

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ НАВЧАЛЬНО-  
НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ ТА ІНФОРМАТИЗАЦІЇ

КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

факультету Інформаційних технологій

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

З ДИСЦИПЛІНИ

“ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ ТА ДІАГНОСТИКИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ І  
РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ”

Вишнівський В.В.

Київ – 2015

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ НАВЧАЛЬНО-  
НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ ТА ІНФОРМАТИЗАЦІЇ

КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

факультету Інформаційних технологій

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

З ДИСЦИПЛІНИ

“ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ ТА ДІАГНОСТИКИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ І  
РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ”

Вишнівський В.В.

Затверджено вченою радою навчально-наукового  
інституту Телекомунікації та інформатизації ДУТ як  
навчальний посібник для студентів вищих  
навчальних закладів

Київ – 2015

Гриф надано навчально-  
науковим інститутом

Телекомунікацій та інформатизації ДУТ  
(протокол № 5 від 26.01.2015 р.)

Рецензенти: д.т.н., проф. Жердев М.К., к.т.н., доц. Пампуха І.В.

### **Вишнівський В.В.**

Основи надійності та діагностики телекомунікаційних і радіотехнічних систем. Конспект лекцій підготовлено для самостійної роботи студентів вищих навчальних закладів. Київ: ННІТІ ДУТ, 2015. – 142 с.

Дисципліна «Основи надійності та діагностики телекомунікаційних і радіотехнічних систем» має за мету дати студентам теоретичні знання і практичні навички про основи надійності і ефективності засобів зв'язку, а також засвоїти теоретичні методи провчення технічного обслуговування, діагностування та ремонту, які направлені на підтримання високого коефіцієнта готовності.

Розглянуто показники безвідмовності ремонтпридатності, довговічності та зберігаємості елементів та систем засобів зв'язку. Комплексні показники надійності. Структурна схема надійності. Статистична оцінка показників надійності. Точкові та інтервальні оцінки надійності.

Резервування. Оцінка надійності систем з резервуванням без відновлення та з відновленням. Перспективи рішення проблем забезпечення надійності.

Основні поняття технічної діагностики (ТД). Проблеми ТД на сучасному етапі. Принципи організації систем ТД. Автоматизовані системи діагностування. Моделювання аналогових і цифрових об'єктів діагностування (ОД). Методи та засоби пошуку несправності. Тести технічного діагностування. Тести пошуку несправностей.

Конспект лекцій призначений для студентів, які навчаються за спеціальностями з напрямку “Телекомунікації”, а також може бути корисний для аспірантів, викладачів навчальних закладів відповідних спеціальностей.

## ПЕРЕДМОВА

Розвиток і удосконалення засобів зв'язку, характерне для сучасного етапу науково-технічної революції, здійснюється в напрямку широкої автоматизації, збільшенні кількості завдань, які виконуються, і поліпшення якості їхнього розв'язання. Це стало можливим завдяки використанню нової елементної бази та передових досягнень науки і техніки

Швидкий розвиток науково-технічного прогресу викликав докорінні зміни, які полягають в тому, що сучасні складні технічні системи стали мати такі властивості (адаптація, інваріантність, самонастроювання), які відсутні в складових компонентах систем. Значно підвищилася їхня реальна ефективність, тобто зросли потенційні можливості виконання своїх функцій.

У той же час ускладнювалася структура систем, більшість яких мають у своєму складі десятки мільйонів комплектуючих елементів. Недостатній рівень експлуатаційної надійності елементів викликав значні труднощі в організації експлуатації та ремонту систем, зросли втрати часу на контроль працездатності і локалізацію відмов, що виникають.

Таким чином, при створенні сучасних засобів зв'язку спостерігаються протиріччя між значними потенційними можливостями цих складних систем і їхньою реальною ефективністю, які обумовлені недостатнім рівнем їхньої експлуатаційної надійності. Усунення цього протиріччя шляхом забезпечення необхідної надійності складних систем у процесі тривалої експлуатації - одна з найактуальніших проблем сучасної техніки, на розв'язання якої спрямовані зусилля вчених, конструкторів, інженерів.

Основи надійності й експлуатації засобів зв'язку є необхідною умовою правильного розуміння сутності проблеми й обґрунтованого підходу до вибору шляхів і методів підвищення експлуатаційної надійності. Конспект лекцій «Основи надійності та діагностики телекомунікаційних і радіотехнічних систем» містить у собі наступні взаємозалежні розділи: основні поняття й терміни в теорії надійності і експлуатації; кількісні показники надійності, методи розрахунку показників надійності, методи оцінки показників надійності в процесі випробувань й експлуатації, методи забезпечення надійності, технічна діагностика.

<b>ЗМІСТ</b>	
<b>ЛЕКЦІЯ 1. ЗАСОБИ ЗВ'ЯЗКУ, ПРОБЛЕМИ ЇХ НАДІЙНОСТІ І ЕКСПЛУАТАЦІЇ</b>	<b>7</b>
1.1. Загальна характеристика дисципліни	7
1.2. Зміст і заходи технічного забезпечення	7
1.3. Експлуатація. Основні поняття теорії надійності	9
1.4. Показники безвідмовності об'єктів, які не відновлюються	17
<b>ЛЕКЦІЯ 2. КІЛЬКІСНІ ПОКАЗНИКИ РЕМОНТОПРИДАТНОСТІ</b>	<b>25</b>
2.1. Показники безвідмовності відновлюваних об'єктів. Математичні моделі безвідмовності	25
2.2. Показники ремонтпридатності	37
<b>ЛЕКЦІЯ 3. КОМПЛЕКСНІ ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ</b>	<b>45</b>
3.1. Показники довговічності й збережуваності.	45
3.2. Коефіцієнт готовності	46
3.3. Коефіцієнт технічного використання	49
<b>ЛЕКЦІЯ 4. ІНЖЕНЕРНІ МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ</b>	<b>52</b>
4.1. Поняття структурної схеми надійності (ССН)	52
4.2. Основні розрахункові співвідношення для показників безвідмовності	53
4.3. Інженерні методи обчислення показників безвідмовності	57
<b>ЛЕКЦІЯ 5. ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕРВАЛЬНИХ ОЦІНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ</b>	<b>63</b>
5.1. Загальна постановка завдань статистичної оцінки показників надійності об'єктів	63
5.2. Точкові та інтервальні оцінки показників надійності	66
5.3. Визначення інтервальної оцінки середнього наробітку на відмову та середнього часу відновлення	69
<b>ЛЕКЦІЯ 6. ВІДПОВІДНІСТЬ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ВИМОГАМ ТЕХНІЧНИХ УМОВ</b>	<b>75</b>
6.1. Визначення інтегральної оцінки коефіцієнта готовності	75
6.2. Перевірка відповідності показників надійності вимогам технічних умов	76
<b>ЛЕКЦІЯ 7. ШЛЯХИ ТА МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ</b>	<b>82</b>
7.1. Фактори, що впливають на надійність	82
7.2. Види резервування. Класифікація способів структурного резервування	86
7.3. Загальна методика оцінки надійності резервованих систем без відновлення	89
7.4. Методика оцінки надійності резервованих систем з відновленням	96

<b>ЛЕКЦІЯ 8. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ</b>	104
8.1. Основні поняття та задачі технічної діагностики. Математичні моделі аналогових об'єктів	104
8.2. Алгоритми діагностування аналогових об'єктів.	116
<b>ЛЕКЦІЯ 9. ТЕСТИ ТА АЛГОРИТМИ ДІАГНОСТУВАННЯ ЦИФРОВИХ ОБ'ЄКТІВ</b>	122
9.1. Загальні питання моделювання цифрових об'єктів діагностики	122
9.2. Двійкове дедуктивне моделювання	
9.3. Метод активізації шляхів	134
<b>ЛІТЕРАТУРА</b>	141

# ЛЕКЦІЯ 1. ЗАСОБИ ЗВ'ЯЗКУ, ПРОБЛЕМИ ЇХ НАДІЙНОСТІ І ЕКСПЛУАТАЦІЇ

## 1.1. Загальна характеристика дисципліни

Один із важливих напрямків у науці й техніці - це створення й експлуатація складних об'єктів телекомунікаційних і радіотехнічних систем з метою підвищення ефективності їх експлуатації.

Усю телекомунікаційну і радіотехнічну техніку, що перебуває в експлуатації, можна подати у вигляді радіоелектронних пристроїв, систем або комплексів.

Радіоелектронний пристрій - це прилад певного функціонального призначення. Прикладом можуть служити радіопередавальні, радіоприймальні, антенно-фідерні та інші пристрої. Радіоелектронні пристрої старого парку (виконані на електронній базі першого й другого покоління) діляться на блоки, вузли, каскади й елементи. Пристрої, виконані на новій елементній базі (третього і четвертого покоління), діляться на блоки, субблоки, типові елементи заміни та модулі.

Сукупність функціонально зв'язаних між собою радіоелектронних пристроїв й іншої допоміжної апаратури (контрольно-вимірювальних приладів, апаратури енергоживлення, життєзабезпечення та ін.), службовців для виконання певного завдання становить радіотехнічну станцію або радіотехнічну систему.

В експлуатаційно-технічному плані такі системи являють собою складні комплекси РЕТ, що перебувають під впливом факторів зовнішнього середовища, що вимагають добре підготовлених фахівців для обслуговування й величезних експлуатаційних витрат для забезпечення нормального функціонування.

Таким чином, залежно від призначення і розв'язуваних завдань телекомунікаційні і радіотехнічні системи мають різний склад, технічні характеристики й розташовуються найчастіше в різних пунктах. У зв'язку із цим доцільно розглядати експлуатаційні процеси стосовно до радіоелектронного пристрою й лише в окремих випадках - до системи у цілому.

## 1.2. Зміст і заходи технічного забезпечення

До складних технічних систем, до яких зараховуються як окремі об'єкти РЕТ, так і комплекси РЕТ, часто використовують поняття *життєвого циклу системи* [3-5]. Введення цього поняття пов'язане з тим, що складна система дуже змінюється від моменту виникнення її задуму, до припинення функціонування, списання й демонтажу. Вона народжується, росте, розвивається, старіє й відмирає, що нагадує життєвий шлях людини. Зміна й удосконалювання об'єктів РЕТ таких як РЛС, КЗА, ремонтні модулі військових ремонтних органів й інші, пов'язані із тривалістю і складнощами їхнього проектування, досвідченого відпрацьовування й експлуатації, а також з істотною зміною цілей і завдань, розв'язуваних системою, і постійним розширенням технічних можливостей її вдосконалювання за рахунок науково-технічного прогресу.

Зміна завдань протягом життєвого циклу, які повинні вирішувати об'єкти РЕТ, а також їх моральне і фізичне старіння приводять до необхідності створення нових або модернізації старих зразків. Ресурс РЕТ і період її морального старіння складає в середньому 10-20 років, після цього виникає потреба в новому зразку РЕТ. Однак створення нового зразка змушує частково або повністю змінювати

всю систему РЕТ, що вимагає більших затрат засобів і часу, тому звичайно через кілька років експлуатації намагаються провести модернізацію (часткове поліпшення або зміну) як окремих об'єктів РЕТ, так і сукупності комплексів РЕТ.

Типовий життєвий цикл об'єкта РЕТ складається з наступних стадій: дослідження й обґрунтування розробки, розробка, виробництво, експлуатація й всі види ремонту, якщо це передбачено документацією на РЕТ.

Дослідження та обґрунтування розробки включає пророблення, науково-дослідні роботи (НДР), розробку технічної пропозиції або аванпроекту. У процесі пророблення замовник формує вихідні дані й технічні завдання на НДР, аванпроект і дослідно-конструкторські роботи, які виконує розроблювач.

У ході НДР ведуться теоретичні та експериментальні дослідження, вишукування принципів і шляхів створення нових або модернізація існуючих об'єктів РЕТ. В аванпроекті здійснюють техніко-економічні обґрунтування й розробляють технічні завдання на дослідно-конструкторську роботу (ДКР). До цього етапу звичайно складається кооперація організацій-розроблювачів.

Розробка містить у собі ДКР зі створення РЕТ. На початковому етапі ескізного проектування головна проектна організація на основі аванпроекту розробляє для суміжних організацій технічні завдання на складові частини, основні елементи й комплектуючі складові.

Відповідно до технічного завдання аналізують і вибирають конструктивні схеми, виконують необхідні проектні розрахунки, моделюють робочі процеси вузлів, пристроїв, агрегатів і систем у лабораторних умовах, а також проводять математичне моделювання на персональних електронно-обчислювальних машинах (ПЕОМ).

Дослідне відпрацювання всього комплексу проводиться під час послідовних випробувань виробів за зростаючими ієрархічним рівнями. Так після успішного відпрацювання комплектуючих і складових елементів (окремих пристроїв, приладів, вузлів, конструкцій і т.д.) переходять до автономних випробувань на спеціально обладнаних стендах.

Після успішного автономного відпрацювання основних елементів РЕТ проводять комплексні випробування її складових частин. Їх мета - підготовка частин РЕТ до заводських випробувань у складі дослідного (експериментального) зразка на спеціальному стенді, а потім на відведеному полігоні.

За результатами наступних залікових (державних) випробувань, а також за даними проектної документації комісія ухвалює рішення щодо придатності об'єкта РЕТ до використання за призначенням, про ступінь і точність виконання технічних завдань або технічних вимог розробниками РЕТ. Комісія визначає перелік зауважень, після усунення яких можна почати серійне виробництво РЕТ. Одночасно завершують відпрацювання експлуатаційної документації, ведуть підготовку споруд і позицій, необхідних для розгортання дослідного зразка, першого (головного) й інших серійних зразків РЕТ, проводять підготовку фахівців-експлуатаційників.

Серійне виробництво основних елементів, складових частин й об'єктів РЕТ у цілому організують на заводах, здатних забезпечувати випуск заданої кількості зразків РЕТ. Процес серійного виробництва завершується на місці експлуатації, де зразок РЕТ розгортається, проводяться пусконаладжувальні роботи, а також комплексні випробування на відповідність тактико-технічних характеристик



нормативно-технічній документації. Результат цієї роботи є однією з умов введення в експлуатацію зразка РЕТ.

Далі настає найбільш тривалий етап життєвого циклу РЕТ - експлуатація, що може тривати 10-15 років і більше. За цей час розкриваються деякі конструктивні, технологічні й, особливо, експлуатаційні недоліки, які необхідно усунути. Крім того, можливе деяке вдосконалювання характеристик об'єкта РЕТ без істотної модернізації. Із цією метою проводять доопрацювання, тобто вносять зміни в конструкцію всіх експлуатованих до цього часу зразків РЕТ.

У загальному випадку експлуатація РЕТ містить наступні основні технологічні процеси:

приведення об'єктів РЕТ у готовність до застосування за призначенням;

підтримка РЕТ у цій готовності протягом заданого часу;

застосування комплектів РЕТ й усієї системи РЕТ за призначенням із заданою ефективністю.

Із часом через виробіток ресурсу, фізичного і морального старіння починається процес експлуатації, що переривається плановими ремонтами зі зняттям з готовності об'єкта РЕТ. Планові ремонти проводяться на підприємствах Міністерства оборони України із застосуванням різних технологій. Надалі внаслідок економічної недоцільності проведення чергових капітальних (планових) ремонтів РЕТ починається процес остаточного зняття об'єктів з готовності через неможливість їхнього подальшого використання за призначенням. Спеціально призначені комісії здійснюють списання об'єктів РЕТ і роблять висновок щодо їхнього подальшого використання (розбирання на деталі, використання в народному господарстві). На цьому закінчується життєвий цикл об'єктів РЕТ.

Показник відношення часу експлуатація до тимчасових параметрів інших етапів повинен бути якомога більшим, тому що цей показник характеризує економічну доцільність розробки й застосування об'єктів РЕТ за призначенням.

### **1.3. Експлуатація. Основні поняття теорії надійності**

Безперервне зростання складності об'єктів РЕТ, обумовлене розширенням кола розв'язуваних завдань при одночасному підвищенні вимог до ефективності функціонування системи в цілому (радіолокаційної системи угруповання РТВ), є об'єктивною тенденцією розвитку озброєння і військової техніки. Поряд з удосконалюванням тактико-технічних характеристик таких об'єктів проводиться значна робота з поліпшення їхньої надійності. Однак досвід військової експлуатації показує, що реальні показники експлуатаційної надійності об'єктів не завжди відповідають заданим вимогам, що приводить до зниження боєздатності військ і негативно позначається на повному використанні значно збільшених потенційних бойових можливостей озброєння й військової техніки.

До числа основних причин, що обумовили недостатній рівень експлуатаційної надійності об'єктів РЕТ, можна віднести наступні.

1. Недостатня увага з боку розробників озброєння і військової техніки до складання і реалізації науково-обґрунтованих програм забезпечення надійності на всіх стадіях життєвого циклу об'єктів і, як наслідок цього, недостатня ефективність цих програм; слабе методичне забезпечення планованих заходів і

робіт, що включає в себе сукупність нормативно-технічних і методичних документів щодо проведення аналізу й підвищення надійності систем.

2. Значне відставання темпів росту надійності комплектуючих елементів від ступеня складності об'єктів РЕТ і вимог до них за надійністю; тривалістю проходження нових зразків РЕТ від моменту їхнього створення до освоєння у виробництві й у військах.

3. Недостатня увага, що приділяється питанням забезпечення високої ремонтпридатності об'єктів РЕТ, особливо створюваних на елементній базі третього і четвертого поколінь, а також розробці науково-обґрунтованої системи ремонту РЕТ, виходячи із її структури, складу, призначення, особливостей експлуатації та застосування.

4. Незавершеність наукової теорії експлуатації, обумовленої труднощами дослідно-теоретичного дослідження питань експлуатації, що являє собою складну багатопараметричну, просторово-рознесену організаційно-технічну систему.

Таким чином зараз чітко визначилося протиріччя між значними потенційними можливостями об'єктів РЕТ та їх реальною бойовою ефективністю. Це протиріччя обумовлене ускладненням структури апаратури і її функціональних зв'язків, недостатнім рівнем надійності комплектуючих елементів й, як наслідок, серйозними труднощами в організації експлуатації та ремонту РЕТ, недостатньою кількістю кваліфікованого обслуговуючого персоналу, значними втратами часу на контроль працездатності і локалізацію виникаючих відмов.

Вирішення зазначеного вище протиріччя шляхом забезпечення високої надійності об'єктів РЕТ у процесі експлуатації складає сутність однієї з найактуальніших проблем сучасної техніки.

Під експлуатацією РЕТ розуміють сукупність організаційно-технічних заходів щодо підготовки використання РЕТ за призначенням, її технічного обслуговування та ремонту, зберігання і транспортування.

Питання безпосередньої підготовки РЕТ до застосування (перевірка, настроювання, регулювання), а також питання його використання за призначенням (бойового застосування) у процесі вивчення даної дисципліни не розглядаються. Тому, застосовуючи в подальшому термін "експлуатація", матимемо на увазі його складові: технічне обслуговування, ремонт, зберігання й транспортування.

Забезпечення надійності об'єктів РЕТ у цей час являє собою єдиний процес, що охоплює всі етапи їх життєвого циклу, починаючи із самих ранніх, що включає в себе широке коло гносеологічних, наукових (математичних, фізико-хімічних, біологічних), інженерних (проектно-конструкторських, виробничо-технологічних, експлуатаційних) і економічних аспектів. При досягнутих рівнях надійності комплектуючих елементів і якості проектно-конструкторських і виробничо-технологічних робіт основним напрямком вирішення сформованої вище проблеми є вдосконалювання системи експлуатації на строго науковій основі. Таку основу дає теорія, надійності і експлуатації, що виділилася в окрему наукову дисципліну і зараз швидко розвивається.

Теорія надійності і експлуатації виникла на базі теорії масового обслуговування, керування виробництвом, ергономіки та ін. Це дозволяє вирішувати завдання приведення об'єктів РЕТ у робочий стан і підтримки їх у цьому стані, використати за призначенням з необхідною ефективністю, визначати

вплив навколишнього середовища і зовнішніх факторів, що впливають, на технічні характеристики апаратури і дії обслуговуючого персоналу при різних режимах експлуатації РЕТ. Вона забезпечує розробку оптимальних методів організації процесу експлуатації об'єктів і систем РЕТ.

При проектуванні нових зразків РЕТ теорія надійності й експлуатації допомагає правильно вибрати принципи конструювання апаратури для забезпечення заданих показників безвідмовності, ремонтпридатності, довговічності і збереженості, визначити обсяг, періодичність технічного обслуговування й планових ремонтів, штатний склад обслуговуючого персоналу й розробити необхідну технічну документацію. У період контрольної й дослідної експлуатації вона сприяє виявленню властивостей апаратури, забезпечує перевірку можливостей проведення різних заходів щодо технічного обслуговування, ремонту, обґрунтування рекомендацій із матеріально-технічного забезпечення цих заходів.

На етапі експлуатації (промислової або військової) знання теорії дозволяє забезпечити оптимальні умови роботи, оцінити ефективність рекомендованих заходів щодо технічного обслуговування, визначити експлуатаційно-технічні характеристики за статистичним даними, обґрунтовано планувати експлуатаційні заходи й реалізовувати пропозиції щодо забезпечення експлуатаційної надійності.

У наступних розділах більш докладно будуть розглянуті питання, що складають сутність теорії і практики надійності й експлуатації об'єктів РЕТ. Слід зазначити, що багато викладених положень і результати досліджень мають узагальнений характер і справедливі для об'єктів, що перебувають на озброєнні інших родів військ.

Для кращого розуміння матеріалу, що викладається, зупинимося на деяких загальних поняттях і визначеннях, прийнятих у теорії надійності й експлуатації.

Теорія надійності - наука, що вивчає закономірності виникнення відмов і відновлення апаратури й ефективність, що досліджує різні шляхи щодо забезпечення надійності технічних об'єктів різного цільового призначення.

Як і будь-яка інша галузь знань, ця теорія базується на ряді вихідних понять. Точність розуміння та вживання термінів і визначень у теорії надійності - необхідна умова науковості теоретичних та інженерних досліджень, практичних висновків і рекомендацій в царині надійності технічних об'єктів. Термінологія, що використовується в даному виданні, має за основу Державний стандарт України 2860-94 "Надійність в техніці. Основні поняття. Терміни і визначення" [6].

Використані в теорії і практиці надійності терміни зручно розбити на чотири групи: 1) предмети дослідження; 2) стани і події; 3) властивості об'єктів; 4) кількісні показники.

### **1.3.1. Предмети дослідження**

Предметами дослідження і вивчення в теорії надійності є об'єкти (вироби).

Об'єкт - це предмет певного цільового призначення у період проектування, виробництва, експлуатації, досліджень і випробувань на надійність.

Об'єктами можуть бути вироби, системи та їх елементи, зокрема, спорудження, установки, пристрої, машини, апарати, прилади і їхні частини, агрегати та окремі деталі.

З безлічі різних видів об'єктів особлива увага при вивченні буде приділена об'єктам РЕТ.

Система - об'єкт, що являє собою сукупність спільно діючих елементів, розглянутих як одне ціле і призначених для виконання певних функцій.

Елемент - об'єкт, що являє собою частину системи і виконує окрему індивідуальну функцію.

Поняття система і елемент відносні в тому розумінні, що той самий об'єкт в одному випадку може бути системою, а в іншому - елементом. Наприклад, РЛС є системою, якщо її розглядати як об'єкт, що складається з підсистем, причепів, шаф і т.д. У той же час стосовно радіолокаційної системи РЛС є її елементом. Подання об'єкта як системи або як елемента залежить від постановки завдання і мети дослідження.

Відзначимо, що поняття система може поєднувати досить різнотипні елементи. Наприклад, як систему, можна розглядати сукупність об'єкта РЕТ й обслуговуючого її розрахунку. Очевидно, що така система може виконувати покладені на неї функції тільки при умові наявності і працездатності обох її частин.

Різноманіття об'єктів РЕТ приводить до необхідності їхньої класифікації за рядом основних ознак. Зокрема, за умовами експлуатації об'єкти поділяють на класи залежно від приналежності до виду озброєння: наземного, морського, авіаційного і т.д. За числом рівнів якості функціонування всі об'єкти поділяють на два види: об'єкти, що мають два рівні якості функціонування (номінальний рівень і відмова), і об'єкти, що мають більше двох рівнів якості функціонування.

Залежно від пристосованості до відновлення працездатності всі об'єкти поділяють на: ремонтвані й неремонтвані.

Ремонтваний об'єкт - об'єкт, ремонт якого можливий і передбачений нормативно-технічною, ремонтною й (або) конструкторською (проектною) документацією.

Неремонтваний об'єкт – об'єкт, ремонт якого неможливий або непередбачений нормативно-технічною, ремонтною й (або) конструкторською (проектною) документацією.

Таким чином, ремонтпридатність об'єкта – властивість об'єкта бути пристосованим до підтримання та відновлення стану, при якому він здатний виконувати задані функції за допомогою технічного обслуговування та ремонту. Приклади неремонтваних об'єктів (елементів): напівпровідникові прилади, електровакуумні прилади, інтегральні мікросхеми, резистори і т.п. Прикладами ремонтваних об'єктів є багато типів трансформаторів і електродвигунів, типові елементи заміни, блоки апаратури та ін.

З можливістю відновлення в конкретних умовах експлуатації об'єкти поділяють на відновлювані й невідновлювані.

Відновлюваний об'єкт - об'єкт, для якого в розглянутій ситуації проведення відновлення працездатного стану передбачено в нормативно-технічній і (або) конструкторській документації.

Невідновлюваний об'єкт – об'єкт, для якого в розглянутій ситуації проведення відновлення працездатного стану не передбачено в нормативно-технічній і (або) конструкторській (проектній) документації.

Усі неремонтвані об'єкти є не відновлюваними.

Ремонтвані об'єкти можуть бути відновлюваними або невідновлюваними. Наприклад, ТЕЗ на мікросхемах у польових умовах дислокації РЕТ є не

відновлюваними об'єктами. В умовах майстерень, оснащених необхідним для їхнього ремонту устаткуванням, ці ж ТЕЗ відновлювані. Бортова РЛС літака на землі є відновлюваним об'єктом, а в польоті не відновлюваним.

За можливістю (і необхідністю) технічного обслуговування об'єкти ділять на обслуговувані і ті, що не обслуговуються.

Обслуговуючий об'єкт - об'єкт, для якого проведення технічного обслуговування передбачено нормативно-технічною й (або) конструкторською (проектною) документацією, а необслуговуючий об'єкт - об'єкт, для якого проведення технічного обслуговування не передбачено.

Усі об'єкти РЕТ належать до класу обслуговуючих. Необслуговуючими є лише деякі елементи РЕТ, наприклад, більшість неремонтованих елементів (мікросхеми резистори та ін.), Важко (а часом і неможливо) привести приклад ремонтovanого, необслуговуючого об'єкта.

За характером застосування всі об'єкти можна поділити на об'єкти багаторазового, безперервного, однократного і загального застосування. На відміну від об'єктів багаторазового застосування об'єкти однократного застосування після їх використання за призначенням звичайно припиняють своє існування.

Залежно від режиму роботи розрізняють об'єкти, що працюють у безперервному й циклічному режимах. У безперервному режимі об'єкти постійно перебувають у ввімкнутому стані й вимикаються лише для технічного обслуговування або ремонту. У циклічному режимі об'єкти вмикаються періодично у випадкові або заплановані моменти часу, і таким чином, значну частину часу перебувають у ввімкнутому стані.

Облік характеру застосування й режиму роботи об'єкта є однією з необхідних умов правильності розрахунків показників його надійності.

### **1.3.2. Стани й події**

У теорії надійності розглядаються наступні основні стани об'єктів: справний, несправний, працездатний, непрацездатний.

Справний стан (справність) - стан об'єкта, за яким він здатний виконувати всі задані функції об'єкта.

Несправний стан (несправність) – стан об'єкта, за яким він не здатний хоч би на одну із заданих функцій об'єкта.

Працездатний стан (працездатність) - стан об'єкта, який характеризується його здатністю виконувати усі потрібні функції.

Непрацездатний стан (непрацездатність) - стан об'єкта, за яким він не здатний виконувати хоч би одну з потрібних функцій.

Відзначимо, що поняття справність - ширше поняття працездатність. Працездатний об'єкт може бути справним або несправним. Наприклад, порушення лакофарбового покриття або несправність резервного елемента безпосередньо не порушують нормального функціонування об'єкта, хоча він при цьому вважається несправним. Непрацездатний об'єкт завжди не справний.

Розглянемо тепер основні події, пов'язані зі змінами станів об'єкта.

Відмова - подія, що полягає у втраті об'єктом здатності виконувати потрібну функцію, тобто в порушенні працездатного стану об'єкта.

Пошкодження - подія, яка полягає у втраті об'єктом здатності виконувати потрібну функцію, тобто в порушенні працездатного стану об'єкта.

Варто враховувати, що поняття відмови і пошкодження відносні. Одна й та ж подія, наприклад перегорання резистора в резервному блоці, стосовно цього блоку є відмовою, а стосовно об'єкта в цілому - пошкодженням.

При дослідженні конкретного об'єкта його відмову визначають за допомогою критерію відмови, під яким розуміють ознаку або сукупність ознак порушення працездатного стану об'єкта, встановлених у нормативно-технічній і (або) конструкторській (проектній) документації. Як приклад, можна привести багатоканальний об'єкт - радіолокаційний комплекс. Що вважати відмовою такого об'єкта? У нормативно-технічній документації чітко встановлений критерій відмови: кількість каналів, що одночасно перебувають у непрацездатному стані. У момент досягнення критерію відмови об'єкт переходить у непрацездатний стан (відмову).

Характер виникнення відмов та пошкоджень може бути різний. Залежно від цього відмови класифікують за різними ознаками і видами (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

### Класифікація відмов

Класифікація відмов	Види відмов
Характер зміни параметра до моменту виникнення відмови	Раптова відмова Поступова відмова
Зв'язок з відмовами інших об'єктів (елементів)	Незалежна відмова Залежна відмова
Характер вияву відмови	Збій Перемежована відмова
Причина виникнення відмови	Конструкційна відмова Виробнича відмова Експлуатаційна відмова
Ступінь впливу на працездатність об'єкта	Повна відмова Часткова відмова

Раптова відмова - відмова, яку неможливо передбачити попереднім дослідженням чи технічним оглядом.

Причиною виникнення раптових відмов є випадкова концентрація діючих на елемент зовнішніх і (або) внутрішніх навантажень, що перевищують його міцність. Фізична сутність раптової відмови зводиться до того, що після деякої порівняно швидкої зміни тих або інших фізико-хімічних властивостей матеріалу елемента відбувається стрибкоподібна зміна його основних характеристик, у результаті чого елемент руйнується або втрачає свої найважливіші властивості. Приклади раптових відмов: перегорання ниток розжарення ЕВП, струмопровідного шару в резисторах, пробій діелектриків, обрив у конденсаторах і т.п.

Відновлення працездатності об'єкта при раптовій відмові здійснюється шляхом заміни або ремонту елемента, що відмовив.

Поступова відмова - відмова, спричинена поступовими змінами значень одного чи декількох параметрів об'єкта.

Поступові відмови пов'язані із процесами зношування деталей, старіння матеріалів, нагромадження змін фізико-хімічних властивостей. Під дією цих факторів відбувається поступова зміна параметрів об'єкта й при виході хоча б одного з основних параметрів за межі поля допуску виникає відмова.

Відновлення працездатності об'єкта при поступових відмовах у деяких випадках можливе не тільки шляхом заміни, або ремонту елементів, але й шляхом регулювання параметрів.

Відзначимо, що поступові відмови можна прогнозувати й попереджати при ТО. Раптові відмови прогнозувати й, попереджати не можна.

Варто враховувати, що поділ відмов на раптові та поступові є умовним за двома причинами. По-перше, розходження між ними визначається лише швидкістю фізико-хімічних процесів, що приводять до відмов. Тому чітко розмежувати раптові й поступові відмови в багатьох випадках важко. По-друге, часто поступові зміни властивостей матеріалів елемента не спостерігаються (для цього б довелося зруйнувати елемент) або не можуть бути визначені через відсутність необхідних засобів виміру. У таких випадках поступові відмови для обслуговуючого особового складу виявляються як раптові.

Незалежна відмова – відмова об'єкта, не спричинена прямо чи не прямо відмовою або несправністю іншого об'єкта.

Залежна відмова - відмова об'єкта, спричинена прямо чи не прямо відмовою або несправністю іншого об'єкта.

Прикладом залежної відмови може служити перегорання резистора внаслідок пробою в конденсаторі. Залежні відмови особливо характерні для інтегральних мікросхем, у яких місцеве перегрівання кристалу може призвести до відмови декількох елементів.

Збій – самоусувна відмова або одноразова відмова, яку незначним втручанням усуває оператор.

Повторювальна відмова - самоусувна відмова одного й того ж характеру, що виникає багаторазово.

Збої й повторювані відмови найбільш характерні для апаратури дискретного типу (ПЕОМ, апаратури цифрового зв'язку та ін.), при функціонуванні яких багаторазово повторюються однотипні операції. Тому в такій апаратурі передбачають спеціальні засоби захисту від збоїв.

Конструкційна відмова - відмова, спричинена недосконалістю чи порушенням встановлених правил і (чи) норм проектування та конструювання об'єкта.

Виробнича відмова - відмова, спричинена невідповідністю чи порушенням виготовлення об'єкта до його проекту чи до норм виробничого процесу.

Експлуатаційна відмова - відмова, що пов'язана з порушенням установлених правил й (або) умов експлуатації.

Для складних багаторежимних об'єктів доцільно ввести поняття часткової й повної відмови.

Часткова відмова - відмова, що призводить до неспроможності об'єкта виконувати частину з потрібних функцій.

Повна відмова - відмова, що призводить до повної неспроможності об'єкта виконувати жодну з потрібних функцій.

Прикладом часткової відмови може служити відмова висотомірного пристрою трикоординатної РЛС (у цьому випадку РЛС може застосовуватися як дальномір).

### 1.3.3. Властивості об'єктів

Найбільш загальним у цій групі термінів є поняття якості об'єкта.

Якість об'єкта – це сукупність властивостей об'єкта, які обумовлюють його придатність для використання за призначенням й відповідність усім установленим вимогам, оговореним в нормативно-технічній документації.

Одним з головних якостей об'єкта є його надійність.

Надійність - властивість об'єкта зберігати в часі у встановлених межах значення всіх параметрів, які характеризують здатність виконувати потрібні функції в заданих режимах та умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання та транспортування.

Надійність є комплексною властивістю, яка залежить від призначення об'єкта й умов його застосування, і може включати безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність і збережуваність або певні сполучення цих властивостей.

Безвідмовність - властивість об'єкта виконувати потрібні функції в певних умовах протягом заданого інтервалу часу чи наробітку.

Під наробітком розуміють тривалість чи обсяг роботи об'єкта. Наробіток може бути як безперервною величиною (тривалість роботи в годинах, кілометрах пробігу та ін.), так і цілочисельний (число робочих циклів, запусків та ін.).

Довговічність - властивість об'єкта виконувати потрібні функції до переходу в граничний стан при встановленій системі технічного обслуговування та ремонту.

Під граничним тут розуміється стан об'єкта, при якому його подальша експлуатація неприпустима чи недоцільна або відновлення його працездатного стану неможливо чи недоцільно. Ознака або сукупність ознак граничного стану для кожного об'єкта встановлені нормативно-технічною (або) конструкторською (проектної) документацією.

Загальним для безвідмовності й довговічності є те, що вони містять вимогу збереження працездатності протягом визначеного часу наробітку. Відрізняються ці властивості тим, що безвідмовність вимагає безперервного збереження працездатності, а довговічність - збереження працездатності протягом тривалого часу, включаючи перерви для технічного обслуговування й ремонту.

Ремонтпридатність - властивість об'єкта бути пристосованим до підтримання та відновлення стану, в якому він здатен виконувати потрібні функції за допомогою технічного обслуговування та ремонту.

Збережуваність - властивість об'єкта зберігати в заданих межах значення параметрів, що характеризують здатність об'єкта виконувати потрібні функції, під час і після зберігання та (чи) транспортування.

### 1.3.4. Кількісні показники надійності

Для того, щоб розглянуті вище властивості надійності можливо було "вимірювати", введені кількісні показники надійності. Оскільки надійність – комплексна властивість, яка включає безвідмовність, довговічність, ремонтпридатність та збережуваність, то для характеристики кожного із цих окремих властивостей використовуються так звані одиничні показники надійності. Крім них, широко застосовуються комплексні показники, що характеризують декілька властивостей, які враховує надійність об'єкта.

Основні показники надійності і їх позначення приведені у таблиці 1.2.



## Кількісні показники надійності

Властивості	Позначення показників	Найменування показників
Безвідмовність	$p(t)$ $f_T(t)$ $T_{\text{ср.}}$ $\lambda(t)$ $\omega(t)$ $T_{\text{в}}$	Імовірність безвідмовної роботи Густина розподілу наробітку до відмови Середній наробіток до відмови Інтенсивність відмов Параметр потоку відмов Середній наробіток на відмову
Ремонтопридатність	$U(t)$ $f_{\tau}(t)$ $T_{\text{в}}$ $\mu(t)$	Імовірність відновлення в заданий час Густина розподілу часу відновлення Середній час відновлення Інтенсивність відновлення
Довговічність	$R_{\gamma}$ $t_{\text{ТСМ}}$ $\bar{R}$ $\bar{t}_{\text{ТСА}}$	Гамма-відсотковий ресурс Гамма-відсотковий термін служби Середній ресурс Середній термін служби
Збережуваність	$\bar{t}_{\text{збру}}$ $\bar{t}_{\text{збр}}$	Гамма-відсотковий термін збереження Середній термін збереження
Комплексна властивість надійності	$k_T$ $k_{\text{ТВ}}$ $k_{\text{ор}}(t_0)$ $k_{\text{еф}}$	Коефіцієнт готовності Коефіцієнт технічного використання Коефіцієнт оперативної готовності Коефіцієнт збереження ефективності

У наступних лекціях викладаються інженерні методи розрахунку показників надійності на стадіях дослідження, обґрунтування й розробки об'єктів, методи статистичної оцінки цих показників у процесі випробувань й експлуатації, а також шляхи й методи забезпечення необхідного рівня експлуатаційної надійності, де основна увага приділена питанням структурного резервування як ефективного методу забезпечення нормального функціонування об'єктів, методи та засоби технічного діагностування.

#### 1.4. Показники безвідмовності об'єктів, які не відновлюються.

##### 1.4.1. Імовірність безвідмовної роботи. Імовірність відмови

Відповідно до ДСТУ 2860-94, імовірність безвідмовної роботи  $p(t)$  - це ймовірність того, що протягом заданого наробітку  $t$  відмова об'єкта не виникне. Наробіток об'єкта позначимо буквою  $T$  і запишемо:

$$p(t) = \text{Імов}\{T \geq t\}, t \geq 0$$

Цей запис читається так: імовірність того, що випадковий наробіток  $T$  не менше деякого заданого значення наробітку  $t$ .

Імовірність протилежної події є ймовірність відмови об'єкта. Імовірність відмови  $q(t)$  – це ймовірність того, що об'єкт відмовить у межах заданого наробітку  $t$ , тобто

$$q(t) = \text{Імов}\{T < t\}, t \geq 0$$

Очевидно, що  $p(t) + q(t) = 1$ .

Неважко зрозуміти, що  $q(t)$  – це інтегральна функція розподілу випадкової величини  $T$ .

Характерний вигляд функцій  $p(t)$  і  $q(t)$  показаний на рис. 1.1.

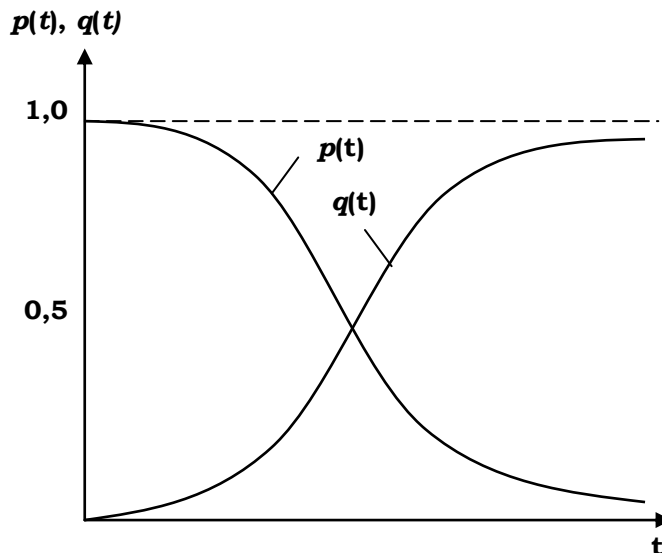


Рис. 1.1

Вище наведені так звані імовірнісні визначення показників  $p(t)$  і  $q(t)$ . Тепер розглянемо їхні статистичні визначення. На практиці значення цих показників можуть бути знайдені за статистичними даними про відмови об'єкта, отриманими в результаті випробувань об'єкта на безвідмовність. У цьому випадку визначаються наближені значення показників, називаються їхні статистичні оцінки. Для отримання формул статистичних оцінок скористаємося наступним прикладом. Нехай у момент часу  $t = 0$  поставлені на випробування  $N_0$  справних об'єктів. У процесі випробувань через рівні проміжки часу  $\Delta t$  перевіряється стан усіх об'єктів і визначається число справних об'єктів  $N(t_i)$ , де  $t_i = i\Delta t$ ,  $i = 1, 2, \dots$  об'єкти, Число об'єктів, які відмовили, не змінюється. Процес випробувань зображений на рис. 1.2 у вигляді тимчасової діаграми.

Визначивши в ході випробування всі значення  $N(t_i)$ , можна побудувати графік (східчасту функцію) для відносного числа справних об'єктів  $\frac{N(t_i)}{N_0}$ . Цей графік (див. рис. 1.2) є статистичною оцінкою ймовірності  $p(t)$ :

$$p^*(t_i) = \frac{N(t_i)}{N_0} \quad (1.1)^1$$

<sup>1</sup> Тут і далі зірочкою відзначені статистичні оцінки відповідних показників

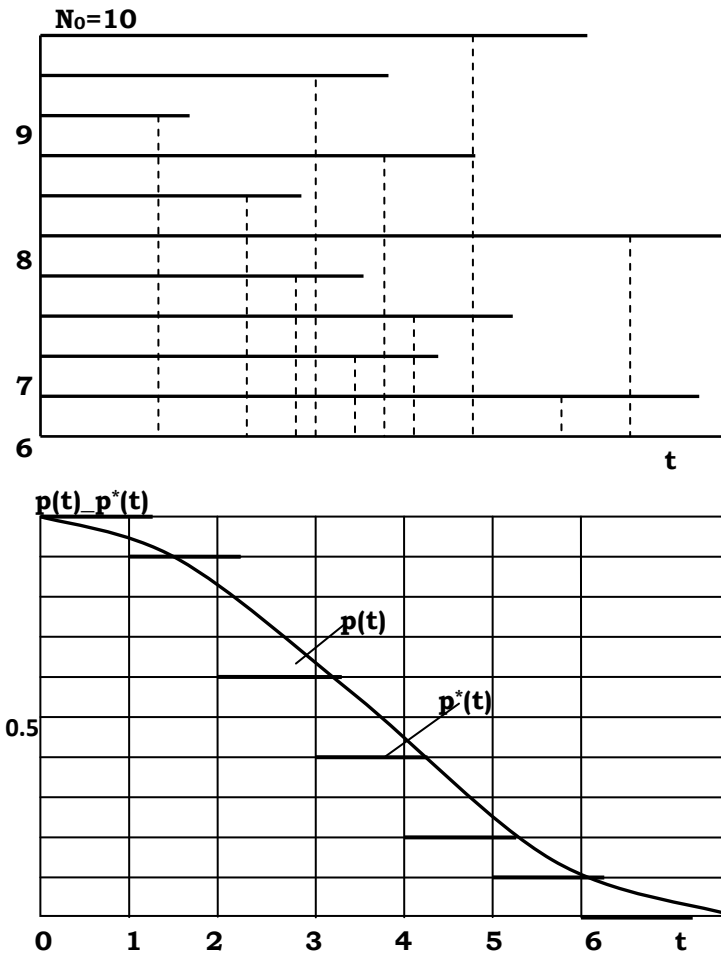


Рис. 1.2.

Якщо процес виникнення відмов однорідний, то зі збільшенням  $N_0$  і при одночасному зменшенні  $\Delta t$  ступінчастий графік  $p^*(t)$  наближається до плавної кривої  $p(t)$ .

Аналогічним чином можна було б побудувати графік статистичної оцінки ймовірності відмови  $q^*(t)$  й одержати

$$q^*(t) = \frac{N_0 - N(t_i)}{N_0} = 1 - \frac{N(t_i)}{N_0} = 1 - p^*(t). \quad (1.2)$$

#### 1.4.2. Густина розподілу наробітку до відмови

Густина розподілу наробітку до відмови або інакше диференціальний закон розподілу наробітку до відмови є похідна від імовірності відмови

$$f_T(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt}. \quad (1.3)$$

Тому справедливо наступне визначення. Густина розподілу наробітку до відмови  $f_T(t)$  - це безумовна ймовірність виникнення відмови на нескінченно малому проміжку  $(t, t + dt)$  віднесена до величини цього проміжку.

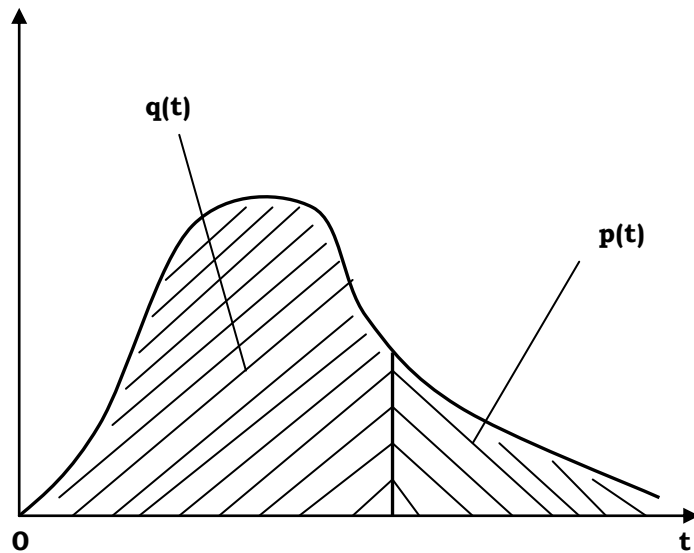


Рис. 1.3

Розмірність густини розподілу (1/одиниця часу).

З теорії ймовірностей відомо, що густина розподілу наробітку до відмови має наступні властивості: 1)  $f_T(t) \geq 0$ ; 2)  $\int_0^{\infty} f_T(t) dt = 1$ .

Через густину  $f_T(t)$  імовірності  $q(t)$  і  $p(t)$  можна виразити (рис. 1.3) так:

$$q(t) = \int_0^t f_T(x) dx; \quad p(t) = \int_t^{\infty} f_T(x) dx.$$

Статистичну оцінку густини розподілу знаходять по формулі

$$f_T^*(t_i) = \frac{q^*(t_i + \Delta t) - q^*(t_i)}{\Delta t}, \quad (1.4)$$

де  $t_i$  – дискретні значення наробітку, кратні  $\Delta t$ .

Скориставшись формулою (1.2), можна одержати

$$f_T^*(t_i) = \frac{N(t_i) - N(t_i + \Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{n(t_i, t_i + \Delta t)}{N_0 \Delta t}, \quad (1.5)$$

де  $n(t_i, t_i + \Delta t)$  - число об'єктів, які відмовили в проміжку наробітку  $(t_i, t_i + \Delta t)$ .

### 1.4.3. Інтенсивність відмов

Згідно ДСТУ 2860-94 інтенсивність відмов  $\lambda(t)$  – це умовна густина ймовірності виникнення відмови об'єкта, яка визначається за умови, що до цього моменту часу відмова не виникла.

Відповідно до цього визначення

$$\lambda(t) = \frac{f_T(t)}{p(t)} = \frac{1}{1 - q(t)} \frac{dq(t)}{dt} = - \frac{1}{p(t)} \frac{dp(t)}{dt} \quad (1.6)$$

Проінтегрувавши останню рівність, отримаємо

$$\int_0^t \lambda(x) dx = - \int_0^t \frac{dp(x)}{p(x)} = - \ln p(t),$$

Звідки:

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x) dx} \quad (1.7)$$

Цей важливий вираз іноді називають узагальненим законом надійності.

Умовна ймовірність безвідмовної роботи протягом наробітку  $(t_1, t_2)$ , знайдена з припущення, що при  $t_1$  об'єкт був працездатним, визначається з урахуванням виразу (1.7) за формулою

$$p(t_1, t_2) = \exp\left(-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(x) dx\right) \quad (1.8)$$

Скориставшись рівністю (1.7), через інтенсивність відмов можна показати також густина розподілу наробітку до відмови:

$$f_T(t) = \lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(x) dx} \quad (1.9)$$

Вираз для статистичної оцінки інтенсивності відмов можна одержати, застосувавши формулу (1.6):

$$\lambda^*(t) = \frac{f_T^*(t)}{p^*(t)} \quad (1.10)$$

Підставивши у формулу (1.10), отримані раніше вирази для  $f_T^*(t)$  і  $p^*(t)$  знаходимо

$$\lambda^*(t) = \frac{N(t_i) - N(t_i + \Delta t)}{N(t_i)\Delta t} = \frac{n(t_i, t_i + \Delta t)}{N(t_i)\Delta t} \quad (1.11)$$

Необхідно ясно розуміти відмінність між густиною  $f_T(t)$  і інтенсивністю  $\lambda(t)$ . Так елемент імовірності  $f_T(t)dt$  є безумовна ймовірність відмови об'єкта на проміжку  $(t, t+dt)$ , а елемент імовірності  $\lambda(t)dt$  – це умовна ймовірність відмови об'єкта в проміжку  $(t, t+dt)$  за умови, що до моменту  $t$  об'єкт був справним. Таким чином, при  $t=0$   $\lambda(t) = f_T(t)$  і при  $t > 0$   $\lambda(t) > f_T(t)$ . Зразковий вид функцій  $\lambda(t)$  і  $f_T(t)$  показаний на рис. 1.4.

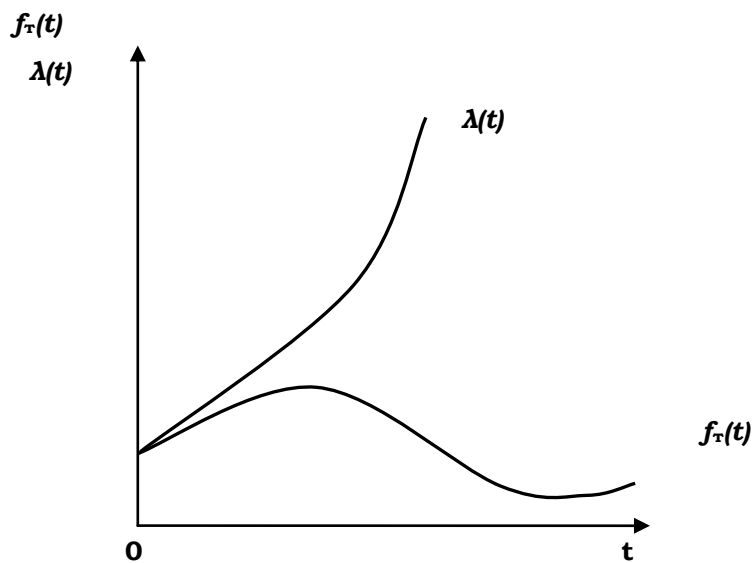


Рис 1.4.

Це розходження добре видно також з формул (1.5) і (1.11) для статистичних оцінок. Оцінка  $f_T^*(t)$  відповідно до формули (1.5) визначається як відношення числа об'єктів, що відмовили, в одиницю часу до кількості всіх об'єктів, поставлених на випробування, а  $\lambda^*(t)$  – оцінка відповідно до формули (1.11) – як відношення того ж числа об'єктів, що відмовили, кількості об'єктів, що залишилися справними до моменту часу  $t$ .

#### 1.4.4. Середній наробіток між відмовами

Відповідно ДСТУ 2860-94 середній наробіток між відмовами – це відношення сумарного наробітку відновлюваного об'єкта до математичного сподівання числа його відмов протягом цього наробітку.

$$\text{Відповідно до цього визначення } T_{cp} = M[T] = \int_0^{\infty} f_T(t) dt, \quad (1.12)$$

де  $M$  – символ математичного сподівання.

Величину  $T_{cp}$  можна також виразити через імовірність безвідмовної роботи  $p(t)$ . Провівши інтегрування за частинами, із виразу (1.12) отримаємо

$$T_{cp} = -tp(t)|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} p(t) dt.$$

У цьому виразі перший доданок дорівнює нулю, тому що  $p(0)=1$ , а при  $t \rightarrow \infty$  імовірність  $p(t)$  наближається до нуля швидше, ніж зростає  $t$ . Отже,

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} p(t) dt \quad (1.13)$$

Таким чином, середній наробіток до відмови чисельно дорівнює площі, обмеженої кривою  $p(t)$  і віссю абсцис.

Статистична оцінка середнього наробітку до відмови визначається як середнє арифметичне:

$$T_{cp}^* = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} T_i, \quad (1.14)$$

де  $T_i$  – наробіток до відмови  $i$ -го об'єкта ( $i=1, 2, \dots, N_0$ ).

#### 1.4.5. Зв'язок між показниками безвідмовності

Показники  $f_T(t)$ ,  $p(t)$ ,  $q(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $T_{cp}$  характеризують одну і ту ж саму властивість об'єктів – безвідмовність. Кожен показник (крім  $T_{cp}$ ) є вичерпною кількісною характеристикою безвідмовності й може бути отриманий із будь-якого іншого показника. Зв'язок між показниками безвідмовності визначається формулами, приведеними вище при розгляді кожного із показників (табл. 1.3).

Таблиця 1.3.

**Зв'язок між показниками безвідмовності**

Відомий показник	Формули для визначення показників			
	$p(t)$	$q(t)$	$f_T(t)$	$\lambda(t)$
$p(t)$	-	$1 - p(t)$	$-\frac{dp(t)}{dt}$	$-\frac{1}{p(t)} \frac{dp(t)}{dt}$
$q(t)$	$1 - q(t)$	-	$\frac{dq(t)}{dt}$	$\frac{1}{1 - q(t)} \frac{dq(t)}{dt}$
$f_T(t)$	$\int_t^{\infty} f_T(s) ds$	$\int_0^t f_T(s) ds$	-	$\frac{f_T(t)}{\int_t^{\infty} f_T(s) ds}$
$\lambda(t)$	$e^{-\int_0^t f(s) ds}$	$1 - e^{-\int_0^t f(s) ds}$	$\lambda(s) e^{-\int_0^t f(s) ds}$	-

#### Приклад розв'язання задач

Приклад 1.1. У процесі випробувань транзисторів на безвідмовність встановлено, що на кожному проміжку часу  $\Delta t = 100$  год. відмовляли 5 транзисторів ( $\Delta n = 5$ ). Усього на випробування було поставлено 100 справних транзисторів ( $N_0 = 100$ ). Потрібно визначити статистичні оцінки показників безвідмовності  $p^*(t)$ ,  $f_T^*(t)$  і  $\lambda^*(t)$  для  $t_1 = 600$  год. і  $t_2 = 1000$  год., а також знайти  $T_{cp}^*$ .

Розв'язання. Значення  $p^*(t)$  знаходять за формулою (1.1), у якій  $N(t) \approx N_0 - \frac{\Delta n t}{\Delta t}$ ;

$$p^*(t = 500\text{год}) = \frac{N(\Delta t_i)}{N_0} = \frac{N_0 - \frac{\Delta n t}{\Delta t}}{N_0} = \frac{100 - \frac{5 - 500}{100}}{100} = 0,75$$

$$p^*(t = 100\text{год}) = \frac{100 - \frac{5 - 100}{100}}{100} = 0,5$$

Для визначення  $f_T^*(t)$  можна скористатися формулою (1.5):

$$f_T^*(t_i) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N_0 \Delta t} =$$

$$= \frac{N_0 - \frac{\Delta n t}{\Delta t} - N_0 + \frac{\Delta n(t + \Delta t)}{\Delta t}}{N_0 \Delta t} = \frac{\Delta n(t + \Delta t) - \Delta n t}{N_0 \Delta t} = \frac{\Delta n}{N_0 \Delta t}$$

Враховуючи це, отримаємо

$$f_T^*(t_1 = 500\text{год}) = f_T^*(t_2 = 1000\text{год}) = \frac{5}{100 \times 100} = 5 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{год}}$$

Підставивши відомі значення  $f_T^*(t)$ , визначимо за формулою (1.10)  $\lambda^*(t)$ :

$$\lambda^*(t_1 = 500\text{год}) = \frac{5 \times 10^{-4}}{0,75} = 6,65 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{год}}$$

$$\lambda^*(t_2 = 1000\text{год}) = \frac{5 \times 10^{-4}}{0,5} = 10 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{год}}$$

Середній наробіток до відмови  $T_{cp}^*$  можна визначити за формулою (1.13), перейшовши в ній від

інтеграла до суми:

$$T_{cp}^* = \sum_{i=1}^{\infty} p^*(t_i) \Delta t$$

Перетворимо цю формулу в такий вигляд:

$$T_{cp}^* = \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{N_0 - \frac{\Delta n t_i}{\Delta t}}{N_0} \right] \Delta t = \Delta t \sum_{i=1}^{\infty} \left[ 1 - \frac{\Delta n t_i}{N_0} \right]$$

Очевидно, що співвідношення  $\frac{\Delta n t_i}{N_0}$  не може бути більше одиниці (число резисторів, що відмовили, не може бути  $N_0$  більше). Тому в отриманому виразі необхідно розглянути кінцеве число доданків, що знаходяться таким чином:

$$L = \frac{N_0}{\Delta n} = \frac{100}{5} = 20$$

Неважко побачити, що доданки утворюють арифметичну прогресію, суму членів якої можна знайти за формулою

$$S_L = \frac{(a_1 + a_2)L}{2},$$

де  $a_1$  й  $a_2$  – перший й  $L$ -й члени прогресії. У нашому випадку

$$a_1 = 1 - \frac{\Delta n 1}{N_0} = 0,95; \quad a_2 = N_0 - \Delta n L = 0$$

З врахуванням цього остаточно одержимо

$$T_{cp}^* = \Delta t \frac{(a_1 + a_2)L}{2} = 100 \frac{0,95 \times 20}{2} = 950 \text{ год.}$$

**Приклад 1.2.** У процесі експлуатації встановлено, що інтенсивність відмов об'єкта

$\lambda(t) = at - \frac{1}{\text{год}}$ . Визначити ймовірність безвідмовної роботи об'єкта в інтервалі

наробітку  $(t_1, t_2)$ , якщо

$$a = 10^{-5} \frac{1}{\text{год}}, \quad t_1 = 10^{-3} \text{год}, \quad t_2 = 1,1 \times 10^{-3} \text{год}.$$

Розв'язання. Відповідно до формули (1.6) знаходимо:

$$p(t_1, t_2) = \exp \left[ - \int_{t_1}^{t_2} a t dt \right] = \exp \left[ - \frac{a}{2} (t_2^2 - t_1^2) \right].$$

Підставивши в цей вираз числові значення, одержимо:

$$p(1000, 1100) = \exp \left[ - \frac{10^{-5}}{2} (1100^2 - 1000^2) \right] = \exp[-1,05] = 0,35.$$

### **Контрольні питання**

1. З яких стадій складається типовий життєвий цикл об'єкта РЕТ?
2. Дати визначення основних станів об'єкта.
3. Які основні види відмов об'єкта існують?
4. Дати визначення основних властивостей об'єкта.
5. Дати визначення і привести основні розрахункові співвідношення показників безвідмовності не відновлюваних об'єктів.



## ЛЕКЦІЯ 2. КІЛЬКІСНІ ПОКАЗНИКИ РЕМОНТОПРИДАТНОСТІ

### 2.1. Показники безвідмовності відновлюваних об'єктів. Математичні моделі безвідмовності.

#### 2.1.1. Поняття потоку відмов

Відновлюваний об'єкт у процесі тривалої експлуатації може перебувати в кожен момент часу в одному з станів: працездатному ( $e_0$ ) або непрацездатному ( $e_1$ ). Графік стану такого об'єкта й тимчасова діаграма його функціонування зображені на рис. 2.1, де  $T_i, \tau_i, i = 1, 2, \dots$  - відповідно наробіток об'єкта ( $i-1$ )-м й  $i$ -ми відмовами й час його відновлення після  $i$ -ї відмови.

Під потоком відмов розуміють послідовність моментів виникнення відмов, що чергуються з моментами відновлень (рис. 2.1). Він може характеризуватися властивостями ординарності, стаціонарності й відсутності післядії.

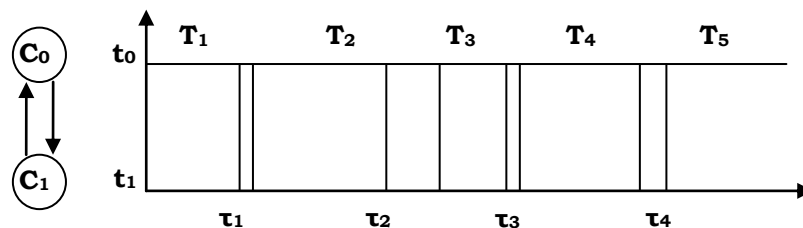


Рис. 2.1

Ординарність потоку означає, що поява одночасно двох і більше відмов неможливі. У математичній формі цю умову записують так:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{n \geq 2}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = 0,$$

де  $P_{n \geq 2}(t, t + \Delta t)$  - імовірність появи двох і більше відмов га інтервалі  $(t, t + \Delta t)$ .

Стаціонарність потоку полягає в тому, що імовірність виникнення деякого числа відмов у проміжку часу  $(t, t + \Delta t)$  не залежить від положення цієї ділянки на осі часу  $t$ , а залежить лише від довжини проміжку  $\Delta t$ . Математично умову стаціонарності можна записати в такий спосіб:

$$P_n(t, t + \Delta t) = P(\Delta t).$$

Відсутність післядії означає, що ймовірність виникнення деякого числа відмов у проміжку часу  $(t_1, t_2)$ , не залежить від того, скільки відмов виникло до моменту часу  $t_1$  в проміжку часу  $(t_0, t_1)$ , тобто

$$P_{n_1+n_2}(t_0, t_2) = P_{n_1}(t_0, t_1)P_{n_2}(t_1, t_2).$$

Це означає, що ймовірність появи  $n_1 + n_2$  відмов у проміжку часу  $(t_0, t_2)$  й  $n_2$  - у проміжку  $(t_1, t_2)$ .

Потік відмов, що володіє одночасно властивостями ординарності й відсутності післядії, називається Пуасонівським. Якщо, крім того, він є стаціонарним, то такий потік називається найпростішим. Найпростіші потоки широко використовуються в теорії надійності й масового обслуговування.

Використовуючи поняття потоку відмов, розглянемо основні показники безвідмовності відновлюваних об'єктів: параметр потоку відмов  $\omega(t)$  і середній наробіток на відмову  $T_0$ .

### 2.1.2. Параметр потоку відмов

Як характеристику потоку відмов використовують провідну функцію потоку  $\Omega(t)$ , що визначається як математичне очікування числа відмов за час  $t$ , тобто  $\Omega(t) = M[r(t)]$ , де  $r(t)$  – число відмов за час  $t$ .

Згідно до ДСТУ 2860-94. параметр потоку відмов - це відношення математичного очікування числа відмов відновлюваного об'єкта за досить малий його наробіток до значення цього наробітку.

Відповідно до наведеного визначення

$$\begin{aligned}\omega(t) &= \frac{d\Omega(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Omega(t + \Delta t) - \Omega(t)}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Omega(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k P_k(t, t + \Delta t)}{\Delta t},\end{aligned}$$

де  $\Delta\Omega(t, t + \Delta t)$  – математичне очікування числа відмов в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$ ;

$P_k(t, t + \Delta t)$  – імовірність появи в інтервалі  $(t, t + \Delta t)$  точно  $k$  відмов.

На практиці в більшості випадків можна вважати, що потік відмов об'єкта є ординарним. Тоді вираз для параметра потоку відмов приймає наступний вид:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(t, t + \Delta t)}{\Delta t} + O(\Delta t),$$

де  $O(\Delta t)$  – нескінченно мала величина більш високого порядку малості, ніж  $\Delta t$ .

Параметр потоку відмов пов'язаний із провідною функцією потоку  $\Omega(t)$  співвідношенням

$$\Omega(t) = \int_0^t \omega(x) dx.$$

Якщо випадкові значення наробітку об'єкта між відмовами мають той самий закон розподілу із густиною  $f_T(t)$ , то параметр потоку відмов виражається через густина  $f_T(t)$  наступним рівнянням [7]:

$$\omega(t) = f_T(t) + \int_0^t f_T(t-x)\omega(x) dx.$$

Це рівняння не завжди вдається вирішити до кінця. Тут доцільно використати метод послідовних наближень, відповідно до якого роблять послідовні обчислення за формулою

$$\omega_{i+1}(t) = f_T(t) + \int_0^t f_T(t-x)\omega_i(x) dx$$

доки, поки значення  $\omega_i(x)$  й  $\omega_{i+1}(x)$  не будуть збігатися. Як нульове наближення  $\omega_0(x)$  рекомендується вибирати інтенсивність відмов  $\lambda(t)$ .

На рис. 2.2 проведена залежність  $\omega(x)$  при нормальному розподілі наробітку об'єкта між відмовами  $T$ .

З рисунку видно, що спочатку параметр потоку відмов робить ряд коливань, а потім прагне до деякого значення, що встановилося:

$$\omega = \omega_{вст} = \frac{1}{M[T]}. \quad (2.1)$$

Тривалість коливань обернено пропорційна середньому квадратичному відхиленню випадкової величини  $T$ . Помітно, що вираз (2.1) справедливий при будь-якому законі розподілу  $f_T(t)$ .

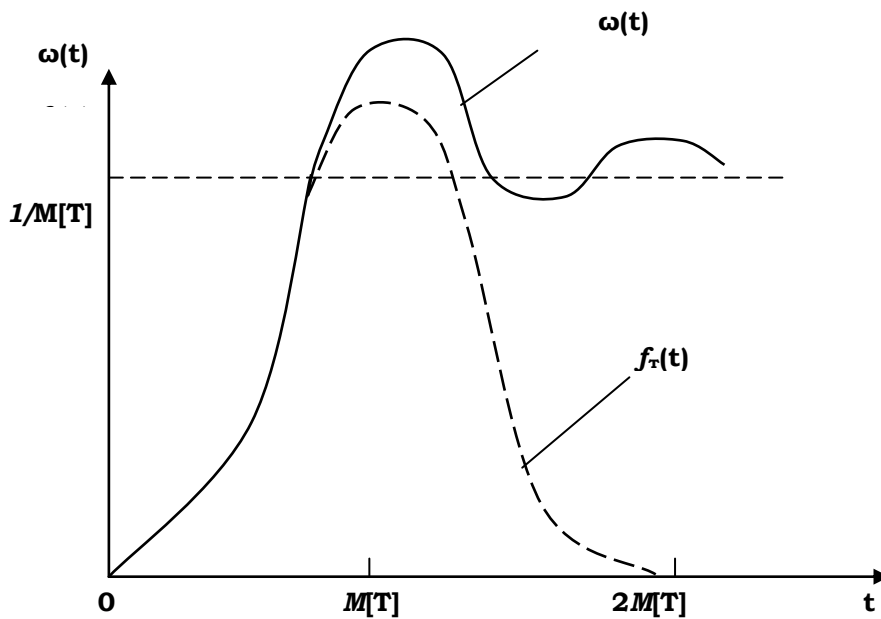


Рис. 2.2.

Якщо випадкова величина  $T$  підлягає експонентному закону з параметром  $\lambda$ , то неважко показати, що  $\omega(t) = \lambda = \text{const}$ .

Статистична оцінка параметра потоку відмов може бути визначена за формулою

$$\omega^*(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} n_i(t, t + \Delta t)}{N_0 \Delta t}, \quad (2.2)$$

де  $N_0$  – число об'єктів, що беруть участь у випробуваннях;  $n_i(t, t + \Delta t)$  – число відмов  $i$ -го об'єкта, що виникли в проміжку  $(t, t + \Delta t)$ .

### 2.1.3. Середній наробіток на відмову

Для відновлюваних об'єктів у загальному випадку варто було б розглядати середній наробіток між  $(i-1)$ -м й  $i$ -м відмовами, тобто

$$T_{\text{сери}} = M[T_i] = \int_0^{\infty} f_{T_i}(t) dt,$$

де  $f_{T_i}(t)$  – густина розподілу випадкової величини;  $T_i$  – наробітку між  $(i-1)$ -м й  $i$ -м відмовами.

Якщо закон розподілу наробітку між відмовами не залежить від номера відмови  $i$ , то середній наробіток між відмовами також не залежить від  $i$ .

Для того, щоб відрізнити середній наробіток до відмови (для невідновлюваного об'єкта) від середнього наробітку між відмовами відновлюваного об'єкта, останню називають середнім наробітком на відмову й позначають  $T_0$ .

Відповідно до ДСТУ 2860-94. середній наробіток на відмову - це відношення сумарного наробітку відновлюваного об'єкта до математичного очікування числа його відмов протягом цього наробітку.

При експонентному розподілі наробітку  $T$  між відмовами об'єкта  $T_0 = T_{\text{сери}} = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\lambda}$  статистична оцінка середнього наробітку на відмову за результатами випробувань одного об'єкта визначається за формулою  $T_0^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$ , (2.3)

де  $n$  – число відмов, що виникли при випробуваннях об'єкта.

Якщо у випробуваннях брало участь  $N_0$  однотипних об'єктів, то для оцінки  $T_0^*$  можна скористатися формулою

$$T_0^* = \frac{\sum_{j=1}^{N_0} T_{\Sigma j}}{\sum_{j=1}^{N_0} n_j}, \quad (2.4)$$

де  $T_{\Sigma j}$  – сумарний наробіток  $j$ -го об'єкта;  $n_j$  – число відмов  $j$ -го об'єкта, що виникли протягом наробітку  $T_{\Sigma j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_0$ .

Звернемо увагу, що наведені вище формули для показників  $\omega(t)$  і  $T_0$  відповідають випадку безперервного використання відновлюваного об'єкта. Разом з тим ряд відновлюваних об'єктів працює в циклічному режимі, при якому показник безвідмовності апаратури погіршується за рахунок "кидків" струмів і напруг, що виникають при включеннях.

Стосовно до цього режиму отримані уточнені формули для сталого значення  $\omega(t) = \omega = \text{const}$  показника  $T_0$  [8,9 ]:

$$\omega = \omega_B \left( 1 + \frac{\omega_{\text{оч}}}{\omega_B} \frac{t_{\text{оч } \Sigma}}{T_{\Sigma}} + \frac{q_{\text{ц}}}{\omega_B} \frac{N_{\text{ц}}}{T_{\Sigma}} \right) \quad (2.5)$$

$$T_0 = \frac{1}{\omega}, \quad (2.6)$$

де  $\omega_B, \omega_{\text{оч}}$  – відповідно параметри потоків відмов у включеному й виключеному станах об'єкта;  $T_{\Sigma}, t_{\text{оч } \Sigma}$  – відповідно сумарний наробіток і сумарний час знаходження об'єкта у виключеному стані за календарний час  $t_k = T_{\Sigma} + t_{\text{оч } \Sigma}$ ;  $q_{\text{ц}}$  – імовірність виникнення відмови в одному циклі «вмикання-вимикання»;  $N_{\text{ц}}$  – кількість циклів «вмикання-вимикання» за час  $t_k$ .

З формул (2.5) і (2.6) видно, що середній наробіток на відмову відновлюваних об'єктів у циклічному режимі використання завжди нижчий середнього наробітку на відмову безупинно працюючих об'єктів. Це пояснюється тим, що при одному й тому ж наробітку середнє число відмов у циклічному режимі виявляється більшим за рахунок відмов, що виникають у стані очікування, і відмов, викликаних включенням апаратури.

#### 2.1.4. Основні математичні моделі безвідмовності

У попередніх розділах були розглянуті показники безвідмовності відновлюваних і невідновлюваних об'єктів у загальному вигляді. Конкретні функції  $p(t)$ ,  $f_T(t)$ ,  $\lambda(t)$  залежать від ряду факторів, зокрема від типу об'єкта, від характерних для нього особливостей розвитку й виникнення відмов, ступеня впливу зовнішнього середовища й ін. Як результат великого терміну експлуатації й випробувань об'єктів РЕТ виявлені імовірнісні залежності, які можуть описувати властиві випадковій величині  $T$  закономірності. У ролі цих залежностей виступають відомі з теорії ймовірностей теоретичні закони розподілу випадкових величин, які часто називають математичними моделями безвідмовності об'єктів.

Формулу для теоретичного закону розподілів (експонентного, нормального, Ерланга або іншого), що найбільш точно характеризує випадкову величину  $T$ , підставляють у загальні вирази для показників безвідмовності і одержують конкретні розрахункові співвідношення для цих показників при обраній моделі

безвідмовності. Вибір іншої моделі безвідмовності визначає інший вид розрахункових співвідношень.

При виборі найбільш підходящої моделі безвідмовності потрібно враховувати дві обставини:

1) модель повинна досить точно описувати реальні закономірності виникнення відмов;

2) вона повинна бути якомога простішою.

Далі будуть розглянуті найбільш широко використовувані в теорії й практиці надійності математичні моделі безвідмовності: експонентний розподіл, розподіл Вейбулла, нормальний й зрізано нормальний розподіл.

#### 2.1.4.1. Залежність інтенсивності відмов і параметра потоку відмов від наробітку

Досвід експлуатації об'єктів РЕТ показує, що для них характерні наступні три періоди "життя".

1. Період наробітку, протягом якого переважно виявляються дефекти, обумовлені порушеннями технології виробництва, а не номінальними властивостями самої конструкції об'єкта. У цей період інтенсивність відмов убуває, тому що число елементів об'єкта з дефектами виробництва зменшується.

2. Період нормальної експлуатації, що характеризується сталістю інтенсивності відмов. У цей період виникають переважно раптові відмови, а поступові відмови бувають порівняно рідко.

3. Період зношування й старіння, відмінною рисою якого є зростання інтенсивності відмов.

Ці періоди "життя" характерні як для невідновлюваних, так і для відновлюваних об'єктів. Залежність інтенсивності відмов  $\lambda(t)$  невідновлюваного об'єкта (елемента) показана на рис. 2.3. Приблизно такий же вигляд має функція параметра потоку відмов  $\omega(t)$  для відновлюваних об'єктів. Відмінність полягає в тому, що функція  $\omega(t)$  визначена для більших значень наробітку  $t$ .

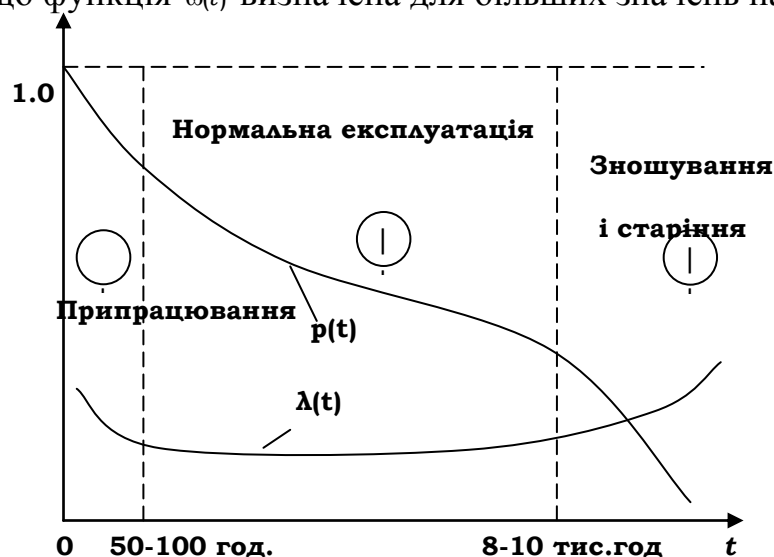


Рис. 2.3

Після проведення капітального ремонту наступає новий "життєвий" цикл, у межах якого є ті ж три характерних періоди експлуатації. Зразковий вигляд функції  $\omega(t)$  зображений на рис. 2.4.

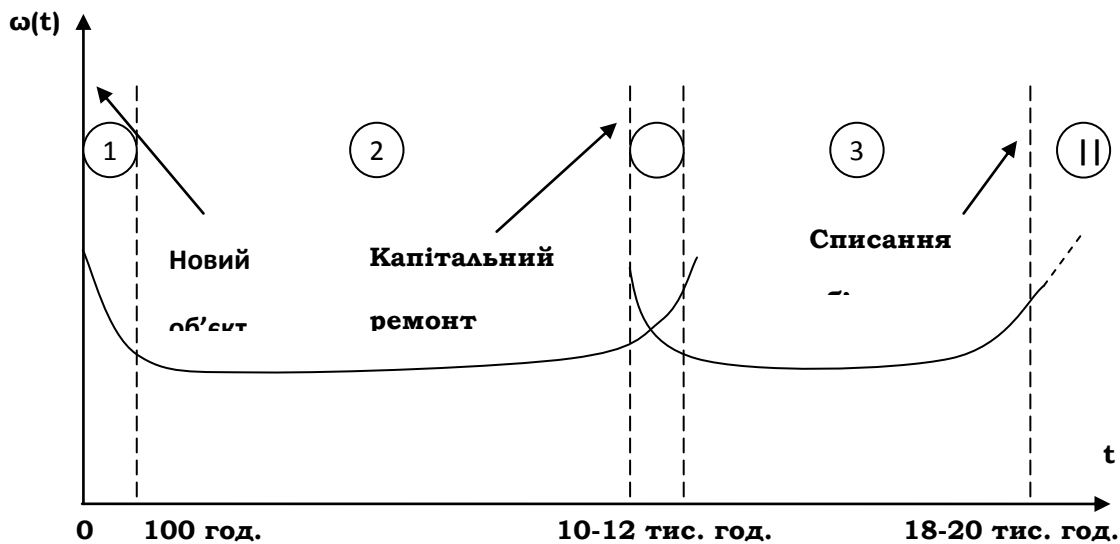


Рис. 2.4.

Очевидно, що при розрахунках надійності об'єктів для зазначених вище періодів "життєвого" циклу варто застосовувати різні моделі безвідмовності.

### 2.1.4.2. Експонентний розподіл

Характерна риса експонентного розподілу - сталість інтенсивності відмов. У зв'язку із цим експонентний розподіл є хорошою моделлю безвідмовності для періоду нормальної експлуатації об'єкта й найбільш широко застосовується на практиці.

Вирази для показників безвідмовності при експонентному розподілі мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 p(t) &= e^{-\lambda t}; \\
 f_T(t) &= \lambda e^{-\lambda t}; \\
 \lambda(t) &= \lambda = \text{const}; \\
 T_{\text{ср}} &= \frac{1}{\lambda},
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

де  $\lambda$  - єдиний параметр цього розподілу.

Відповідні до цих формул графіки показників безвідмовності наведені на рис. 2.5. Значення функції  $e^{-x}$  можна визначити, користуючись табл. 2.2.

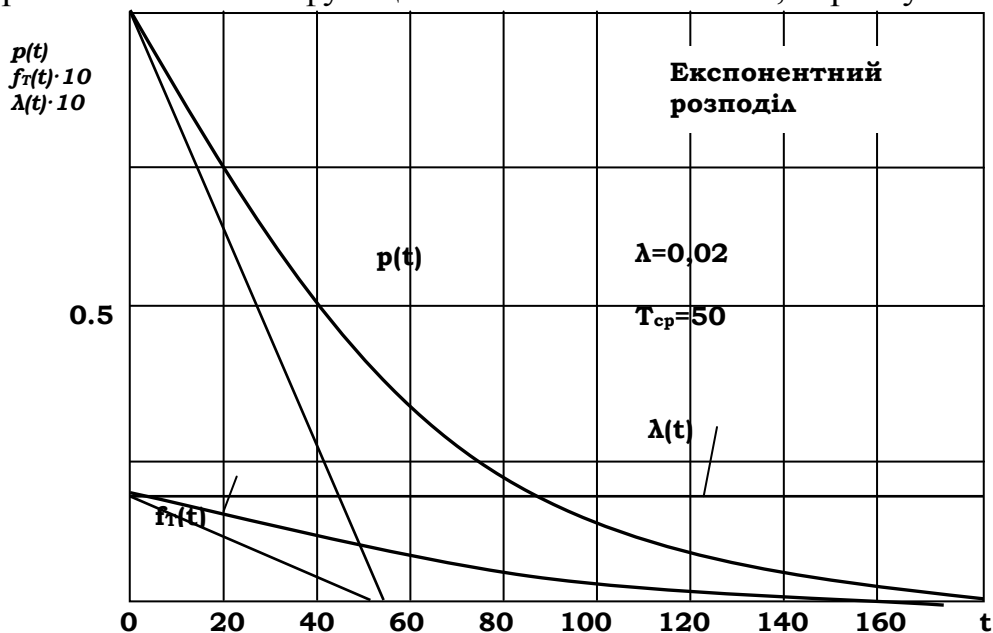


Рис. 2.5

Іншою істотною причиною широкого поширення цієї моделі є простота формул (2.7).

Таблиця 2.2

**Значення функції  $e^{-x}$**

$x$	$e^{-x}$	$x$	$e^{-x}$	$x$	$e^{-x}$	$x$	$e^{-x}$
0,01	0,9900	0,46	0,6313	0,91	0,4025	2,80	0,0603
0,02	9802	0,47	6250	0,92	3985	2,85	0578
0,03	9704	0,48	6188	0,93	3946	2,90	0550
0,04	9608	0,49	6126	0,64	3906	2,95	0523
0,05	9512	0,50	6065	0,95	3867	3,00	0498
0,06	9413	0,51	6005	0,96	3829	3,05	0474
0,07	9324	0,52	5945	0,97	3791	3,10	0450
0,08	9231	0,53	5896	0,98	3753	3,15	0439
0,09	9139	0,54	5827	0,99	3716	3,20	0408
0,10	9048	0,55	5769	1,00	3679	3,25	0368
0,11	8958	0,56	5712	1,05	3499	3,30	0302
0,12	8869	0,57	5655	1,10	3329	3,35	0351
0,13	8781	0,58	5599	1,15	3166	3,40	0334
0,14	8694	0,59	5543	1,20	3012	3,45	0317
0,15	8607	0,60	5488	1,25	2865	3,50	0302
0,16	8521	0,61	5434	1,30	2725	3,55	0287
0,17	8437	0,62	5379	1,35	2592	3,60	0273
0,18	8353	0,63	5326	1,40	2466	3,65	0260
0,19	8270	0,64	5273	1,45	2346	3,70	0247
0,20	8187	0,65	5220	1,50	2231	3,75	0235
0,21	8106	0,66	5169	1,55	2122	3,80	0224
0,22	8085	0,67	5117	1,60	2019	3,85	0213
0,23	7945	0,68	5066	1,65	1920	3,90	0202
0,24	7866	0,68	5016	1,70	1827	3,95	0193
0,25	7788	0,70	4966	1,75	1738	4,00	0183
0,26	7711	0,71	4916	1,80	1653	4,05	0174
0,27	7634	0,72	4868	1,85	1572	4,10	0166
0,28	7556	0,73	4810	1,90	1496	4,15	0158
0,29	7483	0,74	4771	1,95	1423	4,20	0150
0,30	7406	0,75	4724	2,00	1353	4,25	0143
0,31	7334	0,76	4677	2,05	1287	4,30	0136
0,32	7261	0,77	4630	2,10	1235	4,35	0129
0,33	7189	0,78	4584	2,15	1165	4,40	0123
0,34	7118	0,79	4538	2,20	1108	4,40	0117
0,35	7047	0,80	4493	2,25	1054	4,50	0111
0,36	6977	0,61	4449	2,30	1003	4,55	0106
0,37	6907	0,32	4404	2,35	0954	4,60	0101
0,38	6839	0,83	4360	2,40	0907	4,65	0096
0,39	6771	0,84	4317	2,45	0863	4,70	0091
0,40	6703	0,85	4274	2,50	0821	4,75	0087
0,41	6637	0,86	4232	2,55	0781	4,80	0082
0,42	6570	0,87	4190	2,60	0743	4,85	0076
0,43	6505	0,88	4148	2,65	0707	4,90	0074
0,44	6440	0,89	4107	2,70	0672	4,95	0072
0,45	6376	0,90	4066	2,75	0639	5,00	0067

Важливою особливістю експонентного закону розподілу є те, що він являє собою модель безвідмовності нестаріючих об'єктів. Це можна показати так.

Імовірність безвідмовної роботи об'єкта в проміжку  $(t, t + \Delta t)$  за умови, що до моменту  $t$  об'єкт пропрацював безвідмовно, складає:

$$p(t, t + \Delta t) = \frac{p(t + \Delta t)}{p(t)} = \frac{e^{-\lambda(t + \Delta t)}}{e^{-\lambda t}} e^{-\lambda \Delta t}.$$

Таким чином, імовірність безвідмовної роботи в проміжку  $(t, t + \Delta t)$  залежить тільки від величини цього проміжку й не залежить від того, скільки об'єкт проробив до початку цього проміжку. Це значить, що якщо в цей момент часу безупинно працюючий об'єкт справний, то наробіток, що залишився, до відмови має точно такий же розподіл імовірностей, як й у момент його включення, тобто об'єкт не старіє. Із цього зокрема треба зробити парадоксальний на перший погляд висновок про те, що якщо відмови об'єкта розподілені за експонентним законом, то робити профілактику або робити заміну об'єктів з метою попередження відмов недоцільно. У дійсності ніякої парадоксальності тут немає, тому що всі реальні об'єкти старіють і експонентна модель є ідеалізацією фактичної закономірності.

### 2.1.4.3. Розподіл Вейбулла

Для розподілу Вейбулла показники безвідмовності мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} p(t) &= e^{-\eta t^\delta}; \\ f_T(t) &= \eta \delta t^{\delta-1} e^{-\eta t^\delta}; \\ \lambda(t) &= \eta \delta t^{\delta-1}; \\ T_{cp} &= \eta^{-\frac{1}{\delta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right), \end{aligned} \tag{2.8}$$

де  $\eta > 0$  – параметр масштабу;  $\delta > 0$  – параметр форми;  $\Gamma(x)$  – повна гамма-функція (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

$x$	$\Gamma(x)$	$x$	$\Gamma(x)$	$x$	$\Gamma(x)$	$x$	$\Gamma(x)$
1,00	1,00000	1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906
1	0,99433	6	0,90440	1	0,88659	6	0,92137
2	0,98884	7	0,90250	2	0,88704	7	0,92376
3	0,98355	8	0,90072	3	0,88757	8	0,92623
4	0,97844	9	0,89904	4	0,88818	9	0,92877
1,05	0,97350	1,30	0,89747	1,55	0,8887	1,80	0,93138
6	0,94874	1	0,89600	6	0,88964	1	0,93408
7	0,96415	2	0,89464	7	0,89049	2	0,93685
8	0,95973	3	0,87338	8	0,89142	3	0,93369
9	0,95546	4	0,89222	9	0,89243	4	0,94261
1,10	0,95135	1,35	0,89115	1,60	0,89352	1,85	0,94561
1	0,94740	4	0,89018	1	0,89468	6	0,94869
2	0,94359	7	0,88931	2	0,89592	7	0,95184
3	0,93993	8	0,88854	3	0,89724	8	0,95507
4	0,93642	9	0,88785	4	0,89864	9	0,95838
1,15	0,93304	1,40	0,88726	1,65	0,90012	1,90	0,96177
6	0,92980	1	0,88676	6	0,90167	1	0,96523
7	0,92670	2	0,88636	7	0,90330	2	0,96877
8	0,92373	3	0,88604	8	0,90500	3	0,97240
9	0,92089	4	0,88581	9	0,90678	4	0,97610
1,20	0,91817	1,45	0,88566	1,60	0,90364	1,95	0,97888
1	0,91558	6	0,88560	1	0,91057	6	0,98374
2	0,91311	7	0,88503	2	0,91258	7	0,98768



$x$	$\Gamma(x)$	$x$	$\Gamma(x)$	$x$	$\Gamma(x)$	$x$	$\Gamma(x)$
3	0,91075	8	0,88575	3	0,91467	8	0,99171
4	0,90852	9	0,88595	4	0,91683	9	0,99581
						2,00	1,00000

Графіки функцій  $p(t)$ ,  $f_T(t)$  й  $\lambda(t)$ , що відповідають формулам (2.23), зображені на рис. 2.6.

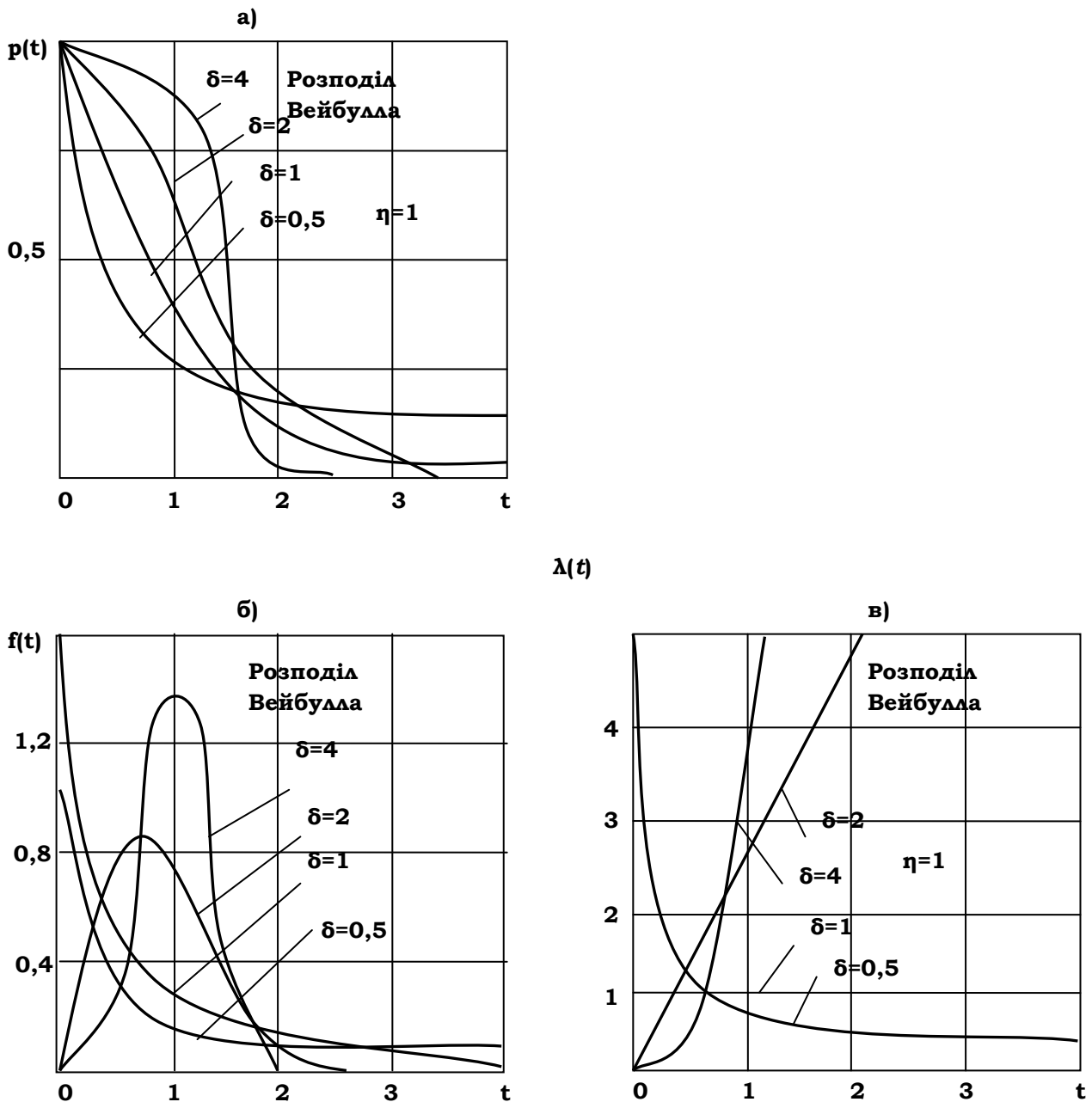


Рис. 2.6

З формули  $\lambda(t) = \eta \delta t^{\delta-1}$  видно, що при  $\delta < 1$  інтенсивність відмов  $\lambda(t)$  монотонно убуває, при  $\delta > 1$  - зростає, при  $\delta = 1$  - постійна. Отже, розподіл Вейбулла можна використати як модель безвідмовності на всіх етапах експлуатації об'єкта:

при  $\delta < 1$  - на етапі приробляння; при  $\delta = 1$  - на етапі нормальної експлуатації (у цьому випадку розподіл Вейбулла вироджується в експонентний розподіл); при  $\delta > 1$  - на етапі зношування й старіння.

#### 2.1.4.4. Нормальний і пересічений нормальний розподіли

При нормальному законі густина розподілу наробітку до відмови має вигляд

$$f_T(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} e^{-\frac{(t-T_{\text{сер}})^2}{2\sigma_T^2}}, \quad (2.9)$$

де  $T_{\text{сер}}$  – середній наробіток до відмови;

$\sigma_T$  – середнє квадратичне відхилення наробіток до відмови.

Імовірність безвідмовної роботи  $p(t)$  можна подати у вигляді

$$p(t) = \int_t^{\infty} f_T(s) ds = f_T(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \int_t^{\infty} e^{-\frac{(s-T_{\text{сер}})^2}{2\sigma_T^2}} ds.$$

Застосувавши підстановку

$$x = \frac{u - T_{\text{сер}}}{\sigma_T} \quad \text{і} \quad dx = \frac{du}{\sigma_T},$$

одержимо

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-T_{\text{сер}}}{\sigma_T}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{t-T_{\text{сер}}}{\sigma_T}\right), \quad (2.10)$$

де  $\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$  - функція Лапласа (табл. 2.4).

Таблиця 2.4

**Значення функції Лапласа**  $\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

z	$\Phi_0(z)$	z	$\Phi_0(z)$	z	$\Phi_0(z)$
0,00	0,0000	0,43	0,1664	0,86	0,3051
0,01	0,0040	0,44	0,1700	0,87	0,3078
0,02	0,0080	0,45	0,1736	0,88	0,3106
0,03	0,0120	0,46	0,1772	0,89	0,3133
0,04	0,0160	0,47	0,1808	0,90	0,3139
0,05	0,0199	0,48	0,1844	0,91	0,3186
0,06	0,0239	0,49	0,1879	0,92	0,3212
0,07	0,0279	0,50	0,1915	0,93	0,3238
0,08	0,0319	0,51	0,1950	0,94	0,3264
0,09	0,0359	0,52	0,1985	0,95	0,3289
0,10	0,0398	0,53	0,2019	0,96	0,3315
0,11	0,0438	0,54	0,2054	0,97	0,3340
0,12	0,0476	0,55	0,2088	0,98	0,3365
0,13	0,0517	0,56	0,2123	0,99	0,3389
0,14	0,0557	0,57	0,2157	1,00	0,3413
0,15	0,0596	0,58	0,2190	1,01	0,3438
0,16	0,0636	0,59	0,2224	1,02	0,3461
0,17	0,0675	0,60	0,2257	1,03	0,3485
0,18	0,0714	0,61	0,2291	1,04	0,3508
0,19	0,0753	0,62	0,2324	1,05	0,3531
0,20	0,0793	0,63	0,2357	1,06	0,3554
0,21	0,0832	0,64	0,2339	1,07	0,3577
0,22	0,0871	0,65	0,2422	1,08	0,3599
0,23	0,0910	0,66	0,2457	1,09	0,3621
0,24	0,0948	0,67	0,2486	1,10	0,3643
0,25	0,0987	0,68	0,2517	1,11	0,3665

$z$	$\Phi_0(z)$	$z$	$\Phi_0(z)$	$z$	$\Phi_0(z)$
0,26	0,1026	0,69	0,2549	1,12	0,3686
0,27	0,1064	0,70	0,2580	1,13	0,3700
0,28	0,1103	0,71	0,2611	1,14	0,3729
0,29	0,1141	0,72	0,2642	1,15	0,3749
0,30	0,1179	0,73	0,2673	1,16	0,3770
0,31	0,1217	0,74	0,2703	1,17	0,3790
0,32	0,1255	0,75	0,2734	1,18	0,3810
0,33	0,1293	0,76	0,2764	1,19	0,3830
0,34	0,1331	0,77	0,2794	1,20	0,3849
0,35	0,1368	0,78	0,2823	1,21	0,3869
0,36	0,1406	0,79	0,2852	1,22	0,3888
0,37	0,1443	0,80	0,2881	1,23	0,3907
0,38	0,1480	0,81	0,2910	1,24	0,3925
0,39	0,1517	0,82	0,2939	1,25	0,3944
0,40	0,1554	0,83	0,2967	1,26	0,3962
0,41	0,1591	0,84	0,2995	1,27	0,3980
0,42	0,1628	0,85	0,3023	1,28	0,3997
1,29	0,4015	1,72	0,4573	2,30	0,4893
1,30	0,4032	1,73	0,4582	2,32	0,4898
1,31	0,4049	1,74	0,4591	2,34	0,4904
1,32	0,4066	1,75	0,4599	2,36	0,4909
1,33	0,4082	1,76	0,4608	2,38	0,4913
1,34	0,4099	1,77	0,4616	2,40	0,4918
1,35	0,4115	1,78	0,4625	2,42	0,4922
1,36	0,4131	1,79	0,4633	2,44	0,4927
1,37	0,4147	1,80	0,4641	2,46	0,4931
1,38	0,4162	1,81	0,4649	2,48	0,4934
1,39	0,4177	1,82	0,4656	2,50	0,4938
1,40	0,4192	1,83	0,4664	2,52	0,4941
1,41	0,4207	1,84	0,4671	2,54	0,4945
1,42	0,4222	1,85	0,4678	2,56	0,4948
1,43	0,4236	1,86	0,4686	2,58	0,4951
1,44	0,4251	1,87	0,4693	2,60	0,4953
1,45	0,4265	1,88	0,4699	2,62	0,4956
1,46	0,4279	1,89	0,4706	2,64	0,4959
1,47	0,4292	1,90	0,4713	2,66	0,4961
1,48	0,4306	1,91	0,4719	2,68	0,4963
1,49	0,4319	1,92	0,4726	2,70	0,4985
1,50	0,4332	1,93	0,4732	2,72	0,4967
1,51	0,4345	1,94	0,4738	2,74	0,4969
1,52	0,4357	1,95	0,4744	2,76	0,4971
1,53	0,4370	1,96	0,4750	2,78	0,4973
1,54	0,4382	1,97	0,4756	2,80	0,4974
1,55	0,4394	1,98	0,4761	2,82	0,4976
1,56	0,4406	1,99	0,4767	2,84	0,4977
1,57	0,4416	2,00	0,4772	2,86	0,4979

$z$	$\Phi_0(z)$	$z$	$\Phi_0(z)$	$z$	$\Phi_0(z)$
1,58	0,4429	2,02	0,4783	2,88	0,4980
1,59	0,4441	2,04	0,4793	2,90	0,4981
1,60	0,4452	2,06	0,4803	2,92	0,4982
1,61	0,4463	2,08	0,4812	2,94	0,4984
1,62	0,4474	2,10	0,4821	2,96	0,4985
1,63	0,4484	2,12	0,4830	2,98	0,4986
1,64	0,4495	2,14	0,4838	3,00	0,49865
1,65	0,4505	2,16	0,4846	3,20	0,49931
1,66	0,4515	2,18	0,4854	3,40	0,49966
1,67	0,4525	2,20	0,4861	3,60	0,499841
1,68	0,4535	2,22	0,4868	3,80	0,499928
1,69	0,4545	2,24	0,4875	4,00	0,499968
1,70	0,4554	2,26	0,4881	4,50	0,499997
1,71	0,4564	2,28	0,4887	5,00	0,499999
1,72					

При використанні функції Лапласа необхідно враховувати, що вона має наступну властивість:  $\Phi_0(-z) = -\Phi_0(z)$ .

При підставці формул (2.9) і (2.10) інтенсивність відмов знаходимо з виразу:

$$\lambda(t) = \frac{f_T(t)}{p(t)} = \frac{e^{-\frac{(t-T_{\text{сеп}})^2}{2\sigma_T^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_T \left[ 0,5 - \Phi_0\left(\frac{t-T_{\text{сеп}}}{\sigma_T}\right) \right]} \quad (2.11)$$

Залежності  $p(t)$ ,  $f_T(t)$  й  $\lambda(t)$  при нормальному законі розподілу мають вигляд, показаний на рис. 2.7.

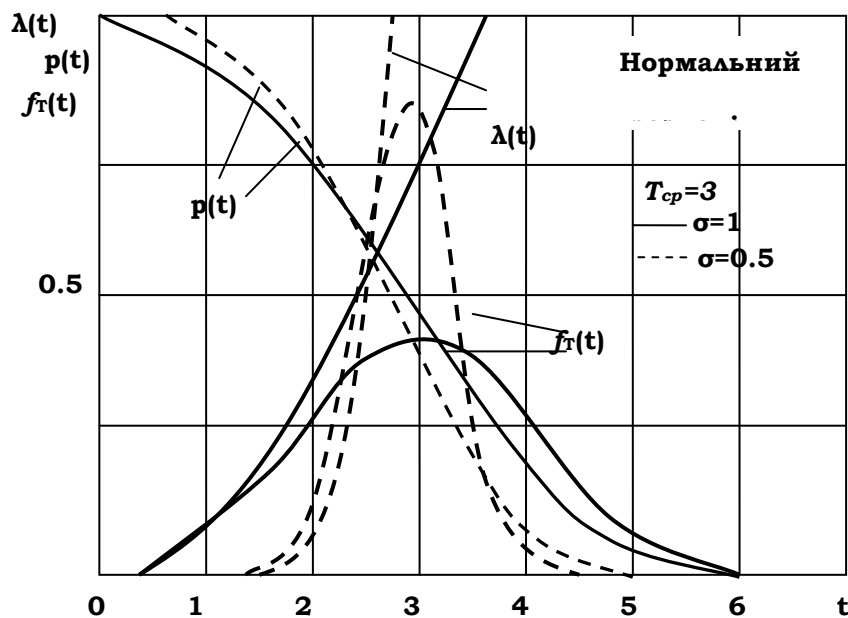


Рис. 2.7

Очевидно, нормальний розподіл може бути задовільною моделлю безвідмовності старіючих об'єктів тільки при  $T_{\text{сеп}} \gg \sigma_T$ . Якщо ж ця умова не виконується, то застосовується модель усіченого нормального розподілу. При усіченому нормальному розподілі густина (формула 2.9) множать на множник, що нормує,  $C$ , що знаходять із виразу

$$C \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(u-T_{\text{сеп}})^2}{2\sigma_T^2}} du = 1. \quad (2.12)$$

З формули (2.12)

$$C = \frac{1}{0,5 + \Phi_0\left(\frac{T_{\text{сеп}}}{\sigma_T}\right)}.$$

З урахуванням цього запишемо наступний вираз для показників безвідмовності при усіченому нормальному розподілі:

$$p(t) = \frac{0,5 - \Phi_0\left(\frac{t - T_{\text{сеп}}}{\sigma_T}\right)}{0,5 + \Phi_0\left(\frac{T_{\text{сеп}}}{\sigma_T}\right)}; \quad (2.13)$$

$$T'_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} t f_T(t) dt = T_{\text{сеп}} + \frac{\sigma_T e^{-\frac{T_{\text{сеп}}^2}{2\sigma_T^2}}}{\sqrt{2\pi} \left[0,5 + \Phi_0\left(\frac{T_{\text{сеп}}}{\sigma_T}\right)\right]}, \quad (2.14)$$

де  $T'_{\text{ср}}$  - середній наробіток до відмови при зрізаному нормальному розподілі.

Вираз для  $\lambda(t)$  при зрізаному нормальному розподілі збігається з виразом (1.18). Графіки функцій  $p(t)$ ,  $f_T(t)$  і  $\lambda(t)$  для цього випадку зображені на рис. 2.8.

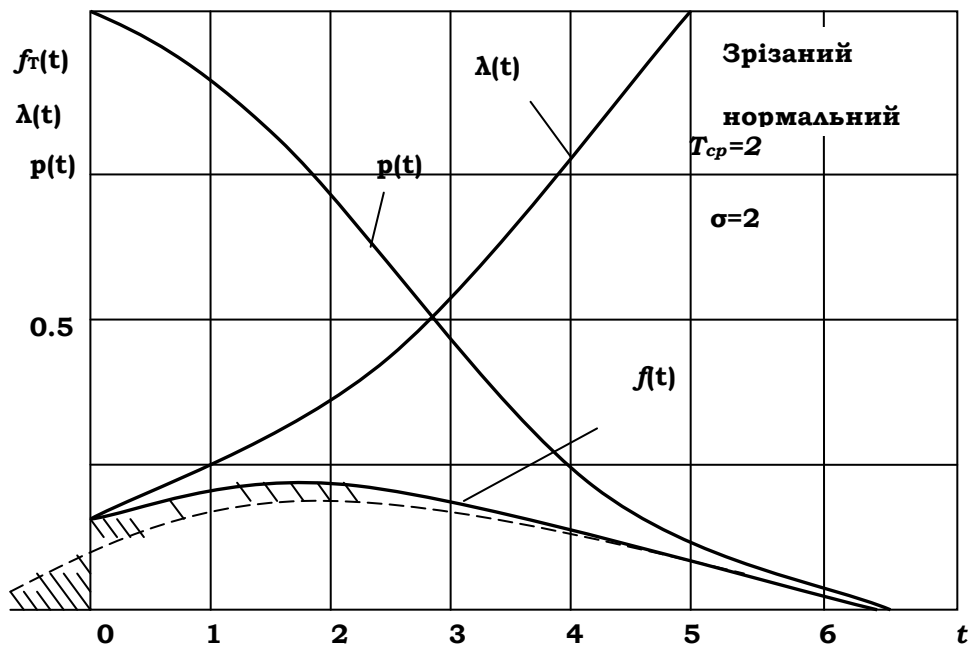


Рис. 2.8

## 2.2. Показники ремонтпридатності.

Властивість ремонтпридатності об'єктів РЕТ прийнято "вимірювати" часом приведення об'єкта в працездатний стан, тобто часом установлення (позначимо його  $\tau$ ). Цей показник у більшості випадків містить у собі такі основні складові: час виявлення дефекту - причини несправності; час ремонту або заміни несправного елемента; час доставки необхідних елементів і деталей; час налаштування й контролю після ремонту або заміни.

Кожна з перерахованих складових залежить від різноманітних факторів, у результаті чого час відновлення - випадкова величина. Тому для показників

ремонтпридатності технічних об'єктів використовують такі ж імовірні характеристики, як і для показників безвідмовності, а саме:

$v(t)$  - імовірність відновлення;

$\bar{v}(t)$  - імовірність невідновлення;

$f_{\tau}(t)$  - густина розподілу часу відновлення;

$\mu(t)$  - інтенсивність відновлення;

$T_B$  – середній час відновлення.

Відповідно ДСТУ 2860-94 імовірність відновлення  $v(t)$  - це ймовірність того, що час відновлення працездатного стану об'єкта не перевищить задане значення.

Відповідно до визначення  $v(t) = \text{Імов}\{\tau \leq t\}$ .

Так само як й  $q(t)$ ,  $v(t)$  - функція розподілу.

Імовірність невідновлення  $\bar{v}(t) = \text{Ймов}\{\tau > t\} = 1 - v(t)$ .

Для пояснення статистичних оцінок показників ремонтпридатності розглянемо випадок випробування на ремонтпридатність, коли при  $t=0$  починається відновлення  $N_0$  однотипних об'єктів й у ході випробувань через рівні проміжки часу  $\Delta t$  фіксується число відновлених об'єктів  $N_B(t_i)$ , де  $t_i = i\Delta t, i = 1, 2, \dots$ .

У цьому випадку статистичні оцінки ймовірності відновлення  $v(t)$  й імовірності невідновлення  $\bar{v}(t)$  в заданий час визначаються за формулами:

$$v^*(t_i) = \frac{N_B(t_i)}{N_0}; \quad \bar{v}^*(t_i) = \frac{N_0 - N_B(t_i)}{N_0} = 1 - v^*(t_i).$$

Густина розподілу часу відновлення  $f_{\tau}(t)$  - це безумовна ймовірність відновлення об'єкта на нескінченно малому проміжку часу  $(t, t + \Delta t)$ , віднесена до величини цього проміжку:  $f_{\tau}(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -\frac{d\bar{v}(t)}{dt}$ .

Статистична оцінка  $f_{\tau}^*(t_i)$  визначається за формулою

$$f_{\tau}^*(t_i) = \frac{v^*(t_i + \Delta t) - v^*(t_i)}{\Delta t} = \frac{\Delta n_B(t_i, t_i + \Delta t)}{N_0 \Delta t},$$

де  $\Delta n_B(t_i, t_i + \Delta t)$  - число об'єктів, відновлених на  $i$ -м проміжку  $(t_i, t_i + \Delta t)$ .

Інтенсивність відновлення  $\mu(t)$  - це умовна густина імовірності відновлення працездатного стану об'єкта, встановлена для розглянутого моменту часу за умови, що до цього моменту відновлення не було завершено.

За визначенням,  $\mu(t) = \frac{f_{\tau}(t)}{v(t)}$ .

Статистичну оцінку  $\mu^*(t)$  можна знайти за наступною формулою:

$$\mu^*(t_i) = \frac{f_{\tau}^*(t_i)}{v^*(t_i)} = \frac{\Delta n_B(t_i, t_i + \Delta t)}{[N_0 - N_B(t_i)] \Delta t}.$$

Відповідно ДСТУ 2860-94 середній час відновлення - це математичне очікування часу відновлення працездатного стану об'єкта після відмови, тобто  $T_B = M[\tau]$ .

Як математичне очікування  $T_B$  визначається з виразу

$$T_B = \int_0^{\infty} t f_{\tau}(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - v(t)] dt = \int_0^{\infty} \bar{v}(t) dt.$$

Статистичну оцінку  $T_B$  знаходять за формулою:  $T_B^* = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} \tau_i$ ,

де  $\tau_i$  - час відновлення  $i$ -го об'єкта.

Якщо оцінка  $T_B^*$  визначається за результатами випробувань одного об'єкта, то використовується формула  $T_B^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i$ ,  $\tau_i$  – час відновлення об'єкта після  $i$ -ої відмови;  $n$  – число відмов (відновлення) у перебігу часу випробувань об'єкта на надійність. Розглянуті показники, зв'язані формулами, представленими в табл. 2.5.

**Зв'язок між показниками ремонтпридатності** Таблиця 2.5.

Відомий показник	Формули для визначення показників			
	$v(t)$	$\bar{v}(t)$	$f_{\tau}(t)$	$\mu(t)$
$v(t)$	-	$1 - v(t)$	$\frac{dv(t)}{dt}$	$\frac{1}{1 - v(t)} \frac{dv(t)}{dt}$
$\bar{v}(t)$	$1 - v(t)$	-	$-\frac{d\bar{v}(t)}{dt}$	$-\frac{1}{\bar{v}(t)} \frac{d\bar{v}(t)}{dt}$
$f_{\tau}(t)$	$\int_0^t f_{\tau}(x) dx$	$\int_t^{\infty} f_{\tau}(x) dx$	-	$\frac{f_{\tau}(t)}{\int_t^{\infty} f_{\tau}(x) dx}$
$\mu(t)$	$1 - e^{-\int_0^t \mu(x) dx}$	$e^{-\int_0^t \mu(x) dx}$	$\mu(t) e^{-\int_0^t \mu(x) dx}$	-

### 2.2.2. Основні математичні моделі ремонтпридатності

В якості математичної моделі ремонтпридатності можна використати закони розподілу, які були розглянуті вище як моделі безвідмовності. Однак як моделі ремонтпридатності найбільше часто застосовують експонентний розподіл, логарифмічно нормальний розподіл, гамма-розподіл і його окремий випадок - розподіл Ерланга.

#### Експонентний розподіл

Вирази для показників ремонтпридатності повністю збігаються з відповідними виразами для показників безвідмовності (2.22) і мають такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 v(t) &= 1 - e^{-\mu t}; \\
 \bar{v}(t) &= e^{-\mu t}; \\
 f_{\tau}(t) &= \mu e^{-\mu t}; \\
 \mu(t) &= \mu = \text{const}; \\
 T_B &= \frac{1}{\mu}.
 \end{aligned}$$

Відповідні цим формулам графіки наведені на рис. 2.9.

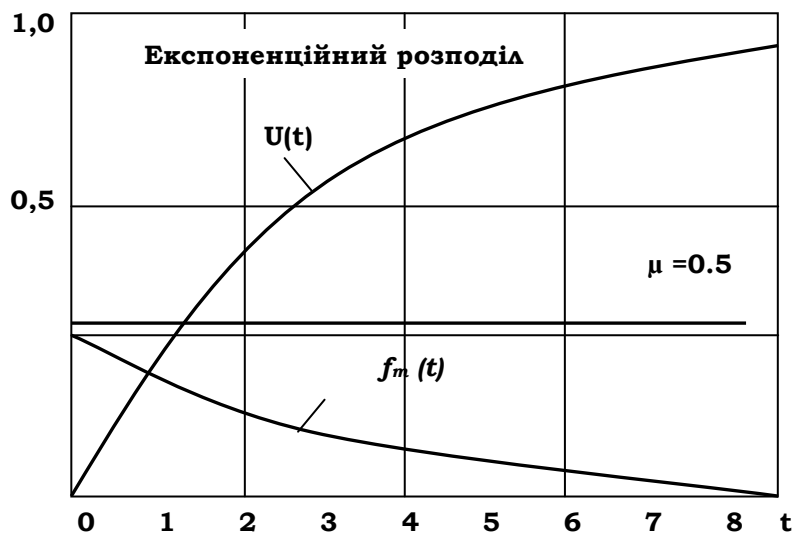


Рис. 2.9.

Експонентна модель ремонтпридатності є досить грубим наближенням реального розподілу часу відновлення, однак часто застосовується завдяки її простоті.

### Логарифмічно нормальний розподіл

Більш точною моделлю ремонтпридатності в багатьох випадках є логарифмічно нормальний розподіл, що являє собою нормальний розподіл логарифма випадкової величини. Вираз для густини розподілу при логарифмічно нормальному законі має вигляд

$$f_{\tau}(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.15)$$

де  $m = M[\ln \tau]$  - математичне очікування випадкової величини  $\ln \tau$ ;

$\sigma$  - середнє квадратичне відхилення випадкової величини  $\ln \tau$ .

Математичне очікування можна визначити за формулою

$$m = \ln T_{\text{ВН}},$$

де  $T_{\text{ВН}}$  - середній час відновлення при нормальному законі розподілу.

Графіки густини  $f_{\tau}(t)$  при різних  $\sigma$  наведені на рис. 2.10.

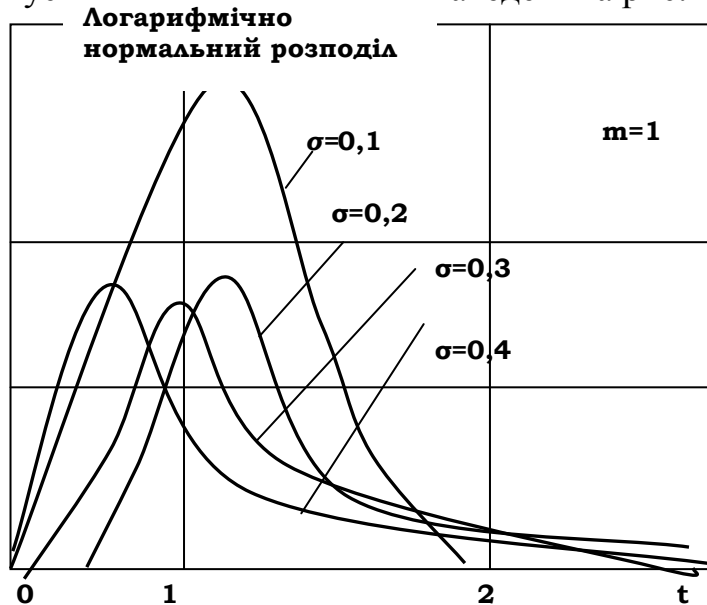


Рис. 2.10.

Показники ремонтпридатності при логарифмічно нормальному розподілі часу відновлення  $\tau$  мають такий вигляд [10]:

$$\begin{aligned} v(t) &= 0,5 + \Phi_0\left(\frac{\ln t - m}{\sigma}\right), \\ \bar{v}(t) &= 0,5 - \Phi_0\left(\frac{\ln t - m}{\sigma}\right), \\ \mu(t) &= \frac{f_{\tau}(t)}{\bar{v}(t)} = \frac{\exp\left[\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}\right]}{\sigma t \sqrt{2\pi} \left[0,5 - \Phi_0\left(\frac{\ln t - m}{\sigma}\right)\right]}, \\ T_{\text{В}} &= T_{\text{ВН}} e^{\sigma^2/2}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

### Гамма-розподіл і розподіл Ерланга

Як підходяща модель ремонтпридатності, а також при розв'язанні інших задач у теорії надійності часто застосовується гамма-розподіл і його окремий випадок - розподіл Ерланга.



Густина імовірності гамма-розподілу має вигляд

$$f_{\tau}(t) = \frac{\mu_0^k}{\Gamma(k)} t^{k-1} e^{-\mu_0 t}, \quad (2.17)$$

де  $\mu_0, k$  – параметри розподілу (довільні позитивні числа).

Якщо обмежити можливі значення параметра  $k$  у розподілі (2.17) тільки цілими числами ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ), то отриманий розподіл буде називатися розподілом Ерланга, що широко застосовується не тільки як модель ремонтпридатності, але й при вирішенні багатьох задач теорії надійності й масового обслуговування.

Розподіл Ерланга можна розглядати як розподіл суми  $k$  незалежних випадкових величин, кожна з яких підпорядкована тому самому експонентному закону розподілу з параметром  $\mu_0$ . При  $k = 1$  розподіл Ерланга перетворюється у відомий експонентний розподіл

$$f_{\tau}(t) = \mu_0 e^{-\mu_0 t}.$$

Графіки густини розподілу Ерланга при різних значеннях  $k$  (рис. 2.11) показують, що зі збільшенням  $k$  функція густини розподілу Ерланга наближається до функції густини нормального розподілу.

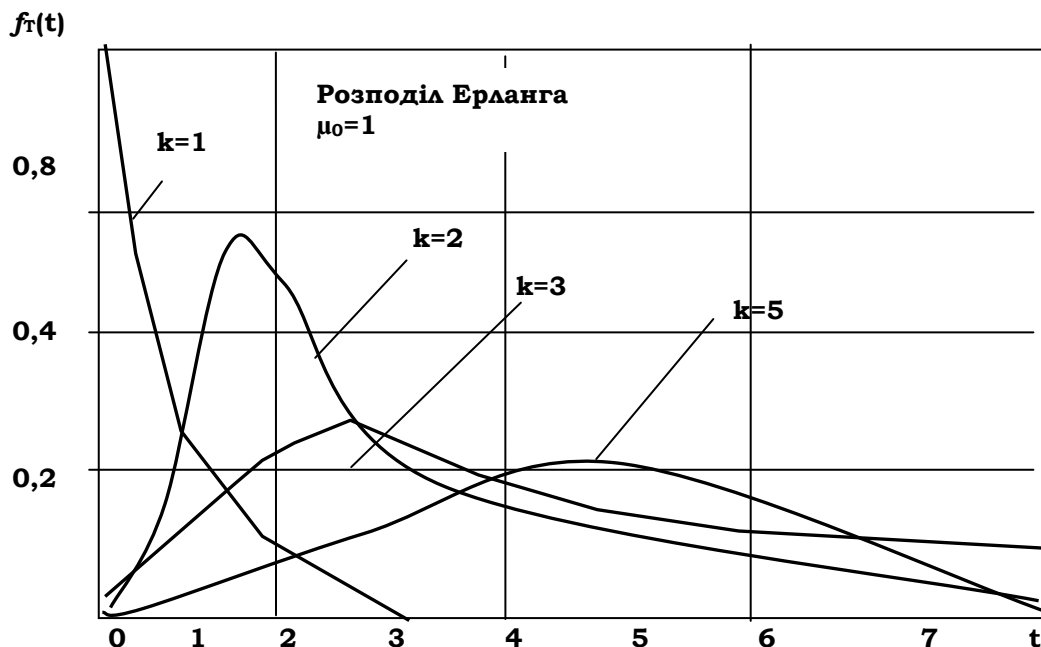


Рис. 2.11

Середній час відновлення у випадку розподілу випадкової величини  $\tau$  за законом Ерланга

$$T_B = M[\tau] = \frac{k}{\mu_0}.$$

Імовірність відновлення  $U(t)$  й невідновлення  $\bar{U}(t)$  в заданий час визначають із виразів:

$$U(t) = \frac{\mu_0^k}{\Gamma(k)} \int_0^t x^{k-1} e^{-\mu_0 x} dx = 1 - e^{-\mu_0 t} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\mu_0 t)^i}{i!};$$

$$\bar{U}(t) = e^{-\mu_0 t} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\mu_0 t)^i}{i!}.$$

Як розподіл часу відновлення об'єктів РЕТ часто застосовують закон Ерланга другого порядку. У цьому випадку формули для показників ремонтпридатності мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 f_{\tau}(t) &= \mu_0^2 t e^{-\mu_0 t}; \\
 U(t) &= 1 - (1 - \mu_0 t) e^{-\mu_0 t}; \\
 \bar{U}(t) &= (1 + \mu_0 t) e^{-\mu_0 t}; \\
 \mu(t) &= \frac{f_{\tau}(t)}{\bar{U}(t)} = \frac{\mu_0^2 t}{1 + \mu_0 t}; \\
 T_B &= \frac{2}{\mu_0}.
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

Відповідні цим виразам графіки наведені на рис. 2.12. Широке застосування описаного розподілу як модель ремонтпридатності пояснюється тим, що час відновлення наближено можна розглядати як суму двох випадкових величин: часу пошуку несправності й часу її усунення.

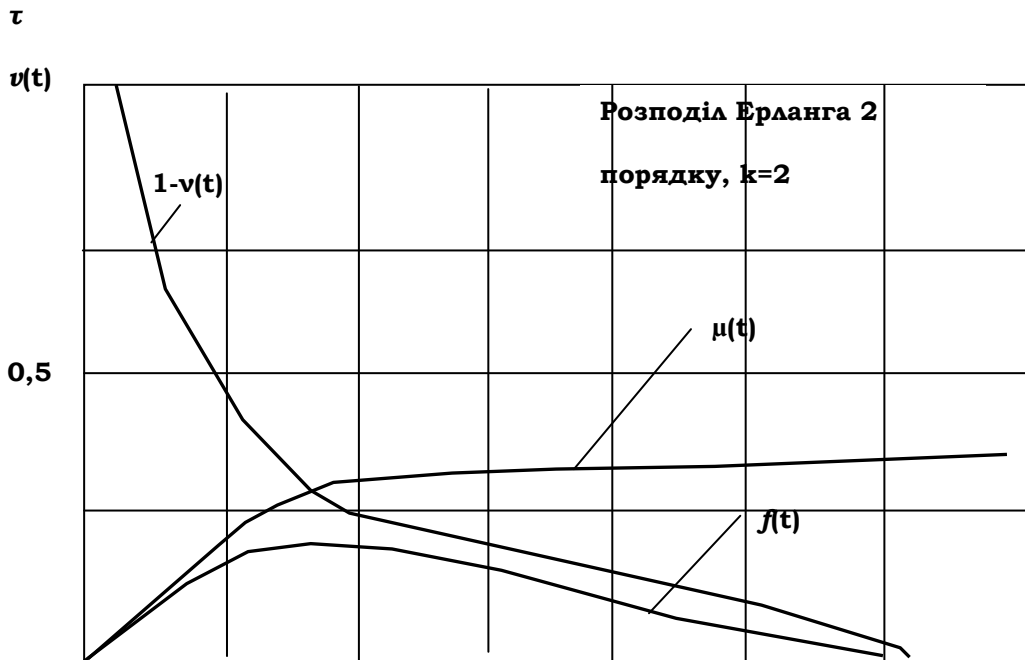


Рис. 2.12

### Приклад розв'язання задач

Приклад 2.1. У результаті випробувань трьох однотипних об'єктів РЕТ отримані наступні дані:

Таблиця 2.1

Номер об'єкта, $j$	Сумарний наробіток, $T_{\Sigma i}$	Число відмов, $n_j$
1	2700	23
2	3000	19
3	3200	15

Потрібно визначити середній наробіток на відмову об'єктів даного типу.

Рішення. Скориставшись формулою (2.4), одержимо:

$$T_0^* = \frac{\sum_{j=1}^{N_0} T_{\Sigma j}}{\sum_{j=1}^{N_0} n_j} = \frac{2700 + 3000 + 3200}{23 + 19 + 15} \cong 1564.$$

Іноді цікаво оцінити середній наробіток на відмову окремо для кожного зразка, а потім знайти  $T_0^*$  для всіх зразків. Середній наробіток на відмову кожного зразка знаходимо за формулою (2.3):

$$T_{01}^* = \frac{2700}{23} = 117,4 \text{ год}, \quad T_{02}^* = \frac{3000}{19} = 157,9 \text{ год}, \quad T_{03}^* = \frac{3200}{15} = 213,3 \text{ год},$$

Середній наробіток на відмову  $T_0^*$  можна знайти в такий спосіб:

$$T_0^* = \frac{\sum_{j=1}^{N_0} n_j T_{0j}^*}{\sum_{j=1}^{N_0} n_j} = \frac{23 \times 117,4 + 19 \times 157,9 + 15 \times 213,3}{23 + 19 + 15} = 156 \text{ год}.$$

**Приклад 2.2.** У процесі експлуатації РЛС протягом року сумарний наробіток склав  $T_\Sigma = 4485$  год. За цей період було зроблено  $N_u = 384$  вмикань-вимикань РЛС. Відомо, що параметри потоків відмов РЛС у ввімкнутому й вимкнутому станах відповідно  $\omega_B = 10^{-2} 1/\text{год}$  і  $\omega_{оч} = 10^{-5} 1/\text{год}$ . Коефіцієнт циклічності  $K_{ц} = \frac{q_{ц}}{\omega_B} = 5 \text{ год/цикл}$ .

Потрібно визначити середній наробіток на відмову РЛС із урахуванням циклічного режиму її роботи.

**Розв'язання.** Скористаємося виразами (2.4) і (2.5):

$$T_0 = \frac{1}{\omega_B(1 + k_{оч} + k_u F_u)};$$

де

$$k_{оч} = \frac{\omega_{оч}}{\omega_B} \frac{t_{оч \Sigma}}{T_\Sigma} = \frac{\omega_{оч}}{\omega_p} \frac{(t_k - T_\Sigma)}{T_\Sigma}; \quad F_u = \frac{N_{ц}}{T_\Sigma}.$$

З огляду на те, що 1 рік=8760 год, знаходимо:

$$k_{оч} = \frac{10^{-5}}{10^{-2}} \frac{(8760 - 4485)}{4485} = 0,953 \times 10^{-3};$$

$$F_u = \frac{384}{4485} = 0,085 \left( \frac{\text{цикл}}{\text{год}} \right).$$

Підставляючи ці значення в розрахункову формулу, остаточно одержуємо:

$$T_0 = \frac{1}{10^{-2}(1 + 0,953 \times 10^{-3} + 5 \times 0,085)} = 70,12 \text{ год}.$$

**Приклад 2.3.** Відомо, що наробіток між відмовами радіовисотоміра підлягає експонентному розподілу. Визначити ймовірність безвідмовної роботи радіовисотоміра в інтервалі наробітку, рівному наробітку на відмову  $T_0$ .

**Розв'язання.** При експонентному законі розподілу ймовірність безвідмовної роботи знаходимо за формулою

$$p(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\omega t} = e^{-\frac{t}{T_0}}.$$

При  $t = T_0$  одержуємо

$$p(T_0) = e^{-1} \cong 0,37.$$

**Приклад 2.4.** Установлено, що наробіток до відмови електродвигуна приводу антени підпорядкований розподілу Вейбулла з параметром  $\delta = 1,8$ . Імовірність безвідмовної роботи електродвигуна протягом 100 год дорівнює 0,95. Потрібно визначити інтенсивність відмов для  $t = 100$  год і середній наробіток до відмови електродвигуна.

Розв'язання. Імовірність безвідмовної роботи  $p(t)$  у випадку, коли наробіток до відмови має розподіл Вейбулла, визначається за формулою (2.8), з якої  $\eta = -\frac{\ln p(t)}{t^\delta} = -\frac{\ln 0,95}{100^{1,8}} = 1,3 \times 10^{-5}$ .

Інтенсивність відмов електродвигуна  $\lambda(t) = \eta \delta t^{\delta-1} = 1,3 \times 10^{-5} \times 1,8 \times 100^{-3} \frac{1}{\text{год}}$ .

Середній наробіток до відмови

$$T_{\text{сер}} = \eta^{-\frac{1}{\delta}} \Gamma(1 + \frac{1}{\delta}) = \frac{1}{\sqrt[1,8]{1,3 \times 10^{-5}}} \Gamma(1 + \frac{1}{1,8}) = \frac{1}{\sqrt[1,8]{1,3 \times 10^{-5}}} 0,8889 = 460 \text{ год.}$$

Значення функції  $\Gamma(x)$  наведені в табл. 2.3.

Приклад 2.5. Наробіток до відмови редуктора обертання антени РЛС підпорядковане зрізаному нормальному розподілу з параметрами  $T_{\text{сер}} = 2000$  год і  $\sigma_T = 1000$  год. Визначити інтервал наробітку  $(0, t)$ , протягом якого редуктор буде працювати безвідмовно з імовірністю  $p(t) = 0,95$ .

Розв'язання. При зрізаному нормальному розподілі наробітку до відмови ймовірність безвідмовної роботи визначається за формулою (2.14). Підставляючи в знаменник задані значення  $T_{\text{сер}}$  і  $\sigma_T$ , одержуємо

$$p(t) = \frac{0,5 - \Phi_0(\frac{t - T_{\text{сер}}}{\sigma_T})}{0,5 + \Phi_0(\frac{2000}{750})} = \frac{0,5 - \Phi_0(\frac{t - T_{\text{сер}}}{\sigma_T})}{0,5 + 0,496} = \frac{0,5 - \Phi_0(\frac{t - T_{\text{сер}}}{\sigma_T})}{0,996}.$$

Знайдемо значення функції  $\Phi_0(\cdot)$ , при якому виконується умова  $p(t) = 0,95$ :

$$0,5 - \Phi_0(\frac{t - T_{\text{сер}}}{\sigma_T}) = 0,95 \times 0,996;$$

$$\Phi_0(\frac{t - T_{\text{сер}}}{\sigma_T}) = -0,947 + 0,5 = 0,447.$$

З огляду на те, що для  $p(t) = 0,95$   $t < T_{\text{сер}}$ , і використовуючи значення функції  $\Phi_0(\cdot)$ , (табл. 2.4), знаходимо:

$$\frac{t - T_{\text{сер}}}{\sigma_T} = 1,62,$$

Звідки  $t = T_{\text{сер}} \times 1,62 \sigma_T = 2000 - 1,62 \times 750 = 785$  год.

### Контрольні питання

1. Дати визначення показників безвідмовності відновлюваних об'єктів.
2. Привести основні розрахункові співвідношення показників безвідмовності відновлюваних об'єктів.
3. Дати визначення і привести основні розрахункові співвідношення показників ремонтпридатності.

## ЛЕКЦІЯ 3. КОМПЛЕКСНІ ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ

### 3.1. Показники довговічності і збережуваності

#### 3.1.1. Показники довговічності

Довговічність об'єктів виміряється терміном служби або наробітком до настання граничного стану. Для неремонтованих об'єктів настання граничного стану збігається з настанням першої відмови. Для ремонтваних об'єктів граничний стан настає, як правило, після значного числа циклів "відмовлення-відновлення". Експлуатацію об'єктів організують таким чином, щоб не допустити настання граничного стану під час застосування об'єкта за призначенням. Для цього неремонтовані об'єкти повинні бути замінені перед настанням граничного стану, а ремонтвані - відправлені на капітальний (середній) ремонт після закінчення встановлених значень терміну служби або наробітки.

Усі показники довговічності домовимося розділяти на показники, в основі яких терміни служби, або календарні, і показники, в основі яких наробітки об'єкта або нароблені, які базуються на понятті "ресурс". Наведені нижче поняття визначені відповідно до ДСТУ 2860-94 [6].

Термін служби - календарна тривалість експлуатації від початку експлуатації об'єкта або її поновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Призначений термін служби - календарна тривалість експлуатації, при досягненні якої експлуатація об'єкта повинна бути припинена незалежно від його технічного стану.

Ресурс - сумарний наробіток об'єкта від початку його експлуатації або її поновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Залишковий ресурс - сумарний наробіток об'єкта від моменту контролю його технічного стану до переходу в граничний стан.

Призначений ресурс - сумарний наробіток, при досягненні якого експлуатація об'єкта повинна бути припинена незалежно від його технічного стану.

Запас ресурсу об'єкта - залишок ресурсу до чергового капітального ремонту.

Відзначимо, що після закінчення призначеного терміну служби (ресурсу) об'єкт повинен бути вилучений з експлуатації й повинне бути ухвалене рішення, передбачене відповідною нормативно-технічною документацією – направлення на ремонт, списання, знищення, й т.д.

Основними календарними показниками довговічності є середній і гамма-процентний терміни служби.

Середній термін служби - це математичне очікування терміну служби. Різновиди цього показника: середній термін служби між середніми (капітальними) ремонтами; середній термін служби до середнього (капітального) ремонту; середній термін служби до списання.

Гамма-процентний термін служби - це календарна тривалість експлуатації, протягом якої об'єкт не досягне граничного стану з імовірністю  $\gamma$ , вираженої у відсотках.

Гамма-відсотковий термін служби позначимо через  $t_{c\gamma}$  і знайдемо з умови

$$P_{c\gamma}(t_{c\gamma}) = \frac{\gamma}{100},$$

де  $p_{ca}(t_{ca\gamma}) = \int_{t_{ca\gamma}}^{\infty} f_{ca}(x) dx$  - імовірність того, що граничний стан об'єкта наступить не раніше календарного часу  $t_{ca\gamma}$ ;

$f_{ca}(x)$  - густина розподілу терміна служби.

При наявності статистичних даних  $t_{ca}$  знаходимо із співвідношення

$$p_{ca}^*(t_{ca\gamma}) = \frac{N(t_{ca\gamma})}{N_0} = \frac{\gamma}{100},$$

де  $N(t_{ca})$  - число об'єктів, працездатних під час календарного часу  $t_{ca\gamma}$ ;

$N_0$  - число всіх об'єктів, що беруть участь у випробуваннях на довговічність.

Основними наробленими показниками довговічності є середній ресурс і гамма-процентний ресурс.

Середній ресурс – це математичне очікування ресурсу.

Різновидами цього показника є середній ресурс до середнього (капітального) ремонту; середній ресурс між середніми (капітальними) ремонтами; середній ресурс до списання.

Гамма-відсотковий ресурс – це сумарний наробіток, під час якого об'єкт не досягне граничного стану з імовірністю  $\gamma$ , вираженої у відсотках.

Гамма-відсотковий ресурс може бути знайдений за методикою, аналогічною визначенню величини гамма-процентного терміну служби.

### 3.1.2. Показники збережуваності

Збережуваність об'єктів характеризується їхньою здатністю протистояти негативному впливу на безвідмовність і довговічність умов їхнього зберігання й транспортування. При цьому необхідно враховувати, що надійність об'єктів у процесі зберігання, контрольована періодичними перевірками, може бути високою, але при включенні об'єкта в роботу після зберігання його надійність може істотно знизитися. Тому термін зберігання не можна змішувати з терміном збереження об'єкта в справному стані. Поняття збережуваності містить у собі як властивість безвідмовності об'єкта в процесі зберігання, так і безвідмовність об'єкта при його роботі після зберігання. Збережуваність звичайно оцінюється терміном зберігання, під яким розуміють календарну тривалість зберігання й (або) транспортування об'єкта, протягом якого зберігаються в заданих межах значення параметрів, що характеризують здатність об'єкта виконувати задані функції.

Основними показниками збережуваності середній термін і гамма-відсотковий термін зберігання.  $\bar{t}_{z\gamma} = \int_0^{\infty} f_{z\gamma}(x) dx$ ,

де  $f_{z\gamma}(x)$  - густина розподілу терміна зберігання.

Гамма-відсотковий термін зберігання - це термін зберігання, що досягається об'єктом із заданою ймовірністю  $\gamma$ , вираженою у відсотках. Ця величина визначається так само, як і гамма-відсотковий термін служби.

## 3.2. Коефіцієнт готовності

Розглянуті в попередніх лекціях показники називаються одиничними, тому що вони дозволяють кількісно оцінювати тільки окремі приватні властивості надійності (безвідмовності, ремонтпридатності, довговічності або збережуваності). На практиці необхідно оцінювати й порівнювати між собою

об'єкти за декількома властивостями одночасно. Для цих цілей вводять комплексні показники надійності. У цей час широко використовуються комплексні показники, що враховують тільки дві частки властивості надійності - безвідмовність і ремонтпридатність. Розглянемо чотири таких показники: коефіцієнт готовності, коефіцієнт технічного використання, коефіцієнт оперативної готовності й коефіцієнт збереження ефективності.

Коефіцієнт готовності (ДСТУ 2860-94) - це ймовірність того, що об'єкт виявиться в працездатному стані в довільний момент часу, крім запланованих періодів, протягом яких використання об'єкта за призначенню не передбачено.

Відповідно до цього визначення в кожен довільний момент часу, коли об'єкт повинен застосовуватися за призначенням, він може перебувати в одному із двох станів: працездатному або непрацездатному.

Позначимо  $e_0$  і  $e_1$  відповідно працездатний і непрацездатний стан об'єкта, а  $p_0(t)$  і  $p_1(t)$  - імовірності перебування об'єкта відповідно в працездатному й непрацездатному станах. Імовірності  $p_0(t)$  й  $p_1(t)$  пов'язані наступним співвідношенням:

$$p_0(t) + p_1(t) = 1. \quad (3.1)$$

Очевидно, що ймовірність  $p_0(t)$  - це, відповідно до визначення, коефіцієнт готовності об'єкта (цю ймовірність називають нестационарним коефіцієнтом готовності, оскільки вона залежить від часу  $t$ ).

Знайдемо аналітичне вираження для ймовірності  $p_0(t)$ : виявити об'єкт працездатним у довільний момент часу  $t$  при наступних вихідних передумовах. Нехай процес функціонування об'єкта в часі являє собою послідовність взаємозалежних інтервалів, що чергуються між собою:  $T_i$  - наробіток між відмовами  $\tau_i, i=1,2,\dots$  й часом відновлення. Нехай інтервали часу  $T_i$  розподілені за експонентним законом з параметром  $\lambda$ , а інтервали  $\tau_i$  теж розподілені однаково за експонентним законом з параметрами  $\mu$ , тобто

$$q(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad v(t) = 1 - e^{-\mu t}.$$

Для знаходження ймовірності  $p_0(t)$  будемо графік станів і переходів об'єкта, запишемо диференціальне рівняння й вирішуємо його щодо шуканої ймовірності при заданих початкових умовах.

Очевидно, що перехід із працездатного стану  $e_0$  в непрацездатний  $e_1$  відбувається з інтенсивністю  $\lambda$ , а перехід зі стану  $e_0$  в  $e_1$  - з інтенсивністю  $\mu$ .

Диференціальні рівняння для ймовірностей  $p_i(t), i=0,1$  вирішуються за наступним простим мнемонічним правилом [11]: у лівій частині рівняння записують похідну  $dp_i(t)/dt$ , а права частина являє собою алгебраїчну суму декількох складових, число яких дорівнює числу всіх дуг на графі, пов'язаних з  $i$ -м станом. Кожен доданок пов'язаний із вхідною або вихідною дугою й дорівнює добутку ймовірності того стану, з якого спрямована дуга, на інтенсивність переходу по цій дузі. Якщо дуга спрямована в  $i$ -ий стан, то доданок береться зі знаком "плюс", якщо з  $i$ -го стану, то - зі знаком "мінус".

Користуючись цим правилом, запишемо для розглянутого об'єкта наступне диференціальне рівняння першого порядку з постійними коефіцієнтами:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -p_0(t) + p_1(t)\mu.$$

У співвідношенні (2.35) підставимо замість  $p_1(t)$  вираз  $1 - p_0(t)$ . У результаті одержимо:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = \mu - (\lambda + \mu)p_0(t). \quad (3.2)$$

Розв'язуючи це диференціальне рівняння відомими методами, знаходимо [12]:

$$p_0(t) = \left[ \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{(\lambda + \mu)t} + c \right] e^{-(\lambda + \mu)t}, \quad (3.3)$$

де  $c$  - постійна, значення якої визначається початковими умовами інтегрування рівняння (3.2).

Якщо в початковий момент часу  $t = 0$  об'єкт працездатний, то, очевидно, що  $p_0(t) = 1$ . Підставляючи це значення у формулу (3.3), знаходимо  $c = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$  і формула для ймовірності  $p_0(t)$  матиме вигляд  $p_0(t) = \left[ \frac{\mu}{\lambda + \mu} e^{(\lambda + \mu)t} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \right] e^{-(\lambda + \mu)t}$ .

Якщо в цьому виразі  $\lambda$  й  $\mu$  подати через  $T_0 = 1/\lambda$  й  $T_B = 1/\mu$ , то його можна записати в такий спосіб:

$$p_0(t) = \frac{1}{1 + K_B} \left[ 1 + K_B e^{-\lambda \left( \frac{1 + K_B}{K_B} \right) t} \right], \quad (3.4)$$

де  $K_B = T_B / T_0$  - показник, що називають нормою відновлення.

Якщо при  $t = 0$  об'єкт непрацездатний, то аналогічно знаходимо

$$c = -\frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

і

$$p_0(t) = \frac{1}{1 + K_B} \left[ 1 + K_B e^{-\lambda \left( \frac{1 + K_B}{K_B} \right) t} \right].$$

Отже, отримане аналітичне вираження для ймовірності  $p_0(t)$  (нестационарного коефіцієнта готовності) для двох початкових умов: 1) при  $t = 0$  об'єкт працездатний; формула (3.3), 2) при  $t = 0$  об'єкт непрацездатний; формула (3.4).

Залежність імовірності  $p_0(t)$  від часу  $t$  при різних значеннях норми відновлення  $K_B$  наведена на рис. 3.1.

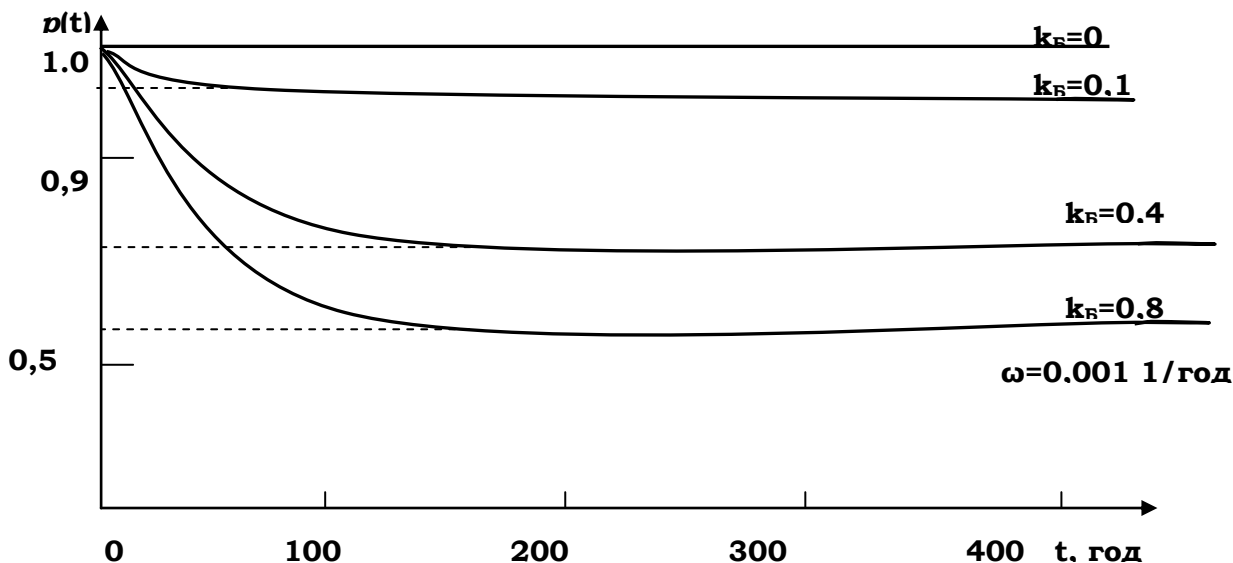


Рис.3.1



Із графіків, зображених на рисунку, а також з виразу (2.38) видно, що

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_0(t) = K_{\Gamma} = \frac{1}{1 + K_B} = \frac{T_0}{T_0 + T_B} \quad (3.5)$$

Це означає, що існує стале значення ймовірності  $p_0(t)$ , що не залежить від часу. Отже, імовірність застати об'єкт працездатним у довільний момент часу в сталому режимі експлуатації (тобто, через деякий час після моменту, коли  $t = 0$ ) відповідає постійній величині, що називають стаціонарним коефіцієнтом готовності.

Вираз (3.5) добре відбиває фізичну сутність коефіцієнта готовності як відносну частку часу, протягом якого об'єкт перебуває в працездатному стані.

Статистичну оцінку коефіцієнта готовності можна знайти за формулою:

$$K_{\Gamma}^* = \frac{T_0^*}{T_0^* + T_B^*} = \frac{1}{1 + K_B^*}, \quad (3.6)$$

або

$$K_{\Gamma}^* = \frac{T_{\Sigma}}{T_{\Sigma} + \tau_{\Sigma}}, \quad (3.7)$$

де  $K_B^* = T_B^* / t_0^*$  - статистична оцінка норми відновлення;

$T_{\Sigma}$  - сумарний наробіток за розглянутий календарний період часу;

$\tau_{\Sigma}$  - сумарний час відновлення об'єкта за той же календарний період.

### 3.3. Коефіцієнт технічного використання

Даний комплексний показник застосуємо до об'єктів РЕТ, які в процесі функціонування в будь-який довільний момент часу можуть перебувати в одному із трьох станів: працездатному (використання за призначенням), працездатному (технічне обслуговування), непрацездатному (відновлення працездатності).

Відповідно до ДСТУ 2860-94, коефіцієнт технічного використання  $K_{ТВ}$  - це відношення математичного сподівання сумарного часу  $T_{\Sigma}$  перебування об'єкта в працездатному стані за деякий період експлуатації до математичного сподівання сумарного часу перебування об'єкта в працездатному стані та в простоях, обумовлених технічним обслуговуванням ( $t_{ТО\Sigma}$ ) і ремонтом  $t_{р\Sigma}$  за той самий період.

Відповідно до цього визначення

$$K_{ТВ} = \frac{M[T_{\Sigma}]}{M[T_{\Sigma} + t_{ТО\Sigma} + t_{р\Sigma}]}.$$

Статистична оцінка коефіцієнта технічного використання може бути визначена за формулою

$$K_{ТВ}^* = \frac{T_{\Sigma}}{T_{\Sigma} + t_{ТО\Sigma} + t_{р\Sigma}} = \frac{t_K - t_{ТО\Sigma} - t_{р\Sigma}}{t_K}, \quad (3.8)$$

де  $t_K$  - розглянутий календарний період експлуатації;

$t_{ТО\Sigma}$  - сумарний час простоїв об'єкта на технічному обслуговуванні за період  $t_K$ ;

$T_{\Sigma}$ ,  $t_{р\Sigma}$  - сумарний час перебування об'єкта відповідно в працездатному й непрацездатному (на ремонті) станах за період  $t_K$ .

Відзначимо, що при розрахунку коефіцієнта технічного використання необхідно враховувати витрати часу на всі види технічного обслуговування й ремонтів (планових і непланових).

## Коефіцієнт оперативної готовності

Розглянуті вище показники  $K_r$  і  $K_{ТВ}$  є усередненими для тривалого інтервалу експлуатації об'єкта. У ряді випадків цього виявляється недостатньо, тому що виникає необхідність оцінки можливості виконання об'єктом деякої задачі (операції), що вимагає безперервної безвідмовної роботи об'єкта під час заданого інтервалу часу.

Для кількісної оцінки такої можливості уведений спеціальний показник – коефіцієнт оперативної готовності  $K_{ор}(t, t_0)$ , який, відповідно до ДСТУ 2860-94, визначається як імовірність того, що об'єкт виявиться в працездатному стані в довільний момент часу, крім планованих періодів, під час яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається, і, починаючи із цього моменту, буде працювати безвідмовно в заданому інтервалі часу  $t_0$ .

Із наведеного визначення видно, що коефіцієнт оперативної готовності - це ймовірність спільного здійснення двох подій:

1. Застати об'єкт працездатним у довільний момент  $t$ ; імовірність цієї події визначається виразом (3.3).

2. Безвідмовно працюючий об'єкту у проміжку часу  $(t, t + t_0)$ ; імовірність цієї події при експонентному розподілі наробітку між відмовами з параметром  $\lambda$  можна виразити так:

$$p(t, t + t_0) = p(t_0) = e^{-\lambda t_0}.$$

З урахуванням цього запишемо наступний вираз для коефіцієнта оперативної готовності:

$$K_{ор}(t, t_0) = p_0(t)p(t_0) = p(t_0)e^{-\lambda t_0}. \quad (3.9)$$

У тих випадках, коли момент часу  $t$  відповідає сталому режиму експлуатації об'єкта, справедливе співвідношення (3.4). Тому замість формули (3.7) варто використати вираз

$$K_{ор}(t_0) = K_r p(t_0) = K_r e^{-\lambda t_0} = \frac{T_0}{T_0 + T_B} e^{-\frac{t_0}{T_0}}, \quad (3.10)$$

де  $T_0 = 1/\lambda$ .

## Коефіцієнт збереження ефективності

Усі розглянуті в попередніх розділах одиничні й комплексні показники надійності поширюються на прості об'єкти, які за показником надійності можуть перебувати тільки у двох станах: працездатному або непрацездатному. Однак існує великий клас об'єктів РЕТ, у яких відмови окремих елементів не приводять до відмови об'єкта в цілому, а лише частково знижують його ефективність. Такі об'єкти в теорії й практиці надійності відносять до класу складних систем.

Як основний показник надійності складних систем використовують коефіцієнт збереження ефективності, що визначають як відношення значення показника ефективності використання об'єкта за призначенням за певний період експлуатації до номінального значення цього показника, обчисленого за умови, що відмови об'єкта протягом того ж періоду не виникають.

Для кожного конкретного типу об'єктів значення поняття ефективності й точне значення показника (показників) ефективності визначаються технічним завданням і вводяться в нормативно-технічну (проектну) документацію.

Рекомендації з вибору методів розрахунку коефіцієнта збереження ефективності для різних класів систем подані в [13].

#### **Контрольні питання**

1. Дати визначення і привести основні розрахункові співвідношення показників довговічності і збережуваності.
2. Дати визначення коефіцієнта готовності.
3. Дати визначення коефіцієнта технічного використання.
4. Дати визначення коефіцієнта збереження ефективності.

## ЛЕКЦІЯ 4. ІНЖЕНЕРНІ МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ

### 4.1. Поняття структурної схеми надійності (ССН)

Ціль розрахунку надійності об'єкта РЕТ полягає у визначенні значень показників надійності об'єкта за відомим значенням показників надійності його елементів при заданих умовах експлуатації об'єкта і його елементів. Поняття розрахунку надійності узагальнює поняття розрахунку безвідмовності, ремонтпридатності, довговічності й збереженості. Таким чином, розрахунок надійності може включати тільки визначення показників якої-небудь однієї властивості надійності або їхньої деякої сукупності.

В основі будь-якого розрахунку надійності завжди лежить певна модель об'єкта, що являє собою в деякому формальному вигляді всі стани працездатності й (або) справності об'єкта, які цікавлять нас при даному розрахунку. На практиці найбільш широке поширення одержали два види таких моделей: структурна схема надійності об'єкта й граф стану й переходів об'єкта.

Розглянемо методи розрахунку надійності, в основі яких лежить структурна схема надійності.

#### 4.1.1. Структурна схема надійності об'єкта

Під структурною схемою надійності (ССН) розуміють наочне уявлення (звичайно графічне) умов, при яких об'єкт працездатний або непрацездатний. Елементи об'єкта на схемі зображуються у вигляді прямокутників, які з'єднуються між собою у відповідності з наступними правилами (рис 4.1):

1. Якщо відмова елемента приводить до відмови деякої частини об'єкта, то на ССН такий елемент з'єднується послідовно з іншими елементами цієї частини об'єкта. Якщо відмова будь-якого елемента приводить до відмови всього об'єкта, то на схемі всі елементи з'єднуються послідовно.

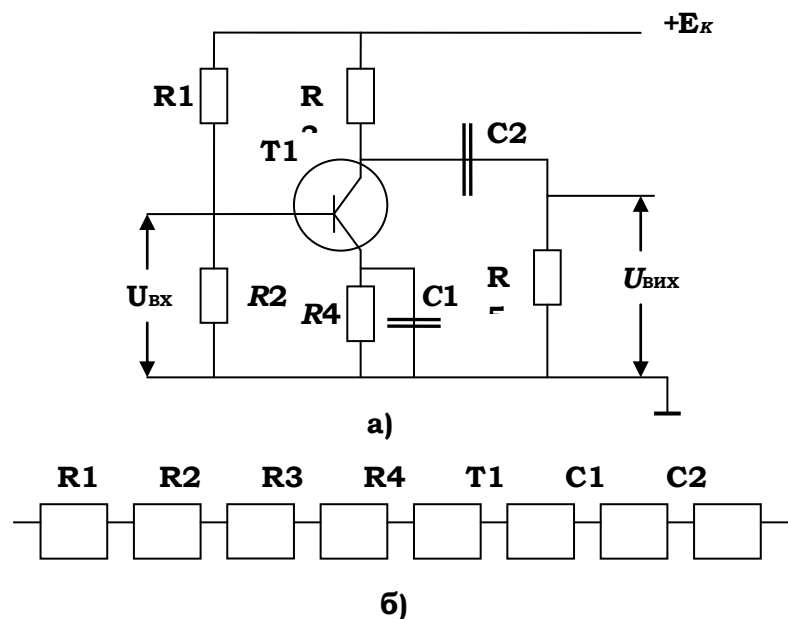


Рис 4.1.

2. Якщо відмова елемента не приводить до відмови деякої частини об'єкта, то на ССН такий елемент з'єднується паралельно з іншими елементами цієї частини

об'єкта. Структурна схема надійності з паралельним включенням елементів характеризує систему з постійним резервуванням.

Слід зазначити, що ССН, як правило, не збігається з функціональною або принциповою схемами об'єкта. Розглянемо принципову схему звичайного транзисторного підсилювача (рис 4.1, а)

Нехай допуски на параметри елементів підсилювача підібрані таким чином, що вихід за межі допуску параметра кожного з елементів приводить до виходу за допуск параметрів підсилювача в цілому, тобто, до його відмови. У цьому випадку на ССН підсилювача всі елементи повинні бути з'єднані послідовно (рис. 4.1, б). Цей приклад наочно показує, що структура схеми надійності може різко відрізнитися від структури принципової (або функціональної) схеми об'єкта.

Вид ССН також залежить від режиму роботи об'єкта, обумовленого зовнішніми стосовно об'єкта умовами. Цей факт можна проілюструвати на такому прикладі. Нехай об'єкт являє собою дві ПЕОМ, що працюють паралельно. Якщо вимоги до продуктивності такі, що для обробки інформації досить однієї ПЕОМ, то на структурній схемі надійності об'єкта ці ПЕОМ повинні бути включені паралельно, тому що відмова кожної з них не приведе до зриву функціонування об'єкта (друга ПЕОМ у цьому випадку є резервною). За інших умов, коли вимоги до продуктивності об'єкта зростають і однієї ПЕОМ недостатньо. ПЕОМ на ССН повинні бути включені послідовно.

Треба відзначити, що схема надійності об'єкта може мати не тільки послідовну або паралельну структуру, але і будь-яку іншу, зокрема, мостикову. На практиці такі структури зустрічаються порівняно рідко. Крім того, відомо, що мостикова структура може бути перетворена в послідовно-паралельну [16]. Тому далі основна увага буде приділена розрахунковим співвідношенням для схем надійності з послідовно-паралельною структурою.

## 4.2. Основні розрахункові співвідношення для показників безвідмовності

### 4.2.1. Послідовне з'єднання елементів на структурній схемі надійності об'єкта

Нехай об'єкт складається з  $N$  елементів, з'єднаних на ССН послідовно (рис. 4.2). Це відповідає припущенню про те, що працездатність об'єкта забезпечується тільки у випадку, якщо працездатні всі його елементи.

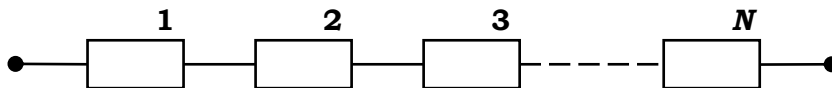


Рис. 4.2.

Введемо позначення:

$A_i$  - подія, що полягає в безвідмовній роботі  $i$ -го елемента в перебігу часу наробітку  $t$  ( $i = 1, \dots, N$ );

$A$  – подія, що полягає в безвідмовній роботі об'єкта в перебігу часу роботи  $t$ .

Застосувавши ці позначення, умову працездатності об'єкта з послідовної ССН мовою алгебри подій можна представити співвідношенням

$$A = \bigwedge_{i=1}^N A_i, \quad (4.1)$$

де  $\wedge$  - позначення операції "кон'юнкція" (добуток подій).

Якщо вважати, що події  $A_i$  незалежні, то сходи з (4.1), відповідно до теореми множення ймовірностей, можна записати:

$$p(t) = \prod_{i=1}^N p_i(t). \quad (4.2)$$

Використовуючи відомі вирази для ймовірності безвідмовної роботи  $p(t)$ , на підставі формули (4.2) одержуємо

$$\begin{aligned} P(t) &= \prod_{i=1}^N (1 - q_i(t)) = \prod_{i=1}^N \left(1 - \int_0^t f_i(x) dx\right) = \\ &= \prod_{i=1}^N e^{-\int_0^t f_i(x) dx} = e^{-\int_0^t \sum_{i=1}^N \lambda_i(x) dx}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Імовірність відмови об'єкта

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\int_0^t \sum_{i=1}^N \lambda_i(x) dx}.$$

Густина розподілу наробітку до відмови

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} = \sum_{i=1}^N f_i(t) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \left(1 - \int_0^t f_j(x) dx\right) = \\ &= \sum_{i=1}^N f_i(t) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N p_j(t) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) p_i(t) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N p_j(t) = \\ &= \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) \prod_{j=1}^N p_j(t) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) e^{-\int_0^t \sum_{j=1}^N \lambda_j(x) dx}. \end{aligned}$$

Інтенсивність відмов з врахуванням виразів для  $Q(t)$  й  $F(t)$

$$\Lambda(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \sum_{i=1}^N \lambda_i(t). \quad (4.4)$$

У приведених виразах через  $f_i(t)$  і  $\lambda_i(t)$  позначені відповідно густина імовірності і інтенсивність відмов  $i$ -го елемента.

Середній наробіток до відмови об'єкта можна визначити за виразом

$$T_{\text{сер}} = \int_0^{\infty} p(t) dt = \int_0^{\infty} \int_0^t \Lambda(s) ds dt.$$

З отриманих співвідношень виходить, що при послідовному з'єднанні елементів на ССН інтенсивність відмов об'єкта  $\Lambda(t)$  дорівнює сумі інтенсивностей відмов його елементів  $\lambda_i(t)$ .

У випадку експонентного розподілу наробітку до відмови елементів формули для показників безвідмовності об'єкта приймають вигляд:

$$\begin{aligned} \Lambda(t) &= \sum_{i=1}^N \lambda_i = \Lambda = \text{const}; \\ P(t) &= e^{-\Lambda t} = e^{-t \sum_{i=1}^N \lambda_i}; \\ Q(t) &= 1 - e^{-\Lambda t}; \\ F(t) &= \Lambda e^{-\Lambda t} = \sum_{i=1}^N \lambda_i e^{-t \sum_{j=1}^N \lambda_j}; \\ T_{\text{сер}} &= T_0 = \frac{1}{\Lambda}. \end{aligned}$$

#### 4.2.2. Паралельне з'єднання елементів на структурній схемі надійності об'єкта

Нехай об'єкт складається з  $N$  елементів, з'єднаних на ССН паралельно (рис. 4.3). У цьому випадку відмова об'єкта виникає тільки після того, як відмовлять усі елементи. Працездатним об'єкт залишається за умови, якщо працездатний хоча б один з його елементів.

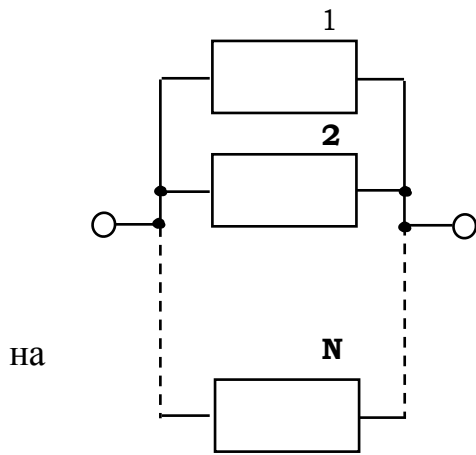


Рис.4.3.

Мовою алгебри подій умова працездатності об'єкта може бути записана у вигляді

$$A = \bigvee_{i=1}^N A_i, \quad (4.5)$$

де  $\bigvee$  позначає операцію диз'юнкції (додавання подій).

Вираз (4.5) для виводу формули ймовірності  $P(t)$  практиці не використовують внаслідок його громіздкості. Зручніше спочатку Отримати формулу для імовірності

відмови  $Q(t)$ , а потім знайти  $P(t) = 1 - Q(t)$ .

Введемо позначення  $\bar{A}_i$  й  $\bar{A}$  для подій, протилежних подіям  $A_i$  і  $A$ . Тоді, користуючись відомим в алгебрі подій правилом де Моргана, замість виразу(4.5) можна записати:

$$\bar{A} = \bigwedge_{i=1}^N \bar{A}_i. \quad (4.6)$$

Цей вираз являє собою математичний запис умов відмови об'єкта, усі елементи якого, з'єднані паралельно: відмова об'єкта виникає в тому випадку, коли відмовлять одночасно всі його елементи.

Враховуючи, що

$$\text{Імов}\{\bar{A}_i\} = q_i(t), \quad \text{Імов}\{\bar{A}\} = Q(t)$$

і застосовуючи відповідно до (4.6) теорему множення ймовірностей, одержуємо

$$Q(t) = \prod_{i=1}^N q_i(t). \quad (4.7)$$

Користуючись відомими формулами для ймовірності відмови  $q(t)$ , виходячи з рівності (4.7), виведемо наступні співвідношення для показників

$$Q(t), P(t), F(t), \Lambda(t), T_{\text{сер}};$$

$$Q(t) = \prod_{i=1}^N \int_0^t f_i(x) dx = \prod_{i=1}^N (1 - e^{-\int_0^t f_i(x) dx});$$

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^N q_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^N \int_0^t f_i(x) dx;$$

$$F(t) = \frac{Q(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} = \sum_{i=1}^N f_i(t) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \int_0^t f_j(x) dx = \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) e^{-\int_0^t f_i(x) dx} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N q_j(t) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) p_i(t) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N q_j(t);$$

$$\Lambda(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \frac{\prod_{i=1}^N \lambda_i(t) p_i(t) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N q_j(t)}{1 - \prod_{i=1}^N q_i(t)} = \frac{\prod_{i=1}^N \lambda_i(t) e^{-\int_0^t f_i(x) dx} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (1 - e^{-\int_0^t f_j(x) dx})}{1 - \prod_{i=1}^N (1 - e^{-\int_0^t f_i(x) dx})};$$

$$T_{\text{сер}} = \int_0^{\infty} \mathcal{P}(t) dt = \int_0^{\infty} \left( 1 - \prod_{i=1}^N (1 - e^{-\int_0^t f_i(x) dx}) \right) dt.$$

З виразу для показника  $\Lambda(t)$  виходить, що при паралельній ССН інтенсивність відмов об'єкта не дорівнює сумі інтенсивностей відмов його елементів:

$$\Lambda(t) \neq \sum_{i=1}^N \lambda_i(t).$$

Це приводить до значних труднощів при розрахунках показників безвідмовності з паралельним з'єднанням елементів на ССН. Шляхи подолання цих труднощів і методи одержання загальних формул для показників безвідмовності об'єктів з паралельної ССН розглянуті в теорії резервованих систем.

Як приклад, приведемо формули для показників безвідмовності об'єкта, що складається із двох однакових елементів, включених на ССН паралельно. Нехай розподіл наробітку до відмови елементів підпорядковується експонентному закону. У цьому випадку  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ , і формули для показників безвідмовності мають такий вигляд:

$$Q(t) = \prod_{i=1}^2 q_i(t) = (1 - e^{-\lambda t})^2 = 1 - 2e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t};$$

$$P(t) = 1 - Q(t) = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t} = e^{-\lambda t} (2 - e^{-\lambda t});$$

$$F(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = 2\lambda e^{-\lambda t} - 2\lambda e^{-2\lambda t} = 2\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t});$$

$$\Lambda(t) = \frac{F(t)}{P(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})}{e^{-\lambda t} (2 - e^{-\lambda t})};$$

$$T_{\text{сер}} = \int_0^{\infty} \mathcal{P}(t) dt = \int_0^{\infty} (2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}) dt = \frac{2}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{1,5}{\lambda} = 1,5T'_{\text{сер}}.$$

В останньому виразі  $T'_{\text{сер}}$  - це середнє наробітку до відмови одного елемента.

#### 4.2.3. Послідовно-паралельне з'єднання елементів на структурній схемі надійності об'єкта

При послідовно-паралельному з'єднанні елементів на ССН виділяються ділянки, що складаються тільки з послідовно з'єднаних елементів. Для таких ділянок значення показників безвідмовності розраховують за формулою (4.3), після чого ці ділянки заміняють еквівалентними елементами з отриманими для них показниками безвідмовності.

Потім на новій ССН, отриманій після заміни ділянок еквівалентними елементами, виділяють ділянки, що складаються тільки з паралельно з'єднаних елементів. Для цих ділянок розраховують значення показників безвідмовності за формулою (4.8), після чого їх заміняють еквівалентними елементами з розрахованими для них показниками.

Далі знову виділяють ділянки, що з'явилися, послідовно з'єднаних елементів і точно так само заміняють еквівалентними елементами. Процес послідовного спрощення вихідної ССН триває доти, поки схема не буде містити одиничний еквівалентний елемент. Розраховані для нього показники безвідмовності будуть шуканими показниками безвідмовності об'єкта.



Описану методику проілюструємо на прикладі розрахунку ймовірності безвідмовної роботи для об'єкта, ССН якого приведена на (рис. 4.4 а). Ймовірності безвідмовної роботи елементів позначимо через  $p_i$  ( $i = 1, \dots, 7$ ).

На *першому етапі* виділяємо послідовні ділянки: (1,3) і (2,4). Заміняємо їхніми еквівалентними елементами з ймовірностями безвідмовної роботи  $p_{1,3} = p_1 p_3$  й  $p_{2,4} = p_2 p_4$ . Після цієї заміни ССН спрощується (рис. 4.4 б).

На *другому етапі* виділяємо паралельні ділянки. Їх два: ((1,3), (2,4)) і (6,7). Заміняємо їхніми еквівалентними ділянками з ймовірностями безвідмовної роботи  $p_{1,2,3,4} = 1 - (1 - p_{1,3})(1 - p_{2,4})$  й  $p_{6,7} = 1 - (1 - p_6)(1 - p_7)$ . Одержуємо ССН (рис. 4.4 в), що складається із трьох послідовно з'єднаних елементів: (1,2,3,4), (5) і (6,7).

На *третьому етапі* цю ССН заміняємо єдиним еквівалентним елементом (рис. 4.4 г), ймовірність безвідмовної роботи якого, дорівнює  $p_{1,2,3,4,5,6,7} = p_{1,2,3,4} p_5 p_{6,7}$ . Очевидно, що це і є шукана ймовірність безвідмовної роботи об'єкта.

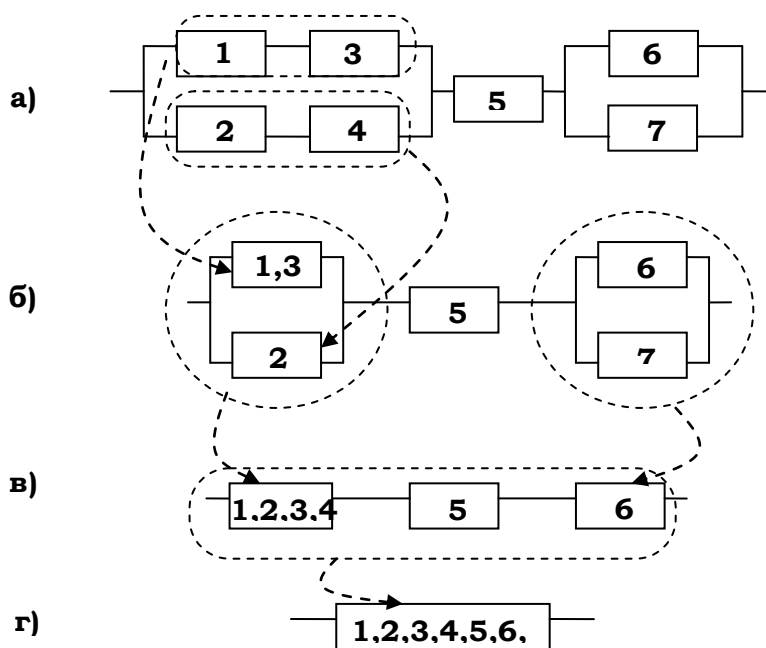


Рис. 4.4.

### 4.3. Інженерні методи розрахунку показників безвідмовності

#### 4.3.1. Види розрахунків показників безвідмовності

У залежності від повноти вихідних даних розрізняють наближений і повний розрахунки показників надійності. Для наближеного розрахунку звичайно досить знання функціональної схеми об'єкта. При повному розрахунку необхідне знання принципової схеми об'єкта (до елемента), показників надійності всіх елементів, їхніх режимів роботи і навантажень, що діють на елементи.

Очевидно, що наближеність і повнота розрахунків надійності завжди відносні і існує безліч проміжних видів розрахунків. Зокрема, у розрахунках з різною повнотою вихідних даних можуть враховуватися зв'язки між відмовами елементів, може враховуватися або не враховуватися старіння (зношування) елементів та інші фактори.

Поділ видів розрахунків надійності за повнотою вихідної інформації тісно пов'язаний з їхнім розходженням стосовно цілей розрахунків. Наприклад, розрахунок надійності на ранніх стадіях розробки об'єкта (при ескізному

проектуванні) має за мету отримати орієнтовану оцінку надійності проектного об'єкта для вибору і обґрунтування функціональної схеми об'єкта, елементної бази. На цій стадії, з одного боку, висока точність не може бути досягнута внаслідок неповноти вихідної інформації, а з іншого боку, не потрібна висока точність, тому що рішення може бути прийнято і по орієнтованій оцінці надійності.

На завершальних стадіях розробки (при технічному проектуванні) є можливість більш точного розрахунку надійності. У цьому випадку мета розрахунку полягає в обґрунтуванні вибору елементів принципової схеми, виборі режимів їхнього навантаження, а також в оцінці відповідності розрахункової надійності об'єкта заданим вимогам.

Розглянуті нижче методи розрахунку показників безвідмовності є наближеними, однак вони істотно розрізняються за точністю результатів, тому що ґрунтуються на різноманітній за повнотою і точністю вихідній інформації про об'єкт і на характеристиках безвідмовності елементів.

У всіх наближених методах розрахунку приймаються наступні припущення:

- а) усі елементи об'єкта на ССН з'єднані послідовно;
- б) відмови елементів незалежні;
- в) нароби́ток до відмови елементів підпорядковується експонентному закону розподілу.

#### **4.3.2. Розрахунок безвідмовності за середньою умовною інтенсивністю відмов елементів**

Це найбільш грубий з наближених методів. Застосовується він на початкових етапах ескізного проектування, коли є наближена оцінка числа елементів проектного об'єкта. Метод ґрунтується на тому, що середня (за всіма типами елементів) інтенсивність відмов елементів  $\lambda_{\text{сеп}}$  для апаратури одного класу, виконаної на одній і тій же елементній базі, як правило, постійна і не залежить від числа елементів об'єктів. Так для апаратури на елементній базі другого покоління (напівпровідникові прилади і деякі електровакуумні прилади)  $\lambda_{\text{сеп}} \approx 10^{-4} \dots 10^{-5} 1/\text{год}$ .

Таким чином, якщо апаратура проектується на тій же елементній базі, то очікувані значення показників безвідмовності для неї можна визначити за формулами

$$\Lambda = \frac{N\lambda_{\text{сеп}}}{r}, \quad T_0 = \frac{r}{N\lambda_{\text{сеп}}},$$

де  $N$  – число елементів проектного об'єкта;

$r$  – коефіцієнт, що враховує умови експлуатації;

$r = 0,8$  - для літакової бортової апаратури,  $r = 1,4$  - для корабельної апаратури,  $r = 1,8$  - для наземної апаратури.

#### **4.3.3. Розрахунок безвідмовності за номінальним значенням інтенсивностей відмов елементів**

Цей метод застосовується на етапі розробки принципової схеми апаратури і виборі типів елементів. Дані про інтенсивність відмов різних типів елементів зведені у таблицях, бюлетенях й інших довідкових виданнях. Ці дані отримують у результаті проведення заводських (лабораторних) випробувань елементів на безвідмовність у типових номінальних умовах, зазначених у технічних умовах для кожного типу елементів. Як правило, приводяться дані номінальних режимів роботи елемента при температурі 20°C. Часто, крім номінального значення інтенсивності  $\lambda_0$ , вказується діапазон її найбільш імовірних значень  $\lambda_{\text{min}} - \lambda_{\text{max}}$ .

У табл. 4.1 наведені значення інтенсивностей  $\lambda_0$  відмов основних типів елементів [17].

Послідовність розрахунку безвідмовності за номінальним значенням інтенсивностей відмов:

1) усі елементи розбивають на групи із приблизно однаковими номінальними значеннями інтенсивностей відмов і для кожної групи визначається число  $N_i$  елементів в  $i$ -й групі;

2) за довідковим даними (таблицям) визначають значення інтенсивності відмов елементів кожної групи  $\lambda_{0i}$ ;

3) розраховують сумарну інтенсивність відмов об'єкта за формулою

$$\Lambda = \sum_{i=1}^m N_i \lambda_{0i},$$

де  $m$  – число виділених груп елементів ( $i = 1, \dots, m$ );

4) при необхідності розраховують значення інших показників безвідмовності об'єкта

$$T_0 = \frac{1}{\Lambda}, \quad P(t) = e^{-\Lambda t}.$$

Якщо на даному етапі проектування об'єкта відомий розподіл елементів за блоками, то корисно спочатку розрахувати показники безвідмовності кожного блоку. Це дозволить визначити найменш надійні блоки і вжити необхідних заходів щодо підвищення їхньої надійності.

Таблиця 4.1.

**Номінальні значення інтенсивностей відмов деяких елементів**

Елементи	Інтенсивність відмов, $\lambda_0 \cdot 10^{-5} / \text{ГОД.}$	Елементи	Інтенсивність відмов, $\lambda_0 \cdot 10^{-5} / \text{ГОД.}$
<b>1. Резистори</b>		<b>3. Діоди</b>	
МЛТ - 0,5 Вт	0,5	<b>напівпровідникові</b>	
МЛТ - 1,0 Вт	0,1	Германієві	
ВС - 0,5 Вт	0,08	Кремнієві	0,67
ВС - 1,0 Вт	0,138	Стабілітрони	0,45
СПО - 0,5 Вт	0,07		0,5
СПО - 1,0 Вт	0,11	<b>4. Транзистори</b>	
ПЭВ - 1,0 Вт	0,15	Малопотужні	
ПЭВ - 2,0 Вт	0,2	низькочастотні	0,4
<b>2. Конденсатори</b>		Потужні	
Металопаперові	0,2	низькочастотні	0,46
Слюдяні	0,12	Малопотужні	
Керамічні	0,14	високочастотні	0,26
Електролітичні	0,24	германієві	
		Потужні	
		високочастотні	0,5
		германієві	
		<b>5. Інтегральні мікросхеми</b>	
		Мікросхеми різні	
			0,01...0,0001

Варто відзначити, що результати розрахунку безвідмовності за номінальним значенням інтенсивностей відмов елементів, як правило, виявляються заниженими (реально безвідмовність вища), тому що більшість елементів апаратури працює не в номінальних, а в полегшених режимах.

#### 4.3.4. Розрахунок безвідмовності із урахуванням електричних режимів і температури елементів

Реальні значення інтенсивностей відмов елементів істотно залежать від режимів навантаження і безлічі інших експлуатаційних факторів, які впливають на елементи, установлені в конкретній апаратурі. Такими експлуатаційними факторами є електричне навантаження, температура, вологість, тиск, радіація, вібрація та ін.

Фактичну інтенсивність відмов із врахуванням експлуатаційних факторів у загальному вигляді можна записати так:

$$\lambda(v) = \lambda_0 \pm \Delta\lambda_{\text{ЕН}} \pm \Delta\lambda_{t^0} \pm \Delta\lambda_{\text{ВОЛ}} \pm \Delta\lambda_{\text{ТИСК}} \pm \Delta\lambda_{\text{РАД}} \pm \Delta\lambda_{\text{ВІБР}} \pm \Delta\lambda_{\text{ІН.ФАКТ.}}, \quad (4.10)$$

де  $v$  – узагальнене позначення факторів реальних умов експлуатації;

$\lambda_0$  - номінальне значення інтенсивності відмов (при номінальних впливах експлуатаційних факторів);

$\Delta\lambda_i$  - поправка на значення інтенсивності відмов, що враховує вплив  $i$ -го фактора.

На основі досліджень і досвіду експлуатації РЕТ встановлено, що найбільший вплив на надійність наземної апаратури здійснюють два основних фактори: електричне навантаження і температура, тому замість формули (4.10) використовують формулу

$$\lambda(v) \approx \lambda_0 \pm \Delta\lambda_{\text{ЕН}} \pm \Delta\lambda_{t^0}. \quad (4.11)$$

Величину електричного навантаження прийнято характеризувати коефіцієнтом навантаження, під яким розуміють відношення реально діючого навантаження до номінального навантаження

$$k_{\text{н}} = \frac{H_{\text{р}}}{H_{\text{н}}}. \quad (4.12)$$

Оскільки для різних типів елементів фізичне значення і параметри навантаження різні, конкретна формула коефіцієнта навантаження також буде різною. Приведемо формули для визначення  $k_{\text{н}}$  найбільш розповсюджених типів елементів:

для конденсаторів

$$k_{\text{нс}} = \frac{U_{\text{роб}}}{U_{\text{н}}},$$

де  $U_{\text{роб}}$  й  $U_{\text{н}}$  – робоче (фактичне) і номінальне значення напруги на конденсаторі;

для резисторів

$$k_{\text{нR}} = \frac{P_{\text{роб}}}{P_{\text{н}}},$$

де  $P_{\text{роб}}$  і  $P_{\text{н}}$  – реальна потужність, розглянута на резисторі, і номінальна потужність, на яку розрахований резистор;

для електровакуумних приладів

$$k_{\text{нЕВП}} = \frac{P_a + P_q + P_f}{P_{\text{ан}} + P_{\text{qn}} + P_{\text{fn}}},$$

де в чисельнику - реальні потужності, що розсіюються на електродах ЕВП, у знаменнику - номінальні потужності розсіювання, що на аноді, сітці - підігрівачі відповідно;

для напівпровідникових діодів

$$k_{\text{нд}} = \frac{I_{\text{роб}}}{I_{\text{н}}},$$

де  $I_{\text{роб}}$  й  $I_{\text{н}}$  – робоче й номінальне значення струму діода;

для транзисторів

$$k_{\text{нт}} = \frac{I_{\text{кроб}} U_{\text{кроб}}}{P_{\text{кн}}},$$

де  $I_{\text{кроб}}$  і  $U_{\text{кроб}}$  – робоче значення струму і напруги колектора;

$P_{\text{кн}}$  – номінальна потужність, що розсіюється на колекторі транзистора.

Оскільки ми обмежилися врахуванням тільки двох факторів електричного навантаження і температури, узагальнений фактор  $\nu$  являє собою пару:  $\nu = (k_{\text{н}}, t^0)$ .

Таким чином, можна записати

$$\lambda(\nu) = \lambda(k_{\text{н}}, t^0).$$

Приблизний графік залежності  $\lambda(k_{\text{н}}, t^0)$  зображений на рис. 4.5. Характер залежності  $\lambda(k_{\text{н}}, t^0)$  приблизно зберігається для різних типів елементів, однак реальні графіки можуть істотно відрізнятися.

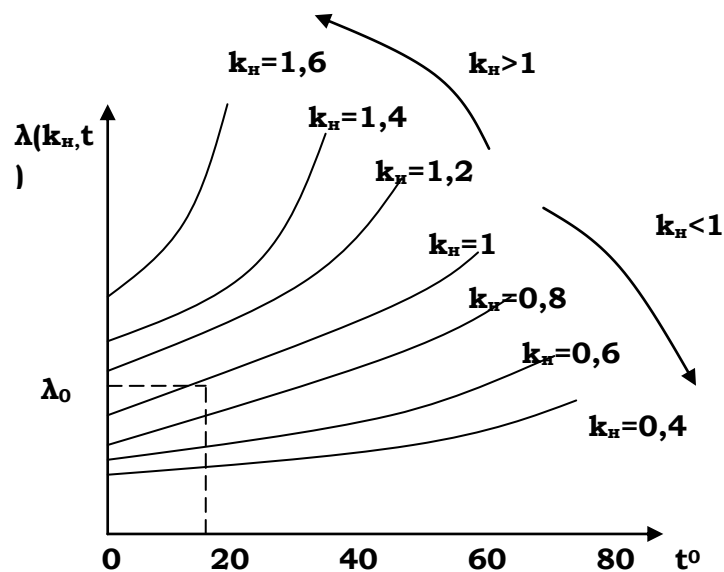


Рис. 4.5.

На жаль, залежності  $\lambda(k_{\text{н}}, t^0)$ , визначені ще не для всіх типів елементів, тому що це вимагає великих витрат. Крім того, функції  $\lambda(k_{\text{н}}, t^0)$  істотно залежать від характеру електричного навантаження (постійне навантаження, імпульсне, циклічне й т.д.), Ці залежності також досліджені ще недостатньо.

Замість графіків  $\lambda(k_H, t^0)$ , часто приводять графіки для коефіцієнта  $\alpha(k_H, t^0)$ , що являє собою відносну (стосовно номінального значення інтенсивності) залежність інтенсивності відмов від електричного навантаження і температури:

$$\alpha(k_H, t^0) = \frac{\lambda(k_H, t^0)}{\lambda_0},$$

де  $\lambda_0$  - номінальне значення інтенсивності відмов, що відповідає режиму:  $k_H = 1, t^0 = 20^\circ\text{C}$ .

Послідовність розрахунку безвідмовності з урахуванням електричних режимів і температури:

1) для кожного елемента  $i$  визначити значення  $k_{Hi}$  й  $t_i^0$  (тут  $i$  - порядковий номер елемента);

2) за графіками  $\lambda(k_H, t^0)$  визначити реальні інтенсивності відмов з урахуванням навантаження та температури для кожного елемента. Якщо є графіки  $\alpha(k_H, t^0)$ , то по них визначити коефіцієнти  $\alpha_i(k_{Hi}, t_i^0)$ , а потім розрахувати інтенсивності відмов за формулами

$$\lambda_i(k_{Hi}, t_i^0) = \lambda_{0i} \alpha_i(k_{Hi}, t_i^0),$$

де  $\lambda_{0i}$  - номінальне значення інтенсивності відмов  $i$ -го елемента.

3) зробити розрахунки показників безвідмовності за формулами

$$\Lambda(k_H, t^0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(k_{Hi}, t_i^0),$$

$$T^0(k_H, t^0) = \frac{1}{\Lambda(k_H, t^0)},$$

де  $n$  - число елементів об'єкта.

### Контрольні питання

1. Пояснити, що собою представляє структурна схема надійності об'єкта?
2. Привести основні розрахункові співвідношення для показників безвідмовності при послідовному з'єднанні елементів на структурній схемі надійності об'єкта.
3. Привести основні розрахункові співвідношення для показників безвідмовності при паралельному з'єднанні елементів на структурній схемі надійності об'єкта.
4. Привести методику розрахунку показників безвідмовності об'єкта за середньою умовною інтенсивністю відмов елементів.
5. Привести методику розрахунку показників безвідмовності об'єкта із врахуванням електричних режимів і температури елементів.
6. Привести основні розрахункові співвідношення для показників ремонтпридатності об'єкта.

## ЛЕКЦІЯ 5. ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕРВАЛЬНИХ ОЦІНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

### 5.1. Загальна постановка завдань статистичної оцінки показників надійності

#### 5.1.1. Види випробувань на надійність

Відповідно до ДСТУ 2860 [18] випробування на надійність - випробування, які виконуються для визначення чи контролю показників надійності в заданих умовах. Проведення випробувань на надійність є обов'язковим для промислових виробів. Ці випробування вимагають багато часу і матеріальних затрат. Оскільки показники надійності мають імовірнісний характер, для підвищення вірогідності і точності їхнього визначення треба випробовувати велику кількість об'єктів протягом тривалого часу.

Залежно від цілей розрізняють наступні види випробувань на надійність: визначальні, контрольні та спеціальні.

Визначальні - випробування, для визначення показників надійності із заданими точністю та вірогідністю. Це основний вид випробувань на надійність, що забезпечує отримання найбільш повної інформації про надійність об'єкта.

Контрольні - випробування які виконуються для контролю за показниками надійності. У результаті цих випробувань встановлюється, що значення показника надійності об'єкта не нижче (або не вище) деякого значення із заданою довірчою імовірністю. Ці випробування менш інформативні в порівнянні з визначальними, але часто бувають достатні для практики і вимагають значно менше затрат часу та засобів на їхнє проведення.

Спеціальні - випробування, призначені для визначення впливу деяких факторів на надійність об'єкта. До спеціальних належать: механічні, теплові, радіаційні, біологічні, кліматичні й інші види випробувань.

Залежно від умов проведення розрізняють лабораторні й експлуатаційні випробування на надійність. Лабораторні випробування на надійність проводяться в лабораторних або заводських умовах, а експлуатаційні - в умовах експлуатації об'єкта.

Розглянуті види випробувань на надійність можуть проводитися в нормальних експлуатаційних режимах (нормальні випробування на надійність) і в режимах, що прискорюють процес виникнення відмов (прискорені випробування на надійність).

Нормальні випробування на надійність – випробування на надійність, методи та умови проведення яких забезпечують максимальний обсяг інформації в той самий термін, що і в передбачених умовах експлуатації

Прискорені випробування на надійність – випробування, в яких рівень діючого навантаження вибирають вищим, ніж рівень навантаження у початкових умовах, щоб скоротити час, необхідний для спостереження характеристики навантаження об'єкта чи для дії підсилення за заданий час.

Необхідною умовою, що визначає можливість проведення прискорених випробувань, є попередні дослідження з метою отримання залежності показника надійності від зміни прискорювального фактора.

Кожен із основних видів випробувань поділяється на різновиди. Наприклад, випробування можуть проводитися за різними планами - до повної відмови всіх

випробовуваних об'єктів або до досягнення заданого числа відмов чи заданого часу.

План випробувань на надійність - сукупність правил, що встановлюють обсяг вибірки, порядок проведення випробувань, критерії їх завершення та прийняття рішень за результатами випробувань.

Обсяг випробувань на надійність - характеристика плану випробувань на надійність, яка включає кількість випробовуваних зразків, сумарну тривалість випробувань в одиницях наробітку та (чи) кількість серій випробувань.

Відзначимо, що при плануванні випробувань на надійність варто вибирати такий вид випробувань, що відповідає особливостям випробовуваного об'єкта і поставленому завданню.

### 5.1.2. Планування статистичних випробувань на надійність

Статистичні випробування планують залежно від типу об'єкта, установлених обмежень на тривалість і вартість випробувань і т.п.

Для кожного плану випробувань введено позначення у вигляді трійки символів, наприклад  $[N, U, T]$ , у якій:

**перший символ**  $N$  вказує число випробовуваних об'єктів;

**другий символ** означає характер відновлення об'єктів при випробуваннях і може мати такі значення:

$U$  - об'єкт не відновлюється і не замінюється,

$R$  - об'єкт не відновлюється, але замінюється у випадку відмови,

$M$  - об'єкт відновлюється;

**третій символ** є ознакою закінчення випробувань і може приймати значення:

$T$  - випробування припиняються після закінчення часу випробувань або наробітку  $T$ ;

$r$  - випробування припиняються, коли число об'єктів, що відмовили, досягло  $r$  значення;

$(r, T)$  - випробування припиняються, коли число об'єктів, що відмовили, досягло значення  $r$ , або після закінчення часу випробувань чи  $T$  наробітку ;

$T_{\Sigma}$  - випробування припиняються після закінчення сумарного щодо всіх об'єктах часу випробувань або наробітку  $T_{\Sigma}$ ;

$r_{\Sigma}$  - випробування припиняються, коли сумарне щодо всіх об'єктів число відмов досягло значення  $r_{\Sigma}$ ;

$(r_{\Sigma}, T_{\Sigma})$  - випробування припиняються, коли сумарне щодо всіх об'єктів число відмов досягло значення  $r_{\Sigma}$  або у випадку досягнення сумарного щодо всіх об'єктів часу випробувань чи наробітку  $T_{\Sigma}$ .

Очевидно, що останні три ознаки закінчення випробувань  $T_{\Sigma}, r_{\Sigma}$  і  $r_{\Sigma}, T_{\Sigma}$  належать до випробувань при яких об'єкти відновлюються.

Таким чином, наведений вище приклад план  $[N, U, T]$  - це такий план випробувань, відповідно до якого випробовують  $N$  об'єктів; об'єкти, що відмовили під час випробувань, не відновлюють і не замінюють, випробування припиняють після закінчення часу випробувань, або наробітку  $T$  для кожного об'єкта, що не відмовив.

На закінчення приведемо інші плани випробувань із необхідними додатковими поясненнями умов закінчення випробувань:



$[N, U, r]$  - число об'єктів, що відмовили, повинне досягти значення  $r$ . При  $r = N$  маємо план  $[N, U, N]$ ;

$[N, U, (r, T)]$  - число об'єктів, що відмовили, досягає значення  $r$  або минає час випробувань, або напрацювання  $T$  об'єкта, що не відмовив;

$[N, R, T]$  - закінчується час випробувань, або напрацювання  $T$  для кожної з  $N$  позицій (стенд, іспитова площадка й т.п.) незалежно від числа замін об'єктів на кожній з позицій;

$[N, R, r]$  - число відмовлених об'єктів, сумарне на всіх позиціях, досягає значення  $r$ ;

$[N, R, (r, T)]$  - число відмовлених об'єктів, сумарне на всіх позиціях, досягає значення  $r$  або минає час випробувань, або наробіток  $T$  у кожній позиції;

$[N, M, T]$  - кожний об'єкт випробовується до закінчення часу випробувань або наробітку  $T$ ;

$[N, M, r]$  - кожний об'єкт випробовується до виникнення у нього  $r$ -ї відмови;

$[N, M, (r, T)]$  - кожний об'єкт випробовують до виникнення в нього  $r$ -ї відмови або до закінченні часу чи наробітку  $T$ ;

$[N, M, T_{\Sigma}]$  - закінчується сумарний на всіх об'єктах час випробувань або наробіток  $T$ ;

$[N, M, r_{\Sigma}]$  - сумарне на всіх об'єктах число відмов досягло значення  $r_{\Sigma}$ ;

$[N, M, (r_{\Sigma}, T_{\Sigma})]$  - сумарне на всіх об'єктах число відмов досягло значення  $r_{\Sigma}$  або закінчується сумарний по всіх об'єктах час випробувань, або напрацювання  $T_{\Sigma}$ .

### 5.1.3. Поняття вибірки. Параметричні і непараметричні завдання статистики

У процесі випробувань на надійність результати мають вигляд послідовності деяких величин  $T_1, T_2, \dots, T_n$ , які є реалізаціями деякої випадкової величини  $T$  (у цьому випадку - наробіток між відмовами). Сукупність значень  $T_1, T_2, \dots, T_n$  називається вибіркою, де  $n$  - обсяг вибірки, а  $T_i$  - вибіркові значення випадкової величини  $T$ . Для вибірки  $T_1, T_2, \dots, T_n$  застосовується більш компактне позначення  $\{T_i, i = \overline{1, n}\}$ .

За допомогою вибірки визначають характеристики випадкової величини, які називають вибірковими (або точковими) оцінками. Таким чином, усі раніше розглянуті статистичні оцінки показників надійності (див. розділ 2), є вибірковими оцінкам цих показників. Тому що вибіркові оцінки являють собою функції випадкових вибіркових значень, то випадковими виявляються й самі вибіркові оцінки. Використовуючи, замість невідомих істинних значень характеристик, їхні вибіркові оцінки, ми свідомо допускаємо помилки. Величина цієї помилки залежить від двох основних факторів: ступеня однорідності та обсягу вибірки.

Вибірка називається **однорідною**, якщо всі вибіркові значення  $T_i$  є реалізаціями однієї і тої ж випадкової величини  $T$  із густиною розподілу  $f_T(t)$ . У **неоднорідній** вибірці можна виділити групи елементів, що є реалізаціями випадкових величин з різними густинами розподілень. Неоднорідність вибірки викликана зміною умов експлуатації (кліматичні умови, режими навантаження, кваліфікація обслуговуючого персоналу та інше) протягом періоду випробувань. Виникаючі

при цьому помилки не можуть бути зменшені за рахунок збільшення обсягу вибірки, через свою нестатистичну природу. Виявлення і облік факторів умов експлуатації, які в цьому випадку повинні контролюватися, здійснюється за допомогою спеціальних статистичних методів, зокрема методів дисперсійного і факторного аналізу [19]. Надалі будемо розглядати статистичні методи, які застосовують тільки для однорідних вибірок.

Обсяг однорідної вибірки істотно впливає на точність вибірових оцінок. Чим більше обсяг вибірки, тим більш точними виявляються її вибірові оцінки. Значення вибірових оцінок теоретично можуть збігатися з невідомими істинними значеннями характеристик тільки при нескінченному обсязі однорідної вибірки. Однак вибірки, з якими приходиться мати справу під час випробування на надійність, завжди обмежені і, як правило, незначні за обсягом. Тому при визначенні вибірових оцінок завжди необхідно оцінювати їхню точність і вірогідність. Таким чином, виникають завдання найкращого використання укладеної в обмеженій за обсягом вибірці інформації з метою одержання найбільш точної оцінки невідомих характеристик випадкової величини.

Розрізняють параметричні і непараметричні завдання статистичного оцінювання. У **параметричних завданнях** припускають, що вид закону розподілу відомий, а невідомими є лише параметри цього закону. Наприклад, якщо відомо, що закон розподілу напрацювання між відмовами об'єкта експонентний, то завдання оцінки середнього напрацювання на відмову, тобто параметра цього розподілу, є параметричне завдання.

Існують два види параметричних завдань:

- оцінка невідомих параметрів функції розподілу;
- перевірка гіпотез щодо величини цих параметрів, наприклад, перевірка гіпотези про те, що середній час відновлення об'єкта не перевищує заданого значення.

У **непараметричних завданнях** невідомим є вид функції густини розподілу  $f(x)$ . Розрізняють два види непараметричних завдань:

- оцінка невідомої функції густини  $f(x)$ ;
- перевірка гіпотези про те, що невідома функція густини розподілу  $f(x)$  має заданий вигляд.

Надалі більш докладно розглянемо методи вирішення параметричних завдань. Методи статистичного визначення невідомих законів розподілення досить повно викладені в [20, 21].

## 5.2. Точкові та інтервальні оцінки показників надійності

Розглянемо загальну методикау визначення точкових і інтервальних оцінок. Позначимо через  $R^*$  **точкову оцінку** деякого показника надійності, визначеного для випадкової величини  $\Xi$ . Точкова оцінка  $R^*$  є функція вибірових значень  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ . Очевидно, що вибірові значення випадкові і число їх кінцеве, оцінка  $R^*$  також випадкова. Отже, значення  $R^*$  буде змінюватися від вибірки до вибірки і відрізнятися від істинного значення показника  $R$ .

Як точкові оцінки можуть виступати різні оцінні функції, і завдання полягає в тім, щоб вибрати найкращу з них. У результаті вирішення цього завдання методами математичної статистики показано, що найкращою буде та оціночна

функція, при якій точкова оцінка задовольняє критеріям достатності, незміщеності і ефективності [21].

Оцінка називається достатньою, якщо зі збільшенням обсягу вибірки  $n$  значення  $R^*$  сходиться за імовірністю до істинного значення показника  $R$ , тобто  $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Імов}\{R^* - R | > \varepsilon\} = 0$ ,

де  $\varepsilon$  - завідома задана мала величина.

Оцінка називається **незміщеною**, якщо її математичне очікування дорівнює істинному значенню показника  $R$ , тобто  $M[R^*] = R$

Оцінка є **ефективною**; якщо при даному фіксованому обсязі вибірки вона має мінімальну дисперсію, тобто  $D[R^*] \rightarrow \min$

Зокрема, у математичній статистиці доведено, що найкращою точковою оцінкою математичного сподівання, що задовольняє критеріям достатності, незміщеності і ефективності, є середнє арифметичне  $R^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$ . (5.1)

Отже, знайдена за формулою (5.1) точкова оцінка показника має дві важливі особливості, пов'язані з малим обсягом вибірки  $n$ :

а) вона істотно відрізняється від справжнього (але не відомого нам) значення показника  $R$ ;

б) вона є при кожному фіксованому обсязі вибірки  $n$  реалізацією випадкової величини, що позначимо через  $Y$ , а щільність розподілу -  $\varpi(y)$ .

Для визначення можливого рознесення точкової оцінки  $R^*$  показника щодо його істинного значення  $R$  використовують довірчий інтервал, у середині якого перебуває істинне значення показника із заданою довірчою імовірністю. Інтервальною оцінкою називають довірчий інтервал разом із заданою для нього довірчою імовірністю.

Величини довірчого інтервалу і довірчої імовірності визначають відповідно точність і вірогідність інтервальної оцінки.

**Довірчий інтервал** для показника  $R$  - це такий інтервал  $[R_1, R_2]$ , який із імовірністю  $\gamma$  покриває невідоме істинне значення показника  $R$ . Імовірність  $\gamma$  називається довірчою імовірністю. Відповідно до цього визначення можна записати:

$$\text{Імов}\{R_1 \leq R \leq R_2\} = \int_{R_1}^{R_2} \varpi(y) dy = \gamma, \quad (5.2)$$

де  $\varpi(y)$  - щільність розподілу випадкової величини  $Y$ , для якої визначена при фіксованому обсязі вибірки  $n$  її реалізація - точкова оцінка  $R^*$ .

Довірчу ймовірність  $\gamma$  звичайно задають. При цьому впливає завдання визначення величини довірчого інтервалу  $[R_1, R_2]$ . Розглянемо її рішення. Введемо позначення для ймовірностей:  $\gamma_1 = \text{Імов}\{R \geq R_1\} = \int_{R_1}^{\infty} \varpi(y) dy$ ,

$$\gamma_2 = \text{Імов}\{R \geq R_2\} = \int_{R_2}^{\infty} \varpi(y) dy, \quad (5.4)$$

Зміст ймовірностей  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  і  $\gamma$  зображено на рис. 5.1.

Очевидно, що  $\gamma_1 - \gamma_2 = \gamma$  (5.5)

У математичній статистиці показано: для того, щоб довірчий інтервал  $[R_1, R_2]$  покривав найбільш імовірні значення невідомого показника  $R$ , необхідне виконання рівності  $\gamma_2 = 1 - \gamma_1$ , (5.6)

тобто, щоб імовірності  $\text{Імов}\{R > R_2\}$  і  $\text{Імов}\{R < R_1\}$  були однакові (рис. 5.1).

Визначимо імовірності  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  через задану довірчу імовірність  $\gamma$ . Використовуючи співвідношення (5.5) і (5.6), одержимо:

$$\gamma_2 = \frac{1-\gamma}{2}, \quad \gamma_1 = 1 - \frac{1-\gamma}{2} = \frac{1+\gamma}{2}. \quad (5.7)$$

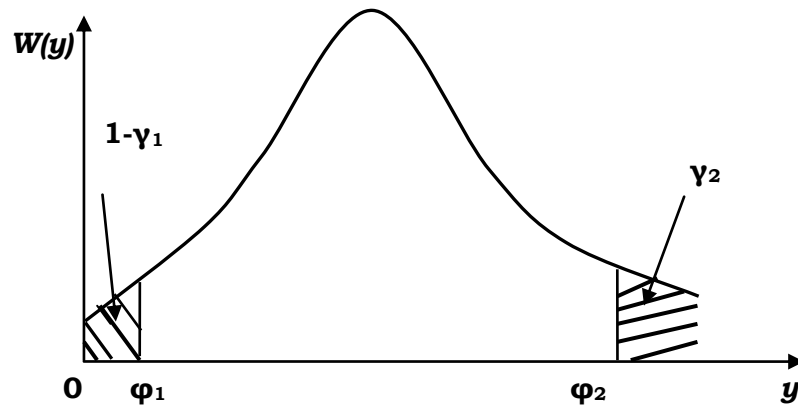


Рис. 5.1.

Отже, формально завдання визначення меж  $R_1$  і  $R_2$  довірчого інтервалу вирішена: використовуючи задане значення довірчої ймовірності  $\gamma$ , за формулами (5.7) знаходимо значення ймовірностей  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ , а потім за формулами (5.3) і (5.4) визначаємо такі межі  $R_1$  і  $R_2$ , які забезпечують знайдені значення ймовірностей  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ . Однак тут необхідно враховувати те, що нам невідомий ні вид густини розподілу  $\varpi(y)$ , що входить у вирази (5.3) і (5.4), ні її параметри. Тому доводиться як параметри в  $\varpi(y)$  підставляти їх вибіркові оцінки. Якщо вибіркові оцінки  $R^*$  є реалізаціями випадкової величини  $Y$ , то конкретний вигляд кривої  $\varpi(y)$  і її положення на осі  $y$  будуть змінюватися від вибірки до вибірки. Отже, від вибірки до вибірки для однієї і тієї ж випадкової величини будуть змінюватися положення і розміри довірчого інтервалу, наприклад, так, як на рис. 5.2.

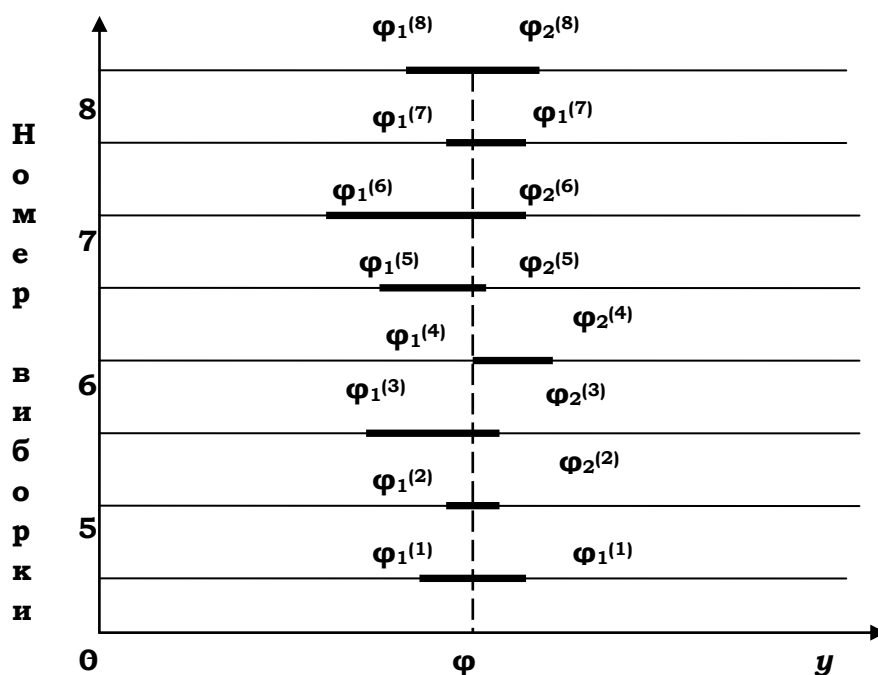


Рис. 5.2.

Необхідно підкреслити одну важливу особливість формули (5.2). Її не можна розглядати як імовірність влучання випадкової величини у деякий фіксований інтервал. Випадковими виявляються розміри і розміщення довірчого інтервалу  $[R_1, R_2]$ . Довірчий інтервал покриває невідоме значення оцінюваного показника із заданою довірчою ймовірністю.

Введемо у вирази (5.3) і (5.4) замість  $y$  змінну  $\delta = \frac{y}{R^*}$ .

$$\text{З врахуванням цієї заміни запишемо: } \gamma_1 = \int_{\delta_1}^{\infty} \varpi(\delta) d\delta, \quad \gamma_2 = \int_{\delta_2}^{\infty} \varpi(\delta) d\delta, \quad (5.8)$$

де  $\delta_1$  і  $\delta_2$  - коефіцієнти точності, обумовлені співвідношеннями

$$\delta_1 = \frac{R_1}{R^*}, \quad \delta_2 = \frac{R_2}{R^*}. \quad (5.9)$$

Очевидно, що коефіцієнти  $\delta_1$  й  $\delta_2$  залежать, по-перше, від ймовірностей  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  і, по-друге, від виду густини розподілу  $\varpi(\delta)$ . Функція густини розподілу  $\varpi(\delta)$ , у свою чергу, залежить від закону розподілу випадкової величини  $\Xi$  і від обсягу  $n$  вибірки  $\{\xi_i, i = \overline{1, n}\}$ , за якою знаходять точкову оцінку  $R^*$ . Нижче будуть розглянуті конкретні види функції  $\varpi(\delta)$  при визначенні інтервальної оцінки для середнього напрацювання на відмову, середнього часу відновлення і коефіцієнта готовності.

За допомогою відомих коефіцієнтів точності  $\delta_1$  і  $\delta_2$  межі довірчого інтервалу  $R_1$  і  $R_2$  відповідно до формул (5.9) знаходять таким способом:

$$R_1 = R^* \delta_1(\gamma_1, n); \quad R_2 = R^* \delta_2(\gamma_2, n) \quad (5.10)$$

На підставі викладеного вище можна скласти загальну методику знаходження точкової й інтервальної оцінок показника надійності  $R$ :

1. За вихідними статистичним даним (по вибірці  $\{\xi_i, i = \overline{1, n}\}$ ) визначається точкова оцінку  $R^*$  (формула (5.1)).

2. За заданим значенням довірчої ймовірності  $\gamma$  розраховується значення ймовірностей  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  (формули (5.7)).

3. За таблицями або графіками (що залежать від закону розподілу випадкової величини  $\Xi$ ) визначають значення коефіцієнтів точності  $\delta_1(\gamma_1, n)$  і  $\delta_2(\gamma_2, n)$ .

4. Розраховуємо межі довірчого інтервалу  $R_1$  і  $R_2$  за формулами (5.10). Результат записуємо у вигляді співвідношення  $\text{Ймов}\{R_1 \leq R \leq R_2\} = \gamma$ , яке варто читати так: з імовірністю  $\gamma$  невідоме значення показника  $R$ , укладене в інтервалі  $[R_1, R_2]$ .

### **5.3. Визначення інтервальної оцінки середнього наробітку на відмову та середнього часу відновлення.**

#### **5.3.1. Визначення інтегральної оцінки середнього наробітку на відмову**

Нехай у результаті випробувань деякого об'єкта отримана вибірка  $\{T_i, i = \overline{1, n}\}$  значень випадкової величини  $T$  - напрацювання між відмовами. Потрібно визначити інтервальну оцінку невідомого показника середнього наробітку на відмову  $T_0$  з довірчою ймовірністю  $\gamma$ .

Вирішувати завдання треба за етапами відповідно до розглянутої вище методики.

1. Визначаємо точкову оцінку показника:  $T_0^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$ .

2. Обчислюємо за формулами (5.7) значення  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ .

3. Для обчислення коефіцієнтів точності  $\delta_1(\gamma_1, n)$  і  $\delta_2(\gamma_2, n)$  необхідно прийняти гіпотезу про вид закону розподілу випадкової величини  $T$ . Як було відзначено в 2.3, найбільш підходящою моделлю безвідмовності є експонентна модель, яку виберемо за законом розподілу напрацювання об'єкта між відмовами. У цьому випадку густина розподілу  $\varpi(y)$  випадкової величини  $Y$  при фіксованому обсязі вибірки  $n$  має вигляд [10, 20]:

$$\varpi(y) = \frac{n^n y^{n-1}}{T_0^n \Gamma(n)} e^{-\frac{ny}{T_0}}, \quad (5.11)$$

де  $T_0$  - істинне (невідоме) значення середнього наробітку на відмову, а  $\Gamma(n) = (n-1)!$  - гамма-функція.

Підставивши у вираз (5.11) замість невідомого значення показника  $T_0$  його точкову оцінку  $T_0^*$  і переходячи до нової безрозмірної змінної  $\delta = y/T_0^*$ ,

отримаємо

$$\varpi(y) = \frac{n^n \delta^{n-1}}{(n-1)!} e^{-n\delta} \quad (5.12)$$

Вираз (5.12) є густина імовірності відомого гамма-розподілу.

На рис. 5.3. наведені криві щільності ймовірності  $\varpi(s)$  для різних значень  $n$  обсягу вибірки.

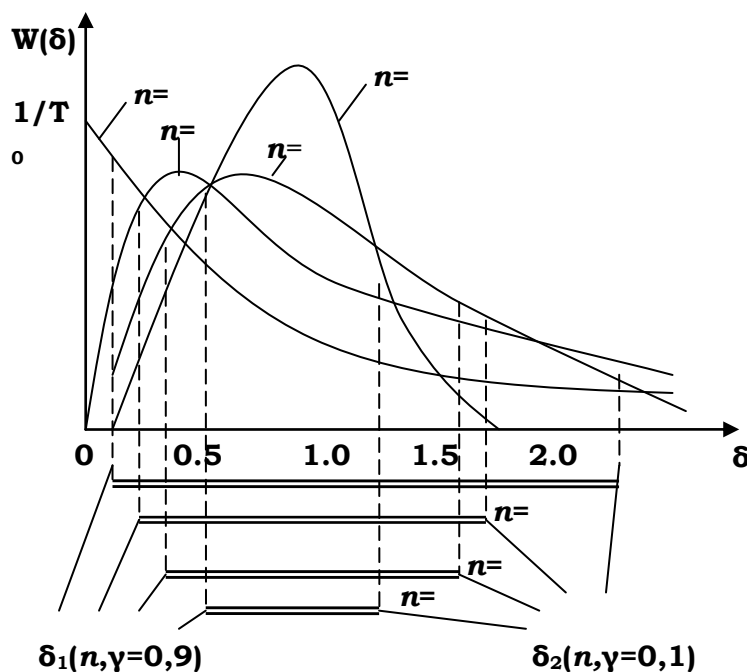


Рис. 5.3.

З рисунка видно, що зі збільшенням обсягу вибірки функція стає більш гостровершинною (дисперсія зменшується) і, як наслідок цього, зменшується величина довірчого інтервалу (при фіксованій довірчій імовірності).

Використовуючи вирази (5.8) для визначення ймовірностей  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  й формулу (5.12), знаходимо:

$$\gamma_1(n, \delta_1) = \frac{n^n}{(n-1)!} \int_{\delta_1}^{\infty} \delta^{n-1} e^{-n\delta} d\delta, \quad (5.13)$$

$$\gamma_2(n, \delta_2) = \frac{n^n}{(n-1)!} \int_{\delta_2}^{\infty} \delta^{n-1} e^{-n\delta} d\delta$$

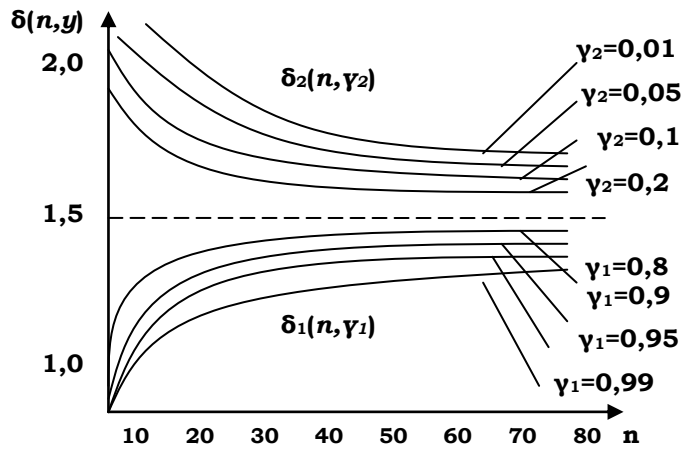


Рис.5.4.

У результаті розрахунків складена табл. 5.1 коефіцієнтів точності  $\delta_1(\gamma_1, n)$  і  $\delta_2(\gamma_2, n)$  для найбільш уживаних значень  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  та  $n$ , а на рис. 5.4 зображені графіки залежності коефіцієнтів точності від  $n$  при різних значеннях  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ .

Таблиця 5.1

**Коефіцієнти точності для визначення інтервальної оцінки  $T_0$**

$n$	$\delta_1(\gamma_1, n)$				$\delta_2(\gamma_2, n)$			
	$\gamma_1 = 0,99$	$\gamma_1 = 0,95$	$\gamma_1 = 0,9$	$\gamma_1 = 0,8$	$\gamma_2 = 0,01$	$\gamma_2 = 0,05$	$\gamma_2 = 0,1$	$\gamma_2 = 0,2$
1	0,01	0,05	0,105	0,223	4,6	3	2,3	1,61
2	0,075	0,777	0,265	0,412	3,325	2,37	1,95	1,5
3	0,145	0,272	0,361	0,512	2,8	2,07	1,8	1,433
4	0,206	0,341	0,436	0,574	2,512	1,94	1,675	1,375
5	0,256	0,394	0,486	0,616	2,32	1,83	1,6	1,34
6	0,3	0,434	0,525	0,65	2,15	1,75	1,542	1,317
7	0,336	0,47	0,557	0,679	2,078	1,69	1,507	1,3
8	0,362	0,5	0,581	0,7	2	1,84	1,469	1,281
9	0,389	0,52	0,805	0,717	1,933	1,6	1,444	1,266
10	0,419	0,545	0,62	0,73	1,88	1,57	1,42	1,25
11	0,432	0,56	0,638	0,741	1,832	1,54	1,4	1,241
12	0,454	0,575	0,654	0,755	1,792	1,52	1,383	1,233
13	0,469	0,593	0,666	0,762	1,754	1,49	1,399	1,223
14	0,486	0,604	0,675	0,771	1,625	1,47	1,353	1,214
15	0,5	0,617	0,687	0,78	1,697	1,46	1,343	1,21
20	0,517	0,65	0,718	0,814	1,527	1,35	1,287	1,187
30	0,57	0,7	0,766	0,85	1,43	1,3	1,234	1,15
40	0,329	0,74	0,80	0,87	1,371	1,26	1,2	1,13
50	0,658	0,77	0,821	0,885	1,332	1,23	1,779	1,115
60	0,697	0,788	0,835	0,892	1,303	1,22	1,165	1,108

70	0,719	0,8	0,843	0,9	1,261	1,2	1,152	1,1
80	0,736	0,81	0,86	0,91	1,262	1,19	1,14	1,09
90	0,752	0,82	0,867	0,915	1,248	1,18	1,133	1,085
100	0,765	0,83	0,87	0,916	1,235	1,17	1,125	1,084
200	0,835	0,88	0,91	0,84	1,165	1,12	1,09	1,08
300	0,865	0,9	0,928	0,955	1,135	1,1	1,072	1,045
400	0,883	0,92	0,935	0,958	1,117	0,08	1,063	1,042
500	0,895	0,923	0,944	0,962	1,105	1,07	1,058	1,038
600	0,905	0,936	0,95	0,968	1,095	1,065	1,05	1,032
700	0,912	0,94	0,952	0,9684	1,083	1,06	1,043	1,0316
800	0,92	0,942	0,955	0,97	1,08	1,053	1,045	1,03
900	0,928	0,944	0,957	0,972	1,078	1,056	1,042	1,028
1000	0,928	0,95	0,96	0,974	1,072	1,06	1,04	1,026

4. Знаходимо межі довірчого інтервалу  $T_{01}$  і  $T_{02}$ , використовуючи формули (5.10):

$$T_{01} = T_0^* \delta_1(\gamma_1, n); \quad T_{02} = T_0^* \delta_2(\gamma_2, n). \quad (5.14)$$

### 5.3.2 Визначення інтервальної оцінки середнього часу відновлення

Нехай у результаті випробувань об'єкта на ремонтпридатність отримана вибірка  $\{\tau_i, i = \overline{1, n}\}$  значень випадкової величини  $\tau$  – часу відновлення працездатного стану об'єкта. Потрібно визначити інтервальну оцінку невідомого показника – середнього часу відновлення  $T_B$  із заданою довірчою ймовірністю  $\gamma$ .

Для вирішення завдання скористаємося наведеною вище методикою.

1. Визначаємо точкову оцінку показника:  $T_B^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i$ .

2. Обчислюємо за формулами (5.7) значення ймовірностей  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$ .

3. Для обчислення коефіцієнтів точності  $\delta_1(\gamma_1, n)$  й  $\delta_2(\gamma_2, n)$  необхідно прийняти гіпотезу про вид закону розподілу випадкової величини  $\tau$ . Найбільш підходящою моделлю ремонтпридатності в багатьох випадках є розподіл Ерланга другого порядку, для якого густина розподілу має вигляд:

$$f_\tau(t) = \frac{4}{T_B^2} t e^{-2t/T_B}.$$

У цьому випадку густина розподілу  $\omega(y)$  випадкової величини  $Y$  при фіксованому обсязі  $n$  вибірки має вигляд [10]:  $\omega(y) = \frac{(2n)^{2n}}{T_B \Gamma(2n)} \left(\frac{y}{T_B}\right)^{2n-1} e^{-2ny/T_B}$ .

Якщо тепер, як і раніше, зробити перетворення, пов'язане із введенням безрозмірної змінної  $\delta$  і заміною невідомого значення показника  $T_B$  його оцінкою, то за аналогією із виразом (5.13) одержимо:

$$\gamma_1(n, \delta_1) = \frac{(2n)^{2n}}{\Gamma(2n)} \int_{\delta_1}^{\infty} \delta^{2n-1} e^{-2n\delta} d\delta; \quad \gamma_2(n, \delta_2) = \frac{(2n)^{2n}}{\Gamma(2n)} \int_{\delta_2}^{\infty} \delta^{2n-1} e^{-2n\delta} d\delta.$$

На основі цих формул складена табл. 5.2 коефіцієнтів точності  $\delta_1(\gamma_1, n)$  й  $\delta_2(\gamma_2, n)$  для інтервального оцінювання середнього часу відновлення.



**Коефіцієнти точності для визначення інтервальної оцінки  $T_B$** 

$n$	$\delta_1(\gamma_1, n)$				$\delta_2(\gamma_2, n)$			
	$\gamma_1 = 0,99$	$\gamma_1 = 0,95$	$\gamma_1 = 0,9$	$\gamma_1 = 0,8$	$\gamma_2 = 0,01$	$\gamma_2 = 0,05$	$\gamma_2 = 0,1$	$\gamma_2 = 0,2$
1	0,0075	0,177	0,265	0,412	3,125	2,37	1,95	1,5
2	0,206	0,341	0,436	0,574	2,512	1,94	1,675	1,375
3	0,3	0,434	0,525	0,65	2,15	1,75	1,542	1,317
4	0,362	0,5	0,581	0,7	2	1,64	1,469	1,281
5	0,416	0,545	0,61	0,73	1,88	1,57	1,42	1,25
6	0,454	0,575	0,654	0,735	1,792	1,52	1,383	1,233
7	0,486	0,604	0,675	0,771	1,725	1,47	1,353	1,1214
10	0,473	0,65	0,713	0,813	1,527	1,35	1,287	1,187
15	0,57	0,7	0,766	0,85	1,43	1,3	1,234	1,15
20	0,629	0,74	0,8	0,87	1,371	1,26	1,2	1,13
25	0,668	0,77	0,821	0,885	1,332	1,23	1,179	1,115
30	0,697	0,788	0,835	0,892	1,303	1,22	1,165	1,108
35	0,710	0,8	0,848	0,9	1,281	1,2	1,152	1,1
40	0,738	0,81	0,88	0,91	1,262	1,19	1,14	1,085
45	0,752	0,82	0,667	0,915	1,248	1,18	1,133	1,185
50	0,765	0,83	0,87	0,916	1,235	1,17	1,126	1,84
100	0,835	0,88	0,91	0,94	1,165	1,12	1,09	1,06
150	0,865	0,9	0,928	0,955	1,136	1,1	1,072	1,045
200	0,883	0,92	0,935	0,958	1,117	1,08	1,065	1,042
250	0,885	0,923	0,944	0,962	1,105	1,07	1,056	1,038
300	0,905	0,935	0,95	0,968	1,095	1,06	1,08	1,032
350	0,912	0,94	0,952	0,9684	1,088	1,06	1,048	1,0316
400	0,92	0,942	0,955	0,97	1,08	1,058	1,045	1,03
450	0,922	0,944	0,957	0,967	1,070	1,058	1,04	1,026
500	0,928	0,95	0,96	0,974	1,072	1,05	1,4	1,058

4. Знаходимо межі довірчого інтервалу  $T_{B1}$  і  $T_{B2}$ , використовуючи формули (5.10):

$$T_{B1} = T_B^* \delta_1(\gamma_1, n); \quad T_{B2} = T_B^* \delta_2(\gamma_2, n) \quad (5.16)$$

Задача розв'язана.

**Контрольні питання**

1. Пояснити, що собою представляє структурна схема надійності об'єкта?
2. Привести основні розрахункові співвідношення для показників безвідмовності при послідовному з'єднанні елементів на структурній схемі надійності об'єкта.

3. Привести основні розрахункові співвідношення для показників безвідмовності при паралельному з'єднанні елементів на структурній схемі надійності об'єкта.
4. Привести методику розрахунку показників безвідмовності об'єкта за середньою умовною інтенсивністю відмов елементів.
5. Привести методику розрахунку показників безвідмовності об'єкта із врахуванням електричних режимів і температури елементів.
6. Привести основні розрахункові співвідношення для показників ремонтпридатності об'єкта.

## ЛЕКЦІЯ 6. ВІДПОВІДНІСТЬ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ВИМОГАМ ТЕХНІЧНИХ УМОВ.

### 6.1. Визначення інтегральної оцінки коефіцієнта готовності.

Методика оцінювання коефіцієнта готовності аналогічна попередній (для  $T_0$  і  $T_B$ ), однак має дві особливості. Перша особливість полягає у використанні таблиць для визначення коефіцієнтів точності. Іншою особливістю є те, що на початку знаходять оцінки норми відновлення  $K_B$ , а потім за ними розраховують оцінки коефіцієнта готовності  $K_T$ . Це пов'язане з тим, що густину розподілу випадкової величини  $Y$ , реалізацією якої при фіксованому обсязі вибірки  $n$  є точкова оцінка  $K_B^* = T_B^*/T_0^*$ , одержати виявляється простіше в порівнянні з виразом для густини розподілу випадкової величини  $Y$ , реалізацією якої є оцінка  $K_T^* = T_0^*/(T_0^* + T_B^*)$ .

Якщо час відновлення розподілений за законом Ерланга другого порядку, а напрацювання між відмовами – експонентний розподіл, то вираз для густини розподілу  $\omega(y)$  випадкової величини  $Y$ , реалізацією якої є оцінка  $K_B^*$ , має вигляд

$$\text{(викладення його тут не приводиться): } \omega(y) = \frac{2^{2n} \Gamma(3n)}{\Gamma(n) \Gamma(2n) K_B^{2n}} \frac{y^{2n-1}}{(1 + 2y/K_B)^{3n}}.$$

Після перетворень, аналогічних тим, які використовувалися раніше, дану формулу можна привести до використання табличних інтегралів і побудувати таблицю коефіцієнтів точності для оцінки показника норми відновлення  $K_B$  із достовірністю  $\gamma = 0,9$  (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

**Коефіцієнти точності для визначення інтервальної оцінки  $K_B$  ( $\gamma = 0,9$ )**

$n$	$\delta_1(0,95; n)$	$\delta_2(0,05; n)$	$n$	$\delta_1(0,95; n)$	$\delta_2(0,05; n)$
1	0,16	19	45	0,78	1,36
2	0,22	7	50	0,74	1,33
3	0,28	4	60	0,76	1,28
4	0,32	3,2	70	0,78	1,27
5	0,39	2,85	80	0,79	1,25
6	0,42	2,43	90	0,61	1,24
8	0,46	2,18	100	0,82	1,23
10	0,5	1,98	200	0,86	1,16
12	0,54	1,85	300	0,89	1,13
14	0,55	1,77	400	0,9	1,11
16	0,58	1,7	500	0,91	1,10
18	0,6	1,63	600	0,92	1,09
20	0,62	1,6	700	0,925	1,08
26	0,65	1,53	800	0,93	1,075
30	0,68	1,47	900	0,935	1,07
35	0,7	1,42	1000	0,94	1,065
40	0,72	1,39	-	-	-

Методику визначення інтервальної оцінки коефіцієнта готовності розглянемо на наступному прикладі. Нехай у процесі випробувань об'єкта відбулося 50 відмов ( $n = 50$ ). За отриманими статистичними даними визначаємо точкові оцінки середнього напрацювання на відмову  $T_0^* = 80$  год й середній час відновлення

$T_B^* = 5$  год. Встановлено, що час відновлення розподілений за законом Ерланга другого порядку, а напрацювання між відмовами - експонентному розподілу.

Потрібно визначити інтервальну оцінку коефіцієнта готовності  $K_T$  з ймовірністю  $\gamma = 0,9$ , тобто знайти межі довірчого інтервалу  $K_{T1}$  і  $K_{T2}$ , що задовольняють умову  $Y_{\text{мов}}\{K_{T1} \leq K_T \leq K_{T2}\} = 0,9$ .

Для розв'язання задачі скористаємося наведеною раніше методикою.

1. Знаходимо точкову оцінку норми відновлення  $K_B^* = \frac{T_B^*}{T_0^*} = \frac{5}{80} \approx 0,062$ .

2. Розраховуємо ймовірності  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  за формулами (5.7)

$$\gamma_2 = \frac{1-0,9}{2} = 0,05; \quad \gamma_1 = \frac{1+0,9}{2} = 0,95.$$

3. Визначаємо коефіцієнти точності  $\delta_1(\gamma_1, n)$  і  $\delta_2(\gamma_2, n)$  за таблицею 7.1:

$$\delta_1(\gamma_1 = 0,95; n = 50) = 0,74; \quad \delta_2(\gamma_2 = 0,05; n = 50) = 1,33.$$

4. Знаходимо межі довірчого інтервалу  $K_{B1}$  й  $K_{B2}$

$$K_{B1} = K_B \delta_1(\gamma_1, n) = 0,062 \cdot 0,74 \approx 0,046; \quad K_{B2} = K_B \delta_2(\gamma_2, n) = 0,062 \cdot 1,33 \approx 0,082.$$

Таким чином, одержали інтервальну оцінку норми відновлення  $K_B$ :

$$Y_{\text{мов}}\{0,046 \leq K_B \leq 0,082\} = 0,9.$$

5. Розраховуємо межі довірчого інтервалу коефіцієнта готовності  $K_{T1}$  і  $K_{T2}$  за отриманими значеннями  $K_{B1}$  і  $K_{B2}$  в такий спосіб:

$$K_{T1} = \frac{1}{1 + K_{B2}} = \frac{1}{1 + 0,082} = 0,924; \quad K_{T2} = \frac{1}{1 + K_{B1}} = \frac{1}{1 + 0,046} = 0,956.$$

Отже, розв'язок даної задачі наступний:  $Y_{\text{мов}}\{0,924 \leq K_T \leq 0,956\} = 0,9$ .

## 6.2. Перевірка відповідності показників надійності вимогам технічних умов

У технічному завданні на розробку нових об'єктів РЕТ завжди містяться конкретні вимоги щодо надійності. Ці вимоги потім враховуються в ТУ, відповідно до яких за результатами випробувань здійснюється приймання дослідних і серійних зразків РЕТ замовником. Наприклад, у ТУ може бути зазначено, що із ймовірністю  $\gamma = \gamma^{\text{ту}}$  середній наробіток на відмову  $T_0$  не повинен бути меншим, ніж  $T_0^{\text{ту}}$ , а середній час відновлення не повинен перевищувати  $T_B^{\text{ту}}$ .

Відзначимо одну особливість: завдання перевірки відповідності показників надійності заданим вимогам відрізняється від розглянутих раніше завдань знаходження інтервальних оцінок показників тим, що в ній потрібно ухвалити рішення щодо відповідності або невідповідності показника вимогам ТУ за одностороннім довірчим інтервалом.

Розглянемо загальну методику рішення цієї задачі стосовно до деяких показників надійності  $R$ . Для визначеності будемо вважати показник  $R$  позитивним, значення його повинно бути не меншим заданого.

Нехай у результаті випробувань отримана вибірка  $\{\xi_i, i = \overline{1, n}\}$  випадкової величини  $\Xi$ , за якою визначається показник надійності  $R$ . Необхідно дізнатися, чи відповідає зразок РЕТ вимогам ТУ, тобто чи виконується умова  $R \geq R^{\text{ту}}$  з довірчою ймовірністю  $\gamma^{\text{ту}}$ .

Спочатку знайдемо за наявною вибіркою точкову оцінку  $R^*$  показника  $R$  за формулою (5.1). Позначимо через  $\omega(y/R^*)$  апостеріорну (післядослідну) густину

розподілу випадкової величини  $y$ , тобто густину розподілення, що визначається за умови, що стало відомо деяке значення оцінки  $R^*$ . Тоді ймовірність того, що при відомому значенні  $R^*$  істинне значення показника  $R$  виявиться не менше необхідного  $R^{TY}$ , можна записати у вигляді

$$\gamma_+(R^{TY}, R^*) = \text{Ймов}\{R \geq R^{TY}\} = \int_{R^{TY}}^{\infty} f(y/R^*) dy.$$

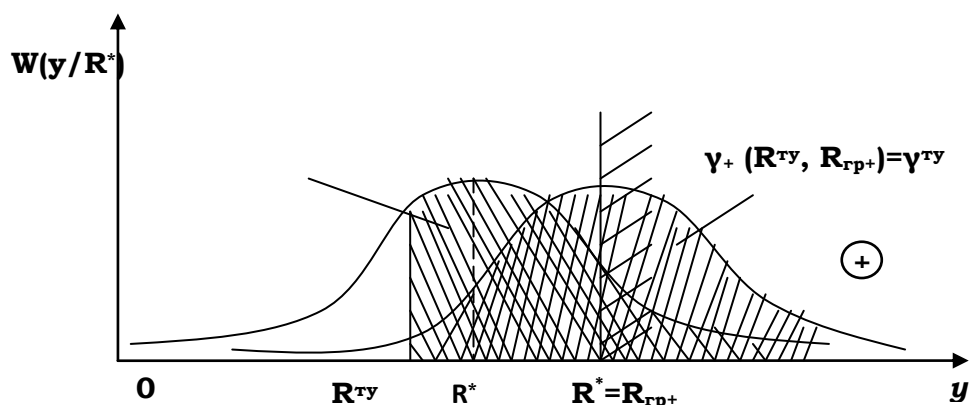


Рис.6.1

З рис. 6.1 видно, що при фіксованому значенні  $R^{TY}$  із збільшенням  $R^*$  зростає значення ймовірності  $\gamma_+(R^{TY}, R^*)$ , до того ж існує таке значення  $R^* = R_{гр+}$ , при якому ймовірність  $\gamma_+(R^{TY}, R_{гр+})$  стає рівною заданому в ТУ значенню  $\gamma^{TY}$  (рис. 6.2). Отже, якщо виявиться, що  $R^* \geq R_{гр+}$ , то можна прийняти гіпотезу про те, що зразок РЕТ відповідає вимогам ТУ за показником надійності  $R$  з імовірністю, не меншою заданій  $\gamma^{TY}$  (позитивне рішення).

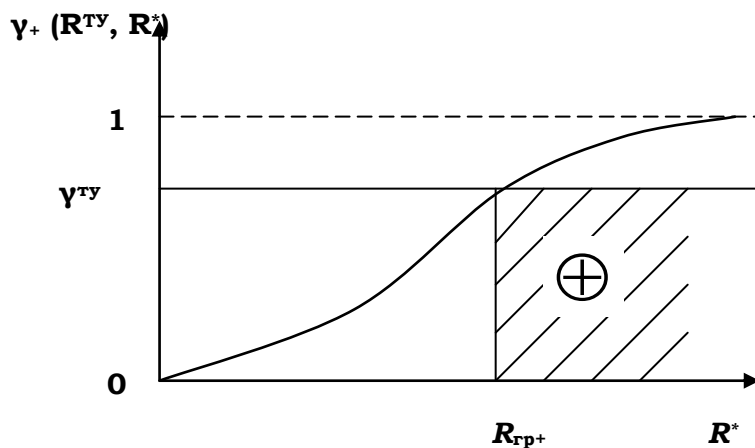


Рис.6.2

Область  $[R_{гр+}, \infty]$  значень  $R^*$  називається областю прийняття позитивного рішення, а значення  $R_{гр+}$  – межею області прийняття позитивного рішення.

Позначимо тепер через  $\gamma_-(R^{TY}, R^*)$  імовірність того, що при відомому значенні  $R^*$  істинне значення показника  $R$  виявиться менше необхідного  $R^{TY}$ . Очевидно, що

$$\gamma_-(R^{TY}, R^*) = \text{Ймов}\{R < R^{TY}\} = \int_0^{R^{TY}} f(y/R^*) dy.$$

На рис. 6.3 наведені також, як і на рис. 6.1 графіки, але для випадку, коли  $R^* < R^{TY}$ . Графіки показують, що

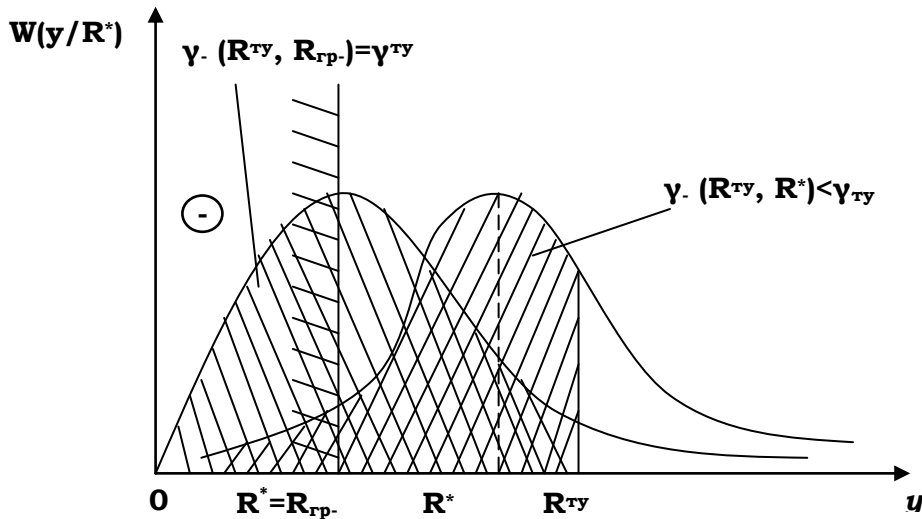


Рис. 6.3

зі зменшенням значення  $R^*$  імовірність  $\gamma(R^{TY}, R^*)$  буде зростати і при деякому значенні  $R^* = R_{гр}$  виявиться, що  $\gamma(R^{TY}, R_{гр}) = \gamma^{TY}$  (рис. 6.4).

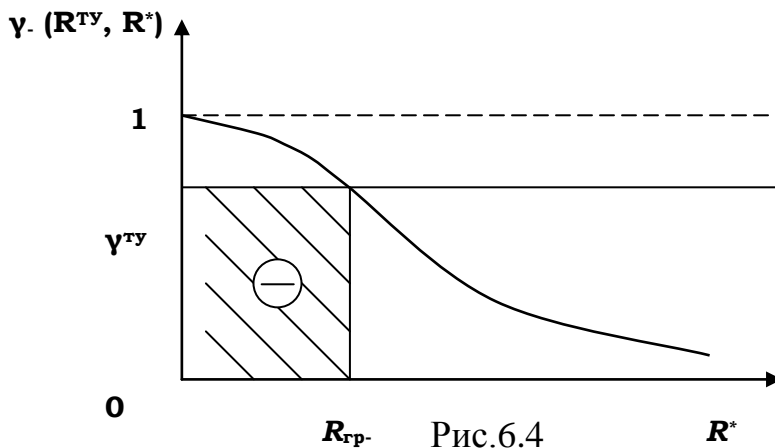


Рис. 6.4

Відповідно, при  $R^* \leq R_{гр}$  з імовірністю, не меншою  $\gamma^{TY}$ , можна прийняти негативне рішення, тобто стверджувати, що зразок РЕТ не відповідає вимогам ТУ згідно показника  $R$ . Область  $[0, R_{гр}]$  значень  $R^*$  називають областю ухвалення негативного рішення, а значення  $R_{гр}$  – межею цієї області.

Область  $(R_{гр}, R_{гр+})$  будемо називати областю невизначеності, тому що при  $R^* \in (R_{гр}, R_{гр+})$  з імовірністю  $\gamma \geq \gamma^{TY}$  не можна прийняти ні позитивне, ні негативне рішення.

На рис. 6.5 показані всі три області можливих значень оцінки  $R^*$ .

Для визначення меж  $R_{гр+}$  і  $R_{гр}$  зручно використати таблиці для коефіцієнтів  $\delta_1$  і  $\delta_2$ . Дійсно, із рис 6.5 видно, що значення  $R^{TY}$  і  $R_{гр+}$  зв'язані співвідношенням

$$R^{TY} = R_{гр+} \delta_1(\gamma^{TY}, n),$$

Звідки

$$R_{гр+} = \frac{R^{TY}}{\delta_1(\gamma^{TY}, n)}. \quad (6.1)$$

Аналогічно (див. рис.6.3) можна подати  $R^{TY} = R_{гр} \delta_2(1 - \gamma^{TY}, n)$ ,

Звідки

$$R_{гр} = \frac{R^{TY}}{\delta_2(1 - \gamma^{TY}, n)}. \quad (6.2)$$

<p><b>Приймається негативне рішення з імовірністю <math>\gamma</math> <math>\geq \gamma^{ту}</math></b></p>	<p><b>З імовірністю <math>\gamma^{ту}</math> не може бути прийняте ні позитивне ні негативне рішення</b></p>	<p><b>Приймається позитивне рішення з імовірністю <math>\gamma \geq \gamma^{ту}</math></b></p>
---	--	--

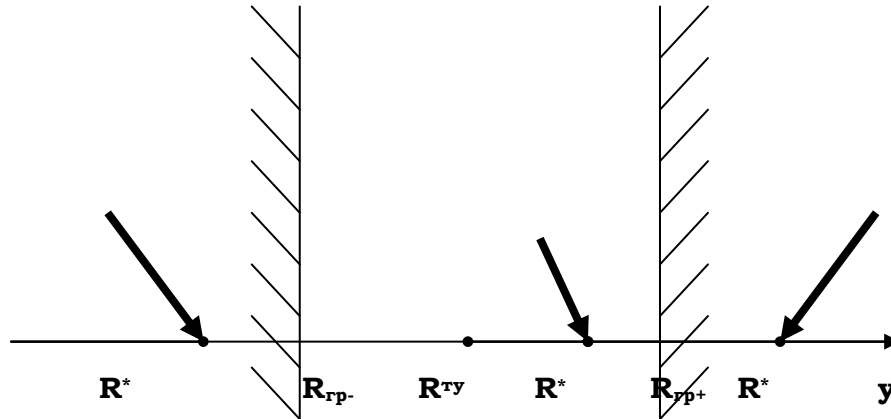


Рис.6.5

Таким чином, загальна методика розв'язання задачі перевірки відповідності показників надійності вимогам ТУ містить у собі наступні етапи:

1. Обчислення точкової оцінки показника за формулою (5.1).
2. Визначення значень коефіцієнтів точності  $\delta_1$  й  $\delta_2$  за методикою, викладеною в 5.3. При цьому як  $\gamma_1$  варто приймати  $\gamma^{ту}$ , а як  $\gamma_2$  – значення  $1 - \gamma^{ту}$ .

3. Розрахунок значень меж областей прийняття позитивного й негативного значень за формулами (6.1) і (6.2).

4. Прийняття рішення за наступним правилом:

а) якщо  $R^* \geq R_{гр+}$ , то з імовірністю, не менше ніж  $\gamma^{ту}$ , приймається рішення про відповідність об'єкта заданій вимозі щодо надійності;

б) якщо  $R^* \leq R_{гр-}$ , то з імовірністю, не менше ніж  $\gamma^{ту}$ , приймається рішення про не відповідність об'єкта заданій вимозі щодо надійності;

в) якщо  $R^* \in (R_{гр-}, R_{гр+})$ , тобто оцінка  $R^*$  належить області невизначеності, то із імовірністю, не меншою ніж  $\gamma^{ту}$ , прийняти позитивне або негативне рішення неможливо. У цьому випадку необхідно продовжувати випробування з метою звуження області невизначеності або припинити випробування і вжити заходів, щодо підвищенню реальної надійності об'єкта.

Графік залежності меж областей прийняття позитивного й негативного рішень від обсягу вибірки  $n$  (рис. 6.6) показує, що зі збільшенням обсягу випробувань  $n$  область невизначеності зменшується.

На закінчення відзначимо, що введені визначення областей позитивного і негативного рішень справедливі тільки для позитивних показників (наприклад для  $T_0$  і  $K_T$ , значення яких повинні бути менше заданих у ТУ). Для негативних показників (наприклад, для  $T_B$ , значення якого повинне бути не більше заданого ТУ) межі позитивного і негативного рішень варто поміняти місцями.

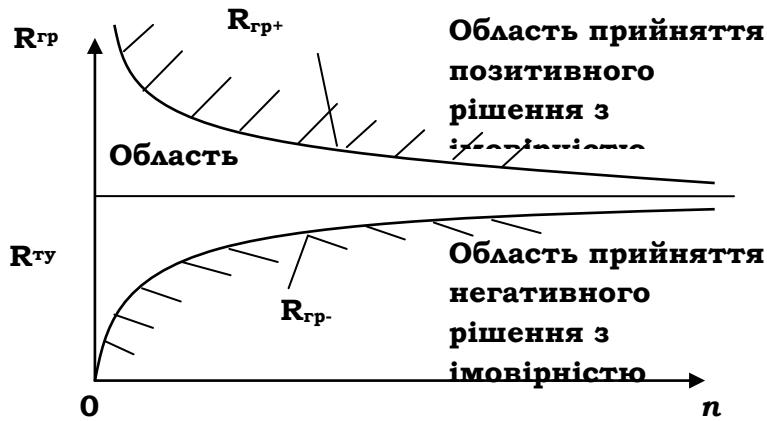


Рис. 6.6

### 6.2.1. Перевірка відповідності середнього наробітку на відмову вимогам ТУ

Нехай у процесі приймальних випробувань об'єкт напруцював  $T_{\Sigma} = 2100$  год. і за цей час мали місце 5 відмов ( $n = 5$ ). Необхідне згідно ТУ значення середнього наробітку на відмову  $T_0^{TY} = 200$  год. Наробіток між відмовами розподілений за експонентним законом.

Потрібно визначити, чи відповідає середній наробіток на відмову даного об'єкта вимогам ТУ із заданою ймовірністю  $\gamma^{TY} = 0,95$ .

Розв'язання.

1. Визначаємо точкову оцінку:

$$T_0^* = \frac{T_{\Sigma}}{n} = \frac{2100}{5} = 420 \text{ год.}$$

2. За табл. 5.1 знаходимо значення коефіцієнтів точності:

$$\delta_1(0,95;5) = 0,394 ; \delta_2(0,05;5) = 1,83 .$$

3. Розраховуємо значення  $T_{обм+}$  і  $T_{обм-}$  за формулами (6.1) і (6.2):

$$T_{обм+} = \frac{T_0^{TY}}{\delta_1(\gamma^{TY}, n)} = \frac{200}{0,394} = 507,6 ;$$

$$T_{обм-} = \frac{T_0^{TY}}{\delta_2(1 - \gamma^{TY}, n)} = \frac{200}{1,83} = 109,3 .$$

4. Оскільки  $T_0^* = 420$  год.  $< T_{обм+} = 507,6$  год., то отримане значення точкової оцінки знаходиться в області невизначеності, і тоді прийняти позитивне рішення із заданою ймовірністю 0,95 не виявляється можливим.

Аналізуючи отриманий результат, необхідно відзначити наступне. Незважаючи на те, що отримана точкова оцінка  $T_0^* = 420$  год. значно більша середнього наробітку на відмову  $T_0^{TY} = 200$  год., цього виявляється недостатньо для того, щоб з ймовірністю  $\gamma^{TY} = 0,95$  стверджувати про відповідність істинного значення показника надійності  $T_0$  вимогам ТУ. Ясно, що причина цього – малий обсяг вибірки ( $n = 5$ ).



### 6.2.2. Перевірка відповідності середнього часу відновлення вимогам ТУ

Нехай у процесі випробувань об'єкта на ремонтпридатність відбулося 20 відмов ( $n = 20$ ). Сумарні витрати часу на ремонт при цьому  $\tau_{\Sigma} = 8,2$  ГОД. Необхідний згідно ТУ середній час відновлення об'єкта  $T_B^{TY} = 0,5$  год. Час відновлення розподілений за законом Ерланга другого порядку.

Потрібно визначити, чи відповідає істинний середній час відновлення об'єкта вимогам ТУ із заданою ймовірністю  $\gamma^{TY} = 0,9$ .

Розв'язання.

1. Визначаємо точкову оцінку показника:

$$T_B^* = \frac{\tau_{\Sigma}}{n} = \frac{8,2}{20} = 0,41 \text{ ГОД.}$$

2. За табл. 5.2 знаходимо значення коефіцієнтів точності:

$$\delta_1(0,9;20) = 0,8; \quad \delta_2(0,1;20) = 1,2.$$

3. Розраховуємо межі позитивного і негативного рішень за формулами (6.1) і (6.2), змінивши їх з урахуванням того, що середній час відновлення - показник негативний:

$$T_{вгр+} = \frac{T_B^{TY}}{\delta_2(1 - \gamma^{TY}, n)} = \frac{0,5}{1,2} = 0,41 \text{ ГОД.};$$

$$T_{вгр-} = \frac{T_B^{TY}}{\delta_1(\gamma^{TY}, n)} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625 \text{ ГОД.}$$

5. Оскільки  $T_B^* = T_{вгр+} = 0,41$  год., тобто отримана точкова оцінка показника  $T_B$  співпадає із межами області прийняття позитивного рішення, отже, істинне значення середнього часу відновлення  $T_B$  з імовірністю  $\gamma^{TY}$  не перевищує заданого згідно ТУ значення.

#### Контрольні питання

1. Що таке точкові та інтервальні оцінки показників надійності?
2. Привести методику визначення інтегральної оцінки середнього наробітку на відмову.
3. Привести методику визначення інтегральної оцінки середнього часу відновлення.
4. Привести методику визначення інтегральної оцінки коефіцієнта готовності.
5. Привести загальну методику перевірки відповідності показників надійності вимогам технічних умов.
6. Привести методику перевірки відповідності середнього часу відновлення вимогам технічних умов.

## ЛЕКЦІЯ 7. ШЛЯХИ ТА МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ

### 7.1. Фактори, що впливають на надійність

У процесі експлуатації об'єкти РЕТ піддаються дії реальних факторів, що впливають на надійність апаратури. До таких факторів належать: кліматичний вплив, старіння матеріалів, циклічність режимів роботи, механічні навантаження, режими зберігання, конструктивно-виробничі фактори, вплив обслуговуючого особового складу.

Розглянемо докладно особливості впливу на апаратуру кожного із цих факторів.

#### 7.1.1. Кліматичний вплив

До кліматичних факторів впливу належать: температура, вологість і атмосферний тиск повітря, рівень сонячної радіації, хімічний склад домішок у повітрі й характер біологічного середовища.

Температура елементів визначається температурою навколишнього середовища, потужністю, що виділяється в самих елементах, і умовами їхнього теплообміну із навколишнім середовищем. Надійність матеріалів і елементів у значній мірі залежить від температури і характеру її зміни. Оскільки більшість фізико-хімічних процесів у матеріалах термоактивовані, то швидкість протікання цих процесів експонентно залежить від температури.

Механічні характеристики більшості матеріалів і сплавів при підвищенні температури погіршуються: падає значення модуля пружності, знижується поріг міцності. Однак ці явища стають помітними при відносно високих температурах (200...500°C). Зниження температури до -60°C практично мало позначається на механічних характеристиках більшості металів, що застосовуються. Основний вплив на надійність елементів чинить зміна температури, внаслідок чого вони можуть змінювати свої розміри, що приводить до механічного руйнування вузлів елементів, а також зміни їх електричних і магнітних властивостей.

Температурні впливи позначаються на властивостях діелектриків. При підвищенні температури спостерігається погіршення механічних характеристик: знижується опір вигинанню і стиску, у меншій мірі - опір на розтягання і зріз. Важливе значення має коефіцієнт лінійного розширення діелектриків, що входять у структуру елементів. У більшості пластмас він приблизно на порядок більший, ніж у металів. Тому в місцях з'єднання металів і діелектриків при зміні температури можуть з'являтися механічні напруги або зазори, що порушують герметичність елемента.

Підвищення температури приводить також до зміни електричних властивостей діелектриків: зростають діелектричні втрати, падає опір ізоляції, змінюється діелектрична проникливість. У неполярних діелектриків електричні властивості змінюються набагато менше, ніж у полярних.

Від тиску повітря залежить його діелектрична проникливість і пробивна напруга. При зниженні тиску охолоджувальна здатність повітря зменшується, теплообмін елементів з навколишнім середовищем погіршується і температура їх підвищується. Крім того, збільшується ймовірність пробоїв і іскрін між зовнішніми виводами електровакуумних і напівпровідникових приладів. Для

багатьох вітчизняних елементів допускається зниження тиску до 5 мм.рт.ст. (6,7 кПа).

Виникнення розрядів в апаратурі приводить до появи озону і азотних сполук, які при наявності вологи утворюють азотну кислоту. Це сприяє корозії металів і пошкодженню діелектриків.

Істотно впливає на елементи апаратури волога. Частіше волога з'являється на поверхні елементів у вигляді тонкої плівки. Молекули води є полярними диполями. Абсолютно чистої води в природі не існує. Вона містить іони, вуглекислі солі кальцію і магнію, сульфати кальцію і магнію, вуглекислі солі заліза, хлористий натрій і т.д. Крім того, до складу води входять органічні і неорганічні частки, а також розчинені гази повітря. Розчини цих сполук у воді можуть вступати в хімічні реакції з різними речовинами, що змінює параметри матеріалів і може призвести до відмови елементів.

Підвищена температура в значній мірі збільшує вплив вологи на параметри діелектриків. Погіршуються фізико-хімічні властивості і прискорюються процеси старіння. Теплоізоляційні властивості діелектриків при цьому погіршуються, оскільки коефіцієнт теплопровідності води в 25 разів більший коефіцієнта теплопровідності повітря, а при проникненні води в діелектрик відбувається витиснення з нього повітря.

У приземних шарах тропосфери на елементи впливають аерозолі (пил), концентрація яких з висотою зменшується за експоненціальним законом. Неорганічний пил становить від 65 до 75 відсотків всіх аерозолів. До складу неорганічного пилу входять кварц, польовий шпат, слюда, а в містах - сажа і смоли (до 40%). Органічний пил містить спори рослин, плісняві грибки, бактерії. Особливість органічного пилу полягає в тому, що при наявності вологи він може служити поживним середовищем для плісняви.

Пліснява являє собою грибкові утворення, які в процесі розвитку виділяють різні кислоти, що називаються метаболітами. Ці виділення призводять до корозії металів і розкладають ізоляційні матеріали. Крім того, пліснява має високу гігроскопічність і поглинає вологу з атмосфери, у результаті чого поверхня елементів пристроїв покривається водяною плівкою. Найбільше пліснява руйнує органічні діелектрики.

Із впливом інших біологічних факторів у практиці експлуатації доводиться зустрічатися рідше. Однак під час перевезення, зберігання та робіт в польових умовах відзначаються випадки впливу на апаратуру комах і гризунів. Поява комах і їхніх гнізд у штепсельних роз'ємах з'єднувальних кабелів, у відкритих з'єднувальних коробках призводить до порушення контактів, короткого замикання.

### **7.1.2. Старіння матеріалів**

Старінням матеріалів називають необоротні процеси відносно повільної зміни фізичних властивостей в умовах тривалого зберігання й експлуатації. Старінню піддаються метали, сплави, діелектрики і напівпровідники.

При старінні властивості матеріалів можуть як погіршуватися, так і поліпшуватися. Іноді відбувається поліпшення одних властивостей при погіршенні інших. Часто застосовують штучне старіння матеріалів для поліпшення або стабілізації деяких їхніх властивостей. Наприклад, у діелектриках з електронною структурою це відбувається в результаті електрохімічного

очищення за рахунок переміщення іонів домішок з діелектрика на його поверхню при протіканні наскрізного струму. У діелектриках з іонною структурою, навпаки, електропровідність може збільшитися до електричного пробую за рахунок електрохімічного старіння, що полягає в тому, що іони структури приймають участь у процесі електропровідності.

Однак характеристики більшості матеріалів у результаті старіння погіршуються. Наприклад, деталі зі сталі, латуні і бронзи втрачають властивості пружності. Поверхня матеріалів окислюється і стає нерівною, міцність металів падає.

Найбільш активним фізичним фактором, що викликає прискорення процесів старіння, є тепло. Швидкість старіння матеріалів росте за експонентним законом із збільшенням температури. Зміна властивостей матеріалів у процесі старіння призводить до поступових і раптових відмов елементів.

З діелектриків найбільше старінню піддаються полімери і пластичні маси на їхній основі. Тому цінні властивості технічних полімерів можуть досить швидко погіршуватися в процесі експлуатації.

У результаті старіння в діелектрику збільшуються діелектричні втрати, зменшується опір ізоляції, електрична і механічна міцність.

Істотний вплив на надійність елементів при їхньому старінні робить зменшення пробую діелектрика в часі. Іноді пробій, що відбувається в результаті старіння діелектриків, називають електрохімічним, тому що при цьому спостерігаються два процеси: фізико-хімічні зміни властивостей діелектрика (старіння), що знижує його електричну міцність, і власне тепловий або електричний пробій.

Старіння матеріалів приводить також до дрейфу їх параметрів. Так погіршення з часом параметрів і характеристик напівпровідникових приладів зумовлено фізико-хімічними процесами в напівпровіднику, механізм яких визначається головним чином двома особливостями напівпровідників: високою чутливістю їхньої поверхні до фізичної і хімічної природи навколишнього середовища і залежністю параметрів напівпровідників від домішок, неоднорідностей і дефектів структури. Навіть при значному захисті поверхні напівпровідника від навколишнього середовища через певний час на його поверхню потрапляють атоми різних елементів, які проникають в напівпровідник. Різного роду навантаження на напівпровідник (особливо при підвищеній температурі) сприяють збільшенню дефектів у ньому. Все це створює додаткові центри рекомбінації, що приводять до зміни часу життя носіїв зарядів й інших параметрів напівпровідника.

### **7.1.3. Циклічність режимів роботи**

Циклічність роботи елементів і перехідні процеси, що виникають при вмиканні і вимиканні РЕТ, можуть істотно впливати на надійність елементів.

Циклічному впливу елементи піддаються при періодичному включенні навантаження, при зміні умов експлуатації та добових змінах температури, вологості й тиску. Циклічність роботи, періодичні впливи різних факторів на елементи, особливо коливання температури, приводять до багаторазових змін механічних напруг у матеріалах і вузлах елементів, що виникають через різницю температурних коефіцієнтів розширення матеріалів. Це, у свою чергу, веде до появи залишкових дефектів структури матеріалів і деформації у вузлах елементів.

У результаті виникають залишкові зміни параметрів елементів, які іноді називають циклічними змінами. Наприклад, при періодичному нагріванні конденсатора після кожного циклу спостерігається залишкова зміна ємності, що після декількох циклів може змінити свій знак. Ці циклічні зміни згодом можуть вийти за поле допуску, що приведе до поступової відмови. Зі збільшенням інтенсивності циклічного впливу (перепадів навантажень і частоти циклів) залишкові механічні деформації прискорюють руйнування конструкції елементів, у результаті чого виникає раптова відмова.

При кожному включенні і виключенні апаратури елементи піддаються впливу електричних й інших перехідних процесів, обумовлених її електричними схемами і конструкцією. Період встановлення напруг і струмів в елементах після вимикання апаратури визначається константами часу цілої і коливається від 1 до 20 с. За цей час співвідношення амплітуди стрибків струму або напруги до їхніх сталих значень може досягати декількох десятків.

Перехідні процеси при вимиканні апаратури протікають зазвичай швидше (до 3 сек.) і супроводжуються меншими перевантаженнями. Перехідні електричні процеси приводять до двох основних типів характерних відмов: короткого замикання в результаті пробою й обриву з'єднань при перегорянні. Інші типи перехідних процесів, зв'язані із установленням номінальної температури елементів, вологості, механічних напруг, також впливають на надійність апаратури. З них найбільш сильні - теплові перехідні процеси.

Для зменшення впливу перехідних процесів на надійність елементів в об'єктах РЕТ застосовують циклічний «плавний» режим, що характеризується уповільненням швидкостей наростання і спаду напруг живлення при вмиканні й вимиканні апаратури спеціальними пристроями. Це дозволяє в кілька разів підвищити безвідмовність елементів й апаратури в цілому.

#### **7.1.4. Механічні навантаження**

Залежно від призначення апаратури і місця її установки елементи можуть піддаватися різним механічним впливам. Найнебезпечнішими з них є вібрації. На сучасних літаках частотний діапазон вібрацій становить від 1...2 Гц до 8...10 кГц. Однак найбільші амплітуди вібрацій перебувають звичайно в межах від 10 Гц до 2 кГц. При цьому прискорення досягає 10...16  $g$ .

Збіг частот вібрацій із власними резонансними частотами елементів приводять до різкого збільшення амплітуд їх коливань і перевантаженням, що прискорює процеси руйнування механічних вузлів, сприяє розгерметизації, виникненню коротких замикань і т.і. У регульованих елементах під дією вібрацій спостерігаються порушення регулювань. Для радіоламп і деяких інших елементів найнебезпечнішою є частота вібрацій від 175 до 500 Гц.

Механічні удари по апаратурі супроводжуються виникненням загасаючих вібрацій елементів на власних частотах. Ударне навантаження може привести до механічного руйнування елементів.

#### **7.1.5. Режими збережаності**

Реальні умови експлуатації РЕТ характеризуються чергуванням періодів роботи й зберігання. Під зберіганням елементів розуміється перебування елементів без електричного навантаження незалежно від тривалості цього стану, умов, що його викликали, та інших причин. Це може бути режим очікування РЕТ, будь-яке

зберігання апаратури й окремих запасних елементів у складських, лабораторних і польових умовах.

Досвід зберігання різних елементів і РЕТ у складських і польових умовах показує, що під впливом зовнішніх і внутрішніх факторів параметри елементів змінюються. Ці зміни можуть призвести до відмов у момент включення елементів на електричне навантаження або через якийсь час після включення. Таким чином безвідмовність елементів у робочий період залежить від умов і часу попереднього зберігання. З іншого боку, під час роботи може відбутися така зміна параметрів елементів, що викличуть появу відмови в процесі наступного зберігання. Це свідчить про те, що між зберіганням і роботою існує граничний зв'язок, тобто показники збережуваності і безвідмовності елементів взаємопов'язані.

#### **7.1.6. Конструктивно-виробничі фактори**

Причинами погіршення надійності РЕТ часто є помилки, допущені при її проектуванні. Істотний вплив на надійність РЕТ здійснюють також виробничі фактори. До виробничих факторів, що підвищують надійність РЕТ, належать:

- удосконалення технології виробництва й строге її дотримання;
- підвищення рівня автоматизації виробництва;
- вхідний контроль матеріалів і комплектуючих елементів;
- попереднє тренування елементів під навантаженням;
- вихідний контроль виробів.

#### **7.1.7. Вплив підготовленості обслуговуючого персоналу**

Відомо, що з вини обслуговуючого персоналу може виникати до 30% всіх відмов апаратури [1, 22]. Причини цих відмов - недостатня кваліфікація обслуговуючого персоналу, недотримання правил технічної експлуатації, низька якість технічного обслуговування.

Від кваліфікації обслуговуючого персоналу залежить правильність підготовки РЕТ до роботи, повнота і якість перевірки технічного стану, точність регулювання апаратури. Знання конкретної радіоелектронної техніки, особливості її експлуатації, уміння користуватися всіма контрольно-вимірювальними приладами - все це значно скорочує витрати часу на пошук і усунення неполадок.

Знання і дотримання правил технічної експлуатації, викладених в інструкціях для експлуатації і технічного обслуговування РЕТ, є необхідною умовою безаварійної й надійної роботи апаратури.

Технічне обслуговування РЕТ проводиться з метою попередження відмов. Тому від повноти виконання необхідного обсягу робіт із технічного обслуговування, від якості виконання кожної операції буде залежати кількість відмов об'єкта РЕТ у процесі бойової роботи.

## **7.2. Види резервування. Класифікація способів структурного резервування**

Як відомо, при досягнутих рівнях надійності комплектуючих елементів і якості проектно-конструкторських та виробничо-технологічних робіт основними шляхами забезпечення високої надійності об'єктів РЕТ є резервування, а також удосконалення системи експлуатації.

Відповідно до ДСТУ 2860-94 резервування - спосіб забезпечення надійності об'єкта за рахунок використання додаткових засобів та (або) можливостей, надлишкових відносно мінімально необхідних для виконання потрібних функцій.

Сукупність додаткових засобів і (або) можливостей, що використовують для резервування, називають резервом.

Залежно від характеру додаткових засобів і можливостей у цей час для забезпечення надійності використовують 5 видів резервування: структурне, інформаційне, функціональне, навантажувальне й почасове.

Структурне резервування – резервування із застосуванням резервних елементів структури об'єкта. Воно найбільше відомо і широко використовується на практиці для підвищення надійності. Метод структурного резервування відрізняється універсальністю і дозволяє створювати з ненадійних елементів системи потрібний рівень надійності. Однак у багатьох випадках схемна реалізація даного методу пов'язана з рядом труднощів (неідеальність перемикачів, перерозподіл навантаження при відмовах елементів, обмеження на габаритні розміри, масу, вартість та ін.), які знижують його ефективність, а іноді і обмежують область застосування.

Інформаційне резервування – резервування із застосуванням резервів інформації. Резерви інформації в радіолокаційній системі створюються за рахунок відповідного розміщення на місцевості джерел радіолокаційної інформації, при якій утвориться багаторазове перекриття зон видимості РЛС у радіолокаційному полі. Коефіцієнт перекриття, значення якого залежно від висоти становить 2...10 і більше одиниць, характеризує надлишковість основної зовнішньої властивості системи. У системах обробки і передачі радіолокаційної інформації, що функціонують в умовах обмеженої надійності елементів і при наявності перешкод, інформаційне резервування забезпечується шляхом подання переданої і обробленої інформації у локаційному і корегуючих кодах, використання різних додаткових змінних, реалізації алгоритмічних (програмних) методів захисту процесів обробки і передачі даних від збоїв, відмов і завад. До основних недоліків цього виду резервування можна віднести ускладнення апаратури і алгоритмів функціонування, зниження продуктивності системи обробки і передачі даних, збільшення вартості.

Функціональне резервування – резервування, при якому використовується здатність елементів виконувати додаткові функції.

Навантажувальне резервування – резервування, при якому використовується здатність елементів об'єкта сприймати додаткові навантаження понад номінальні.

Ці види резервів звичайно утворюються в складних просторово рознесених системах за рахунок структурного і функціонального ускладнення апаратури і зв'язків між її елементами, а також шляхом раціональної організації застосування таких систем. Труднощі практичного використання даних видів резервування пов'язані з необхідністю в ряді випадків додаткового перетворення форми інформації, погіршенням її точності і ймовірності, зниженням пропускну здатності та ін.

Почасове резервування – передбачає використання резервів часу, виділеного для виконання об'єктом його завдань. Резерви часу вносяться не в об'єкт, як, наприклад, при структурному резервуванні, а у порядок (алгоритм) використання об'єкта, як це іноді має місце при інформаційному або функціональному резервуванні. В основі часового резервування лежить облік характеру наслідків відмов апаратури в процесі виконання завдання. У класичній теорії надійності такий облік відсутній, при цьому будь-яка відмова апаратури вважається

несприятливою ситуацією, тобто оцінка надійності фактично зводиться до вивчення перебування системи у підмножині працездатних станів на деякому інтервалі часу. Однак у реальних системах при певних вимогах до часу відновлення наслідки від відмови апаратури можуть бути усунуті, і у цьому випадку вони не вплинуть на виконання системою своїх функцій.

Основним недоліком методу тимчасового резервування є те, що поліпшення надійності супроводжується погіршенням деяких інших характеристик системи, зокрема, зменшенням реальної продуктивності, погіршенням точності, ускладненням алгоритмів функціонування, підвищенням вимог до апаратури контролю пошуку несправностей в системі ремонту.

Розглянемо більш докладно методи структурного резервування, що найбільш глибоко досліджені і широко застосовуються на практиці. Дано визначення основним поняттям відповідно до ДСТУ 2860-94.

Основний елемент – елемент об'єкта, необхідний для виконання потрібних функцій без використання резерву.

Резервований елемент – основний елемент, на випадок відмови якого в об'єкті передбачені один або декілька резервних елементів.

Резервний елемент – елемент, призначений для виконання функцій основного об'єкта у разі його відмови.

Кратність резерву – відношення кількості резервних елементів до кількості резервованих ними елементів, виражене нескорочуваним дробом.

#### **Класифікація методів структурного резервування:**

окремі елементи об'єкта чи їх групи.

Загальне резервування – резервування, в якому резервується об'єкт в цілому.

Змішане резервування – сполучення різних видів резервування в тому самому об'єкті.

Стале резервування – резервування, в якому використовують навантажений резерв і в якому, якщо відмовляє будь-який елемент в резервованій групі, виконання об'єктом потрібних функцій забезпечується без перемикань рештою елементів.

Замішувальне резервування – резервування, в якому функції основного елемента передаються резервному тільки після відмови основного елемента.

Ковзне резервування – замішувальне резервування, в якому група основних елементів резервується одним чи декількома резервними елементами, кожний з яких може замінити будь-який з елементів цієї групи у випадку його відмови.

Навантажений резерв – резерв, що містить один чи декілька резервних елементів, які перебувають у режимі основного елемента.

Полегшений резерв – резерв, що складається з одного чи декількох резервних елементів, які перебувають у режимі меншого навантаження порівняно з основним елементом.

Ненавантажений резерв – резерв, що складається з одного чи декількох резервних елементів, які перебувають у ненавантаженому стані до початку виконання ними функцій основного елемента.

Резервування з відновленням – резервування, в якому відновлення основних і (чи) резервних елементів у випадку їх відмови технічно можлива без порушення працездатності об'єкта в цілому та передбачено експлуатаційною документацією.



Резервування без відновлення – резервування, при якому відновлення основних і (чи) резервних елементів у випадках їх відмови технічно неможлива без порушення працездатності об'єкта в цілому та (або) не передбачена експлуатаційною документацією.

Для оцінки ефективності резервування використовується коефіцієнт виграшу в надійності за рахунок резервування  $\eta$ , обумовлений відношенням показника надійності резервованої системи до показника нерезерованої. Зокрема, для середнього наробітку на відмову  $\eta = \frac{T_{ОР}}{T_{ОН}} > 1$ .

### 7.3. Загальна методика оцінки надійності резервованих систем без відновлення.

Розглянемо резервовану систему, що складається з  $n$  основних ( $n \geq 1$ ) і  $m$  резервних ( $m \geq 1$ ) ідентичних елементів. Відмова такої системи виникає при відмові  $m+1$  елементів. У довільний момент часу  $t$  число елементів, що відмовили, є випадковою величиною. Позначимо через  $E_j$  стан системи, у якій відмовило  $j$  елементів ( $j = 0, 1, 2, \dots, m+1$ ). Тоді  $E_0$  – стан повністю працездатної системи,  $E_1$  – стан, при якому непрацездатним є один елемент і т.д. Вибираємо як показники надійності системи ймовірність безвідмовної роботи  $P(t)$  і середній наробіток до відмови  $T_{CP}$ , оскільки інші показники безвідмовності можна отримати, використовуючи відомі співвідношення між ними.

З метою більшої наочності методику оцінки надійності резервованої системи без відновлення пояснимо на прикладі дубльованої системи, а потім покажемо, як її використати в загальному випадку.

Нехай є дубльована система, що складається з одного основного й одного резервного елемента (рис. 7.1).

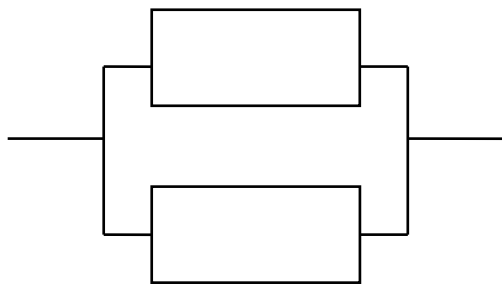


Рис.7.1

Будемо вважати відомими функції густини ймовірності наробітку до відмови двох елементів  $f_0(t)$  і одного елемента  $f_1(t)$ . Не задаючи поки що умови роботи резервного елемента, допустимо, що резервний елемент підключається замість основного, що відмовив, практично миттєво і що в початковий момент часу  $t = 0$  обидва елементи працездатні.

Потрібно визначити формули для ймовірності безвідмовної роботи  $P_{1,1}(t)$  і середнього наробітку до відмови системи  $T_{CP1,1}$ .

Зі сформульованих вище умов видно, що розглянута нами система може перебувати в одному із трьох станів:  $E_0$  (обидва елементи працездатні),  $E_1$  (один елемент відмовив) і  $E_2$  (обидва елементи відмовили). Очевидно, що для системи працездатними станами є  $E_0$  і  $E_1$ . Перехід зі стану  $E_1$  в  $E_2$  означає відмову системи.

Позначимо  $P_0(t)$  ймовірність того, що основний і резервний елементи не відмовлять протягом часу  $t$ , а  $P_1(t)$  – ймовірність того, що в деякий момент часу  $\tau$

виникає відмова одного елемента: відбудеться перехід у стан  $E_1$ , а елемент, що залишився, пропрацює безвідмовно протягом часу  $(t - \tau)$  (рис. 7.2).

Рис.7.2

Тоді ймовірність безвідмовної роботи системи  $P_{1,1}(t)$  можна подати у вигляді суми:

$$P_{1,1}(t) = P_0(t) + P_1(t). \quad (7.1)$$

За визначенням,  $P_0(t)$  – це ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається із двох послідовно з'єднаних у розумінні надійності елементів (основного і резервного). Використовуючи відому функцію густини ймовірності  $f_0(t)$  наробітку до відмови такої системи, можемо записати:

$$P_0(t) = \int_t^{\infty} f_0(z) dz. \quad (7.2)$$

Тепер визначимо ймовірність  $P_1(t)$ . За своїм фізичним значенням ця ймовірність допускає просту й наочну інтерпретацію (див. рис. 7.2). Вона являє собою суму на інтервалі часу  $[0, t]$  добутків двох співмножників: 1) ймовірності того, що відмова відбудеться в певному проміжному інтервалі  $[\tau, \tau + d\tau]$ ; 2) ймовірності того, що відмови не відбудеться на інтервалі часу  $(t - \tau)$ .

Перший випадок – є ймовірність відмови системи, що складається із двох послідовно з'єднаних елементів, тобто  $f_0(\tau)d\tau$ . Другу ймовірність позначимо через  $P(t - \tau)$  і визначимо її з відомої функції густини ймовірності наробітку до відмови одного елемента:

$$P(t - \tau) = \int_{t - \tau}^{\infty} f_1(z) dz.$$

Оскільки час – неперервна величина, то, переходячи від суми до інтегрування в межах зміни значень  $\tau$  (від 0 до  $t$ ), можна записати:

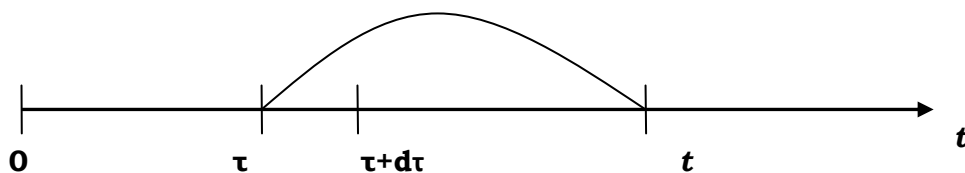
$$P_1(t) = \int_0^t f_0(\tau) P(t - \tau) d\tau = \int_0^t f_0(\tau) \int_{t - \tau}^{\infty} f_1(z) dz d\tau. \quad (7.3)$$

Підставляючи вирази (7.2) і (7.3) у рівняння (7.1), отримаємо загальну формулу для ймовірності безвідмовної роботи системи, що складається з одного основного і одного резервного елементів:

$$P_{1,1}(t) = \int_t^{\infty} f_0(z) dz + \int_0^t f_0(\tau) \int_{t - \tau}^{\infty} f_1(z) dz d\tau. \quad (7.4)$$

При виведенні цієї формули не було прийнято жодних обмежень на закони розподілу наробітку до відмови  $f_0(z)$  і  $f_1(z)$ .

Якщо допустити, що елементи не старіють у процесі експлуатації (інтенсивність їхньої відмови постійна), то можна використати вираз (7.4) для оцінки безвідмовності системи, що містить будь-яке число основних і резервних



елементів. Необхідно лише при кожному черговому переході  $E_j \rightarrow E_{j+1}$  підставляти

у формулу (7.4) вираз для густин ймовірностей  $f_0(z)$  і  $f_1(z)$ , що обумовлені структурою системи.

По знайденій ймовірності  $P_{1,1}(t)$  неважко визначити середній наробіток системи до відмови за відомою формулою:

$$T_{CP1,1} = \int_0^{\infty} P_{1,1}(t) dt. \quad (7.5)$$

Ця методика має практичну реалізацію при аналізі конкретних методів резервування.

### Навантажене заміщувальне резервування

Розглянемо дубльовану систему, що складається з одного основного і одного резервного елементів, що перебувають в одному режимі. Будемо вважати, що наробіток до відмови одного елемента розподілена за експонентним законом з інтенсивністю  $\lambda = 1/T_{CP}$ . Визначимо показники надійності системи  $P_{1,1}(t)$  і  $T_{CP1,1}$ , використовуючи формули (7.2) – (7.5).

Запишемо спочатку формули для  $f_0(z)$  і  $f_1(z)$ , що входять у вираз (7.4). Функція  $f_0(z)$  – це густина ймовірності наробітку до відмови системи, що складається із двох послідовно з'єднаних по ССН елементів з постійною інтенсивністю відмови  $\lambda$  кожного з них. Тому, використовуючи зроблені раніше висновки (див. розділ 3.2), можна записати:

$$f_0(z) = 2\lambda e^{-2\lambda z}. \quad (7.6)$$

Функція  $f_1(z)$  – це густина ймовірності наробітку до відмови одного елемента, тобто

$$f_1(z) = \lambda e^{-\lambda z}. \quad (7.7)$$

Підставивши вирази (7.6) і (7.7) у формулу (7.4) і виконавши операції інтегрування, після нескладних перетворень одержимо:

$$P_{1,1}(t) = \int_t^{\infty} \lambda e^{-2\lambda z} dz + \int_0^t \lambda e^{-2\lambda \tau} \int_{t-\tau}^{\infty} \lambda e^{-\lambda z} dz d\tau = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}. \quad (7.8)$$

Використовуючи формулу (7.5), знаходимо

$$T_{CP1,1} = \int_0^{\infty} (2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}) dt = \frac{2}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{1,5}{\lambda} = 1,5T_{CP}. \quad (7.9)$$

Виграш у середньому наробітку до відмови за рахунок дублювання

$$\eta = \frac{T_{CP1,1}}{T_{CP}} = \frac{1,5T_{CP}}{T_{CP}} = 1,5.$$

Отже, середній наробіток до відмови дубльованої системи при навантаженому резервному елементі в 1,5 раза перевищує середній наробіток до відмови основного елемента (системи без резервування).

Узагальнюючи отримані результати для системи, що складається з одного основного і  $m$  резервних навантажених елементів, можна записати [14]:

$$P_{1,m}(t) = \sum_{i=1}^{m+1} (-1)^{i-1} C_{m+1}^i e^{-i\lambda t}; \quad (7.10)$$

$$T_{CPR,m} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}; \quad (7.11)$$

$$\eta = \frac{T_{CP1,m}}{T_{CP}} = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}. \quad (7.12)$$

### 7.3.3. Полегшене заміщувальне резервування

Розглянемо дубльовану систему, в якій збережені умови функціонування основного і резервного елементів, що прийняті в попередній задачі. Відмінністю є

лише в те, що резервний елемент до включення в роботу перебуває в полегшеному режимі й інтенсивність його відмови  $\lambda_p$  менша, ніж основного елемента:  $\lambda_p < \lambda$ .

Повторюючи міркування, що використовувались при розв'язанні попереднього завдання, можна записати:

$$f_0(z) = (\lambda + \lambda_p)e^{-(\lambda + \lambda_p)z}; \quad (7.13)$$

$$f_1(z) = \lambda e^{-\lambda z}. \quad (7.14)$$

Підставляючи ці вирази в загальну формулу (7.4), після нескладних перетворень одержуємо

$$P_{1,1}(t) = \int_t^\infty (\lambda + \lambda_p)e^{-(\lambda + \lambda_p)z} dz + \int_0^t (\lambda + \lambda_p)e^{-(\lambda + \lambda_p)\tau} \int_t^\infty \lambda e^{-\lambda z} dz d\tau = \\ = \frac{\lambda + \lambda_p}{\lambda_p} e^{-\lambda t} - \frac{\lambda}{\lambda_p} e^{-(\lambda + \lambda_p)t}, \quad (7.15)$$

після чого за формулою (7.5) знаходимо

$$T_{CP1,1} = \int_0^\infty \left( \frac{\lambda + \lambda_p}{\lambda_p} e^{-\lambda t} - \frac{\lambda}{\lambda_p} e^{-(\lambda + \lambda_p)t} \right) dt = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda + \lambda_p}. \quad (7.16)$$

При  $\lambda_p \cong 0,5\lambda$  визначаємо

$$T_{CP1,1} = \frac{1,66}{\lambda} = 1,66T_{CP}, \quad (7.17)$$

$$\eta = \frac{T_{CP1,1}}{T_{CP}} = 1,66.$$

Отже, полегшення режиму резервного елемента, що приводить до зменшення інтенсивності його відмови у два рази в порівнянні з основним елементом, дозволяє збільшити середній наробіток резервованої системи до відмови в 1,66 разів.

Узагальнюючи отримані результати для системи, що складається з одного основного і  $m$  резервних елементів, що перебувають у полегшеному режимі і мають інтенсивності відмови  $\lambda_p = \alpha\lambda$  (де  $0 < \alpha < 1$ ), одержуємо наступні формули [14]:

$$P_{1,m}(t) = \frac{\prod_{j=0}^m (1 + \alpha j)}{d^m m!} \sum_{i=0}^m \frac{(-1)^i C_m^i}{1 + \alpha i} e^{-(1 + \alpha i)\lambda t}; \quad (7.18)$$

$$T_{CPB,m} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + \alpha i}; \quad (7.19)$$

$$\eta = \frac{T_{CP1,m}}{T_{CP}} = \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + \alpha i}. \quad (7.20)$$

### Невантажене заміщувальне резервування

Знову розглянемо дубльовану систему, але будемо вважати, що резервний елемент перебуває в невантаженому стані, тобто до моменту включення в роботу він не відмовляє і не старіє ( $\lambda_p = 0$ ).

Очевидно, що для цих умов функції  $f_0(z)$  і  $f_1(z)$  являють собою щільності ймовірності наробітку до відмови одного елемента, тобто

$$f_0(z) = f_1(z) = \lambda e^{-\lambda z}.$$

Підставляючи цей вираз у формулу (7.4), одержуємо

$$P_{1,1}(t) = \int_t^\infty \lambda e^{-\lambda z} dz + \int_0^t \lambda e^{-\lambda \tau} \int_t^\infty \lambda e^{-\lambda z} dz d\tau = (1 + \lambda t)e^{-\lambda t}. \quad (7.21)$$

Звідси за формулою (7.5) знаходимо

$$T_{CP1,1} = \int_0^{\infty} (1 + \lambda t) e^{-\lambda t} dt = \frac{2}{\lambda} = 2T_{CP}, \quad (7.22)$$

після чого визначаємо коефіцієнт виграшу:

$$\eta = \frac{T_{CP1,1}}{T_{CP}} = 2.$$

Таким чином, при ненавантаженому дублюванні без відновлення середній наробіток до відмови системи зростає у два рази в порівнянні з наробітком на відмову нерезервованої системи.

Зауважимо, що формули (7.21) і (7.22) можна одержати з виразів (7.15) і (7.16), якщо прийняти в них  $\lambda_p = 0$ .

У загальному випадку при наявності в системі одного основного і  $m$  резервних навантажених елементів формули для  $P_{1,m}(t)$ ,  $T_{CP1,m}$  і  $\eta$  мають вигляд [14]:

$$P_{1,m}(t) = \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}; \quad (7.23)$$

$$T_{CP1,m} = \frac{m+1}{\lambda} = (m+1)T_{CP}; \quad (7.24)$$

$$\eta = \frac{T_{CP1,m}}{T_{CP}} = m+1. \quad (7.25)$$

### Ковзне ненавантажене резервування

Система складається із включених послідовно  $n$  основних ( $n \geq 1$ ) і  $m$  резервних ( $m \geq 1$ ) ідентичних елементів, причому резервні елементи перебувають у ненавантаженому стані й можуть бути включені в роботу, замість кожного з основних елементів. При цьому вважається, що вони до включення в роботу не відмовляють і не старіють ( $\lambda_p = 0$ ).

Якщо всі основні елементи замінимо одним еквівалентним елементом із сумарною інтенсивністю  $\Lambda = n\lambda$ , то отримаємо розглянуту вище систему, у якій передбачене ненавантажене резервування заміщенням. Тому, використовуючи відомі результати (формули (7.23)-(7.25)), можна записати:

$$P_{n,m}(t) = \sum_{i=0}^m \frac{(\Lambda t)^i}{i!} e^{-\Lambda t}; \quad (7.26)$$

$$T_{CPn,m} = \frac{m+1}{\Lambda} = \frac{m+1}{n\lambda}; \quad (7.27)$$

$$\eta = \frac{T_{CPn,m}}{T_{CP}} = m+1. \quad (7.27)$$

Отже, виграш у середньому наробітку системи до відмови за рахунок резервування буде однаковий для випадків ненавантаженого заміщувального резервування і ковзного ненавантаженого резервування.

### Стале резервування

При використанні методу сталого резервування резервні елементи включені протягом усього часу роботи системи й перебувають в однаковому з основними елементами режимі. Приклади сталого резервування - паралельна робота двох обчислювальних машин, які одночасно вирішують одну задачу; паралельна робота декількох однотипних блоків, що виконують однакові функції, і т.п. Системи зі сталим включенням резерву повинні бути побудовані так, щоб відмова основного або резервного елементів не порушувала нормального функціонування системи.

Розглянемо два види сталого резервування: навантажений і полегшений.

При порівнянні сталого навантаженого резервуванням із заміщуваним резервуванням (при ідеальних перемикачах) легко встановити їхню повну ідентичність. Тому для розрахунку показників надійності систем за цим методом резервування можна скористатися вже відомими формулами (7.10) і (7.11).

Режим полегшеного постійного резервування застосовується в тих випадках, коли при підключенні резерву до основного елемента відбувається перерозподіл робочого навантаження між усіма елементами. Загальне навантаження поділяється, як правило, між усіма елементами, тому поняття основного і резервного елементів у такій системі можна застосовувати лише умовно. В електричній або механічній схемах фактично здійснюється послідовне або паралельне з'єднання елементів. Інтенсивність відмов кожного зі спільно працюючих елементів залежить від їхнього числа і після чергової відмови приймає значення, яке визначається рівнем навантаження. Таке явище називають **наслідком відмов**.

Отримаємо формули для показників надійності дубльованої системи при постійному включенні резервного елемента, що перебуває, як і основний елемент, у полегшеному режимі.

У цьому випадку функція  $f_0(z)$  – це густина імовірності наробітку до відмови системи, що складається із двох послідовно з'єднаних елементів з постійною інтенсивністю відмови  $\lambda_0$  кожного з них, тобто

$$f_0(z) = 2\lambda_0 e^{-2\lambda_0 z}. \quad (7.29)$$

Функція  $f_1(z)$  – це густина імовірності наробітку до відмови одного елемента, що залишився, та перебуває під повним навантаженням. Інтенсивність відмов такого елемента дорівнює  $\lambda$ , а

$$f_1(z) = \lambda e^{-\lambda z}. \quad (7.30)$$

Підставляючи вирази (7.29) і (7.30) у формулу (7.4), після нескладних перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned} P_{1,1}(t) &= \int_t^\infty \lambda_0 e^{-2\lambda_0 z} dz + \int_0^t \lambda_0 e^{-2\lambda_0 \tau} \int_{t-\tau}^\infty \lambda e^{-\lambda z} dz d\tau = \\ &= \frac{2\lambda_0}{2\lambda_0 - \lambda} e^{-\lambda t} - \frac{2\lambda_0}{2\lambda_0 - \lambda} e^{-2\lambda_0 t}. \end{aligned} \quad (7.31)$$

Використавши формулу (7.5) з врахуванням виразу (7.31), знайдемо:

$$T_{CP,1,1} = \frac{1}{2\lambda_0} + \frac{1}{\lambda}. \quad (7.32)$$

Як було відзначено, як правило, загальне навантаження між елементами ділиться порівну. Тому можна вважати, що  $\lambda_0 = 0,5\lambda$ . Тоді, підставляючи у вирази (7.31) і (7.32) значення  $\lambda_0 = 0,5\lambda$  і розкриваючи невизначеність у формулі (7.31) за правилом Лопіталя, одержуємо:

$$P_{1,1}(t) = (1 + \lambda t) e^{-\lambda t}; \quad (7.33)$$

$$T_{CP,1,1} = \frac{2}{\lambda} = 2T_{CP}. \quad (7.34)$$

Звідки  $\eta = \frac{T_{CP,1,1}}{T_{CP}} = 2$ .

Розрахункові співвідношення для основних показників надійності резервованих систем без відновлення, що охоплюють різні методи резервування, наведені в [14].

## Порівняльна характеристика методів резервування без відновлення

Проведемо порівняльну оцінку показників надійності при різних методах резервування, використовуючи графіки залежності коефіцієнта виграшу середнього наробітку до відмови  $\eta$  від числа резервних елементів  $m$  (рис. 7.3) і залежності ймовірності безвідмовної роботи  $P(t)$  від нормованого часу  $t/T_{CP}$  (рис. 7.4).

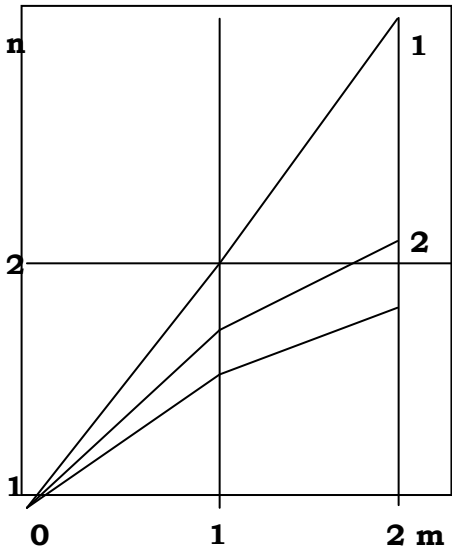


Рис. 7.3

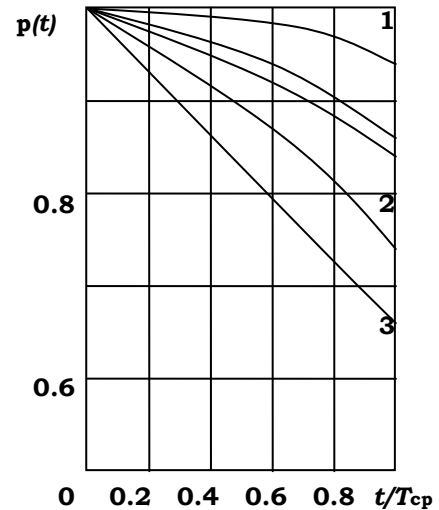


Рис. 7.4

На рис. 7.3 цифрами 1, 2, 3 позначений ненавантажений резерв заміщенням, Полегшений резерв заміщенням, навантажений резерв заміщенням (постійний) відповідно. На рис. 7.4 наступні позначення: 1 – ненавантажений резерв,  $m = 2$ ; 2 – навантажений резерв,  $m = 2$ ;

3 – ненавантажений резерв,  $m = 1$ ; 4 – навантажений резерв,  $m = 1$ ;

5 – без резерву,  $m = 0$ .

Як видно із графіків, при однакових кратностях і методі резервування показники надійності тим вище, чим легший режим резервних елементів. Найбільш ефективним із цього погляду варто вважати ненавантажений режим, при якому середній наробіток до відмови пропорційний числу елементів резервованої системи. Найнижчі показники має навантажений режим, при якому додатковий наробіток зі збільшенням числа резервних елементів на одиницю падає. Режим полегшеного резерву дає проміжний результат. Зокрема, при коефіцієнті навантаження  $\alpha = \lambda_p/\lambda = 0,5$  у резервованій системі заміщенням з'являється незначний виграш у порівнянні з навантаженим резервом.

Використовуючи метод постійного включення, можна отримати значний виграш у надійності, внаслідок того, що при полегшеному резерві одночасно поліпшуються умови роботи і основних елементів. Наприклад, при зміні інтенсивності відмов обернено-пропорційно числу спільно працюючих елементів система з полегшеним резервом має таку ж надійність, як і система з ненавантаженим резервом, що заміщає. Із цього можна зробити висновок, що постійне резервування має перевагу над резервуванням заміщенням. Однак практична реалізація даного методу можлива не у всіх системах. Тоді доводиться застосовувати резервування заміщенням.

Аналізуючи графіки, зображені на рис. 7.4, легко побачити, що найбільший виграш на одиницю резерву забезпечує перший резервний елемент, другий елемент дає менший внесок, наступні – ще менше. Ця обставина дозволяє обмежити на практиці число резервних елементів величиною  $m=1$  або  $m=2$ , що особливо важливо в умовах обмежень на масу, обсяг, габарити, розміри або вартість апаратури.

#### 7.4. Методика оцінки надійності резервованих систем з відновленням

Зараз резервування з відновленням є одним із найбільш ефективних шляхів забезпечення необхідного рівня надійності складних об'єкта. При цьому методі працездатність будь-якого об'єкту, що відмовив, основного або резервного елемента підлягає відновленню у процесі експлуатації об'єкта.

В основі цієї методики лежить схема руйнування і розмноження, що являє собою теоретико-імовірнісну схему, яка використовує теорію Марківських випадкових процесів [7, 11, 14].

Визначимо деякі поняття, які будемо використовувати надалі. Що розуміють під станом системи? Будь-яка система має кінцеву кількість елементів, кожен з яких у найпростішому випадку може перебувати в одному із станів: працездатному ( $e_i = 1$ ) і непрацездатному ( $e_i = 0$ ). Тоді стан системи визначається сукупністю станів її елементів, тобто воно може бути представлене у вигляді

$n$ -мірного вектора  $E_j$ , що прийнято називати вектором станів системи:

$$E_j = \{e_1, e_2, \dots, e_k\},$$

де  $k$  - кількість елементів,

$e_i$  - символ позначає стан  $i$ -го елемента.

Використовуючи введені поняття, можна подати процес функціонування системи як процес зміни її станів, у якому час перебування в кожному зі станів і переходи з одного в інший підпорядковуються певним імовірнісним закономірностям. Наприклад, система може змінити свій стан унаслідок відмови якого-небудь елемента або закінчення відновлення одного з них.

Модель надійності системи, що описує процес зміни її станів, називають Марківською, якщо імовірнісні характеристики її надійності на деякому проміжку часу  $(t, t + \Delta t)$  залежать лише від того, у якому стані система була на початку проміжку часу  $t$ , і не залежать від того, яким чином вона потрапила в цей стан і як довго в ньому перебувала до моменту часу  $t$ . Необхідною і достатньою умовою того, що модель надійності – Марківська, є: експонентний розподілу часу перебування в кожному зі станів, параметр якого  $\gamma_i$  залежить тільки від номера стану  $i$ ; сталість умовних ймовірностей переходу  $P_{ij}$  із стану  $i$  в стан  $j$  (за умови, що стан системи не змінився).

Таким чином, щоб описати процес функціонування системи Марківською моделлю, необхідно задати безліч параметрів  $\{\gamma_i\}$  і матрицю умовних ймовірностей переходу зі стану  $i$  в  $j$ :  $P = \{P_{ij}\}$ . Замість матриці,  $P$  можна задати матрицю інтенсивності переходу  $\gamma_{ij}$  де  $\gamma_{ij} = \gamma_i P_{ij}$ .



Для зручності проведення розрахунків станів системи й зв'язку між ними їх зображують у вигляді графа станів і переходів. На рис. 7.5 представлений граф станів і переходів для наступних умов: система із двох елементів, кожний з яких може перебувати в одному із двох станів - працездатному й непрацездатному. Тоді система може перебувати в чотирьох станах:

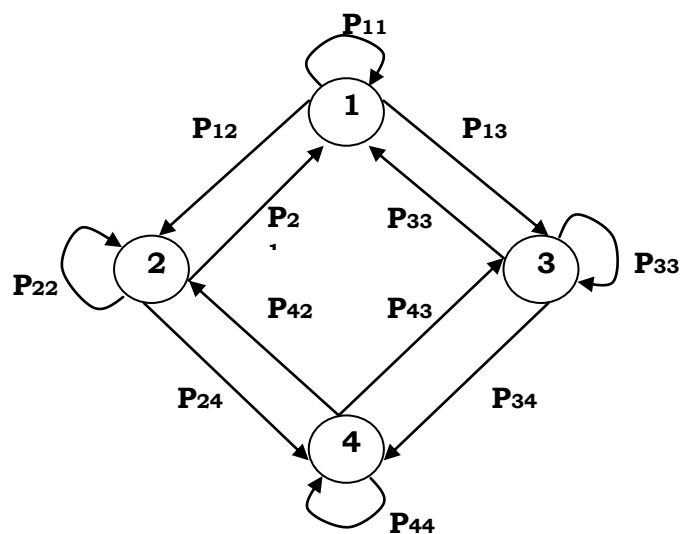
Рис.7.5

$E_1$  - обидва елементи працездатні;

$E_2$  - відмовив і знаходиться на відновленні перший елемент (імовірність переходу  $P_{12}$  є імовірність його відмови, а імовірність переходу  $P_{21}$ - імовірність відновлення);

$E_3$  - відмовив і знаходиться на відновленні другий елемент (імовірність переходу  $P_{13}$  і  $P_{31}$  є ймовірностями його відмови та відновлення відповідно);

$E_4$  - відмовили і відновлюються обидва елементи (імовірність переходу зі стану



2 в 4 дорівнює  $P_{24}$ , зі стану 3 в 4 -  $P_{34}$ , імовірність відновлення першого елемента є ймовірність переходу  $P_{43}$ , імовірність відновлення другого елемента-імовірність переходу  $P_{42}$ ).

Імовірності того, що система залишається в деякому стані  $E_i (i=1,2,3,4)$ , позначаються  $P_{ii}$ .

Часто на графі станів замість ймовірностей переходу  $P_{ij}$  проти кожної стрілки, що вказує напрямком переходу, проставляють відповідні інтенсивності переходу  $\gamma_{ij}$ . Такий граф називають розміченим **графом станів системи**.

Загальна методика розрахунку показників надійності систем, функціонування яких описується Марківською моделлю, включає наступні основні етапи:

1. Виявлення безлічі можливих станів і побудова графа станів зі вказівкою області працездатності  $E_+$  та непрацездатності  $E_-$  системи.

2. Складання системи диференціальних рівнянь, що описують розглянутий процес, у яких невідомими функціями є ймовірності  $P_i(t)$  того, що система в момент часу  $t$  перебуває в стані  $E_i, i=1,2,\dots,n$ .

3.Рішення системи диференціальних або відповідних їм алгебраїчних рівнянь з метою одержання необхідних показників надійності.

Для оцінки надійності резервованих систем з відновленням, описуваних Марківською моделлю, звичайно використовується схема руйнування і розмноження. Розмічений граф станів таких систем має вигляд, зображений на рис. 7.6, тобто стан системи можна витягнути в один ланцюжок.

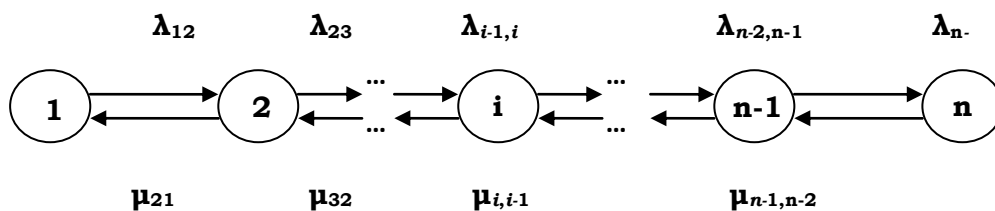


Рис.7.6

Внаслідок ординарності сумарного потоку відмов елементів і потоку відновлень перехід зі стану  $E_i = (R \leq i \leq n-1)$  можливий лише у двох сусідніх станах: у  $E_{i+1}$  при відмові ще одного елемента (позначимо інтенсивність переходу  $\lambda_{i,i+1}$ ) і в  $E_{i-1}$  при відновленні працездатності одного з елементів, що відмовили (інтенсивність  $\mu_{i,i-1}$  переходу).

Систему диференціальних рівнянь для ймовірностей станів системи  $P_i(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$  записують відповідно до розміченого графа станів (рис. 7.6) за наступним правилом: похідна від імовірності перебування системи в момент часу  $t$  в стані  $E_i$  дорівнює алгебраїчній сумі добутків інтенсивностей переходів, пов'язаних з  $i$ -м станом, на ймовірності станів, з яких здійснюються ці переходи; при цьому тим доданком, яким відповідають вихідні (з даного стану) стрілки, приписується знак мінус, а вхідний - знак плюс.

Користуючись цим правилом, запишемо систему диференціальних рівнянь для схеми руйнування і розмноження:

$$\begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= -\lambda_{12}P_1(t) + \mu_{21}P_2(t); \\ &\dots\dots\dots; \\ \frac{dP_i(t)}{dt} &= \lambda_{i-1,i}P_{i-1}(t) - (\lambda_{i,i+1} + \mu_{i,i-1})P_i(t) + \mu_{i+1,i}P_{i+1}(t), \quad i = \overline{2, n-1}; \\ &\dots\dots\dots; \\ \frac{dP_n(t)}{dt} &= \lambda_{n-1,n}P_{n-1}(t) - \mu_{n,n-1}P_n(t). \end{aligned} \tag{7.35}$$

Початкові умови:  $P_1(0) = 1$ ;  $P_i(0) = 0$ ,  $i > 1$ .

Розв'язавши систему рівнянь (7.35), визначаємо ймовірності  $P_i(t)$ , а потім, підсумовуючи ці ймовірності по підмножині усіх працездатних станів системи  $E_+$ , знаходимо ймовірність її безвідмовної роботи:

$$P(t) = \sum_{i \in E_+} P_i(t).$$

Систему рівнянь (7.35) можна розв'язати, використовуючи перетворення Лапласа, що дозволяє перетворити систему диференціальних рівнянь у систему алгебраїчних рівнянь.

Користуючись апаратом диференціальних рівнянь для визначення ймовірності безвідмовної роботи системи, необхідно враховувати одну особливість - введення так званих поглинаючих станів. Потрапивши в поглинаючий стан, система вже не виходить із нього до кінця розглянутого проміжку часу, "запам'ятовуючи" перехід у нього усередині проміжку. Щоб "запам'ятати" відмову системи, потрібно

зробити поглинаючими всі непрацездатні стани системи, що називаються граничними, під час яких можливий перехід з якого-небудь працездатного стану. Для цього в графі станів виключають усі переходи із граничних непрацездатних станів у підмножину працездатних. Далі це буде показано на прикладі дублюючої системи.

Дослідження характеристик надійності, сформованих під впливом потоку відмов і відновлень, дозволяють зробити висновок про те, що при існуючих у практиці співвідношеннях між інтенсивностями відмов  $\lambda$  і відновлень  $\mu$  елементів настає порівняно швидко період сталого (стаціонарного) режиму, коли ймовірності станів системи стають постійними, тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t) = P_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Із теорії ймовірностей відомо, що ці стаціонарні ймовірності  $P_i$  не залежать від початкового стану системи.

Таким чином, при розгляді стаціонарного режиму можна прийняти всі значення  $dP_i(t)/dt$  рівними нулю. Тоді система (7.35) стає системою алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned} 0 &= -\lambda_{12}P_1(t) + \mu_{21}P_2(t) \\ 0 &= \lambda_{i-1,i}P_{i-1}(t) - (\lambda_{i,i+1} + \mu_{i,i-1})P_i(t) + \mu_{i+1,i}P_{i+1}(t), \quad i = \overline{2, n-1}, \\ 0 &= \lambda_{n-1,n}P_{n-1}(t) - \mu_{n,n-1}P_n(t), \end{aligned} \quad (7.36)$$

причому сума всіх ймовірностей дорівнює одиниці (так звана нормуюча умова):

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1. \quad (7.37)$$

Для запису системи алгебраїчних рівнянь у схемі загибелі і розмноження можна використати те ж правило, що й для системи диференціальних рівнянь, тільки в лівій частині рівнянь, замість похідних  $dP_i(t)/dt$ , варто писати нулі.

У результаті розв'язання системи рівнянь (7.36) знаходимо [14]

$$P_i = \frac{\theta_i}{\sum_{j=1}^n \theta_j}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (7.38)$$

де

$$\theta_i = \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}\dots\lambda_{i-1,i}}{\mu_{21}\mu_{32}\dots\mu_{i,i-1}}, \quad \theta_1 = 1. \quad (7.39)$$

За своїм фізичним змістом стаціонарна ймовірність  $P_i$  є середня частка часу, протягом якого система перебуває в стані  $i$ . Використовуючи цю ергодичну властивість марковського процесу, можна легко визначити коефіцієнт готовності системи як суму стаціонарних ймовірностей  $P_i$  за всіма працездатними станами системи:

$$K_{\Gamma} = \sum_{i \in E_+} P_i = \sum_{i \in E_+} \frac{\theta_i}{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n}, \quad (7.40)$$

де  $i \in E_+$  визначаємо, що підсумовування відбувається по всіх станах  $i$ , що належить підмножині працездатних станів  $E_+$ , а  $\theta_i$  можна визначити за формулою (7.39).

Для визначення середнього наробітку до відмови користуються відомим співвідношенням:

$$T_{\text{CP}} = \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

Перетворення Лапласа  $P(S)$  для  $P(t)$  має вигляд:

$$P(S) = \int_0^{\infty} p(t)e^{-St} dt.$$

Перетворення Лапласа для похідної  $dP(t)/dt$  визначається виразом

$$SP(S) - P(t=0).$$

Тому, якщо перетворити систему рівнянь (7.35) при  $s=0$  і урахувати, що ймовірність початкового стану при  $t=0$  дорівнює одиниці, а ймовірності всіх інших станів при  $t=0$  дорівнюють нулю (прийнята початкова умова), то отримаємо наступні рівняння для часу перебування системи в кожному з можливих станів:

$$\begin{aligned} -1 &= -\lambda_{12}T_1 + \mu_{21}T_2; \\ \dots\dots\dots; \\ 0 &= \lambda_{i-1,i}T_{i-1} - (\lambda_{i,i+1} + \mu_{i,i-1})T_i + \mu_{i+1,i}T_{i+1}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1; \\ \dots\dots\dots; \\ 0 &= \lambda_{n-1,n}T_{n-1} - \mu_{n,n-1}T_n. \end{aligned} \tag{7.41}$$

Для знаходження  $T_{CP}$  число рівнянь у системі (7.41) повинно бути обмежене тільки лише числом працездатних станів системи.

Правило написання рівняння для визначення середнього наробітку системи до відмови: після того, як отримані рівняння для ймовірностей знаходження системи в кожному з можливих працездатних станів, у лівій частині першого рівняння (для вихідного стану) ставиться мінус одиниця, у всіх рівняннях замість ймовірностей - час перебування системи в цих станах  $T_i$ . Розв'язуючи нову систему рівнянь, визначають  $T_i$ . Сума значень  $T_i$  по всім  $i$ , які належать області працездатних станів системи, є середнє напрацювання до відмови системи:

$$T_{CP} = \sum_{i \in E_+} T_i = \frac{\sum_{j=1}^i \theta_j}{\lambda_{i,i+1} \theta_i}. \tag{7.42}$$

Розглянемо реалізацію наведеної вище методики на конкретній системі.

### Дублююча система з відновленням

Нехай є система з однакових елементів: одного основного і одного резервного. Резервний елемент підключається постійно або способом заміщення при відмові основного за допомогою ідеального перемикача. Після виявлення відмови (вважаємо контроль працездатності ідеальним) непрацездатний елемент негайно відключають і направляють у ремонтний підрозділ, звідки після відновлення працездатності знову повертають у систему і включають у роботу, якщо основний елемент відмовив, або залишають у резерві.

Внаслідок того, що елементи ідентичні з погляду надійності, система має всього три стани. Присвоюючи кожному з них номер, рівний числу непрацездатних елементів, одержуємо розмічений граф станів системи (рис. 7.7).

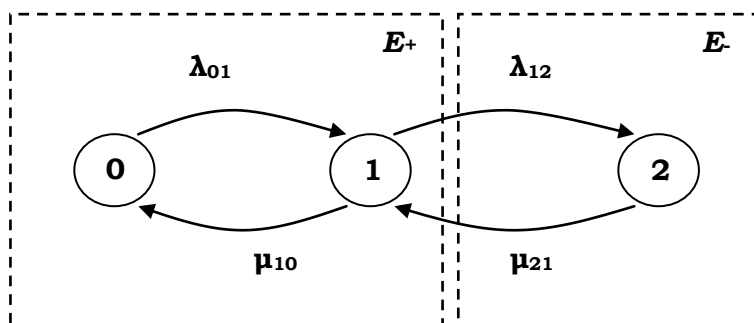


Рис. 7.7

Вважаючи, що інтенсивність відмов і відновлень одного елемента постійна, одержуємо Марківську модель із постійними інтенсивностями переходів  $\lambda_{01}$ ,  $\lambda_{12}$ ,  $\mu_{10}$ , що  $\mu_{21}$  залежать від числа працездатних елементів, режиму резервного елемента і числа бригад у ремонтному підрозділі.

Знайдемо ймовірність безвідмовної роботи  $P_{1,1}(t)$  середній наробіток до відмови  $T_{CP,1}$  і коефіцієнт готовності  $K_r$  системи, використовуючи наведену вище загальну методику.

У графі станів (див. рис. 7.7) непрацездатним є стан 2. Будемо вважати цей стан поглинаючим і заборонимо перехід із стану 2 у стан 1 з інтенсивністю  $\mu_{21}$ . Враховуючи це і використовуючи загальну формулу (7.35), отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -\lambda_{01}P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= \lambda_{01}P_0(t) - (\lambda_{12} + \mu_{10})P_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (7.43)$$

Початкові умови:  $P_0(0) = 1$ ;  $P_1(0) = P_2(0) = 0$ .

Застосувавши до системи (7.43) перетворення Лапласа, одержуємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned} -(S + \lambda_{01})P_0(S) + \mu_{10}P_1(S) &= -1; \\ \lambda_{01}P_0(S) - (S + \lambda_{12} + \mu_{10})P_1(S) &= 0; \end{aligned}$$

вирішивши яку знаходимо:

$$\begin{aligned} P_0(S) &= \frac{S + \lambda_{12} + \mu_{10}}{S^2 + S(\lambda_{01} + \lambda_{12} + \mu_{10}) + \lambda_{01}\lambda_{12}}; \\ P_1(S) &= \frac{\lambda_{01}}{S^2 + S(\lambda_{01} + \lambda_{12} + \mu_{10}) + \lambda_{01}\lambda_{12}}. \end{aligned}$$

Перетворення Лапласа  $P_{1,1}(S)$  шуканої ймовірності  $P_{1,1}(t)$  визначається сумою:

$$P_{1,1}(S) = P_0(S) + P_1(S) = \frac{S + \lambda_{10} + \lambda_{12} + \mu_{10}}{S^2 + S(\lambda_{01} + \lambda_{12} + \mu_{10}) + \lambda_{01}\lambda_{12}}, \quad (7.44)$$

Переходячи від виразу (7.44) до оригіналу за допомогою таблиць для перетворення Лапласа [23], отримаємо формулу ймовірності безвідмовної роботи системи:

$$P_{1,1}(S) = \frac{1}{s_1 + s_2} (S_2 e^{-s_1 t} - S_1 e^{-s_2 t}), \quad (7.45)$$

де

$$s_{1,2} = \frac{\lambda_{01} + \lambda_{12} + \mu_{10}}{2} \pm \sqrt{\frac{(\lambda_{01} + \lambda_{12} + \mu_{10})^2}{4} - \lambda_{01}\lambda_{12}}.$$

Остаточну розрахункову формулу для ймовірності  $P_{1,1}(t)$  можна отримати, якщо підставити у вираз (7.45) значення  $\lambda_{01}$ , що  $\lambda_{12}$  відповідають різним режимам резервного елемента.

При навантаженому резерві

$$\lambda_{01} = 2\lambda, \quad \lambda_{12} = \lambda, \quad (7.46)$$

при полегшеному резерві

$$\lambda_{01} = \lambda(1 + \alpha), \quad \lambda_{12} = \lambda, \quad (7.47)$$

при ненавантаженому резерві

$$\lambda_{01} = \lambda_{12} = \lambda, \quad (7.48)$$

де  $\lambda$  - інтенсивність відмови основного елемента;

$\alpha$  - коефіцієнт завантаженості резерву ( $\alpha = \lambda_p / \lambda$ ,  $0 < \alpha < 1$ ).

Оскільки  $\mu_{10}$  - інтенсивність переходу зі стану 1 у стан 0, то  $\mu_{10} = \mu$ , де  $\mu$  - інтенсивність відновлення елемента, що відмовив.

Відзначимо, що зі збільшенням числа резервних елементів ( $m > 1$ ) завдання знаходження точної формули для  $P(t)$  стає дуже складним через труднощі застосування перетворення Лапласа. У цих умовах звичайно використовують наближену формулу

$$P(t) = e^{-t/T_{CP}}, \quad (7.49)$$

похибка якої знижується із збільшенням  $m$  і зменшенням відношення  $\lambda/\mu$ .

Тепер знайдемо середній наробіток системи до відмови. Використовуючи формулу (7.42) з врахуванням виразу і графа переходів (рис. 7.7), отримаємо:

$$T_{CP,1} = \frac{\sum_{j=0}^i \theta_j}{\sum_{i=0}^1 \lambda_{i,i+1} \theta_i} = \frac{1}{\lambda_{01}} + \frac{1 + \theta_1}{\lambda_{12} \theta_1}$$

або ,враховуючи, що  $\theta_1 = \lambda_{01}/\mu_{10}$ , визначаємо

$$T_{CP,1} = \frac{\lambda_{01} + \lambda_{12} + \mu_{10}}{\lambda_{01} \lambda_{12}}. \quad (7.50)$$

Підставивши у формулу (7.50) значення  $\lambda_{01}$ ,  $\lambda_{12}$  для різних режимів резервного елемента (вирази 7.46-7.48) і враховуючи, що  $\mu_{10} = \mu$ , отримаємо:

$$\text{для навантаженого резерву} \quad T_{CP,1} = \frac{1 + 3k_B}{2\lambda k_B}; \quad (7.51)$$

$$\text{для полегшеного резерву} \quad T_{CP,1} = \frac{1 + (2 + \alpha)k_B}{\lambda(1 + \alpha)k_B}; \quad (7.52)$$

$\mu$  - при одній ремонтній бригаді (обмежене відновлення);

$\mu_{21} =$

$2\mu$  - при двох ремонтних бригадах (необмежене відновлення).

$$\text{для ненавантаженого резерву} \quad T_{CP,1} = \frac{1}{\lambda} \left( 2 + \frac{1}{k_B} \right), \quad (7.53)$$

де  $k_B = \lambda/\mu$ .

Коефіцієнт готовності системи визначається за формулою (7.40) із врахуванням виразу (7.39) та графа станів (рис. 7.7):

$$K_{\Gamma,1} = \frac{\sum_{i=0}^1 \theta_i}{i=0 \theta_0 + \theta_1 + \theta_2} = \frac{1 + \theta_1}{1 + \theta_1 + \theta_2}, \quad (7.54)$$

$$\text{Де } \theta_1 = \frac{\lambda_{01}}{\mu_{10}}, \quad \theta_2 = \frac{\lambda_{01} \lambda_{12}}{\mu_{10} \mu_{21}}.$$

Підставивши значення  $\theta_1$  і  $\theta_2$  у формулу (7.54), запишемо:

$$K_{\Gamma,1} = \frac{\mu_{10} \mu_{21} + \lambda_{01} \mu_{21}}{\mu_{10} \mu_{21} + \lambda_{01} \mu_{21} + \lambda_{01} \lambda_{12}}. \quad (7.55)$$

У формулі (7.55) інтенсивність переходу  $\mu_{21}$  визначається станом системи:

Значення  $\lambda_{01}$  і  $\lambda_{12}$  для різних режимів резервного елемента знаходять із виразів (7.46)...(7.48), знаючи, що  $\mu_{10} = \mu$ .

У табл. 7.2 наведені формули для розрахунку коефіцієнтів готовності

Таблиця 7.2.

Число ремонтних бригад	Режими резервного елемента		
	навантажений	полегшений	ненавантажений
Одна (обмежене відновлення)	$\frac{1}{1 + \frac{2k_B^2}{1 + 2k_B}}$	$\frac{1}{1 + \frac{(1 + \alpha)k_B^2}{1 + (1 + \alpha)k_B}}$	$\frac{1}{1 + \frac{k_B^2}{1 + k_B}}$
Дві (необмежене відновлення)	$\frac{1}{1 + \frac{k_B^2}{2k_B + 1}}$	$\frac{1}{1 + \frac{(1 + \alpha)k_B^2}{2[1 + (1 + \alpha)k_B]}}$	$\frac{1}{1 + \frac{k_B^2}{2(1 + k_B)}}$

Оцінимо виграш у надійності за рахунок резервування з відновленням. Нехай  $\alpha = 0$  (резерв навантажений),  $\lambda = 0,01 \cdot 1/\text{ГОД}$ ,  $\mu = 1 \cdot 1/\text{ГОД}$ . Тоді  $k_B = \lambda/\mu = 0,01$ . За формулою (7.53) одержимо:

$$T_{CP1,1} = \frac{1}{0,01} \left( 2 + \frac{1}{0,01} \right) = 1,02 \times 10^4 \text{ ГОД.}$$

Коефіцієнт виграшу в надійності

$$\eta = \frac{T_{CP1,1}}{T_{CP}} = \frac{1,02 \cdot 10^4}{100} = 102.$$

З наведеного розрахунку випливає, що виграш у середньому наробітку до відмови резервованої системи з відновленням істотно більший, ніж системи без відновлення (в останній для аналогічного випадку  $\eta = 2$ ).

Таким чином, резервування з відновленням - ефективний метод забезпечення необхідного рівня надійності складних систем.

Розрахунки основних показників надійності резервованих систем з відновленням і без відновлення для різних випадків, що зустрічаються на практиці, наведені в [14].

### Контрольні питання

1. Які основні фактори впливають на надійність об'єкта?
2. Які існують види резервування?
3. Загальна методика оцінки надійності резервованих систем без відновлення.
4. Провести порівняльну характеристику методів резервування без відновлення.
5. Загальна методика оцінки надійності резервованих систем з відновленням.

## ЛЕКЦІЯ 8. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ

### 8.1. Основні поняття та задачі технічної діагностики. Математичні моделі аналогових об'єктів.

Технічна діагностика – наукова дисципліна, сутність якої становлять теорія, методи і засоби виявлення та пошуку дефектів у технічних об'єктах. Під дефектом розуміють будь-яку невідповідність властивостей об'єкта заданим, необхідним або очікуваним його властивостям (ушкодження, відмова, збій і т.п.). Виявлення дефекту є встановлення факту його наявності або відсутності в об'єкті. Пошук дефекту полягає в знаходженні його місця розташування в об'єкті з певною точністю.

Виявлення та пошук дефектів - це процеси визначення технічного стану об'єкта, об'єднані загальним терміном технічне діагностування.

Під об'єктом діагностування розуміють виріб і його складові частини або заготовку, технічний стан яких підлягає визначенню. У технічній діагностиці прийнято виділяти два класи об'єктів: аналогові (безперервні) і дискретні. В аналогових об'єктах сигнали є струмами і напругами, які можуть приймати будь-які значення в межах деякої області значень. Приклади: підсилювачі, генератори різних сигналів, блоки живлення та ін. У дискретних об'єктах сигнали можуть приймати тільки дискретні значення, наприклад, нуль або одиниця. До цього типу об'єктів належать усі логічні елементи і схеми, цифрові ПЕОМ. Основне призначення технічної діагностики полягає в забезпеченні надійності об'єктів на етапі їхньої експлуатації, а також у попередженні виробничого браку на стадії виготовлення. Забезпечення надійності досягається, у першу чергу, скороченням часу відновлення і, як наслідок, поліпшенням таких показників як коефіцієнт готовності, коефіцієнт технічного використання, середній ресурс, середній термін служби й ін.

Будь-який технічний об'єкт після розробки проходить дві основні стадії "життя" - виробництво й експлуатацію. Для стадії експлуатації основними режимами є використання об'єкта за призначенням, технічне обслуговування, ремонт, зберігання й транспортування. Залежно від відповідності (або невідповідності) якості апаратури вимогам нормативно-технічної і (або) конструкторської (проектної) документації виготовлений (новий) або експлуатований об'єкт може перебувати в різних технічних станах.

Під технічним станом об'єкта розуміємо сукупність його внутрішніх властивостей, які можуть змінюватись при виробництві й експлуатації.

На практиці розрізняють наступні види технічного стану об'єкта: справне, несправне, працездатне, непрацездатне, правильне (або неправильне) функціонування. Правильно функціонуючим вважається об'єкт, параметри (ознаки) якого, в певний момент реального часу застосування об'єкта за призначенням знаходяться у необхідних межах.

Таким чином, завдання діагностування - це перевірка справності, працездатності і правильності функціонування об'єкта, а також пошук дефектів, що порушують справність, працездатність або правильність функціонування.

Мета технічного діагностування, здійснюваного при підготовці до бойового застосування об'єкта РЕТ, - контроль працездатності. Можливі технічні стани об'єкта - працездатний або непрацездатний.



Отже, жорстка постановка завдань технічного діагностування допускає, по-перше, пряме або непряме визначення класу можливих дефектів і, по-друге, наявність формалізованих методів побудови алгоритмів діагностування, реалізація яких забезпечує виявлення дефектів заданого класу з необхідною повнотою або пошук останніх з необхідною глибиною.

Глибина пошуку дефекту - характеристика пошуку дефекту, що задається вказівкою складової частини об'єкта діагностування або її ділянки (елемента), з точністю до яких визначається місце дефекту. Надалі елементом будемо називати ту частину об'єкта, з точністю до якої потрібно визначити місце дефекту. Наприклад, при контролі працездатності (окремий випадок пошуку дефекту) елементом є весь об'єкт.

Достовірність результатів технічного діагностування кількісно оцінює імовірність того, що справжній технічний стан об'єкта збігається зі станом, встановленим у результаті діагностування. Достовірність результатів технічного діагностування, здійснюваного ідеальною системою, залежить від кратності дефектів, що розрізняють при діагностуванні. Тут під кратністю дефекту розуміємо

число, що характеризує сукупність одночасно існуючих двох або більше одиночних дефектів.

Діагностування технічного стану будь-якого об'єкта здійснюється різними засобами діагностування: апаратними, програмними або програмно-апаратними (рис. 8.1). Як засіб діагностування, може також виступати людина - оператор, контролер, наладчик.

Засоби і об'єкт діагностування, взаємодіючи між собою, утворюють систему діагностування. Розрізняють системи тестового й функціонального діагностування. У системах тестового діагностування на об'єкт діагностування подаються спеціальні тестові впливи. У системах функціонального діагностування, які працюють у процесі застосування об'єкта за призначенням,

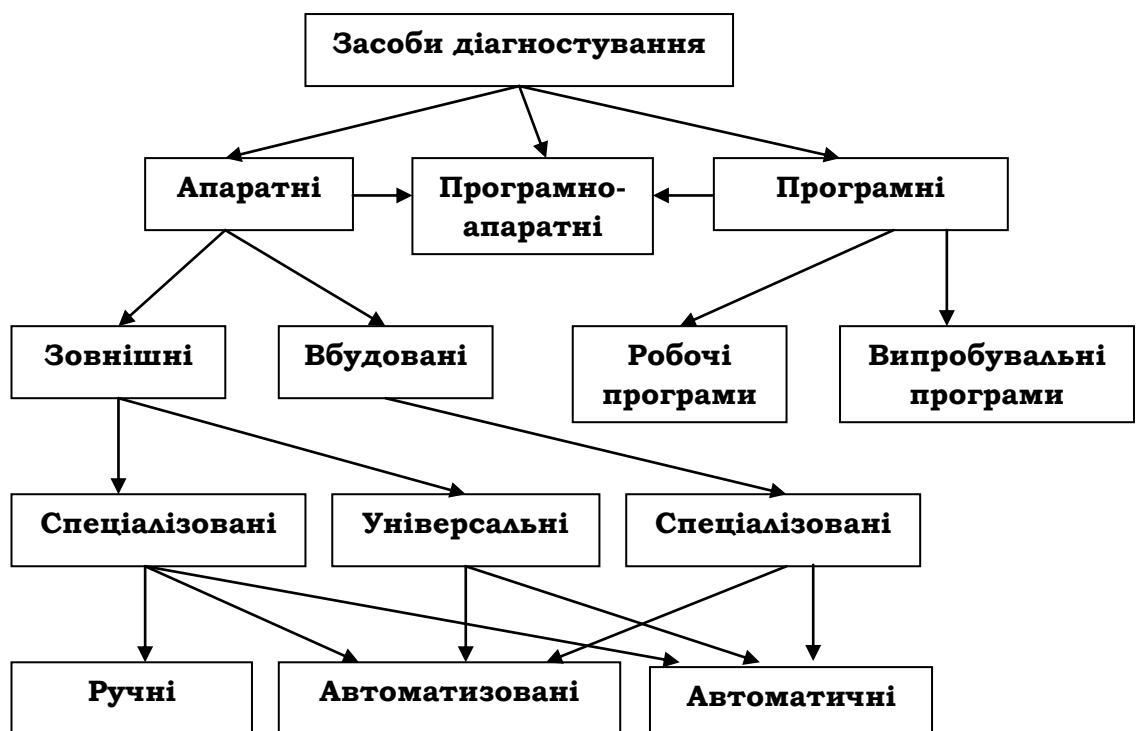


Рис. 8.1

подача тестових впливів, як правило, виключається; на об'єкт діагностування надходять тільки робочі впливи, передбачені його алгоритмом функціонування. Системи тестового діагностування необхідні для перевірки справності і працездатності, а також пошуку дефектів, що порушують справність або працездатність об'єкта. Системи функціонального діагностування призначені для перевірки правильності функціонування і для пошуку дефектів, що порушують правильне функціонування об'єкта. Слід зазначити, що засоби функціонального діагностування є, як правило, вбудованими і тому розробляються та створюються одночасно з об'єктом.

Система діагностування в процесі визначення технічного стану об'єктів реалізує деякий алгоритм діагностування (тестовий або функціональний). Алгоритм технічного діагностування (АТД) у загальному випадку складається з певної сукупності так званих елементарних перевірок об'єкта діагностування, а також правил, що встановлюють послідовність реалізації цих перевірок, і правил аналізу результатів останніх.

Кожна елементарна перевірка визначається своїм тестовим або робочим впливом, що подається або поступає на об'єкт, і складом контрольних точок, з яких знімаються відповіді об'єкта на цей вплив. Результатом елементарної перевірки є конкретні значення відповідних сигналів об'єкта в певних контрольних точках. Остаточний висновок про технічний стан об'єкта приймається в загальному випадку за сукупністю отриманих результатів елементарних перевірок.

Послідовність елементарних перевірок утворює тест діагностування. Тестом перевірки називається тест для перевірки справності або працездатності об'єкта діагностування. Тест пошуку дефекту призначений для визначення місця та, при необхідності, причини й виду дефекту об'єкта.

Методи побудови алгоритму технічного діагностування деякого об'єкта припускають наявність формального опису об'єкта і його поведінки в справному (працездатному) і несправному (непрацездатному) станах. Такий формальний опис (в аналітичній, табличній, векторній, графічній або іншій формі) називають математичною моделлю об'єкта діагностування. Математична модель може бути задана в явному або неявному виді.

Явна модель об'єкта діагностування представляє собою сукупність формальних описів справного (працездатного) об'єкта і усіх (точніше, кожної з розглянутих) його несправних (непрацездатних) модифікацій. Неявна модель об'єкта діагностування припускає наявність тільки одного опису, наприклад, справного або працездатного об'єкта, формалізованих моделей дефектів і правил одержання за заданим описом та за моделями дефектів опису всіх несправних (або непрацездатних) модифікацій об'єкта. Застосування явних моделей на практиці звичайно обмежується аналоговими об'єктами діагностування. Для дослідження цифрових об'єктів діагностування внаслідок надзвичайно великої кількості можливих станів даного класу об'єктів використовують, як правило, неявні моделі.

Побудова алгоритмів діагностування полягає у виборі такої сукупності елементарних перевірок, за результатами яких можна відрізнити справний чи працездатний стан, або стан правильного функціонування об'єкта від його несправних станів, а також у задачах пошуку дефектів розрізнити несправні стани (або групи несправних станів).

У загальному випадку для одного й того ж самого об'єкта діагностування можна побудувати кілька алгоритмів, що розрізняються або складом перевірок, або послідовністю їхнього виконання, або тим й іншим. Тому що в загальному випадку тривалості різних перевірок відрізняються одна від іншої, то середня тривалість діагностування, здійснюваного відповідно до різних алгоритмів, також неоднакова. У зв'язку із цим виникає завдання оптимізація процесу технічного діагностування об'єкта, що зводиться до знаходження алгоритму, що забезпечує мінімальний середній час визначення технічного стану об'єкта з необхідними вірогідністю результатів і глибиною діагностування.

Побудова оптимальних алгоритмів технічного діагностування в багатьох випадках пов'язана із труднощами обчислень і тому найчастіше задовольняються оптимізованими алгоритмами діагностування, витрати на реалізацію яких певним чином зменшені, але не обов'язково мінімальні.

Оптимальний (або оптимізований) алгоритм технічного діагностування будується в кілька етапів, причому число цих етапів, а також ступінь оптимальності алгоритму залежать від обсягу й вірогідності вихідних даних про об'єкт.

На першому етапі складається функціональна схема об'єкта діагностування, причому кількість елементів визначається необхідною глибиною діагностування.

На другому етапі за функціональною схемою будується формальна математична модель об'єкта діагностування, яка використовується при побудові алгоритму. Ступінь точності моделі визначається необхідною достовірністю результатів діагностування, яка у більшості випадків задається вказівкою кратності можливих дефектів об'єкта діагностування.

На третьому етапі визначаються мінімальні тести, що перевіряють, і мінімальні тести пошуку дефекту. На підставі цих тестів будуються безумовні або умовні алгоритми технічного діагностування. При використанні безумовних алгоритмів вибір наступної перевірки не залежить від результатів попередньої - і тому технічний стан об'єкта діагностування визначається за результатами виконання всіх перевірок, що ввійшли в мінімальний тест, або мінімальний тест пошуку дефекту. В умовних алгоритмах наступна перевірка вибирається з врахуванням результатів попередньої. Тому технічний стан об'єкта діагностування в деяких випадках визначається за частиною перевірок, що ввійшли в мінімальний тест перевірки (тест пошуку дефекту). Отже, у середньому, умовні алгоритми забезпечують визначення технічного стану об'єкта діагностування за менше число перевірок, ніж безумовні.

Варто підкреслити, що методи побудови алгоритмів технічного діагностування аналогових і дискретних об'єктів діагностування мають специфічні особливості, які будуть розглянуті окремо.

На завершення зазначимо, що в технічній літературі по діагностиці поряд з терміном "дефект" застосовується термін "несправність". Термін "дефект" застосовують при контролі якості продукції на стадії її виготовлення, а також при її ремонті, наприклад, при дефектації, а термін "несправність" - при використанні за призначенням, зберіганні, транспортуванні. Тому надалі стосовно до об'єктів РЕТ поряд з термінами "дефект", "пошук дефекту" будемо використати терміни "несправність", "пошук несправності".

### 8.1.1. Математичні моделі об'єкта діагностування

Універсальною явною моделлю об'єкта діагностування можна вважати таблицю функцій несправностей (ТФН) [27], що застосовують при побудові тестів, що перевіряють, і тестів пошуку несправностей технічних об'єктів довільного типу (аналогових і дискретних). Однак методи побудови та використання таблиці функцій несправностей для аналогових об'єктів можна істотно спростити, знаючи їхню специфічну властивість - відсутність компенсації ("маскування") несправностей елементів. Саме тому таблиці знаходять широке застосування при технічному діагностуванні аналогових об'єктів.

Розкриємо сутність таблиці функцій несправностей як математичної моделі об'єкта діагностування. Введемо наступні позначення:  $N$  - число елементів в об'єкті;  $S = \{S_j\}$  - множина технічних станів об'єкта. При цьому  $S_0$  - працездатний стан об'єкта діагностування, а  $S_j$  -  $j$ -ий несправний стан або стан, що відповідає  $j$ -ій несправності. Кількість несправних станів визначається класом розглянутих несправностей. Надалі виклад будемо вести для одиночних несправностей елементів об'єкта діагностування виду: "справний - параметри елемента в допуску"; "несправний - параметри елемента не в допуску".

У цьому випадку загальне число технічних станів об'єкта діагностування буде рівним  $N+1$ . Для випадку несправностей будь-якої кратності (позначимо  $\alpha$ ) загальне число станів об'єкта діагностування можна визначити за формулою

$$S = \sum_{i=0}^{\alpha} C_N^i,$$

де  $C_N^i$  - число узгоджень із  $N$  по  $i$ .

Позначимо через  $\Pi = \{\pi_i\}$  - множину всіх допустимих елементарних перевірок об'єкта діагностування. Якщо припустити, що елементарну перевірку можна виконувати на виході кожного елемента об'єкта, то загальне число таких перевірок буде  $N$ . І, нарешті, позначимо через  $R_i^j$  результат виконань перевірки  $\pi_i$  при  $S_j$ -ому стані об'єкта діагностування. Якщо результат перевірки  $R_i^j$  буде позитивним, тобто на виході елемента  $j$  параметри "у допуску" (припустимі вихідні впливи), то  $R_i^j = 1$ . У протилежному випадку, при негативному результаті перевірки  $\pi_i$ ,  $R_i^j = 0$ .

З урахуванням введених позначень таблиця функцій несправностей являє собою прямокутну матрицю, рядки якої відповідають елементарним перевіркам  $\pi_i$ , стовпці - станам з обраної сукупності  $S_j$ . У кожну клітинку, утворену перетином рядка  $\pi_i$  та стовпця  $S_j$ , заноситься результат (результати) перевірки при певному стані об'єкта (рис. 8.2). Інакше кажучи, таблиця функцій несправностей є бульова матриця результатів усіх перевірок об'єкта діагностування для різних його станів, де кожен стан (працездатний і всі непрацездатні стани) має свій стовпець.

Перевірк а	Стан об'єкта						
	$S_0$	$S_1$	$S_2$	.....	$S_J$	.....	$S_M$
$\pi_1$	$R^{0_1}$	$R^{1_1}$	$R^{2_1}$	.....	$R^{J_1}$	.....	$R^{M_1}$
$\pi_2$	$R^{0_2}$	$R^{1_2}$	$R^{2_2}$	.....	$R^{J_2}$	.....	$R^{M_2}$
· · $\pi_i$	· · $R^{0_i}$	· · $R^{1_i}$	· · $R^{2_i}$		· · $R^{J_i}$		· · $R^{M_i}$
				.....		.....	
$\pi_N$ · ·	$R^{0_N}$ · ·	$R^{1_N}$ · ·	$R^{2_N}$ · ·		$R^{J_N}$ · ·		$R^{M_N}$ · ·
				.....		.....	

Рис. 8.2

Нагадаємо, що таблиця функцій несправностей - це явна модель об'єкта діагностування. Побудована в такий спосіб таблиця має властивість виявлення несправностей в об'єкті діагностування в тому випадку, якщо всі її стовпці попарно різні, тобто коли кожен стан об'єкта відмінний від будь-якого іншого, Якщо це так, то повна сукупність перевірок завжди є тестом пошуку несправностей (ТПН). Його називають тривіальним ТПН.

Розглянемо тепер завдання побудови таблиці функцій несправностей. Вихідною інформацією для її побудови, так само як і будь-яких інших моделей об'єктів діагностування, є функціональна або принципова електрична схеми реального об'єкта. Однак для аналогових об'єктів (а зараз мова йде саме про них) використання схем реального об'єкта для побудови таблиці зробити важко, тому що виникає багато неоднозначностей. Тому в цьому випадку завдання вирішується у два етапи. На першому етапі на основі функціональної (принципової) схеми будують так звану логічну модель об'єкта діагностування і лише потім формально переходять до побудови таблиці. Тому спочатку розглянемо сутність логічних моделей і правила їх побудови.

Логічну модель будують на основі функціональної (принципової) схеми об'єкта діагностування. Як елементи логічної моделі вибирають такі частини об'єкта, з точністю до яких потрібно здійснювати пошук несправностей. Визначаючи елементи логічної моделі, ми тим самим задаємо глибину пошуку несправностей, що може бути досягнута за допомогою алгоритмів технічного діагностування, побудованих за даною моделлю.

Логічна модель (рис. 8.3) являє собою граф-схему, на якій прямокутниками зображені елементи моделі, а стрілками - логічні зв'язки між ними. Стрілки на схемі показують напрямки передачі певного впливу (струму, напруги та т. ін.). При побудові логічної моделі необхідно дотримуватись наступних правил:

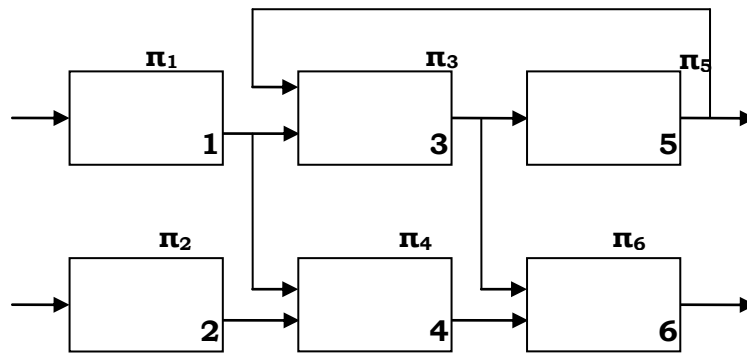


Рис.8.3

1. Кожен елемент логічної моделі повинен мати тільки один вихід, що може бути з'єднаний зі входами декількох елементів. Число входів елемента логічної моделі не обмежене. Якщо виявляється, що елемент має кілька виходів, то він повинен бути "розщеплений" на відповідне число одновихідних елементів (рис. 8.4).

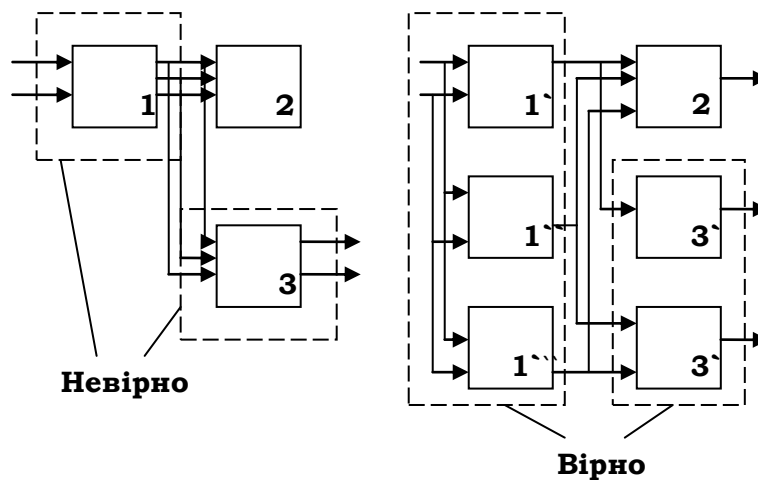


Рис. 8.4

2. Для кожного елемента логічної моделі повинні бути визначені припустимі значення всіх вхідних і вихідних впливів (сигналів), а також спосіб їхнього контролю.

3. Якщо вихідний вплив деякого елемента є вхідним для іншого, то їхні припустимі значення збігаються (вимога узгодження допусків).

4. Неприпустимий вплив на виході елемента повинен з'являтися в тому випадку, якщо цей елемент несправний або хоча б на один із входів надійшов неприпустимий вплив.

Це правило принципове для аналогових об'єктів. Для дискретних об'єктів можлива так звана "компенсація" несправності, тобто при неприпустимому вхідному впливі вихідний вплив елемента може бути припустимим.

5. Виходи різних елементів не повинні поєднуватися.

6. Для багаторежимних об'єктів діагностування складається логічна модель кожного режиму окремо, тому що в цьому випадку в роботі беруть участь різні сукупності елементів і зв'язків об'єкта.

Побудова логічної моделі - найбільш складний і відповідальний етап розробки алгоритму технічного діагностування. Для цього потрібне глибоке знання і розуміння фізичних процесів функціонування об'єкта діагностування.

Перейдемо тепер до побудови таблиці функцій несправностей за логічною моделлю, що містить у собі необхідну для побудови інформацію. Для побудови таблиці попередньо задамо кратність несправностей. Надалі будемо розглядати тільки несправності із кратністю  $\alpha = 1$ . Це штучно уведене обмеження якоюсь мірою спростить розуміння матеріалу, що викладається. У цьому випадку число станів об'єкта діагностування дорівнює  $N + 1$ , де  $N$  число елементів об'єкта. При побудові таблиці функцій несправностей приймають наступні припущення:

на усі зовнішні входи об'єкта діагностування (логічної моделі) надходять припустимі впливи;

вихід кожного елемента може контролюватися, тобто з виходом кожного  $i$ -го елемента зв'язується перевірка  $\pi_i$ .

Методика побудови таблиці функцій несправностей полягає в наступному, У клітинку таблиці  $(i, j)$  записують 1, якщо в стані  $S_j$  (несправний  $j$ -й елемент) перевірка  $\pi_i$  має позитивний результат. Це може трапитися тільки в тому випадку, якщо справний  $i$ -й елемент ( $i \neq j$ ) і до всіх його входів прикладені тільки припустимі впливи. У протилежному випадку, тобто якщо  $i$ -й елемент несправний ( $i = j$ ) або хоча б до одного з його входів прикладений неприпустимий вплив, у клітинку  $(i, j)$  таблиці записують 0.

На рис. 8.5 наведена таблиця функцій несправностей, побудована за даною методикою для об'єкта діагностування, логічна модель якого зображена на рис. 8.5.

Таким чином очевидно, що побудова таблиці функцій несправностей за заданою логічною моделлю здійснюється за формальними правилами, які можна подати в такий спосіб. Позначимо стан  $i$ -го елемента логічної моделі булевої змінної  $Q_i$ :

$$Q_i = \begin{cases} 1, & \text{якщо, } i\text{-ий елемент справний;} \\ 0, & \text{якщо, } i\text{-ий елемент несправний} \end{cases}$$

Тоді результат  $R_i^j$  перевірки  $\pi_i$  при знаходженні об'єкта діагностування в стані  $S_j$  визначається виразом

$$R_i^j = Q_{i \in I_{\text{вих}i}} \wedge R_k^j, \quad (8.1)$$

де  $I_{\text{вих}i}$  - множина елементів логічної моделі, виходи яких з'єднані із входами  $i$ -го елемента.

Перевірк а	Стан об'єкта						
	S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>6</sub>
$\pi_1$	1	0	1	1	1	1	1
$\pi_2$	1	1	0	1	1	1	1
$\pi_3$	1	0	1	0	1	0	1
$\pi_4$	1	0	0	1	0	1	1
$\pi_5$	1	0	1	0	1	0	1
$\pi_6$	1	0	0	0	0	0	0

Рис. 8.5

Застосовуючи вираз (8.1), починаючи з  $i$ -го елемента, для якого уже визначені значення  $R_k^j$ , можна чисто формальним шляхом знайти всі значення  $R_i^j (i = \overline{1, N}, j = \overline{1, |S|})$  й, отже, побудувати таблицю функцій несправностей. Таким чином,

процедура побудови таблиці за заданою логічною моделлю легко формалізується й може бути реалізована за допомогою ПЕОМ.

Застосування розглянутого вище формального алгоритму (формула (8.1)) побудови таблиці функцій несправностей можна показати на прикладі заповнення стовпця  $S_4$  таблиці, зображеної на рис. 8.5. Очевидно, що для стовпця  $S_4$

$$Q_i = \begin{cases} 0 & \text{при } i = 4; \\ 1 & \text{при } i \neq 4. \end{cases}$$

З урахуванням припущення, що до зовнішніх входів об'єкта діагностування прикладені припустимі впливи, використовуючи вираз (8.1), запишемо:

$$R_1^4 = Q_1 \times 1 = 1 \times 1 = 1;$$

$$R_2^4 = Q_2 \times 1 = 1 \times 1 = 1;$$

$$R_3^4 = Q_3 \times R_1^4 \times R_5^4 = Q_3 \times Q_1 \times R_5^4 = 1 \times 1 \times R_5^4 = R_5^4;$$

$$R_4^4 = Q_4 \times R_1^4 \times R_2^4 = Q_4 \times Q_1 \times Q_2 = 0 \times 1 \times 1 = 0;$$

$$R_5^4 = Q_5 \times R_3^4 = 1 \times R_3^4 = R_3^4;$$

$$R_6^4 = Q_6 \times R_4^4 \times R_3^4 = Q_6 \times 0 \times R_3^4 = 0.$$

Виявилось, що за рахунок наявності в логічній моделі зворотного зв'язку, що охоплює елементи 3 і 5,  $R_3^4 = R_5^4$ . Оскільки  $Q_3 = Q_5 = 1$ , очевидно, що  $R_3^4 = R_5^4 = 1$ . Оскільки, наприклад, з виразу  $R_5^4 = Q_5 \times R_3^4 = Q_5 \times Q_3 \times R_1^4 \times R_5^4$ . З врахуванням того, що  $R_1^4 = 1$  та по відомому з Булевої алгебри правилу, згідно з яким  $R_5^4 = R_5^4 \times R_5^4$ , цей вираз приводиться до виду  $R_5^4 = Q_5 \times Q_3$ .

### 8.1.2. Побудова тестів діагностування

Для об'єктів аналогового типу, як уже зазначалося, тест діагностування - це сукупність елементарних перевірок, що забезпечують досягнення мети діагностування (перевірка справності, працездатності або виявлення несправності), а алгоритм технічного діагностування - сукупність правил вибору перевірок, відповідно до якого здійснюється процес діагностування.

Розглянемо методику побудови тестів і безумовних алгоритмів діагностування за умови, що логічна модель і повна таблиця функцій несправностей об'єкта діагностування побудовані.

Як відзначалося вище, залежно від мети діагностування розрізняють два види тестів: тест, що перевіряє, і тест пошуку несправностей. Сукупність перевірок, що входять у тест, що перевіряє, повинна забезпечити розрізнення працездатного (справного) стану об'єкта діагностування від непрацездатного його стану (від всіх несправних його станів) без вирішення питання про те, у якому з несправних станів він перебуває. Очевидно, що тест, що перевіряє, являє собою сукупність всіх вихідних перевірок об'єктів діагностування.

Мінімальним перевірочним тестом є перевірочний тест, який включає мінімальне число перевірок.

Методика побудови мінімального перевірочного тесту:

1. Побудувати скорочену таблицю функцій несправностей, які містять тільки рядки, що відповідають вихідним перевіркам об'єкта діагностування.

2. Вибрати мінімальну сукупність перевірок, рядки якої разом покривають нулями усі стовпці, що відповідають несправним станам об'єкта діагностування.

Користуючись цією методикою, побудуємо мінімальний тест, що перевіряє, для об'єкта діагностування, логічна модель якого зображена на рис. 8.3. Зрізана



таблиця функцій несправностей для вихідних перевірок (табл.8.1) отримана з повної таблиці (див. рис. 8.5) шляхом діставання з неї двох останніх рядків.

Таблиця 8.1

Перевірка	Стан об'єкта						
	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
$\pi_5$	1	0	1	0	1	0	1
$\pi_6$	1	0	0	0	0	0	0

З таблиці видно, що як мінімальний перевірочний тест для даного об'єкта діагностування досить взяти тільки одну перевірку  $\pi_6$ . Перевірка  $\pi_5$  не ввійшла в мінімальний тест внаслідок наявності в логічній моделі зворотного зв'язку, завдяки якому виявляється, що за допомогою перевірки  $\pi_6$  перевіряють вихід 5-го елемента.

Тест пошуку несправностей повинен включати в себе сукупність перевірок, у яких розрізняють будь-які з несправних (непрацездатних) станів (повинні розрізнятися стовпці тесту) об'єкта діагностування. **Мінімальним тестом пошуку несправностей** називається перевірочний тест, що містить мінімальне число перевірок.

Методика побудови розглянутого тесту включає чотири етапи:

- 1) визначення множини, обов'язкових перевірок;
- 2) побудова зрізаної таблиці функцій несправностей для обов'язкових перевірок;
- 3) побудова таблиці покриттів і визначення додаткових перевірок;
- 4) визначення сукупності обов'язкових і додаткових перевірок.

При побудові мінімального тесту пошуку несправностей припускають, що відомо (побудовані заздалегідь) логічна модель і таблиця функцій несправностей об'єкта діагностування та визначений мінімальний тест, що перевіряє.

Розглянемо докладно кожен з етапів методики побудови мінімального тесту пошуку несправностей, ілюструючи їх виконання на прикладі об'єкта діагностування, логічна модель якого показана на рис. 8.3.

**Множина обов'язкових перевірок** містить у собі перевірки, визначені відповідно до наступних правил:

1) у число обов'язкових включаються перевірки вихідних елементів логічної моделі, що ввійшли в мінімальний перевірочний тест, необхідність включення цих перевірок у мінімальний тест пошуку несправностей впливає з того, що відсутність кожної з них приведе до неможливості виявлення несправності відповідного вихідного елемента;

2) якщо в логічній моделі є два елементи з номерами  $i$  і  $j$ , такі, що вихід елемента  $i$  з'єднаний тільки із входом елемента  $j$  (при цьому елемент  $j$  може мати й інші входи), то перевірка  $\pi_i$ , зв'язана з виходом елемента  $i$ , включається в число обов'язкових. Необхідність такого включення викликана тим, що стан  $S_i$  (відмова елемента  $i$ ) і стан  $S_j$  (відмова елемента  $j$ ) можна розрізнити тільки за допомогою перевірки  $\pi_i$ .

Для об'єкта діагностування логічна модель якого зображена на рис. 8.3 у множині обов'язкових перевірок включаються:  $\pi_6$  - за 1-м правилом;  $\pi_2, \pi_4$  - за 2-м правилом.

Таким чином, множина обов'язкових перевірок у цьому випадку  $\Pi_{оп} = \{\pi_2, \pi_4, \pi_6\}$ .

**Зрізана таблиця функцій несправностей** будується на основі повної таблиці шляхом добування з неї тільки рядків, що відповідають обов'язковим перевіркам. Якщо в логічній моделі є зворотний зв'язок, то попередньо з повної таблиці викреслюють стовпці, що відповідають елементам, охопленим зворотним зв'язком. Викреслювання цих стовпців необхідно тому що розрізнити стани елементів, охоплених зворотним зв'язком, принципово неможливо в рамках розглянутого методу: стовпці таблиці, що відповідають елементам, охопленим зворотним зв'язком, однакові, і пошук несправностей може здійснюватися з точністю до групи. Якщо виникає потреба знаходження несправності у групі таких елементів, то варто використовувати інші методи.

Для побудови таблиці функцій, що розрізняє несправності елементів, охоплених зворотним зв'язком, у рамках розглянутого методу необхідно знайти спосіб виключення зворотних зв'язків у логічній моделі, наприклад, шляхом введення спеціальних режимів діагностування об'єкта. Будують нову логічну модель (без зворотних зв'язків), що використовують як вихідну при побудові мінімального тесту пошуку несправностей. В об'єкті діагностування, логічна модель якого зображена на рис. 8.3, зворотним зв'язком охоплені елементи 3 і 5 (стовпці  $S_3$  і  $S_5$ , рядки  $\pi_3$  і  $\pi_5$  таблиці на рис. 8.5 однакові). Припустимо, що тривалість перевірки  $\pi_3$  менше тривалості перевірки  $\pi_5$ . У цьому випадку доцільно залишити стовпець  $S_3$  і рядок  $\pi_3$ , позначивши номером 3' узагальнений елемент логічної моделі, що являє собою елементи з номерами 3 і 5, а стовпець  $S_5$  і рядок  $\pi_5$  виключити. Таблиця функцій несправностей (табл. 8.2) отримана після виключення з повної таблиці стовпця  $S_5$  і рядка  $\pi_5$ .

Для множини обов'язкових перевірок побудована скорочена таблиця несправностей (8.3).

Таблиця 8.2.

Пере- вірка	Стан об'єкта				
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_6$
$\pi_1$	0	1	1	1	1
$\pi_2$	1	0	1	1	1
$\pi_3$	0	1	0	1	1
$\pi_4$	0	0	0	0	0
$\pi_6$	0	0	0	0	0

Таблиця 8.3.

Пере- вірка	Стан об'єкта				
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_6$
$\pi_2$	1	0	1	1	1
$\pi_4$	0	0	1	0	1
$\pi_6$	0	0	0	0	0

Якщо в отриманій скороченій таблиці всі стовпці попарно різні, це означає, що обов'язкових перевірок досить для виявлення всіх несправностей об'єкта діагностування заданої глибини і кратності (з точністю до груп елементів,

охоплених зворотним зв'язком). У цьому випадку будувати таблицю покриттів і визначати множину додаткових перевірок не потрібно. Знайдена множина обов'язкових перевірок  $\Pi_{об}$  і є мінімальний тест пошуку несправностей. Якщо у зрізаній таблиці є однакові стовпці, тобто є такі стани об'єкта діагностування, які не розрізняються обов'язковими перевірками, то необхідно одержати додаткові перевірки, що усувають цю неоднозначність. Це можна зробити за допомогою таблиці покриттів.

Для побудови таблиці покриттів за зрізаною таблицею функцій несправностей визначають усі пари станів об'єкта діагностування, не виявлених обов'язковими перевірками, у таблицю покриттів повинні бути включено стільки стовпців, скільки є нерозпізнаних пар станів об'єкта діагностування. Кожен стовець позначають відповідною парою  $(S_j, S_k)$ . Число рядків у таблиці покриттів повинно відповідати числу перевірок, що не увійшли в множину  $\Pi_{оп}$ . Кожен рядок позначається відповідною перевіркою  $\pi_i$  із числа, що не увійшли в множину  $\Pi_{оп}$ .

У клітинках таблиці покриттів записують 0 або 1 за наступним правилом: якщо перевірка  $\pi_i$  розрізняє стани  $S_j$  і  $S_k$ , то у клітку на перетині рядка  $\pi_i$  і стовпця  $(S_j$  і  $S_k)$  записується 1, у протилежному випадку - 0.

Щоб визначити, чи розрізняє перевірка  $\pi_i$  стан  $S_j$  і  $S_k$ , можна скористатися повною таблицею функцій несправностей. Якщо в клітинках повної таблиці на перетині рядка  $\pi_i$  та стовпців  $S_j$  і  $S_k$  знаходяться різні символи (в одній - 0, в іншій - 1), то в цьому випадку перевірка  $\pi_i$  розрізняє стани, якщо символи однакові, то не розрізняє.

Для об'єкта діагностування, лінійна модель якого зображена на рис. 8.3, побудована таблиця покриттів (табл. 8.4). По цій таблиці визначається множина додаткових перевірок  $\Pi_{доп}$ , що включає мінімальне число перевірок, рядки яких "покривають" одиницями всі стовпці. У нашому прикладі (див. табл. 8.4) множина додаткових перевірок містить одну перевірку  $\pi_3$ , тобто  $\Pi_{доп} = \{\pi_3\}$ .

Таблиця 8.4

Перевірка	Стан об'єкта	
	$(S_1, S_4)$	$(S_3, S_6)$
$\pi_1$	1	0
$\pi_2$	1	1

**Мінімальний тест пошуку несправностей** являє собою об'єднання множин обов'язкових і додаткових перевірок. Для розглянутого прикладу  $\text{МТПН} = \{\pi_2, \pi_3, \pi_5, \pi_6\}$ .

Після того, як знайдений мінімальний тест пошуку несправностей, можна визначити стан об'єкта діагностування (знаходити несправний елемент). Пошук несправності здійснюють за допомогою алгоритму пошуку несправності (АПН), що визначає порядок пошуку.

У випадку реалізації безумовного алгоритму (як правило, в автоматичних системах технічного діагностування) перевірки виконують у деякій фіксованій послідовності, а результати аналізують після всіх перевірок. Несправний стан об'єкта діагностування в цьому випадку визначають за допомогою діагностичного

словника, що являє собою зрізану таблицю функцій несправностей, побудовану для перевірок, які включені в мінімальний тест.

У результаті виконання всіх перевірок, що входять у мінімальний тест пошуку несправностей, виходить набір з 0 й 1, який можна розглядати як слово, що визначає технічний стан об'єкта діагностування. Отримане слово порівнюється зі словами (стовпцями) діагностичного словника, і за збігом слів визначається стан  $S_j$ , якому це слово відповідає, тобто стан, у якому перебуває об'єкт діагностування.

Нехай для розглянутого прикладу в результаті виконання перевірок  $\pi_2, \pi_3, \pi_5$ , визначено що  $\pi_6$  входять у мінімальний тест пошуку несправностей, отримане слово (1, 1, 0, 0). Користуючись діагностичним словником, визначаємо, що об'єкт діагностування перебуває в стані  $S_4$ , тобто несправний елемент 4. Процес визначення технічного стану об'єкта діагностування за допомогою діагностичного словника показаний на рис. 8.6.

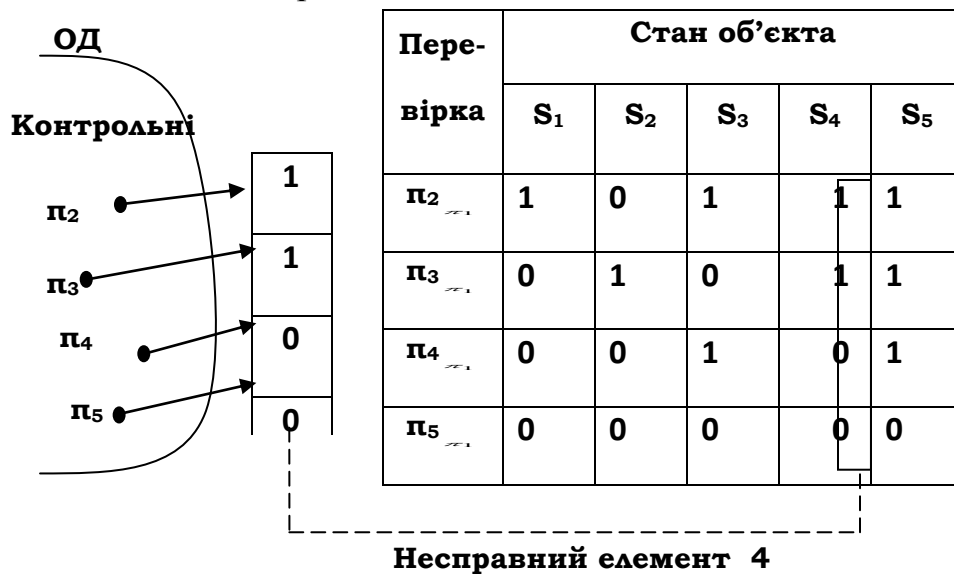


Рис. 8.6

Якщо в діагностичному словнику відсутнє олово, що збігається з отриманим словом стану об'єкта діагностування, то це значить, що в ньому виникла несправність непередбачуваної кратності.

## 8.2. Алгоритми діагностування аналогових об'єктів

Нагадаємо, що **умовним** називається такий алгоритм пошуку несправностей, у якому вибір кожної наступної перевірки залежить від того, яка перевірка виконувалася останньою і який результат вона мала. Найбільш наочною формою подання умовних алгоритмів є спрямований граф (двійкове дерево), у якому вершини відповідають конкретним перевіркам, а вихідні з вершин дуги визначають можливі переходи до наступних перевірок. На рис. 8.7 наведений приклад графа умовного алгоритму пошуку несправностей для об'єкта діагностування, логічна модель якого наведена на рис. 8.3.

З рисунка видно, що поруч із кожною вершиною графа, представленою колом, записана безліч станів об'єкта діагностування, в одному із яких він знаходиться на даному кроці пошуку. У кружечку зазначена перевірка, яку необхідно виконати на цьому кроці. Відповідно до умовного алгоритму пошуку несправностей (див. рис. 8.7) на початку процесу пошуку об'єкт знаходиться в

одному із множини станів  $\{S_1, S_2, S_3, S_4, S_6\}$  і першою повинна бути виконана перевірка  $\pi_3$ . Якщо результат цієї перевірки позитивний (стрілка позначена символом 1), то об'єкт діагностування перебуває в одному зі станів множини  $S_2, S_4, S_6$ . Умовимося, що перевірка  $\pi_3$  - позитивним результатом виділяє підмножину  $\{S_2, S_4, S_6\}$ . Якщо ж результат  $\pi_3$  - негативний (стрілка позначена символом 0), то об'єкт перебуває в одному зі станів  $\{S_1, S_3\}$ , тобто перевірка  $\pi_3$  негативним результатом виділяє підмножину  $\{S_1, S_3\}$ . Виділені підмножини легко визначаються за допомогою повної таблиці функцій несправностей. Наприклад, таблиця (див. рис. 8.5) показує, що перевірка  $\pi_3$  має позитивний результат при станах  $S_2, S_4, S_6$ , а негативний - при  $S_1, S_3$ .

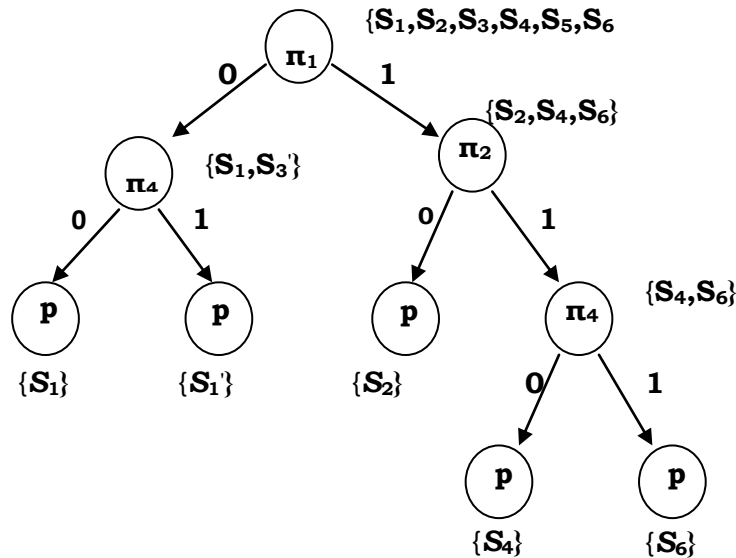


Рис. 8.7

Якщо результат перевірки  $\pi_3$  виявився негативним, то відповідно до умовного алгоритму наступною повинна виконуватися перевірка  $\pi_4$ , інакше  $\pi_2$ .

Очевидно, що виділення одноелементної підмножини, власне кажучи, є визначення несправного стану об'єкта діагностування, тобто виявлення конкретної несправності в ньому. У розглянутому прикладі позитивний результат  $\pi_4$  указує на те, що має місце несправний стан  $S_3'$  (несправність елементів 3 або 5), а негативний – на те, що несправний елемент 1. Висяча вершина на графі, відповідає закінченню процесу пошуку несправності, позначається буквою  $P$  (ремонт).

Очевидно, що для того самого об'єкта діагностування можна побудувати більше число різних алгоритмів пошуку несправностей, серед яких можна знайти хоча б один оптимальний, що забезпечить мінімальний середній час пошуку. Однак, як було відзначено, завдання побудови оптимального умовного алгоритму сполучені із значними труднощами, пов'язаними з обчисленням. Тому на практиці обмежуються побудовою оптимізованих умовних алгоритмів, які відрізняються від оптимальних тим, що при їхній реалізації не виробляється аналіз послідовності перевірок і вибір з них найкращих, а здійснюється тільки локальна оптимізація вибору перевірок на кожному кроці процедури.

При побудові оптимізованих умовних алгоритмів потрібно використовувати деяке правило (критерій) для вибору перевірок на кожному кроці процесу пошуку несправності. Найбільше розповсюдження набув інформаційний критерій, згідно з

яким на кожному черговому кроці проводиться вибір такої перевірки, виконання якої забезпечує максимальний приріст інформації про стан об'єкта діагностування.

Якщо на якомусь кроці процесу пошуку несправності об'єкт знаходиться в одному із станів множини  $S$ , то кількість інформації, отриманої при виконанні перевірки  $\pi_i$ , можна записати у вигляді

$$I_{\pi_i(S)} = -Q(S_i^0)\log Q(S_i^0) - Q(S_i^1)\log Q(S_i^1), \quad (8.2)$$

де  $S_i^0$  і  $S_i^1$  - підмножини станів об'єкта діагностування, що виділяються перевіркою  $\pi_i$  при негативному та позитивному її результатах відповідно. Ці підмножини повинні задовольняти умовам:

$$S_i^0 \neq \emptyset, S_i^1 \neq \emptyset, S_i^0 \cup S_i^1 = S, S_i^0 \cap S_i^1 = \emptyset, \quad (8.3)$$

де,  $Q(S_i^0), Q(S_i^1)$  - ймовірність перебування об'єкта діагностування в станах підмножин  $S_i^0$  та  $S_i^1$ .

Ймовірності  $Q(S_i^0)$  та  $Q(S_i^1)$  визначаються виразами

$$Q(S_i^0) = \sum_{S_j \in S_i^0} q_j; \quad Q(S_i^1) = \sum_{S_j \in S_i^1} q_j \quad (8.4)$$

де  $q_j$  - ймовірність того, що об'єкт діагностування знаходиться в стані  $S_j$  (ймовірність відмови елемента  $j$ ).

Оптимізований умовний алгоритм пошуку несправностей слід будувати так, щоб на кожному кроці виконувалась оптимальна перевірка  $\pi^{opt}$ , що визначається критерієм максимуму отримання інформації:

$$I_{\pi^{opt}}(S) = \max_{\pi_i \in \Pi(S)} I_{\pi_i}(S), \quad (8.5)$$

де  $\Pi(S)$  - множина перевірок, застосованих до множини  $S$  станів об'єкта, тобто таких, при виконанні яких у множині  $S$  виділяються підмножини  $S_i^0$  та  $S_i^1$ , що задовольняють умовам (8.3).

З теорії обробки та передачі інформації відомо, що максимальна кількість інформації, що визначається виразом (8.2), виходить при умові  $Q(S_i^0) = Q(S_i^1)$ . На підставі цього, замість кількості інформації  $I_{\pi_i}(S)$ , можна ввести функцію переваги  $C_{\pi_i}(S)$  наступного вигляду:

$$C_{\pi_i}(S) = |Q(S_i^0) - Q(S_i^1)| \quad (8.6)$$

Використовуючи цю функцію, подамо критерій вибору  $\pi^{opt}$  у вигляді наступного виразу:

$$C_{\pi^{opt}}(S) = \min_{\pi_i \in \Pi(S)} C_{\pi_i}(S) = \min_{\pi_i \in \Pi(S)} \{|Q(S_i^0) - Q(S_i^1)|\} \quad (8.7)$$

Неважко побачити, що критерій (8.7) - еквівалентний до інформаційного критерію (8.5). При його використанні оптимізований умовний алгоритм забезпечить пошук несправності в середньому за мінімальну кількість перевірок.

Для того щоб оптимізувати умовний алгоритм з метою забезпечення виявлення несправності за мінімальний середній час, необхідно замість виразу (8.7) використати критерій

$$C_{\pi^{opt}}(S) = \min_{\pi_i \in \Pi(S)} \{\bar{\tau}_i |Q(S_i^0) - Q(S_i^1)|\}, \quad (8.8)$$

де  $\bar{\tau}_i$  - середня тривалість перевірки  $\pi_i$ .

Якщо припустити, що імовірність відмови всіх елементів логічної моделі об'єкту діагностики однакова, то замість критеріїв (8.7) і (8.8) можуть використовуватися наступні критерії:

$$C_{\pi^{opt}}(S) = \min_{\pi_i \in \Pi(S)} \{n(S_i^0) - n(S_i^1)\}, \quad (8.9)$$

$$C_{\pi^{opt}}(S) = \min_{\pi_i \in \Pi(S)} \{\bar{\tau}_i(S_i^0) - n(S_i^1)\}, \quad (8.10)$$

де  $n(S_i^0)$ ,  $n(S_i^1)$  - число елементів (станів) в підмножинах, що виділяються  $S_i^0$  та  $S_i^1$ .

При аналізі розглянутих вище критеріїв виникають питання: який з них є кращим, який-гіршим? В яких випадках використовувати той чи інший критерій? Узагальнюючи вищевикладене, можна відповісти так: кращим є той критерій, в якому використовується вся наявна інформація про об'єкт діагностування. Це означає, що якщо відома ймовірність  $q_i$  та тривалості перевірок  $\tau_i$ , то кращим є критерій (8.6). Якщо ця інформація відсутня, то залишається припустити, що всі стани об'єкта діагностування рівноімовірні, а тривалість перевірок однакова. У цьому випадку застосовується критерій (8.9).

#### Методика побудови оптимізованого умовного алгоритму пошуку несправностей

1. Для даного об'єкту побудувати зрізану ТФН для множини перевірок, що є тестом пошуку несправностей (не обов'язково мінімальним).

2. У перший стовпець таблиці функцій (табл. 8.5), записати всі стани, в яких може знаходитися об'єкт на початку пошуку несправностей. Нехай, наприклад, це множина  $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_6\}$ .

3. Користуючись зрізаною ТФН, визначити множину  $\Pi(S)$  всіх перевірок, застосованих до множини  $S$  станів об'єкта діагностування. Ці перевірки записати в стовпець 2 таблиці одну під одною. При визначенні застосованих перевірок для кожної з них в стовпцях 3 та 4 записати, підмножини, що ними виділяються  $S_i^0$  та  $S_i^1$  у табл. 8.5.  $\Pi(S) = \{\pi_2, \pi_3, \pi_4\}$ . Якщо застосовна перевірка єдина, то її приймають  $\pi^{opt}$  для множини  $S$  і номер записують у стовпці 6 в одному рядку з множиною  $S$ , у цьому випадку переходять до п. 5. Якщо число застосованих перевірок більше за одну, то виконують наступний пункт.

Таблиця 8.5

Підмножи- на станів ОД $S$	Застосовні перевірки $\pi_i$	Підмножини, що виділяються		$C_{\pi_i(S)}$	$\pi^{opt}$
		$S_i^0$	$S_i^1$		
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
$\{S_1, S_2, S_3,$ $S_4, S_6\}$	$\pi_2$	$\{S_2\}$	$\{S_1, S_3, S_4, S_6\}$	32	$\pi_3$
	$\pi_3$	$\{S_1, S_3\}$	$\{S_2, S_4, S_6\}$	0	
	$\pi_4$	$\{S_1, S_2, S_4\}$	$\{S_3, S_6\}$	12	
$\{S_1, S_3\}$	$\pi_4$	$\{S_1\}$	$\{S_3\}$	-	$\pi_4$
$\{S_2, S_4, S_6\}$	$\pi_2$	$\{S_2\}$	$\{S_4, S_6\}$	30	$\pi_2$
	$\pi_4$	$\{S_2, S_4\}$	$\{S_6\}$	36	
$\{S_4, S_6\}$	$\pi_4$	$\{S_4\}$	$\{S_6\}$	-	$\pi_4$

4. Для кожної із застосовних перевірок, записаних в стовпці 2, розрахувати значення функції переваги  $C_{\pi_i(S)}$  відповідно до якого-небудь з вибраних критеріїв (8.7) - (8.10). Розраховані значення  $C_{\pi_i(S)}$  записати в 5 стовпці таблиці. Для нашого прикладу в цьому стовпці записані значення  $C_{\pi_2(S)}=32$

$C_{\pi_3(S)}=0$  та  $C_{\pi_4(S)}=12$ . З усіх застосовних перевірок вибрати оптимальною ту, для якої  $C_{\pi_i(S)} \rightarrow \min$ , та записати її у стовпець 6. У нашій таблиці такою перевіркою є  $\pi_3$ .

5. Відповідні знайденій перевірці  $\pi^{opt}$ , підмножини що нею виділяються  $S_{\pi^{opt}}^0$  та  $S_{\pi^{opt}}^1$  якщо вони містять два та більше елементів, записати одне під одним в стовпці 1. У даному прикладі такою підмножиною є  $S_{\pi^{opt}}^0 = \{S_1, S_3\}$  та  $S_{\pi^{opt}}^1 = \{S_2, S_4, S_6\}$ . Одноелементні підмножини у стовпець 1 не записуються.

6. Якщо в стовпці 1 таблиці є підмножини, для яких оптимальні перевірки  $\pi^{opt}$  ще не визначені, то необхідно наступну з цих підмножин прийняти за множину  $S$  та знову виконати пункти 3...5. Інакше, якщо для всіх підмножин, записаних у стовпці 1, перевірки  $\pi^{opt}$  знайдені, перейти до виконання наступного пункту.

7. Розрахувати середній час пошуку несправності при знайденому оптимізованому умовному алгоритмі (методика розрахунку наведена нижче).

8. Побудувати граф оптимізованого умовного алгоритму за даними, приведеними в таблиці. Зобразити початкову вершину графа у вигляді кола і поряд записати початкову множину  $S$  станів об'єкта діагностування. На вершині графа записати номер перевірки, яка є оптимальною для множини станів  $S$  (граф оптимізованого умовного алгоритму побудований для табл. 8.5 наведено на рис. 8.7). Вліво та вправо від початкової вершини накреслити дуги, що закінчуються новими вершинами. Ліву дугу, що показує напрям переходу при негативному результаті перевірки  $\pi_3$  відмітити символом 0 і поряд з лівою вершиною, в яку заходить ця дуга, записати підмножину, що виділяється  $S_i^0$  (на рис. 8.7  $S_3^0 = \{S_1, S_3\}$ ). Праву дугу відмітити символом 1 і поряд з правою вершиною, в яку заходить ця дуга, записати підмножину, що виділяється  $S_i^1$  (на рис. 8.7  $S_3^1 = \{S_2, S_4, S_6\}$ ). Потім довільним чином обрати наступну вершину, на якій перевірка ще не записана, і для неї за таблицею визначити оптимальну перевірку  $\pi^{opt}$ . Побудувати дуги, що виходять з вершин, і визначити підмножини, що виділяються цією перевіркою. У даному прикладі для вершини, що відповідає підмножині  $\{S_2, S_4, S_6\}$ , за даними табл. 8.5, оптимальною є перевірка,  $\pi_2$  яка виділяє підмножини  $S_2^0 = \{S_2\}$   $S_2^1 = \{S_4, S_6\}$ . Якщо чергова підмножина, що виділяється  $S_i^0$  чи  $S_i^1$  є одноелементною, то на відповідній їй вершині записується символ  $P$ , який означає кінець процесу пошуку несправності. Єдиним елементом одноелементної виділеної підмножини є знайдений несправний станом об'єкта діагностування.

Такі ж побудови виконують для кожної із вершин графа, на яких ще не були записані оптимальні перевірки, до тих пір, поки на всіх вершинах не буде записано або символи оптимальних перевірок, або символ  $P$ .

Розрахунок середнього часу пошуку несправності за даним умовним алгоритмом пошуку несправностей заснований на рекурентному застосуванні наступної формули:



$$\bar{t}_{\pi_i}(S) = \bar{\tau}_i + \bar{t}_{\pi_j}(S_i^0) \frac{Q(S_i^0)}{Q(S)} + \bar{t}_{\pi_k}(S_i^1) \frac{Q(S_i^1)}{Q(S)}, \quad (8.11)$$

де  $\bar{t}_{\pi_i}(S)$  - середній час відшукування несправності за умови, що об'єкт діагностики знаходиться в одному зі станів множини  $S$  і пошук починається з виконання перевірки  $\pi_i$ ;  $\tau_i$  - тривалість перевірки;  $\pi_i, \pi_j, \pi_k$ , - перевірки, які згідно умовному алгоритму пошуку виконуються після перевірки  $\pi_i$  відповідно при негативному та позитивному результаті останньої.

За формулою (8.11) спочатку визначають середній час відшукування несправності  $\bar{t}_{\pi_i}(S)$  для всіх двоелементних підмножин, записаних у стовпці табл. 8.5. При цьому формула (8.11) матиме вигляд  $\bar{t}_{\pi_i}(S) = \bar{\tau}_i$ , тому що згідно з умовним алгоритмом пошуку несправностей після виконання перевірки  $\pi_i$  знаходиться несправний стан об'єкта діагностування  $i$ , отже, другий та третій доданки у формулі (8.11) дорівнюють нулю. Потім розраховують середній час пошуку несправності для триелементних підмножин, які є в 1 стовпці, для чотириелементних і т.д.

На закінчення розглянемо можливі шляхи практичного застосування оптимізованих алгоритмів пошуку несправностей. В автоматичних системах технічної діагностики цей алгоритм може бути поданий у вигляді програми для ПЕОМ, яка в процесі діагностики керує вибором чергової перевірки (тесту) в залежності від результатів попередньої перевірки (тесту).

В автоматизованих системах ТД частину перевірок (чи всі) оператор виконує вручну. Інформацію про результати перевірок оператор вводить в ПЕОМ, яка за допомогою програми, складеної відповідно до умовного алгоритму пошуку, визначає наступну оптимальну перевірку і підказує оператору подальші дії для пошуку несправності і так до виявлення конкретної несправності.

Оптимізовані умовні алгоритми пошуку несправностей можуть застосовуватися і за відсутності технічних засобів діагностики, наприклад, у вигляді програмованих інструкцій. Нижче наводиться спрощений варіант такої інструкції, складеної за оптимізованим умовним алгоритмом пошуку несправностей, граф якого зобр. на рис. 8.7.

1. Виконати перевірку  $\pi_1$ . У разі негативного результату перейти до п. 3, у разі позитивного - виконати п. 2.

2. Виконати перевірку  $\pi_2$ . У разі негативного результату несправний елемент 2. У разі позитивного результату перейти до п. 4.

3. Виконати перевірку  $\pi_4$ . У разі негативного результату несправний елемент 1, у разі позитивного - елемент 3 чи 5.

4. Виконати перевірку  $\pi_4$ . У разі негативного результату несправний елемент 4, у разі позитивного - елемент 6.

### Контрольні питання

1. Які існують математичні моделі аналогових об'єктів діагностування?

2. Чим відрізняються умовний та безумовний алгоритми пошуку несправностей?

## ЛЕКЦІЯ 9. ТЕСТИ ТА АЛГОРИТМИ ДІАГНОСТУВАННЯ ЦИФРОВИХ ОБ'ЄКТІВ

### 9.1. Загальні питання до моделювання цифрових об'єктів діагностики

Види математичних моделей. Усі математичні моделі цифрових об'єктів діагностики поділяють на функціональні та структурні. Функціональні моделі враховують тільки залежність вихідних сигналів (змінних) від вхідних. Відомості про внутрішню структуру об'єктів в таких моделях відсутні. Іншими словами, об'єкт діагностування у функціональній моделі поданий у вигляді чорного ящика, а моделюються тільки функції, що ним виконуються (справний або несправний). Приклади функціональних моделей цифрових об'єктів діагностики: таблиця істинності, система булевих функцій вихідних змінних від вхідних, кінцевий автомат для пристроїв із пам'яттю.

Структурні моделі є логічними схемами, які задаються переліком входів, виходів, елементів об'єкта діагностики, а також зв'язків між ними. Вони орієнтовані не на перевірку функцій, виконуваних об'єктом, а на перевірку несправностей елементів його структури. Тому при розробці структурних моделей виникає задача представлення об'єкта діагностування у вигляді структури елементів, що входять в базис моделі. Дуже часто елементний базис реального об'єкта не співпадає з базисом моделювання. Наприклад, у даний час найбільш широко застосовується для моделювання базис одновихідних комбінаційних елементів (І, АБО, НІ, І-НІ, АБО-НІ). Іноді моделювання в такому базисі називають моделюванням на вентильному рівні. У зв'язку з підвищенням ступеня інтеграції та ускладнення структур цифрових об'єктів діагностування перспективним є використання сукупності складніших елементів як базис (наприклад, тригерів, регістрів, лічильників, суматорів та інших), оскільки моделювання на вентильному рівні стає або економічно невиправданим, або взагалі неможливим через недоступність внутрішньої структури інтегральних мікросхем (ІМС). Деякі питання моделювання і базис складних мікроелементів освітлені в [32, 33].

При структурному моделюванні виникають задачі моделювання елементів з вибраного базису і вибору моделі сигналів або змінних (вхідних, вихідних і внутрішніх). Оскільки розподіл об'єкта діагностики на елементи пов'язаний із заданою глибиною або точністю діагностики, то як моделі елементів використовують функціональні моделі. Це значить, що фактично моделі цифрових об'єктів діагностики є не структурними, а структурно-функціональними, де кожний елемент із базису моделі поданий функціональною моделлю, а модель об'єкта в цілому подана структурою взаємозв'язаних елементів у тому ж базисі.

Приклад комбінаційної логічної мережі приведений на рис. 9.1, де символами  $a, b, c, d$  позначені вхідні змінні, а символом  $z$  - вихідна функція. Цю логічну мережу в подальшому розглянемо детальніше.

Модель змінних (сигналів). При моделюванні вхідним, вихідним та внутрішнім змінним ставляться у відповідність сигнали з алфавіту моделювання. Найпростішим і найбільш поширеним є двійковий алфавіт (0,1). Моделювання у двійковому алфавіті називають двійковим. Оскільки двійкове моделювання не завжди забезпечує адекватність моделювання несправностей, пов'язаних з

неодночасністю подачі вихідних сигналів, розкидом затримок елементів, особливостями перехідних процесів в них, то використовують складніші алфавіти моделювання. Наприклад, зараз широко поширене трійкове моделювання, тобто моделювання в трійковому алфавіті  $(0, 1, x)$ , де  $x$  означає, що сигнал на лінії невідомий (можливо 1, можливо 0).

У загальному для повноти діагностики може застосовуватися багатозначне моделювання в алфавіті від 4 до 10 символів [29]. У цілому, розглядаючи моделі змінних, можна зробити висновок, що для моделювання комбінаційних об'єктів діагностування застосовується двійкове моделювання, а для моделювання об'єктів з пам'яттю - багатозначне (найчастіше трійкове моделювання).

У даному виданні обмежимося розглядом двійкового моделювання як найпростішого і часто вживаного на практиці.

Позначатимемо змінні (сигнали) в цифрових об'єктах діагностики  $y_i$  - значення сигналу (0 або 1) на лінії  $i$ .

Клас несправностей. Важливе значення для моделювання цифрових об'єктів діагностики має даний клас несправностей та їх відповідність реальним фізичним несправностям елементів.

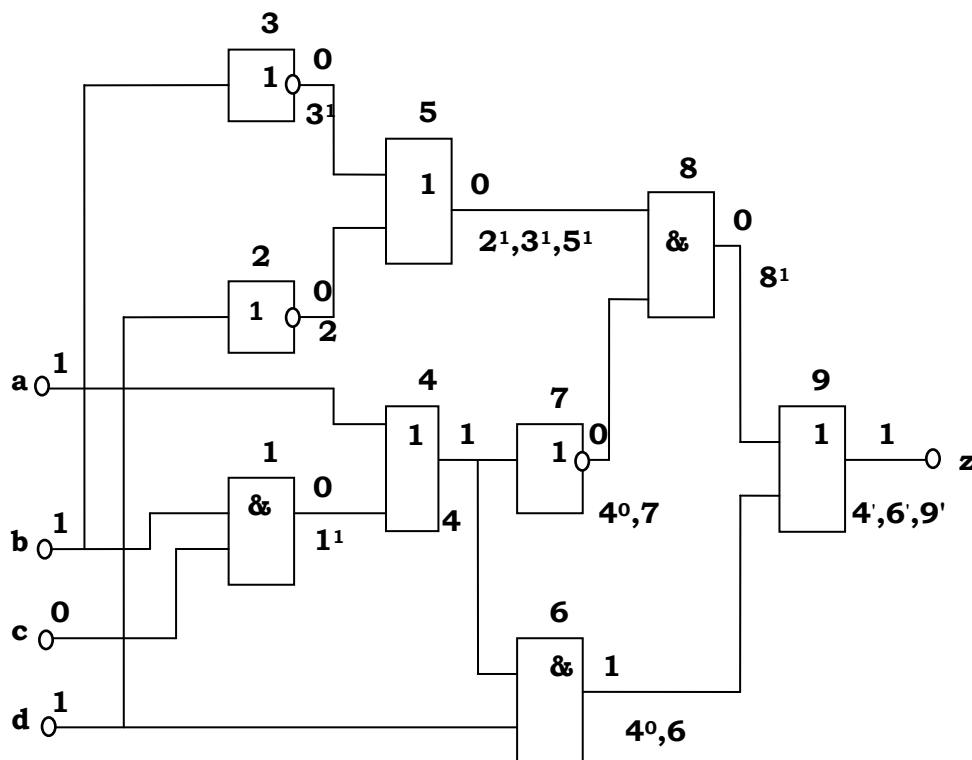


Рис. 9.1.

Найчастіше при моделюванні обмежуються класом одиночних константних несправностей у вигляді закріплення постійно лінії у 0 або в 1. Не вдаючись у подробиці обґрунтування такого вибору, надалі вважатимемо, що в об'єкті діагностики можливі несправності двох видів:

$i_0$  - закріплення лінії  $i$  в 0;  $i_1$  - закріплення лінії  $i$  в 1.

Формалізоване подання логічних схем в ПЕОМ. При розробці неявних моделей цифрових об'єктів діагностики необхідно попередньо від функціональної схеми об'єкта перейти до логічної схеми у вибраному базисі моделювання. Перетворення схеми об'єкта в еквівалентну у вибраному базисі звичайно не являє собою чогось складного, хоча для складних схем це трудомісткий процес.

Припустимо, задана логічна схема цифрового об'єкта діагностування. Викладемо основні правила описання схем.

1. Найчастіше логічна схема задається в списковій формі, тобто у вигляді сукупності списків, що подають всі входи, виходи та елементи схем, а також зв'язки між ними.

2. Для однозначного опису усі лінії схеми нумерують за допомогою натурального ряду чисел. Нумерація ліній довільна (див. приклад нумерації ліній на схемі, поданій на рис. 6.8. Для зручності вхідні лінії позначені  $a, b, c, d$ , а інші – за номерами елементів схеми).

3. Функції елементів із заданого базису кодуються. Будемо вважати, що код 0 відповідає вхідним лініям, код 1 - елементам І, код 2 - елементам АБО, код 3 - елементам НІ і т.д.

4. Для опису структури схеми достатньо використати наступну сукупність списків та їх позначень:

список типів ліній (або елементів)  $L$ ;

список вхідних ліній  $W$ ;

описок попередників  $P$ ;

список-показник секцій  $SP$ .

Перші два списки пояснень не потребують.

Список попередників складається з секцій, одна секція відповідає одному елементу схеми і включає номери ліній, пов'язаних із входами даного елемента.

Список  $SP$  - показник секцій включає початковий і кінцевий номери позиції для кожної секції.

Приклад побудови списків для схеми, поданий на рис. 9.1:

$L = \{0, 0, 0, 0, 1, 3, 3, 2, 2, 1, 3, 1, 2\}$  - коди типів елементів і ліній;

$W = \{9\}$ ;

$P = \{c, d^2, b^3, d^4, a^5, 1^6, 2^7, 3^8, b^9, 4^{10}, 4^{11}, 5^{12}, 7^{13}, 6^{14}, 8^{15}\}$

□ □ □ □ □ □ □ □ □  
1 2 3 4 5 6 7 8 9

номера позиції

номера секцій

$SP = \{1, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15\}$  - номери секцій.

□ □ □ □ □ □ □ □ □  
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Для зручності над елементами списку  $P$  проставлені номери позицій. Неважко переконатися, що сукупність списків однозначно визначає логічну схему. Ясно також, що варіантів введення схем у пам'яті ПЕОМ може бути дуже багато. Спискові структури зручні тим, що в даний час розроблена спеціальна алгоритмічна мова для роботи зі списками.

На основі формалізованого опису логічної схеми можна приступити до розгляду методів моделювання.

## 9.2. Двійкове дедуктивне моделювання

Під логічним моделюванням цифрових об'єктів діагностики розуміємо моделювання на ПЕОМ роботи логічної схеми у значенні просування інформації,

поданої представленої  $d$  вигляді логічних значень (наприклад, 0 і 1, що відповідає низькому і високому потенціалу у вузлі схеми), від входу схеми до її виходу. Процес логічного моделювання включає наступні операції: подання на вхід схеми деякого вхідного набору (слів), що являють собою набір нулів та одиниць; послідовне від входу схеми до виходу обчислення логічних значень виходів всіх елементів і отримання таким чином вихідного набору (слова), що відповідає поданому вхідному набору. Довжина вхідного слова визначається кількістю виходів схеми, а довжина вихідного слова - кількістю її виходів.

Логічне моделювання використовується при підготовці тестового забезпечення процесу технічної діагностики цифрових об'єктів, причому на даній стадії розвитку засобів автоматизації проектування воно є не тільки універсальним, але і найбільш ефективним засобом.

Розглянемо найпростіший алгоритм двійкового логічного моделювання, в якому відсутні які-небудь припущення про тимчасові співвідношення між сигналами і часом затримки елементів. Такі алгоритми називають алгоритмами синхронного моделювання. Опис складніших алгоритмів двійкового моделювання з урахуванням "боротьби" сигналів можна знайти в [27, 32].

Припустимо, що структура схеми задана списками  $L, W, P, SP$ . Крім того, заданий вхідний набір. Необхідно визначити сигнал на виході схеми. Моделювання здійснюється за допомогою ПЕОМ шляхом послідовного обчислення сигналів на виході елементів за значеннями сигналів на їх виходах.

Значення сигналів на лініях схеми зберігають в спеціальному масиві - робочому полі (РП), причому в  $i$ -му масиві зберігається значення сигналу на  $i$ -ї лінії.

Для обчислення сигналу на лінії необхідно:

за списком  $L$  визначити тип  $i$ -го елемента;

за списками  $SP, P$  визначити номери його попередників або вхідних ліній елемента;

з РП вибрати значення сигналів на вхідних лініях елемента;

виконати дії відповідні до функції (типу) даного елемента;

занести в РП значення сигналу в слово з номером  $i$ .

Повторивши описану процедуру для кожного елемента схеми, отримаємо значення сигналів на всіх внутрішніх і вихідних лініях схеми.

Таким чином моделюється працездатний об'єкт діагностування. З метою швидкодії можна застосовувати паралельне двійкове моделювання, коли одночасно моделюється декілька вхідних наборів. Зручно паралельно моделювати стільки вхідних наборів, скільки двійкових розрядів містить одне слово ПЕОМ. Це дозволяє істотно збільшити швидкодію.

Моделювання цифрових об'єктів діагностики з несправностями можна виконувати, використовуючи описану вище процедуру і послідовно вводячи несправність в модель. Наприклад, це дуже просто зробити, увівши і закодувавши умовно два типи логічних елементів, які відповідали б закріпленню вхідної лінії елемента в 0 і 1 відповідно. Тобто функції цих елементів, незалежно від вхідних сигналів, повинні забезпечувати на виході 0 або 1. У цьому випадку для моделювання об'єкта діагностування в несправному стані достатньо скоректувати список  $L$  і виконати дії в описаній послідовності. Наприклад, елементу  $i \equiv 0$  (так умовно назвемо закріплення виходу в 0) відповідає код 4. Тоді для моделювання

схеми, зображеної на рис. 9.1, в стані, припустимо, 5, достатньо в списку  $L$  назначити код 2 в 9 позиції на код 4, а потім промоделювати схему.

Таким чином, двійкове моделювання за один прохід схеми дозволяє набути на одному вхідному наборі для схеми з одним виходом одне значення, якщо пригадати таблицю функцій несправності. При паралельному моделювання можна за один прохід отримати  $r$  значень таблиці, де  $r$  - число розрядів у слові.

Розглянутий алгоритм двійкового логічного моделювання - універсальний, оскільки він придатний для моделювання будь-яких схем заданого або обумовленого класу. Це пояснюється тим, що при переході від однієї схеми до іншої змінюються тільки списки, а текст програм залишається незмінним. Недоліком є уповільнення моделювання, зв'язане, в основному, із вибіркою адрес за елементами списків.

Таким чином, описаний вище алгоритм моделювання цифрових об'єктів діагностики на ПЕОМ дозволяє складати за певними правилами перевіряючі тести і тести пошуку несправностей.

Перевіряючим тестом для цифрового об'єкта діагностування називають послідовність вхідних наборів, що забезпечують виявлення несправностей в ОД.

Тестом пошуку несправностей називають послідовність вхідних наборів, що забезпечують визначення місця несправності об'єкта діагностування.

Мінімальні тести для цифрових об'єктів діагностування визначають так само, як для аналогових. Побудова тестів для цифрових об'єктів, що містять велику кількість елементів (сотні і більше), є складною і трудомісткою задачею. Практично нереалізованим є завдання побудови мінімального тесту пошуку несправностей. Дотепер це виконують вручну з подальшою оцінкою їх якості, головним чином повноти і точності діагностування, тому такі тести мають високу якість.

Суть логічного моделювання при складанні тестів полягає в наступному. У ПЕОМ вводиться аналог досліджуваного цифрового об'єкта діагностування - машинна модель, в якій задані несправності, подаються вхідні дії і аналізуються вихідні реакції. Якщо вихідна реакція моделі з  $i$ -ою несправністю відрізняється від реакції моделі без несправності, то існуюча вхідна дія і реакція являють собою тест для  $i$ -ї несправності.

На відміну від методів двійкового (багатозначного) моделювання, коли при одному циклі моделювання одержуємо одне значення таблиці функцій несправностей (при паралельному -  $r$  значень), дедуктивне моделювання припускає за один цикл одержання відразу всього рядка таблиці для заданого вхідного набору. Однак при цьому подовжується крок моделювання.

Відзначимо вихідні передумови, що визначають можливість практичної реалізації цього методу:

а) кожній лінії схеми (вхідній, внутрішній і вихідній) ставиться у відповідність сигнал 0 та 1 (двійковий алфавіт) і список несправностей, що змінюють на цій лінії значення сигналу в порівнянні із сигналом на ній у справній схемі;

б) поряд з обчисленням значень сигналів на лініях (як це має місце в описаному вище алгоритмі двійкового логічного моделювання) виконуються логічні операції над списками несправностей.

Суть методу дедуктивного моделювання полягає в наступному. Нехай на входи логічної мережі (див. рис. 6.8), що складається із декількох логічних елементів,

поданий вхідний набір, що приводить всі елементи в певний стан. Виберемо довільний елемент мережі, який можна охарактеризувати тим, що при подачі вхідного набору на його входи і виходи встановляться певні логічні значення 0 або 1. За цих умов розглянемо вплив несправностей на вихід даного елемента. Залежно від стану входів і виду несправностей частина їх буде спотворювати значення виходу елемента, а частина - ні. Наприклад, при значеннях 1 на обох входах двовхідного вентиля І несправність типу "постійне значення 0" на одному з них приведе до спотворення вихідного значення вентиля (замість 1 з'явиться 0). З кожним входом розглянутого логічного елемента зв'язані виходи попередніх елементів і, якщо несправності цих елементів спотворюють значення входів розглянутого і його виходу, тоді вони також виявляються.

Таким чином, кожному логічному елементу можна поставити у відповідність список несправностей, які виявляються при даному вхідному стані. Ці списки аналізують, просуваючись по мережі від елемента до елемента, і отримують із часток один загальний список несправностей. Таких списків може бути безліч в залежності від числа входів логічної мережі.

Жоден із вхідних наборів не здатний самостійно виявити всі несправності зі складеного (отриманого) списку. Отже, необхідно вибирати таку мінімальну за якістю сукупність вхідних наборів, що дозволяє охопити весь список можливих різних несправностей і виявити кожен з них. Більш докладно питання пошуку несправності у логічній мережі буде розглянуте нижче.

Для виконання формальної процедури, що реалізує цей підхід, необхідні засоби, аналогічні звичайному моделюванню для одержання логічних станів мережі, а також засоби для отримання списків елементів та їхньої обробки. Однак на відміну від звичайного моделювання у мережі буде два види подій: зміна логічних значень у схемі (як при звичайному моделюванні) і зміна значень у списках (спискові події), що виявляються в зникненні або появі записів щодо несправностей.

Способи формування списків можуть бути різноманітні: з використанням методів теорії множин, арифметичних виразів та інші. Ту ж вимогу поширюємо на процедуру обробки списків. У загальному випадку вони залежать від типу схем (логічні, функціональні), від числа входів та виходів елементів, від характеристик обчислювальних засобів, які є в наявності у дослідника.

Необхідними логічними операціями над списками (множинами) несправностей є: операція перетину множин " $\cap$ ", операція об'єднання множин " $\cup$ " і операція віднімання множин " $\setminus$ ".

Реалізація методів дедуктивного моделювання передбачає за кожним типом елементів наявність виразу для корегування списків несправностей із входів елемента на вихід, тобто для визначення тільки тих несправностей, які змінюють значення сигналу на виході в порівнянні із сигналом на виході справної схеми.

Розглянемо один із формальних методів розв'язання цього завдання на простому прикладі, позначивши  $S_i$  список (множину) несправностей на лінії  $i$ . Нехай даний двовхідний елемент із номером  $i$ , відомі сигнали  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 1$  і списки несправностей  $S_1$  і  $S_2$  на його вхідних лініях. Необхідно отримати сигнал  $y_i$  і список несправностей  $S_i$  на виході елемента.

Відповідно до логіки роботи елемента знаходимо  $y_i = y_1 \wedge y_2$ . Оскільки  $y_1 = 0, y_2 = 1$ , те  $y_i = 0$ . Визначимо тепер  $s_i$ . Очевидно, що всі несправності зі списку  $S_1$ , що змінюють сигнал  $y_1$  на  $\bar{y}_1$  (0 на 1 на першій вхідній лінії), повинні привести до зміни  $y_i$  на  $\bar{y}_i$  (0 на 1 на виході елемента). Однак необхідно врахувати, що списки  $S_1$  і  $S_2$  можуть мати загальні несправності. Це значить, що одночасно зі зміною сигналу  $y_1$  на  $\bar{y}_1$  може змінитися сигнал  $y_2$  на  $\bar{y}_2$  (з 1 на 0), при цьому сигнал на виході елемента залишиться без зміни. Тому в результуючому списку  $S_i$  повинні бити несправності списку  $S_1$ , за винятком несправностей списку  $S_2$ .

Якщо до цього додати несправність самого елемента (з урахуванням значення сигналу  $y_i = 0$  це буде несправність  $i_1$ ), то одержимо остаточний вираз для  $S_i$ :

$$S_i = (S_1/S_2) \vee i_1$$

Розглянемо більш загальний випадок – елемент  $I$  із довільним числом входів (рис. 9.2). Окремо зупинимося на наступних варіантах:

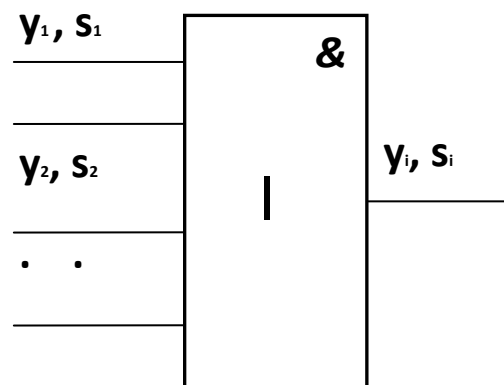


Рис.9.2

1. Усі сигнали вхідних ліній мають значення 1, тобто  $j_0 = \emptyset$ .

2. Хоча б один із вхідних сигналів дорівнює 0, тобто  $j_0 = 0$  (тут і надалі через  $j_0$  позначено підмножину входів, що мають значення 0, а через  $j_1$  - підмножину входів, що мають значення 1, мабуть,  $j = j_0 + j_1$  - множина всіх входів елемента).

Якщо на всіх входах елемента  $I$  сигнал має значення 1 (перший випадок), то для зміни сигналу на виході повинно зміняться хоча б одне значення сигналу на вході, тобто  $S_i = \bigcup_{j=j_1} S_j \vee i_0$

У другому випадку сигнал на виході дорівнює 0, тому для його зміни необхідно, щоб змінилися сигнали на всіх входах зі значенням 0, а сигнали на всіх входах зі значенням 1 залишаться незмінними, тобто  $S_i = (\bigcap_{j=j_1} S_j) \vee i_1$ .

Таким чином, можна сформулювати загальне правило перерахування списків несправностей із входів елемента на вихід: списки несправностей для кожного входу логічного елемента необхідно обробити у відповідності до логіки елемента (тобто виконати операції перетинання, об'єднання або віднімання) і додати несправність самого елемента.

Дотепер отримані загальні вирази для перерахування несправностей всіх елементів на вентильному рівні (див. літературу із технічної діагностики).

Повернемося до постановки завдання двійкового дедуктивного моделювання. Нехай задана логічна схема у вигляді сукупності списків, що представляють всі входи, виходи, елементи схеми й зв'язку між ними, а також несправності кожної



лінії. Є моделі різних елементів, що реалізують вирази дедуктивного моделювання (формули перерахування списків несправностей). Потрібно перевірити працездатність схеми і при необхідності визначити несправний елемент.

Розв'язання завдання містить у собі наступні етапи:

- 1) визначення списку можливих несправностей логічної мережі;
- 2) заповнення таблиці функцій несправностей;
- 3) визначення перевірного тесту;
- 4) пошук несправностей у логічній мережі.

Перший етап особливих труднощів не являє собою, тому що за допомогою наявної логічної мережі завжди можна скласти список несправностей, які в ній виявляться. Для мережі (див. рис. 9.1), обраної для прикладу, цей список (повний список несправностей) поданий у такому вигляді:

$$S = \{1_0, 1_1, 2_0, 2_1, 3_0, 3_1, 4_0, 4_1, 5_0, 5_1, 6_0, 6_1, 7_0, 7_1, 8_0, 8_1, 9_0, 9_1\}.$$

При виконанні другого етапу необхідно визначити списки несправностей, що спотворюють вихідні змінні, на кожному елементі логічної схеми. Наприклад, отримаємо ці списки для конкретного вхідного набору:  $y_a = 1$ ;  $y_b = 1$ ;  $y_c = 0$ ;  $y_d = 1$ . Загалом маємо  $2^N$  наборів, для яких необхідно визначати списки несправностей у рамках даного методу ( $N$  - кількість входів схеми).

Припустимо, що підозрілі несправності поза заданим об'єктом діагностування відсутні, тобто  $S_a = \emptyset$ ,  $S_b = \emptyset$ ,  $S_c = \emptyset$ ,  $S_d = \emptyset$ .

Побудова списків здійснюється послідовно, починаючи з елемента І:

$y_1 = y_c \wedge y_1 = 1 \wedge 0 = 0$ ;	$S_1 = (S_c / S_d) \vee 1_1 = \{1_1\}$ ;
$y_2 = \bar{y}_b = 0$ ;	$S_2 = S_b \vee 2_1 = \{2_1\}$ ;
$y_3 = \bar{y}_d = 0$ ;	$S_3 = S_d \vee 3_1 = \{3_1\}$ ;
$y_4 = \bar{y}_a \vee y_1 = 1 \vee 0 = 1$ ;	$S_4 = (S_a / S_1) \vee 4_0 = \{4_0\}$ ;
$y_5 = y_2 \vee y_3 = 0 \vee 0 = 0$ ;	$S_5 = (S_2 \cup S_3) \vee 5_1 = \{2_1, 3_1, 5_1\}$ ;
$y_6 = y_4 \wedge y_b = 1 \wedge 1 = 1$ ;	$S_6 = (S_4 \cup S_b) \vee 6_0 = \{4_0, 6_0\}$ ;
$y_7 = \bar{y}_7 = 0$ ;	$S_7 = S_4 \vee 7_1 = \{4_0, 7_1\}$ ;
$y_8 = y_5 \wedge y_7 = 0 \wedge 0 = 0$ ;	$S_8 = (S_5 \cap S_7) \vee 8_1 = \emptyset \vee 8_1 = \{8_1\}$ ;
$y_9 = y_6 \vee y_8 = 1 \vee 0 = 1$ ;	$S_9 = (S_6 / S_8) \vee 9_0 = \vee 9_0 = \{4_0, 6_0, 9_0\}$ .

Таким чином, на наборі (1101) вихід на лінії 9, що повинен бути рівним 1 при всіх справних елементах мережі, можуть змінити на 0 несправності зі списку  $\{4_0, 6_0, 9_0\}$ .

Якщо допустити, що реальний об'єкт діагностування на даному вхідному наборі має вихід 0, то в схемі може бути тільки одна з несправностей, зазначених у списку. Не розглядаючи докладно процес його одержання, наведемо список несправностей на вихідному наборі (0011):  $y_9(0, 0, 1, 1) = 0$ ;  
 $S_9 = (0, 0, 1, 1) = \{1_0, 4_0, 6_1, 7_1, 8_1, 9_1\}$ .

Проробивши такі "перерахування" несправностей на вихід схеми для всіх вхідних сигналів, будують таблицю функцій несправностей (табл. 9.1). У таблиці для відповідного вхідного набору сигналів (зазначений на початку кожного рядка) для кожного елемента логічної мережі, з першого до останнього, варто записати вихідний сигнал при умові, що несправностей у логічній мережі нема, а потім поруч - список можливих несправностей, які здатні змінити цей вихідний сигнал

на протилежний, тобто можуть виявитися на даному вхідному наборі для даного елемента.

Необхідно відзначити, що навіть усі 16 вхідних наборів сигналів - від 0000 до 1111 - для даної логічної мережі не здатні розрізняти деякі групи можливих несправностей, тобто можливі принципово нерозрізнені несправності, що обумовлено логічними зв'язками елементів у конкретній логічній мережі. Так аналіз списків несправностей для виходу дев'ятого елемента (для виходу об'єкта діагностування в цілому) показує, що групи несправностей  $\{1_1, 4_1\}$ ,  $\{2_1, 3_1, 5_1\}$ ,  $\{5_0, 7_0, 8_0\}$  і  $\{6_1, 8_1, 9_1\}$  в рядках табл. 9.1 або є, або відсутні, що свідчить про принципову нерозрізненість цих несправностей у межах групи, оскільки із самого початку передбачалася можливість доступу для аналізу сигналів тільки до входів і виходів об'єкта, але не до проміжних точок схеми. Перепишемо список  $S$  у скороченому вигляді, залишивши по одному "представнику" від кожної групи нерозрізнених несправностей:

$$S = \{1_0, 2_0, 3_0, 4_0, 4_1, 5_1, 6_0, 7_1, 8_0, 9_0, 9_1\}.$$

Це скорочений список несправностей.

$$\begin{aligned} \{2^1, 3^1, 5^1\} &= \{5^1\} / \{5^0, 7^0, 8^0\} = \{8^0\} && \text{Не розрізняють:} \\ \{1^1, 4^1\} &= \{4^1\} / \{6^1, 8^1, 9^1\} = \{9^1\} \end{aligned}$$

Для зручності подальшої роботи з визначення тесту, що перевіряє (третій етап), доцільно змінити форму частини табл. 9.1 для вихідного дев'ятого елемента, позначивши в ній стовпець, в якому відбита реакція справного об'єкта діагностування на вхідні набори сигналів, через  $S_0$  (справний стан), а далі розташувати стовпці, що визначають усі помітні несправності із скороченого списку  $S$  (сукупність можливих несправних станів об'єкта діагностування).

У результаті цих перетворень вихідна таблиця функцій несправностей набуває наступного вигляду (табл. 9.2).

Таблиця 9.2.

N наб.	a b c d	Стани											
		$S_0$	$1^0$	$2^0$	$3^0$	$4^0$	$4^1$	$5^1$	$6^0$	$7^1$	$8^0$	$9^0$	$9^1$
2	0001	1		×			×				×	×	
4	0011	0	×			×				×			×
5	0100	1			×						×	×	
6	0101	0					×	×					×
8	0111	1	×			×			×			×	
14	1101	1				×			×			×	

У таблиці символом  $\times$  відмічена виявлена на розглянутому наборі несправність. Із таблиці видно, що на всіх 16 вхідних наборах у сукупності обов'язково виявиться будь-яка несправність зі скороченого списку  $S$ , тобто хоча б на одному із вхідних наборів при наявності несправності у мережі сигнал на виході об'єкта діагностування зміниться на протилежний у порівнянні зі справним станом, що є ознакою непрацездатності об'єкта. Однак використати як перевіряючий тест увесь перелік вхідних впливів недоцільно через додаткові нераціональні витрати часу, а, крім того, у випадку великої кількості входів в об'єкті діагностування різко зростає кількість вхідних наборів.

Таблица 9.1

N	Входи																					
	a	b	c	d	$y_1 = a \wedge c$	$y_2 = \bar{b}$	$y_3 = \bar{d}$	$y_4 = d \vee y_1$	$y_5 = y_3 \vee y_2$	$y_6 = y_4 \wedge b$	$y_7 = \bar{y}_4$	$y_8 = y_7 \wedge y_5$		$y_9 = y_6 \vee y_8$								
1	0	0	0	0	0	1 <sup>1</sup>	1	2 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup>	1	5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
2	0	0	0	1	0	1 <sup>1</sup>	1	2 <sup>0</sup>	0	3 <sup>1</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup>	1	2 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup> 2 <sup>0</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup> 2 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
3	0	0	1	0	0	1 <sup>1</sup>	1	2 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup>	1	5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
4	0	0	1	1	1	1 <sup>0</sup>	1	2 <sup>0</sup>	0	3 <sup>1</sup>	1	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup>	1	2 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	0	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	0	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup> 9 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup>
5	0	1	0	0	0	1 <sup>1</sup>	0	2 <sup>1</sup>	1	3 <sup>0</sup>	0	1 <sup>0</sup> 4 <sup>1</sup>	1	3 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 3 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup>	1	7 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
6	0	1	0	1	0	1 <sup>1</sup>	0	2 <sup>1</sup>	0	3 <sup>1</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup>	0	2 <sup>1</sup> 3 <sup>1</sup> 5 <sup>1</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup>	0	2 <sup>1</sup> 3 <sup>1</sup> 5 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup> 2 <sup>1</sup> 3 <sup>1</sup> 5 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup> 9 <sup>1</sup>
7	0	1	1	0	0	1 <sup>1</sup>	0	2 <sup>1</sup>	1	3 <sup>0</sup>	0	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup>	1	3 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	0	1 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup>	1	1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup> 1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup> 8 <sup>0</sup> 1 <sup>1</sup> 4 <sup>1</sup> 7 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
8	0	1	1	1	1	1 <sup>0</sup>	0	2 <sup>1</sup>	0	3 <sup>1</sup>	1	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup>	0	2 <sup>1</sup> 3 <sup>1</sup> 5 <sup>1</sup>	1	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	0	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	8 <sup>1</sup>	0	1 <sup>0</sup> 4 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
9	1	0	0	0	0	1 <sup>1</sup>	1	2 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup>	1	4 <sup>0</sup>	1	5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup> 9 <sup>1</sup>
10	1	0	0	1	0	1 <sup>1</sup>	1	2 <sup>0</sup>	0	3 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup>	1	2 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup> 9 <sup>1</sup>
11	1	0	1	0	0	1 <sup>1</sup>	1	2 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup>	1	4 <sup>0</sup>	1	5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup> 9 <sup>1</sup>
12	1	0	1	1	1	1 <sup>0</sup>	1	2 <sup>0</sup>	0	3 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup>	1	2 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	0	6 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup> 6 <sup>1</sup> 9 <sup>1</sup>
13	1	1	0	0	0	1 <sup>1</sup>	0	2 <sup>1</sup>	1	3 <sup>0</sup>	1	4 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	1	4 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	0	6 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
14	1	1	0	1	0	1 <sup>1</sup>	0	2 <sup>1</sup>	0	3 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup>	0	2 <sup>1</sup> 3 <sup>1</sup> 5 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	8 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
15	1	1	1	0	0	1 <sup>1</sup>	0	2 <sup>1</sup>	1	3 <sup>0</sup>	1	4 <sup>0</sup>	1	3 <sup>0</sup> 5 <sup>0</sup>	1	4 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup> 8 <sup>1</sup>	1	6 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>
16	1	1	1	1	1	1 <sup>0</sup>	0	2 <sup>1</sup>	0	3 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup>	0	2 <sup>1</sup> 3 <sup>1</sup> 5 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup>	0	4 <sup>0</sup> 7 <sup>1</sup>	0	8 <sup>1</sup>	1	4 <sup>0</sup> 6 <sup>0</sup> 9 <sup>0</sup>

У той же час жоден із вхідних наборів самостійно не здатний виявити всі несправності зі списку  $S$ . Отже, як в ролі мінімального перевіряючого, необхідно вибрати таку мінімальну сукупність вхідних наборів, що дозволяє охопити список можливих помітних несправностей. Цій меті служить видозмінена таблиця функцій несправностей, за якою вибирають сукупність вхідних наборів, що покриває символами  $\times$  усі помітні несправні стани. Такими наборами, зокрема, є набори з номерами 2, 4, 5, 6, 8 або 2, 4, 5, 6, 14 із числа поданих у табл. 6.7. Якщо на всі вхідні набори з даного тесту реакція об'єкта діагностування правильна (вихідні сигнали об'єкта відповідають його справному стану:  $S_0 = (1, 0, 1, 0, 1, 1)$ ), то об'єкт працездатний, якщо ж реакція хоча б на один з них невірна, - об'єкт не працездатний.

Якщо обраний тест вказав на непрацездатність ОД, переходять до четвертого етапу - пошуку несправного елемента, тобто локалізації несправності (з точністю до однієї з помітних несправностей скороченого списку  $S$ ).

Розглянемо процедуру пошуку несправності методом дедуктивного моделювання. Завдання формулюється в такий спосіб.

Відомий перевіряючий тест  $T$ . Для нашого прикладу  $T = \begin{Bmatrix} 0001 \\ 0011 \\ 0100 \\ 0101 \\ 1111 \\ 1101 \end{Bmatrix}$ ;

відомі правильні реакції  $S_0$  несправного об'єкта діагностування на тест  $T$  (див.

табл. 9.2):  $S_0 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$ ;

відомі реакції об'єкта діагностування  $S_i$  при наявності в ньому несправності на

тест  $T$ , наприклад:  $S_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$ ;

відомі списки  $\tilde{S}_9$  несправностей для вихідного (9-го) елемента, що змінюють його реакцію на тест  $T$  із правильної на неправильну (див. табл. 9.2):

$$\tilde{S}_9 = \begin{Bmatrix} 2_0, 4_1, 8_0, 9_0 \\ 1_0, 4_0, 7_1, 9_1 \\ 3_0, 8_0, 9_0 \\ 4_1, 5_1, 9_1 \\ 1_0, 4_0, 6_0, 9_0 \\ 4_0, 5_0, 9_0 \end{Bmatrix}$$

Необхідно визначити, у якому стані перебуває об'єкт діагностування (локалізувати несправність).

Для вирішення завдання варто взяти вхідний набір впливів, для якого вихідний сигнал ОД спотворився. У нашому прикладі це вхідний набір 2 з 16 наборів (перший - у скороченому тесті  $T$ ), тому що замість вихідного сигналу 1 при працездатності об'єкта маємо реальний вихідний сигнал 0. Це свідчить про те, що одна з несправностей ( $2_0, 4_1, 8_0, 9_0$ ) здатна виявитися на даному вхідному наборі.

Потім шукаємо наступний вхідний набір, при якому вихідний сигнал об'єкта діагностування протилежний тому, що мав би місце у випадку працездатності об'єкта. У нашому випадку це вхідний набір 6 із числа 16 наборів (4-й у тесті  $T$ ), для якого замість вихідного сигналу 0 отримали сигнал 1. Отже, має місце одна з несправностей ( $4_1, 5_1, 9_1$ ), здатна виявитися саме на цьому вхідному наборі. Оскільки раніше ми визначили клас несправностей - одиночні константи, то несправний стан об'єкта діагностування можна визначити, перетинаючи ці два списки. У нашому прикладі в результаті перетину списків відразу одержуємо стан об'єкта  $4_1$  (не можна забувати, що в даному конкретному випадку під станом  $4_1$  в силу нерозрізненості станів  $4_1$  і  $1_1$  можна припускати несправність відповідно елементів 4 або 1).

Якщо після першого перетинання списків залишається два та більше стани, то варто шукати інші вхідні набори, для яких реальна реакція об'єкта діагностування відрізняється від очікуваної, з розрахунку, справності об'єкта, і продовжити перетинання списків. Якщо всі подібні вхідні набори будуть вичерпані, а кількість станів у результуючому списку все-таки більше одного, варто використати інформацію від наборів, для яких реакція об'єкта діагностування збігається з передбачуваною для випадку його працездатності. Наприклад, той факт, що для набору 4 (другий у тесті  $T$ ) сигнал на виході об'єкта діагностування збігається з правильною реакцією об'єкта, свідчить про те, що жодна з несправностей, здатних виявитися на цьому наборі ( $1_1, 4_0, 7_1, 9_1$ ), не має місця. У такому випадку цей список варто вилучити з отриманого раніше методом послідовних перетинів списку підозрюваних несправних станів об'єкта діагностування.

Якщо після використання інформації від всіх вхідних наборів, що дають правильну реакцію об'єкта діагностування, у результуючому списку залишиться два і більше несправні стани, то такі несправності називають нерозрізненими на даному тестовому наборі  $T$ . При необхідності тестовий набір  $T$  можна розширити, доповнивши його іншими? невикористаними раніше вхідними наборами із загального числа 16 вхідних наборів (табл. 6.6). При цьому нерозрізнені на тесті  $T$  несправні стани повинні виявитися неодноразово на кожному з додаткових набору неодноразово, а окремо-, і тоді розв'язання задачі закінчується.

Як відмічалось раніше, за один цикл моделювання фактично одержують весь рядок таблиці функцій несправностей. Звичайно, час моделювання одного елемента при цьому в порівнянні із двійковим моделюванням зростає. Але в цілому швидкодія дедуктивного моделювання вище навіть паралельного моделювання для складних схем (понад 500 елементів).

Для більш простих схем (менше 500 елементів) краща швидкодія при паралельному двійковому моделюванні. Основні недоліки дедуктивного моделювання: істотне зростання обсягу оперативної пам'яті ПЕОМ для зберігання списків несправностей і необхідність розробки більш складних моделей, що оперують зі списками.

### 9.3. Метод активізації шляхів

Розглянемо інший підхід до розв'язання задачі побудови перевірного тесту і тесту пошуку несправностей. Цей підхід найбільш чітко реалізує ідею методу активізації шляхів, що полягають в тому, що для виявлення несправності необхідно й достатньо забезпечити умови її вияву й транспортування. Іншими словами, метод активізації шляхів ґрунтується на одержанні таких вхідних наборів, на яких проявляється на вхідній лінії схеми задана несправність. Фізичне значення поняття активізований шлях полягає в наступному.

Нехай в об'єкті діагностування є деяка одиночна несправність  $S_i \in S$ ,  $i = 1, 2, \dots, |S|$ . Очевидно, що вона може бути виявлена елементарною перевіркою  $\pi_i \in \Pi$  ( $\Pi$  - множина всіх припустимих елементарних перевірок) при виконанні двох умов.\*

Перша умова полягає в тому, що несправність, яка виникла, повинна викликати появу хоча б одного вхідного, внутрішнього або вихідного сигналу зі значенням, відмінним від того, яке цей сигнал мав би в справному об'єкті. Назвемо це умовою вияву несправності.

Друга умова виявлення одиночної несправності полягає в тому, що викликані її проявом сигнали повинні бути передані в одну чи кілька контрольних точок об'єкта, тобто повинні викликати появу відповідей об'єкта, причому сигнал буде мати значення, відмінне від значення, яке має об'єкт у справному стані. Це значить, що при подачі на об'єкт впливу  $x$  елементарної перевірки  $\pi_i$ , що виявляє несправність  $S_i$ , в об'єкті повинні бути створені певні умови, тобто вхідні, внутрішні та вихідні змінні об'єкта повинні прийняти значення в такій послідовності, при якій від місця прояву несправності до якого-небудь виходу об'єкта  $Z$  утвориться один або кілька каналів передачі зазначених значень сигналів. Такі канали будемо називати активізованими шляхами (щодо несправності і щодо елементарної перевірки  $\pi_i$ ). Якщо активізований шлях один, то він називається простим; у протилежному випадку - складним. Умову утворення активізованого шляху назвемо умовою транспортування несправності до КТ.

Необхідною і достатньою умовою виявлення одиночної несправності є задоволення як умови її прояву, так і умови її транспортування.

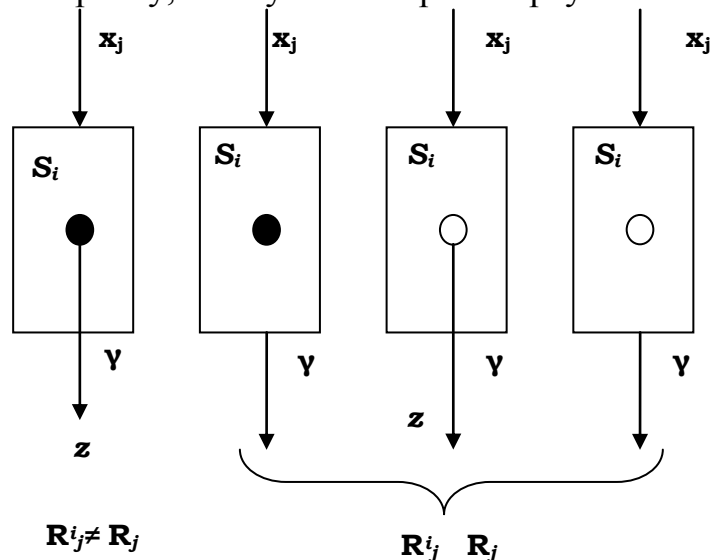


Рис.9.3

На рис. 9.3 показані умови виявлення одиночної несправності  $s_i$ . Прямокутники зображають об'єкти діагностування, коло - місце можливого прояву несправності  $s_i$ , хвилясті лінії - активізовані шляхи. Крапка в колі означає, що несправність проявляється. Тільки в першому випадку (крайня ліва схема) несправність можна знайти, тому що вона проявляється і має активізований шлях.

Зупинимося на використанні поняття активізованих шляхів для визначення умов розпізнавання одиночних несправностей. За визначенням необхідною й достатньою умовою розрізнення елементарною перевіркою  $\pi_i$  двох несправностей  $s_i$  і  $s_k$  є наявність (при подачі на об'єкт впливу  $x_j$  цієї елементарної перевірки) хоча б одного виходу, значення вихідної функції якого при наявності в об'єкті несправності  $s_i$  відрізняється від значення цієї функції при наявності несправності  $s_k$ . У термінах активізованих шляхів це означає, що одна з несправностей пари  $(s_i, s_k)$  виявляється, а інша - не виявляється або обидві несправності виявляються, але в різних контрольних точках, наприклад  $z_1$  і  $z_2$ , або, врешті, обидві вони виявляються в тих самих контрольних точках  $z$ , але дають різні результати  $R_j^i$  і  $R_j^k$ .

Перший випадок відповідає тому, що для однієї несправності має місце ситуація, відображена на першій ліворуч схемі рис. 9.3, а для іншої несправності - одна із ситуацій, показаних на інших трьох схемах. Два ж інших випадки ілюструються двома схемами рис. 9.4 (першими ліворуч). Третя схема на рисунку ілюструє випадок, коли обидві несправності  $s_i$  і  $s_k$  виявляються в тих самих контрольних точках і дають однакові результати  $R_j^i$  і  $R_j^k$ . Позначення на рис. 9.4 аналогічні прийнятим для рис. 9.3.

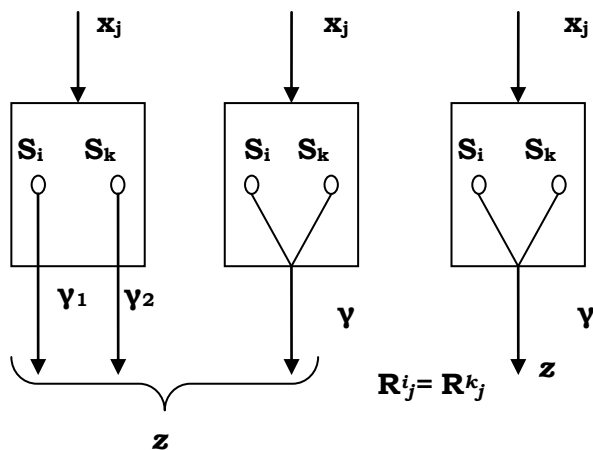


Рис.9.4.

Отже повернемося до завдання діагностування цифрових об'єктів діагностування з використанням методу активізації шляхів на прикладі розглянутої раніше логічної мережі (див. рис. 9.1). Розв'язання задачі включає наступні етапи:

- 1) виявлення активізованих шляхів;
- 2) обчислення впливів  $x_j$  (вхідних наборів) шуканих елементарних перевірок;
- 3) заповнення таблиці функцій несправностей;
- 4) побудова таблиці зв'язків;

5) пошук несправностей у логічній мережі.

Для виконання першого етапу необхідно за структурною схемою (див. рис. 9.1) визначити всі можливі шляхи від входів  $a, b, c, d$  до виходу  $z$ , які можна активізувати. У нашому випадку це шляхи  $a, 4, 7, 8, 9, z$ ;  $a, 4, 6, 9, z$  та інші, зображені в табл. 9.3 (остання колонка).

Перш, ніж перейти до другого етапу розв'язання задачі, варто пояснити, що активізація - динамічний процес - перемикання від 0 до 1 або навпаки, від 1 до 0, - лише для одного із входів об'єкта діагностування (для початку шляху), на інших входах рівень сигналу повинен бути незмінним - 0 або 1 постійно.

Таким чином, простежити формування сигналу активізації можна лише мінімум за два такти, а вхідний тестовий вплив – це, власне кажучи, два вхідних статичних набори сигналів, що поміняють один одного за ці два такти послідовно в часі. Символи 0 та 1 означають низький і високий рівні сигналів. Сигнал активізації (перемикання від 0 до 1 - позитивна ступінь) позначимо символом  $\times$ , а  $\times$  - зворотне перемикання від 1 до 0 - негативна ступінь - теж будемо вважати сигналом активізації (інверсним). Якщо на якому-небудь вході (виході) можна допустити сигнал будь-якого рівня, будемо підкреслювати його в табл. 9.3 знаком  $\sim$ , а для зручності роботи вибирати яке-небудь конкретне значення (0 або 1). Така система позначень дозволяє записати в один рядок два послідовно змінюючи один одного у часі вхідних наборів сигналів.

З метою одержання вхідних наборів, що дозволяють активізувати перераховані вище шляхи, необхідно задати умови вияву й умови транспортування несправності залежно від логіки роботи елементів об'єкта діагностування (другий етап). Це означає, що варто задати певні, не суперечливі один одному значення (сукупності значень, послідовності значень) деяких внутрішніх змінних і вихідних функцій об'єкта, за допомогою яких можна обчислити вплив  $x_i$  шуканої елементарної перевірки. Іншими словами, необхідно одержати такий вхідний вплив, який забезпечив би проходження сигналу активізації на обраному шляху, заблокувавши при цьому проходження його по елементах мережі, що належать іншим шляхам.

Такі вхідні впливи треба одержати для кожного активізованого шляху.

Для отримання вхідного впливу треба подати сигнал активізації  $\times$  на вхід логічної мережі, що відповідає початку шляху, який треба активізувати. Далі з врахуванням логіки роботи елементів ланцюга забезпечити транспортування цього впливу на вихід цього шляху. Докладну поетапну побудову вхідного набору, що активізує шлях  $a, 4, 7, 8, 9, z$  можна простежити за табл. 9.3 (рядки 1.1 - 1.7).

Зробивши аналогічні операції для інших шляхів, можна перейти до третього етапу - побудови таблиці функцій несправностей, до якої вже доводилося звертатися (див. табл. 9.3). У цій таблиці, крім вхідних тестових впливів, шляхів, що підлягають активізації, подані всі елементи логічної мережі. Ліва частина кожного стовпця елемента відведена під вхідні впливи, що діють на елемент, права - під вихідні впливи.

Активізувати дев'ятий шлях не вдасться, тому що при заповненні дев'ятого рядка виникає протиріччя. Це свідчить про так звану гоночну ситуацію, коли



сигнал активізації йде не тільки по обраному шляху, але і по іншому, який не вдається заблокувати.

Отже, для даного об'єкта існує 8 вхідних тестових впливів (8 пар наборів вхідних сигналів), що дозволяють активізувати 8 з 9 можливих шляхів проходження сигналу від входів  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  до виходу  $z$ . Ці тестові впливи та реакція на них складають не що інше, як перевірочний тест. Якщо на всі вхідні впливи реакція на виході дев'ятого елемента правильна (така, як у випадку, коли всі елементи мережі справні), то об'єкт діагностування працездатний, якщо реакція хоча б на один з них не правильна, об'єкт - не працездатний.

Тестові впливи, реакція на них й активізовані шляхи в поєднанні складають тест пошуку несправностей.

Дійсно, різні елементи логічної мережі в певних поєднаннях входять у ті або інші з 8 шляхів, що піддаються активізації. Ясно, що якщо один з елементів несправний (одиночна константна несправність), то по шляхах, що включають цей елемент, сигнал активізації на вихід об'єкта діагностування поширитися не може. Навпаки, проходження сигналу активізації від входу об'єкта до його виходу свідчить про справність елементів, що входять до складу шляху. Це дає можливість використати метод активізації шляхів для діагностики.

Звичайно, послідовна активізація всіх шляхів дасть максимум інформації про стан об'єкта діагностування, однак для локалізації несправності, як правило, досить буває і значно меншої кількості розумно відібраних шляхів для активізації, що становлять у сукупності мінімальний тест пошуку несправностей. Для його визначення будуємо таблицю зв'язків (табл. 9.4).

У перших двох стовпцях таблиці зазначені початок і кінець ділянок шляхів (дуг) логічної мережі, у третій колонці - номери шляхів, що включають у себе ці дуги (шлях 9 не використовується). Якщо якісь дуги входять тільки в один з восьми шляхів, то відповідні їм шляхи вказують у стовпці "Обов'язкові шляхи". В останньому стовпці зазначені додаткові шляхи, мінімально необхідні для створення сукупності шляхів, що покривають усі дуги (у нашому випадку це шляхи 1, 3, 4, 6, 7, 8). Вхідні тестові впливи для таких сукупностей шляхів складають мінімальний тест пошуку, що дозволяє локалізувати несправність будь-якого елемента мережі (див. табл. 9.5).

Таблиця 9.3

№	ВХОДИ				НІ		НІ		І		АБО			АБО			НІ		І			І		АБО			ШЛЯХИ		
					3 ел.		2 ел.		1 ел-т		5 ел-т.			4 ел-т.			7 ел-т		6 ел-т			8 ел-т		9 ел-т					
	a	b	c	d	c		b		d	c		3	2		1	a		4		4	b		5	7		8		6	
1.1	x														x														a, 4, 7, 8, 9, z
1.2	x									0				0	x	x	x		x										
1.3	x									• 0				0	x	x	x	$\bar{x}$	x				$\bar{x}$						
1.4	x	0					0			0				0	x	x	x	$\bar{x}$	x	0	0		$\bar{x}$			0			
1.5	x	0					0	1		0		1		0	x	x	x	$\bar{x}$	x	0	0		$\bar{x}$			0			
1.6	x	0								0		1	1		x	x	x	$\bar{x}$	x	0	0	1	$\bar{x}$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	0			
1.7	x	0								0		1	1		x	x	x	$\bar{x}$	x	0	0	1	$\bar{x}$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	0	$\bar{x}$		
1	x	0				<u>1</u>			<u>0</u>	0		<u>1</u>																	a,4, 7, 8, 9, z
2	x	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	x	x	x	$\bar{x}$	x	1	x	0	$\bar{x}$	0	0	x	x		a,4, 6, 9, z
3	0	x	0	1	1	0	x	$\bar{x}$	1	0	0	0	$\bar{x}$	$\bar{x}$	0	0	0	0	1	0	x	0	$\bar{x}$	1	$\bar{x}$	$\bar{x}$	0	$\bar{x}$	b, 2, 5, 8, 9, z
4	1	x	<u>0</u>	0	0	1	x	$\bar{x}$	0	<u>0</u>	0	1	$\bar{x}$	1	0	1	1	1	0	1	x	x	1	0	0	0	x	x	b,6, 9, z
5	0	0	x	1	1	0	0	1	1	x	x	0	1	1	x	0	x	x	$\bar{x}$	x	0	0	1	$\bar{x}$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	0	$\bar{x}$	c,1, 4, 7, 8, 9, z
6	0	1	x	1	1	0	1	0	1	x	x	0	0	0	x	0	x	x	$\bar{x}$	x	1	x	0	$\bar{x}$	0	0	x	x	c,1, 4, 6, 9, z
7	0	1	0	x	x	$\bar{x}$	1	0	x	0	0	$\bar{x}$	0	$\bar{x}$	0	0	0	0	1	0	1	0	$\bar{x}$	1	$\bar{x}$	$\bar{x}$	0	$\bar{x}$	d, 3, 5, 8, 9, z
8	0	0	1	x	x	$\bar{x}$	0	1	x	1	x	$\bar{x}$	1	1	x	0	x	x	$\bar{x}$	x	0	0	1	$\bar{x}$	$\bar{x}$	$\bar{x}$	0	$\bar{x}$	d, 1, 4, 7, 8, 9, z
9	0	1	1	x	Не активізується (гоночна структура)																			d, 1, 4, 6, 9, z					

Таблиця 9.4

Номер елемента	Номер елемента	Шляхи, що покривають дуги	Обов'язков і шляхи	Додатков і шляхи
<i>c</i>	4	1, 2		1
<i>b</i>	2	3	3	
<i>b</i>	6	4	4	
<i>c</i>	1	5, 6		6
<i>d</i>	3	7	7	
<i>d</i>	1	8	8	
1	4	5, 6, 8		
2	5	3		
3	5	7		
4	7	1, 5, 8		
4	6	2, 6		
5	8	3, 7		
6	9	2, 4, 6		
7	8	1, 5, 8		
8	9	1, 3, 5, 7, 8		
9		1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8		

Таблиця 9.5

№ шляху	<i>a b c d</i>	Вхідні набори
1	×000	0000 1000
3	0×010	0001 0101
4	0×00	0000 0100
6	01×1	0101 0111
7	010×	0100 0101
8	001×	0010 0011

Маючи тест пошуку несправностей, можна локалізувати несправний елемент аналогічно операціям зі списками несправностей при методі дедуктивного моделювання (виконується останній етап), оперувати списками елементів, що входять в активізовані шляхи. Якщо активізація за окремими шляхами не проходить, то підозрюють несправність елементів цих шляхів і відповідні списки елементів перетинають. Якщо активізація проходить, то елементи таких шляхів свідомо справні і їхні списки вилучають зі списків

підозрюваних елементів, поки не залишиться в списку один елемент - несправність локалізована.

Цей метод також не позбавлений недоліків. При його реалізації можуть виявитися значними обсяги обчислень, що особливо помітно у випадку залучення цього методу до цифрових об'єктів діагностування з пам'яттю.

### **Контрольні питання**

3. Двійкове дедуктивне моделювання цифрових об'єктів.
4. Метод діагностування активізації шляхів цифрових об'єктів.
5. Основні технічні засоби діагностування аналогових і цифрових об'єктів.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Эксплуатация радиотехнических комплексов/ Под ред. А.И. Александрова, - М.:Сов радио 1976. - 280 с.
2. Алексеенко А.Я., Адерихин И.В. Эксплуатация радиотехнических систем. – М.: Воениздат, 1980. - 223 с.
3. Волков И.Л. Управление эксплуатацией летательных комплексов.-М. Высшая школа. 1987 - 400 с.
4. Надежность и эффективность в технике: Справочник; В 10 т./ Ред. совет; В.С.Авдуевский (пред.) и др: - М.: Машиностроение,1986. - Т1: Методология Организация Терминология / Под ред.А.И. Рембезы. - 224 с.
5. Кузнецов А.П., Сергеев Ю.А., Широков А.М. Основы теории надежности и эксплуатации вооружения. – Минск: Изд. МВИЗРУ ПВО 1978. - 275 с.
6. ДСТУ 2860-94. Державний стандарт України. Надійність в техніці: основні поняття терміни і визначення.
7. Павленко К.И. Надежность радиоэлектронной аппаратуры при циклическом и непрерывном режимах использования. -М.:Сов. радио 1971.- 160с.
8. Цыцарев В.И. Основы эксплуатации и войскового ремонта. Киев:КВИРТУ ПВО, 1984. - 334 о.
9. Венцель Е.С. Исследование операций.- М.: Сов. радио 1972.- 552 с.
10. Дзиркал Э.В. Задание и проверка требований к надежности сложных изделий. М.: Радио и связь, 1981.- 176 с.\*
11. Козлов Б.У., Ушаков И.А. Справочник до расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. М.: Сов» радио, 1976 -472 с,
12. Креденцер Б.П. Прогнозирование надежности систем с временной избыточностью, - Киев; Наукова думка, 1978. - 240 с.
13. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности» - М.: Высшая школе, 1977.-160 с.
14. Теория надежности электронных систем в примерах и задачах/Под ред. Г.В.Дружинина. - 448 с..
15. Основы надежности и технического обеспечения радиелектронных средств РТВ ПВО: Учебник, Ч, 1/А.Н.Буточнов, Б.П.Креденцер, Н.И.Кудюков и др./ Под ред Б.П.Креденцера,В.Г.Тоценко - Киев:КВИРТУ ПВО.1982.-226 с
16. Венцель Е.С. Теория вероятностей.- М.: Наука 1969.- 576 с.
17. Фокин Ю.Г. Надежность при эксплуатации технических средств операций.- М.: Воениздат 1970.- 224 с.
18. Черкесов Г.Н. Надежность технических систем с временной избыточностью. М.: Сов. радио 1974.- 296 с.
19. Коваленко И.Н. Исследование по анализу надежности сложных систем Киев: Наукова думка, 1975. - 212 с.

20. Королю В.С., Полумарковские процессы и их приложения. Киев; Наукова думка, 1976. - 184 с.

21. Основы технической диагностики / В.В. Карибский, П.П. Пархоменко, Е.С. Соломонян, В.Ф. Халчев.- М.: Энергия, 1976.- 464 с.