2) Вали поділяють за формою поперечного перерізу на:

- гладкі суцільного перерізу;
- порожнисті (вали карданних передач, шпинделі токарних верстатів);
- шліцьові.

3) Прямі вали залежно від умов складання поділяють на:

- гладкі циліндричні (сталого перерізу);
- ступінчасті;
- вали-шестерні;
- вали-черв'яки;
- фланцеві.

У деяких конструкціях використовують порожнисті вали (шпинделі токарних верстатів, вали карданних передач тощо). Порожнина зменшує масу вала й використовується часто для розміщення співвісного вала, деталей керування, подачі мастила, охолоджувального повітря тощо.

Для з'єднання вузлів і агрегатів між собою (наприклад, у прокатному обладнанні, текстильних машинах) використовуються торсійні вали, які передають моменти і не несуть на собі ніяких закріплених деталей.

У ряді машин (дорожно - будівельні, прядильні) для передачі моменту від одного двигуна до декількох виконавчих органів застосовуються довгі складені вали, їх називають трансмісійними.

Великогабаритні вали, що використовують у важкому енергомашинобудуванні, можуть бути складеними, виготовленими з товстостінних труб з використанням зварювання.

Вали редукторів і інших механізмів, як правило, є ступінчастими, що дає змогу:

- 1) наблизити форму вала до бруса однакового опору;
- 2) легко складати та розбирати деталі, посажені на вал;
- 3) виконувати осьову фіксацію деталей;
- 4) поділити та реалізувати технічні вимоги на виготовлення вала за поверхнями щодо точності та шорсткості.

### 3. Основні конструктивні елементи валів

Конструктивна форма будь-якого вала зумовлена:

- 1) розмірами та типом деталей, посажених на нього;
- 2) величиною і напрямом навантажень;
- 3) способами закріплення деталей на валах;
- 4) умовами складання та виготовлення.

Діаметри валів визначають з розрахунків на міцність, жорсткість, вібростійкість або за конструктивними міркуваннями, потім округлюють до стандартних значень.

Основні конструктивні елементи валів (рис. 4):

- 1 – галтель – плавний перехід із радіусом  $r$  ( $r > 0,1d$ ) між двома циліндричними поверхнями з різними діаметрами ( $d < D$ );
- 2 – шпонковий паз, в який вставляють шпонку;
- 3 – кільцева проточка – канавка (за ГОСТ) для виходу різального інструмента, шліфувального круга тощо;
- 4 – конічна посадочна поверхня і різь (стандартні);
- 5 – цапфа – опорна поверхня вала; Проміжні цапфи називаються шийками, а кінцеві – шипами, цапфи, що сприймають осьове навантаження, називаються п'ятами.
- 6 – п'ята – опорна поверхня вала, яка сприймає лише осьову силу і взаємодіє з опорою – підп'ятником;
- 7 – центрові отвори, лиски, шліцьові пази, фаски та інші

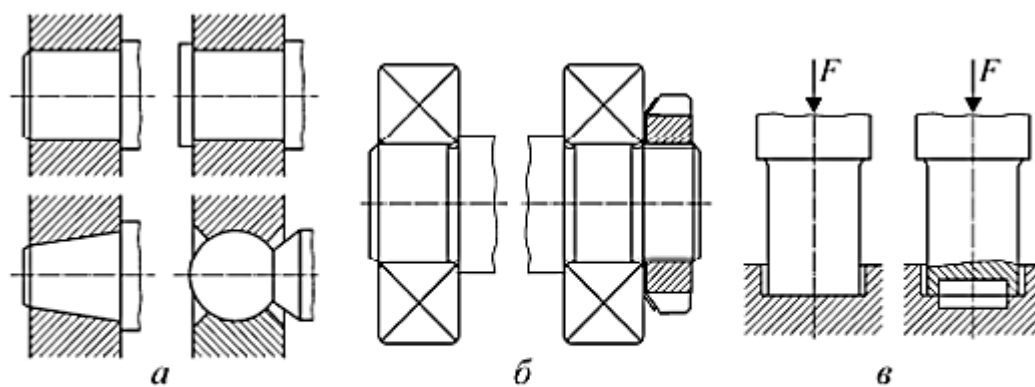


Рис.3 Конструкції опорних ділянок  
а-осей; б-валів; в-п'яти

Усі ці елементи – це місця різкої зміни форми і зони максимального напруження в перерізі вала, тому їх називають **концентраторами напружень**.

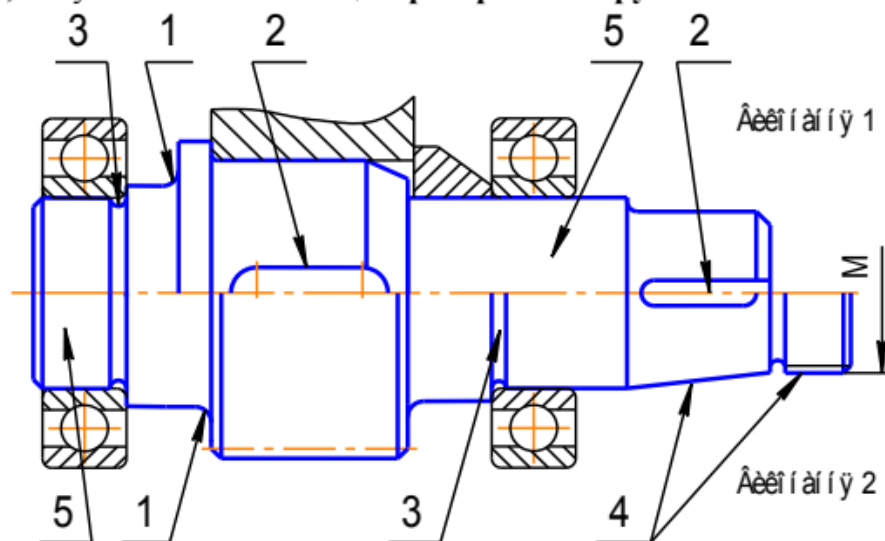


Рисунок 4 – Прямий ступінчастий вал і його конструктивні елементи

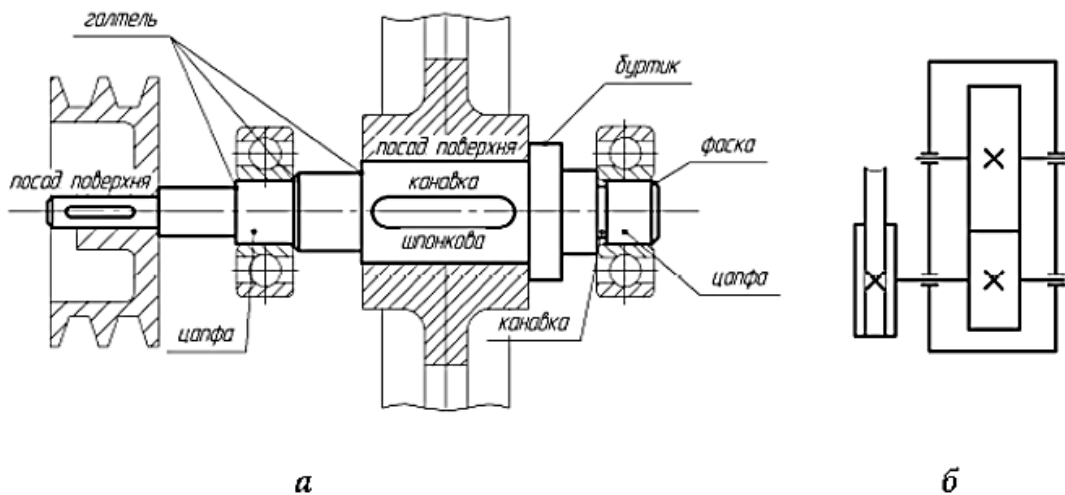


Рис.5 Конструкторська розробка вала:

а – елементи вала; б- кінематична схема редуктора, конструкція вхідного вала якого розробляється

#### 4. Умови роботи, види відмов, матеріали валів

Вали сприймають сили з боку передач і зазнають складної деформації: згин, кручення, розтяг, стискання. У процесі роботи можливі поломки статичні та утомні, а також деформації неприпустимих значень.

У зв'язку з цим основними критеріями працездатності є міцність, жорсткість і вібростійкість. У валів, які працюють у парі з підшипниками ковзання, важливо забезпечити зносостійкість цапф.

Практикою встановлено, що руйнування валів і осей швидкохідних машин у більшості випадків має утомний характер, тому основним для валів є розрахунок на опір утоми.

Крім того, їх розраховують на жорсткість і вібростійкість.

Для виготовлення валів (осей) використовують сталі вуглецеві (переважно 30, 40, 45 і 50) і леговані (40Х, 40ХН, 40ХНМА та ін.) у вигляді прокату або поковок. Вид термічної обробки – покращання. Вали, які працюють у парі з підшипниками ковзання, а також шліцьові вали виготовляють зі сталей марок 20Х, 20ХН із цементацією і подальшим загартовуванням.

Таблиця 1 – Механічні характеристики деяких матеріалів валів і осей

Матеріал	Діаметр заготовки, мм, не більший	Твердість НВ, не менша	$\sigma$	$\sigma_T$	$\sigma_1$	$\tau_1$	$\psi_\sigma$	$\psi_T$	[ $\sigma$ ], МПа
			МПа						
Ст5	Не обмежений	190	520	280	220	130	0	0	40
45	Не обмежений	200	560	280	250	150	0	0	45
	120	240	800	550	350	210	0,1	0	55
	80	270	900	650	380	230	0,1	0,05	65
40X	Не обмежений	200	730	500	320	200	0,1	0,05	55
	200	240	800	650	360	210	0,1	0,05	65
	120	270	900	750	410	240	0,1	0,05	75
20	60	145	400	240	170	100	0	0	40
20X	120	197	650	400	300	160	0,05	0	50
12XНЗА	120	260	950	700	420	210	0,1	0,05	90
12X2Н4А	120	300	1100	850	500	250	0,15	0,1	95
18ХГТ	60	330	1150	950	520	280	0,15	0,1	100

Поверхні опорних частин валів (цапф), як і всі посадкові поверхні, мають бути точно і чисто оброблені. Наприклад, рекомендується мати шорсткість цапф під підшипниками кочення з параметром  $Ra = (3,2...0,8)$  мкм, а під підшипниками ковзання  $Ra = (0,4...0,1)$  мкм. Для посадки підшипників вали забезпечуються заплечиками або упорними буртиками, висота яких має відповідати радіусам округлень на кільцях підшипників і умовам демонтажу підшипників. Перехідні ділянки між сусідніми ступенями різних діаметрів виконуються з галтелями або канавками для виходу шліфувального круга. Для полегшення посадки деталей і видалення задирок на валах виконуються фаски.

### 5. Розрахунки валів на міцність

Розрахункові схеми валів та осей зображають у вигляді балок на шарнірних опорах, які навантажені поперечними та осьовими силами, що виникають в зачепленні зубчастих коліс від натягу пасової чи ланцюгової передачі, від дії власної ваги деталей. Під час складання розрахункових схем валів та осей необхідно із певним наближенням визначити відстань між опорами і точки прикладення зовнішніх сил, які прикладають до вала чи осі. Розрахункові схеми валів та осей можуть бути надзвичайно різноманітними, однак найчастіше розраховуються двохопорні вали та осі як статично визначені системи.

Приклад розрахункової схеми вхідного вала одноступінчастого циліндричного редуктора зі шківом на консольному кінці наведено на рис. 6

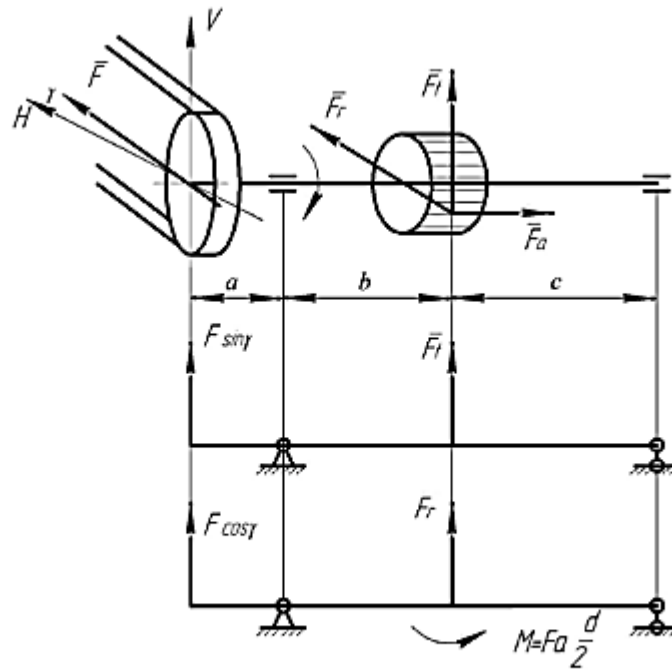


Рис.6 Приклад розрахункової схеми вхідного вала

У процесі роботи вали зазнають деформацій згину, розтягу (стиску) і кручення. Сталі поперечні сили викликають у валах, що обертаються, циклічно змінні напруження згину; осьові сили – сталі напруження розтягу (стиску); характер зміни напружень кручення відповідає характеру зміни крутного моменту. Зазвичай крутний момент  $T_{кр}$  (внутрішній силовий фактор) беруть рівним обертальному моменту  $T$  (зовнішнє навантаження на вал). Вали й осі, зазвичай, розраховуються за двома критеріями працездатності: міцності і жорсткості. Вали швидкохідних роторних машин (центрифуги, турбіни, повітродувки, компресори, насоси, шпинделі шліфувальних верстатів тощо) розраховують також на критичну частоту обертання (на коливання), тобто за критерієм вібростійкості.

Оскільки вали знаходяться у складному напруженому стані (згин із крученням), а осі знаходяться під дією тільки напружень згину, то розрахунок осей розглядають як окремий випадок розрахунку валів, коли напруження кручення  $\tau = 0$ . Переважним видом пошкодження валів і осей, що обертаються, є втомне руйнування в зоні найбільших напружень з урахуванням їх концентрації, воно становить понад 50% всіх пошкоджень валів, тому визначальним критерієм для більшості валів є стійкість проти втомного руйнування. У цьому випадку розрахунок на витривалість виконується за найбільшим тривало діючим навантаженням, як правило, номінальним.

Для валів і осей, що працюють із великими перевантаженнями, визначальною може бути малоциклова втомленість; вони розраховуються на витривалість за найбільшого навантаження, число циклів якого перевищує 103 за термін служби машини. Прикладом такого навантаження може бути вал молотильного барабана зерно-збирального комбайна.

У валах, що піддаються дії короточасних пікових перевантажень, крім втомного пошкодження може виникнути пластична деформація в небезпечному перерізі. З метою запобігання пластичній деформації або крихкому руйнуванню вала від пікового навантаження виконується перевірений розрахунок на статичну міцність.

Якщо пікове навантаження явно не задане, то його визначають через очікувані коефіцієнти перевантаження або беруть за максимальним навантаженням запобіжного пристрою, якщо він встановлений в приводі машини.

Вали й осі, що мають значні, порівняно з діаметром, відстані між опорами мають бути перевірені на жорсткість. Розрахунок зводиться до визначення можливих деформацій вала від діючих навантажень і порівняння їх з деформаціями, що допускаються нормами для забезпечення нормальної роботи зубчастих (черв'ячних) передач (за прямою контакту) і підшипників (у межах допустимих перекосів кілець).

Від працездатності валів значно залежить надійність і ресурс вузлів, що з'єднуються ними, і деталей, які розміщуються на них (зубчасті передачі, підшипники, муфти).

Розрахунки валів на міцність виконують у кілька етапів.

На першому етапі (орієнтовний розрахунок), коли відомий тільки обертальний момент  $T$  на валу, але невідома довжина вала, а отже, і згинальні моменти на ділянках, орієнтовно визначають мінімальний діаметр вала  $d_{min}$  з умови міцності його тільки на кручення при знижених допустимих напруженнях  $[\tau] = 15 - 25 \text{ МПа}$  :

$$d_{min} \geq 3\sqrt[3]{16 T / (\pi [\tau])} .$$

Мінімальний діаметр вала потрібний для подальшого виконання його ескізу та визначення діаметрів усіх ділянок вала з урахуванням конструктивних і технологічних факторів.

Другий етап – проектний розрахунок із таким алгоритмом.

1. Згідно з результатами орієнтовного розрахунку komponують проєктований вузол.

2. Складають розрахункову схему вала з урахуванням типу опор і сил, які діють на вал.

3. Будують епюри внутрішніх силових факторів – згинних  $M_x$ ,  $M_y$  і крутного  $M_{кр}$  моментів.

4. Проаналізувавши епюри, встановлюють характерні (небезпечні) перерізи вала, для яких визначають еквівалентні моменти  $M_E$ , а потім з умови міцності на згин і діаметри  $d_e$ :

$$d_e \geq 3 \sqrt{M_E / (0,1 [\sigma_{32}])},$$

де  $[\sigma_{32}]$  – допустиме напруження згину для матеріалу вала.

5. Отримані значення  $d_e$  округлюють до найближчого числа за стандартом. Остаточні діаметри небезпечних та інших перерізів, довжину ділянок валу установлюють при компонованні з урахуванням конструктивних і технологічних особливостей вузла.

Третій етап – уточнений (основний, перевірний) розрахунок небезпечних перерізів вала. Такий розрахунок називають розрахунком на витривалість і в ньому враховують характер зміни напружень, характеристики опору втомленості матеріалів, концентрацію напружень, вплив абсолютних розмірів, шорсткості поверхні й поверхневого зміцнення.

#### 6. Уточнений розрахунок валів на витривалість

Уточнений розрахунок валів на витривалість зводиться до визначення запасу втомної міцності  $S$ , який ще називають коефіцієнтом безпеки за опором втоми, і порівняння його з допустимим  $[S]$ :

$$S = S_\sigma S_\tau / \sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2} \geq [S],$$

де  $S_\sigma$  – запас втомної міцності за нормальними напруженнями, тобто при дії тільки згину в припущенні, що  $\tau = 0$ ;

$S_\tau$  – запас втомної міцності за дотичними напруженнями, тобто при дії тільки кручення в припущенні, що  $\sigma = 0$ ;

$$S_\sigma = \sigma_{-1} / (K_{\sigma D} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m); S_\tau = \tau_{-1} / (K_{\tau D} \tau_a + \psi_\tau \tau_m),$$

де  $\sigma_{-1}$ ,  $\tau_{-1}$  – межі витривалості матеріалу вала відповідно при симетричному циклі зміни напружень згину і кручення (вибирають за довідковими таблицями);  $K_{\sigma D}$ ,  $K_{\tau D}$  – сумарні коефіцієнти, що враховують вплив усіх конструктивних і технологічних факторів на опір втоми вала в конкретному перерізі відповідно при згині й крученні (вибирають за довідковими таблицями);

$\psi_\sigma$ ,  $\psi_\tau$  – коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень при згині й крученні (розраховують за формулами або вибирають за рекомендаціями);

$\sigma_a$ ,  $\tau_a$  – амплітуди циклів зміни напружень відповідно при згині й крученні;

$\sigma_m$ ,  $\tau_m$  – середні напруження за цикл.



Оскільки напруження згину у валу і осі, що обертається, змінюється за синусоїдальним законом (знакозмінний цикл), а напруження кручення за пульсуючим циклом, то амплітудні та середні значення напружень визначаються таким чином:

$$\sigma_a = M_{z2} / (0,1 d^3), \sigma_m = 0, \tau_a = \tau_m = 0,5 T / (0,2 d^3),$$

де  $d$  – діаметр небезпечного перерізу вала;

$M_{z2}$ ,  $T$  – згинальний і крутний моменти у цьому перерізі.

Допустимий запас міцності  $[S]$  залежить від точності складання розрахункової схеми, ступеня відповідальності вала та однорідності матеріалу. Як правило,  $[S] = 1,5 - 2,5$ .

### 7. Розрахунок валів на жорсткість

Мета розрахунку – визначити пружні переміщення, які відповідають виду деформації, і порівняти їх із допустимими значеннями, тобто перевірити забезпечення умов жорсткості вала:

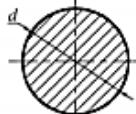
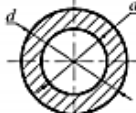
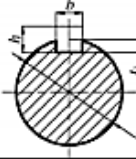
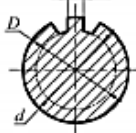
$$f \leq [f], \theta \leq [\theta], \varphi \leq [\varphi].$$

Вали зазнають згинних і крутильних деформацій. Переміщення (лінійні та кутові) при цих деформаціях впливають на роботу підшипників і передач (більшою мірою зубчастих, черв'ячних і меншою – ланцюгових, пасових).

Переміщення: прогини  $f$ ; кути повертання перерізів  $\theta$  (при згині); кути скручування  $\varphi$  (при крученні) – потрібно визначати звичайними методами опору матеріалів.

Допустимі пружні переміщення залежать від конкретних вимог до конструкції і визначаються у кожному окремому випадку.

Таблиця 2 – Моменти опору поперечних перерізів валів

Форма перерізу	Розміри	Момент опору
Круглий		$W_0 = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3;$ $W_p = 2W_0 \approx 0,2d^3$
Кільцевий		$W_0 = \frac{\pi d^3}{32} \left[ 1 - \left( \frac{d_0}{d} \right)^4 \right];$ $W_p = 2W_0$
Зі шпонковою канавкою		$W_0 = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bh(2d-h)^2}{16d};$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bh(2d-h)^2}{16d}$
Зі шліцями		$W_0 = \frac{1}{32D} [\pi d^4 - bz(D-d)(D+d)^2];$ $W_p = 2W_0$

## 8. Розрахунок валів на вібростійкість

Коливання валів пов'язані з періодичними змінами жорсткості опор і деталей передач, а також навантаження, що передається; неврівноваженістю обертових мас; нерівномірністю розподілу сил у зоні з'єднання валів з іншими деталями.

Найхарактернішими коливаннями валів є поперечні згинні, крутильні та згинально - крутильні.

Задача розрахунку на вібростійкість зводиться до визначення діапазону робочих кутових швидкостей валів, при яких амплітуди коливань  $A$  не будуть перевищувати допустимі  $[A]$ :

$$A \leq [A].$$

Іншими словами, задача розрахунку на вібростійкість зводиться до визначення критичних, резонансних частот обертання вала, при яких його експлуатація заборонена.

Питання для самоперевірки:

1. У чому полягає різниця між валом і віссю?
2. Із яких матеріалів виготовляють вали і осей?
3. Як складається розрахункова схема вала?
4. Назвіть основні елементи конструкцій валів і осей.
5. За якими критеріями ведуть розрахунки валів і осей?
6. В чому різниця розрахунків нерухомих осей і тих, що обертаються?
7. За якою деформацією орієнтовно визначають діаметр вала?

8. Коли і як виконують розрахунок вала на статичну міцність?
9. Чому вал розраховують на витривалість, навіть коли на нього діє постійне радіальне навантаження?
10. Як виконують розрахунок вала на витривалість?
11. Які перерізи вала вважають небезпечними?
12. Як під час розрахунку валів на витривалість змінюються напруження згину і напруження кручення?
13. Які фактори впливають на концентрацію напружень у валах?
14. В яких випадках вали перевіряють на жорсткість?
15. Як виконують розрахунок валів на вібростійкість?

## Лекція № 19

### Підшипники ковзання та кочення

#### Підшипники ковзання

##### План

1. Загальні відомості про підшипники ковзання
2. Конструкції та матеріали підшипників ковзання
3. Працездатність і режим рідинного тертя у підшипниках ковзання.
4. Розрахунки підшипників ковзання

1. Загальні відомості про підшипники ковзання

Опорами валів і осей є підшипники, які сприймають всі діючі навантаження і забезпечують їх обертання.

За видом тертя підшипники розділяються на підшипники кочення й підшипники ковзання. Основними видами опор у більшості машин нині є підшипники кочення.

У сучасному машинобудуванні підшипники ковзання застосовуються значно менше, ніж підшипники кочення, однак як опори валів або осей успішно використовуються в конструкціях, у яких застосування підшипників кочення утруднене чи неможливе або економічно недоцільне.

Опорами валів і осей є підшипники, які:

- 1) визначають положення валів і осей у просторі;
- 2) виконують радіальну та осьову фіксацію валів і осей;
- 3) забезпечують вільне обертання цих деталей;
- 4) сприймають навантаження від валів та осей і передають його на корпус, раму та ін.

До опор висувають такі вимоги:

- 1) надійність радіальної та осьової фіксації;
- 2) жорсткість;
- 3) мінімальний опір обертанню (особливо в період пуску);
- 4) точність руху завдяки точності центрування (центрування – збіг осей коліс, валів і опор);
- 5) мала чутливість до зміни температури;
- 6) стійкість під час роботи в умовах трясіння, вібрацій, ударів;
- 7) висока зносостійкість спряжених поверхонь;
- 8) висока довговічність;
- 9) малі габарити;

10) невисока вартість виготовлення, складання, експлуатації.

Підшипники ковзання. Ці деталі так називають тому, що між шийкою вала, що обертається, і нерухомою опорною внутрішньою поверхнею підшипника виникає тертя ковзання. Спочатку зазор між шийкою вала і посадочною поверхнею підшипника мінімальний, але він збільшується внаслідок їх зношування. Швидкість збільшення зазору залежить від конструкції підшипника. У промисловому обладнанні застосовуються підшипники ковзання різних конструкцій. Головним чином вони виготовляються з антифрикційних матеріалів, які забезпечують достатню міцність і твердість як за кімнатної температури, так і за температури найбільшого нагрівання в процесі роботи, а також дають змогу одержати найменші тертя і знос.

Підшипники ковзання мають такі недоліки:

- великі втрати потужності, що передається, внаслідок тертя;
- збільшення початкового зазору між вкладишем і посадочним місцем, спеціально передбаченим для створення шару мастила в межах цього зазору;
- значна трудомісткість виготовлення підшипників;
- застосування кольорових металів.

**Підшипники ковзання** – це елементи опор валів і осей, поверхня цапфи яких взаємодіє через шар мастила з охоплюючою нерухомою поверхнею підшипника. Робота підшипників ковзання без спрацьовування поверхонь цапфи вала і підшипника можлива лише при розділенні цих поверхонь шаром мастила достатньої товщини. Наявність шару мастила між робочими поверхнями може бути забезпечена надлишковим тиском, який буває гідродинамічним, що створюється при обертанні цапфи, або гідростатичним, що виникає внаслідок подачі мастила помпою. Основне практичне застосування мають підшипники з гідродинамічним змащуванням.

Підшипники ковзання в машинобудуванні мають вужче застосування, ніж підшипники кочення. Однак за деякими своїми позитивними характеристиками вони у деяких випадках мають переважне або рівне використання з підшипниками кочення. Підшипники ковзання застосовують у таких випадках:

- а) для опор валів ( $\omega > 500 \text{ рад/с}$ ), у режимах роботи яких довговічність підшипників кочення досить низька;
- б) для валів та осей, до яких ставляться високі вимоги щодо точності монтажу і забезпечення постійного положення осі обертання;
- в) для валів великого діаметра через відсутність стандартних підшипників кочення;

г) у випадках, коли підшипники машини повинні бути роз'ємними (наприклад, для опор колінчастих валів);

д) при роботі підшипників у воді або агресивному середовищі, де підшипники кочення непрацездатні;

е) при потребі малих діаметральних розмірів, наприклад для близько розміщених паралельних валів;

є) для тихохідних валів та осей невідповідальних механізмів, де підшипники ковзання простіші за конструкцією і дешевші, ніж підшипники кочення.

Підшипники ковзання вимагають систематичного нагляду та неперервного змащування, мають більш високі втрати на тертя при малих швидкостях обертання валів і потребують підвищених пускових моментів під час пуску машини в дію. Крім цього, цапфи валів та осей, що працюють у підшипниках ковзання, повинні мати високу якість поверхні для того, щоб запобігти прискореному спрацюванню підшипника та цапфи.

## 2. Конструкції та матеріали підшипників ковзання

У найпростішому вигляді підшипник ковзання (рис.1а) складається з корпусу 1 та вкладиша 2, який розміщується і фіксується у корпусі. Взаємодія опорної цапфи вала з підшипником відбувається через вкладиш та шар мастила між їхніми поверхнями. Для подачі мастила у корпусі і у вкладиші підшипника передбачається спеціальний отвір. Підшипник ковзання рис. 1,а є жорстким нероз'ємним підшипником.

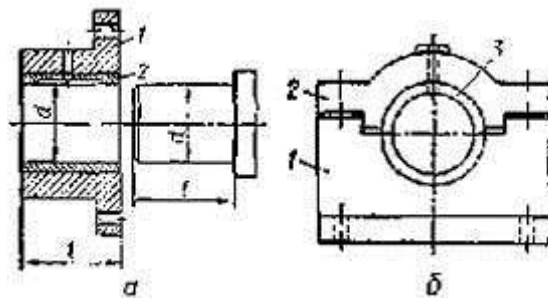


Рисунок 1 – Підшипник ковзання

Конструкції роз'ємного підшипника ковзання рис. 1, б складається з корпусу 1, кришки 2 та вкладиша 3. Кришка до корпусу кріпиться за допомогою болтів. Роз'ємні підшипники зручні при монтажі валів та осей і допускають регулювання зазорів у підшипнику зближенням кришки і корпусу. Тому переважне застосування мають роз'ємні підшипники ковзання. Для правильної роботи підшипника площина його роз'єму повинна бути виконаною перпендикулярно до напрямку навантаження, яке сприймає

підшипник. Щоб усунути бокові зміщення кришки щодо корпусу, площину роз'єму підшипника здебільшого слід виконувати ступінчастою.

Якщо виникають значні прогини валів або неможливо виконати точний монтаж, то використовують самоустановні підшипники ковзання (рис. 2, в). Корпус такого підшипника має сферичну опорну поверхню, яка дозволяє самовстановлюватись підшипнику у межах кута  $\gamma = 7...8^\circ$ .

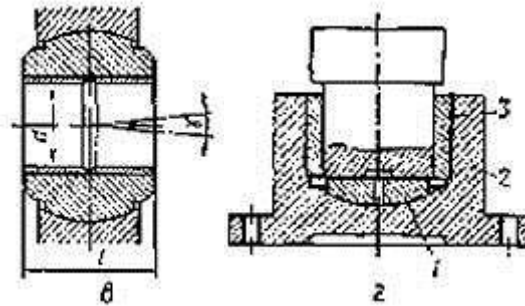


Рисунок 2 - Самоустановні підшипники ковзання

Застосування самоустановних підшипників дозволяє забезпечити рівномірне навантаження вкладиша по його довжині. Конструкції підшипників ковзання здатні сприймати тільки радіальне навантаження. Існують також підшипники ковзання, які призначені для сприймання осьового або осьового та радіального навантаження одночасно (рис. 2, г). Підшипники ковзання, що сприймають осьове навантаження, називають підп'ятниками, а елементи валів, що працюють у таких підшипниках, називають п'ятами.

Основними розмірами підшипників ковзання (рис. 3) є посадочний діаметр підшипника  $d$  та його довжина  $l$ . Здебільшого підшипники ковзання виготовляють із співвідношенням  $l/d = 0,5...1$ . Вузькі підшипники ( $l/d < 0,5$ ) мають низьку вантажність і слабо утримують мастило. Довгі підшипники ( $l/d > 1$ ) вимагають підвищеної жорсткості валів та точності їхнього монтажу. Товщина стінки суцільного вкладиша  $\Delta = (0,1...0,2) d$ .

Згідно з гідродинамічною теорією змащування рідинне тертя у підшипнику ковзання може розвиватись тільки в зазорі, що звужується в напрямі відносної швидкості цапфи вала. Такий зазор називають клиновим.

У радіальних підшипниках ковзання клинова форма зазору властива самій конструкції підшипника. Вона утворюється за рахунок зміщення центрів цапфи вала і вкладиша (рис. 3, а). Однак тут центрування вала може бути недостатнім, а при високих швидкостях обертання можливе виникнення вібрацій вала.

У підшипниках ковзання швидкохідних навантажених валів, а також у підшипниках з великою несучою здатністю для запобігання вібрацій валів

використовують самоустановні сегментні вкладиші (рис. 3, б), які завдяки утворенню у підшипнику кількох зазорів клинової форми забезпечують стійку роботу підшипників. Поряд із безвібраційною роботою перевагою підшипників із сегментними вкладишами є можливість самоустановлюватись, що запобігає появі кромкового контакту цапфи та підшипника.

Для зображених на рис. 3, в, г підшипників зазор клинової форми може бути отриманий використанням односторонніх скосів у радіальних рівцях при нереверсивному і двобічних скосів – при реверсивному обертанні вала.

Найвідповідальнішою деталлю у підшипнику ковзання є вкладиш, який безпосередньо сприймає навантаження. Матеріал вкладишів повинен бути стійким проти спрацювання та заїдання, мати достатню пластичність, щоб, не руйнуючись, сприймати ударні навантаження, а коефіцієнт тертя пари цапфа – вкладиш повинен бути мінімальним. Бажана також висока теплопровідність для кращого відведення теплоти від поверхонь тертя у підшипнику.

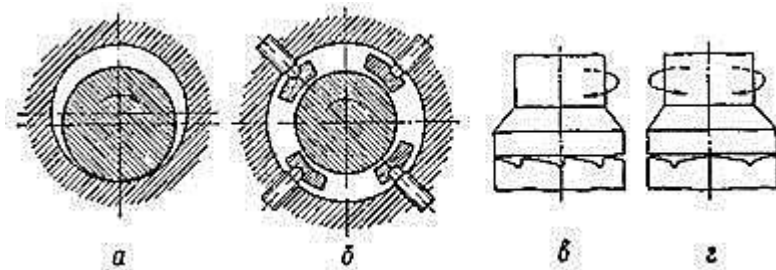


Рисунок 3 – Підшипники ковзання

За техніко–економічними міркуваннями більш доцільно, щоб у парі цапфа – вкладиш більш стійкою проти спрацювання була поверхня цапфи. З цією метою цапфи валів піддають поверхневому гартуванню, яке забезпечує високу твердість робочої поверхні.

Вкладиші виготовляють із різних матеріалів: чавуну, сплавів кольорових металів, спечених матеріалів, графіту та синтетичних матеріалів.

Чавун (сірий і антифрикційний) придатний для вкладишів при невисоких безударних навантаженнях та низьких колових швидкостях. Потрібне припрацювання чавунних вкладишів на холостих режимах роботи.

До кольорових антифрикційних сплавів належать бронзи, латуні, бабіти, алюмінієві сплави.

Бронзи з вмістом олова БрОІОФІ та ін. мають високі антифрикційні властивості і їх використовують в умовах високих тисків та швидкостей. При змінних та ударних навантаженнях високу стійкість має свинцева бронза



БрСЗО, яка використовується у підшипниках двигунів внутрішнього згоряння. Широко розповсюджені також більш дешеві безолов'яні бронзи, наприклад БрА9Ж3А.

Латуні ЛКС80–3–3, ЛМцЖ52–4–1 та ін. ефективні при порівняно високих навантаженнях, але низьких колових швидкостях.

Бабіти використовують для нанесення на робочі поверхні чавунних або бронзових вкладишів. Високоолов'яні бабіти, (Б83), використовують при дуже високих швидкостях та тисках. За антифрикційними властивостями бабіт перевершує всі інші сплави, але за механічною міцністю значно поступається чавуну та бронзі. Негативною властивістю бабіту є крихкість та його висока вартість.

З алюмінієвих сплавів найперспективнішими є алюмінієво–олов'яні антифрикційні сплави АО9–2, АО9–1 та ін. Вони мають високу втомну міцність і здатні працювати протягом значного часу в умовах недостатнього змащування. Ці сплави застосовують у підшипниках потужних двигунів внутрішнього згоряння.

Спечені матеріали мають у своїй основі мідний або залізний порошок. Вкладиші, які виготовляють пресуванням та спіканням при високій температурі порошка із добавкою графіту, мають порувату структуру і можуть працювати довший час без подачі мастила за рахунок їхнього попереднього просочування рідким мастилом.

Неметалеві матеріали (гума, тверді породи дерева та пластмаси) значно розповсюджені як підшипникові матеріали, що пов'язано з їхніми високими антифрикційними властивостями в парі із сталеву цапфою вала, їх важливою перевагою є можливість роботи при змащуванні водою. Серед пластмас для вкладишів підшипників використовують текстоліти, ДШП, поліаміди (капрон, фторопласт–4) та ін. Поліаміди у більшості випадків наносять тонким шаром на металеві вкладиші і завдяки цьому в значній мірі поліпшують умови відведення теплоти. Оскільки пластмаси мають достатню пружність, виготовлені з них вкладиші підшипників можуть сприймати ударні навантаження та дещо компенсувати перекоси цапфи вала.

### 3. Працездатність і режим рідинного тертя у підшипниках ковзання.

Основними критеріями працездатності підшипників ковзання є стійкість проти спрацювання та стійкість проти втомного руйнування робочих поверхонь.

Стійкість проти спрацювання характеризується опором абразивному спрацюванню та заїданню. Абразивне спрацювання може бути при недостатній несучій здатності мастильного шару в підшипнику під час

усталеного режиму роботи і особливо під час пуску та зупинки машини під навантаженням. Абразивне спрацювання дуже інтенсивне при попаданні у підшипник разом із мастилом твердих абразивних частинок, співрозмірних із товщиною мастильного шару. Заїдання виникає при втраті мастильною плівкою своєї захисної здатності при високих місцевих тисках і температурах. Воно проявляється особливо активно при незагартованих цапфах валів і при твердих матеріалах вкладишів. Заїданню сприяють підвищений тиск на кромках вкладишів, дефекти поверхонь тертя, температурні деформації валів.

Втомне руйнування вкладишів підшипників ковзання спостерігається під час дії на них змінних навантажень (наприклад, у поршневих машинах, машинах ударної та вібраційної дії). Крихкому руйнуванню піддаються маломіцні антифрикційні матеріали, такі як бабіти та деякі пластмаси.

Основним розрахунком підшипників ковзання є розрахунок за умовою забезпечення рідинного тертя, який базується на тому, що мастильний шар повинен сприймати все навантаження. При рідинному терті досягається стійкість проти спрацювання та заїдання підшипника.

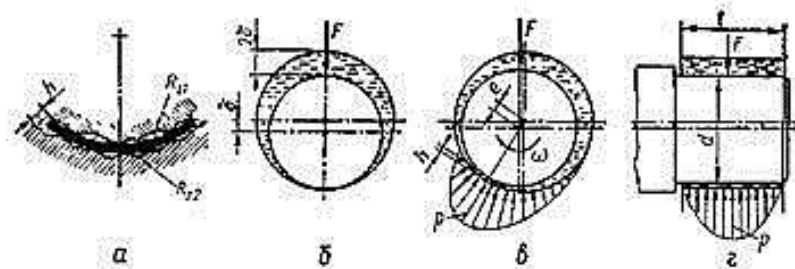


Рисунок 4 - Цапфа вала у заповненому мастилом підшипнику

Підшипники ковзання тихохідних механізмів, машин із частими пусками та зупинками під навантаженням, із ненадійним забезпеченням подачі мастила, в яких виникає граничне тертя, розраховують за умовними критеріями, які базуються на досвіді конструювання та експлуатації подібних конструкцій підшипників ковзання.

Умови утворення режиму рідинного тертя у підшипниках ковзання. Під час рідинного тертя робочі поверхні цапфи вала і вкладиша підшипника розділені шаром мастила (рис. 4, а), товщина  $h$  якого більша суми висот нерівностей поверхонь цапфи  $R_{z1}$  та вкладиша  $R_{z2}$ .

$$h > R_{z1} + R_{z2}. \quad (1)$$

Якщо записана умова виконується, що шар мастила сприймає зовнішнє навантаження, не допускаючи при цьому безпосереднього дотикання робочих поверхонь підшипника. Критичне значення товщини шару мастила, при якому порушується режим рідинного тертя, беруть

$$h_{KP} = (1,5 \dots 2,0) (R_{z1} + R_{z2}). \quad (2)$$

На рис. 4 б схематично зображена цапфа вала у заповненому мастилом підшипнику. Якщо вал не обертається, то під дією радіальної сили  $F$  цапфа зміщена на радіальний зазор і дотикається до вкладиша підшипника. При цьому між цапфою та вкладишем утворюється зазор клинової форми.

Під час обертання вала (рис. 4, в) мастило за рахунок сил тертя починає втягуватись у клиновий зазор і при деякій кутовій швидкості вала  $\omega > \omega_{кр}$  цапфа спливає в мастилі і дещо зміщається в бік обертання. Із збільшенням кутової швидкості збільшується і товщина  $h$  мастильного шару, а центр цапфи наближається до центра вкладиша. Якщо  $\omega \rightarrow \infty$ , то відстань між центрами  $e \rightarrow 0$ . Повного збігання центрів цапфи і вкладиша бути не може, оскільки при цьому порушується клинова форма зазору як одна з умов режиму рідинного тертя.

Зовнішнє навантаження  $F$  на вал зрівноважується гідродинамічним тиском  $p$  у мастильному шарі, який розподіляється нерівномірно згідно з епюрами рис. 4, в, г.

Дослідженнями встановлено, що у підшипниках ковзання з певними параметрами товщина шару мастила у навантаженій зоні зростає зі збільшенням в'язкості мастила та кутової швидкості цапфи і зменшується зі збільшенням навантаження  $F$ . Щоб досягти режиму рідинного тертя, потрібні такі умови:

- а) наявність між поверхнями ковзання зазору клинової форми;
- б) неперервне заповнення зазору мастилом відповідної в'язкості;
- в) швидкість відносного руху поверхонь повинна бути такою, щоб розвинутий гідродинамічний тиск зрівноважив зовнішнє навантаження.

#### 4. Розрахунки підшипників ковзання

Умовні розрахунки підшипників ковзання. Ці розрахунки виконують, якщо режим рідинного тертя не може бути забезпеченим. Вони у наближеній формі передбачають запобігання інтенсивному спрацюванню, перегріванню та заїданню у підшипниках. Суть умовних розрахунків полягає у обмеженні тиску  $p$  у підшипнику та у обмеженні параметра  $pv_s$ . Відповідно розрахункові умови записують у такому вигляді:

$$p = F/(d_l) \leq [p]; \quad (3)$$

$$pv_s \leq [p \cdot v_s], \quad (4)$$

де  $F$  – радіальне навантаження на підшипник;  $d$  – діаметр цапфи;  $l$  – довжина підшипника;  $v_s = 0,5\omega d$  – швидкість ковзання або колова швидкість цапфи.

При високих швидкостях ковзання і невеликих тисках надійність підшипників ковзання зменшується через підвищення температури. В цьому разі обмежують також швидкість ковзання за умовою  $v_s \leq [v_s]$ .

Допустимі значення тиску  $[p]$ , швидкості ковзання  $[v_s]$  та параметра  $[pv_s]$  визначені з досвіду експлуатації підшипників ковзання з різними матеріалами вкладишів і наведені у табл.

Розрахунок радіальних підшипників рідинного тертя. Розрахунок радіальних підшипників рідинного тертя базується на тому, що шар мастила між цапфою та вкладишем повинен сприймати все радіальне навантаження  $F$ , а його розрахункова товщина  $h$  повинна бути більшою від критичної товщини  $h_{кр}$  за виразом (2). Тому запишемо розрахункову умову

$$S_h = h / h_{кр} > [S]_h. \quad (5)$$

де  $S_h$  – коефіцієнт запасу надійності підшипника за товщиною мастильного шару,  $[S]_h = 1,5...2$  – його допустиме значення. Критичне значення товщини шару мастила  $h_{кр}$  беруть із розрахунку, що висота нерівностей поверхні цапфи повинна бути

$R_{z1} \leq 3,2$  мкм, а висота нерівностей робочої поверхні вкладиша –  $R_{z2} \leq 6,3$  мкм.

Розрахункову товщину  $h$  шару мастила в визначають за формулою

$$h = \delta - e = \delta (1 - \chi), \quad (6)$$

де  $\chi = e/\delta$  – відносний ексцентриситет, який визначає положення цапфи у підшипнику при режимі рідинного тертя. Цей параметр вибирають за графіками залежно від коефіцієнта навантаженості підшипника  $\Phi$  та відношення  $l/d$ .

Коефіцієнт завантаженості підшипника – це параметр, який характеризує несучу здатність підшипника ковзання при певних співвідношеннях його розмірів, кутовій швидкості вала та в'язкості мастила. Його визначають за формулою

$$\Phi = F \cdot \psi^2 / (\mu \cdot \omega \cdot l \cdot d) = p \cdot \psi^2 / (\mu \cdot \omega). \quad (7)$$

Таким чином, розрахунок підшипників ковзання рідинного тертя зводиться до визначення за формулою (7) коефіцієнта навантаженості  $\Phi$  підшипника, за яким по графіках вибирають відносний ексцентриситет  $\chi$ . Маючи відносний ексцентриситет та радіальний зазор  $\delta$  у підшипнику, за формулою (6) обчислюють товщину  $h$  шару мастила у навантаженій зоні підшипника, яку порівнюють із критичною товщиною  $h_{кр}$  відповідно до умови (5). Потрібний радіальний зазор  $\delta$  забезпечується вибором відповідної стандартної посадки цапфи вала у вкладиші.

## Підшипники кочення.

### План

1. Загальні відомості про підшипники кочення
2. Конструкція вузла опори кочення
3. Переваги і недоліки підшипників кочення
4. Класифікація і конструкції підшипників кочення
5. Умовні позначення підшипників
6. Матеріали. Точність підшипників
7. Монтаж підшипників кочення
8. Види руйнування і критерії розрахунку

#### 1. Загальні відомості про підшипники кочення

Підшипники кочення (рис.1) широко використовуються в усіх галузях машинобудування. Це готові складальні одиниці, основними елементами яких є тіла кочення – кульки або ролики, що розташовуються між кільцями і утримуються на визначеній відстані один від одного за допомогою сепаратора 4 (рис.1, а). У процесі роботи кульки 2 (або ролики) котяться по бігових доріжках кілець 1 і 3. Одне з кілець, як правило, нерухоме. При терті кочення втрати потужності, що передається, значно менші, ніж при терті ковзання.

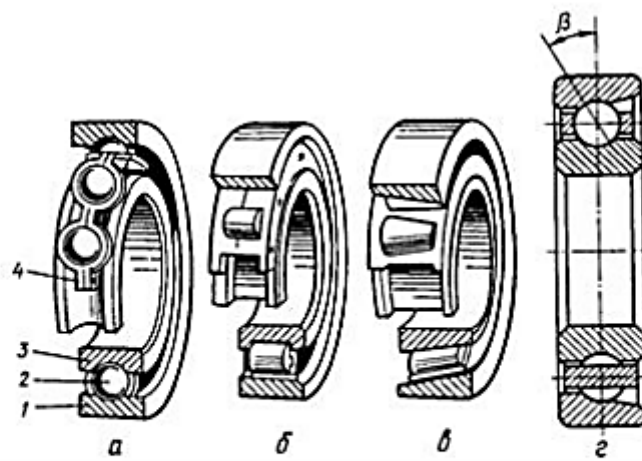


Рис.1 Однорядні підшипники кочення:  
 а – радіальний кульковий, б – радіальний роликовий,  
 в – роликовий конічний,  
 г – радіально-упорний кульковий

#### 2. Конструкція вузла опори кочення

Конструкція вузла опори кочення і сили (радіальна  $F_r$  та осьова  $F_a$ ), які діють на вал, зображені на рис. 2, де позначені:

- 1 – цапфа;
- 2 – корпус (нерознімний або рознімний);
- 3 – підшипник кочення;
- 4 – кришка підшипника (фланцева або закладна, глуха або з отвором);
- 5 – прокладка (регулювальна або захисна);
- 6 – пробка, яка закриває отвір для подачі густого мастила;
- 7 – ущільнення.

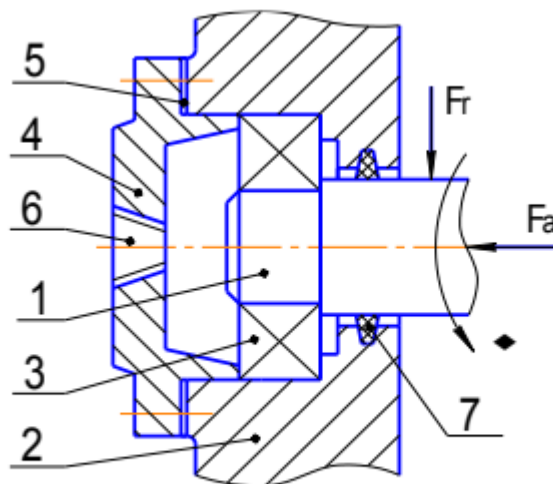


Рисунок 2– Конструкція вузла опори кочення

### 3. Переваги і недоліки підшипників кочення

Підшипники кочення і ковзання мають як плюси, так і мінуси. Підшипників кочення можна віддати перевагу перед підшипниками ковзання завдяки меншому рівню тертя на малих швидкостях і при старті з місця. Також підшипники кочення розміри по осях мають менше, що дозволяє простіше компонувати конструкції самовстановлюються опор, не вимагаючи тривалого часу на важку індивідуальну підгонку вкладишів і їх приработку. Це особливо важливо для цапф, що мають великі діаметри, що працюють під великими навантаженнями, з високими швидкостями обертання і температурами.

Коли використаний підшипник кочення, поліпшується якість мастила деталей і вузлів машин, якість їх обслуговування, продовжується термін життя посадочних поверхонь шийок циліндрів і валів. Таким чином, для переважної більшості опор обладнання вони підходять найкраще.

Правда, крім переваг, підшипники кочення мають і ряд мінусів.

Наприклад, великі габарити. Такі конструктивні елементи широко представлені в машинобудівному обладнанні, виробляються малими серіями

і дуже дорого коштують. Підшипник кочення поступається конкурентам за такими параметрами як радіальні розміри, вага і жорсткість.

Дуже складно правильно їх підібрати, коли високі швидкості обертання поєднуються дією високих навантажень. Загальновідомо, що при збільшенні навантаження і швидкості обертання вузла знижується його довговічність. Припустимо, якщо навантаження збільшити на чверть у порівнянні з колишньою, то термін служби зменшується в два рази, а при збільшенні навантаження в два рази, довговічність стає менше в 10 разів.

#### 4. Класифікація і конструкції підшипників кочення

Класифікація підшипників кочення здійснюється за рядом ознак.

За формою тіл кочення підшипники поділяють на кулькові та роликові. Основні форми тіл кочення зображено на рис. 2.

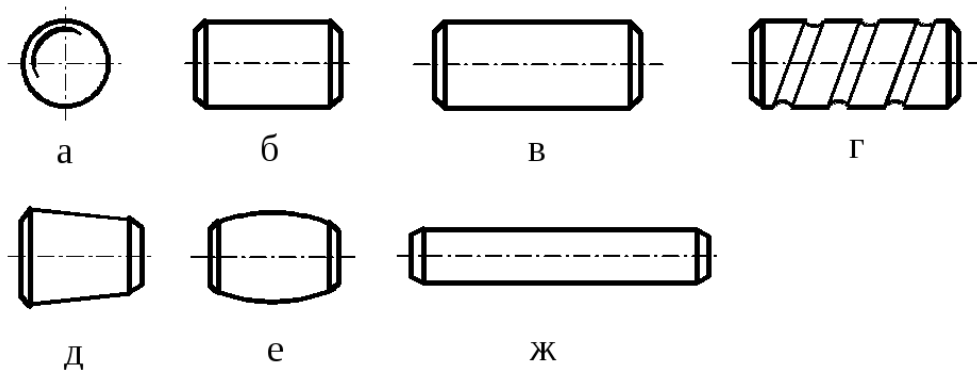


Рисунок 2 – Форми тіл кочення у підшипниках

Роликотпідшипники бувають з циліндричними короткими (рис. 2, б), довгими (рис. 2, в) і витими (рис. 2, г) роликами; з конічними (рис. 2, д), діжкоподібними (рис. 2, е) і голчастими (рис. 2, ж) роликами.

За напрямком навантаження, яке сприймає підшипник бувають:

1. Радіальні підшипники – здатні сприймати тільки радіальне навантаження або радіальне і незначне за величиною осьове навантаження.

Радіальні однорядні кулькові підшипники витримують великі кутові швидкості вала (особливо із сепараторами з кольорових металів) і допускають перекіс осей кілець до 10...15'. Крім радіального вони можуть сприймати осьове навантаження, що діє в обох напрямках, але не перевищує 70% невикористаного допустимого радіального навантаження. Будучи найдешевшими, вони одержали найбільше поширення в машинобудуванні. Підшипники можуть бути виготовлені з однією, або двома захисними

шайбами. Їх застосовують у тих випадках, коли через обмеження габаритів або незручності в обслуговуванні небажане застосування ущільнювальних пристроїв для утримання мастила. Підшипники з двома захисними шайбами заповнюються на заводі-виробнику пластичними мастилами.

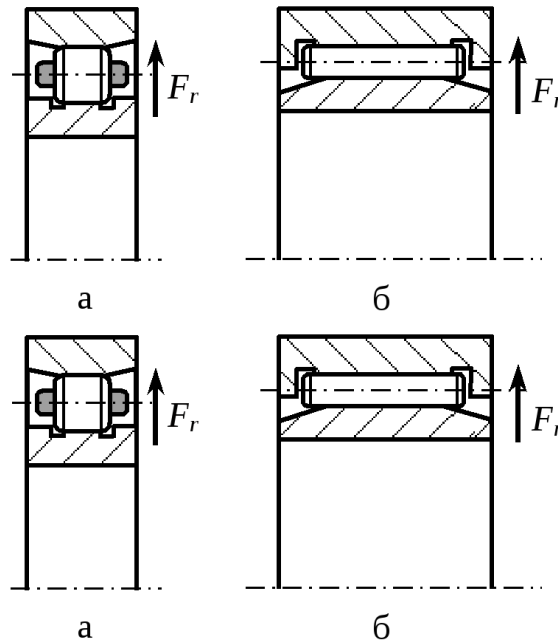
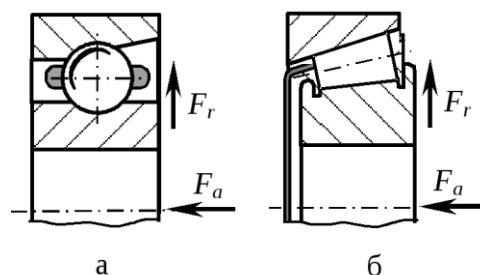


Рисунок 3 – Радіальні роликові підшипники

Радіальні роликові підшипники можуть бути виготовлені з короткими (рис. 3., а), або довгими циліндричними роликами, з витими роликами і голчасті (рис. 3., б). Вони сприймають тільки радіальне навантаження, яке приблизно в 1,5 рази більше, ніж у шарикопідшипників. Радіальні роликові підшипники застосовують як опори жорстких валів у тих випадках, коли можливо забезпечити високу співвісність посадочних місць. Голчасті підшипники зазвичай не мають сепаратора і завдяки великій кількості голок (роликів) можуть сприймати значні радіальні навантаження. Але через відносно великі втрати на тертя між голками гранична частота обертання у них значно нижча, ніж у підшипників із сепараторами. Їх застосовують у випадках, коли треба забезпечити компактність конструкції, а також при коливальних рухах. Вони можуть бути декількох різновидів: основний тип (рис. 3., б); без внутрішнього кільця; з одним зовнішнім штампованим кільцем; без внутрішнього кільця карданний.





## Рисунок 4 – Радіально-упорні підшипники

2. Радіально-упорні підшипники (рис. 43) – призначені для спільних радіальних і осьових навантажень. Радіальна вантажопідйомність радіально-упорних шарикопідшипників (рис. 4, а) на 30...40% більше, ніж радіальних однорядних. Вони застосовуються при середніх і високих кутових швидкостях і неударних навантаженнях. Конічні роликові підшипники (рис. 4, б) в порівнянні з радіально-упорними кульковими підшипниками мають більшу вантажопідйомність, дають можливість роздільного монтажу внутрішнього (разом з роликами і сепаратором) і зовнішнього кілець, а також здатні сприймати невеликі ударні навантаження. Недоліком цих підшипників є велика чутливість до неспіввісності і відносного перекосу кілець.

3. Упорно-радіальні підшипники (рис. 5) сприймають значне осьове і невелике радіальне навантаження.

4. Упорні підшипники (рис. 6) сприймають тільки осьове навантаження. Встановлюються в парі з радіальними підшипниками, що центрують геометричну вісь вала й обмежують свободу його переміщення в радіальному напрямку.

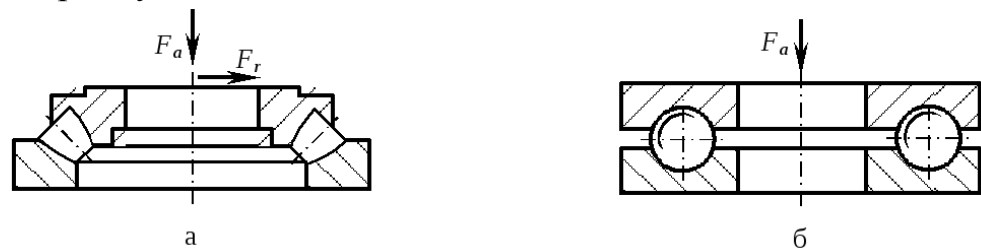


Рисунок 5 – Упорно – радіальний підшипник

Рисунок 6- Упорний підшипник

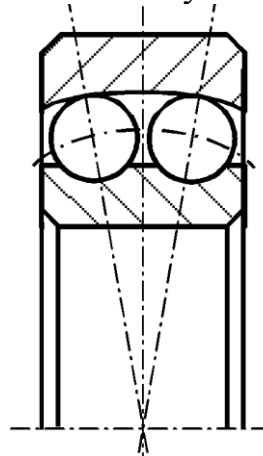


Рисунок 7 – Сферичний підшипник

За способом самоустановки підшипники поділяються на самоустановлювальні (сферичні, рис. 7) і несамоустановлювальні (усі шарико- і роликотпідшипники, крім сферичних). Самоустановлювальні

сферичні підшипники можуть бути кулькові або з діжкоподібними роликами. Доріжка кочення зовнішнього кільця виготовлена сферичною. Така її форма забезпечує нормальну роботу підшипника при значному (до  $2...3^\circ$ ) перекосі внутрішнього кільця відносно зовнішнього. Підшипники призначені для сприйняття радіальних навантажень, але можуть сприймати деяке осьове (до 20% величини невикористаного допустимого радіального навантаження).

За числом рядів тіл кочення підшипники бувають однорядні (див. рис. 1–5), дворядні і чотирирядні.

У залежності від навантажувальної здатності і габаритів при тому самому діаметрі розточки внутрішнього кільця підшипники поділяються на серії:

- за радіальними розмірами – надлегкі, особливо легкі, легкі, середні, важкі;
- за шириною – вузькі, нормальні, широкі й особливо широкі.

Найбільше поширення одержали підшипники кочення легких і середніх серій нормальної ширини.

У відповідності зі стандартом для підшипників кочення регламентовані п'ять класів точності (у порядку підвищення точності): P0, P6, P5, P4, P2 (допускається і цифрове позначення: 0, 6, 5, 4, 2). Точність підшипників кочення характеризується точністю основних розмірів –  $d$ ,  $D$ ,  $B$ , (див. рис. 1), форми і взаємного розташування поверхонь кілець, точністю обертання. При призначенні класу точності підшипника кочення варто враховувати, що з підвищенням класу точності вартість підшипника різко зростає (наприклад, підшипник класу P2 (2) приблизно в 10 разів дорожче підшипника класу P0 (0)). У загальному машинобудуванні, машинах легкої промисловості найбільш широке поширення одержали підшипники кочення класу P0 (0). Підшипники кочення більш високих класів точності застосовують для валів і осей, до яких висувають вимогу точного обертання.

#### 5. Умовні позначення підшипників

Підшипники кочення мають умовні позначення, що приводяться в довідниках і каталогах. Умовне позначення і клас точності підшипника кочення маркуються на торцях кілець.

Умовні позначення підшипників кочення складаються із основного умовного позначення і додаткових умовних позначень, які можуть розташовуватись праворуч і ліворуч від основного.

Основні умовні позначення підшипників у відповідності з ГОСТ 3189-75 складаються із ряду цифр. Дві перші цифри, рахуючи справа, означають

умовно внутрішній діаметр підшипників  $d$  (діаметр валу, на який можна встановити підшипник). Для підшипників із внутрішнім діаметром до 9 мм перша цифра праворуч показує фактичний розмір внутрішнього діаметра в мм. Внутрішні діаметри 10, 12, 15 і 17 мм позначають двома цифрами 00, 01, 02 і 03 відповідно. Для підшипників із внутрішнім діаметром 20 мм і більше ці дві цифри означають частку від ділення діаметра (в мм) на 5. Наприклад, для діаметра 20 мм дві останні цифри умовного позначення будуть 04, для 25 мм – 05, для 50 мм – 10 і т.д.

Третя цифра праворуч в основному умовному позначенні свідчать про серію підшипників всіх діаметрів: особливо легка серія позначається цифрою 1, легка – 2, середня – 3, важка – 4, легка широка – 5, середня широка – 6 і т.д.

Четверта цифра праворуч показує на тип підшипника: 0 – радіальний кульковий однорядний; 2 – радіальний із короткими циліндричними роликами; 3 – радіальний роликовий дворядний сферичний; 4 – роликовий із довгими циліндричними роликами або голчастий; 5 – роликовий із витими роликами; 6 – радіально-упорний кульковий; 7 – роликовий конічний; 8 – упорний кульковий; 9 – упорний роликовий.

П'ята та шоста цифри праворуч, що вводяться не для всіх підшипників, характеризують їхні конструктивні особливості.

Додаткове умовне позначення ліворуч від основного вказує на клас точності підшипника, радіальний чи осьовий зазори в підшипнику, величину моменту тертя. Цифри 0, 6, 5, 4 і 2, що стоять через знак “тире” перед основним умовним позначенням, означають його клас точності (2 – найвищий клас точності). Нормальний клас точності позначається цифрою 0, яка зазвичай не проставляється. Нормальний клас точності найбільш поширений.

Приклади умовних позначень:

2-6-307– підшипник кульковий радіальний однорядний із внутрішнім діаметром 35 мм (307), класу точності 6 із радіальним зазором за рядом 2;

5-2210 – підшипник роликовий радіальний з короткими циліндричними роликами із внутрішнім діаметром 50 мм (2210), класу точності 5;

36218– підшипник кульковий радіально-упорний легкої серії із внутрішнім діаметром 90 мм, класу точності 0.

Додаткове умовне позначення праворуч від основного характеризує матеріал і конструкцію сепаратора, конструктивні зміни, спеціальні вимоги щодо шуму та ін.

## 6. Матеріали. Точність підшипників

Для виготовлення підшипників використовуються сталі: ШХ 9; ШХ15; ШХ15ГС з твердістю після термообробки  $H=60...65$  HRC.

Для великих підшипників – цементовані сталі 12ХН3А, 20ХН4А, 8ХГТ з твердістю  $H=59...60$  HRC.

Сепаратори виготовляються із м'якої сталі, масивні сепаратори - з бронзи, латуні, алюмінієвих сплавів.

Існує п'ять класів точності підшипників: 0,6,5,4 і 2 (зліва направо збільшується точність)

Клас 0 – нормальна точність.

## 7. Монтаж підшипників кочення

Монтаж підшипників на валу і в корпусі.

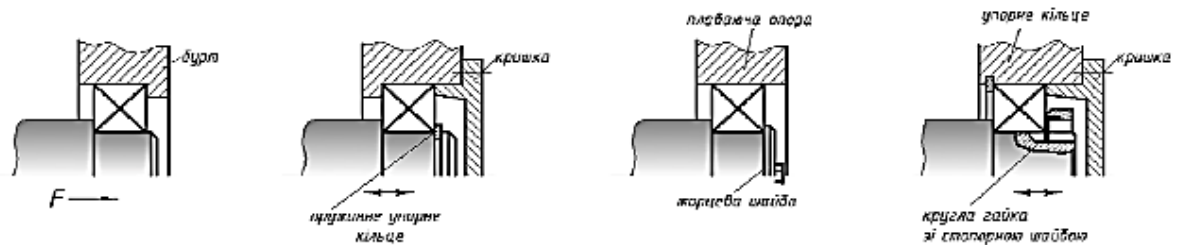


Схема опор на радіальних підшипниках

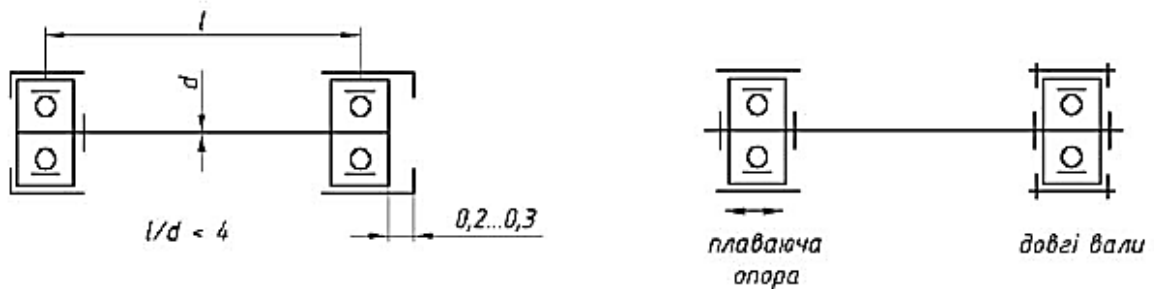
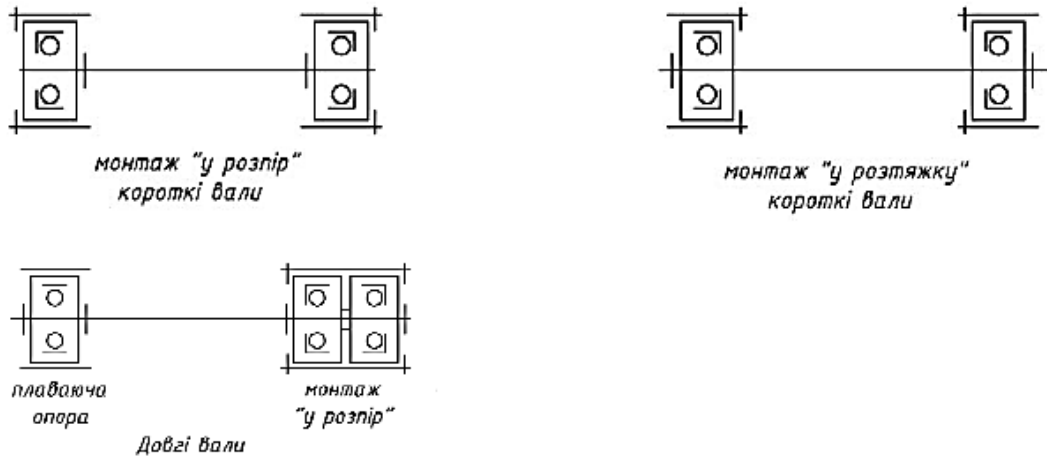


Схема опор на радіально-упорних підшипниках

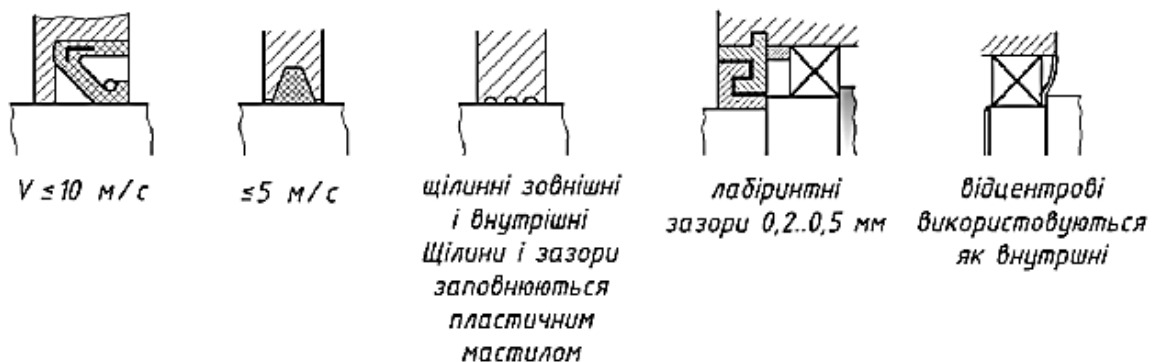


Регулювання натягу підшипників відбувається за рахунок набору прокладок між корпусом і кришкою, або за допомогою гайки на валу, або гвинта в кришці підшипника і натискної шайби.

#### Ущільнення підшипників кочення

Типи ущільнювальних пристроїв:

- контактні (манжетні, сальникові) – низькі і середні швидкості;
- лабіринті та щілинні – необмежена швидкість;
- відцентрові – середні і високі швидкості;
- комбіновані.



#### Посадка підшипників

Посадка кілець на вал і в гніздо корпусу залежить від режиму роботи, виду навантаження, типу підшипника. Розрізняють два види навантаження кілець: циркуляційне, при якому кільце підшипника обертається щодо вектора дії сили (внутрішнє кільце підшипника на валу) і місцеве, при якому кільце не обертається щодо вектора діючої сили (зовнішнє кільце підшипника в корпусі редуктора).

У випадку циркуляційного навантаження кільце ставлять на вал з натягом, щоб воно не прокручувалось відносно вала і не спричиняло спрацювання.

У випадку місцевого навантаження кільце встановлюють із невеликим зазором або малим натягом, що під дією поштовхів та вібрації воно поверталось і зношувалось рівномірно.

Вплив режиму навантаження: чим більше навантаження, сильніші поштовхи, тим більший натяг; чим вища частота обертання, тим менший натяг.

Вплив типу підшипника: посадка роликів підшипників більш щільна, ніж кулькових (натяг може змінити зазор у цих підшипниках).

Поле допуску на вал – за системою отвору, на отвір в корпусі – за системою вала.

Рекомендуються:

поля допусків на вал, що обертається : j6,k6,m6,n6;

поля допусків на отвір в корпусі, що не обертається: Js7,H7,K7,M7.

#### Змащування підшипників

Підшипники змащують рідкими або пластичними мастилами відповідним способом.

Рідкі мастила: зануренням, розбризкуванням, мастильним туманом або краплинним способом.

При змащуванні зануренням рівень мастила не повинен бути вище центра нижнього тіла кочення підшипника.

Пластичні мастила закладають у гнізда корпусів на 0,3...0,6 їхнього об'єму, використовують у важкодоступних місцях, у забрудненому середовищі.

#### 8. Види руйнування і критерії розрахунку

Види руйнування підшипників:

1. Втомне викришування робочих поверхонь кільце в результаті дії циклічно змінних контактних напружень (починається на внутрішніх кільцях).

2. Спрацювання кілець та тіл кочення від дії зовнішнього абразивного середовища, при недостатньому змащуванні.

3. Руйнування кілець та тіл кочення спричинене ударним навантаженням, неправильним монтажем опори (перекоси, заклинювання).

4. Руйнування сепараторів в результаті дії відцентрових сил та навантаження з боку кілець.

5. Залишкові деформації на бігових доріжках кілець у формі вм'ятин та ямок спричинене динамічним та ударним навантаженням (важко навантажені тихохідні підшипники).

Сучасні розрахунки базуються на двох критеріях: за умовою запобігання появи залишкових деформацій (розрахунок на статичну вантажність) і за умовою запобігання появи ознак втомного руйнування робочих поверхонь протягом розрахункового строку служби (розрахунок на динамічну вантажність).

Рекомендації щодо вибору підшипників

Для циліндричних зубчастих передач:  $R_a / (V \cdot R_r) \leq 0,35$  - кулькові радіальні підшипники;

$R_a / (V \cdot R_r) > 0,35$  - кулькові радіально-упорні підшипники.

Для конічних і черв'ячних коліс – роликові конічні підшипники.

Для черв'яка – роликові конічні підшипники.; при тривалій неперервній роботі з метою зниження нагрівання – кулькові радіально-упорні підшипники зі збільшеним кутом контакту тіл кочення типу 46000, 66000.

Питання для самоперевірки:

1. Назвіть основні переваги і недоліки підшипників кочення .
2. Із яких матеріалів виготовляють деталі підшипників ковзання?
3. Основні види руйнування і критерії працездатності підшипників ковзання.
4. Назвіть основні переваги і недоліки підшипників кочення порівняно з підшипниками ковзання.
5. Наведіть класифікацію підшипників кочення.
6. Структура умовного позначення підшипників кочення.
7. Дайте стислу характеристику найбільш поширених підшипників кочення.
8. Із яких матеріалів виготовляють деталі підшипників кочення?
9. Як розподіляється навантаження між тілами кочення у навантаженій зоні підшипника?
10. Основні види руйнування і критерії працездатності підшипників кочення.