

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"**



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**ДО ВИКОНАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ПРАКТИКУМІВ
З ДИСЦИПЛІНИ
"ОФІСНІ КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ"
Частина 2**

Для студентів напрямку підготовки 6.051003 "Приладобудування"

Затверджено на засіданні кафедри
наукових, аналітичних та екологічних
приладів і систем

Протокол № 9 від 09.01.2013 р.

Київ
НТУУ "КПІ"
2014

Офісні комп'ютерні технології

Офісні комп'ютерні технології. Частина 2 [Текст] : метод. вказівки до викон. комп. практ. для студ. напряму підготовки 6.051003 "Приладобудування" / Уклад. М.О.Маркін – К. : НТУУ "КПІ", 2014. – 98 с.

Методичні вказівки визначають вимоги до структури і змісту комп'ютерних практикумів з кредитного модуля "Офісні комп'ютерні технології".

Опис кожного практикуму містить короткі теоретичні відомості і перелік питань, які слід вивчити самостійно, користуючись конспектом лекцій, спеціальною літературою, або довідковою системою самого програмного засобу

Н а в ч а л ь н е в и д а н н я

ОФІСНІ КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ. ЧАСТИНА 1

Укладач: *Маркін Максим Олександрович*, канд. техн. наук

Відповідальний

редактор: *Приміський Владислав Пилипович*, канд. техн. наук, доц.

Рецензент: *Киричук Юрій Володимирович*, канд. техн. наук, доц.

За редакцією укладача

ВИТЯГ

з протоколу № 4//4

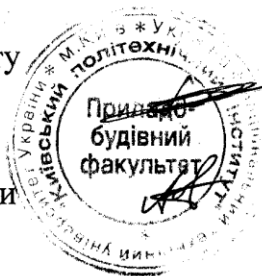
засідання Вченої Ради приладобудівного факультету НТУУ "КПІ"
від "28" квітня 2014 р.

СЛУХАЛИ: інформацію Голови методичної комісії приладобудівного факультету, к.т.н., доцента кафедри виробництва приладів Філіппової М.В. щодо надання грифу Вченої Ради приладобудівного факультету електронному навчальному виданню: **Офісні комп'ютерні технології. Частина 2** : методичні вказівки до виконання комп'ютерних практикумів для студентів напряму підготовки 6.051003 "Приладобудування" / Уклад. Маркін М.О./ Відповідальний редактор Приміський В.П. - 98 с.

УХВАЛИЛИ: рекомендувати до електронного опублікування та надати електронному навчальному виданню: **Офісні комп'ютерні технології. Частина 2** : методичні вказівки до виконання комп'ютерних практикумів для студентів напряму підготовки 6.051003 "Приладобудування" / Уклад. Маркін М.О./ Відповідальний редактор Приміський В.П. - 98 с. гриф "Рекомендовано Вченою Радою приладобудівного факультету НТУУ "КПІ".

Голова Вченої Ради
приладобудівного факультету
НТУУ "КПІ"

Учений секретар Вченої Ради



Г. С. Тимчик

О. М. Павловський

ЗМІСТ І ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ПРАКТИКУМІВ

Дані методичні вказівки містять чотирнадцять комп'ютерних практикумів, що охоплюють основні аспекти практичного використання текстового процесора Microsoft Word, програми обробки електронних таблиць Microsoft Excel, які на даний час є найпоширенішими програмними продуктами для роботи з текстовими та табличними документами.

Опис кожного практикуму містить короткі теоретичні відомості і перелік питань, які слід вивчити самостійно, користуючись конспектом лекцій, спеціальною літературою, або довідковою системою самого програмного засобу.

До виконання комп'ютерного практикуму допускаються студенти, що продемонстрували знання відповідей на контрольні питання і способів виконання завдань, наведених далі в описі практикуму.

Виконання практикуму зараховується студентам, що успішно справилися з усіма без винятку пунктами завдань, і здатними дати вичерпні пояснення про хід виконання практикуму та повні відповіді на контрольні питання.

ЗМІСТ

Частина 2. Редактор електронних таблиць Microsoft Excel	6
Комп'ютерний практикум № 2.1 Відносні та абсолютні посилання.....	6
Комп'ютерний практикум № 2.2 Змішані посилання. Форматування даних	12
Комп'ютерний практикум № 2.3 Вирішення систем лінійних рівнянь, робота з матрицями	15
Комп'ютерний практикум №2.4 Створення й редагування таблиць, побудова діаграм	31
Комп'ютерний практикум № 2.5 Побудова графіків функцій	48
Комп'ютерний практикум № 2.6 Вирішення задач лінійного програмування	58
Комп'ютерний практикум № 2.7 Розв'язок нелінійних рівнянь і систем ...	66
Комп'ютерний практикум № 2.8 Обробка результатів експерименту	79
Література	97
Додаток А. Приклад оформлення титульної сторінки	98

Частина 2. Редактор електронних таблиць Microsoft Excel

Комп'ютерний практикум № 2.1

Відносні та абсолютні посилання

Короткі теоретичні відомості

Загальні положення

Файли *Excel* зберігаються на диску у вигляді *робочих книг* або *шаблонів*. Файли робочих книг мають розширення *.xls*, файли шаблонів - *.xlt*. Шаблони служать заготовками для створення нових робочих книг.

Після запуску *Microsoft Excel* на екрані відображається робоча книга, що містить три чисті робочі аркуші (рис. 2.1). Стовпці робочих аркушів позначаються латинськими літерами: *A, B, C, ...*, рядки – числами: *1, 2, 3, ...* Клітинки, розташовані на перетині відповідних рядків і стовпців, мають координати (адреси) виду: *A5, C12, F31* і т.п.

Поточна клітинка виділяється жирним контуром, а її координата або ім'я відображається над робочим аркушем зліва. Дещо лівіше координати розташований *рядок формул*. Саме у ньому редагується і відображається вміст поточної клітинки. У самій же клітинці може відображатися не весь текст, що фактично там міститься, або відображатися округлене значення.

Для вибору поточної клітинки, можна клацнути на ній мишкою, або скористатися клавішами переміщення курсору.

Введення інформації в клітинку

Вмістом клітинки може бути:

- *текст*, наприклад: *Роздрібна ціна, Товар, 300 у.о.*;
- *число*, наприклад: *253,3* або *-78000* (у російській версії програми ціла частина числа від десяткового дробу відокремлюється комою. Крім самого числа клітинка не повинна містити жодних сторонніх символів, інакше її вміст буде сприйматися як текст);
- *дата*, наприклад: *30.09.99, 1 лют 2001, 9 травень, 12.98* (Якщо в даті відсутній день або рік, то спочатку *Excel* сам підставляє в них перше число місяця і поточний рік. При введенні день від місяця і рік можна відокремлювати крапкою або косою лінією - /);
- *час*, наприклад: *09:30, 15:55:12, 2:35,82* (Хвилини від годин і секунд відокремлюються двокрапкою. У форматі, що містить долі секунди, години відсутні);
- *дата і час*, наприклад *30.09.99 15:25* (дата від часу відокремлюється пробілом);

- формула, наприклад: $=1,4*(M8-M9)$, $=\text{'Підсумки 2000 р.'! H5} + \text{Кошторис! E28}$.

Формули завжди починаються знаком $=$. Перша з вищевказаних формул означає, що вміст даної комірки обчислюється як помножена на 1,4 різниця чисел, що знаходяться на цьому ж аркуші в комірках $M8$ і $M9$. Координати комірок, що згадуються у формулах, або діапазонів називаються **посиланнями**. Посилання на комірки, розташовані на інших робочих аркушах, включають назву аркуша, відділену знаком оклику. Наприклад, друга формула означає, що вміст даної комірки обчислюється як сума чисел в комірці $H5$ на аркуші за назвою *' Підсумки 2000 р.'* і комірки $E28$ на аркуші за назвою *Кошторис* (якщо ім'я аркуша не містить пробілів, то брати його в лапки необов'язково).

При введенні формул посилання можна вводити, клацнувши мишкою на потрібній комірці, або переміщенням на неї курсору за допомогою клавіатури. Наприклад, для введення першої формули можна набрати на клавіатурі $=1,4*($, потім клацнути мишкою на комірці $M8$, потім увести мінус, клацнути мишкою на комірці $M9$ і ввести дужку що закривається.

Введення інформації в комірку завершується натисканням клавіші *Enter* або *Tab*:

- *Enter* викликає перехід до сусідньої нижньої комірки, що зручно при заповненні таблиці по стовпцях;
- *Tab* викликає перехід до сусідньої правої комірки, що зручно при заповненні таблиці по рядках.

Виділення області

Щоб виконати операцію над якоюсь групою комірок, цю групу спочатку треба виділити. За допомогою клавіатури виділення здійснюється шляхом переміщення курсору при натиснутій клавіші *Shift*. За допомогою мишки для цього потрібно перемістити курсор в один із кутів цієї області так, щоб він набув форми широкого білого хрестика, потім натиснути клавішу мишки і відпустити її в протилежному куті області що виділяється.

Переміщення, копіювання і заповнення

Для переміщення вмісту комірок необхідно підвести курсор до краю комірки або виділеної області так, щоб він набув форми стрілки. Потім потрібно натиснути клавішу мишки і відпустити її там, куди потрібно перемістити вміст комірок.

Якщо під час описаної вище операції утримувати натиснутою клавішу *Ctrl*, то вміст комірок буде не переноситися, а копіюватися.

Перенос і копіювання інформації може здійснюватися також через буфер обміну так само, як це робиться в *Word*.

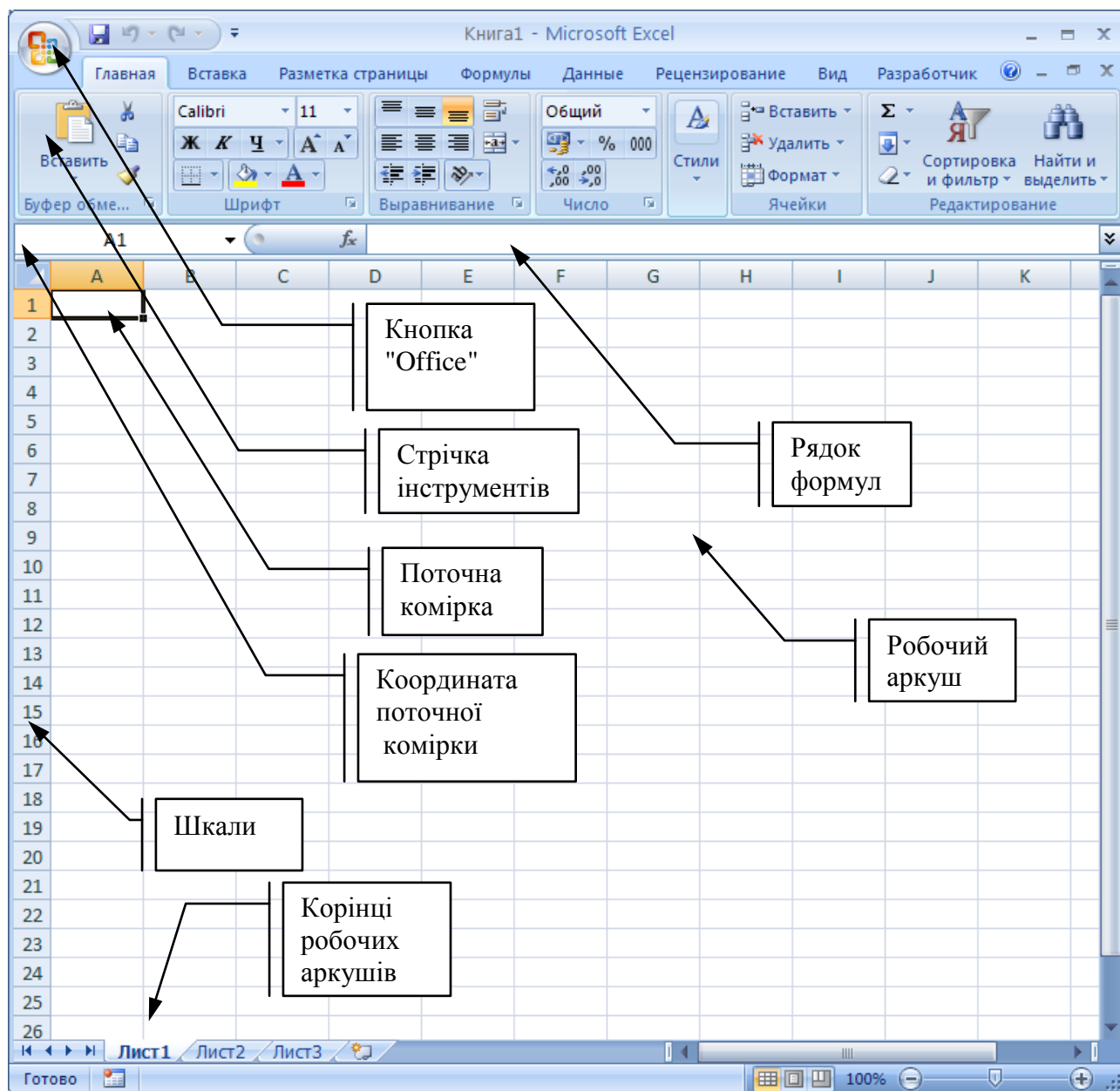


Рис. 2.1. Загальний вигляд вікна Excel 2007

Специфічним для *Excel* способом копіювання є використання маркера заповнення. Цей спосіб дуже зручний, коли вмістом деякої комірки потрібно заповнити сусідні з нею комірки. Щоб ним скористатися, потрібно виділити комірку чи область і перенести курсор у правий нижній кут цієї комірки чи області так, щоб він набув форми вузького чорного хрестика (це і є маркер заповнення). Потім треба натиснути ліву клавішу мишки і відпустити її наприкінці області що заповнюється.

За допомогою маркера заповнення можна виконувати і більш складні операції. Так, якщо, наприклад, виділити дві комірки з числами 1 і 2, то в кожній наступній комірці буде записуватися число, рівне вмісту попередньої

плюс різниця між першими двома, тобто в наступних комірках ряд чисел буде продовжено значеннями 3, 4, 5 і т.д. Аналогічно, якщо записати в перші два комірці числа 1 і 3, то цей ряд буде продовжено значеннями 5, 7, 9... ; дати 24.02.99 і 26.02.99 будуть продовжені значеннями 28.02.99, 02.03.99... ; а записи розділ 1, розділ 2 - записами розділ 3, розділ 4 і т.д.

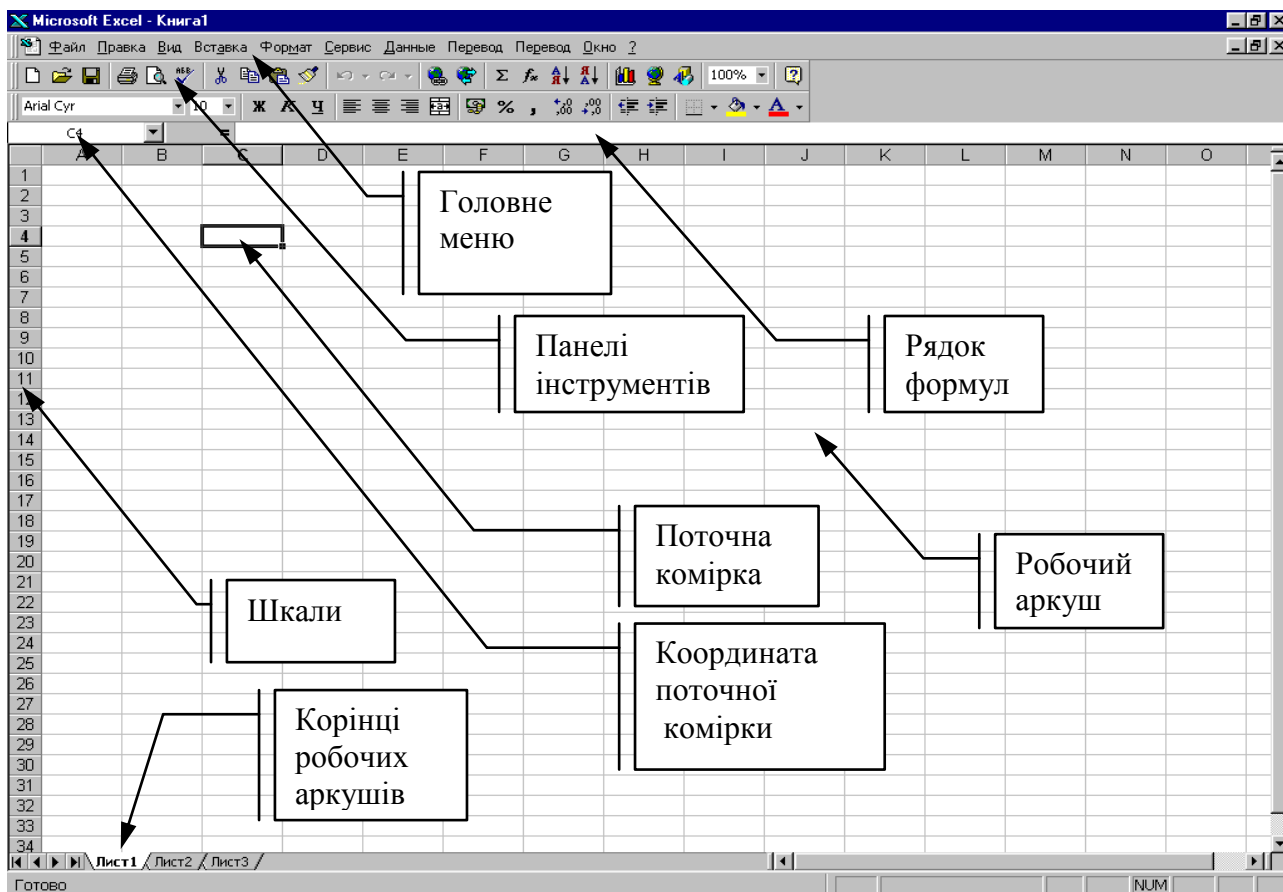


Рис. 2.2. Загальний вигляд вікна Excel 2003

Особливості копіювання формул. Відносні, абсолютні і змішані посилання

Копіюючи формули, слід враховувати, що посилання вигляду $A5$, $C12$ є *відносними*. Тобто вони задають координати інших комірок відносно комірки, яка містить ці посилання. Якщо, наприклад, формула $=A5*B5$ записана в комірці $C5$, то це означає, що число в даній комірці буде обчислюватися як добуток двох сусідніх комірок, розташованих безпосередньо зліва від неї. Тому, якщо скопіювати цю формулу в комірку $C6$, то там вона набуде вигляду $=A6*B6$, а в комірці $G1$ та ж формула буде виглядати як $=E1*F1$.

У тих випадках, коли при копіюванні формул координата рядка або стовпця повинна залишатися незмінною, перед ними вказується символ $\$$. Наприклад, посилання $\$E\7 називається *абсолютним*, оскільки при його

копіюванні ні координата стовпця, ні координата рядка змінюватися не будуть і посилання усюди буде виглядати саме як $E\$7$.

У *змішаних* посиланнях зафіксована тільки одна з координат, наприклад, у посиланні $C12$ стовець C залишається фіксованим, а номер рядка може змінюватися, а в посиланні $A\$9$ рядок 9 залишається фіксованим, але може змінюватися стовець.

Клацнувши мишкою по комірці спочатку вводиться відносно посилання. Для його перетворення в абсолютне або змішане посилання, треба натискати клавішу $F4$ доти, доки символи $\$$ не розташуються у ньому належним чином.

Теми для самостійного опрацювання

1. Присвоєння імен коміркам і діапазорам і використання імен.
2. Позначення діапазонів комірок.

Контрольні питання

1. Що таке робоча книга, робочий аркуш, рядок формул?
2. Які типи даних можуть бути введені в комірки, і по яких ознаках можна розрізнити тип даних?
3. Що таке відносні, абсолютні і змішані посилання і як вони вводяться?
4. Як виділити діапазон комірок і як позначається посилання на нього у формулах?
5. Як виділити декілька несуміжних діапазонів?
6. Як виділити всі комірки рядка, стовпця, робочого аркуша?
7. Як виділити тривимірний діапазон комірок (тобто діапазон, що містить комірки з одноіменними координатами на різних робочих аркушах)?
8. Як здійснюється переміщення і копіювання даних?
9. Що таке маркер заповнення і як він використовується?
10. Як виконується переміщення, копіювання, вилучення і перейменування робочих аркушів?

Завдання для виконання

1. Заповніть показаний на рис. 2.3 робочий аркуш наступними даними:
 $C1$, $C2$, $C3$, $C4$ - довільні числа;
текст $T1$ - довільні найменування приміщень;
формула $\Phi1$ – добуток чисел $C3$ і $C4$ у тому ж рядку;
формула $\Phi2$ - добуток $\Phi1$ з того ж рядка на $C1$ і $C2$;
формула $\Phi3$ - сума всіх значень $\Phi1$ у стовпці;
формула $\Phi4$ - сума всіх значень $\Phi2$ у стовпці.

Таблиця повинна містити не менше 6 рядків даних і не мати порожніх стовпців.

Відрегулюйте ширину стовпців таблиці.

Введіть у перший рядок таблиці формулу $\Phi 1$ для розрахунку площі приміщення, а потім, за допомогою маркера заповнення, скопіюйте цю формулу у всі комірки стовпця "Площа".

Введіть у другий рядок таблиці формулу $\Phi 2$ для розрахунку вартості оренди, звернувши увагу на необхідність використання абсолютних посилань на комірки, що містять числа $\mathcal{C}1$ і $\mathcal{C}2$.

За допомогою маркера заповнення, скопіюйте цю формулу у всі комірки стовпця "Вартість оренди".

У перші два рядки стовпця "№ п/п" введіть цифри 1 і 2. Виділіть ці дві комірки, і за допомогою маркера заповнення одержіть в наступних рядках числа 3, 4, 5, ...

За допомогою кнопки *Автосуммирование* визначте загальну орендовану площу і вартість оренди.

Привласніть імена *Вартість_метра* і *Курс_долара* коміркам, що містять числа $\mathcal{C}1$ і $\mathcal{C}2$. Поміняйте у формулі $\Phi 2$ посилання на координати цих комірок посиланнями на їхні імена.

Збережіть отриманий файл на диску.

Розрахунок вартості оренди

Вартість оренди у.о. за м.кв.

Курс
USD

№ п/п	Приміщення	Довжина	Ширина	Площа	Вартість
1	T1	Ч3	Ч4	$\Phi 1$	$\Phi 2$
2	T1	Ч3	Ч4	$\Phi 1$	$\Phi 2$
...
Всього				$\Phi 3$	$\Phi 4$

Рис. 2.3. Приклад посилань в Excel

Комп'ютерний практикум № 2.2 Змішані посилання. Форматування даних

Короткі теоретичні відомості

Працюючи з *Excel*, завжди слід пам'ятати, що форматування інформації служить не тільки для надання їй більш красивого і зручного для сприйняття вигляду. Все, що ми бачимо в комірці, визначається не тільки вмістом комірок, але і їхнім форматом. Наприклад, число в комірці може виглядати як 6, хоча його дійсне значення дорівнює 5,72. Просто в даному форматі не передбачений виведення дробової частини числа, і ми бачимо результат округлення.

Наведемо типовий приклад проблем із форматом, що часто збиває з толку новачків. Припустимо, що при введенні числа 4,5 ви помилково використали крапку замість коми: 4.5. Таке значення сприймається *Excel* як дата - четверте травня. Зрозумівши це, ви вводите правильне значення 4,5, але на ваше здивування тепер замість 4,5 у цій комірці ви бачите 04.01.1900 12:00:00 ...

Пояснюється все дуже просто. Справа в тім, що коли ви помилково ввели 4.5, в комірці автоматично встановився формат дати. Після виправлення на 4,5 в комірці значення змінилося, але формат дати залишився. Значення що спостерігається - 04.01.1900 12:00:00 - це і є 4,5, але тільки у форматі дати (4,5 доби, відраховуючи від 0 годин 1 січня 1900 р.). Таким чином, усе, що потрібно для виправлення помилки - це замінити в цій комірці формат дати загальним або числовим форматом.

Теми для самостійного опрацювання:

1. Форматування даних.
2. Умовне форматування.
3. Закріплення областей.

Контрольні питання

1. Як задається тип формату даних (загальний, числовий, грошовий, дата тощо)?
2. Як задати кількість відображуваних знаків у дробовій частині числа?
3. Як відображається число і текст, якщо розмір комірки для них є недостатнім?
4. Якими способами можна регулювати розміри комірок?
5. Як можна об'єднати декілька комірок в одну і скасувати це об'єднання?
6. Як можна задати вирівнювання й орієнтацію тексту?
7. Як задати спосіб обрамлення комірок (сітку)?

8. Що таке копіювання формату і як воно здійснюється?
9. Що таке умовне форматування і як воно здійснюється?
10. Що таке закріплення областей, як і для чого воно виконується?

Завдання для виконання

1. Заповніть робочий аркуш відповідно до рис. 2.4, обравши приблизно наступні значення: $C1 = 2$, $C2=20\%$, $C3=15\%$, $C4=10\%$, $C8 =10\%$, $C9=20$. Інші числові значення і найменування товарів (не менше 5 позицій) виберіть на свій розсуд.
2. Надайте ім'я *Авіатариф* комірки, що містить число $C1$.
3. Розрахункові значення обчисліть по таких формулах: $\Phi1=C5*C7$; $\Phi2=C6*C7$; $\Phi3=\Phi2*C1$; $\Phi4=(\Phi1+\Phi3)*C8$; $\Phi5=(\Phi1+\Phi3+\Phi4)*20\%$; $\Phi6=C9*\Phi5/\Phi14$; $\Phi7=C10*\Phi2/\Phi11$; $\Phi8=(\Phi1+\Phi3+\Phi4+\Phi5+\Phi6+\Phi7)/C7$.
4. $\Phi9$ обчислюється як значення $\Phi8$ у поточному рядку, збільшене у $(1+C2)$, $(1+C3)$ або $(1+C4)$ разом, у залежності від стовпця, у якому знаходиться формула $\Phi9$. Формула $\Phi9$ обов'язково повинна містити змішані посилання. Це дозволить увести формулу $\Phi9$ тільки в одну комірку, а потім за допомогою маркера заповнення, скопіювати її в інші рядки і стовпці.
5. Формули $\Phi10 - \Phi14$ обчислюються як суми значень у відповідних стовпцях.
6. Встановіть у якійсь комірці, що містить вартість, два розряди для десяткового дробу числа. За допомогою кнопки *Копіювання формату* встановіть таке ж число дробових розрядів у всіх інших комірках, що містять вартості.
7. Виконайте закріплення областей так, щоб при прокрутці таблиці її шапка і найменування товарів завжди залишалися в полі зору.
8. Виділіть комірки таблиці і виберіть у меню *Формат* опцію *Автоформат*, а потім один із варіантів форматування таблиці.
9. Завершіть форматування таблиці вручну, виділивши жирним шрифтом рядок з підсумковими даними й відобразивши сітку таблиці.
10. Застосуєте для деяких комірок умовне форматування. Наприклад, задайте формат, що забезпечує відображення червоним кольором чисел, значення яких перевищує встановлений вами поріг.
11. Збережіть файл з даним робочим аркушем на диску.
12. Виконаєте аналогічні дії з форматуванням над робочим аркушем, створеним у комп'ютерному практикумі №2.1.

Розрахунок роздрібної ціни																
Авіатариф грн. за кг.										Ч1			Роздрібна ціна, якщо прибуток складає:			
№ п/п	Назва товару	Ціна купівлі за одиниць	Вага одиниць	Кількість	Загальна вартість	Загальна вага	Доставка в аеропорт	Відсоток митного збору	Сума митного збору	ПДВ 20%	Митне оформлення	Доставка	Собівартість одиниці товару	Ч2	Ч3	Ч4
1	Т1	Ч5	Ч6	Ч7	Ф1	Ф2	Ф3	Ч8	Ф4	Ф5	Ф6	Ф7	Ф8	Ф9	Ф9	Ф9
2	Т1	Ч5	Ч6	Ч7	Ф1	Ф2	Ф3	Ч8	Ф4	Ф5	Ф6	Ф7	Ф8	Ф9	Ф9	Ф9
...
Всього					Ф10	Ф11	Ф12		Ф13	Ф14	Ч9	Ч10				

Рис. 2.4. Робочий аркуш до виконання комп'ютерного практикуму №2.2

Комп'ютерний практикум № 2.3
Вирішення систем лінійних рівнянь, робота з матрицями

Короткі теоретичні відомості

Попередньо згадаємо деякі відомості з курсу вищої математики, необхідні для виконання даного комп'ютерного практикуму.

Рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

Нехай задана СЛАР наступного виду:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned}$$

Цю систему можна представити в матричному виді: $AX = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{– матриця коефіцієнтів системи рівнянь;}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \text{– вектор невідомих,} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \quad \text{– вектор правих частин.}$$

При виконанні комп'ютерного практикуму систему лінійних алгебраїчних рівнянь необхідно буде вирішувати двома методами – зворотної матриці і методом Крамера. Згадаємо основні формули, які використовуються в цих методах.

Метод зворотної матриці

Систему лінійних алгебраїчних рівнянь $AX = b$ помножимо ліворуч на матрицю, зворотну до A . Система рівнянь прийме вид:

$$A^{-1}AX = A^{-1}b,$$

$$EX = A^{-1}b,$$

де E – одинична матриця.

Таким чином, вектор невідомих обчислюється по формулі $X = A^{-1}b$.

Метод Крамера

У цьому випадку невідомі x_1, x_2, \dots, x_n обчислюються по формулі:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

де Δ – визначник матриці A ,

Δ_i – визначник матриці, яка одержується з матриці A шляхом заміни i -го стовпця вектором b .

Зверніть увагу на особливість роботи з матричними формулами: необхідно попередньо виділяти область, у якій буде зберігатися результат, а після одержання результату перетворювати його до матричного виду, натиснувши клавіші F2 і Ctrl+Shift+Enter.

Тепер розглянемо рішення системи лінійних рівнянь методом зворотної матриці і методом Крамера на наступних прикладах.

ПРИКЛАД 3.1. Вирішити систему методом зворотної матриці:

$$\begin{cases} x_2 - 13x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 21x_2 - 5x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

У цьому випадку матриця коефіцієнтів A і вектор вільних коефіцієнтів b мають вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -13 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 21 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Уведемо матрицю A і вектор b у робочий аркуш MS Excel (рис. 2.5).

	A	B	C	D	E	F	G
1		0	1	-13	4		-5
2	A =	1	0	-2	3	b =	-4
3		3	21	0	-5		2
4		4	3	-5	0		3

Рис. 2.5. Матриця A і вектор b

У нашому випадку матриця A перебуває в діапазоні B1:E4, а вектор b у діапазоні G1:G4. Для рішення системи методом зворотної матриці необхідно обчислити матрицю, зворотну до A . Для цього виділимо діапазон для зберігання зворотної матриці (це потрібно зробити обов'язково!!!); нехай у нашому випадку це буде діапазон комірок B6:E9. Тепер звернемося до майстра функцій, і в категорії **Математические** виберемо функцію **МОБР**, призначену

для обчислення зворотної матриці (рис. 2.6), клацнувши по кнопці ОК, перейдемо до другого кроку майстра функцій. У діалоговому вікні, що з'являється на другому кроці майстра функцій, необхідно заповнити поле введення **Масив** (рис. 2.7). Це поле повинне містити діапазон комірок, у якому зберігається вихідна матриця - в нашому випадку B1:E4. Дані в поле введення **Масив** можна ввести, використовуючи клавіатуру або виділивши їх на робочому аркуші, утримуючи ліву кнопку миші.

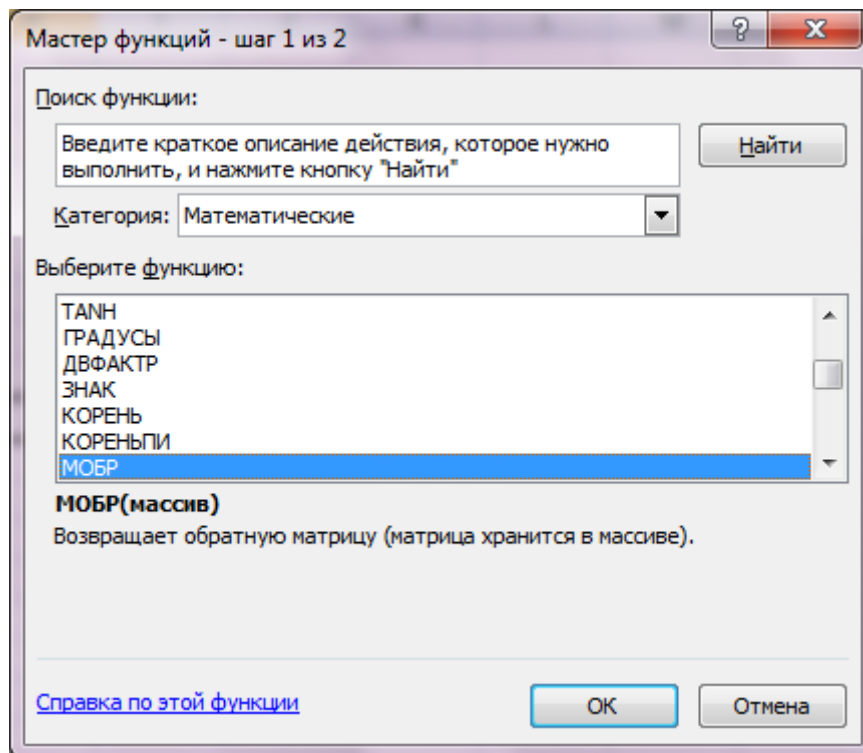


Рис. 2.6. Майстер функцій

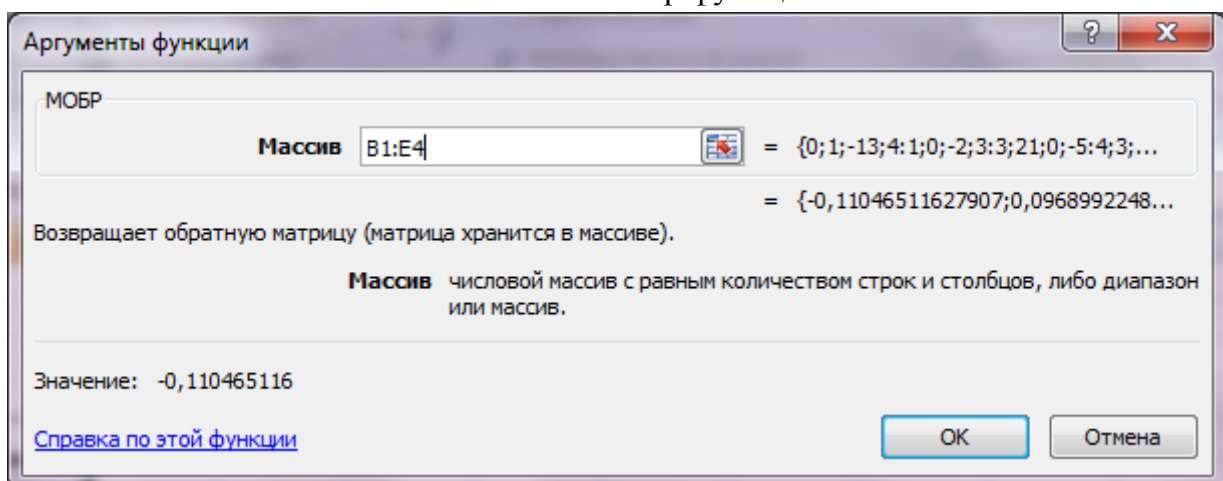


Рис. 2.7. Функція для одержання зворотної матриці

Якщо поле **Масив** заповнене, можна натиснути кнопку ОК. У першій комірці, виділеного під зворотну матрицю діапазону, з'явиться якесь число. Для того

щоб одержати всю зворотну матрицю, необхідно натиснути клавішу F2 для переходу в режим редагування, а потім одночасно клавіші Ctrl+Shift+Enter. У нашому випадку робоча книга MS Excel прийме вид, зображений на рис. 2.8. Якщо такий вид не вийшов, повторіть обчислення зворотної матриці для комірок B6:E9.

B6		fx {=МОБР(B1:E4)}						
	A	B	C	D	E	F	G	
1	A =	0	1	-13	4	b =	-5	
2		1	0	-2	3		-4	
3		3	21	0	-5		2	
4		4	3	-5	0		3	
5								
6		-0,11047	0,096899	-0,03023	0,24845			
7		0,011628	0,077519	0,055814	-0,06124			
8		-0,0814	0,124031	0,009302	-0,03798			
9		-0,01744	0,383721	0,016279	-0,10814			

Рис. 2.8. Робоча книга після обчислення зворотної матриці

Тепер необхідно помножити отриману зворотну матрицю на вектор b . Виділимо комірки для зберігання результуючого вектора, наприклад H6:H9. Звернемося до майстра функцій, і в категорії **Математические** виберемо функцію **МУМНОЖ**, що призначена для множення матриць. Нагадаємо, що множення матриць відбувається за правилом рядок на стовпець і матрицю A можна помножити на матрицю B тільки в тому випадку, якщо кількість стовпців матриці A дорівнює кількості рядків матриці B . Крім того, при множенні матриць важливий порядок співмножників, тобто $AB \neq BA$.

Перейдемо до другого кроку майстра функцій. Діалогове вікно, що з'явилося (рис. 2.9) містить два поля введення **Масив1** і **Масив2**. У поле **Масив1** необхідно ввести діапазон комірок, у якому міститься перша з матриць, що перемножуються, у нашому випадку B6:E9 (зворотна матриця), а в поле **Масив2** комірки, що містять другу матрицю, у нашому випадку G1:G4 (вектор b).

Якщо поля введення заповнені, можна натиснути кнопку ОК. У першій комірці виділеного діапазону з'явиться відповідне число результуючого вектора. Для того щоб одержати весь вектор, необхідно натиснути клавішу F2, а потім одночасно клавіші Ctrl+Shift+Enter (обов'язково праві). У нашому випадку результати обчислень (вектор x), перебуває в комірках H6:H9.

Для того щоб перевірити, чи правильно вирішена система рівнянь, необхідно помножити матрицю A на вектор x і одержати в результаті вектор b .

Множення матриці A на вектор x здійснюється за допомогою функції МУМНОЖ(B1:E4; H6:H9), так як було описано вище.

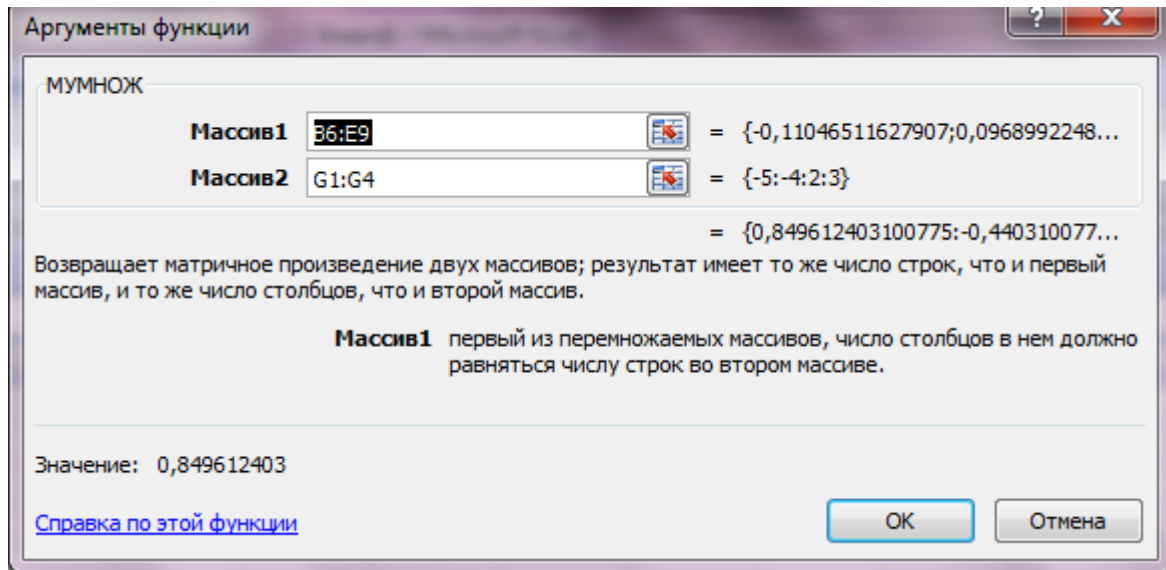


Рис. 2.9. Діалогове вікно функції МУМНОЖ

У результаті проведених обчислень робочий аркуш прийме вид зображений на рис. 2.10.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	A =	0	1	-13	4	b =	-5	Проверка		-5
2		1	0	-2	3		-4		-4	
3		3	21	0	-5		2		2	
4		4	3	-5	0		3		3	
5										
6		-0,11047	0,096899	-0,03023	0,24845			0,849612		
7		0,011628	0,077519	0,055814	-0,06124			-0,44031		
8		-0,0814	0,124031	0,009302	-0,03798		x =	-0,1845		
9		-0,01744	0,383721	0,016279	-0,10814			-1,73953		
10										

Рис. 2.10. Робочий аркуш після всіх обчислень

ПРИКЛАД 3.2. Вирішити систему із ПРИКЛАДА 3.1 методом Крамера.

Уведемо матрицю A та вектор b на робочий аркуш. Крім того, сформуємо чотири допоміжні матриці, замінюючи послідовно стовпці матриці A на стовпець вектора b (рис. 2.11).

Для подальшого рішення необхідно обчислити визначник матриці A . Встановимо курсор в комірку I10 і звернемося до майстра функцій. У категорії Математические виберемо функцію МОПРЕД, призначену для обчислення визначника матриці, і перейдемо до другого кроку майстра функцій. Діалогове

вікно, що з'являється на другому кроці, містить поле введення **Масив**. У цьому полі вказують діапазон матриці, визначник якої обчислюють. У нашій випадку це комірки B1:E4.

Для обчислення допоміжних визначників введемо формули:

$$I11=\text{МОПРЕД}(B6:E9), I12=\text{МОПРЕД}(B11:E14),$$

$$I13=\text{МОПРЕД}(B16:E19), I14=\text{МОПРЕД}(B21:E24).$$

У результаті в комірці I10 зберігається головний визначник, а в комірках I11:I14 - допоміжні.

Скористаємося формулами Крамера і розділимо послідовно допоміжні визначники на головний. В комірці H16 введемо формулу= $I11/IS10$. Потім скопіюємо її вміст в комірки H17, H18 і H19. Система вирішена.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	A =	0	1	-13	4	b =	-5		
2		1	0	-2	3		-4		
3		3	21	0	-5		2		
4		4	3	-5	0		3		
5									
6	A1 =	-5	1	-13	4				
7		-4	0	-2	3				
8		2	21	0	-5				
9		3	3	-5	0				
10								d =	2580
11	A2 =	0	-5	-13	4			d1 =	2192
12		1	-4	-2	3			d2 =	-1136
13		3	2	0	-5			d3 =	-476
14		4	3	-5	0			d4 =	-4488
15									
16	A3 =	0	1	-5	4			x =	0,849612
17		1	0	-4	3				-0,44031
18		3	21	2	-5				-0,1845
19		4	3	3	0				-1,73953
20									
21	A4 =	0	1	-13	-5				
22		1	0	-2	-4				
23		3	21	0	2				
24		4	3	-5	3				

Рис. 2.11. Вид вікна після виконання всіх обчислень

ПРИКЛАД 3.3. Обчислити матрицю C по формулі: $C=A2+2AB$, де

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ 2 & -13 & 3 \\ 11 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 11 \\ 4 & 5 & 5 \\ 11 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Введемо вихідні дані на робочий аркуш (рис. 2.12).

Для множення матриці А на матрицю В, виділимо діапазон В5:D7 і скористаємося функцією МУМНОЖ(В1:D3;G1:I3).

Результат обчислення $A^2=A*A$ помістимо в комірці G5:I7, скориставшись формулою МУМНОЖ(В1:D3;В1:D3).

Множення (ділення) матриці на число можна виконати за допомогою елементарних операцій. У нашому випадку необхідно помножити матрицю з діапазону В5:D7 на число 2. Виділимо комірці В9:D11 і введемо формулу $=2*B5:D7$.

Додавання (вирахування) матриць виконується аналогічно. Наприклад, виділимо діапазон G9:I11 і введемо формулу $=B9:D11+ G5:I7$.

Для одержання результату в обох випадках необхідно натиснути комбінацію клавіш **Ctrl+Shift+Enter**.

Крім того, у рядку формул робочого аркуша, зображеного на рис. 2.12, показано як можна обчислити матрицю С одним виразом.

		E13 fx {=МУМНОЖ(В1:D3;В1:D3)+2*МУМНОЖ(В1:D3;G1:I3)}								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1			3	9	-2		1	4	11	
2	A =		2	-13	3	B =	4	5	5	
3			11	2	4		11	3	7	
4										
5			17	51	64		5	-94	13	
6	AB =		-17	-48	-22	A*A =	13	193	-31	
7			63	66	159		81	81	0	
8										
9			34	102	128		39	8	141	
10	2AB =		-34	-96	-44	C = A ² +2AB =	-21	97	-75	
11			126	132	318		207	213	318	
12										
13	Вычисление с помощью одной формулы			C =			39	8	141	
14							-21	97	-75	
15							207	213	318	
16										

Рис. 2.12. Вид вікна після виконання всіх обчислень

Завдання для виконання

1. Вирішити систему рівнянь методом Крамера.
2. Вирішити систему рівнянь за допомогою зворотної матриці.
3. Виконати дії над матрицями.

При рішенні систем обов'язково виконати перевірку.

Варіанти завдань

Варіант №1

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x + 8y - z = -7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

3) $2(A+B)(2B-A)$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

Варіант №2

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

3) $3A - (A+2B)B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$

Варіант №3

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases}$$

3) $2(A-B)(A^2+B)$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -10 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Варіант №4

$$1) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

3) $(A^2 - B^2)(A+B)$, где $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Варіант №5 1)
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$$

3) $(A-B^2)(2A+B)$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 10 & 4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Варіант №6 1)
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9 \\ 3x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

3) $(A - B)A + 2B$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Варіант №7 1)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

3) $2(A-0,5B)+AB$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ -3 & -2 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$

Варіант №8 1)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

$$3) (A - B)A + 3B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Варіант №9} \quad 1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3) 2A - (A^2 + B)B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 \\ 4 & 10 & 1 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Варіант №10} \quad 1) \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7 \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases}$$

$$3) 3(A^2 - B^2) - 2AB, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 5 & -7 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Варіант №11} \quad 1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$3) (2A - B)(3A + B) - 2AB, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Варіант №12

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 2x_2 + 7x_3 = 17 \end{cases}$$

3) $A(A^2 - B) - 2(B + A)B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}$

Варіант №13

$$1) \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_4 = -9 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -7 \\ 3x_1 - 2x_3 + x_4 = -16 \\ x_1 - 4x_2 + x_4 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

3) $(A+B)A - B(2A+3B)$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 16 \end{pmatrix}$

Варіант №14

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 16 \\ 3x - 2y - 5z = 12 \end{cases}$$

3) $A(2A+B) - B(A - B)$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

Варіант №15

$$1) \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 12 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

3) $3(A+B)(AB-2A)$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 22 & -14 & 3 \\ 6 & -7 & 0 \\ 11 & 3 & 15 \end{pmatrix}$

Варіант №16 1)
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

3) $2A^2 - (A+B)(A-B)$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

Варіант №17 1)
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$$

3) $2A + 3B(AB-2A)$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Варіант №18 1)
$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

3) $(A - B)(A + B) - 2AB$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Варіант №19

$$1) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

3) $2A - AB(B - A) + B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Варіант №20

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 11x + 3y - 3z = 2 \\ 2x + 5y - 5z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

3) $A^2 - (A + B) - (A - 3B)$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Варіант №21

$$1) \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 7x + 5y + 2z = 18 \\ x - y - z = 3 \\ x + y + 2z = -2 \end{cases}$$

3) $B(A + 2B) - 3AB$, где $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Варіант №22

$$1) \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 - 3x_4 = -4 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x + z = 0 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

3) $3(A+B)-(A-B)A$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

Варіант №23

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - 2y - 2z = 3 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

3) $A(A - B) + 2Y(A + B)$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Варіант №24

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = -6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 28 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5x_3 = -7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

3) $(2A + B)B - 0,5A$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Варіант №25

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -15 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

3) $AB - 2(A + B)A$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

Варіант №26

$$1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 8 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 7x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 7 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

3) $(A + 2B)(3A - B)$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Варіант №27

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

3) $2AB + A(B - A)$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Варіант №28

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

3) $(3A + 0.5)(2B - A)$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Варіант №29

$$1) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 8 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + x_4 = -3 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$$

3) $2A(A+B)-3AB$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Варіант №30

1)
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_4 = -5 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 7x_4 = -3 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

3) $3AB + (A-B)(A+2B)$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Комп'ютерний практикум №2.4 Створення й редагування таблиць, побудова діаграм

Мета практикуму: Вивчення можливостей пакета MS Excel при створенні й редагуванні таблиць. Придбання навичок роботи з таблицями й формулами.

Короткі теоретичні відомості

Розглянемо основні етапи виконання комп'ютерного практикуму на прикладі.

ПРИКЛАД 2.1

Таблиця 2.4.1 – Завдання до прикладу 2.1

Найменування товару	Вартість 1 кг (грн.)	Продане за 1 півріччя минулого року (т)	Продане за 1 півріччя поточного року (т)					
			Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Цукор	1,2	40	5	7	10	11	12	20
Сіль	0,25	7	0,5	0,8	0,75	1	0,9	1,2
Рис	1,4	38	6	5,6	5,7	6	5,9	4,2
Борошно	0,8	52	12	8,3	15	11,3	9,6	5,3

Знайти:

- Середня кількість проданого товару кожного найменування за поточний рік.
- Виторг від продажу товару кожного найменування за поточний рік і від продажу всіх товарів за кожний місяць поточного року.
- Загальна кількість проданих товарів у кожному місяці.
- Мінімальна й максимальна кількість товарів за півріччя, кількість максимальних продажів.
- Внесок (у %) продажі цукру у загальну кількість проданого товару за попереднє півріччя й кожному місяці поточного року.

Введемо вихідні дані в робочий аркуш MS Excel (рис. 2.13), оформимо таблицю за допомогою обрамлення, додамо заголовок, розташували його по центру таблиці, шапку таблиці виконаємо в кольорі (шрифт і тло), напівжирним шрифтом (рис. 2.14).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Найменування товару	Вартість 1 кг (грн.)	Продане за 1 півріччя минулого	Продане за 1 півріччя поточного					
2				Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
3	Цукор	1,2	40	5	7	10	11	12	20
4	Сіль	0,25	7	0,5	0,8	0,75	1	0,9	1,2
5	Рис	1,4	38	6	5,6	5,7	6	5,9	4,2
6	Борошно	0,8	52	12	8,3	15	11,3	9,6	5,3
7									

Рис. 2.13. Введені дані

ЗВІТ З РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОДУКЦІЇ									
3	Найменування товару	Вартість 1 кг (грн.)	Продане за 1 півріччя минулого року (т)	Продане за 1 півріччя поточного року (т)					
				Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
5	Цукор	1,2	40	5	7	10	11	12	20
6	Сіль	0,25	7	0,5	0,8	0,75	1	0,9	1,2
7	Рис	1,4	38	6	5,6	5,7	6	5,9	4,2
8	Борошно	0,8	52	12	8,3	15	11,3	9,6	5,3

Рис. 2.14. Відформатована таблиця з даними

Розглянемо деякі особливості введення тексту у комірки робочого аркуша. Текст "Найменування", який вводиться у комірку A1, цілком у цій комірці не вміщується й займає ще й комірку B1 (рис. 2.15). Оскільки у комірку B1 не було введено ніякої інформації, текст видний повністю. При введенні у комірку B1 тексту "Вартість", текст в A1 буде видний частково, у межах границь стовпця A (рис. 2.16).

	A	B
1	Найменування	
2		

Рис. 2.15. Комірка A1

	A	B
1	Найменує	Вартість
2		

Рис. 2.16. Комірка A1 та B1

Якщо при введенні інформації ширина стовпця виявилася недостатньою для повного виводу вмісту комірки, необхідно або змінити ширину всього стовпця, або відформатувати одну комірку. Змінити ширину стовпця можна декількома способами:

1. Позначити стовець (стовпці). Натиснути правою кнопкою миші на найменуванні стовбця(ів) та вибрати пункт **"Ширина столбца..."**. У вікні, що з'явилося, указати потрібну ширину стовпця (рис. 2.17).
2. Установити ширину стовпця по самому довгому в ньому значенню: двічі клацнути по лінії, що відокремлює його заголовок від заголовка стовпця праворуч.
3. Змінити ширину стовпця за допомогою миші: установити покажчик миші в області заголовків стовпців на лінії, що відокремлює цей стовець від сусіднього праворуч стовпця. Покажчик миші прийме форму двонаправленої стрілки. Утримуючи ліву кнопку миші, необхідно перетягнути лінію розділу стовпців вправо або вліво. Ширина стовпця виводиться в поле імені в рядку формул. Кнопку миші можна відпустити, коли ширина стовпця досягне потрібного розміру.

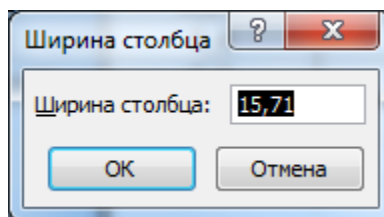


Рис. 2.17. Зміна ширини стовпця

Крім того, для форматування тексту у комірці можна скористатися командами зі стрічки **"Главная" ► "Выравнивание"** та **"Главная" ► "Ячейки" ► "Формат"** (рис. 2.18). Опція **"Перенос текста"** дозволяє побачити весь уведений у гніздо текст, при цьому змінюється не ширина стовпця, а ширина рядка.

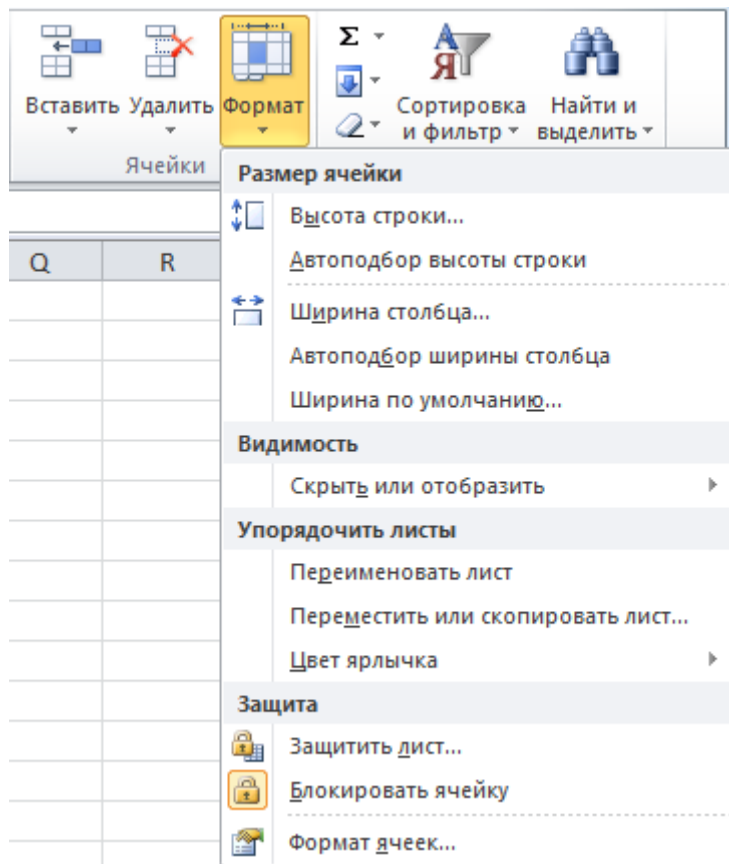


Рис. 2.18. Меню "Формат" поля "Ячейки" стрічки "Главная"

Нижче наведені основні функції, використовувані при виконанні даного практикуму:

1. Математичні:

- СУМ - сума аргументів;
- ПРОИЗВЕД - добуток аргументів;
- СУММПРОИЗВ - сума добутків відповідних масивів.

2. Статистичні:

- СРЗНАЧ - середнє арифметичне аргументів;
- МАКС - максимальне значення зі списку аргументів;
- МИН - мінімальне значення зі списку аргументів;
- СЧЕТЕСЛИ - підраховує кількість непустих гнізд у діапазоні, що задовольняють заданій умові (в MS EXCEL.5 ця функція - математична).

На рис. 2.19 наведений фрагмент робочого аркуша MS EXCEL з використовуваними формулами. У комірках J5:J8 проводиться розрахунок середньої кількості проданого товару по кожному найменуванню за поточний рік. Комірки K5:K8 містять обчислення виторгу від продажу товару кожного найменування за поточний рік. У діапазоні D10:I10 підраховується кількість товарів проданих у кожному місяці поточного року. У комірках D9:I9 введена формула для розрахунків щомісячного виторгу:

Офісні комп'ютерні технології

D9=СУММПРОИЗВ(\$B5:\$B8;D5:D8), яка означає, що стовпець B5:B8 послідовно множиться на стовпці D5:D8, E5:E8 і т.д.

	D	E	F	G	H	I	J	K
	ЗВІТ З РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОДУКЦІЇ							
	Продане за 1 півріччя поточного року (т)						Середня кількість	Реалізація
(т)	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень		
	5	7	10	11	12	20	=СРЗНАЧ(D5:I5)	=СУММ(D5:I5)*B5
	0,5	0,8	0,75	1	0,9	1,2	=СРЗНАЧ(D6:I6)	=СУММ(D6:I6)*B6
	6	5,6	5,7	6	5,9	4,2	=СРЗНАЧ(D7:I7)	=СУММ(D7:I7)*B7
	12	8,3	15	11,3	9,6	5,3	=СРЗНАЧ(D8:I8)	=СУММ(D8:I8)*B8
	=СУММ(D5:D8)	=СУММ(E5:E8)	=СУММ(F5:F8)	=СУММ(G5:G8)	=СУММ(H5:H8)	=СУММ(I5:I8)		
	=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(

Рис. 2.19. Робочий аркуш з виведеними формулами

На рис. 2.20 показано як виконується визначення мінімальної (B11) і максимальної (B12) кількості товарів за півріччя, кількість максимальних продажів (B13) і внесок від продажу цукру в загальну кількість проданого товару (D14:I14). Результати обчислень наведені на рис. 2.21.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ЗВІТ З РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОДУКЦІЇ						
2							
3	Найменування товару	Вартість 1 кг (грн.)	Продане за 1 півріччя минулого року (т)	Продане за 1 півріччя поточного року			
4				Січень	Лютий	Березень	Квітень
5	<i>Цукор</i>	1,2	40	5	7	10	11
6	<i>Сіль</i>	0,25	7	0,5	0,8	0,75	1
7	<i>Рис</i>	1,4	38	6	5,6	5,7	6
8	<i>Борошно</i>	0,8	52	12	8,3	15	11,3
9	Загалом			=СУММ(D5:D8)	=СУММ(E5:E8)	=СУММ(F5:F8)	=СУММ(G5:G8)
10	Загальна сума реалізації			=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(=СУММПРОИЗВ(
11	Мінімум	=МИН(D5:I8)					
12	Максимум	=МАКС(D5:I8)					
13	Кількість максимумів	=СЧЁТЕСЛИ(D5:I8;"=20")					
14	Вклад від продажу цукру			=D5/D9	=E5/E9	=F5/F9	=G5/G9
15							

Рис. 2.20. Робочий аркуш з виведеними формулами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	ЗВІТ З РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОДУКЦІЇ										
2											
3	Найменування товару	Вартість 1 кг (грн.)	Продане за 1 півріччя минулого року (т)	Продане за 1 півріччя поточного року (т)						Середня кількість	Реалізація
4				Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень		
5	Цукор	1,2	40	5	7	10	11	12	20	10,833333	78
6	Сіль	0,25	7	0,5	0,8	0,75	1	0,9	1,2	0,8583333	1,2875
7	Рис	1,4	38	6	5,6	5,7	6	5,9	4,2	5,5666667	46,76
8	Борошно	0,8	52	12	8,3	15	11,3	9,6	5,3	10,25	49,2
9	Загалом			23,5	21,7	31,45	29,3	28,4	30,7		
10	Загальна сума реалізації			24,125	23,08	32,1675	30,89	30,565	34,42		
11	Мінімум	0,5									
12	Максимум	20									
13	Кількість максимумів	1									
14	Вклад від продажу цукру			0,212766	0,322581	0,317965	0,37542662	0,42253521	0,6514658		
15											

Рис. 2.21. Робочий аркуш з виведеними формулами

Побудова діаграм в MS EXCEL

Побудувати діаграму в MS EXCEL дуже просто: ви вводите дані в таблицю, виділяєте їх і обираєте тип діаграми зі стрічки "Вставка" ► "Діаграмми" (рис. 2.22).

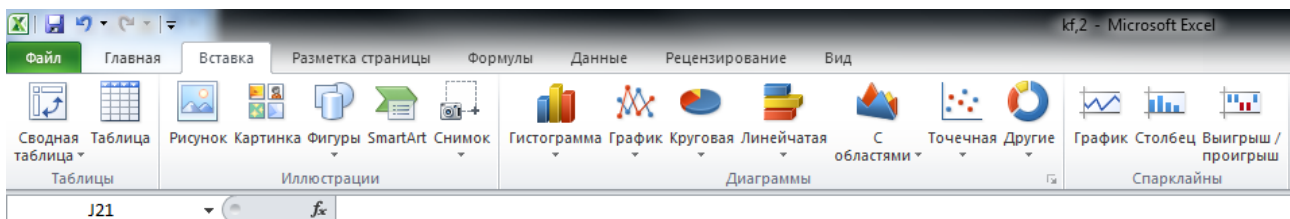


Рис. 2.22. Стрічка "Вставка", поле "Діаграмми"

Дані, по яких ви будете будувати діаграму, повинні задовольняти наступним вимогам:

дані повинні бути введені у комірки, які становлять прямокутні блоки;

якщо у виділеній для побудови діаграми області стовпців більше ніж рядків, то рядами (серіями) даних будуть рядки, інакше рядами даних будуть стовпці, але в процесі побудови діаграми ви зможете це перевизначити;

якщо перший стовпець (рядок) виділеного діапазону містить текст (скажемо, заголовки стовпців) або значення дати, то ці дані наносяться на вісь X, або, як вона ще називається, вісь категорій.

Елементи двовимірної діаграми (гістограми)

Будь-яка діаграма складається з декількох стандартних елементів. Більшу частину цих елементів можна змінювати й створювати окремо. На рис. 2.23 наведений приклад діаграми.

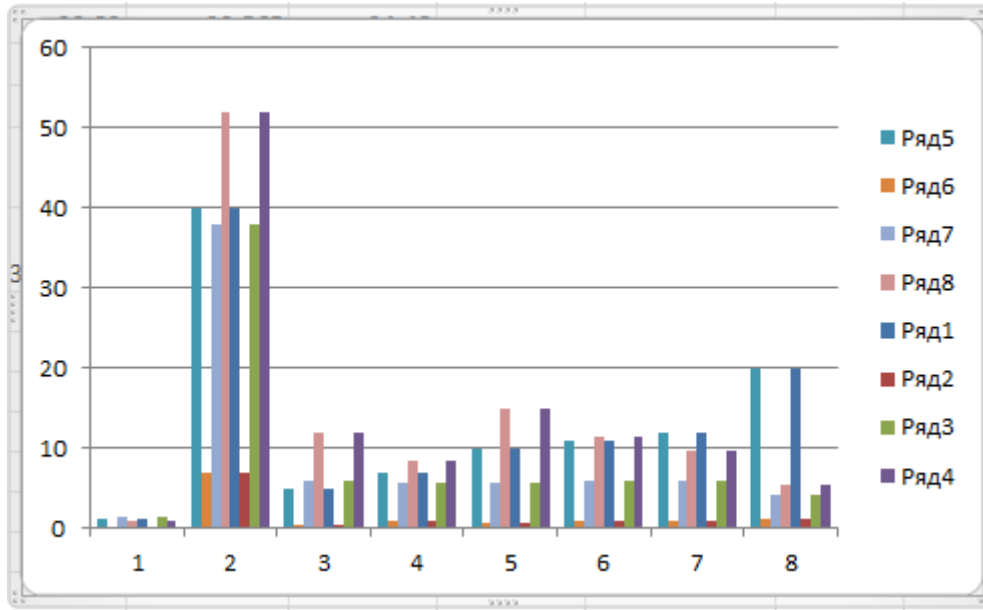


Рис. 2.23. Гістограма

- Розглянемо основні елементи двовимірної діаграми:
- вісь Y, або вісь значень, по якій відкладаються крапки даних;
- вісь X або вісь категорій, на якій вказуються категорії, до яких ставляться крапки даних;
- назва діаграми;
- ім'я категорії, яке вказує, які дані наносяться на вісь Y;
- легенда, що містить позначення й назви рядів даних, умовна позначка ліворуч від назв рядів даних складається зі знака й кольору, привласнених ряду даних; легенда розташовується на діаграмі (звичайно праворуч, але ви можете перемістити);
- маркери даних, що використовуються для того, щоб легко було відрізнити одну серію даних від іншої;
- зарубки, являють собою маленькі відрізки, які розташовуються на осях;
- лінії сітки, які можуть бути нанесені паралельно обом осям;
- мітки значень або мітки даних, які іноді з'являються для того, щоб показати значення однієї крапки даних.

Елементи об'ємної гістограми

- Об'ємна гістограма має ряд додаткових елементів, які можна побачити на рис. 2.24.
- вісь Z, або вісь значень, по якій відкладаються крапки даних;
- вісь X, або вісь категорій, яка нічим не відрізняється від осі X двовимірної гістограми;
- вісь Y, або вісь рядів, на якій вказуються окремі ряди. Ця вісь створює об'ємне представлення діаграми;
- стіна, яка розглядається як тло для діаграми;
- кути, за допомогою яких можна змінити розташування діаграми;
- підстава - прямокутна область, на якій побудована об'ємна діаграма.

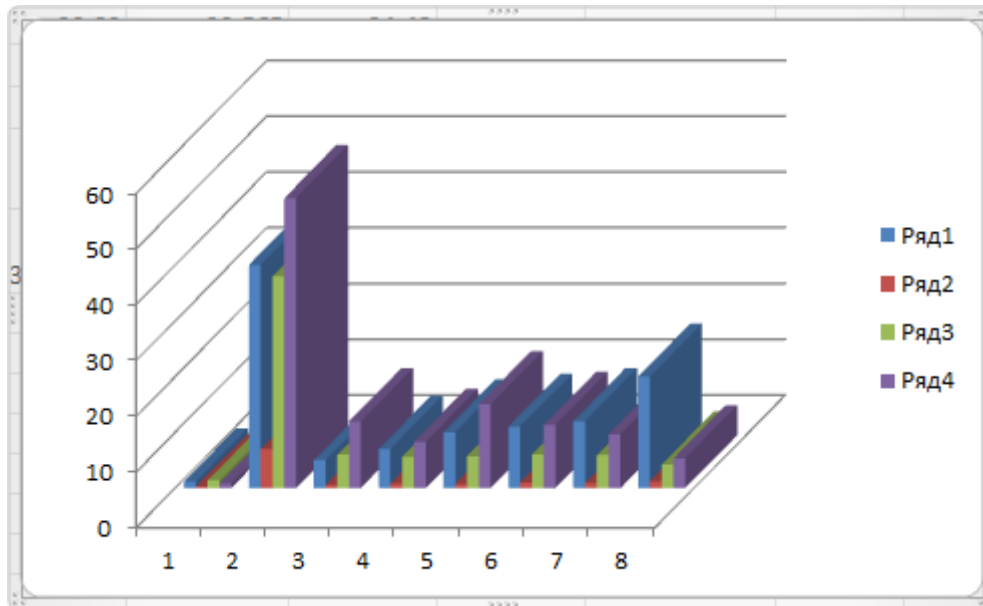


Рис. 2.24. Об'ємна гістограма

Теми для самостійного опрацювання:

Інструменти й меню для роботи з діаграмою;

Типи діаграм;

Тип діаграм "Гістограми";

Тип діаграм "Графіки";

Тип діаграм "Кругові діаграми";

Тип діаграм "Лінійчаті діаграми";

Тип діаграм "Діаграми з областями";

Тип діаграм "Точкові діаграми";

Тип діаграм "Біржові діаграми";

Тип діаграм "Діаграми поверхонь";

Тип діаграм "Кільцеві діаграми";

Тип діаграм "Бульбашкові діаграми";

Тип діаграм "Пелюсткові діаграми";

Побудова діаграм і графіків;

Модифікація діаграм.

Варіанти завдань

Заповнити таблицю (5-7 рядків). Наявні в шапці таблиці дані (роки, місяці, дні тижня) вводити за допомогою автозаповнення.

Оформити таблицю за допомогою обрамлення, додати заголовок, розташувавши його по центру таблиці. Шапку таблиці виконати у кольорі (шрифт і тло), напівжирним шрифтом.

Перейменувати аркуш книги за змістом введеної інформації.

Додати в початок таблиці стовпець "№ п\п" і заповнити його автоматично.

Виконати відповідні обчислення. При побудові діаграми передбачити назву.

Скопіювати таблицю на другий аркуш книги.
Зберегти файл.

Варіанти завдань

Варіант №1

Хвороба	Кількість хворих					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Грип	120	132	97	54	12	3
...

Знайти:

Загальне число хворих по місяцях.

Середнє число хворих по місяцях.

Відсоток хворих на грип у кожному місяці поточного року.

Побудувати гістограму захворюваності за півріччя.

Варіант №2

Найменування виробів	Кількість виробів (поточний тиждень)				
	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Втулка	26	28	32	30	25
...

Знайти:

Загальна кількість виробів за кожний день поточного тижня.

Середня кількість виробів за кожний день поточного тижня.

Мінімальна кількість кожного виробу за поточний тиждень.

Побудувати кругові діаграми випуску деталей кожного найменування.

Варіант №3

Обласний Центр	Приріст населення в тис. чіл.				
	1996	1997	1998	1999	2000
Донецьк	30	19	12	-4	-15
...

Знайти:

Максимальний приріст населення за п'ятиліття по кожному місту.

Середній приріст населення за п'ятиліття по кожному місту.

Загальний приріст населення по всіх містах за кожний рік.

Побудувати гістограму приросту населення за кожний рік.

Варіант №4

ПІБ студента	Пропущено по неповажній причині					
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	4 семестр	5 семестр	6 семестр
Іванов	10	8	24	28	20	16
...

Знайти:

Середня кількість пропущених занять кожним студентом.

Загальна кількість пропущених занять студентами за кожний семестр.

Кількість максимальних пропусків занять у кожному семестрі.

Побудувати кругові діаграми пропусків занять кожним студентом.

Варіант №5

Назва шахти	Кількість травмованих працівників			
	1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.
Глибока	31	26	12	40
...

Знайти:

Загальне число травмованих працівників за кожний квартал.

Середнє число травмованих працівників за рік по кожній шахті.

Шахту, на якій кількість травм була найбільшою (за рік).

Побудувати гістограму травматизму за кожний квартал.

Варіант №6

Назва банку	Видані позички, тис. грн.				
	1993	1994	1995	1996	1997
Приватбанк	20	35	56	70	120
...

Знайти:

Загальна сума виданих позичок за кожний рік.

Сума позичок виданих кожним банком за п'ять років.

Внесок (у %) у загальну суму позичок, виданих банком "Приватбанк" за кожний рік.

Побудувати кругові діаграми виданих позичок.

Варіант №7

Найменування фірми	Загальна сума з/плати, грн.				
	2008	2009	2010	2011	2012
ИнтерВест	3500	4000	4250	4600	5200

Офісні комп'ютерні технології

...
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Знайти:

Загальну суму з/плати кожної фірми за п'ять років.

Середню суму з/плати робітників усіх фірм за кожний рік.

% з/плати кожної фірми за 2012 рік від суми за 5 років.

Побудувати кругові діаграми росту з/плати протягом 5 років.

Варіант №8

Країна	Кількість проданих путівок					
	Квітень	Травень	Червень	Липень	Серпень	Вересень
Греція	75	120	150	158	160	130

Знайти:

Середня кількість путівок у кожену країну за півріччя.

Загальна кількість путівок по місяцях.

На яку суму було продано путівок у Грецію за літо, якщо вартість однієї путівки 250\$.

Побудувати гістограму реалізації путівок у зазначені країни.

Варіант №9

Бригада	Видобуток бригади, т				
	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Іванов	5	4,5	3,2	4	3,5
...

Знайти:

Сумарний видобуток усіх бригад за кожний день тижня.

Середню кількість вугілля, що добувається кожною бригадою за тиждень.

Внесок бригади Іванова (у %) у загальний видобуток за кожний день тижня.

Побудувати кругові діаграми щоденного видобутку.

Варіант №10

Місто	Кількість пасажирів				
	Жовтень	Листопад	Грудень	Січень	Лютий
Київ	560	500	620	650	570
...

Знайти:

Загальну кількість пасажирів, перевезених у кожне місто.

Вартість проданих квитків у Київ за півріччя (ціна одного квитка 78 грн).

Середню кількість усіх квитків за кожним місяцем.

Побудувати гістограму росту перевезень у зазначені міста.

Варіант №11

Виріб	Кількість поставлених виробів					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Столи	20	25	21	32	12	10
...

Знайти:

Середню кількість виробів за півріччя по кожному найменуванню.

Загальну кількість усіх виробів за кожним місяцем.

Внесок (у %) поставок столів у загальну кількість за кожним місяцем.

Побудувати кільцеву діаграму щомісячних поставок.

Варіант №12

Місто	Тривалість переговорів (хв.)				
	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Київ	150	120	95	100	250
...

Знайти:

Середню тривалість переговорів з кожним містом.

Загальну й середню тривалість переговорів по днях тижня.

Відсоток переговорів з Києвом (від загальної тривалості за день) по днях тижня.

Побудувати кільцеву діаграму щоденних переговорів.

Варіант №13

ПІБ продавця	Сума продажу товарів, грн.					
	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень	Листопад	Грудень
Петров	60000	65000	48000	42000	36000	68000
...

Знайти:

Суму продажу товарів усіма продавцями за кожним місяцем.

Середню суму продажу товарів кожним продавцем за півріччя.

Зарплату Петрова у грудні, якщо він одержує 8% від продажів.

Побудувати кругові діаграми продажів кожним із продавців.

Варіант №14

Факультет	Кількість днів по лікарняному					
	Жовтень	Листопад	Грудень	Січень	Лютий	Березень

Офісні комп'ютерні технології

Приладобудівний	15	21	30	35	26	18
...

Знайти:

Загальну кількість днів хвороби за кожним місяцем.

Мінімальну кількість днів хвороби за півріччя по університету.

Відсоток захворілих робітників приладобудівного факультету за кожним місяцем (від загального числа за місяць).

Побудувати кільцеву діаграму захворюваності по факультетах.

Варіант №15

Відділення	Кількість койко-днів					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Хірургія	600	730	580	500	450	400
...

Знайти:

Загальну кількість койко-днів за кожним місяцем.

Середню кількість койко-днів за півріччя в кожному відділенні.

Відділення, що прийняло максимальну кількість хворих за півріччя.

Побудувати гістограму завантаженості відділень.

Варіант №16

ПІБ робітника	Кількість деталей за поточний тиждень				
	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Іванов	12	15	16	16	10
...

Знайти:

Загальну кількість деталей за кожний день тижня.

Максимальну кількість деталей для кожного робітника за тиждень.

Внесок (у %) Іванова в загальну кількість деталей, виготовлених за кожний день поточного тижня.

Побудувати гістограму продуктивності робітників.

Варіант №17

Найменування радіостанції	Рекламний час за поточний рік					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
"ТАК"	65	63	68	61	70	62
...

Знайти:

Мінімальний час реклами за поточний рік для кожної радіостанції.

Офісні комп'ютерні технології

Суму рекламного часу по місяцях і в цілому за півріччя.
Внесок (у %) радіостанції "ТАК" у загальний рекламний час по місяцях.
Побудувати гістограму розподілу рекламного часу на радіостанціях.

Варіант №18

Найменування товару	Вартість 1 од. товару	Кількість проданого товару за рік			
		1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.
Мило	0,8	1200	1000	1600	1300
...

Знайти:

Загальну кількість проданого товару кожного найменування за рік.

Середню кількість товару проданого за кожний квартал.

Суму продажу кожного товару за поточний рік.

Побудувати кругові діаграми росту продажів по найменуваннях.

Варіант №19

Галузь	Кількість книг, проданих за 2 півріччя (шт.)					
	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень	Листопад	Грудень
Економіка	20	25	38	35	24	18
...

Знайти:

Загальну кількість проданих книг за кожним місяцем 2 півріччя.

Середню кількість проданих книг за кожним місяцем 2 півріччя.

Частку продажу книг по економіці за кожним місяцем 2 півріччя.

Побудувати кільцеву діаграму продажів по місяцях.

Варіант №20

Місто	Кількість рейсів					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Одеса	124	112	124	120	155	180
...

Знайти:

Загальну кількість рейсів у кожне місто за півріччя.

Загальну кількість пасажирів, перевезених щомісяця.

% пасажирів, перевезених у Одесу щомісяця.

Побудувати кільцеву діаграму польотів по містах.

Варіант №21

Меблі	Кількість проданих меблів
-------	---------------------------

Офісні комп'ютерні технології

	Жовтень	Листопад	Грудень	Січень	Лютий	Березень
Набір 1	25	21	16	15	19	18
...

Знайти:

Загальну кількість проданих меблів по кожному найменуванню.

Суму продажу всіх меблів за кожним місяцем й у цілому за півріччя.

% виторгу від продажу меблів "Набір 1" за кожним місяцем.

Побудувати кільцеву діаграму продажів по місяцях.

Варіант №22

Назва банку	Прибуток, тис. грн.				
	2008	2009	2010	2011	2012
Україна	1000	1500	800	120	250
...

Знайти:

Суму прибутку на 01.01.2012 р. по кожному банку.

Загальний прибуток усіх банків за кожний рік.

% прибутку банку "Україна" за кожний рік, якщо початковий капітал становив 1,2 млн. грн.

Побудувати гістограму прибутку банків за п'ять років.

Варіант №23

Країна	Кількість пасажирів					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Польща	300	320	400	600	750	900
...

Знайти:

Середню кількість пасажирів, перевезених у кожену країну.

Кількість пасажирів, перевезених щомісяця в усі країни.

Відсоток перевезень у Польщу за кожним місяцем (від загальної кількості перевезень).

Побудувати гістограму перевезень по місяцях за все півріччя.

Варіант №24

Марка автомобіля	Вартість автомобіля	Продано за 4 квартал		
		Жовтень	Листопад	Грудень
Нива	5000	8	8	11
...

Знайти:

Офісні комп'ютерні технології

Кількість проданих автомобілів кожної марки за квартал.
 Виторг від продажу всіх автомобілів за кожним місяцем.
 Середню кількість проданих автомобілів за кожним місяцем.
 Побудувати гістограму продажів автомобілів за кожним місяцем 4 кв.

Варіант №25

Захворювання	Вартість 1 дня лікування				
	2008	2009	2010	2011	2012
Грип	5	5.6	8	12	20
...

Знайти:

Середню вартість 1 дня лікування кожної хвороби за 5 років.
 Загальну вартість лікування всіх хвороб по роках.
 % зміни вартості лікування в 2012 р. у порівнянні з 2008 р.
 Побудувати гістограму росту вартості лікування по захворюваннях.

Варіант №26

Район	Населення у 2010 р.	Народилося у 2011 р.			
		1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.
Київський	15000	88	90	120	100
...

Знайти:

Загальну кількість народжених за кожний квартал.
 Середню кількість народжених по районах.
 Приріст населення по районах у %.
 Побудувати гістограму росту народжуваності у 2011 р. по районах.

Варіант №27

Назва фірми	Кількість проданих комп'ютерів за попередній рік	Кількість проданих комп'ютерів цього року			
		1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.
Інтер	156	58	86	40	95
...

Знайти:

Кількість проданих комп'ютерів за поточний рік по кожній фірмі.
 Максимальну кількість комп'ютерів, що було продано у кожному кварталі.
 % приросту продажу по фірмах, у порівнянні з попереднім роком.
 Побудувати кругові діаграми продажів комп'ютерів за кожний квартал поточного року.

Варіант №28

Найменування магазину	Сума реалізації (поточний тиждень)				
	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Бісквіт	1200	1250	1420	1400	2000
...

Знайти:

Загальну суму реалізації за кожний день поточного тижня.

Мінімальний обсяг реалізації кожного магазину за тиждень.

Внесок (у %) магазину "Бісквіт" у загальну суму реалізації.

Побудувати гістограму обсягу реалізації кожним магазином.

Варіант №29

Філія	Кількість контрактів цього року					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Стілуc	10	9	11	10	5	3
...

Знайти:

Загальну кількість контрактів для всіх фірм по кожному місяцю.

Середня кількість контрактів за півріччя для кожної фірми.

Внесок (у %) контрактів "Стілуca" у загальну кількість контрактів.

Побудувати гістограму контрактів, укладених філіями.

Варіант №30

Марка телевізора	Кількість проданого товару					
	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Sony	50	45	30	21	19	32

Знайти:

Середню кількість проданих телевізорів за кожним місяцем.

Суму продажу всіх телевізорів за півріччя.

Приріст продажу телевізорів у червні в порівнянні із січнем.

Побудувати гістограму попиту на телевізори.

Комп'ютерний практикум № 2.5
Побудова графіків функцій

Короткі теоретичні відомості

ПРИКЛАД 4.1. Побудувати графік функції (див. рис. 25):

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(x+3)}$$

Визначимо функцію $f(x)$. Для цього в комірці A1:A21 необхідно ввести значення аргументу за допомогою автозаповнення, у цьому випадку із кроком 0,5. В комірку B1 вводиться значення функції, що обчислюється по формулі $= (A1^2 * (A1+3))^{(1/3)}$. Діапазон комірок B2:B21 заповнюється копіюванням формули з комірки B1.

Далі виділимо діапазон A1:B21 і скористаємося "Майстром діаграм" (рис. 2.26). Для побудови графіка функції краще вибрати точкову діаграму, зі значеннями, згладженими з'єднаними лініями, без маркерів. Щоб графік вийшов наглядним, можна визначити проміжок зміни аргументу, збільшити товщину ліній, виділити осі координат, нанести на них відповідні розподіли, зробити підписи на осях і вивести заголовок.

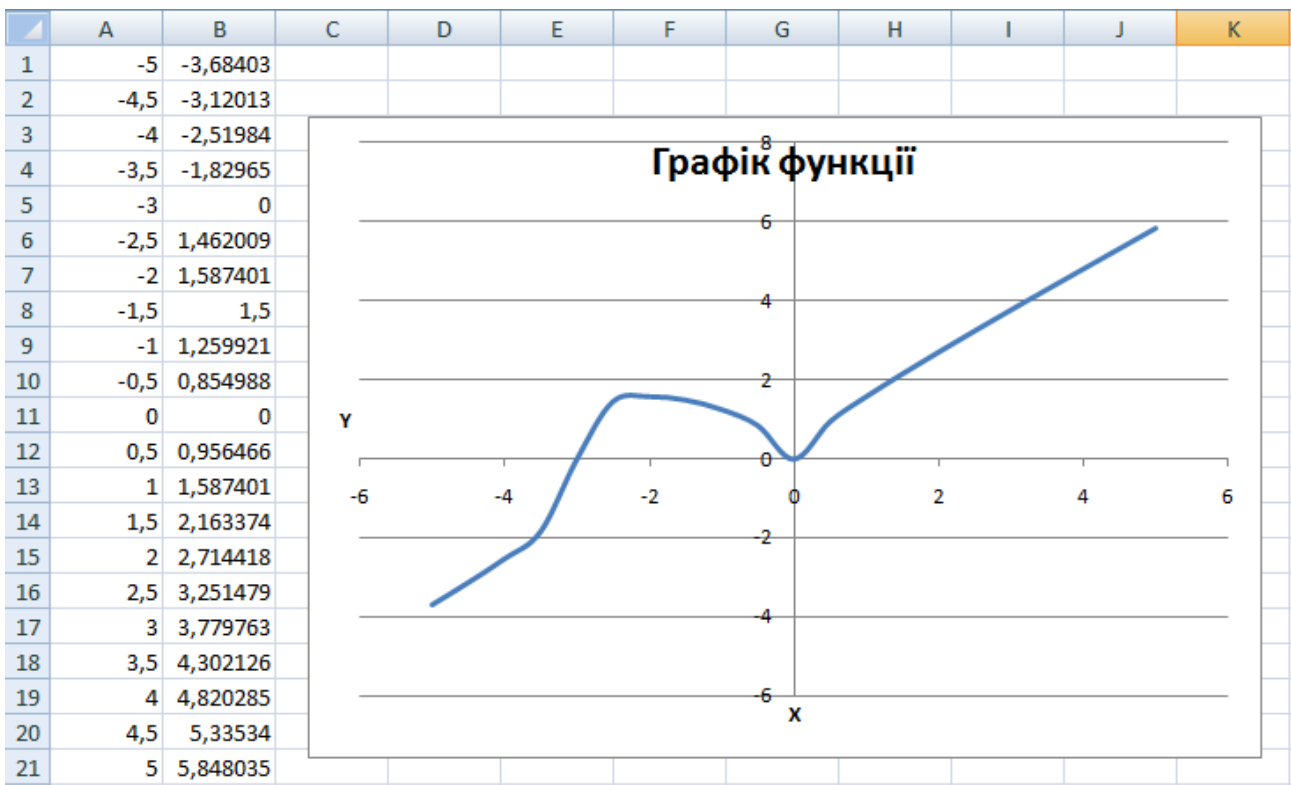


Рис. 2.25. Лист Excel з побудованим графіком функції

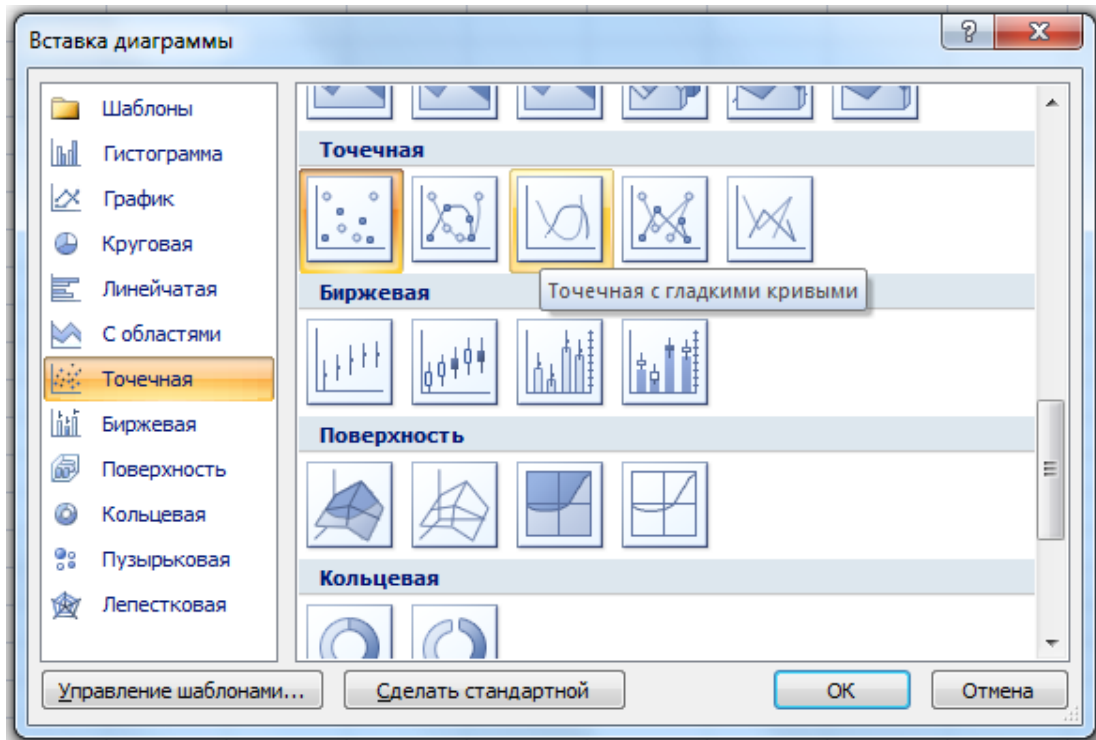


Рис. 2.26. Майстер діаграм

ПРИКЛАД 4.2. Побудувати графік функції:

$$\frac{4x^2 + 5}{4x + 8}$$

При побудові цього графіка варто звернути увагу на область визначення функції. У цьому випадку функція не існує при оберненні знаменника в нуль.

Вирішимо рівняння $4x + 8 \neq 0 \Rightarrow 4x \neq -8 \Rightarrow x \neq -2$.

Отже, при визначенні значень аргументу варто пам'ятати, що при $x = -2$ функція не визначена. На рис. 2.25. видно, що значення аргументу задане у два етапи, не включаючи (-2) із кроком 0,2.

ПРИКЛАД 4.3. Побудувати графік функції:

$$\frac{7x^2 - 3}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\text{ОДЗ: } x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

Визначення значення аргументу варто провести у два етапи. Наприклад, від -5 до -1, а потім від 1 до 5, із кроком 0,1.

ПРИКЛАД 4.4. Побудувати графік функції:

$$\begin{cases} 1+x, x < 0 \\ e^x, x \in (0,1) \\ x^2, x \geq 1 \end{cases}$$

При побудові цього графіка варто використовувати функцію **ЕСЛИ**. Наприклад, в комірці А7 (див. рис. 2.27) перебуває початкове значення аргументу, тоді в комірці В7 необхідно ввести формулу: =ЕСЛИ(А7<0;1+А7;ЕСЛИ(А7>=1;А7^2;EXP(А7))).

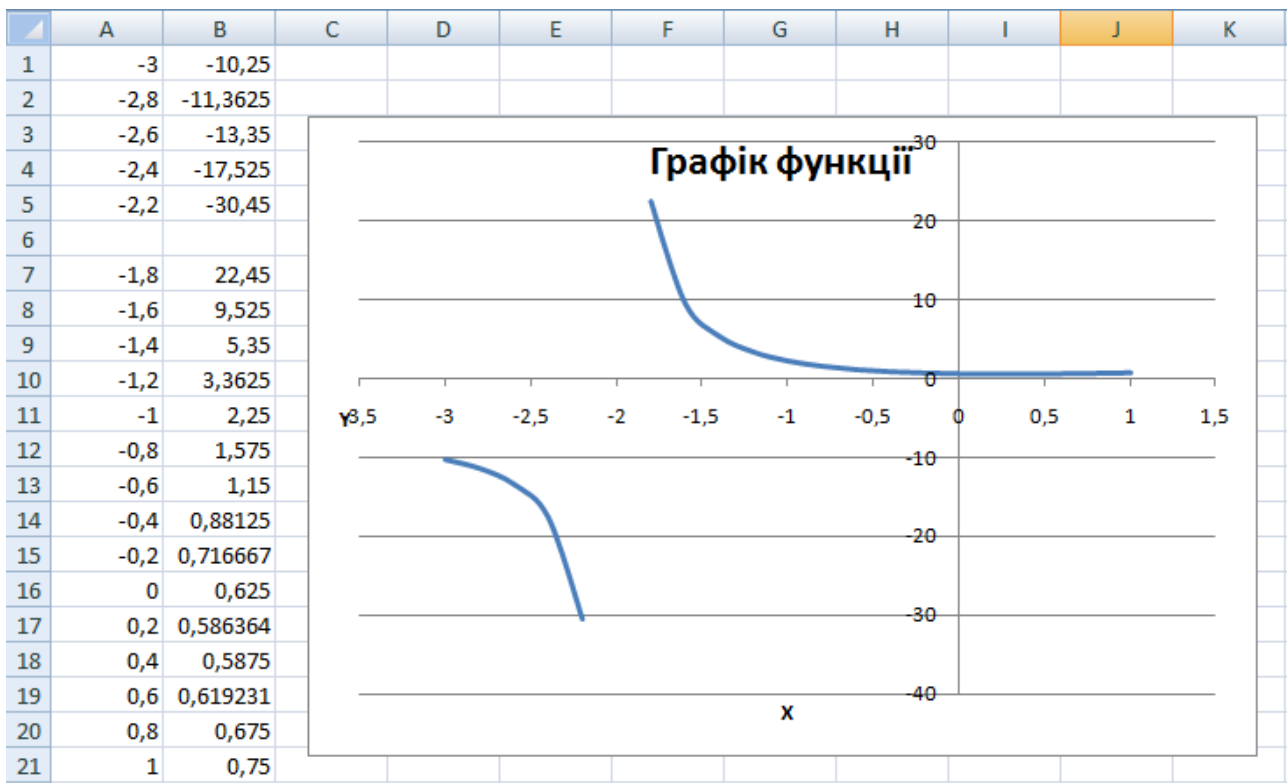


Рис. 2.27. Лист Excel з побудованим графіком функції

ПРИКЛАД 4.5. Зобразити лінію, задану неявно рівнянням:

$$4y^2 + 5x^2 - 20 = 0.$$

Помітимо, що задана рівнянням $f(x,y)=0$ функція описує криву лінію за назвою еліпс. Це можна довести, якщо зробити елементарні математичні операції:

$$f(x,y) = 0 \Rightarrow 4y^2 + 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{4y^2}{20} + \frac{5x^2}{20} - \frac{20}{20} = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{5} + \frac{x^2}{4} = 1$$

У зв'язку з тим, що лінія задана неявно, для її побудови необхідно вирішити задане рівняння відносно змінної y :

$$4y^2 + 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow 4y^2 = 20 - 5x^2 \Rightarrow$$

$$y^2 = \frac{20 - 5x^2}{4} \Rightarrow$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{20 - 5x^2}{4}} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2}$$

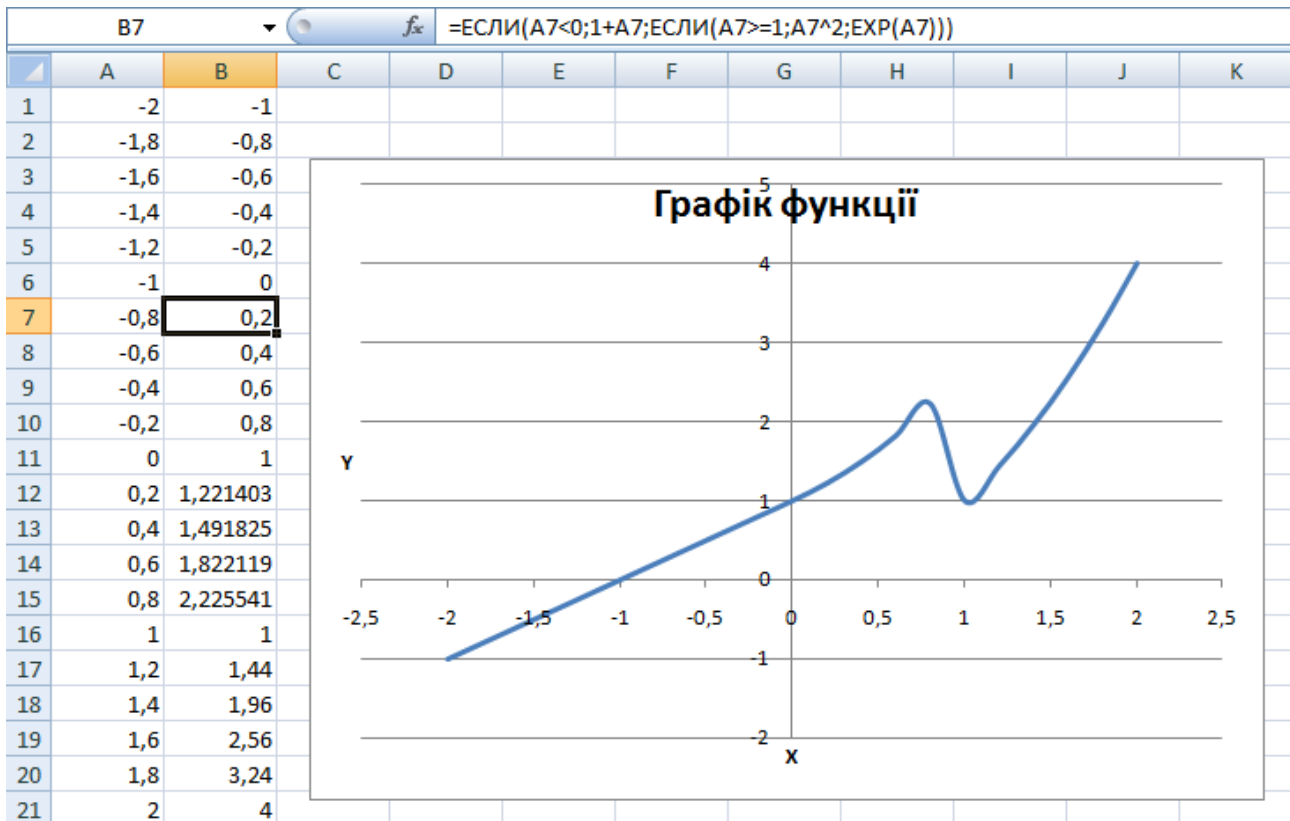


Рис. 2.28. Лист Excel з побудованим графіком функції

Після проведених перетворень можна побачити, що лінію $f(x,y)$ можна зобразити, побудувавши графіки двох функцій в одній графічній області

$$f_1(x) = \frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2} \quad \text{та} \quad f_2(x) = -\frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2}$$

Перед побудовою визначимо ОДЗ функцій $f_1(x)$ і $f_2(x)$.

Оскільки ці функції містять у чисельнику вирази під знаком квадратного кореня, те обов'язковою умовою їхнього існування буде виконання наступної нерівності:

$$20 - 5x^2 \geq 0 \Rightarrow -5x^2 \geq -20 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq \pm 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [-2, 2]$$

Тепер перейдемо до побудови графіка.

Для цього в діапазон A1:A41 введемо значення аргументу (від -2 до 2 із кроком 0,1).

В комірку B1 введемо формулу для обчислення значень функції $f_1(x)$:
=КОРЕНЬ(20-5*\$A1^2)/2.

А в комірка C1 для обчислення значень функції $f_2(x)$: = - КОРЕНЬ(20-5*\$A1^2)/2.

Далі скопіюємо ці формули до B41 і C41 відповідно (див. рис. 2.28).

	A	B	C	D		A	B	C
1	-2	0	0		21	0	2,236068	-2,23607
2	-1,9	0,698212	-0,69821		22	0,1	2,233271	-2,23327
3	-1,8	0,974679	-0,97468		23	0,2	2,22486	-2,22486
4	-1,7	1,177922	-1,17792		24	0,3	2,210769	-2,21077
5	-1,6	1,341641	-1,34164		25	0,4	2,19089	-2,19089
6	-1,5	1,47902	-1,47902		26	0,5	2,165064	-2,16506
7	-1,4	1,596872	-1,59687		27	0,6	2,133073	-2,13307
8	-1,3	1,699265	-1,69926		28	0,7	2,094636	-2,09464
9	-1,2	1,788854	-1,78885		29	0,8	2,04939	-2,04939
10	-1,1	1,867485	-1,86748		30	0,9	1,996873	-1,99687
11	-1	1,936492	-1,93649		31	1	1,936492	-1,93649
12	-0,9	1,996873	-1,99687		32	1,1	1,867485	-1,86748
13	-0,8	2,04939	-2,04939		33	1,2	1,788854	-1,78885
14	-0,7	2,094636	-2,09464		34	1,3	1,699265	-1,69926
15	-0,6	2,133073	-2,13307		35	1,4	1,596872	-1,59687
16	-0,5	2,165064	-2,16506		36	1,5	1,47902	-1,47902
17	-0,4	2,19089	-2,19089		37	1,6	1,341641	-1,34164
18	-0,3	2,210769	-2,21077		38	1,7	1,177922	-1,17792
19	-0,2	2,22486	-2,22486		39	1,8	0,974679	-0,97468
20	-0,1	2,233271	-2,23327		40	1,9	0,698212	-0,69821
21	0	2,236068	-2,23607		41	2	0	0

Рис. 2.29. Діапазони до побудови графіка функції

Потім виділимо діапазон A1:C41 і скориставшись "Майстром діаграм", побудуємо графіки функцій $f_1(x)$ і $f_2(x)$ в одній графічній області (див. рис. 2.30).

ПРИКЛАД 4.6. Зобразити лінію задану неявно:

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Дане рівняння описує лінію за назвою гіпербола. Розв'яжемо його відносно змінної y :

$$\frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{4} - 1 \Rightarrow y^2 = \frac{9}{4}(x^2 - 4) \Rightarrow y = \pm \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4} \Rightarrow$$

$$\left(f_1(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4}, f_2(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4} \right)$$

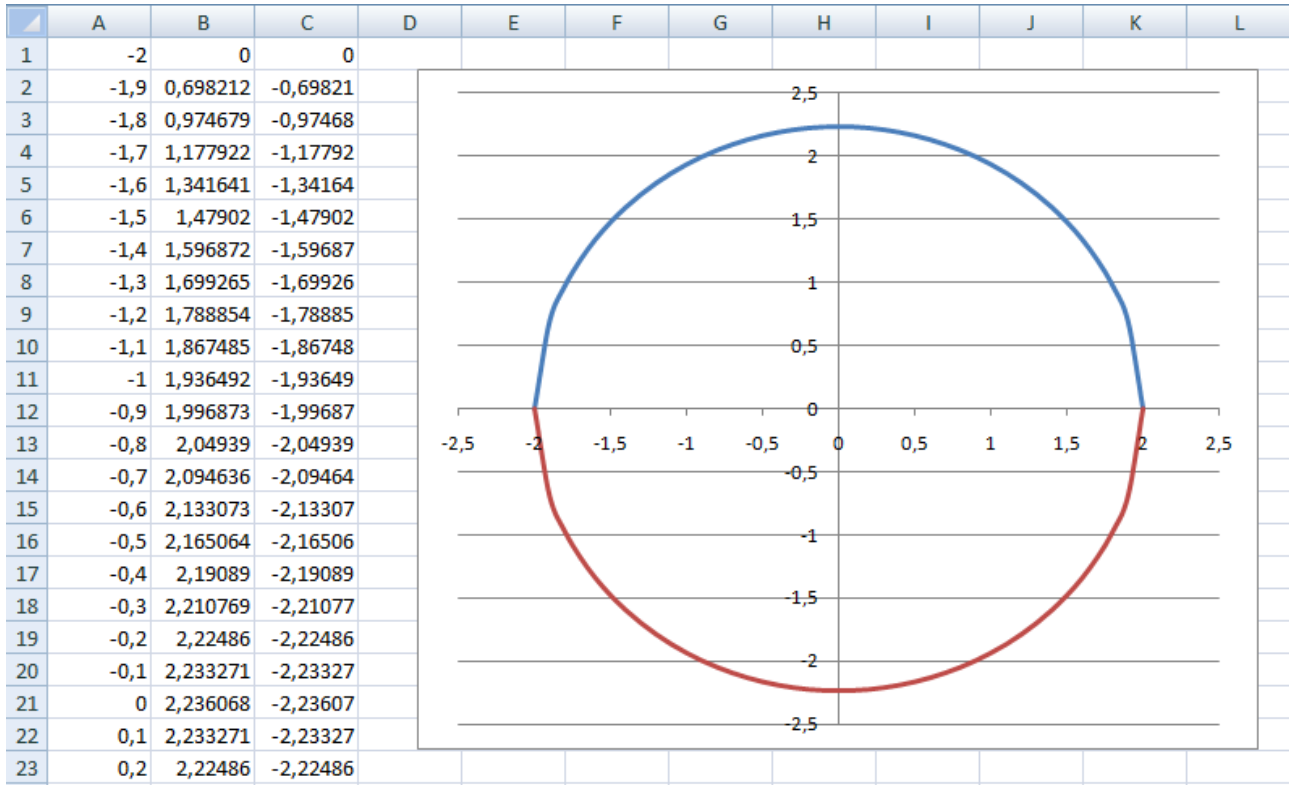


Рис. 2.30. Лист Excel з побудованим графіком функції

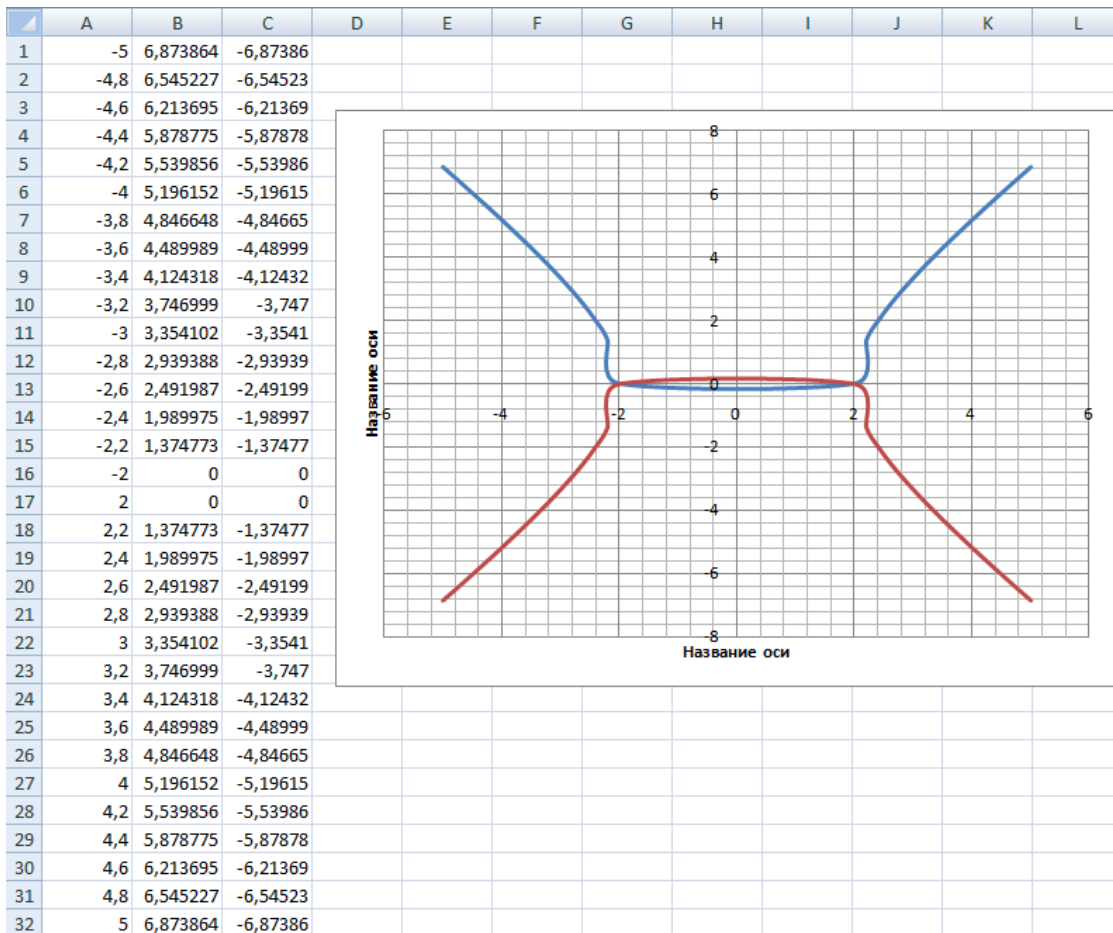


Рис. 2.31. Лист Excel з побудованим графіком функції

Знайдемо ОДЗ функцій $f_1(x)$ і $f_2(x)$

$$x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2] \text{ и } [2, +\infty)$$

Проведені дослідження показують, що для побудови графіка необхідно значення аргументу задавати у два етапи, тому що в діапазоні від -2 до 2 функція не визначена (див. ПРИКЛАД 4.2 і 4.3).

Завдання значень функцій $f_1(x)$ і $f_2(x)$ і побудова графіка виконується так само, як у ПРИКЛАДІ 4.5. Результати представлені на рис. 2.31.

Варіанти завдань

Завдання 5.1. Побудувати графік функції $f(x)$.

№	$f(x)$	№	$f(x)$	№	$f(x)$
1	$\sqrt[3]{(1+x)(x^2+2x-2)}$	11	$\sqrt[3]{(1-x)(x^2-2x-2)}$	21	$\sqrt[3]{x(x^2+2)^2}$
2	$\sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}$	12	$\sqrt[3]{x^2(x^2+2)^2}$	22	$\sqrt[3]{(3+x)(2x^2+x-1)}$

3	$\sqrt[3]{(3+x)x^2}$	13	$\sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}$	23	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$
4	$\sqrt[3]{(2+x)^2(x^2-4)}$	14	$\sqrt[3]{(x-2)^2(x+1)}$	24	$\sqrt[3]{(4+x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$
5	$\sqrt[3]{(1+x)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$	15	$\sqrt[3]{(2+x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$	25	$\sqrt[3]{(6+x)x^2}$
6	$\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$	16	$\sqrt[3]{x(x+3)^2}$	26	$\sqrt[3]{(x^2-3x+2)^2}$
7	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$	17	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}$	27	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x^2+2)}$
8	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x+2)}$	18	$\sqrt[3]{x^2(x-6)}$	28	$\sqrt[3]{(x+3)^2} - \sqrt[3]{(x-4)^2}$
9	$\sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}$	19	$\sqrt[3]{x^2(x+4)^2}$	29	$\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{x}$
10	$\sqrt[3]{(3+x)(x^2+6x+6)}$	20	$\sqrt[3]{(2+x)(x^2+4x+1)}$	30	$\sqrt[3]{(x^2-x-3)^2}$

Завдання 5.2. Побудувати графік функції f(x).

№	f(x)	№	f(x)	№	f(x)
1	$\frac{4x^2+5}{4x-8}$	11	$\frac{2-x^2}{\sqrt{9x^2-4}}$	21	$\frac{4x^3+3x^2-2x-2}{x^2-1}$
2	$\frac{17-x^2}{4x-5}$	12	$\frac{x^3+3x^2-2x-2}{2-3x^2}$	22	$\frac{1-x^2}{\sqrt{16x^2-9}}$
3	$\frac{x^2-3}{\sqrt{4x^2-3}}$	13	$\frac{3x^2-7}{2x+1}$	23	$\frac{2x^2-3x+1}{1-2x}$
4	$\frac{x^3-4x}{3x^2-4}$	14	$\frac{x^2-5}{\sqrt{9x^2-8}}$	24	$\frac{4x^3+x^2-2x-1}{2x^2-1}$
5	$\frac{4x^3+3x^2-8x-2}{2-3x^2}$	15	$\frac{x^2-6x+4}{2-2x}$	25	$\frac{5x^2-3}{\sqrt{3x^2-1}}$
6	$\frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}}$	16	$\frac{21-x^2}{7x-9}$	26	$\frac{4x^3-x}{x^2-1}$
7	$\frac{2x^2-6}{x-2}$	17	$\frac{2x^2-7}{\sqrt{3x^2-2}}$	27	$\frac{2x^3-2x+1}{x^2-1}$
8	$\frac{x^3+x^2-3x-1}{x^2-1}$	18	$\frac{2x^3-3x^2-2x+1}{3x^2-1}$	28	$\frac{x^2-5}{\sqrt{x^2-2}}$
9	$\frac{4x^3-3x}{4x^2-1}$	19	$\frac{x^2-11}{4x-3}$	29	$\frac{2x^2-5}{\sqrt{3x^2-4}}$
10	$\frac{x^2-6x+4}{3x-2}$	20	$\frac{2x^2-9}{\sqrt{x^2-1}}$	30	$\frac{15-x^3}{2x-1}$

Завдання 5.3. Побудувати графік функції $f(x)$.

№	$f(x)$	№	$f(x)$	№	$f(x)$
1	$\begin{cases} \frac{1+x^2}{\sqrt{1+x^4}}, x \leq 0 \\ 2x + \frac{\sin^2 x}{2+x}, x > 0 \end{cases}$	11	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2 - \cos^2 x}, x \leq 0 \\ \frac{x}{\sqrt[3]{e^{x+1}}}, x > 0 \end{cases}$	21	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\sqrt[3]{1+e^{0.2x}}}, x > 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3\sin x - \cos^2 x, x \leq 0 \\ 3\sqrt{1+x^2}, x > 0 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 3\sin^2 x - \cos x, x \leq 0 \\ \sqrt{2+x^2}, x > 0 \end{cases}$	22	$\begin{cases} \sin x - 2\cos x, x \leq 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x > 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \frac{1+ x }{\sqrt[3]{1+x+x^2}}, x \leq -1 \\ 2\ln(1+x^2), x \in (-1;0) \\ (1+x)^{\frac{3}{5}}, x \geq 0 \end{cases}$	13	$\begin{cases} \frac{1+x}{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+\frac{x}{1+x}}, x \in (0;1) \\ 2 \sin(3x) , x \geq 1 \end{cases}$	23	$\begin{cases} \frac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}, x \leq 0 \\ -x + 2e^{-2x}, x \in (0;1) \\ 2-x ^{1/3}, x \geq 1 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \frac{3x^2}{1+x^2}, x \leq 0 \\ \sqrt{1+\frac{2x}{1+x^2}}, x > 0 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x + \sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ 2\cos x \cdot e^{-2x}, x \in [0;1] \\ 2\sin 3x, x > 1 \end{cases}$	24	$\begin{cases} \sqrt{1+ x }, x \leq 0 \\ \frac{1+3x}{2+\sqrt[3]{1+x}}, x > 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \frac{3+\sin x}{1+x^2}, x \leq 0 \\ 2x^2 \cos^2 x, x > 0 \end{cases}$	15	$\begin{cases} \sqrt[3]{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\cos^2 x}, x > 0 \end{cases}$	25	$\begin{cases} \frac{1+\cos x}{1+x^2}, x \leq 0 \\ x \cos x, x > 0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} \frac{3+\sin^2 2x}{1+\cos^2 x}, x \leq 0 \\ 2\sqrt{1+2x}, x > 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} \frac{\sqrt{1+ x }}{2+ x }, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{2+\cos^3 x}, x > 0 \end{cases}$	26	$\begin{cases} x + \sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ \sin x \cdot e^{-x}, x \in [0;1] \\ 2\cos^2 x, x > 1 \end{cases}$
7	$\begin{cases} \frac{ x }{1+x^2} e^{-2x}, x < 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x \geq 0 \end{cases}$	17	$\begin{cases} \frac{ x }{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+x}, x \geq 0 \end{cases}$	27	$\begin{cases} x e^{-2x}, x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x \geq 0 \end{cases}$
8	$\begin{cases} \sqrt{1+2x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\sqrt[3]{1+e^x}}, x > 0 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2\sqrt{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1}{1+\sqrt[3]{e^x}}, x > 0 \end{cases}$	28	$\begin{cases} 3\sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ \sin 2x \cdot 3e^{-x}, x \in [0;1] \\ \cos x \sin x, x > 1 \end{cases}$

9	$\begin{cases} \frac{1}{ x ^3}, x < 0 \\ -2x + \sqrt{x}, x \in [0;1) \\ x-3 ^{0.1}, x \geq 1 \end{cases}$	19	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ 2\cos^2 x, x \in [0;1] \\ \sqrt{1+\sqrt[3]{2\sin 3x}}, x > 1 \end{cases}$	29	$\begin{cases} 1+x+x^2, x < 0 \\ \sqrt{1+2x}, x \in [0;1) \\ 2 0.5+\sin x , x \geq 1 \end{cases}$
10	$\begin{cases} \sqrt{1+2x^2-\sin^2 x}, x \leq 0 \\ \frac{2+x}{\sqrt[3]{2+e^{-0.1x}}}, x > 0 \end{cases}$	20	$\begin{cases} \sqrt{1+x-\sin x}, x \leq 0 \\ \frac{x}{\sqrt[4]{e^{-0.1x}}}, x > 0 \end{cases}$	30	$\begin{cases} \frac{1+\sin x}{1+2\cos x}, x \leq 0 \\ \sqrt{1+x}, x > 0 \end{cases}$

Завдання 5.4. Зобразити лінії задані неявно рівнянням $f(x,y)=0$.

№	f(x)	№	f(x)	№	f(x)
1	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} - 1$	11	$\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{4} - 1$	21	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1$
2	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - 1$	12	$\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{36} - 1$	22	$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} - 1$
3	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - 1$	13	$\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{16} - 1$	23	$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} - 1$
4	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} - 1$	14	$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} - 1$	24	$\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{81} - 1$
5	$y^2 - 2x^2 - 4$	15	$y^2 + 4x^2 - 4$	25	$2y^2 - 9x^2 - 18$
6	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} - 1$	16	$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} - 1$	26	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - 1$
7	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} - 1$	17	$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} - 1$	27	$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} - 1$
8	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} - 1$	18	$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} - 1$	28	$\frac{y^2}{100} + \frac{x^2}{64} - 1$
9	$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{49} - 1$	19	$\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{64} - 1$	29	$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} - 1$
10	$9y^2 - 4x^2 - 16$	20	$9y^2 + 4x^2 - 16$	30	$2y^2 + 9x^2 - 81$

Комп'ютерний практикум № 2.6
Вирішення задач лінійного програмування

Мета практикуму: вивчення можливостей пакета MS Excel при розв'язку задач лінійного програмування. Придбання навичок розв'язку задач лінійного програмування.

Короткі теоретичні відомості

ПРИКЛАД 2.6.1. Розв'язати задачу лінійного програмування:

$$\begin{aligned} L &= 5x_1 - 2x_3 \rightarrow \min \\ - 5x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 2 \\ - x_1 + x_3 + x_4 &\leq 5 \\ - 3x_1 + 5x_4 &\leq 7 \end{aligned}$$

Для розв'язку подібних задач в MS EXCEL призначена команда "**Поиск решения**" з вкладки стрічки "**Данные**", поле "**Анализ**". За замовчуванням поле "**Анализ**" відключено у EXCEL 2010. Щоб його включити клацніть правою кнопкою миші буд-де на стрічці та виберіть пункт "**Настройка ленты**". У діалоговому вікні "**Параметры Excel**" у правій частині поставте галочку навпроти вкладки "**Разработчик**".

На вкладці стрічки "**Разработчик**" знайдіть команду "Надстройки". У діалоговому вікні "**Надстройки**" виберіть дві з чотирьох доступних надстроек – "**Пакет анализа**" та "**Поиск решения**" (рис. 2.31). Тепер можна відключати вкладку "**Разработчик**". На вкладці стрічки "**Данные**" з'явилося нове поле "**Анализ**" (рис. 2.32).

Нехай значення x_1, x_2, x_3, x_4 зберігаються у комірках A1:A4, а значення функції L - у комірці C1. Уведемо обмеження:

$$\begin{aligned} C2 &= -5*A1 - A2 + 2*A3 \\ C3 &= -A1 + A3 + A4 \\ C4 &= -3*A1 + 5*A4. \end{aligned}$$

Таким чином, була задана умова вихідної задачі лінійного програмування.

Виконаємо команду "**Поиск решения**" з вкладки стрічки "**Данные**", поле "**Анализ**" (рис. 2.33).

Спрямуємо цільову функцію у комірці C1 до мінімуму. Для цього введемо в поле "**Оптимизировать целевую функцию**" C1 і встановимо опцію "**до**" "**Минимум**".

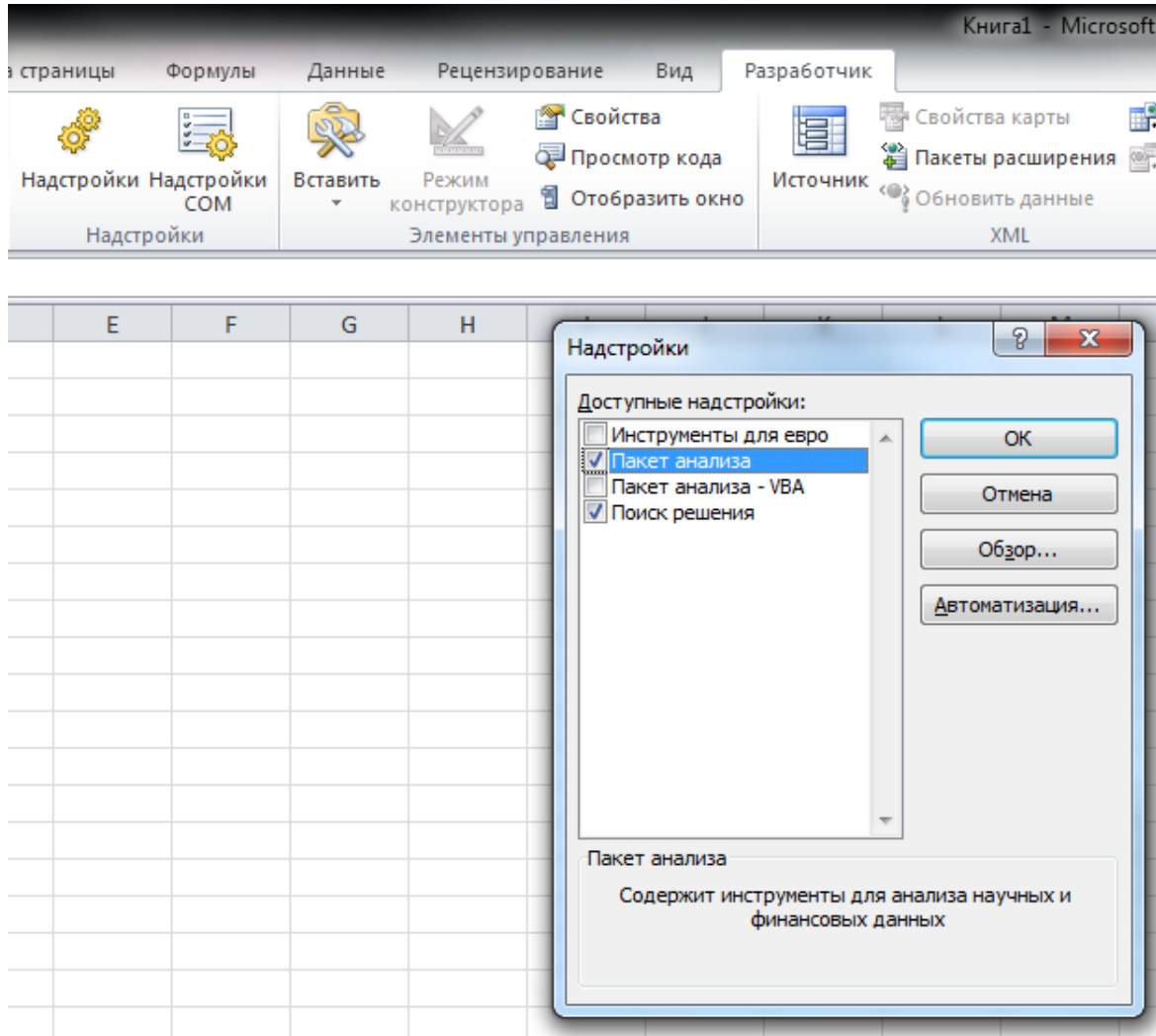


Рис. 2.31. Підключення необхідних надстроек

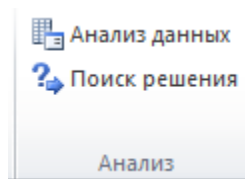


Рис. 2.32. Поле "Анализ" вкладки стрічки "Данные"

У поле **"Изменяя ячейки переменных:"** необходимо указать адреса комірок, у яких зберігаються змінювані значення. У нашому випадку це комірці A1:A4.

Для додавання обмежень необходимо клацнути по кнопці **"Добавить"**, з'явиться діалогове вікно **"Добавление ограничения"** (рис. 2.34).

У поле введення **"Ссылка на ячейки"** необходимо ввести адресу комірці, де зберігається обмеження, потім, клацнувши по стрілці, вибрати знак і ввести значення обмеження в поле **"Ограничение"**.

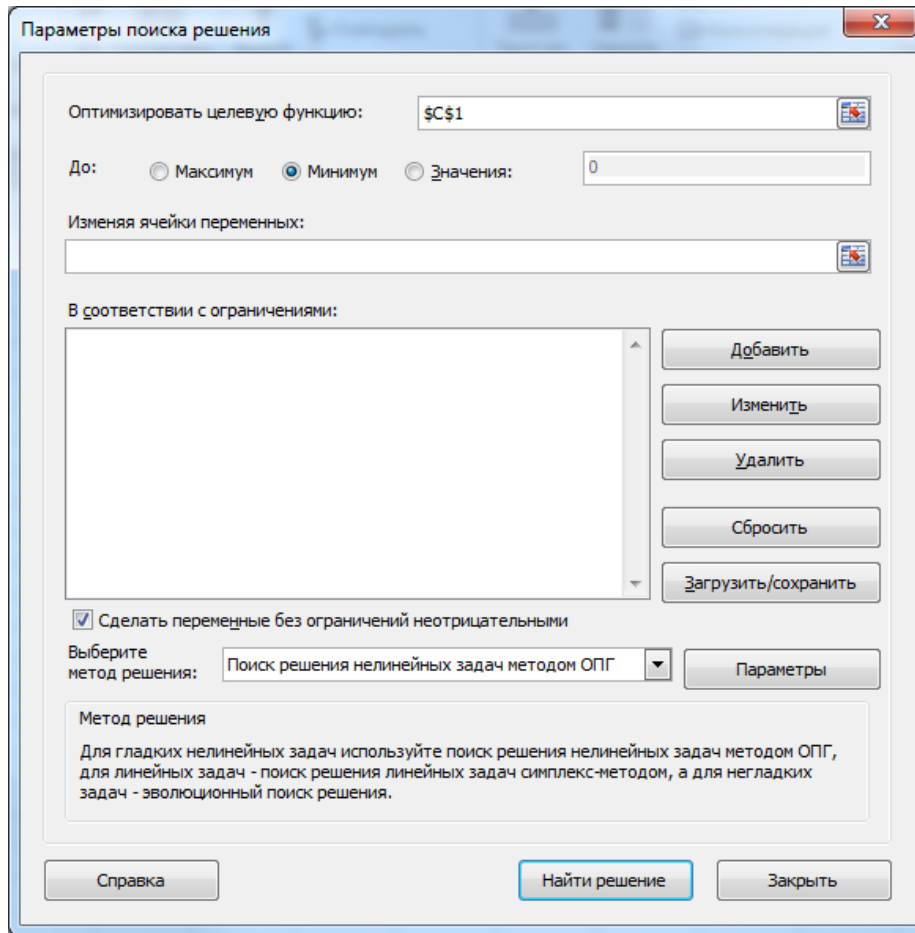


Рис. 2.33. Вікно "Параметры поиска решения"

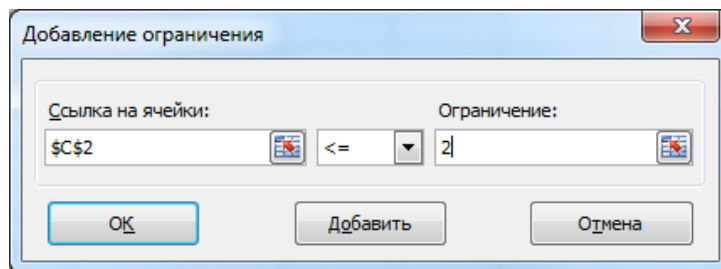


Рис. 2.34. Вікно "Добавление ограничения"

Клацання по кнопці "ОК" означає введення чергового обмеження й повернення до діалогового вікна "Параметры поиска решения".

Клацання по кнопці "Добавить" вводить чергове обмеження, але залишається у вікні "Добавление ограничения".

У нашому випадку вікно "Параметры поиска решения" має набути вигляду, що зображено на рис. 2.35. Клацання по кнопці "Найти решение" почне процес розв'язку задачі, завершиться який появою діалогового вікна "Результаты поиска решения", зображеного на рис. 2.36.

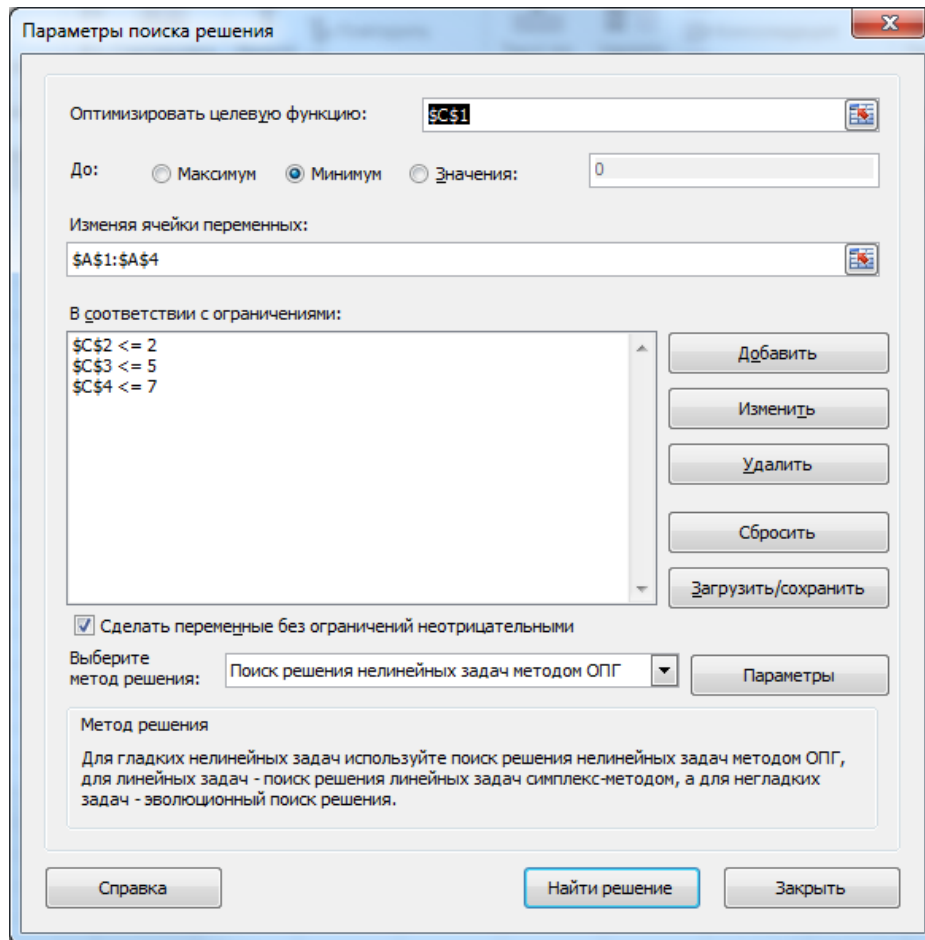


Рис. 2.35. Вікно "Параметры поиска решения"

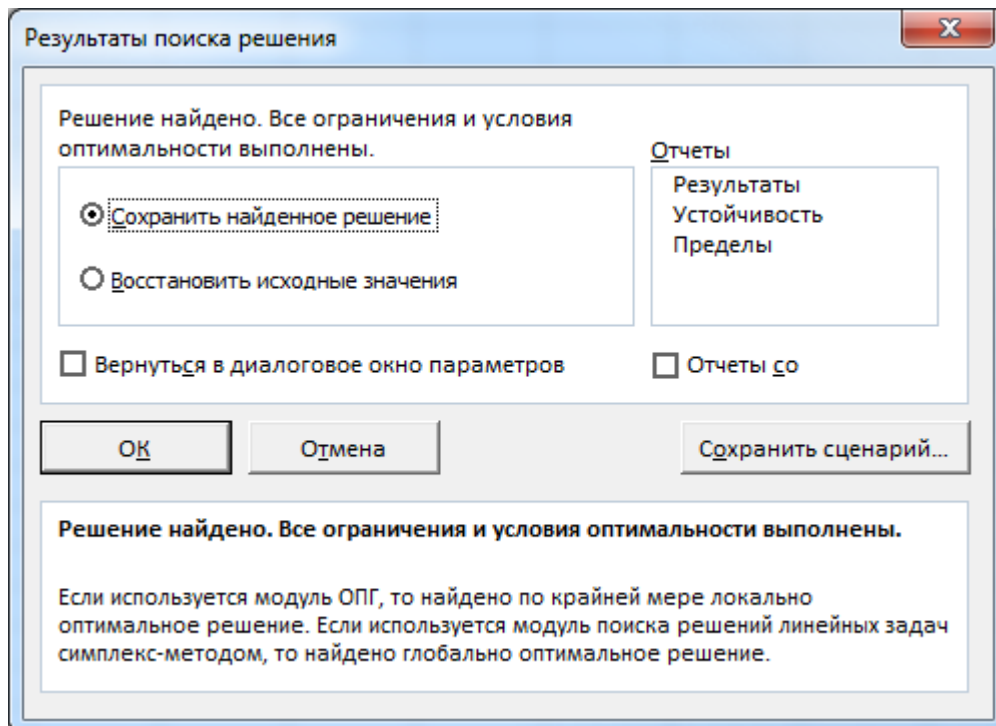


Рис. 2.36. Вікно "Результаты поиска решения"

Клацання по кнопці **"ОК"** приведе до появи у комірці C1 значення цільової функції L, а у комірках A1:A4 - значень змінних x1-x4, при яких цільова функція досягає мінімального значення.

Якщо задача не має розв'язків або невірні були задані вихідні дані, у вікні **"Результаты поиска решения"** може з'явитися повідомлення про те, що розв'язок не знайдений.

Отже, призначення основних кнопок і вікон діалогового вікна **"Параметры поиска решения"**:

- Поле **"Оптимизировать целевую функцию"** - визначає цільову комірку, значення якої необхідно максимізувати або мінімізувати, або зробити рівним конкретному значенню.
- Опція **"До:" "Максимум", "Минимум", "Значения:"**, визначають, що необхідно зробити зі значенням цільової комірки - максимізувати, мінімізувати або зробити рівним конкретному значенню.
- Поле **"Изменяя ячейки переменных"** визначає змінювані комірки. Змінювана комірка - це комірка, яка може бути змінена в процесі пошуку розв'язку для досягнення потрібного результату у цільовій комірці із задоволенням поставлених обмежень.
- Поле **"В соответствии с ограничениями:"** перераховує поточні обмеження в даній задачі. Обмеження є умовою, яка повинна задовольнятися розв'язком; обмеження перелічуються у вигляді комірок або інтервалів комірок, що звичайно містять формулу, яка залежить від однієї або декількох змінюваних комірок, чиє значення повинне попадати усередину певних границь або задовольняти рівності.
- кнопки **"Добавить", "Изменить", "Удалить"** дозволяють додати, змінити, вилучити обмеження.
- Кнопка **"Найти решение"** запускає процес розв'язку певної задачі.
- Кнопка **"Закрыть"** закриває вікно діалогу, не вирішуючи проблеми. Зберігаються лише зміни, зроблені за допомогою кнопок **"Параметры", "Добавить", "Изменить", "Удалить"**. Не зберігаються зміни, зроблені після використання даних кнопок.
- Кнопка **"Параметры"** виводить вікно діалогу **"Параметры"**, у якому можна контролювати різні аспекти процесу відшукування розв'язку.
- Кнопка **"Сбросить"** очищає всі поточні установки задачі й повертає всі параметри до їхніх значень за замовчуванням.
- Кнопка **"Загрузить/сохранить"** дозволяє зберегти або завантажити всі поточні установки задачі.

За допомогою блоку пошуку рішення можна розв'язати безліч різних оптимізаційних задач (на максимум і мінімум) з обмеженнями будь-якого типу. При розв'язку задачі цілочисельного програмування необхідно додати обмеження, що показує, що змінні цілочисельні. При розв'язку інших оптимізаційних задач вводять цільову функцію й обмеження.

Варіанти завдань

Варіант №1	$W = 2x_1 - x_2 + x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \leq 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \leq 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \geq 3 \end{cases}$	Варіант №2	$W = 3 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \geq -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 5 \end{cases}$
Варіант №3	$W = x_3 + 3x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \leq 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \geq 0 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \geq -3 \\ x_1 \geq 1 \end{cases}$	Варіант №4	$W = x_1 - x_2 - 2x_4 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 4 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2 \\ x_1 - x_4 \geq 1 \\ x_2 + x_3 \leq 1 \end{cases}$
Варіант №5	$W = -x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_2 - 2x_3 \leq -1 \\ 4x_3 - x_4 \leq 3 \\ 5x_1 + x_4 \geq 6 \end{cases}$	Варіант №6	$W = -4 - 2x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 \geq -10 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \leq -4 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq -6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 10 \end{cases}$
Варіант №7	$W = 2 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_4 \geq -1 \\ x_1 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ x_2 + x_3 - x_4 \geq 1 \\ x_3 \leq 4; x_4 \leq 10 \end{cases}$	Варіант №8	$W = x_1 - 10x_2 + 100x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_3 \leq 0 \\ x_1 + 2x_3 \leq 5 \end{cases}$
Варіант №9	$W = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 1 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_3 \leq 2 \\ x_2 + x_3 \leq 2 \end{cases}$	Варіант №10	$W = 2 + x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_3 \geq 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 3 \end{cases}$
Варіант №11	$W = 2 + x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ -2x_1 + 2x_2 \geq -4 \\ x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$	Варіант №12	$W = x_1 + x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \end{cases}$

Варіант №13	$W = 2 + x_1 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \leq 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \leq 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 2 \end{cases}$	Варіант №14	$W = x_2 + 2x_3 - x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 - 2x_4 \geq -1 \\ x_1 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ x_2 + x_3 - x_4 \geq 1 \end{cases}$
Варіант №15	$W = -x_1 - x_2 + 2x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 \leq 3 \\ x_1 + x_3 + x_4 + 2x_5 \leq 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 \leq 2 \end{cases}$	Варіант №16	$W = x_1 + x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + 22x_3 \leq 22 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 \leq 6 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 \leq 2 \\ -4x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \end{cases}$
Варіант №17	$W = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_5 \geq 1 \\ x_1 + x_3 \geq 1 \\ x_1 + x_4 \geq 1 \end{cases}$	Варіант №18	$W = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 2 \\ 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 5 \end{cases}$
Варіант №19	$W = x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 \leq 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 \leq 1 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 \leq 2 \\ -2x_2 + x_4 \leq 0 \end{cases}$	Варіант №20	$W = x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 4x_3 \leq 5 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 \leq 4 \\ x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 4 \\ x_2 + x_3 \leq 1 \end{cases}$
Варіант №21	$W = x_1 + x_2 + x_3 + 1 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_3 \geq 1 \\ x_2 - x_3 \geq 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 0 \end{cases}$	Варіант №22	$W = x_1 + x_2 + 3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 - 2x_2 \geq -2 \\ -x_1 + x_2 \geq -1 \\ 2x_1 + x_2 \geq -2 \end{cases}$
Варіант №23	$W = -3 + x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 1 \end{cases}$	Варіант №24	$W = -5 + x_1 - x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_3 \geq 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 3 \end{cases}$
Варіант №25	$W = -3 - 2x_1 - x_3 - 2x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \geq -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 5 \end{cases}$	Варіант №26	$W = x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \leq 1 \\ -x_1 - x_4 \leq 5 \\ x_2 + x_3 \leq 10 \end{cases}$
Варіант №27	$W = x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 1 \\ x_1 - x_2 - x_4 \leq 2 \\ x_2 + x_3 + x_5 \leq 1 \end{cases}$	Варіант №28	$W = x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ -x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \end{cases}$

Варіант №29	$W = x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_2 - 2x_3 \leq -1 \\ 4x_3 - x_4 \leq 3 \\ 5x_1 + x_4 \geq 6 \end{cases}$	Варіант №30	$W = -x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_3 \leq 2 \end{cases}$
------------------------	--	------------------------	---

Комп'ютерний практикум № 2.7
Розв'язок нелінійних рівнянь і систем

Мета практикуму: вивчення можливостей пакета Ms Excel при розв'язку нелінійних рівнянь і систем. Придбання навичок розв'язку нелінійних рівнянь і систем засобами пакета.

Короткі теоретичні відомості

ПРИКЛАД 2.7.1. Знайти корені полінома:

$$x^3 - 0,01x^2 - 0,7044x + 0,139104 = 0.$$

Для початку розв'яжемо рівняння графічно. Відомо, що графічним розв'язком рівняння $f(x)=0$ є точка перетинання графіка функції $f(x)$ з віссю абсцис, тобто таке значення x , при якому функція обертається в нуль.

Проведемо табулювання нашого полінома на інтервалі від -1 до 1 із кроком $0,2$. Результати обчислень наведені на рис. 2.37., де у комірку B2 була введена формула: **=A2^3-0,01*A2^2-0,7044*A2+0,139104**. На графіку видно, що функція три рази перетинає вісь OX, а оскільки поліном третього ступеня має не більш трьох дійсних коренів, то графічний розв'язок поставленої задачі знайдено. Інакше кажучи, була проведена локалізація коренів, тобто визначені інтервали, на яких перебувають корені даного полінома: $[-1;-0,8]$, $[0,2;0,4]$ і $[0,6;0,8]$.

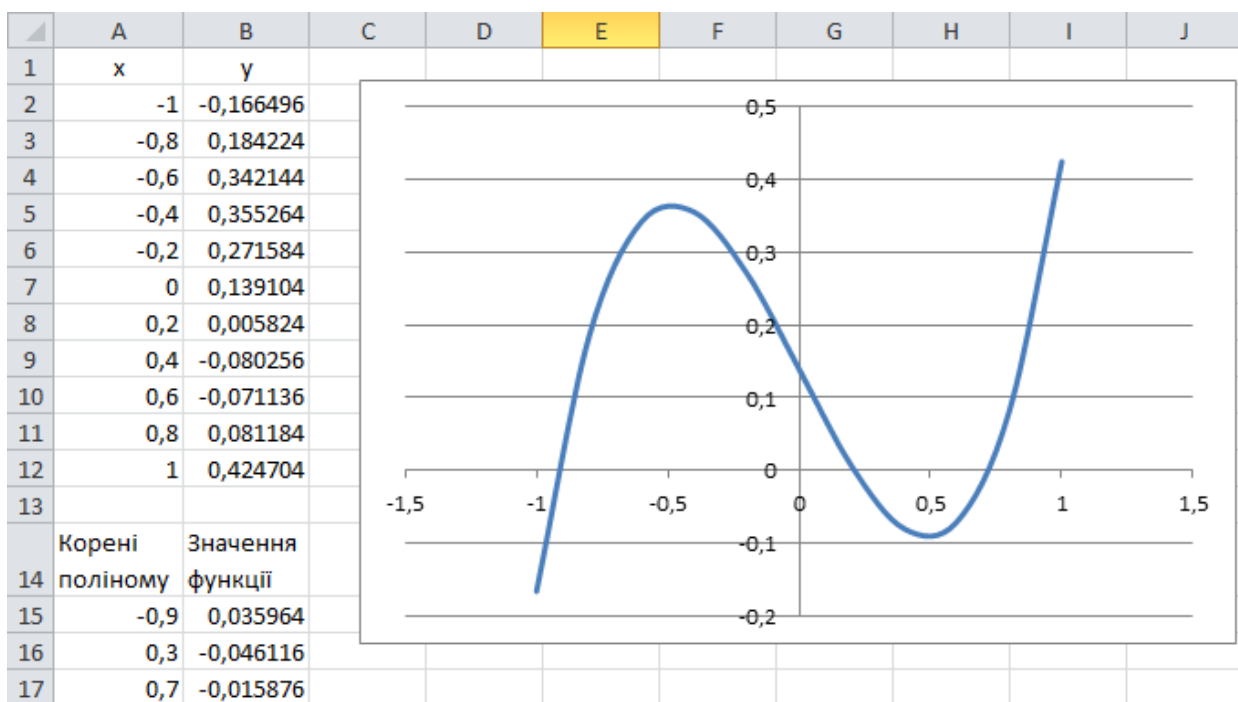


Рис. 2.37. Графічне розв'язання рівняння

Тепер можна знайти корені полінома методом послідовних наближень за допомогою команди **"Подбор параметра"** (вкладка стрічки **"Данные"** ► **"Анализ "что если"**).

Після введення початкових наближень і значень функції можна заповнити діалогове вікно **"Подбор параметра"** в такий спосіб (див. рис. 2.38).

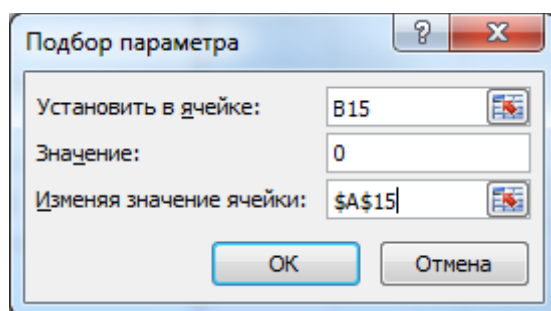


Рис 2.38. Діалогове вікно **"Подбор параметра"**

У поле **"Установить в ячейке"** вводиться посилання на комірку, у яку введена формула, що обчислює значення лівої частини рівняння (рівняння повинне бути записане так, щоб його права частина не містила змінну). У поле **"Значение"** вводимо праву частину рівняння, а у поле **"Изменяя значение ячейки:"** вставляємо посилання на комірку, відведену під змінну.

Після натискання кнопки **"ОК"** з'явиться діалогове вікно **"Результат подбора параметра"** (рис. 2.39) з повідомленням про успішне завершення пошуку розв'язку, наближене значення кореня буде поміщено у комірку A15.

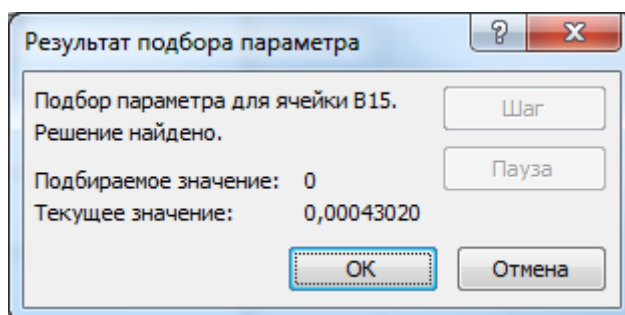


Рис. 2.39. Діалогове вікно **"Результат подбора параметра"**

Два, кореня що залишилися знаходимо аналогічно. Результати обчислень будуть поміщені у комірки A16 і A17 відповідно (рис. 2.40).

Корені поліному	Значення функції
-0,920341	-0,000632
0,2102135	-0,000123
0,7207183	0,0006019

Рис. 2.40. Корені рівняння, які знайдено за допомогою команди **"Подбор параметра"**

ПРИКЛАД 2.7.2. Розв'язати рівняння $e^x - (2x - 1)^2 = 0$.

Проведемо локалізацію коренів нелінійного рівняння.

Для цього представимо його у вигляді $f(x) = g(x)$, тобто $e^x = (2x - 1)^2$ або $f(x) = e^x$, $g(x) = (2x - 1)^2$, і розв'яжемо графічно.

Графічним розв'язком рівняння $f(x) = g(x)$ буде крапка перетинання ліній $f(x)$ і $g(x)$.

Побудуємо графіки $f(x)$ і $g(x)$. Для цього в діапазон A3:A18 введемо значення аргументу. У комірку B3 введемо формулу для обчислення значень функції $f(x)$: = EXP(A3), а в C3 для обчислення $g(x)$: = (2*A3-1)^2.

Результати обчислень і побудова графіків $f(x)$ і $g(x)$ в одній графічній області (див. практикум 2.5) показані на рис. 2.41.

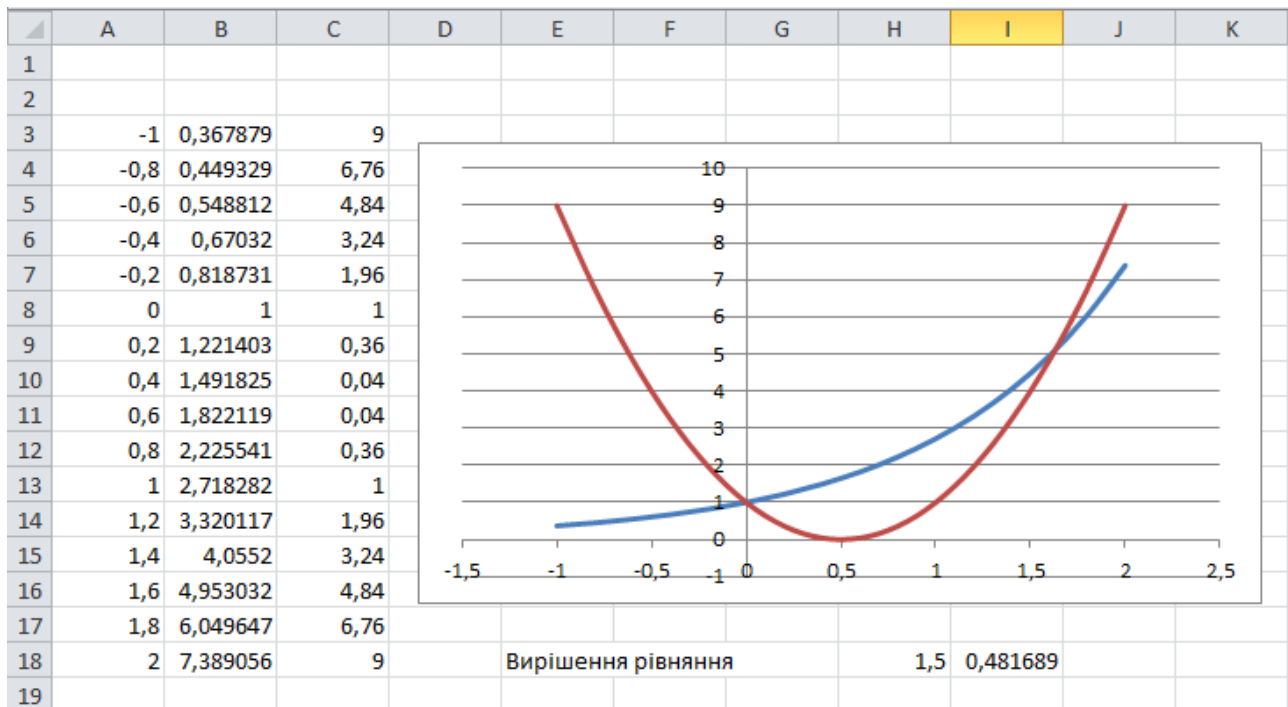


Рис. 2.41. Графічне вирішення рівняння

На графіку видно, що лінії $f(x)$ і $g(x)$ перетинаються двічі, тобто дане рівняння має два розв'язки. Один з них тривіальний й може бути обчислено точно:

$$(x = 0) \Rightarrow \begin{cases} e^x = 1 \\ (2x - 1)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow y(x) = 1.$$

Для другого можна визначити інтервал ізоляції кореня: $1,5 < x < 2$.

Тепер можна знайти корінь рівняння на відрізку $[1,5; 2]$ методом послідовних наближень.

Уведемо початкове наближення у комірку H18 = **1,5**, і саме рівняння, з посиланням на початкове наближення, у комірку I18 = **EXP(H17) - (2*H17-1)^2** (див. рис. 2.41).

Далі скористаємося командою "**Подбор параметра**" (вкладка стрічки "**Данные**" ► "**Анализ**" ► "**что если**") й заповнимо діалогове вікно "**Подбор параметра**" (рис. 2.42).

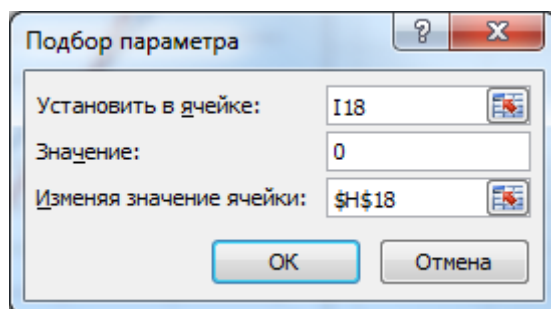


Рис 2.42. Діалогове вікно "**Подбор параметра**"

Результат пошуку розв'язку буде виведений у комірку H18 (рис. 2.43).

Вирішення рівняння	1,629052	3,14E-06
--------------------	----------	----------

Рис. 2.43. Рішення рівняння, які знайдено за допомогою команди "**Подбор параметра**"

ПРИКЛАД 2.7.3. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4 = 0 \end{cases}$$

Розглянемо, як можна розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 0, \\ F_2(x) &= 0, \\ &\dots \\ F_n(x) &= 0 \end{aligned}$$

за допомогою блоку вирішення (вкладка "**Данные**" ► "**Анализ**" ► "**Поиск решения**"), який дозволяє вирішувати не тільки оптимізаційні задачі, а і звичайні рівняння й системи рівнянь. Для розв'язку цієї задачі її можна сформулювати одним з наступних способів:

1. Знайти мінімум (максимум) функції

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^n F_i(x),$$

при системі обмежень, що задано у вигляді рівностей $F_i(x) = 0$;

2. Знайти мінімум функції

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^n F_i^2(x) = F_1^2(x) + F_2^2(x) + \dots + F_n^2(x).$$

У цьому випадку завдання вирішується без обмежень.

1-Й СПОСІБ

У комірки A1 і A2 вводимо числа 0 (тут ми будемо зберігати x_1 і x_2). У комірки B1 і B2 вводимо обмеження: $B1 = 2 \cdot A1 - 3 \cdot A2$, $B2 = A1 + A2$. У комірку C1 введемо функцію цілі (цю комірку ми будемо мінімізувати): $C1 = \text{СУММ}(B1:B2)$. Скористаємося командою "Данные" ► "Анализ" ► "Поиск решения" й заповнимо діалогове вікно, що з'явилося, так, як показано на рис. 2.44. У результаті розв'язку поставленої задачі одержимо розв'язок системи вихідних рівнянь: $x_1 = 1,6$, $x_2 = 2,4$.

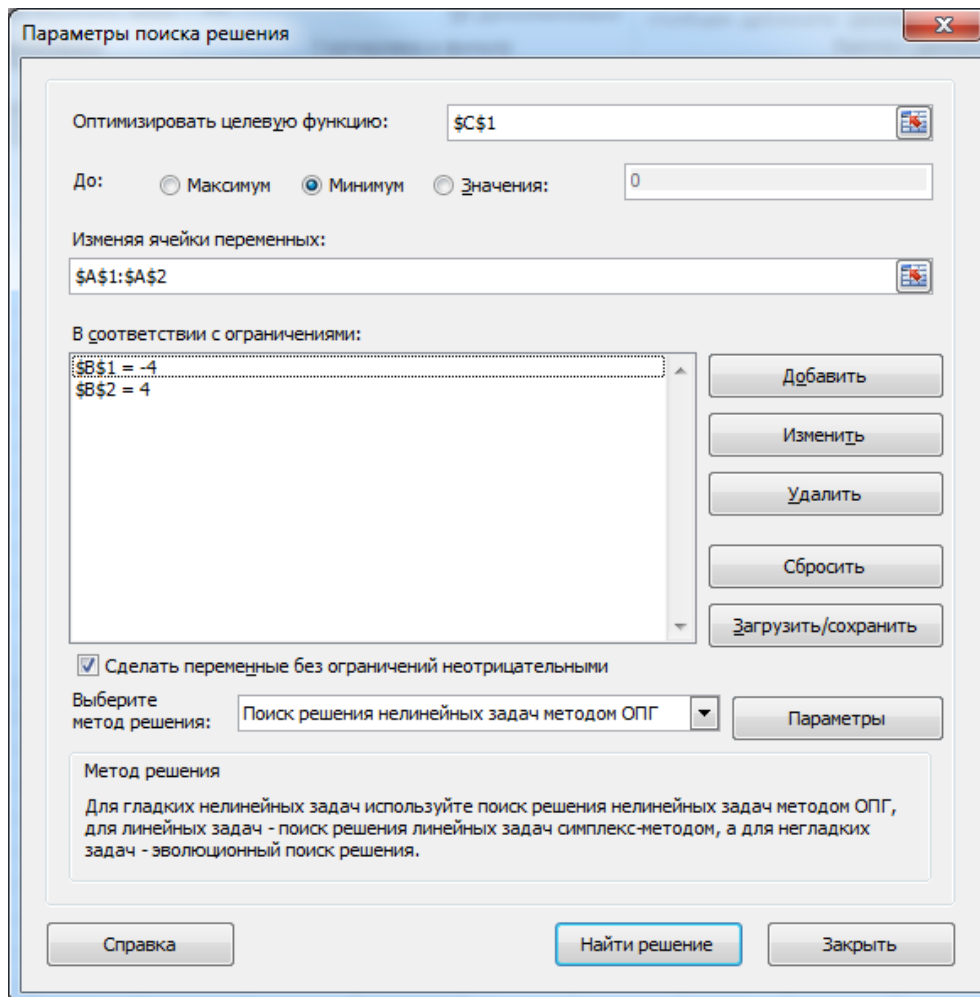


Рис. 2.44. Діалогове вікно "Параметры поиска решения"

2-Й СПОСІБ

У комірках D1 і D2 будемо зберігати змінні x_1 і x_2 . У комірки E1 і E2 введемо рівняння системи: $E1 = 2 \cdot D1 - 3 \cdot D2 + 4$, $E2 = D1 + D2 - 4$. У якості функції цілі у комірку F1 введемо формулу $= E1^2 + E2^2$. Звернемося до блоку

вирішення (рис. 2.45) і введемо умову задачі оптимізації. У результаті одержуємо наступний розв'язок системи: $x_1 = 1,600000128$, $x_2 = 2,39999949$.

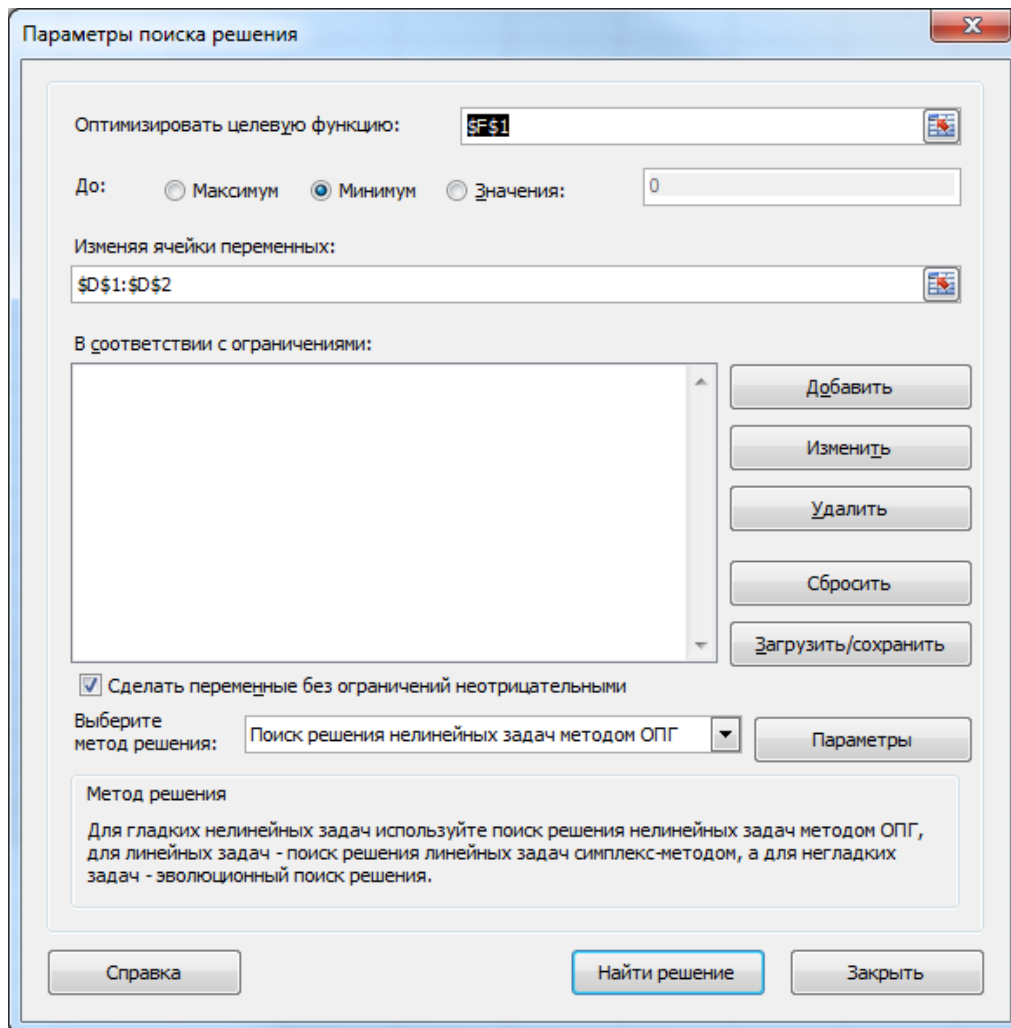


Рис. 2.45. Діалогове вікно "Параметры поиска решения"

ПРИКЛАД 2.7.4. Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sin(2x + y) + 1,2x = 0,2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Перш ніж скористатися описаними вище методами розв'язку систем рівнянь, знайдемо графічний розв'язок цієї системи. Відзначимо, що обидва рівняння системи задані неявно й для побудови графіків функцій, що відповідають цим рівнянням, необхідно вирішити задані рівняння відносно змінної y .

Для першого рівняння системи маємо:

$$(\sin(2x + y) + 1,2x = 0,2) \Rightarrow (\sin(2x + y) = 0,2 - 1,2x) \Rightarrow (y = \arcsin(0,2 - 1,2x) - 2x)$$

З'ясуємо ОДЗ отриманої функції:

$$(-1 \leq |0,2 - 1,2x| \leq 1) \Rightarrow \begin{cases} 0,2 - 1,2x \leq 1 \\ 0,2 - 1,2x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1,2x \leq 0,8 \\ -1,2x \geq -1,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -0,667 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-0,667; 1)$$

Друге рівняння даної системи описує окружність. Докладно про побудову подібних ліній див. у практикумі 2.5.

На рис. 2.46 наведено фрагмент робочого аркуша MS Excel з формулами, які необхідно ввести у комірки для побудови ліній, описаних рівняннями системи. Крапки перетинання ліній зображених на рис. 2.47 є графічним розв'язком системи нелінійних рівнянь.

	A	B	C	D
1	-1	=(1-A1^2)^0,5	=-((1-A1^2)^0,5)	
2	-0,9	=(1-A2^2)^0,5	=-((1-A2^2)^0,5)	
3	-0,8	=(1-A3^2)^0,5	=-((1-A3^2)^0,5)	
4	-0,7	=(1-A4^2)^0,5	=-((1-A4^2)^0,5)	
5	-0,6	=(1-A5^2)^0,5	=-((1-A5^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A5)-2*A5
6	-0,5	=(1-A6^2)^0,5	=-((1-A6^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A6)-2*A6
7	-0,4	=(1-A7^2)^0,5	=-((1-A7^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A7)-2*A7
8	-0,3	=(1-A8^2)^0,5	=-((1-A8^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A8)-2*A8
9	-0,2	=(1-A9^2)^0,5	=-((1-A9^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A9)-2*A9
10	-0,1	=(1-A10^2)^0,5	=-((1-A10^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A10)-2*A10
11	0	=(1-A11^2)^0,5	=-((1-A11^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A11)-2*A11
12	0,1	=(1-A12^2)^0,5	=-((1-A12^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A12)-2*A12
13	0,2	=(1-A13^2)^0,5	=-((1-A13^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A13)-2*A13
14	0,3	=(1-A14^2)^0,5	=-((1-A14^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A14)-2*A14
15	0,4	=(1-A15^2)^0,5	=-((1-A15^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A15)-2*A15
16	0,5	=(1-A16^2)^0,5	=-((1-A16^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A16)-2*A16
17	0,6	=(1-A17^2)^0,5	=-((1-A17^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A17)-2*A17
18	0,7	=(1-A18^2)^0,5	=-((1-A18^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A18)-2*A18
19	0,8	=(1-A19^2)^0,5	=-((1-A19^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A19)-2*A19
20	0,9	=(1-A20^2)^0,5	=-((1-A20^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A20)-2*A20
21	1	=(1-A21^2)^0,5	=-((1-A21^2)^0,5)	=ASIN(0,2-1,2*A21)-2*A21
22				

Рис. 2.46. Фрагмент робочого аркуша MS Excel з формулами, які необхідно ввести у комірки для побудови ліній, описаних рівняннями системи

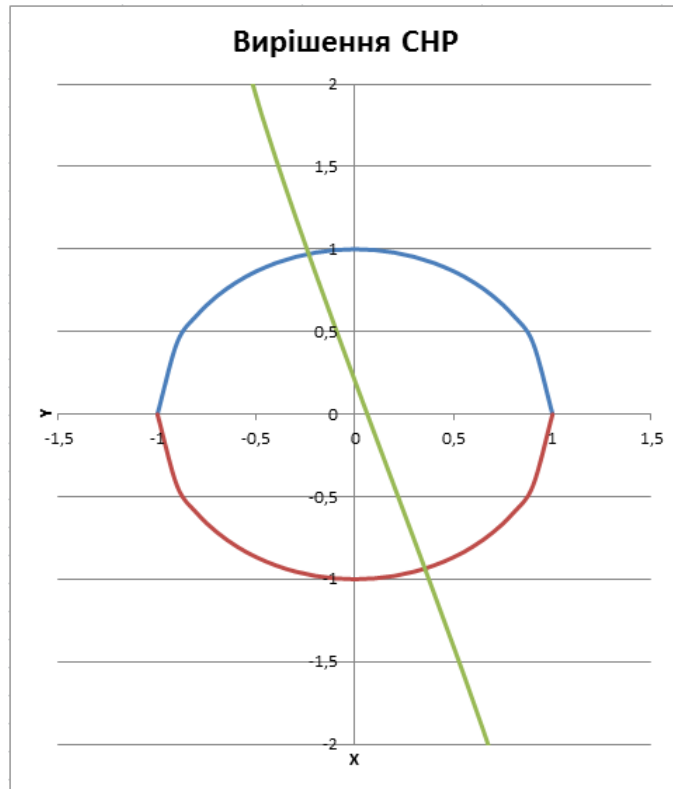


Рис. 2.47. Графічний розв'язок системи нелінійних рівнянь

Не важко помітити, що задана система має два розв'язки. Тому процедуру пошуку розв'язків системи необхідно виконати двічі, попередньо визначивши інтервал ізоляції коренів (див. ПРИКЛАДИ 2.47 і 2.48) по осях OX і OY .

У нашому випадку перший корінь лежить в інтервалах $(-0,5;0)_x$ і $(0,5;1)_y$, а другий - $(0;0,5)_x$ і $(-0,5;-1)_y$. Далі зробимо в такий спосіб. Уведемо початкові значення змінних x і y , формули, що відображають рівняння системи й функцію цілі, так як показано на рис. 2.48.

23	$x=$	-0,5	$=B23^2+B24^2-1$
24	$y=$	0,5	$=\text{SIN}(2*B23+B24)+1,2*B23-0,2$
25			$=C23^2+C24^2$
26			
27	$x=$	0,5	$=B27^2+B28^2-1$
28	$y=$	-0,5	$=\text{SIN}(2*B27+B28)+1,2*B27-0,2$
29			$=C27^2+C28^2$

Рис. 2.48. Формули для введення

Тепер двічі скористаємося командою "Данные" ► "Анализ" ► "Поиск решения", заповнюючи діалогові вікна, що з'являються, так як показано на рис. 2.49 і 2.50.

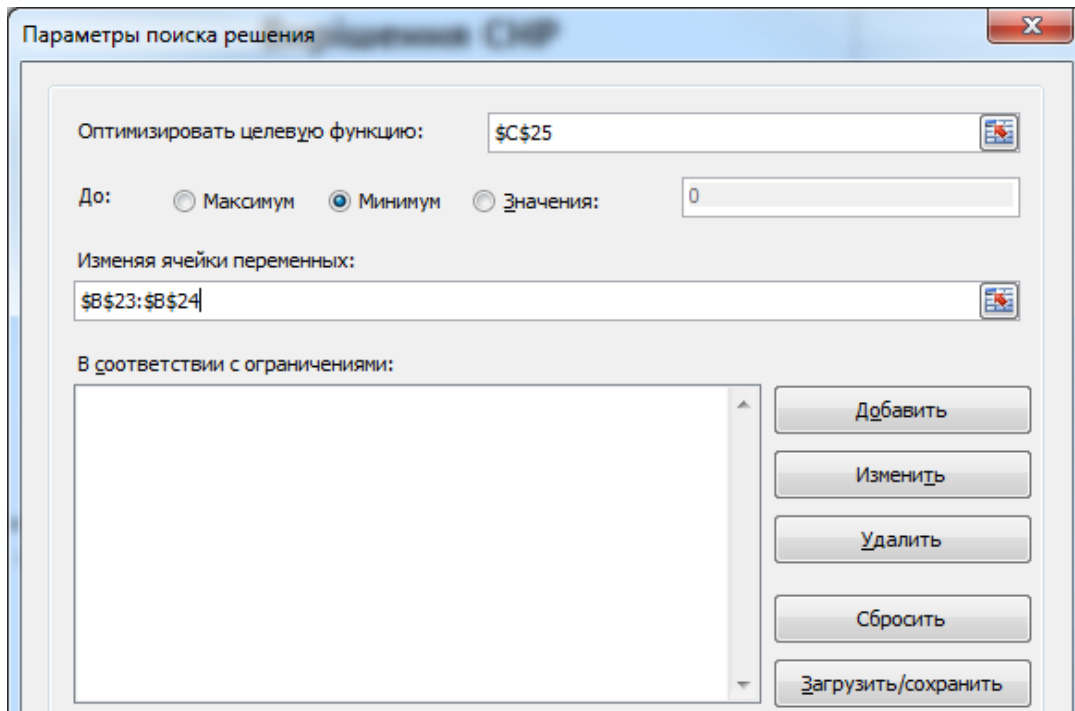


Рис. 2.49. Діалогове вікно "Параметры поиска решения"

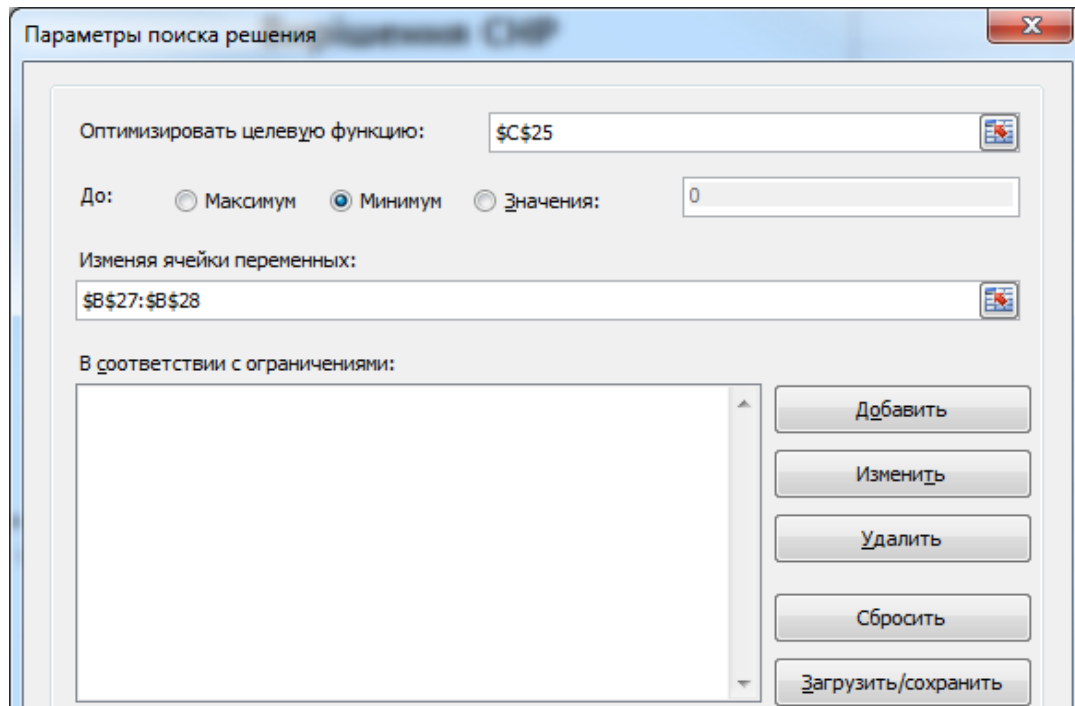


Рис. 2.50. Діалогове вікно "Параметры поиска решения"

На рис. 2.51 наведені результати обчислень. Порівнявши отриманий розв'язок системи із графічним, переконуємося, що система вирішена вірно.

23	x=	-0,23474	1,78354E-07
24	y=	0,972058	-7,74838E-07
25			6,32184E-13
26			
27	x=	0,354141	-1,71853E-07
28	y=	-0,93519	-1,20172E-07
29			4,3975E-14

Рис. 2.51. Результати обчислень

Варіанти завдань

ЗАВДАННЯ 2.7.1. Знайти корені полінома

№ варіанту	Рівняння	№ варіанту	Рівняння
1	a) $x^4 - x - 1 = 0$; b) $x^3 + x - 3 = 0$.	16	a) $x^4 - x - 1 = 0$; b) $x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$.
2	a) $2x^4 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$; b) $x^3 - 2x + 2 = 0$.	17	a) $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 17 = 0$; b) $x^3 + 3x - 1 = 0$.
3	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$; b) $x^3 + 2x^2 + 2 = 0$.	18	a) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$; b) $x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0$.
4	a) $2x^4 - x^2 - 10 = 0$; b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0$.	19	a) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$; b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 2 = 0$.
5	a) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$; b) $x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0$.	20	a) $2x^4 - x^2 - 10 = 0$; b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0$.
6	a) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$; b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0$.	21	a) $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$; b) $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$.
7	a) $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 17 = 0$; b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0$.	22	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$; b) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0$.
8	a) $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$; b) $x^3 + 4x - 6 = 0$.	23	a) $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$; b) $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$.
9	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$; b) $x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$.	24	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$; b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$.
10	a) $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$; b) $x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$.	25	a) $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$; b) $x^3 + 2x + 4 = 0$.
11	a) $2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 1 = 0$; b) $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$.	26	a) $x^4 - x - 1 = 0$; b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0$.

12	a) $2x^4 + 8x^4 + 8x^2 - 1 = 0$; b) $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$.	27	a) $2x^4 - x^2 - 10 = 0$; b) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0$.
13	a) $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 1 = 0$; b) $x^3 + 3x + 1 = 0$.	28	a) $3x^4 + 8x^3 + 10 = 0$; b) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0$.
14	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$; b) $x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$.	29	a) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$; b) $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$.
15	a) $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$; b) $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$.	30	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$; b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,3x - 0,6 = 0$.

ЗАВДАННЯ 2.7.2. Знайти розв'язок нелінійного рівняння

№ вар.	Рівняння	№ вар.	Рівняння	№ вар.	Рівняння
1	a) $0,5^x + 1 = (x - 2)^2$; b) $\arctg(x - 1) + 3x - 2 = 0$;	10	a) $[(x - 2)^2 - 1]2^x = 1$; b) $\text{ctg} 0,05x - x^2 = 0$;	19	a) $(x + 2)\log_2(x) = 1$; b) $\sin(x + 1) = 0,5x$.
2	a) $x\sqrt{x + 1} = 1$; b) $2\arctg x - 0,5x^{-3} = 0$;	11	a) $2\arctg x - 3x + 2 = 0$; b) $[\log_2(x + 2)](x - 1) = 1$;	20	a) $\text{tg}(0,44x + 0,3) = x^2$; b) $3x - e^x = 0$;
3	a) $x^2 - 2 + 0,5^x = 0$; b) $3x + \cos x + 1 = 0$;	12	a) $x^2 - 3 + 0,5^x = 0$; b) $(x - 2)^2 \lg(x + 1) = 1$.	21	a) $x \log_3(x + 1) = 1$; b) $\cos(x + 0,5) = x^3$.
4	a) $2e^x \cdot 5x = 2$; b) $\text{tg}(0,4x + 0,4) = x^2$	13	a) $2e^x + 3x + 1 = 0$; b) $x \log_3(x + 1) = 2$;	22	a) $x = \sqrt{\lg(x + 2)}$; b) $\text{ctg} x - 0,1x = 0$;
5	a) $e^{-2x} - 2x + 1 = 0$; b) $x^2 \cos 2x = -1$.	14	a) $\arctg x - (3x)^{-3} = 0$; b) $(x - 1)^2 \cdot 2^x = 1$;	23	a) $x^2 + 4 \sin x = 0$; b) $2x + \lg x = -0,5$;
6	a) $2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$; b) $x \lg(x + 1) = 1$.	15	a) $2 \sin(x + \pi/3) = x^2 - 0,5$; b) $x^2 - 20 \sin x = 0$;	24	a) $x^2 \cos 2x = -1$; b) $\text{tg}(0,36x + 0,4) = x^2$
7	a) $\arctg(x - 1) + 2x = 0$; b) $x(x + 1)^2 = 1$;	16	a) $2x^2 - 0,5^x - 2 = 0$; b) $x + \ln x = 0,5$;	25	a) $x \lg(x + 1) = 1$; b) $\sin(0,5 + x) = 2x - 0,5$;
8	a) $2 \sin(x + \pi/3) = 0,5x^2 - 1$; b) $2 \lg x - 0,5x = -1$.	17	$x - \sin x = 0,25$; $(x - 1)^2 = 0,5e^x$;	26	a) $\arctg(x - 1) + 2x = 0$; b) $x + \lg(1 + x) = 1,5$;
9	a) $2 \sin(x + \pi/3) = 0,5x^2 - 1$; b) $2 \lg x - 0,5x = -1$.	18	a) $2^x - 3x - 2 = 0$; b) $\text{ctg} x - 0,5x = 0$;	27	a) $2e^x + 1 = (x - 2)^2$; b) $2 \ln x - 0,2x + 1 = 0$;

ЗАВДАННЯ 2.7.3. Знайти розв'язок системи нелінійних рівнянь

№ вар.	Система рівнянь	№ вар.	Система рівнянь	№ вар.	Система рівнянь
1	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1,2, \\ 2x + \cos y = 2. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2, \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1, x > 0, y > 0. \end{cases}$	11	$\begin{cases} \cos(y + 0,5) + x = 0,8, \\ \sin x - 2y = 1,6. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,4x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$	21	$\begin{cases} \sin(x-1) = 13 - y, \\ x - \sin(y+1) = 0. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}xy = x^2, \\ 0,8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
2	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,5, \\ x - \cos y = 3. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,6x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0. \end{cases}$	12	$\begin{cases} \cos(y + 0,5) - x = 2, \\ \sin x - 2y = 1. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(x-y) - xy = 0, \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	22	$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0,5, \\ y - \cos x = 3. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) + 1,5x - 0,1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
3	$\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y-1) + x = 0,7, \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2, \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	13	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1, \\ 2x + \cos y = 2. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2, \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	23	$\begin{cases} \cos y + x + 1,5, \\ 2y - \sin(x-0,5) = 1. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) = 1,2x - 0,1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
4	$\begin{cases} \sin(x+0,5) - y = 1, \\ \cos(y-2) + x = 0 \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,3) = x^2, \\ 0,9x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	14	$\begin{cases} \sin x + 2y + 1,6, \\ \cos(y-1) + x = 1. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}xy = x^2, \\ 0,5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	24	$\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1,3 \\ y - \sin(x+1) = 0,8. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2, \\ 0,5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1,5, \\ x + \cos(y-2) = 0,5. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,2x = 0,1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$	15	$\begin{cases} \sin(x+0,5) - y = 1,2, \\ \cos(y-2) + x = 0. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2, \\ 0,7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	25	$\begin{cases} 2x - \cos(y+1) = 0, \\ y + \sin x + -0,4. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) = 1,1x - 0,1, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$
6	$\begin{cases} \cos(x+0,5) - y = 2, \\ \sin y - 2x = 1. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}xy = x^2, \\ 0,7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	16	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,5, \\ x - \cos y = 3. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,2x = 0,2, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$	26	$\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1,5, \\ y + \cos(x-2) = 0,5. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x-y) - xy = -1, \\ x^2 - y^2 = \frac{3}{4} \end{cases}$
7	$\begin{cases} \cos(x+0,5) - y = 1, \\ \sin y - 2x = 1,6 \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,3x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$	17	$\begin{cases} \sin x + 2y = 2, \\ \cos(y-1) + x = 0,7 \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2, \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	27	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,8, \\ x - \cos y = -2. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,5x = 0, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
8	$\begin{cases} \sin y + 2x = 2, \\ \cos(x-1) + y = 0,7. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2, \\ 0,8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$	18	$\begin{cases} \cos x + y = 1,5, \\ 2x - \sin(y-0,5) = 1. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1,2x = 0,2, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$	28	$\begin{cases} \cos x + y = 1,2, \\ 2x - \sin(y-0,5) = 2. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) = 1,2x - 0,2, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

<p>9</p>	$\begin{cases} \sin(y + 0,5) - x = 1; \\ \cos(x - 2) + y = 0. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2; \\ 0,9x^2 + 2y^2 = 1. \\ \end{cases}$	<p>19</p>	$\begin{cases} \sin(y + 1) - x = 1,2; \\ 2y + \cos x = 2. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 = 1. \\ \end{cases}$	<p>29</p>	$\begin{cases} \cos(x + 0,5) + y = 1; \\ \sin y - 2x = 2. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x + y) - 1,5x + 0,2; \\ x^2 + y^2 = 1. \\ \end{cases}$
<p>10</p>	$\begin{cases} \cos(y + 0,5) + x = 0,8; \\ \sin x - 2y = 1,6. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x + y) - 1,4x + 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \\ \end{cases}$	<p>20</p>	$\begin{cases} 2y - \cos(x + 1) = 0; \\ x + \sin y + -0,4. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x + y) - 1,5x = 0,1; \\ x^2 + y^2 = 1. \\ \end{cases}$	<p>30</p>	$\begin{cases} \sin(y + 1) - x + 1; \\ 2y + \cos x = 2. \\ \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x + y) - 1,2x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \\ \end{cases}$

Комп'ютерний практикум № 2.8
Обробка результатів експерименту

Мета практикуму: вивчення можливостей пакета Ms Excel при розв'язку задач обробки експериментальних даних. Придбання навичок обробки результатів експерименту.

Короткі теоретичні відомості

Однією з розповсюджених задач у науці, техніці, економіці є апроксимація експериментальних або алгебраїчних даних аналітичними виразами. Можливість підібрати параметри рівняння таким чином, щоб його розв'язок збігся з даними експерименту, найчастіше є доказом (або спростуванням) теорії.

Розглянемо наступну математичну задачу. Відомі значення деякої функції f утворюють таблицю:

Таблиця 2.8.1 – Значення функції f

x	x_1	x_2	\dots	x_n
$f(x)$	y_1	y_2	\dots	y_n

Необхідно побудувати аналітичну залежність $y = f(x)$, що найбільш близько описує результати експерименту. Побудуємо функцію $y_i = f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_k)$ таким чином, щоб сума квадратів відхилень обмірюваних значень y_i від розрахункових $f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_k)$ була найменшою (рис. 2.52).

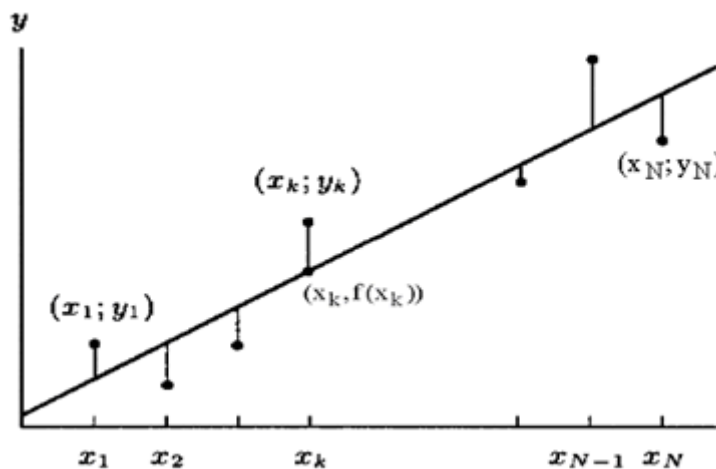


Рис. 2.52. Графічне зображення функції $f(x)$

Математично ця задача рівносильна наступній: знайти значення параметрів $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$, при яких функція приймала би мінімальне значення.

$$S(a_0, a_1, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_k)]^2 \quad (2.8.1)$$

Ця задача зводиться до розв'язку системи рівнянь:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial a_k} = 0, \quad (2.8.2)$$

Якщо параметри a_i входять у залежність $y = f(x, a_0, a_1, \dots, a_k)$ лінійно, то ми одержимо систему лінійних рівнянь:

$$\frac{\partial S}{\partial a_j} = 0, \quad \sum_{i=1}^n (-f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_k)) \frac{\partial f}{\partial a_j} = 0, \quad j = 0, 1, \dots, k \quad (2.8.3)$$

Розв'язавши систему (8.3), знайдемо параметри a_0, a_1, \dots, a_k і одержимо залежність $y = f(x, a_0, a_1, \dots, a_k)$.

Лінійна функція (лінія регресія)

Необхідно визначити параметри функції $y = ax + b$. Складемо функцію S :

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - ax_i - b]^2 \quad (2.8.4)$$

Продиференціюємо вираз (8.4) по a і b , сформуємо систему лінійних рівнянь, розв'язавши яку ми одержимо наступні значення параметрів:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad b = \frac{\sum x_i^2 y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (2.8.5)$$

Підібрана пряма називається **лінією регресії** y на x , a і b називаються коефіцієнтами регресії.

Чим менше величина

$$Z = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2,$$

тим більш обґрунтоване припущення, що таблична залежність описується лінійною функцією. Існує показник, що характеризує тісноту лінійного зв'язку між x і y . Це коефіцієнт кореляції. Він розраховується по формулі:

$$r = \frac{\sum (x_i - M_x)(y_i - M_y)}{\sqrt{\sum (x_i - M_x)^2 \sum (y_i - M_y)^2}} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)(n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}}.$$

Коефіцієнт кореляції r і коефіцієнт регресії a зв'язані співвідношенням:

$$a = \frac{Dy}{Dx}r,$$

де Dy, Dx - середньоквадратичне відхилення значень x і y .

$$Dx = \frac{\sum (x_i - Mx)^2}{n}, \quad \text{где } Mx = \frac{\sum x_i}{n}; \quad Dx = \frac{\sum (y_i - My)^2}{n}; \quad My = \frac{\sum y_i}{n}$$

Значення коефіцієнта кореляції задовольняє співвідношенню $-1 \leq r \leq 1$. Чим менше відрізняється абсолютна величина r від одиниці, тем ближче до лінії регресії розташовуються експериментальні крапки. Якщо коефіцієнт кореляції дорівнює нулю, то змінні x, y мають назву некорельованих. Якщо $r = 0$, то це тільки означає, що між x, y не існує лінійного зв'язку, але між ними може існувати залежність, відмінна від лінійної.

Для того щоб перевірити, чи вагомо відрізняється від нуля коефіцієнт кореляції, можна використовувати критерій Ст'юдента. Обчислене значення критерію визначається по формулі:

$$t = \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Значення t рівняється зі значенням, узятим з таблиці розподілу Ст'юдента відповідно до рівня значимості α і числом ступенів свободи $n-2$. Якщо t більше табличного, то коефіцієнт кореляції вагомо відмінний від нуля.

Розв'язок поставленої задачі засобами MS Excel

Обчислення коефіцієнтів регресії здійснюється за допомогою функції ЛИНЕЙН:

ЛИНЕЙН(Значения_у; Значения_х; Конст; статистика)

Значения_у - масив значень y .

Значения_х - необов'язковий масив значень x ; якщо масив x опущений, то передбачається, що це масив $\{1;2;3;\dots\}$ такого ж розміру, як і **Значения_у**.

Конст - логічне значення, яке вказує, чи вимагається, щоб константа b була рівна 0. Якщо **Конст** має значення **ИСТИНА** або опущене, то b обчислюється звичайним образом. Якщо аргумент **Конст** має значення **ЛОЖЬ**, то b покладається рівним 0 і значення a підбираються так, щоб виконувалося співвідношення $y = ax$.

Статистика - логічне значення, яке вказує, чи вимагається повернути додаткову статистику по регресії. Якщо аргумент статистика має значення **ИСТИНА**, то функція **ЛИНЕЙН** повертає додаткову регресійну статистику. Якщо аргумент статистика має значення **ЛОЖЬ** або опущений, то функція **ЛИНЕЙН** повертає тільки коефіцієнт **a** і постійну **b**.

Для обчислення безлічі крапок на лінії регресії використовується функція **ТЕНДЕНЦИЯ**.

ТЕНДЕНЦИЯ(Значения_y; Значения_x; Новые_значения_x; Конст)

Значения_y - масив значень **y**, які вже відомі для співвідношення $y = ax + b$.

Значения_x - масив значень **x**.

Новые_значения_x - новий масив значень, для яких **ТЕНДЕНЦИЯ** повертає відповідні значення **y**. Якщо **Новые_значения_x** відсутні, то передбачається, що вони збігаються з масивом значень **x**.

Конст - логічне значення, яке вказує, чи вимагається, щоб константа **b** була рівна 0. Якщо **Конст** має значення **ИСТИНА** або опущене, то **b** обчислюється звичайним образом. Якщо **Конст** має значення **ЛОЖЬ**, то **b** покладається рівним 0, і значення **a** підбираються таким чином, щоб виконувалося співвідношення $y = ax$. Необхідно пам'ятати, що результатом функцій **ЛИНЕЙН**, **ТЕНДЕНЦИЯ** є безліч значень - масив.

Для розрахунків коефіцієнта кореляції використовується функція **КОРРЕЛ**, що повертає значення коефіцієнта кореляції:

КОРРЕЛ(Массив1;Массив2)

Массив1 - масив значень **x**.

Массив2 - масив значень **y**.

Массив1 і **Массив2** повинні мати однакову кількість крапок даних.

ПРИКЛАД 2.8.1. Відома таблична залежність **G(L)**. Побудувати лінію регресії й обчислити очікуване значення в крапках 0, 0,75, 1,75, 2,8, 4,5.

Таблиця 2.8.1 – Таблична залежність **G(L)**

L	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
G	1	2,39	2,81	3,25	3,75	4,11	4,45	4,85	5,25

Уведемо таблицю значень в аркуш MS Excel і побудуємо точковий графік. Робочий аркуш прийме вид зображений на рис. 2.53.

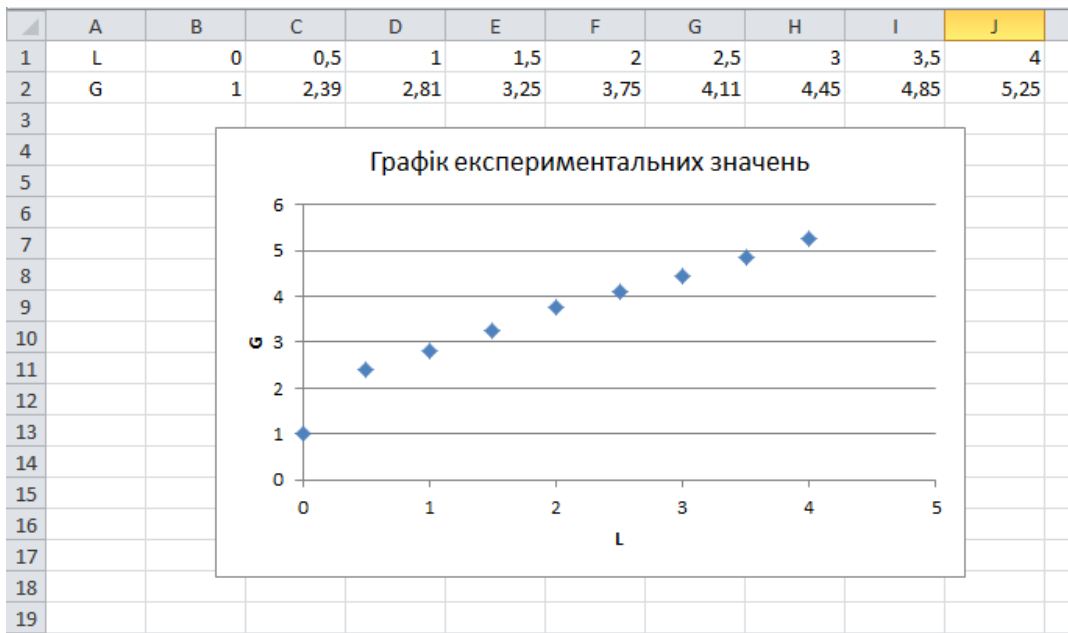


Рис. 2.53. Робочий аркуш

Для того, щоб розрахувати значення коефіцієнтів регресії a й b виділимо комірки K2:L2, звернемося до бібліотеки функцій (вкладка "Формулы") і в категорії "Статистические" виберемо функцію ЛИНЕЙН. Заповнимо діалогове вікно, що з'явилося, так, як показано на рис. 2.54 і натиснемо "Ок".

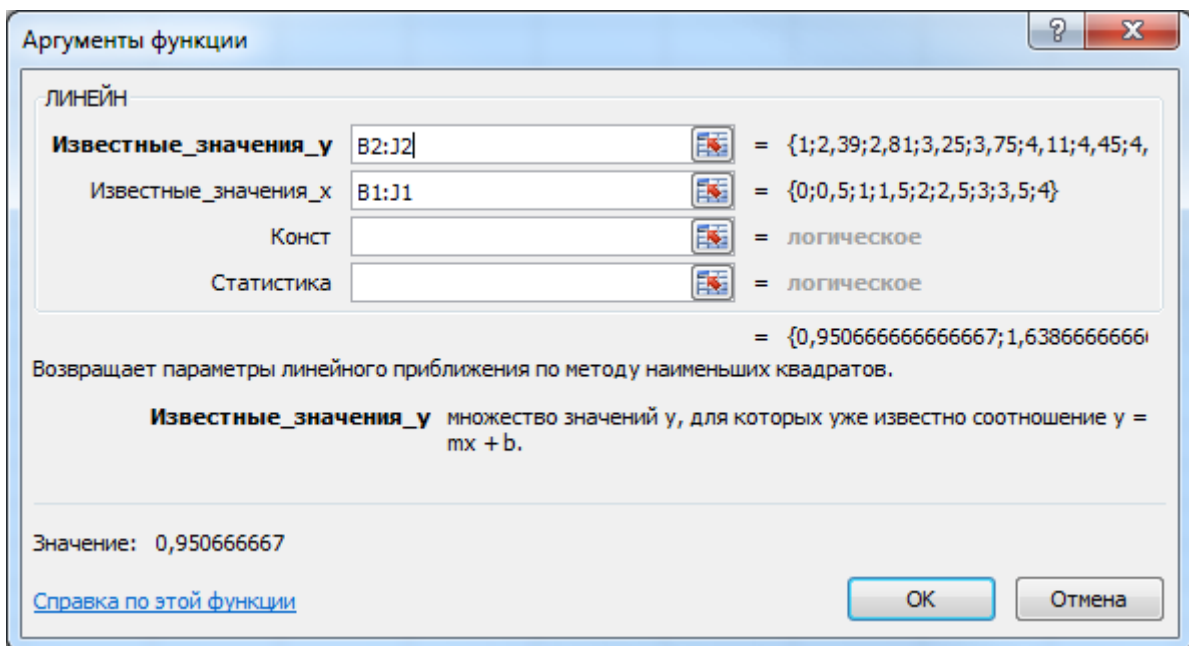


Рис. 2.54. Діалогове вікно "Аргументы функции"

У результаті обчислене значення з'явиться тільки у комірці K2 (рис. 2.55). Для того щоб обчислене значення з'явилося й у комірці L2 необхідно увійти в режим редагування, нажавши клавішу **F2**, а потім натиснути комбінацію клавіш **CTRL+SHIFT+ENTER**.

Для розрахунків значення коефіцієнта кореляції у комірці M2 була введена наступна формула: $M2 = \text{КОРРЕЛ}(B1:J1;B2:J2)$ (рис. 2.55).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	L	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	A=	b=	R=
2	G	1	2,39	2,81	3,25	3,75	4,11	4,45	4,85	5,25	0,950667	1,638667	0,976103

Рис. 2.55. Робочий аркуш

Для обчислення очікуваного значення в крапках 0; 0,75; 1,75; 2,8; 4,5 занесемо їх у комірки L9:L13. Потім виділимо діапазон комірок M10:M13 і введемо формулу:

$= \text{ТЕНДЕНЦИЯ}(B2:J2;B1:J1;L9:L13)$.

Для того щоб обчислені значення з'явилися й у гніздах M10:M13 необхідно натиснути комбінацію клавіш **CTRL+SHIFT+ENTER**.

Зобразимо лінію регресії на діаграмі. Для цього виділимо експериментальні крапки на графіку, клацнемо правою кнопкою миші й виберемо команду **"Выбрать данные..."**. У діалоговому вікні, що з'явилося (рис. 2.56), для додавання лінії регресії клацнемо по кнопці **"Добавить"**. Відкриється вікно **"Изменение ряда"**, яке слід заповнити, як на рис. 2.57.

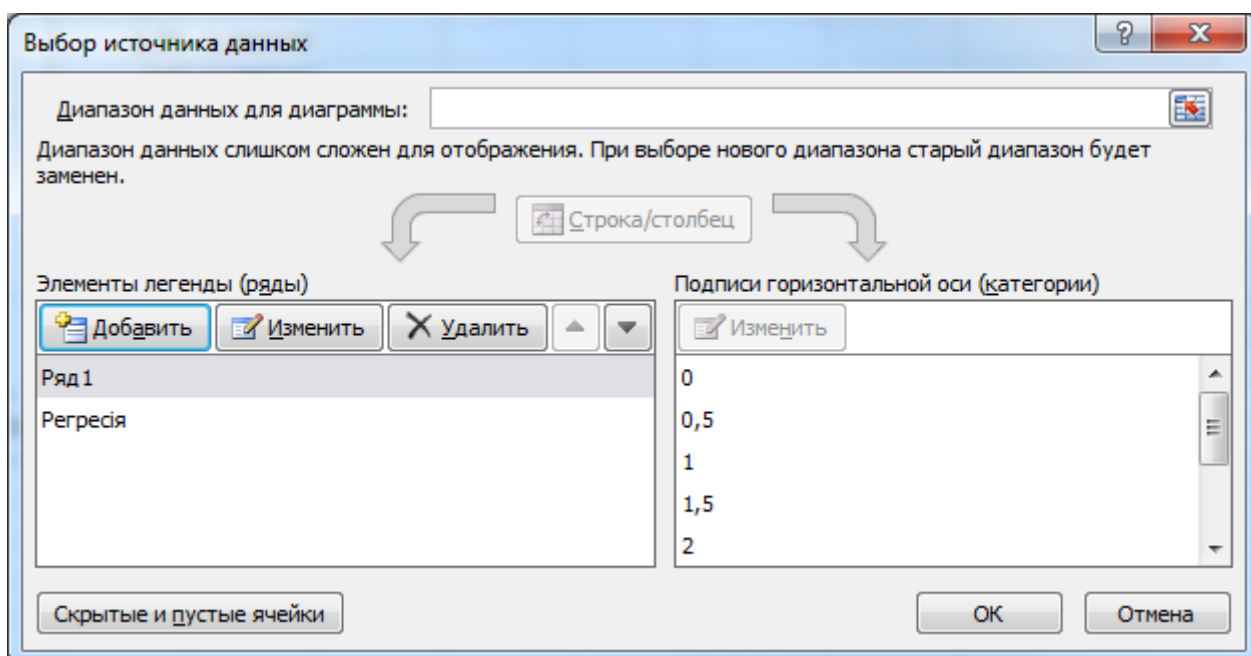


Рис. 2.56. Вікно **"Выбор источника данных"**

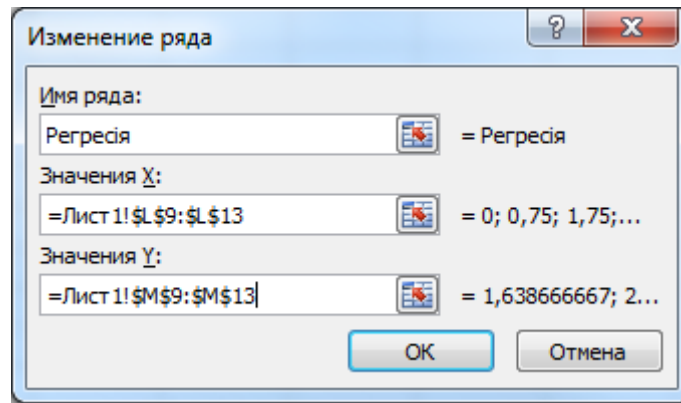


Рис. 2.57. Вікно "Изменение ряда"

У якості імені введемо "Регресія", у якості "Значения X:" L9:L13, у якості "Значения Y:": M9:M13.

Після форматування графіка робочий аркуш прийме вид, зображений на рис. 2.58.

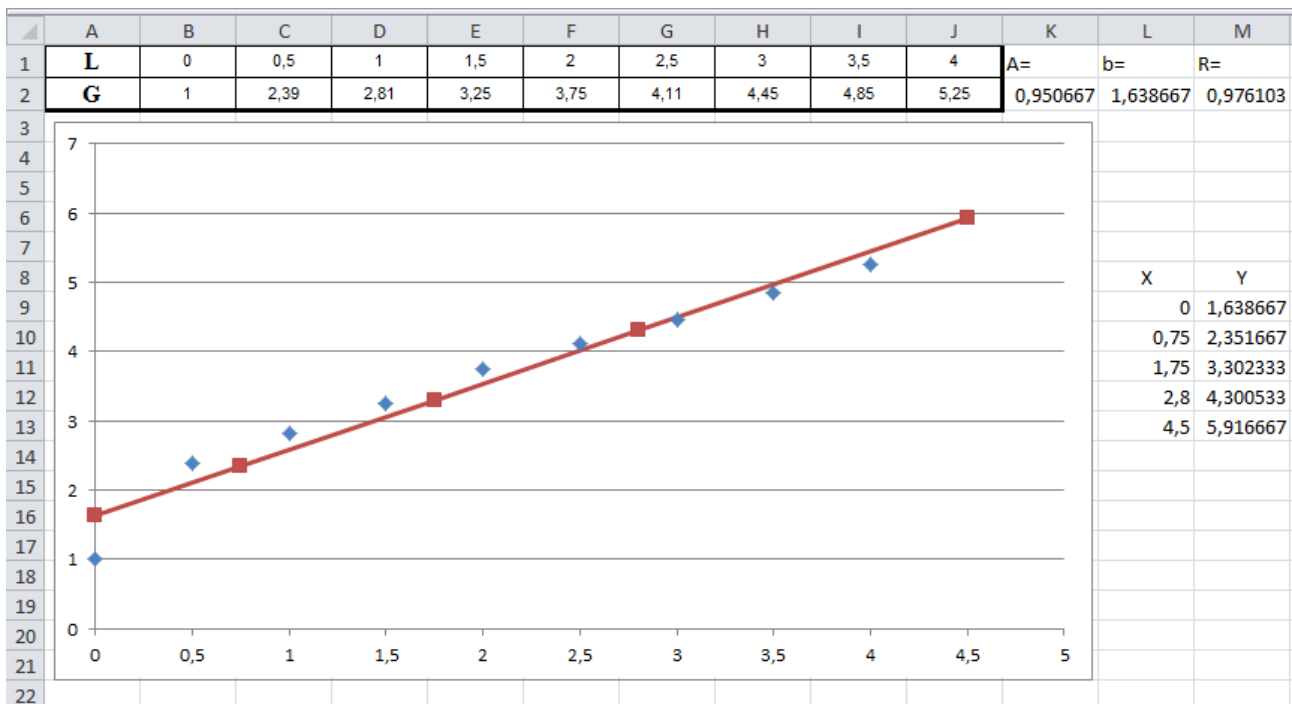


Рис. 2.58. Вигляд робочого аркуша

Квадратична функція

Необхідно визначити параметри функції $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$.

Складемо функцію:

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2]^2$$

Для цієї функції запишемо систему рівнянь (2.8.2):

Зробимо заміну $Y = \ln y$; $X = \ln x$. Одержимо лінійну залежність $Y = A + bX$. Знайдемо коефіцієнти лінії регресії A і b . Визначаємо $a = e^A$. Ми одержали значення параметрів функції $y = ax^b$.

Підбір параметрів функції $y = ae^{bx}$

Прологарифмуємо вираз $y = ae^{bx}$: $\ln y = \ln a + bx \ln e$.

Проведемо заміну $Y = \ln y$, $A = \ln a$. Знову одержуємо лінійну залежність $Y = bX + A$. Знайдемо A і b . Потім визначимо $a = e^A$.

Нижче наведені заміни змінних, які перетворюють функції виду $y = f(x, a, b)$ до лінійної залежності $Y = Ax + B$.

Таблиця 2.8.2 – Заміни змінних

$Y = f(x, a, b)$	Заміна
$y = \frac{1}{ax + b}$	$Y = \frac{1}{y}$
$y = \frac{x}{ax + b}$	$Y = \frac{1}{y}; X = \frac{1}{x}$
$y = \frac{1}{a + be^{-x}}$	$Y = \frac{1}{y}; X = e^{-x}$

Підбір параметрів функції $y = a^{xb} e^{cx}$

Прологарифмуємо вираз $y = a^{xb} e^{cx}$, після логарифмування він набуде вигляду:

$$\ln(y) = \ln(a) + b \ln(x) + cx \ln(e) \quad (2.8.9)$$

Зробимо заміну $Y = \ln(y)$, $A = \ln(a)$. Після заміни вираз (2.8.9) набуває вигляду

$$Y = A + b \ln(x) + cx \quad (2.8.10)$$

Для функції (2.8.10) складемо функцію S (див. (2.8.1))

$$S(A, b, C) = \sum_{i=1}^n (y_i - A - b \cdot \ln(x_i) - c \cdot x_i)^2 \quad (2.8.11)$$

Параметри A , b і c слід вибрати таким чином, щоб функція S була мінімальною. Необхідною умовою мінімуму S є співвідношення (2.8.2). Підставимо (2.8.11) в (2.8.2), і після елементарних перетворень одержимо систему трьох лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів A , b і c .

$$\begin{aligned}
 nA + b \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + c \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n y_i \\
 A \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + b \sum_{i=1}^n (\ln(x_i))^2 + c \sum_{i=1}^n (x_i \cdot \ln(x_i)) &= \sum_{i=1}^n (y_i \cdot \ln(x_i)) \\
 A \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n (x_i \cdot \ln(x_i)) + c \sum_{i=1}^n (x_i^2) &= \sum_{i=1}^n (y_i x_i)
 \end{aligned}
 \tag{2.8.12}$$

Розв'язавши систему (2.8.12), одержимо значення А, b і с. Після чого обчислюємо $a=e^A$.

Побудова різних апроксимуючих залежностей в MS Excel реалізоване у вигляді властивості діаграми - **лінія тренду**.

ПРИКЛАД 2.8.2. У результаті експерименту була визначена деяка таблична залежність. Вибрати й побудувати апроксимуючу залежність. Побудувати графіки табличної й підібраної аналітичної залежності. Обчислити очікуване значення в зазначених крапках.

Таблиця 2.8.3 – Результати експерименту

$x_1 = 0,1539, x_2 = 0,2569, x_3 = 0,28$						
X	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20
Y	4,4817	4,4930	5,4739	6,0496	6,6859	7,3891

Розв'язок задачі можна розбити на наступні етапи:

1. Введення вихідних даних і побудова крапкового графіка (рис. 2.59).
2. Додавання до цього графіка лінії тренда.

Розглянемо цей процес докладно.

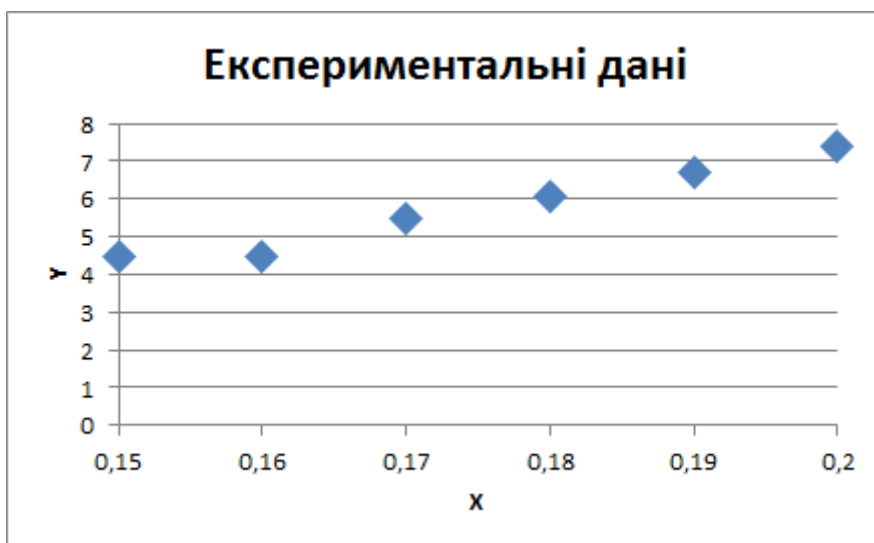


Рис. 2.59. Крапковий графік експериментальних даних

Виділимо експериментальні крапки на графіку, клацнемо правою кнопкою миші й скористаємося командою "Добавить линию тренда". Діалогове вікно, що з'явилося (рис. 2.60) дозволяє побудувати апроксимуючу залежність. На першій вкладці цього вікна вказується вид апроксимуючої залежності (у нашому випадку необхідно вибрати поліноміальну залежність другого ступеня). На інших визначаються параметри побудови.

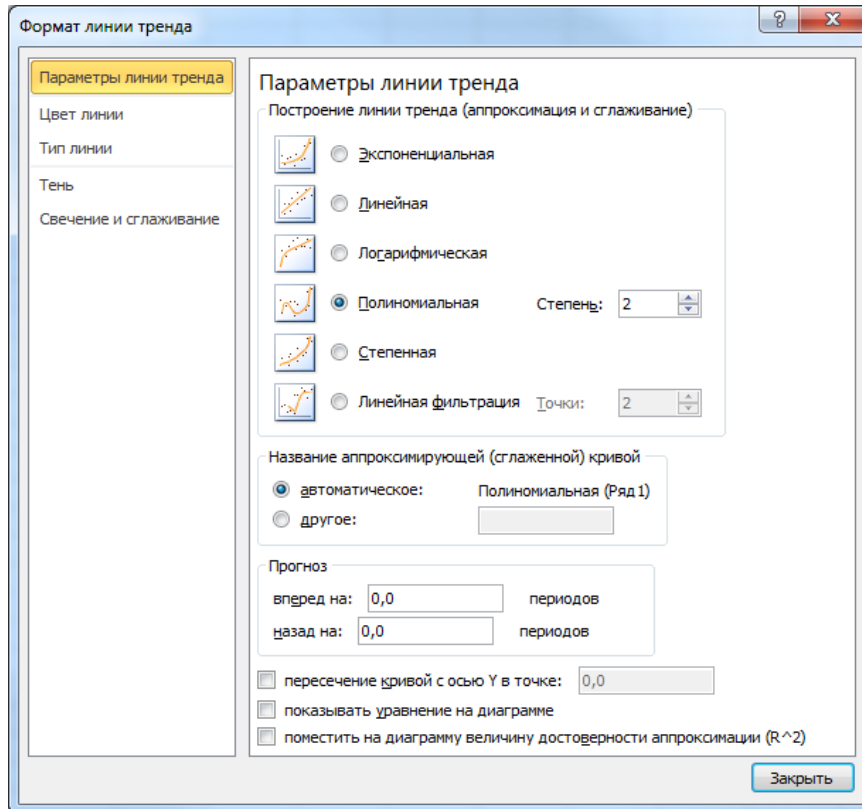


Рис. 2.60. Діалогове вікно "Формат линии тренда"

На рис. 2.61 зображена отримана діаграма.

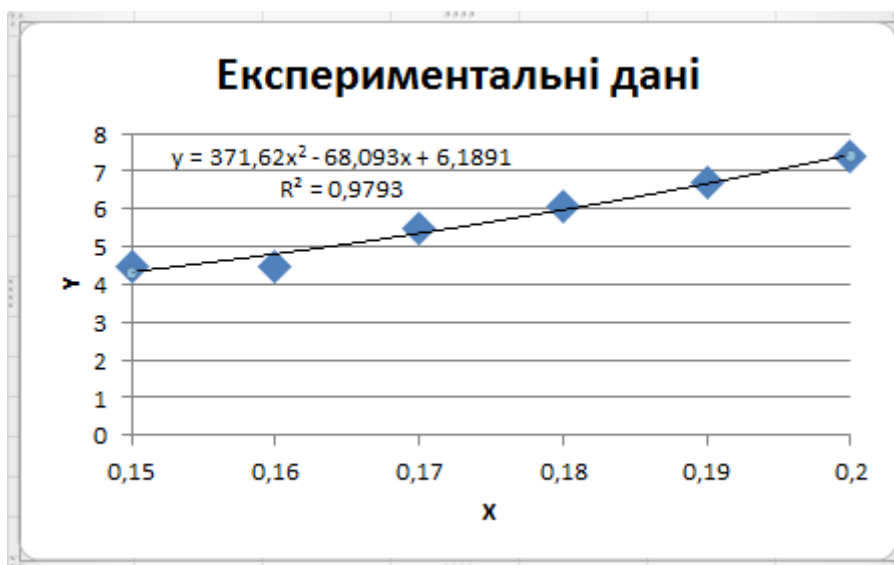


Рис. 2.61. Отримана діаграма

Для розрахунків очікуваних значень в крапках 0,1539, 0,2569, 0,28 уведемо ці значення у комірки B4:D4. У комірку B5 введемо формулу підібраної апроксимуючої залежності ($=371,62*B4^2-68,093*B4+6,1891$) і скопіюємо її у комірки C5, D5. Фрагмент робочого аркуша прийме вид (рис. 2.62):

	A	B	C	D	E	F	G
1	$x_1 = 0,1539, x_2 = 0,2569, x_3 = 0,28$						
2	X	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2
3	Y	4,4817	4,493	5,4739	6,0496	6,6859	7,3891
4							
5		0,1539	0,2569	0,28			
6		4,511485	13,22204	16,25807			

Рис. 2.62. Фрагмент робочого аркуша

Додамо отримані розрахункові значення на діаграму. Для цього на діаграмі виділимо експериментальні значення, клацнемо правою кнопкою миші й виберемо команду **"Выбрать данные..."**. Додамо туди **"Розраховані значення"**.

У результаті діаграма прийме вид зображений на рис. 2.63. Аналогічно за допомогою лінії тренда можна підібрати й параметри інших типів залежностей (лінійної, логарифмічної й експонентної і т.д.).

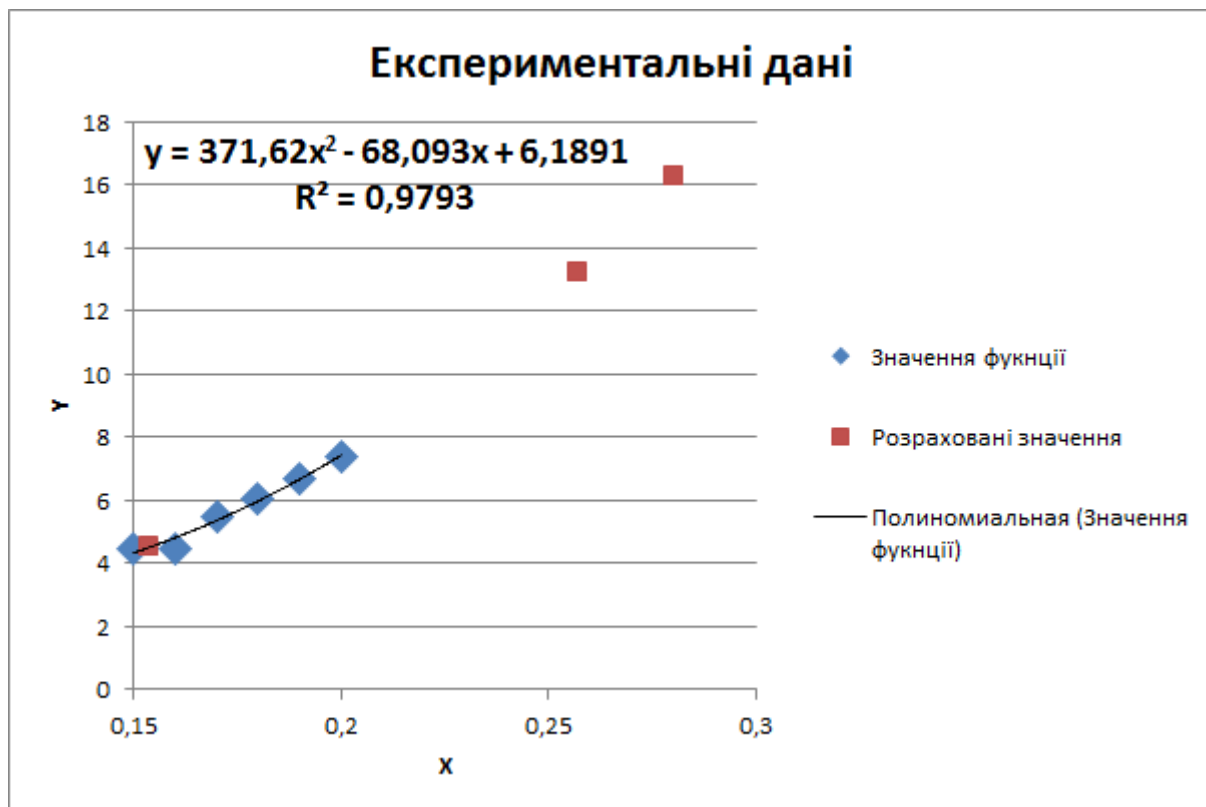


Рис. 2.63. Отримана діаграма

ПРИКЛАД 2.8.3. У результаті експерименту отримана залежність $z(t)$:

Таблиця 2.8.4 – Таблична експериментальна залежність

T	0,66	0,9	1,17	1,47	1,7	1,74	2,08	2,63	3,12
Z	38,9	68,8	64,4	66,5	64,95	59,36	82,6	90,63	113,5

Підібрати коефіцієнти залежності $Z(t)=At^4+Bt^3+Ct^2+Dt+K$ методом найменших квадратів.

Це завдання еквівалентне завданню знаходження мінімуму функції п'яти змінних:

$$S(A,B,C,D,K) = \sum_{i=1}^9 [z_i - At_i^4 - Bt_i^3 - Ct_i^2 - Dt_i - K]^2 \rightarrow \min \quad (2.8.13)$$

Уведемо табличну залежність у робочий аркуш MS Excel і побудуємо графік функції (рис. 2.65)

Розглянемо процес розв'язку задачі оптимізації (2.8.13). Нехай значення A, B, C, D і K зберігаються у комірках K1:K5. У комірку B23 введемо значення функції $At^4+Bt^3+Ct^2+Dt+K$ у першій крапці (комірка B1):

$$B23 = \$K\$1*B1^4 + \$K\$2*B1^3 + \$K\$3*B1^2 + \$K\$4*B1 + \$K\$5.$$

Одержимо очікуване значення (на початку 0) у крапці B1. Потім розтягнемо цю формулу на весь діапазон B23:J23. У комірку B24 введемо формулу, що обчислює квадрат різниці між експериментальними й розрахунковими крапками:

$$B24 = (B23-B2)^2,$$

і розтягнемо її на діапазон B24:J24. У комірці B25 будемо зберігати сумарну квадратичну помилку (2.8.13). Для цього введемо формулу:

$$B25 = СУМ(B24:J24).$$

Тепер залишилося за допомогою команди "Данные" ► "Анализ" ► "Поиск решения" вирішального блоку розв'язати завдання оптимізації без обмежень, заповнивши відповідним чином діалогове вікно, що з'явилося (рис. 2.64). Слід відмітити, що галочка "Сделать переменные без ограничений неотрицательными" повинна бути відсутня.

Результатом роботи вирішального блоку буде вивід у комірки K1:K5 значень параметрів функції $At^4+Bt^3+Ct^2+Dt+K$. У комірках B23:J23 одержимо очікувані значення функції у вихідних точках. Помістимо ці крапки у вигляді окремої лінії на графіку. У комірці B25 буде зберігатися сумарна квадратична помилка. Рис. 2.64 відображає зовнішній вигляд робочого аркуша MS Excel після проведених обчислень.

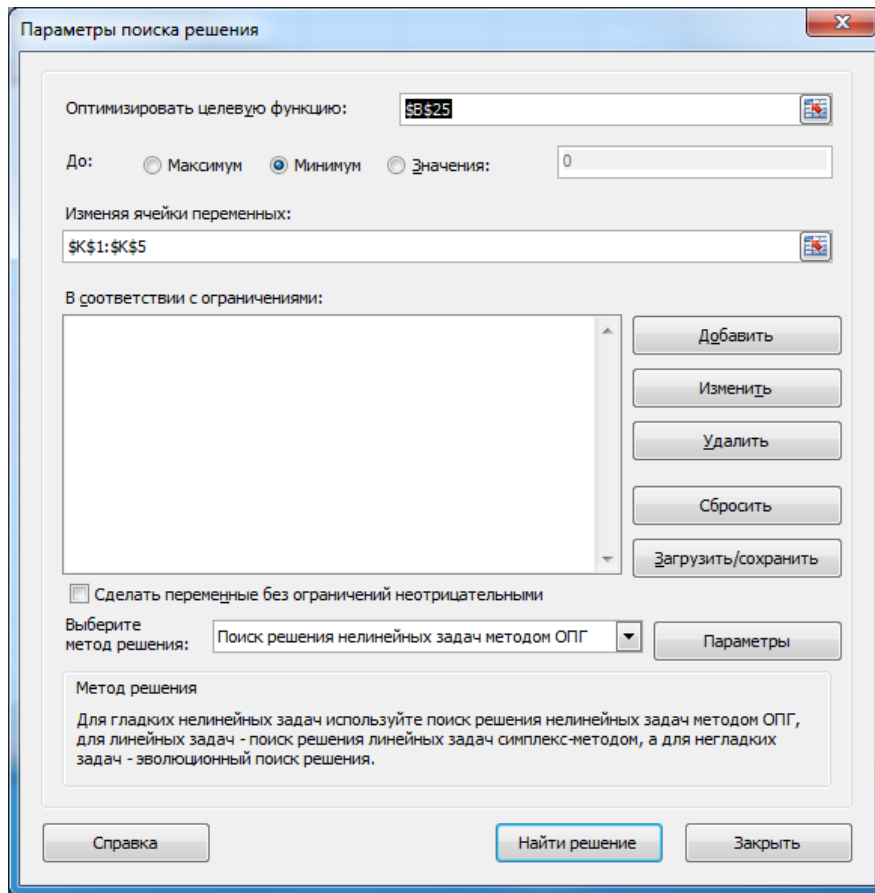


Рис. 2.63. Діалогове вікно "Параметри поиска решения"

Таким чином, використання вирішального блоку - це один з ефективних способів реалізації методу найменших квадратів за допомогою MS Excel.

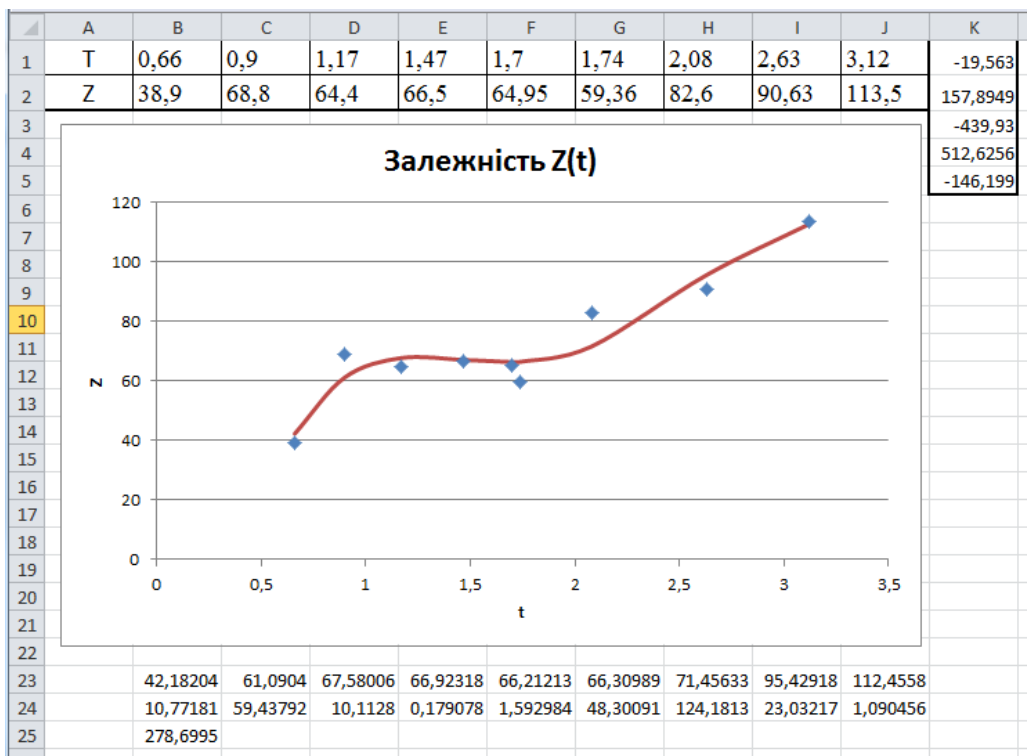


Рис. 2.64. Зовнішній вигляд робочого аркуша після проведених обчислень

Варіанти завдань

1. На першому робочому аркуші документа MS Excel ввести вихідні дані, відповідно до варіанта завдання. Проаналізувати експериментальну залежність. Побудувати графік експериментальних крапок.

2. На другому робочому аркуші засобами MS Excel розрахувати коефіцієнти регресії, коефіцієнт кореляції, середньоквадратичні відхилення й сумарну помилку. Побудувати в одній графічній області експериментальні крапки й лінію регресії.

3. Третій робочий аркуш повинен містити обчислення коефіцієнтів функціональної залежності, відповідно до варіанта завдання. Розрахунки коефіцієнтів зробити аналітично за допомогою методу найменших квадратів, звівши завдання до завдання оптимізації. Побудувати в одній графічній області експериментальні крапки й графік підібраної функціональної залежності. Визначити сумарну помилку.

4. На четвертому робочому аркуші побудувати лінію тренда, якщо це можливо. Переконайтеся в тому, що обчислені в п.3 коефіцієнти збігаються з коефіцієнтами лінії тренда. Провести порівняльний аналіз отриманих результатів і побудувати в одній графічній області графік експериментальних крапок, лінію регресії й графік отриманої експериментальної залежності.

5. Озаглавити робочі аркуші згідно з тематикою обчислень. Вихідні дані, результати обчислень і графіки супроводжувати відповідними підписами й поясненнями.

Варіант №1. $P(s)=As^3+Bs^2+Cs+D$

s	0,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
P	10,00	50,10	39,58	15,40	23,68	33,60	57,78	100,90	149,50	256,00

Варіант № 2. $G(s)=Ae^{bs}$

s	0,5	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
G	3,99	5,65	6,41	7,71	11,215	17,611	27,83	38,19	39,3

Варіант № 3. $K(s)=As^b$

s	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
K	1,65	2,1	2	2,1	2,3	2,4	2,22	2,59

Варіант № 4. $V(s)=As^b e^{Cs}$

s	0,2	0,7	1,2	1,7	2,2	2,7	3,2
V	2,3198	2,9569	2,3999	6,4357	6,5781	6,9459	14,6621

Варіант № 5. $W(s)=A/(Bs+C)$

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9
W	0,529	0,298	0,267	0,171	0,156	0,124	0,1	0,078	0,075

Варіант № 6. $Q(s)=As^2+Bs+C$

s	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
Q	5,21	4,196	3,759	3,672	4,592	4,621	5,758	7,173	9,269

Варіант № 7. $Y=x/(Ax-B)$

x	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
Y	0,61	0,6	0,592	0,58	0,585	0,583	0,582	0,57	0,572	0,571

Варіант № 8. $V=1/(A+Be^{-U})$

u	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
V	5,197	7,78	11,14	15,09	19,24	23,11	26,25	28,6	30,3

Варіант № 9. $R=At^B+14,5$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	2,11	5,2	5,15	19,27	18,2	30,37	32	31	30,22	31,2

Варіант № 10. $R=Ch^2+Dh+K$

h	2	4	6	8	10	12	14	16
R	0,035	0,09	0,147	0,1	0,24	0,28	0,31	0,34

Варіант №11. $G=DL+K$

l	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
G	2	2,39	2,81	3,25	3,75	4,11	4,45	4,85	5,25

Варіант № 12. $Y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Y	14,5	25	26,9	83,75	89,9	219,1	326,1	464	637,5

Варіант № 13. $Y=Ax^3+Cx+D$

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Y	6,5	20,38	46,4	88,63	151,1	237,9	535	500,3	684,5

Варіант № 14. $R=Ch^2+K$

h	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
R	7,5	14,25	23,7	25,86	50,7	68,25	88,5	111,5

Варіант № 15. $Z=At^4+Ct^2+K$

t	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Z	2,2	10,6	35,6	90	191,1	359,2	618,7	997,9	1598,5

Варіант № 16. $Z=At^4+Bt^3+Dt+K$

t	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Z	2,21	9,83	30,5	74,5	155,2	288,86	494,5	794,69	1214,6

Варіант № 17. $Z=At^4+Bt^3+Ct^2+K$

t	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Z	5,25	13,4	31,29	64,64	121,23	209,94	341,23	527,14	751

Варіант № 18. $Z=At^4+Dt+K$

t	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
Z	0,5	1,35	2,37	3,8	5,8	8,65	12,57	18,05	0,86

Варіант № 19. $Y=Ax^3+D$

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
Y	3,6	3,59	3,65	3,96	4,12	4,86	5,67	6,85	8,42	10,47

Варіант № 20. $R=At^B$

t	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
R	2,19	14,8	57,15	163,2	384,5	793,5	1486	2585,5	4242,22

Варіант № 21. $W(s)=1/(Bs-C)$

s	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
W	0,19	0,17	0,15	0,14	0,13	0,12	0,11	0,1	0,9

Варіант № 22. $V(s)=s^b e^{Cs}$

s	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
V	20	33	52,5	83,5	130,2	202,5	310	475	1079	1614	

Варіант № 23. $Y(x)=x/(Ax+B)$

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Y	0,214	0,221	0,2237	0,2258	0,2262	0,2268	0,2275	0,2283	0,2288

Варіант № 24. $V(s)=Ase^{Cs}$

s	1	2	3	4	5	6	7	8
V	43,75	32,25	17,83	8,76	4	1,77	0,76	0,32

Варіант № 25. $V(s)=As^b e^s$

s	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
V	6,5	8,71	12,67	18,6	27,63	42,61	65,6	101,86

Варіант № 26. $V=(A+Be^u)$

u	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
V	3,597	4,597	5,5984	7,5987	11,269	17	26,5096	42,1599

Варіант №27. $G(L)=D/L+K$

L	1	1,13	1,25	1,38	1,5	1,63	1,75	1,88	2
G	3,8	3,2	2,6	2,2	1,8	1,6	1,4	1,3	1,1

Варіант № 28. $V(s)=As^B$

s	1	2,3	2,9	4,1	5,2	5,9	6,8	8,1	9,2
V	2,4	2,9	58,5	165,5	337,5	493	754,5	11275	1868

Варіант № 29. $K(s)=Ae^{Sb}$

s	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
K	2,2	3,73	6,25	10,49	17,61	29,65	49,84	140,9	237,1

Варіант № 30. $Z(t)=At^5+Bt^4+Ct^3+Dt^2+Kt+L$

t	0,66	0,9	1,17	1,47	1,7	1,74	2,08	2,63	3,12
Z	38,9	68,8	64,4	66,5	64,95	59,36	82,6	90,63	113,5

Література

Основна література:

1. Краинский И. Word 2007. Популярный самоучитель. – СПб. : Питер. – 2008. – 240 с. : ил. – (Серия "Популярный самоучитель").
2. Голышева А.В., Ерофеев А.А. Word 2007 "без воды". Все, что нужно для уверенной работы. – СПб. : Наука и техника. – 2008. – 192 с. : ил.
3. Анеликова Л.А. Лабораторные по Excel. – М. : СОЛОН-ПРЕСС. – 2006. – 128 с. : ил. – (Серия "Элективный курс * Профильное обучение").
4. Вонг У. Microsoft Office 2007 для "чайников". : Пер. с англ. – М. : Издательский дом "Вильямс". – 2008. -355 с. : ил.
5. Харвей Г. Excel 2003 для "чайников". Полный справочник. : Пер. с англ. – М. : Издательский дом "Вильямс". – 2005. – 688 с. : ил. – Парал. тит. англ.
6. Харвей, Грег. Excel 2007 для "чайников". Полный справочник. : Пер. с англ. -М.-Издательский дом "Вильямс", 2007. - 384 с.: ил. - Парал. тит. англ.
7. Уокенбах Дж., Банфилд К. Microsoft Office Excel 2007 для "чайников". Краткий справочник. : Пер. с англ. – М. : ООО "И.Д. Вильямс". – 2007. – 384 с. : ил. – Парал. тит. англ.
8. Вонг У. Office 2003 для "чайников". : Пер. с англ. – М. : Издательский дом "Вильямс". – 2004. – 336 с. : ил. – Парал. тит. англ.
9. Веденева Е.А. Функции и формулы Excel 2007. Библиотека пользователя. – СПб. : Питер – 2008. – 384 с. : ил. – (Серия "Библиотека пользователя").

Додаткова література:

1. В. Пасько, А. Колесников. Самоучитель работы персональном компьютере: 2-е изд. доп. – К.: Издательская группа ВНУ. – 2000. – 656 с.
2. Микляев А.П. Настольная книга пользователя IBM PC. Изд. 2-е изд., доп. – М.: Солон. – 1998. – 608 с.
3. Комягин А.В. Word 7.0 в примерах. – М.: Бином. – 1997. – 364 с.
4. Пасько А.И. Word 97. – К. : ВНУ-Киев. – 1998. – 320 с.
5. Мэнсфилд Р. Excel 7.0 для занятых. /Перев. з англ. – СПб. : Питер. – 1997. – 304 с.
6. Персон С. MS Excel 97 в оригинале. В 2-х томах. – СПб. : ВНУ-Петербург. – 1998.
7. Карберг К. Бизнес-анализ при помощи Excel. – К. : Диалектика. – 1999. – 500 с.
8. Джон Уокенбах. Microsoft Excel. Библия пользователя.: - М.: Издательский дом "Вильямс". – 2001. – 873 с.

Додаток А. Приклад оформлення титульної сторінки

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"
ПРИЛАДОБУДІВНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

Кафедра наукових, аналітичних та екологічних приладів і систем

**КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ № []
"Назва практикуму"**

з дисципліни
"Офісні комп'ютерні технології"

Виконав(ла) студент(ка)
групи ПН-[]
Прізвище І.П.

Перевірив доцент
кафедри НАЕПС
к.т.н. Маркін М.О.

КИЇВ 201[]