

**Міністерство освіти і науки України**  
**Дніпровський національний університет**  
**імені Олеся Гончара**

---

**Кафедра електронних обчислювальних машин**

**ПРИКЛАДНА ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ**  
**ДЛЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ**

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

**Дніпро**  
**ДНУ**  
**2018**

УДК 621.3.011.1

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. В.В. Гнатушенко,  
д-р фіз.-мат. наук, проф. В.І. Гаврилюк

**Твердоступ М.І.**

Прикладна теорія електричних кіл для комп'ютерних систем. Навчальний посібник. – Дніпро: ДНУ, 2018. – 144 с.

Навчальний посібник призначено для вивчення та практичного засвоєння основних теоретичних положень дисципліни “Прикладна теорія електричних кіл для комп'ютерних систем”. Доцільно використовувати для самостійної роботи студентів, поточного та семестрового контролю знань. Зміст посібника відповідає програмі дисципліни.

Для студентів відповідно програми підготовки бакалаврів за напрямом 123 “Комп'ютерна інженерія”.

*Рекомендовано до друку Вченою радою Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара, протокол № 14 від 26 червня 2018 р.*

Навчальне видання

**Микола Іванович Твердоступ**

**Прикладна теорія електричних кіл для комп'ютерних систем.  
Навчальний посібник**

---

Підписано до друку 26.10.2018. Формат 60x84/16. Папір офсетний.  
Друк цифровий. Ум. друк. арк. 8,37. Тираж 100 пр.  
ДНУ, просп. Гагаріна, 72, м. Дніпро, 49010

---

© Твердоступ М.І., 2018

## 1. ЗАКОНИ ОМА ТА КІРХГОФА

### 1.А. Основні теоретичні положення

**Закон Ома.** Для ділянки електричного кола, яка *не містить джерел* електрорушійної сили (ЕРС), закон Ома встановлює співвідношення між струмом  $i$  і напругою  $U$  на цій ділянці. На рис. 1.1 для ділянки кола між точками  $a$  і  $b$  справедливо

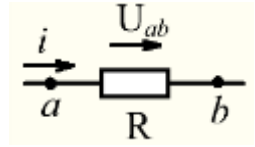


Рис. 1.1

$$U_{ab} = iR, \quad i = U_{ab} / R = (\varphi_a - \varphi_b) / R,$$

де  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  – потенціали точок  $a$  і  $b$ .

Для ділянки кола, яка *містить джерела* ЕРС, закон Ома дозволяє знайти струм в залежності від різниці потенціалів на кінцях ділянки з урахуванням ЕРС джерел, які знаходяться в цьому колі. Для схеми на рис. 1.2

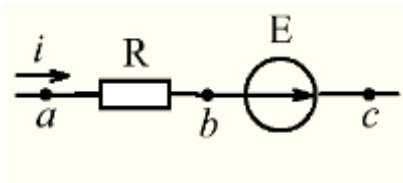


Рис. 1.2

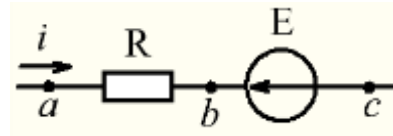


Рис. 1.3

струм через ділянку визначається у вигляді

$$i = (\varphi_a - \varphi_c + E) / R = (U_{ac} + E) / R,$$

а струм через ділянку на рис. 1.3 як

$$i = (\varphi_a - \varphi_c - E) / R = (U_{ac} - E) / R.$$

**Приклад 1.1п.** До точок  $a$  і  $c$  схеми на рис. 1.4 підключено вольтметр з великим опором (тобто, його підключення чи відключення не впливає на режим роботи схеми). Якщо струм  $i = 10$  А тече від точки  $a$  до точки  $c$ , то вольтметр показує напругу  $U_{ac}^I = -18$  В; якщо струм тече від точки  $c$  до точки  $a$ , то напруга  $U_{ac}^{II} = -20$  В. Визначити ЕРС джерела  $E$  і опір  $R$ .

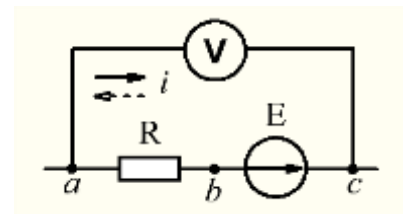


Рис. 1.4

**Розв'язок.** Якщо струм  $i$  тече від точки  $a$  до точки  $c$ , то відповідно закону Ома для ділянки, яка містить ЕРС, справедливо рівняння  $i = (U_{ac}^I + E)/R$ , із якого випливає  $U_{ac}^I = -E + iR$ . Рівняння для зворотного напрямку струму від точки  $c$  до точки  $a$ :  $-i = (U_{ac}^{II} + E)/R$  а також  $U_{ac}^{II} = -E - iR$ . Сумісне рішення рівнянь для прямого та зворотного напрямків струму дає значення ЕРС джерела  $E$  та опору  $R$ :

$$E = -(U_{ac}^I + U_{ac}^{II})/2 = -(-18 - 20)/2 = 19 \text{ В};$$
$$R = (U_{ac}^I - U_{ac}^{II})/2i = (-18 - (-20))/2 \cdot 10 = 0,1 \text{ Ом}.$$

Для повного кола, яке складається із послідовно з'єднаних джерел ЕРС та опорів, згідно закону Ома струм  $I$  у колі прямо пропорційний алгебраїчній сумі ЕРС  $E_j$  джерел і обернено пропорційний сумі всіх опорів  $R_n$

$$I = \frac{\sum_j E_j}{\sum_n R_n}.$$

Наприклад, для замкнутого електричного кола (рис. 1.5), яке складається із послідовно з'єднаних джерел ЕРС  $E_1, E_2, E_3$  і опорів  $R_1, R_2, R_3, R_4$  при вибраному напрямі обходу за годинниковою стрілкою величина струму  $I$  згідно із законом Ома для повного кола визначається як

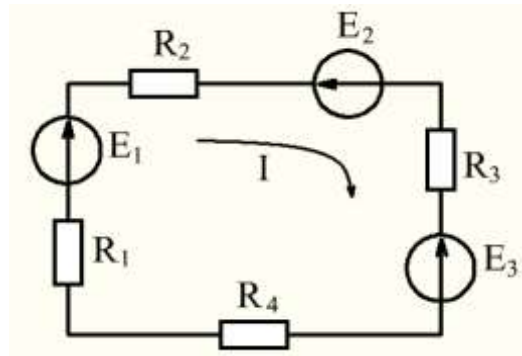


Рис. 1.5

$$I = \frac{E_1 - E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.$$

**Закони Кірхгофа.** Закони встановлюють баланс струмів у вузлі та баланс напруги у замкнутому колі, тобто контурі.

*Перший закон Кірхгофа: алгебраїчна сума струмів у вузлі електричного кола дорівнює нулю*

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0.$$

Наприклад, для вузла електричного кола на рис. 1.6 перший закон Кірхгофа

можна записати в такий спосіб

$$i_1 - i_2 - i_3 - i_4 = \sum_{k=1}^4 i_k = 0.$$

В цьому випадку напрям струму до вузла вибрано додатним. Рівняння можна записати у іншому вигляді

$$i_1 = i_2 + i_3 + i_4,$$

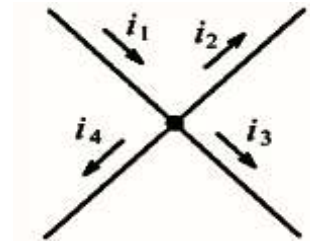


Рис. 1.6

із якого випливає друге формулювання *першого закону Кірхгофа*, а саме: *сума струмів направлених до вузла дорівнює сумі струмів, направлених від вузла*. Фізично *перший закон Кірхгофа* означає, що рух зарядів в електричному колі відбувається так, що ні в одному з вузлів вони не скупчуються.

*Другий закон Кірхгофа: алгебраїчна сума ЕРС  $E_k$ , що діють у будь-якому контурі схеми електричного кола, дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг  $U_p$  на ділянках контура*

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{p=1}^r U_p,$$

(в кожному суму відповідні складові входять із знаком плюс, якщо їх напрям співпадає з напрямом обходу контура, та із знаком мінус, якщо напрями складових не співпадають з ним). Наприклад, для схеми на рис. 1.5 другий закон Кірхгофа має вигляд

$$E_1 - E_2 - E_3 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4,$$

де,  $U_1 = IR_1, U_2 = IR_2, U_3 = IR_3, U_4 = IR_4$  – спади напруги на опорах  $R_1, R_2, R_3$  і  $R_4$ . Якщо змінні рівняння перенести в одну сторону, наприклад ліворуч,

$$E_1 - E_2 - E_3 - U_1 - U_2 - U_3 - U_4 = 0,$$

то стає справедливим таке формулювання *другого закону Кірхгофа*, а саме: *алгебраїчна сума напруг впродовж довільного замкнутого контура дорівнює нулю, тобто*

$$\sum_{k=1}^n E_k - \sum_{p=1}^r U_p = 0.$$

*Закони Кірхгофа* справедливі для лінійних і нелінійних електричних кіл при будь-якому характері зміни струму і напруги в залежності від часу.

Методика складання рівнянь для розрахунку струмів за *законами Кірхгофа* зводиться до наступного:

- в схемі електричного кола визначають кількість віток  $b$ , вузлів  $n$  і простих контурів  $m$ ;
- для кожної вітки вказують передбачувані додатні напрями струму (на вибір напрямку ніяких обмежень немає);
- вибирають  $n - 1$  вузлів і складають для них рівняння за *першим законом Кірхгофа*;
- в схемі виділяють  $m$  простих контурів і задають в кожному напрям обходу;
- складають  $m$  рівнянь за *другим законом Кірхгофа* (очевидно, що кількість таких рівнянь  $m = b - n + 1$ ); при цьому всі ЕРС, напрями яких збігаються з напрямками обходу контура, записують із знаком плюс, а всі ЕРС, напрями яких протилежні – із знаком мінус;
- для розрахунку струмів розв'язують систему алгебраїчних рівнянь, в якій їх загальна кількість складає  $(n - 1) + (b - n + 1) = b$  (тобто, дорівнює кількості віток, по яких течуть шукані струми); якщо в результаті розрахунку струм вийшов із знаком плюс, то це означає, що дійсний напрям цього струму збігається з передбачуваним, а якщо із знаком мінус, то дійсний напрям струму протилежний.

**Приклад 1.2п.** Знайти струми  $i_1, i_2, i_3$  у вітках схеми на рис. 1.7, в якій джерела напруги  $E_1 = 80$  В,  $E_2 = 64$  В і опори  $R_1 = 6$  Ом,  $R_2 = 4$  Ом,  $R_3 = 3$  Ом,  $R_4 = 1$  Ом.

**Розв'язок.** В схемі кількість віток  $b = 3$ , вузлів  $n = 2$ , простих контурів  $m = 2$ . Вибираємо передбачувані додатні напрями струмів, які показані на схемі. За *першим законом Кірхгофа* можна скласти  $n - 1 = 1$ , тобто, тільки одне рівняння, наприклад, для вузла  $a$

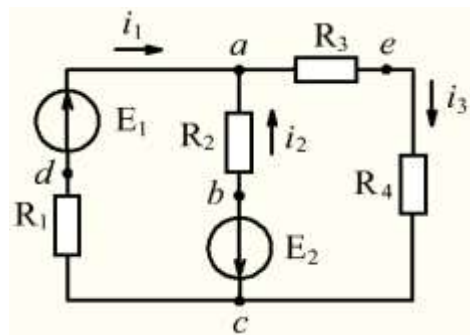


Рис. 1.7

$$i_1 + i_2 = i_3.$$

(а)

Виділяємо два простих контури  $R_1 E_1 R_2 E_2$  і  $E_2 R_2 R_3 R_4$ . Напрямок обходу контурів за годинниковою стрілкою приймаємо додатним. За другим законом Кірхгофа складаємо рівняння для контура  $R_1 E_1 R_2 E_2$

$$i_1 R_1 - i_2 R_2 = E_1 + E_2. \quad (б)$$

Знак плюс перед  $i_1 R_1$  вибрано тому, що напрям струму  $i_1$  співпадає з напрямом обходу контура; знак мінус перед  $i_2 R_2$  – тому, що напрям струму  $i_2$  протилежний напрямом обходу контура. Для контура  $E_2 R_2 R_3 R_4$  складаємо рівняння у вигляді

$$i_2 R_2 + i_3 (R_3 + R_4) = -E_2. \quad (в)$$

Знак мінус перед  $E_2$  вибрано тому, що напрям ЕРС цього джерела напруги протилежний напрямом обходу контура. Сумісне рішення рівнянь (а), (б), (в) дає  $i_1 = 14$  А,  $i_2 = -15$  А,  $i_3 = -1$  А.

В цьому прикладі від'ємними виявилися струми  $i_2$  і  $i_3$ , що треба розуміти так: дійсні напрями струмів  $i_2$  і  $i_3$  не співпадають з передбачуваними додатними напрямом для них на рис. 1.7, тобто, в дійсності напрями цих струмів протилежні передбачуваним.

**Умова балансу потужностей.** Для перевірки правильності розрахунків електричного кола використовують умову балансу потужностей, яка впливає із закону збереження енергії. Згідно з умовою загальна потужність  $P_E = \sum_n E_n I_n$ , що виробляється джерелами електричної енергії, дорівнює сумі потужностей  $P_R = \sum_m I_m^2 R_m$ , що витрачаються на усіх ділянках кола, тобто  $P_E = P_R$ . Отже, рівняння балансу потужностей має вигляд

$$\sum_n E_n I_n = \sum_m I_m^2 R_m.$$

При складанні рівняння балансу потужностей треба враховувати, що при збіжності напрямів напруги  $E_n$  і струму  $I_n$  складові рівняння беруть із знаком “+”, якщо напрями не збігаються – із знаком “-”.

**Приклад 1.3п.** Для електричного кола на рис. 1.7 (приклад 1.2п) перевірити правильність розрахунку струмів  $i_1, i_2, i_3$  використовуючи умову балансу потужностей.

**Розв'язок.** Визначаємо загальну потужність  $P_E$ , яка виробляється джерелами ЕРС  $E_1$  і  $E_2$

$$P_E = E_1 i_1 - E_2 i_2 = 80 \cdot 14 - 64 \cdot (-15) = 2080 \text{ Вт.}$$

Знак мінус перед  $E_2 i_2$  вибрано тому, що напрям джерела напруги  $E_2$  протилежний напрямом струму  $i_2$ . Потужність  $P_R$ , яку загалом споживають ділянки кола, дорівнює

$$P_R = i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2 + i_3^2 (R_3 + R_4) = 14^2 \cdot 6 + (-15)^2 \cdot 4 + (-1)^2 \cdot 4 = 2080 \text{ Вт.}$$

Видно, що  $P_E = P_R$ , тобто, *баланс потужностей* виконується, отже значення струмів  $i_1, i_2, i_3$  в прикладі 1.2п визначено вірно.

### 1.Б. Задачі для самостійного рішення

**1.1.** Ноутбук має живлення від літій-іонної акумуляторної батареї з ЕРС  $E = 14,8 \text{ В}$  ємністю  $Q = 5,62 \text{ Агод}$  і при роботі споживає потужність  $P = 10,4 \text{ Вт}$ . Для повністю зарядженої акумуляторної батареї визначити тривалість роботи ноутбука

- а) до повного розряду батареї;
- б) до 20% початкової ємності батареї.

**1.2р.** До джерела постійної напруги з ЕРС  $E = 120 \text{ В}$  підключено послідовно з'єднані постійний резистор  $R_1 = 200 \text{ Ом}$  і змінний з опором  $R_2 = 400 \text{ Ом}$ . Розрахувати, в яких межах буде змінюватися струм  $I$  в колі і напруга  $U_{R_2}$  на змінному резисторі при регулюванні його опору від  $400 \text{ Ом}$  до нуля.

**1.3.** Літій-іонна акумуляторна батарея з ЕРС  $E = 14,8 \text{ В}$  ємністю  $5,62 \text{ Агод}$  живить портативний комп'ютер, який споживає потужність  $P = 10,4 \text{ Вт}$ . Через три години після включення комп'ютера до нього підключили смартфон для поповнення електричною енергією його повністю розрядженої акумуляторної батареї ємністю  $2,1 \text{ Агод}$ . Розрахувати, як підключення смартфона змінює тривалість роботи комп'ютера до повного розряду його батареї.

**1.4.** До джерела постійного струму  $I = 0,2 \text{ А}$  підключено послідовно з'єднані резистор постійного опору  $R_1 = 200 \text{ Ом}$  і резистор змінного опору  $R_2 = 400 \text{ Ом}$ . Визначити, в яких межах будуть змінюватися напруги на виході джерела струму  $U_I$ , на резисторі  $U_{R_1}$  і змінному резисторі  $U_{R_2}$  при зміні його опору від  $400 \text{ Ом}$  до нуля.

**1.5.** До літій-іонної акумуляторної батареї з ЕРС  $E = 14,8 \text{ В}$  підключили навантаження потужністю  $12 \text{ Вт}$ , при цьому на батареї напруга стала  $U = 14,72 \text{ В}$ . Визначити внутрішній опір  $r$  акумуляторної батареї.



**1.6.** Гальванічний елемент, внутрішній опір якого  $r = 3$  Ом і напруга ЕРС  $E = 1,5$  В, замкнено опором  $R = 7$  Ом. Визначити

а) напругу  $U$  між зажимами елемента і спад напруги  $\Delta U$  на його внутрішньому опорі;

визначити якими будуть  $U$  і  $\Delta U$

б) при зовнішньому опорі  $R = 17$  Ом;

в) при розімкненому зовнішньому колі,  $R = \infty$  (холостий хід);

г) при замкненому зовнішньому колі,  $R = 0$  (коротке замикання).

Зробити висновок щодо впливу співвідношення між внутрішнім і зовнішнім опорами на напругу між зажимами гальванічного елемента.

**1.7.** Напруга між зажимами батареї вимірювалася тричі різними вольтметрами. Опір першого вольтметра  $R_1 = 99,9$  кОм, опір другого  $R_2 = 2,4$  кОм і опір третього  $R_3 = 400$  Ом. ЕРС батареї  $80$  В, а її внутрішній опір  $r = 100$  Ом. Які будуть покази вольтметрів у таких випадках:

а) вимірювання проводять кожним вольтметром окремо почерговим підключенням до батареї;

б) три вольтметри одночасно паралельно підключені до батареї;

в) внутрішній опір батареї набагато менше опорів вольтметрів.

Зробити висновок щодо впливу внутрішнього опору вольтметра на результат вимірювання напруги.

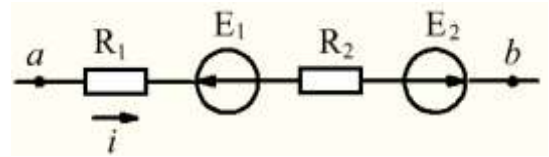
**1.8.** Вольтметр має внутрішній опір  $r_V = 1$  кОм і додатковий  $R_d = 9$  кОм, що дозволяє вимірювати максимальну напругу  $100$  В. Розрахувати, яким має бути додатковий опір для вимірювання максимальної напруги  $500$  В.

**1.9.** У амперметра внутрішній опір  $r_A = 0,09$  Ом і опір шунта  $R_{ш} = 0,01$  Ом. Це дає можливість вимірювати максимальний струм до  $100$  А. Яким повинен бути опір шунта для вимірювання струму  $500$  А? Визначити потужність розсіювання  $P_{ш}$  у такого шунта.

**1.10.** Струм в електричному колі вимірювали двічі різними амперметрами, використовуючи один і той же шунт з невідомим опором  $R_{ш}$ . Перший амперметр з внутрішнім опором  $r_1 = 0,002$  Ом показав струм  $3,6$  А. Другий амперметр з

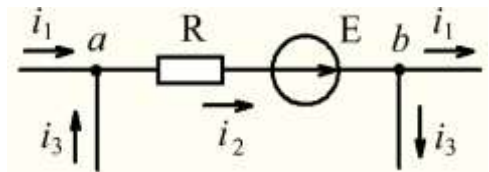
внутрішнім опором  $r_2 = 0,004 \text{ Ом}$  в тому ж колі показав струм  $2 \text{ А}$ . Розрахувати дійсне значення струму  $I$  в електричному колі.

**1.11.** Для ділянки електричного кола потенціали точок  $a$  і  $b$  дорівнюють  $\varphi_a = 5 \text{ В}$ ,  $\varphi_b = 40 \text{ В}$ , опори резисторів  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ , ЕРС джерел напруги  $E_1 = 15 \text{ В}$ ,  $E_2 = 25 \text{ В}$ . Знайти струм  $i$ , який тече через цю ділянку.

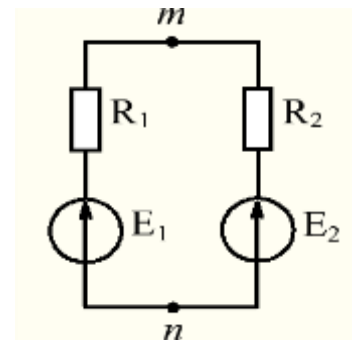


При розв'язуванні задачі доцільно використати закон Ома для ділянки кола, яка містить джерела ЕРС.

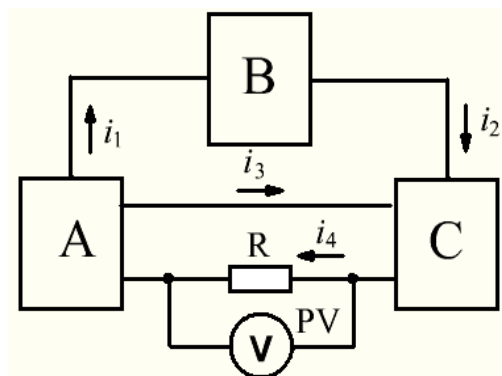
**1.12р.** Знайти значення струмів  $i_1$  і  $i_2$  для ділянки електричного кола якщо відомо, що резистор має опір  $R = 1 \text{ кОм}$ , струм  $i_3 = 20 \text{ мА}$ , джерело ЕРС  $E = 25 \text{ В}$  а напруга між точками  $a$  і  $b$  дорівнює  $U_{ab} = 13 \text{ В}$ .



**1.13.** В замкнутому електричному колі напруги джерел ЕРС  $E_1 = 120 \text{ В}$  і  $E_2 = 40 \text{ В}$ , також, опори резисторів  $R_1 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8 \text{ Ом}$ . Розрахувати величину струму  $I$ , який тече у замкнутому колі, і напругу між точками  $m$  і  $n$ . Визначити, якими повинні бути значення опорів резисторів  $R_1$  і  $R_2$ , щоб напруга між точками  $m$  і  $n$  стала  $80 \text{ В}$ .

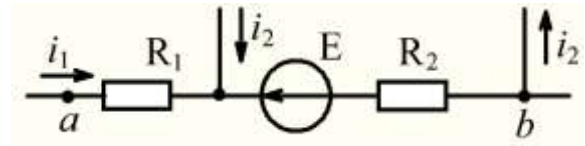


**1.14.** В електричному пристрої три частини А, В і С з'єднані провідниками, причому, відомо, що струми  $i_1 = 0,1 \text{ А}$ ,  $i_3 = 0,2 \text{ А}$ , опір резистора  $R = 100 \text{ Ом}$ , внутрішній опір вольтметра  $PV$  дорівнює  $r_V = 1 \text{ кОм}$ . Розрахувати, яку напругу  $U_V$  показує вольтметр. Визначити, який буде спад напруги  $U_R$  на резисторі  $R$  при відключеному вольтметрі. Зробити висновок про вплив опору вольтметра  $r_V$  на величину спаду напруги на опорі  $R$ .

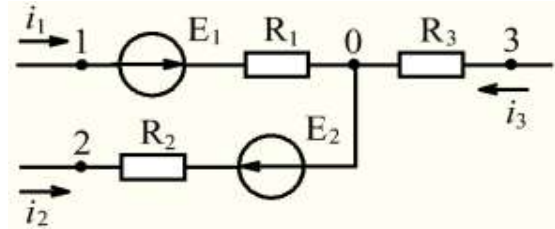


При рішенні задачі доцільно використати перший закон Кірхгофа та закон Ома для ділянки, яка не містить джерел ЕРС.

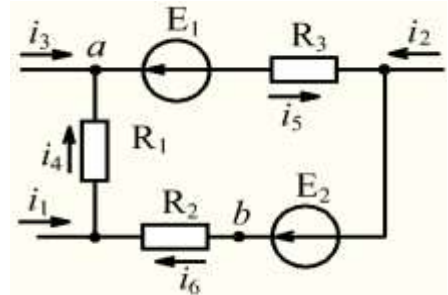
**1.15.** Для ділянки електричного кола різниця потенціалів між точками  $a$  і  $b$  дорівнює  $U_{ab} = 120$  В, струм  $i_1 = 20$  мА, опори  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм, ЕРС джерела  $E = 18$  В. Знайти величину струму  $i_2$ .



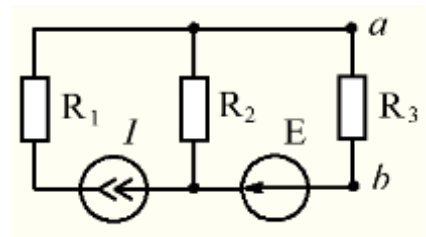
**1.16р.** В електричному колі наявні джерела напруги  $E_1 = 10$  В і  $E_2 = 25$  В, резистори  $R_1 = 2$  кОм,  $R_2 = 8$  кОм і  $R_3 = 12$  кОм, потенціали точок 1, 2 і 3 складають, відповідно,  $\varphi_1 = -5$  В,  $\varphi_2 = 16$  В і  $\varphi_3 = 28$  В. Розрахувати потенціал  $\varphi_0$  точки 0 і струми  $i_1, i_2, i_3$  через відповідні резистори.



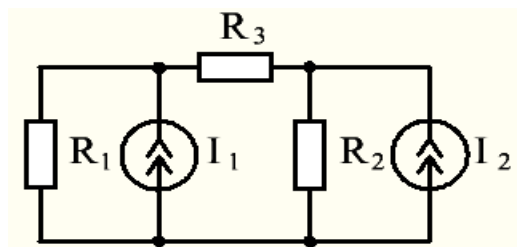
**1.17.** В схемі електричного кола відомі струми  $i_1 = 10$  мА,  $i_3 = -20$  мА, опори трьох резисторів  $R_1 = 5$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм та  $R_3 = 3$  кОм, напруги двох джерел ЕРС  $E_1 = 20$  В і  $E_2 = 40$  В. Розрахувати величини струмів  $i_2, i_4, i_5, i_6$  і різницю потенціалів між точками  $a$  і  $b$ . Зробити перевірку балансу потужностей.



**1.18.** На рисунку наведена схема електричного кола, в якому опори резисторів  $R_1 = R_2 = R_3 = 1$  кОм, потенціали точок  $a$  і  $b$  однакові, тобто  $\varphi_a = \varphi_b$ , струм джерела струму  $I = 1$  мА. Розрахувати ЕРС джерела напруги  $E$ .

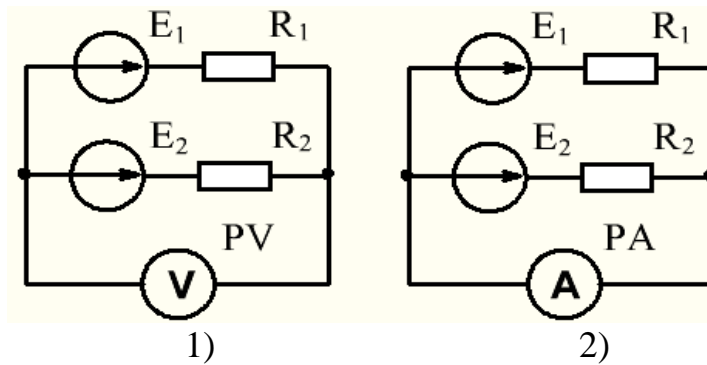


**1.19.** До електричного кола з опорами резисторів  $R_1 = 35$  Ом,  $R_2 = 70$  Ом,  $R_3 = 50$  Ом підключені два джерела постійного струму  $I_1 = 200$  мА і  $I_2 = 100$  мА. Розрахувати струми  $i_{R_1}, i_{R_2}, i_{R_3}$ , які проходять через відповідні резистори. Внутрішні опори джерел струму вважати набагато більшими опорів резисторів електричного кола.



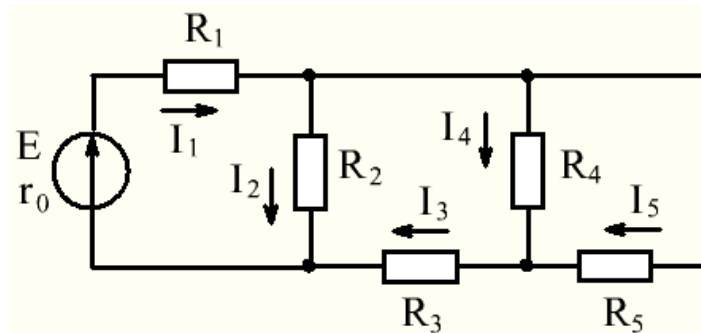
Внутрішні опори джерел струму вважати набагато більшими опорів резисторів електричного кола.

**1.20.** В схемах електричних кіл на рисунках 1) і 2) джерела ЕРС  $E_1 = 24$  В,



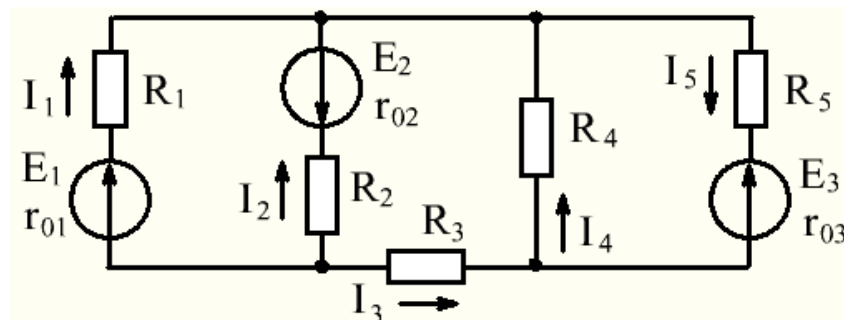
$E_2 = 12$  В, опори резисторів  $R_1 = 30$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом. Внутрішні опори вольтметра  $PV$  та амперметра  $PA$  не впливають на роботу схеми. Визначити: а) покази вольтметра  $U_V$  і амперметра  $I_A$ ; б) якими будуть покази вольтметра і амперметра, якщо полярність джерела ЕРС  $E_2$  змінити на протилежну.

**1.21.** До джерела напруги  $E$  з внутрішнім опором  $r_0 = 0,1$  Ом підключено пасивне електричне коло, в якому опори резисторів  $R_1 = 0,5$  Ом,  $R_2 = 1,4$  Ом,



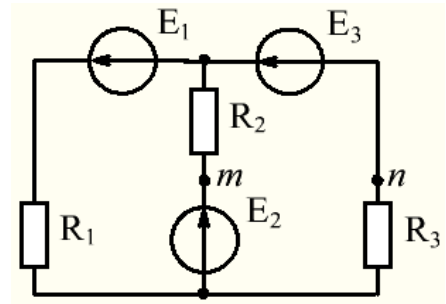
$R_3 = 3$  Ом,  $R_4 = 2,5$  Ом і струми  $I_1 = 2,6$  А,  $I_3 = 0,6$  А. Знайти ЕРС джерела напруги  $E$  і величину опору резистора  $R_5$ . Зробити перевірку балансу потужностей.

**1.22.** В схемі електричного кола джерела напруги з ЕРС  $E_1 = 15$  В,  $E_2 = 5$  В,

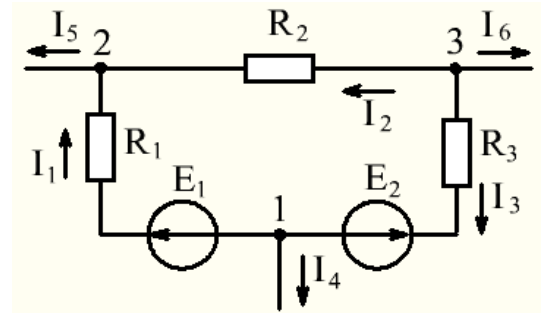


$E_3 = 70$  В мають внутрішні опори  $r_{01} = r_{02} = r_{03} = 2$  Ом, опори віток  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 8$  Ом,  $R_3 = 2,5$  Ом,  $R_4 = 15$  Ом,  $R_5 = 4$  Ом. Використовуючи перший та другий закони Кірхгофа розрахувати струми  $I_1, I_2, I_3, I_4$  і  $I_5$ .

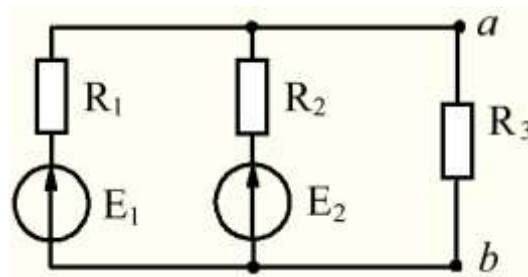
**1.23.** Використовуючи перший та другий закони Кірхгофа для електричного кола розрахувати струми через резистори  $R_1, R_2, R_3$  і напругу  $U_{mn}$  між точками  $m$  і  $n$  при таких параметрах схеми: ЕДС джерел напруги  $E_1 = 25$  В,  $E_2 = 5$  В,  $E_3 = 40$  В, опори резисторів  $R_1 = R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 5$  Ом. Зробити перевірку балансу потужностей.



**1.24.** Електричні потенціали у вузлових точках кола 1, 2, 3 мають наступні значення  $\varphi_1 = -10$  В,  $\varphi_2 = 40$  В і  $\varphi_3 = 52$  В, ЕРС джерел напруги складають  $E_1 = 60$  В,  $E_2 = 50$  В, опори  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 12$  Ом. Визначити струми  $I_1, I_2, I_3$  у вітках а також у відведених провідниках  $I_4, I_5, I_6$ .

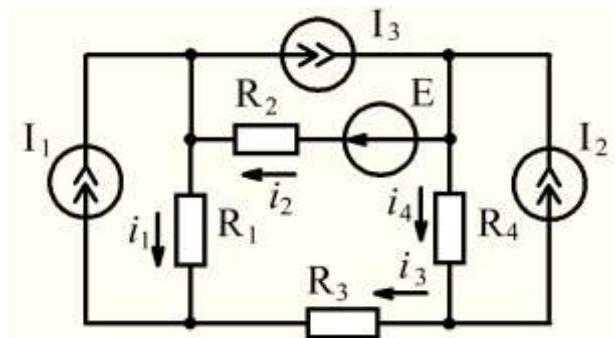


**1.25.** Між точками  $a$  і  $b$  знайти величину напруги  $U_{ab}$  при таких параметрах



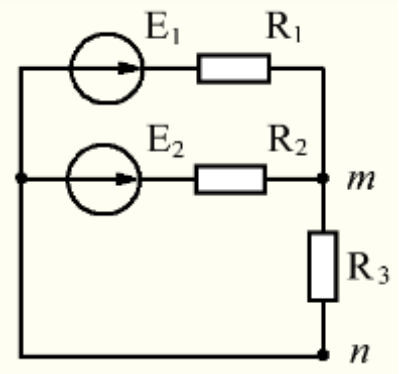
схеми електричного кола: ЕРС джерел  $E_1 = 2$  В,  $E_2 = 4$  В, опори резисторів  $R_1 = 4$  кОм,  $R_2 = 8$  кОм,  $R_3 = 10$  кОм. Знайти співвідношення між значеннями напруг джерел  $E_1$  і  $E_2$ , при якому напруга  $U_{ab}$  буде дорівнювати нулю.

**1.26р.** В електричному колі джерела постійного струму  $I_1 = 1$  мА,  $I_2 = 2$  мА,  $I_3 = 3$  мА, джерело напруги з ЕРС  $E = 27$  В, опори резисторів  $R_1 = 5$  кОм,  $R_2 = 4$  кОм,  $R_3 = 7$  кОм,  $R_4 = 6$  кОм. Використовуючи закони Кірхгофа скласти

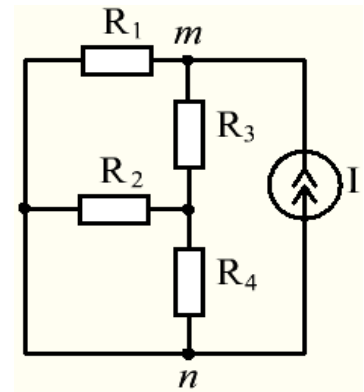


відповідні рівняння і визначити струми  $i_1, i_2, i_3, i_4$  у вітках схеми. Внутрішні опори джерел струму та напруги враховувати не потрібно.

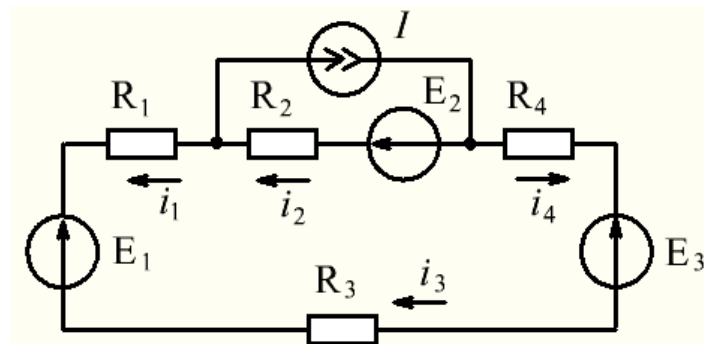
**1.27.** В схемі електричного кола напруги джерел ЕРС  $E_1 = 2$  В і  $E_2 = 6$  В, опори резисторів  $R_1 = 5$  кОм,  $R_2 = 10$  кОм та  $R_3 = 20$  кОм. Розрахувати: а) напругу  $U_{mn}$  між точками  $m$  і  $n$ ; б) значення резисторів  $R_1, R_2$  і  $R_3$ , для яких напруга між точками  $m$  і  $n$  буде максимальною  $U_{\max}$ ; в) величину напруги  $U_{\max}$  для тих же значень ЕРС  $E_1$  і  $E_2$ , які вказані раніше в умові задачі.



**1.28.** В схемі електричного кола, використовуючи закони Кірхгофа, розрахувати струми через резистори  $R_1, R_2, R_3, R_4$  і визначити напругу  $U_{mn}$  між точками  $m$  і  $n$  при таких параметрах схеми: струм джерела струму  $I = 30$  мА, опори резисторів  $R_1 = 1,5$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм,  $R_3 = 1,8$  кОм,  $R_4 = 3$  кОм. Внутрішній опір джерела струму вважати набагато більше опорів резисторів електричного кола.



**1.29.** На рисунку наведена схема електричного кола, в якому джерело струму



$I = 3$  мА, напруги джерел ЕРС  $E_1 = 5$  В,  $E_2 = 27$  В,  $E_3 = 12$  В, опори резисторів  $R_1 = 5$  кОм,  $R_2 = 4$  кОм,  $R_3 = 7$  кОм,  $R_4 = 6$  кОм. За допомогою законів Кірхгофа розрахувати струми  $i_1, i_2, i_3, i_4$ , які течуть через відповідні резистори. Передбачувані напрями струмів вказані на рисунку. Перевірити правильність розрахунку струмів використовуючи умову балансу потужностей.

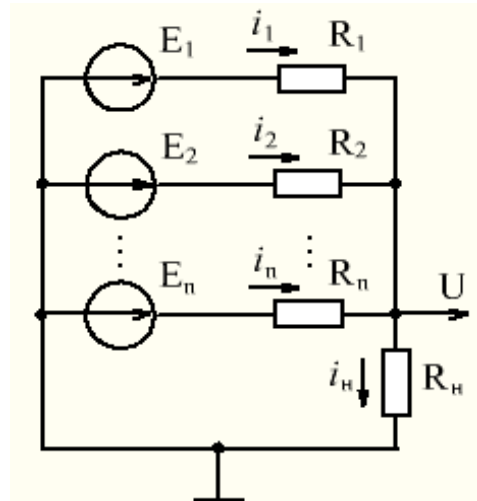
**1.30р.** Через джерело постійної напруги проходить струм  $I = 12$  А, при цьому на клеммах джерела напруга  $U_1 = 30$  В. При проходженні такого за величиною струму у зворотному напрямі напруга на клеммах джерела стає  $U_2 = 36$  В. Знайти ЕРС  $E$  джерела і його внутрішній опір  $r$ .

**1.31.** До генератора постійної напруги з ЕРС  $E_1 = 8$  В паралельно підключена акумуляторна батарея з ЕРС  $E_2 = 7,6$  В. Яка буде напруга  $U_G$  на клеммах генератора в таких випадках:

- а) внутрішній опір акумуляторної батареї набагато менше внутрішнього опору генератора;
- б) внутрішній опір акумуляторної батареї в три рази менше внутрішнього опору генератора.

**1.32.** Для схеми електричного кола на рисунку знайти:

- а) функціональну залежність напруги  $U$  від напруг  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , опорів  $R_1, R_2, \dots, R_n$  і опору навантаження  $R_n$  ;
- б) визначити, яка арифметична операція із змінними  $E_1, E_2, \dots, E_n$  виконується в цій схемі;
- в) вказати, яка операція із змінними  $E_1, E_2, \dots, E_n$  реалізується в схемі при виконанні умови  $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R \ll R_n$  .

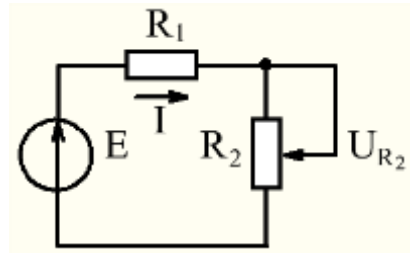


**1.33.** Два гальванічні елементи з ЕРС  $E_1 = 1$  В і  $E_2 = 1,2$  В з'єднали паралельно, напруга такої батареї  $U = 1,08$  В. Коли ж до батареї підключили реостат і встановили струм навантаження  $I_n = 0,3$  А, напруга батареї зменшилася і стала рівною  $U = 0,9$  В. Визначити внутрішні опори  $r_1$  і  $r_2$  гальванічних елементів.

**1.34.** У літій-іонної акумуляторної батареї з внутрішнім опором  $0,098$  Ом вихідна напруга дорівнює  $14,72$  В при струмі навантаження  $0,815$  А. Знайти ЕРС батареї, напругу на її виході при струмі навантаження  $1,2$  А і струм короткого замикання.

### 1.В. Приклади розв'язку задач розділу 1

**Задача 1.2.** При верхньому положенні рухомого контакту змінного резистора  $R_2$  його опір складає 400 Ом, струм в колі, згідно із законом Ома для повного кола, дорівнює



$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120}{200 + 400} = 0,2 \text{ A};$$

в цьому випадку напруга  $U_{R_2}$  на змінному резисторі визначається законом Ома для ділянки, яка не містить джерел ЕРС, тобто,

$$U_{R_2} = IR_2 = 0,2 \cdot 400 = 80 \text{ В}.$$

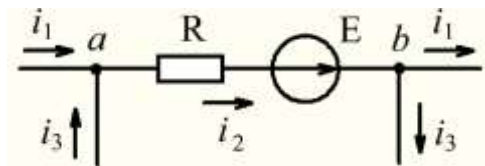
При нижньому положенні рухомого контакту опір  $R_2 = 0$ , отже, струм буде

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{120}{200} = 0,6 \text{ A},$$

а напруга на змінному резисторі  $U_{R_2} = 0$ .

**Відповідь:** струм  $I$  змінюється від 0,2 А до 0,6 А, напруга  $U_{R_2}$  від 80 В до 0.

**Задача 1.12.** Напрямок від вузла  $a$  до вузла  $b$  обираємо додатним. При такому напрямі струм  $i_2$  між вузлами визначаємо згідно із законом Ома для повного кола у вигляді



$$i_2 = \frac{E + U_{ab}}{R} = \frac{25 + 13}{10^3} = 0,038 \text{ А} = 38 \text{ мА}.$$

Для визначення струму  $i_1$  для одного із вузлів складаємо рівняння згідно з першим законом Кірхгофа, наприклад, для вузла  $a$

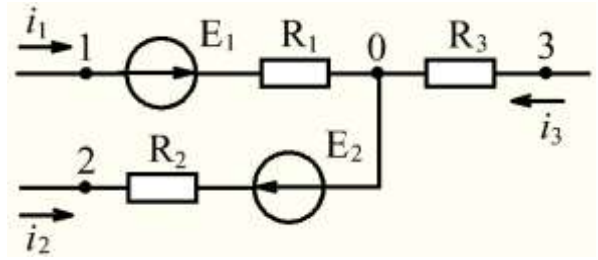
$$i_1 + i_3 = i_2.$$



Із цього рівняння випливає, що  $i_1 = i_2 - i_3 = 0,038 - 0,02 = 0,018 \text{ A} = 18 \text{ mA}$ .

**Відповідь:**  $i_1 = 18 \text{ mA}$ ,  $i_2 = 38 \text{ mA}$ .

**Задача 1.16.** Згідно з першим законом Кірхгофа для вузла 0 справедливе наступне рівняння (напрями струмів до вузла 0 вважаємо додатними)



$$i_1 + i_2 + i_3 = 0. \quad (16.1)$$

Використовуючи другий закон Кірхгофа запишемо систему рівнянь

$$\varphi_1 - \varphi_0 + E_1 = i_1 R_1, \quad (16.2)$$

$$\varphi_2 - \varphi_0 - E_2 = i_2 R_2, \quad (16.3)$$

$$\varphi_3 - \varphi_0 = i_3 R_3. \quad (16.4)$$

Останні три рівняння розв'язуємо відносно струмів  $i_1, i_2, i_3$ , вирази яких підставляємо в (16.1) і отримуємо

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_0 + E_1}{R_1} + \frac{\varphi_2 - \varphi_0 - E_2}{R_2} + \frac{\varphi_3 - \varphi_0}{R_3} = 0.$$

Це рівняння містить одну невідому змінну – потенціал вузла 0, значення якого знаходимо у вигляді

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{(\varphi_1 + E_1)R_2R_3 + (\varphi_2 - E_2)R_1R_3 + \varphi_3R_1R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = \\ &= \frac{(-5 + 10) \cdot 8 \cdot 12 + (16 - 25) \cdot 2 \cdot 12 + 28 \cdot 2 \cdot 8}{2 \cdot 8 + 2 \cdot 12 + 8 \cdot 12} = 5,24 \text{ В}. \end{aligned}$$

Значення струмів  $i_1, i_2, i_3$  знаходимо із рівнянь (16.2), (16.3) і (16.4)

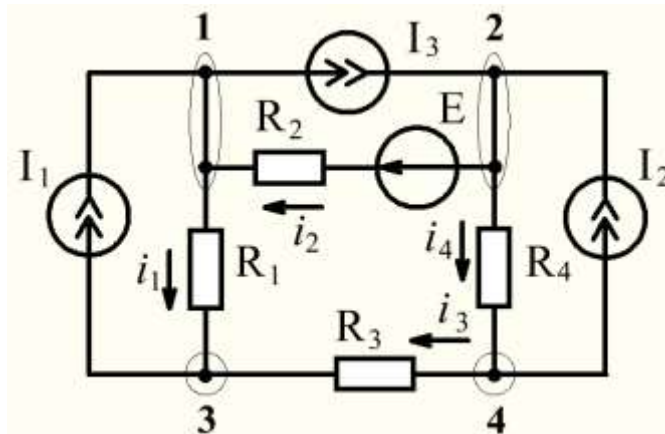
$$i_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0 + E_1}{R_1} = \frac{-5 - 5,24 + 10}{2 \cdot 10^3} = -0,00012 \text{ A};$$

$$i_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_0 - E_2}{R_2} = \frac{16 - 5,24 - 25}{8 \cdot 10^3} = -0,00178 \text{ A};$$

$$i_3 = \frac{\varphi_3 - \varphi_0}{R_3} = \frac{28 - 5,24}{12 \cdot 10^3} = -0,0019 \text{ A};$$

**Відповідь:**  $\varphi_0 = 5,24 \text{ В}$ ,  $i_1 = -0,12 \text{ мА}$ ,  $i_2 = -1,78 \text{ мА}$ ,  $i_3 = 1,9 \text{ мА}$ .

**Задача 1.26.** Аналіз електричного кола, показаного на рисунку, дозволяє констатувати наступне:



- в схемі наявні чотири вузли (позначимо їх цифрами 1, 2, 3 і 4), отже, за *першим законом Кірхгофа* необхідно скласти три рівняння;

- електричне коло містить один простий контур  $ER_2R_1R_3R_4$  із чотирьох віток, для якого згідно з *другим законом Кірхгофа* необхідно скласти тільки одне рівняння; в цілому загальна кількість рівнянь дорівнює кількості невідомих струмів, а саме: чотири;

- вибираємо передбачувані напрями струмів, які вказані на рисунку; додатний напрям обходу контура обираємо проти годинникової стрілки.

Три рівняння для вузлів 1, 2 і 3 складаємо за *першим законом Кірхгофа*, четверте для контура – за *другим законом Кірхгофа* з урахуванням додатного напрямку обходу контура. Отримуємо систему із чотирьох алгебраїчних рівнянь, в якій невідомими є чотири струми  $i_1, i_2, i_3, i_4$ :

$$I_1 + i_2 = I_3 + i_1, \quad (26.1)$$

$$I_3 + I_2 = i_2 + i_4, \quad (26.2)$$

$$i_1 + i_3 = I_1, \quad (26.3)$$

$$E = i_2 R_2 + i_1 R_1 - i_3 R_3 - i_4 R_4. \quad (26.4)$$

Систему рівнянь розв'язуємо методом підстановки, в результаті отримуємо значення струму  $i_2$  у вітці з опором  $R_2$  і джерелом напруги  $E$

$$i_2 = \frac{I_3 R_3 + R_1 (I_3 - I_1) + R_4 (I_2 + I_3) + E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3 (3 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3}) + 6 \cdot 10^3 (2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-3}) + 27}{5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^3} = 0,004 \text{ A} =$$

$$= 4 \text{ mA}.$$

Вирази (26.1), (26.2) і (26.3) записуємо відносно змінної  $i_2$  і отримуємо остаточно рівняння для розрахунку значень струмів, що залишилися

$$i_1 = i_2 + I_1 - I_3 = (4 + 1 - 3) \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 2 \text{ mA},$$

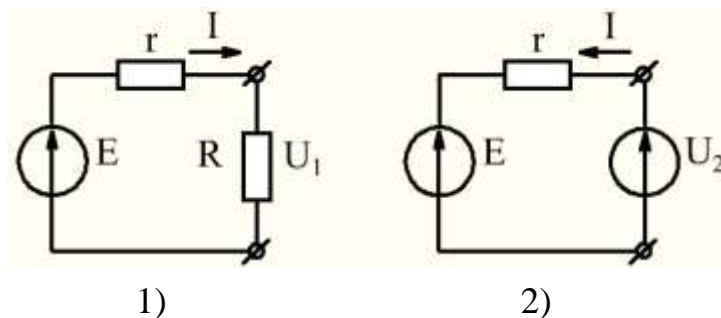
$$i_4 = -i_2 + I_2 + I_3 = (-4 + 2 + 3) \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 1 \text{ mA},$$

$$i_3 = -i_2 + I_3 = (-4 + 3) \cdot 10^{-3} = -1 \cdot 10^{-3} \text{ A} = -1 \text{ mA}.$$

Отримане від'ємне значення струму  $i_3$  свідчить, що дійсний напрям цього струму протилежний передбачуваному.

**Відповідь:**  $i_1 = 2 \text{ mA}$ ,  $i_2 = 4 \text{ mA}$ ,  $i_3 = -1 \text{ mA}$ ,  $i_4 = 1 \text{ mA}$ .

**Задача 1.30.** Аналіз умови задачі вказує на те, що напрям струму  $I$  цілком залежить від величини напруги на клеммах джерела у порівнянні з його ЕРС  $E$ . Два протилежні напрями струму  $I$  можливо реалізувати в електричних колах, які показані на рисунках 1) і 2).



У випадку на рисунку 1), де струм тече праворуч, згідно *другого закону Кірхгофа* на вихідних клеммах напруга  $U_1$  завжди менше ЕРС  $E$  на величину спаду напруги на внутрішньому опорі  $r$ , вказаний напрям і величина струму  $I$  визначаються нерівністю  $U_1 < E$ . Протилежний напрям струму  $I$  (на рисунку 2))

можливий тільки при умові, коли до клем буде підключено джерело напруги  $U_2$ , величина якої більше напруги ЕРС джерела  $E$ , тобто, при  $U_2 > E$ .

Для схеми на рисунку 1), з урахуванням додатного напрямку, який співпадає з вказаним напрямом струму, складаємо рівняння згідно *другого закону Кірхгофа*, тобто

$$E = Ir + U_1, \quad (30.1)$$

де  $Ir$  – спад напруги на внутрішньому опорі  $r$ . Аналогічне рівняння для схеми на рисунку 2) має вигляд

$$-E + U_2 = Ir. \quad (30.2)$$

Розв’язок системи рівнянь (30.1), (30.2) дає значення внутрішнього опору  $r$  і ЕРС джерела напруги  $E$ :

$$r = \frac{U_2 - U_1}{2I} = \frac{36 - 30}{2 \cdot 12} = 0,25 \text{ Ом}, \quad E = \frac{U_1 + U_2}{2} = \frac{30 + 36}{2} = 33 \text{ В}.$$

**Відповідь:**  $E = 33 \text{ В}$ ,  $r = 0,25 \text{ Ом}$ .

### 1.Г. Відповіді до задач розділу 1

- 1.1. а) Тривалість роботи 8 годин;  
б) тривалість роботи 6,4 години.
- 1.2. Струм  $I$  від 0,2 А до 0,6 А, напруга  $U_{R_2}$  від 80 В до 0.
- 1.3. Зменшує тривалість роботи на 3 години.
- 1.4. Напруга  $U_I$  від 120 В до 40 В;  $U_{R_1} = 40 \text{ В}$ ;  $U_{R_2}$  від 80 В до 0.
- 1.5.  $r = 0,098 \text{ Ом}$ .
- 1.6. а)  $U = 1,05 \text{ В}$ ,  $\Delta U = 0,45 \text{ В}$ ;  
б)  $U = 1,275 \text{ В}$ ,  $\Delta U = 0,225 \text{ В}$ ;  
в)  $U = 1,5 \text{ В}$ ,  $\Delta U = 0$ ,  
г)  $U = 0$ ,  $\Delta U = 1,5 \text{ В}$ .
- 1.7. а)  $U_1 = 79,92 \text{ В}$ ,  $U_2 = 76,8 \text{ В}$ ,  $U_3 = 64 \text{ В}$ ;  
б)  $U_{123} \approx 62 \text{ В}$ ;  
в)  $U_1 \approx U_2 \approx U_3 \approx 80 \text{ В}$ .
- 1.8.  $R_d = 49 \text{ кОм}$ .

**1.9.**  $R_{\text{ш}} = 0,0018 \text{ Ом}, P_{\text{ш}} = 440 \text{ Вт}.$

**1.10.**  $I = 18 \text{ А}.$

**1.11.**  $i = -2,5 \text{ А}.$

**1.12.**  $i_1 = 18 \text{ мА}, i_2 = 38 \text{ мА}.$

**1.13.**  $I = 4 \text{ А}, U_{mn} = 72 \text{ В}, R_1 = R_2.$

**1.14.**  $U_V = 27,3 \text{ В}, U_R = 30 \text{ В}.$

**1.15.**  $i_2 = 21 \text{ мА}.$

**1.16.**  $\varphi_0 = 5,24 \text{ В}, i_1 = -0,12 \text{ мА}, i_2 = -1,78 \text{ мА}, i_3 = 1,9 \text{ мА}.$

**1.17.**  $i_2 = 10 \text{ мА}, i_4 = 10 \text{ мА}, i_5 = -10 \text{ мА}, i_6 = 0, U_{ab} = -50 \text{ В}.$

**1.18.**  $E = -1 \text{ В}.$

**1.19.**  $i_{R_1} = 200 \text{ мА}, i_{R_2} = 100 \text{ мА}, i_{R_3} = 0.$

**1.20.** а)  $U_V = 16,8 \text{ В}, I_A = 1,4 \text{ А};$

б)  $U_V = 2,4 \text{ В}, I_A = 0,2 \text{ А}.$

**1.21.**  $E = 4,36 \text{ В}, R_5 = 5 \text{ Ом}.$

**1.22.**  $I_1 = 5 \text{ А}, I_2 = 1 \text{ А}, I_3 = -6 \text{ А}, I_4 = 2 \text{ А}, I_5 = 8 \text{ А}.$

**1.23.**  $I_1 = 4 \text{ А}, I_2 = 1 \text{ А}, I_3 = 5 \text{ А}, U_{mn} = 30 \text{ В}.$

**1.24.**  $I_1 = 2 \text{ А}, I_2 = 1,2 \text{ А}, I_3 = 1 \text{ А}, I_4 = -1 \text{ А}, I_5 = 3,2 \text{ А}, I_6 = -2,2 \text{ А}.$

**1.25.**  $U_{ab} = 2,1 \text{ В}, E_1 = -E_2 R_1 / R_2.$

**1.26.**  $i_1 = 2 \text{ мА}, i_2 = 4 \text{ мА}, i_3 = -1 \text{ мА}, i_4 = 1 \text{ мА}.$

**1.27.** а)  $U_{mn} = 2,857 \text{ В};$

б)  $R_1 = R_2, R_3 = \infty;$

в)  $U_{\text{макс}} = 4 \text{ В}.$

**1.28.**  $I_{R_1} = 20 \text{ мА}, I_{R_2} = 6 \text{ мА}, I_{R_3} = 10 \text{ мА}, I_{R_4} = 4 \text{ мА}, U_{mn} = 30 \text{ В}.$

**1.29.**  $i_1 = 1 \text{ мА}, i_2 = 4 \text{ мА}, i_3 = i_4 = -1 \text{ мА}.$

**1.30.**  $E = 33 \text{ В}, r = 0,25 \text{ Ом}.$

**1.31.** а)  $U_r = 7,6 \text{ В};$

б)  $U_r = 7,7 \text{ В}.$

**1.32.** а)  $U = (\sum_{j=1}^n E_j / R_j) / (\sum_{j=1}^n 1/R_j + 1/R_H);$

б) операція додавання змінних  $E_1, E_2, \dots, E_n;$

в)  $U = (\sum_{j=1}^n E_j) / n$  обчислення середнього арифметичного змінних  $E_1, E_2, \dots, E_n.$

**1.33.**  $r_1 = 1 \text{ Ом}, r_2 = 1,5 \text{ Ом}.$

**1.34.**  $14,8 \text{ В}; 14,68 \text{ В}; 151 \text{ А}.$

## 2. ЕКВІВАЛЕНТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПАСИВНИХ КІЛ

### 2.А. Основні теоретичні положення

**Поняття еквівалентного перетворення.** Еквівалентні перетворення схем електричних кіл базуються на заміні окремої частини схеми, при якій не змінюються струми і напруги в іншій частині схеми, що залишилася неперетвореною. Правила еквівалентних перетворень визначаються видом з'єднання елементів. В пасивних електричних колах до видів з'єднання елементів відносять такі: послідовне, паралельне, змішане, у вигляді “трикутник” та “зірка”.

**Еквівалентне перетворення послідовного з'єднання.** Якщо в електричному колі (рис. 2.1а) кінець однієї вітки з опором  $R_j$  підключено до початку

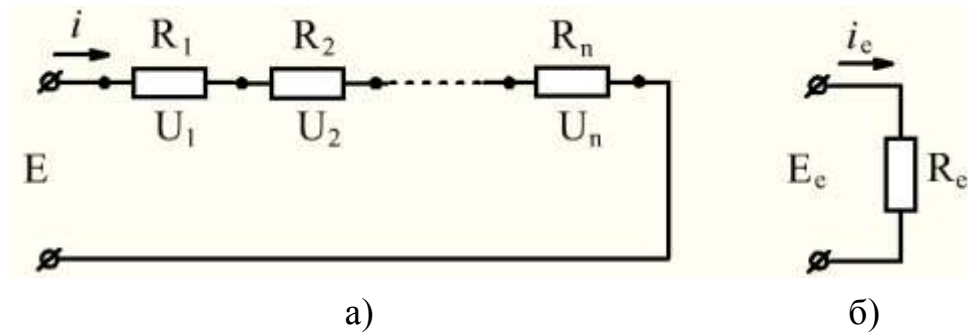


Рис. 2.1

наступної вітки з опором  $R_{j+1}$ , то таке з'єднання називають *послідовним*. Головною ознакою *послідовного з'єднання* віток є наявність *одного і того* струму  $i$ , який тече через ці вітки. Використовуючи другий закон Кірхгофа можна записати рівняння

$$E = U_1 + U_2 + \dots + U_n = iR_1 + iR_2 + \dots + iR_n = i \sum_{j=1}^n R_j, \quad (2.1)$$

де, згідно закону Ома,  $U_j = iR_j$  – спад напруги на вітці з опором  $R_j$ .

Для еквівалентної схеми на рис. 2.1б згідно закону Ома для повного кола справедливо

$$E_e = i_e R_e \quad (2.2)$$

де  $E_e, i_e, R_e$  – еквівалентні напруга, струм і опір.

Із умови еквівалентності  $E = E_e$  і  $i = i_e$  і виразів (2.1), (2.2) випливає, що **еквівалентний опір  $R_e$  послідовно з'єднаних віток (ділянок) електричного кола дорівнює сумі опорів  $R_j$  цих віток (ділянок)**, тобто

$$R_e = \sum_{j=1}^n R_j. \quad (2.3)$$

Із (2.1) також випливає властивість *послідовного з'єднання*, а саме: *напруги на послідовно з'єднаних вітках (ділянках) прямо пропорційні опорам цих віток (ділянок)*

$$\frac{U_n}{U_m} = \frac{R_n}{R_m}, \quad (2.4)$$

де  $n$  і  $m$  – довільні номери послідовно з'єднаних віток.

**Приклад 2.1п.** В електричному колі на рис.2.2 опори резисторів  $R_1 = 10$  Ом,  $R_3 = 20$  Ом,  $R_4 = 40$  Ом, спади напруги на опорах  $R_2$  і  $R_3$  відповідно складають  $U_2 = 3$  В і  $U_3 = 2$  В. Знайти величину еквівалентного опору  $R_e$  послідовно з'єднаних резисторів  $R_1 - R_4$ , значення опору  $R_2$ , і ЕРС джерела напруги  $E$ .

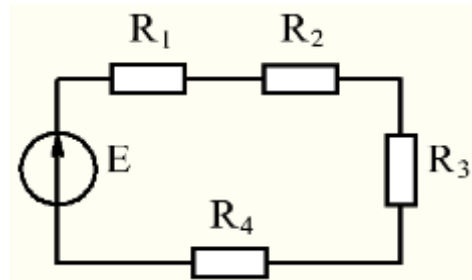


Рис. 2.2

**Розв'язок:** Напруга на довільному резисторі прямо пропорційна його опору, отже, згідно (2.4) справедливі рівняння

$$\frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3}, \quad (a)$$

$$\frac{E}{U_3} = \frac{R_e}{R_3}. \quad (б)$$

Із (а) визначимо величину опору резистора  $R_2$ , яка пропорційна напрузі  $U_2$

$$R_2 = R_3 \frac{U_2}{U_3} = \frac{20 \cdot 3}{2} = 30 \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір для послідовного з'єднання резисторів визначаємо згідно (2.3)

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 10 + 30 + 20 + 40 = 100 \text{ Ом.}$$

Із (б) знаходимо ЕРС джерела напруги  $E$

$$E = U_3 \frac{R_e}{R_3} = \frac{2 \cdot 100}{20} = 10 \text{ В.}$$

**Еквівалентне перетворення паралельного з'єднання.** При *паралельному з'єднанні* (рис. 2.3а) всі вітки об'єднують у два вузли, до яких прикладають напругу  $E$  зовнішнього джерела живлення. Головною ознакою *паралельного з'єднання* віток є наявність *однієї і тієї* напруги  $E$ , яка прикладена до них.

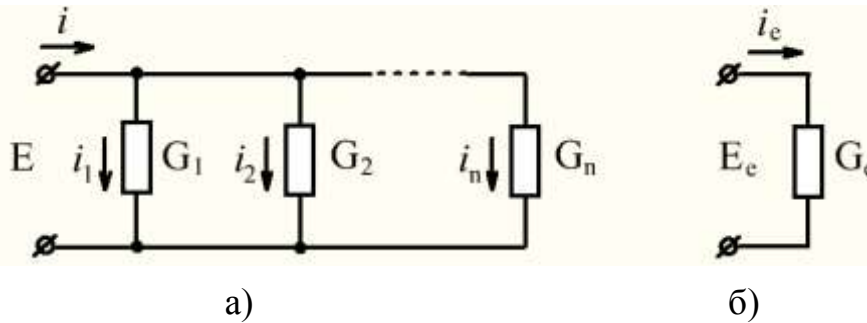


Рис. 2.3

Використовуючи перший закон Кірхгофа можна записати рівняння

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = EG_1 + EG_2 + \dots + EG_n = E \sum_{j=1}^n G_j, \quad (2.5)$$

де, згідно закону Ома,  $i_j = EG_j$  – струм через вітку з провідністю  $G_j$ .

Для еквівалентної схеми на рис. 2.3б згідно закону Ома для повного кола справедливо

$$i_e = E_e G_e \quad (2.6)$$

де  $i_e, E_e, G_e$  – еквівалентні струм, напруга і провідність.

Із умови еквівалентності  $E = E_e$  і  $i = i_e$  і виразів (2.5), (2.6) випливає, що **еквівалентна провідність  $G_e$  паралельно з'єднаних віток (ділянок) електричного кола дорівнює сумі провідностей  $G_j$  цих віток (ділянок)**, тобто

$$G_e = \sum_{j=1}^n G_j. \quad (2.7)$$

Очевидно, що еквівалентний опір  $R_e$  паралельного з'єднання дорівнює

$$R_e = \left( \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \right)^{-1}, \quad (2.8)$$

де  $R_e = 1/G_e, R_j = 1/G_j$ . Для двох ( $n = 2$ ) паралельно з'єднаних опорів  $R_1$  і  $R_2$  еквівалентний опір дорівнює



$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad (2.9)$$

а для трьох ( $n = 3$ ) паралельно з'єднаних опорів  $R_1, R_2$  і  $R_3$

$$R_e = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}. \quad (2.10)$$

Із (2.5) також впливає властивість *паралельного з'єднання*, а саме: *струми через паралельно з'єднані вітки (ділянки) прямо пропорційні провідностям цих віток (ділянок) і обернено пропорційні їх опорам*

$$\frac{i_n}{i_m} = \frac{G_n}{G_m} = \frac{R_m}{R_n}, \quad (2.11)$$

де  $n$  і  $m$  – довільні номери *паралельно з'єднаних* віток. Відношення (2.11) обґрунтовує правило *визначення струмів*  $i_1, i_2$  у *паралельно з'єднаних* вітках (рис. 2.4) при заданих опорах віток  $R_1, R_2$  і струмі  $i$  в *нерозгалуженій частині* кола. *Струм у вітці дорівнює струму у нерозгалуженій частині кола, помноженому на дріб, в знаменнику*

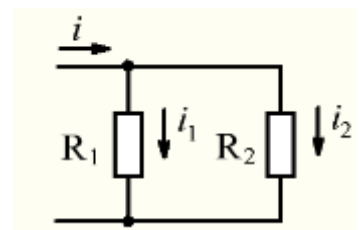


Рис. 2.4

*якого – сума опорів двох паралельних віток, а в чисельнику – опір протилежної вітки.* Отже, згідно правилу струми в двох паралельно з'єднаних вітках в схемі на рис. 2.4 дорівнюють

$$i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad i_2 = i \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (2.12)$$

**Змішане з'єднання.** В електричних колах *змішаним з'єднанням* називають сукупність ділянок, в яких наявні *послідовні* і *паралельні* з'єднання віток (ділянок). Для знаходження *еквівалентного опору змішаного з'єднання* схему перетворюють в простішу шляхом заміни паралельних віток однією еквівалентною віткою і відповідно послідовно сполучені ділянки кола – однією еквівалентною ділянкою.

**Приклад 2.2п.** Відносно вхідних клем знайти еквівалентний опір  $R_e$  електричного кола на рис. 2.5 із змішаним з'єднанням опорів  $R_1 = 5,2$  кОм,  $R_2 = 8$  кОм,  $R_3 = 2$  кОм,  $R_4 = 10$  кОм. Розрахувати струми через опори при підключенні до клем джерела напруги з ЕРС  $E = 10$  В.

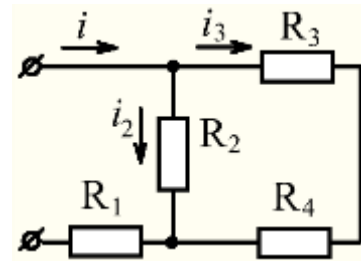


Рис. 2.5

**Розв'язок:** В схемі опори  $R_3$  і  $R_4$  з'єдані послідовно, тому згідно з формулою (2.3) замінимо їх еквівалентним опором  $R_{34} = R_3 + R_4$ . Паралельно сполучені опори  $R_2$  і  $R_{34}$  згідно з формулою (2.9) замінимо еквівалентним опором  $R_{234} = R_2 R_{34} / (R_2 + R_{34})$ . Опори  $R_1$  і  $R_{234}$  з'єдані послідовно, отже відносно вхідних клем їх еквівалентний опір  $R_e = R_1 + R_{234}$ , тобто

$$R_e = R_1 + \frac{R_2(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4} = 5,2 + \frac{8(2+10)}{8+2+10} = 10 \text{ кОм.}$$

При підключенні до клем джерела напруги  $E$  вхідний струм  $i$ , який тече через опір  $R_1$ , визначаємо як

$$i = \frac{E}{R_e} = \frac{10}{10 \cdot 10^3} = 10^{-3} \text{ А} = 1 \text{ мА.}$$

Струми  $i_2$  та  $i_3$ , які течуть через опори  $R_2$  і  $R_3$ , визначаємо з урахуванням правила (2.12):

$$i_2 = i \frac{R_3+R_4}{R_2+R_3+R_4} = 10^{-3} \frac{2+10}{8+2+10} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 0,6 \text{ мА.}$$

$$i_3 = i \frac{R_2}{R_2+R_3+R_4} = 10^{-3} \frac{8}{8+2+10} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 0,4 \text{ мА.}$$

**З'єднання “трикутник” та “зірка”.** Існують з'єднання виду “трикутник” та “зірка” (рис. 2.6), які суттєво відрізняються від змішаного, бо не містять послідовно або паралельно увімкнених віток (ділянок). Раніше розглянуті еквівалентні перетворення неможливо застосувати для таких з'єдань трьох віток. До них застосовують окремий вид еквівалентних перетворень, а саме: “трикутник – зірка” і “зірка – трикутник”. Для виконання умови еквівалентності такі перетворення обов'язково здійснюють при дотриманні незмінності струмів і напруг у зовнішніх вітках. Доцільність таких перетворень полягає в можливості переходу від складного електричного кола до кола зі змішаним з'єднанням, яке завжди можна розрахувати за правилами послідовного та паралельного з'єдань.



Розглянуті *еквівалентні перетворення* справедливі тільки для ділянок кола, які не мають джерел електричної енергії, тобто, для пасивних ділянок.

**Приклад 2.3п.** Знайти *еквівалентний опір*  $R_e$  електричного кола на рис. 2.7, якщо опори резисторів мають такі значення  $R_1 = 5,2$  кОм,  $R_2 = 8$  кОм,  $R_3 = 2$  кОм,  $R_4 = 10$  кОм,  $R_5 = 2$  кОм,  $R_6 = 10$  кОм.

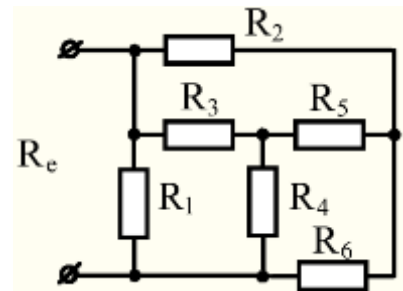


Рис. 2.7

**Розв'язок:** В схемі резистори  $R_3, R_4$  і  $R_5$  з'єднані у вигляді "зірки". Для такого з'єднання виконаємо перетворення "зірка – трикутник" за правилами (2.14). Вихідна схема набуває вигляду на рис. 2.8, що являє собою змішане з'єднання, в якому опори  $R_{34}, R_{35}$  і  $R_{45}$  дорівнюють

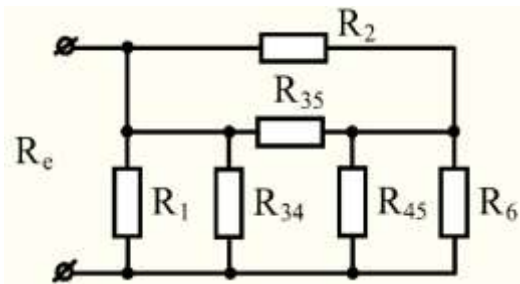


Рис. 2.8

$$R_{34} = R_3 + R_4 + \frac{R_3 R_4}{R_5} = 2 + 10 + \frac{2 \cdot 10}{2} = 22 \text{ кОм};$$

$$R_{35} = R_3 + R_5 + \frac{R_3 R_5}{R_4} = 2 + 2 + \frac{2 \cdot 2}{10} = 4,4 \text{ кОм};$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 R_5}{R_3} = 10 + 2 + \frac{10 \cdot 2}{2} = 22 \text{ кОм}.$$

За правилом (2.9) перетворимо опори паралельно з'єднаних віток  $R_2$  і  $R_{35}$ ,  $R_1$  і  $R_{34}$  та  $R_6$  і  $R_{45}$  в еквівалентні опори  $R_{235}$ ,  $R_{134}$  і  $R_{456}$ . *Еквівалентна* схема набуває вигляду (рис. 2.9), де значення опорів визначаються як

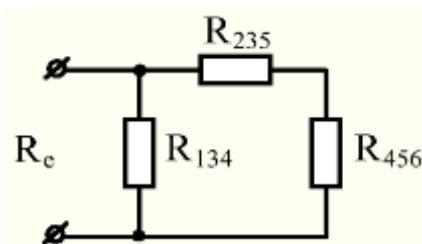


Рис. 2.9

$$R_{235} = \frac{R_2 R_{35}}{R_2 + R_{35}} = \frac{8 \cdot 4,4}{8 + 4,4} = 2,84 \text{ кОм};$$

$$R_{134} = \frac{R_1 R_{34}}{R_1 + R_{34}} = \frac{5,2 \cdot 22}{5,2 + 22} = 4,21 \text{ кОм};$$

$$R_{456} = \frac{R_{45} R_6}{R_{45} + R_6} = \frac{22 \cdot 10}{22 + 10} = 6,88 \text{ кОм}.$$

На рис. 2.9 видно, що *еквівалентний опір*  $R_e$  є паралельне з'єднання вітки  $R_{134}$  і вітки, що складається з послідовно з'єднаних  $R_{235}$  і  $R_{456}$ , тобто остаточно

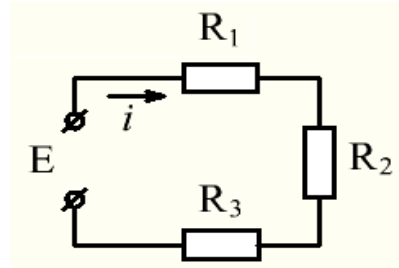
$$R_e = \frac{R_{134} (R_{235} + R_{456})}{R_{134} + R_{235} + R_{456}} = \frac{4,21(2,84 + 6,88)}{4,21 + 2,84 + 6,88} = 2,94 \text{ кОм.}$$

Цю задачу можна також розв'язати перетворивши в вихідній схемі (рис. 2.7) “трикутник” опорів  $R_2$ ,  $R_3$  і  $R_5$  в еквівалентне з'єднання типу “зірка”. Таке перетворення теж дозволяє привести вихідну схему до змішаного виду.

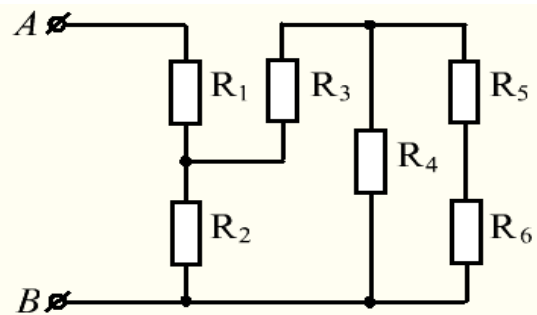
## 2.Б. Задачі для самостійного рішення

**2.1.** Послідовно з'єднані резистори  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2$  і  $R_3$  підключені до джерела напруги  $E = 10 \text{ В}$ . Визначити величини резисторів  $R_2$  і  $R_3$ , якщо відомо, що вони розсіюють потужності  $P_{R_2} = 0,5 \text{ Вт}$  і  $P_{R_3} = 0,3 \text{ Вт}$ .

**2.2р.** В електричному колі спад напруги на резисторі  $R_3$  дорівнює  $3 \text{ В}$ , опори резисторів  $R_1 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 2 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 3 \text{ кОм}$ . Знайти напругу  $E$  на вході кола, струм  $i$  в колі та потужність  $P$ , яка споживається від джерела напруги. Зробити перевірку балансу потужностей.

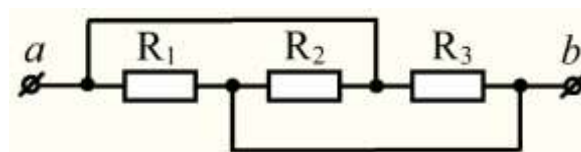


**2.3.** Знайти еквівалентний опір між клемми **A** і **B** для схеми, в якій опори резисторів  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 10 \text{ Ом}$ . Як зміниться еквівалентний опір  $R_{AB}$  при збільшенні вдвічі опорів резисторів  $R_4$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  ?



Звернути увагу на те, що наведена схема є прикладом змішаного з'єднання.

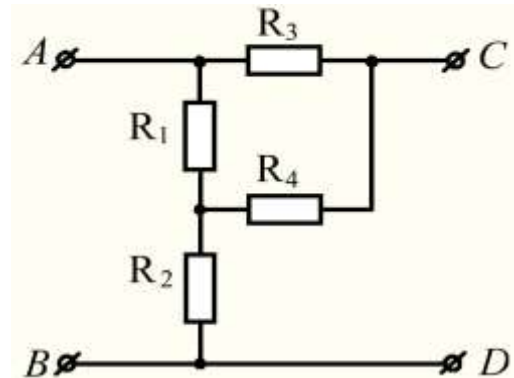
**2.4р.** Знайти еквівалентний опір між зажимами **a** і **b** електричного кола за наступних умов:



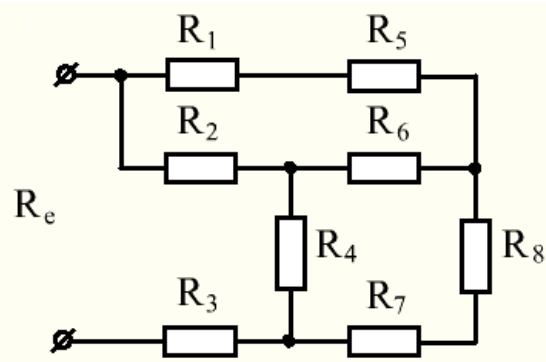
- а) опори резисторів  $R_1 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 400 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 150 \text{ Ом}$ ;  
 б) опори резисторів  $R_1 = R_2 = R_3 = 300 \text{ Ом}$ .

**2.5.** В схемі електричного кола опори резисторів  $R_1 = 360 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 600 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 400 \text{ Ом}$ . Розрахувати еквівалентні опори між клемми **A** і **B** при

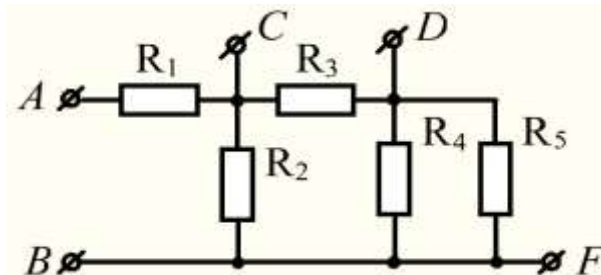
- а) розімкнених клеммах **C** і **D**,  
 б) замкнених клеммах **C** і **D**;  
 між клемми **C** і **D** при  
 в) розімкнених клеммах **A** і **B**,  
 г) замкнених клеммах **A** і **B**.



**2.6.** Знайти еквівалентний опір  $R_e$  електричного кола, в якому опори резисторів  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 13 \text{ Ом}$ ,  $R_8 = 7 \text{ Ом}$ . Використати правила еквівалентного перетворення “зірка – трикутник”



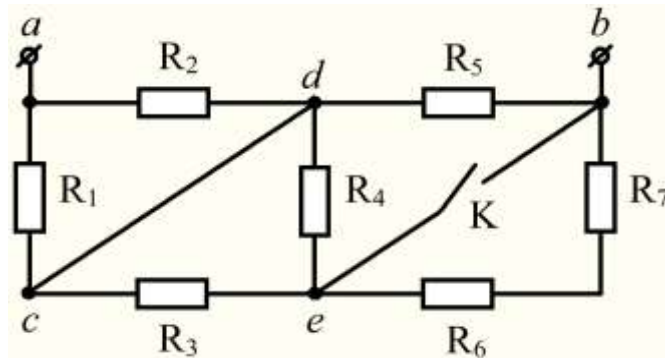
**2.7.** Знайти еквівалентні опори між зажимами **A** і **B**, **C** і **D** та **D** і **F** при опорах



резисторів  $R_1 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 6 \text{ Ом}$ .

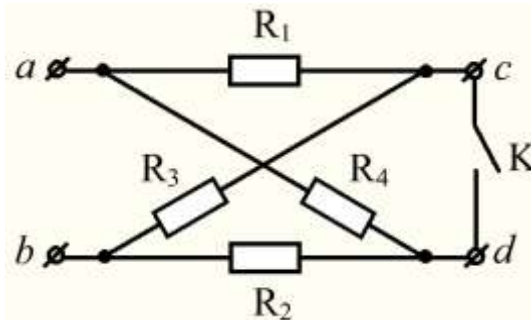
**2.8.** Визначити потужність, яка споживається електричним колом в задачі **2.7**, для трьох випадків підключення джерела напруги з ЕРС  $E = 10 \text{ В}$ , а саме: до зажимів **A** і **B** (а), або до **C** і **D** (б), чи до **D** і **F** (в).

**2.9р.** В схемі електричного кола опори резисторів  $R_1 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 600 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 150 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 200 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 40 \text{ Ом}$ . Розрахувати



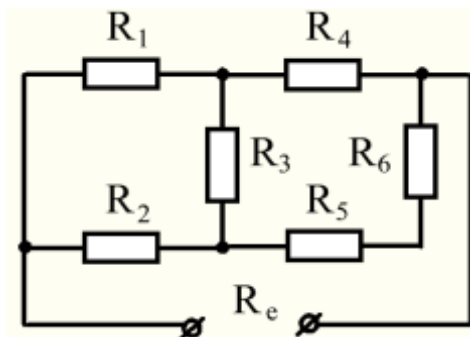
еквівалентні опори між зажимами  $a$  і  $b$  електричного кола при розімкненому (а) і замкнутому (б) ключі  $K$ .

**2.10.** В електричному колі значення опорів резисторів  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 40 \text{ Ом}$ . Розрахувати еквівалентні опори між зажимами  $a$  і  $b$  електричного кола при розімкненому (а) і замкнутому (б) ключі  $K$ . Знайти умову,



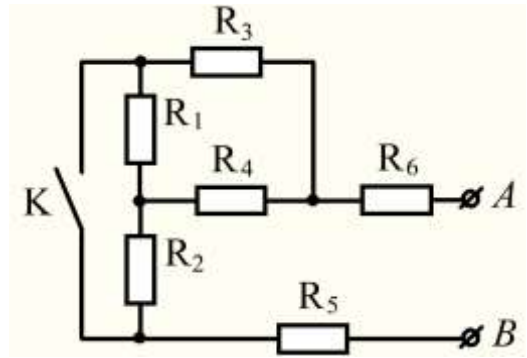
при якій опір між зажимами  $a$  і  $b$  не залежить від положення ключа  $K$ .

**2.11.** Розрахувати еквівалентний опір електричного кола при наступних значеннях опорів резисторів  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 26 \text{ Ом}$ ,

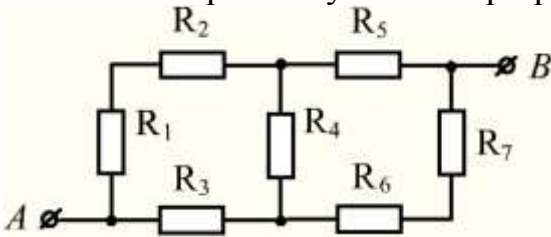


$R_5 = 11 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 10 \text{ Ом}$ . Визначити струм, який буде споживати коло при підключенні до вхідних клем джерела постійної напруги з ЕРС  $E = 11,07 \text{ В}$ .

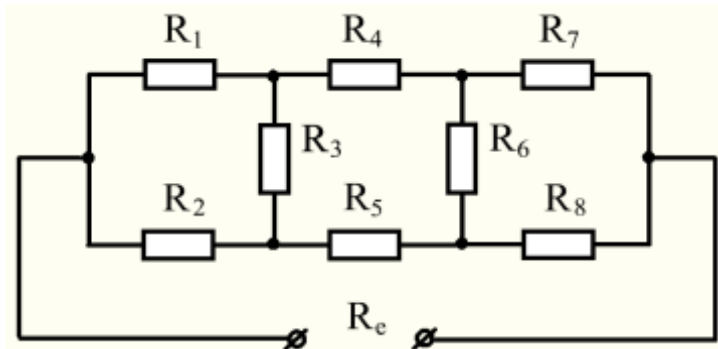
**2.12.** В електричному колі значення опорів резисторів  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 310 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 200 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 55 \text{ Ом}$ . Розрахувати еквівалентні опори між зажимами **A** і **B** електричного кола при розімкненому (а) і замкнутому (б) ключі **K**.



**2.13.** В електричному колі опори резисторів мають такі значення:  $R_1 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 200 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 260 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 120 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 400 \text{ Ом}$ . Розрахувати еквівалентний опір  $R_{AB}$  між клеммами **A** і **B**; визначити напругу  $U_{AB}$  на клеммах, при якій електричне коло буде споживати потужність  $P = 0,51 \text{ Вт}$ .

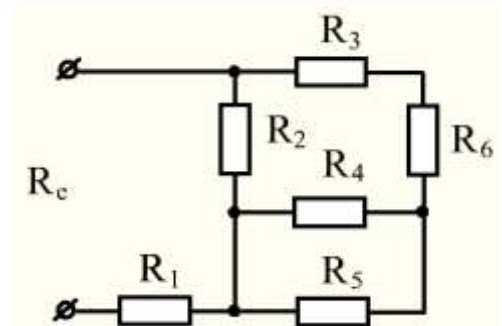


**2.14.** Розрахувати еквівалентний опір  $R_e$  електричного кола, наведеного на рисунку, при значеннях опорів резисторів  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ,



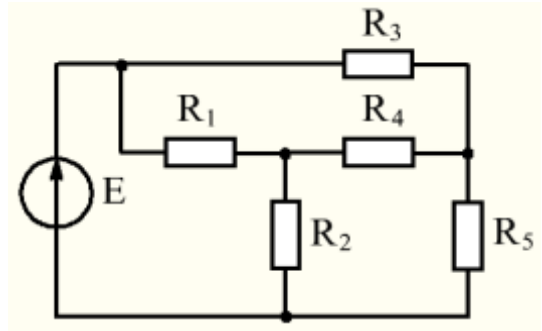
$R_4 = 26 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 11 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_8 = 50 \text{ Ом}$ . (Звернути увагу на те, що це коло не є прикладом змішаного з'єднання; правила послідовного і паралельного з'єднань до цього кола застосувати неможливо).

**2.15.** В електричному колі опори резисторів  $R_1 = 50 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 175 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 70 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 30 \text{ Ом}$ . Розрахувати еквівалентний опір  $R_e$  електричного кола та спади напруги  $U_{R_1} - U_{R_6}$  на резисторах  $R_1 - R_6$  при підключенні до кола джерела напруги з ЕРС  $E = 10 \text{ В}$ .

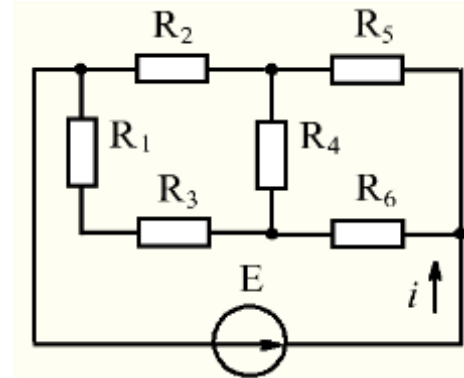




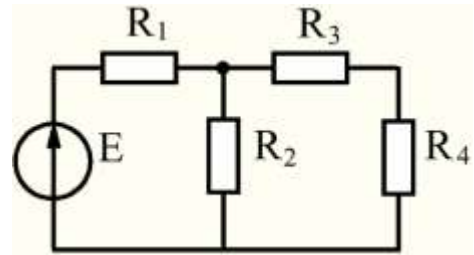
**2.16.** Електричне коло споживає від джерела напруги  $E$  струм  $i = 0,5$  А; опори резисторів  $R_1 = R_3 = R_4 = 30$  Ом,  $R_2 = R_5 = 10$  Ом. Розрахувати еквівалентний опір кола  $R_e$ , величину ЕРС джерела напруги  $E$  та значення струмів  $i_{R_2}$ ,  $i_{R_4}$ ,  $i_{R_5}$  через резистори  $R_2$ ,  $R_4$  і  $R_5$ .



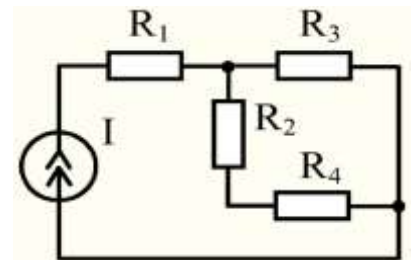
**2.17.** В електричному колі опори резисторів  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 26$  Ом,  $R_3 = 11$  Ом,  $R_4 = 10$  Ом,  $R_5 = 30$  Ом,  $R_6 = 10$  Ом; коло споживає від джерела напруги  $E$  струм  $i = 1$  А. Розрахувати еквівалентний опір  $R_e$  кола, величину ЕРС джерела напруги  $E$  та струми  $i_{R_5}$ ,  $i_{R_6}$ , які течуть через резистори  $R_5$  і  $R_6$ .



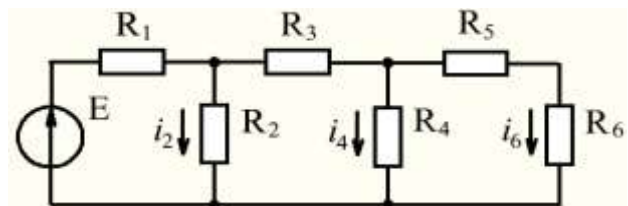
**2.18.** Джерело напруги  $E = 10$  В підключено до електричного кола з резисторами  $R_1 = 50$  Ом,  $R_2 = 100$  Ом,  $R_3 = 30$  Ом,  $R_4 = 70$  Ом. Розрахувати струми  $i_{R_1} - i_{R_4}$ , які течуть через всі резистори кола, та спади напруги  $U_{R_1} - U_{R_4}$  на цих резисторах. Перевірити правильність розрахунку струмів використовуючи умову балансу потужностей.



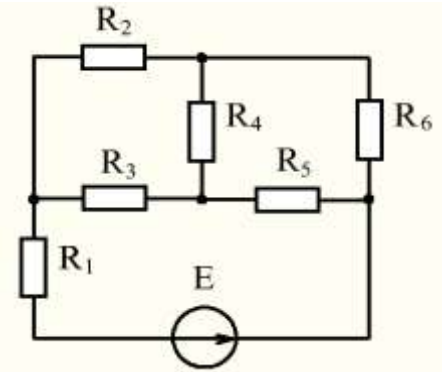
**2.19.** Джерело струму  $I = 0,2$  А підключено до електричного кола з резисторами  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 140$  Ом,  $R_3 = 200$  Ом,  $R_4 = 60$  Ом. Розрахувати струми  $i_{R_1} - i_{R_4}$ , які течуть через всі резистори кола, та спади напруги  $U_{R_1} - U_{R_4}$  на цих резисторах.



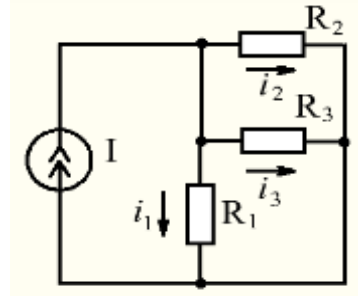
**2.20.** Розрахувати значення струмів  $i_2$ ,  $i_4$ ,  $i_6$  через відповідні резистори, якщо їх опори дорівнюють  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 60$  Ом,  $R_3 = R_4 = 20$  Ом, а також  $R_5 = R_6 = 10$  Ом, напруга джерела живлення  $E = 25$  В.



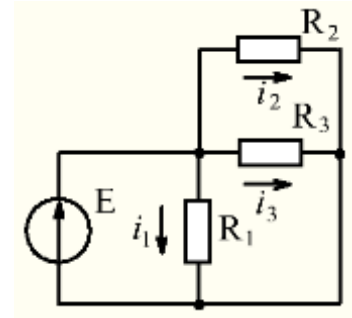
**2.21.** В електричному колі спад напруги на резисторі  $R_1$  дорівнює  $U_{R_1} = 2$  В, резистори мають опори  $R_1 = 2$  Ом,  $R_2 = R_3 = 1$  Ом,  $R_4 = R_5 = R_6 = 3$  Ом. Визначити еквівалентний опір  $R_e$  кола, величину ЕРС джерела напруги  $E$  та струми  $i_{R_1}$ ,  $i_{R_2}$ ,  $i_{R_3}$  через резистори  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_3$ .



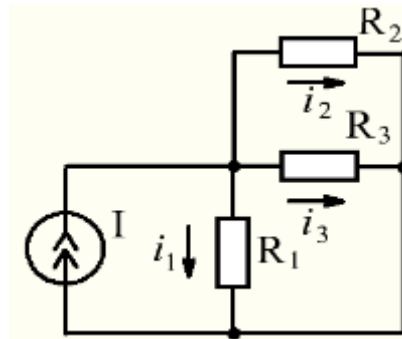
**2.22р.** В електричному колі джерело струму  $I = 2$  А підключено до трьох паралельно з'єднаних резисторів з опорами  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 500$  Ом,  $R_3 = 400$  Ом. Розрахувати струми  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  через відповідні резистори. При розв'язуванні цієї задачі доцільно використати властивості паралельного з'єднання, позначені в (2.11) та (2.12).



**2.23.** Джерело постійної напруги  $E$  підключено до трьох паралельно з'єднаних резисторів з опорами  $R_1 = 2$  кОм,  $R_2 = 10$  кОм,  $R_3 = 8$  кОм; струми через резистори дорівнюють  $i_1 = 5$  мА,  $i_2 = 1$  мА,  $i_3 = 1,25$  мА. Розрахувати величину ЕРС джерела напруги  $E$ . При рішенні задачі звернути увагу на властивості паралельного з'єднання (2.11) і (2.12).



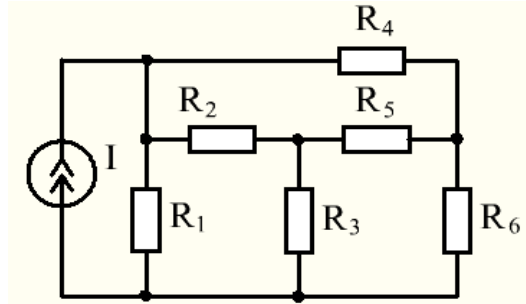
**2.24.** Джерело струму  $I = 1,7$  А підключено до трьох паралельно з'єднаних



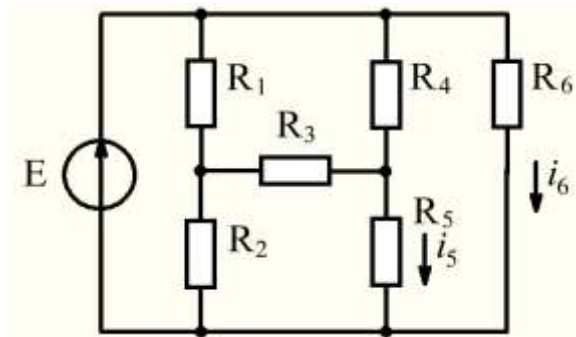
резисторів  $R_1$ ,  $R_2 = 400$  Ом,  $R_3 = 300$  Ом; струм через резистор  $R_1$  дорівнює  $i_1 = 1$  А. Визначити величину опору резистора  $R_1$  і струми  $i_2$ ,  $i_3$  через відповідні

резистори. При рішенні задачі доцільно згадати перший закон Кірхгофа і властивості паралельного з'єднання віток.

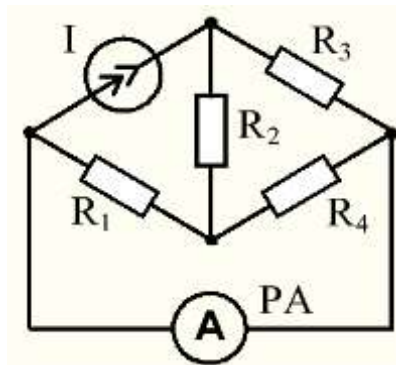
**2.25.** Джерело постійного струму  $I = 2$  А підключено до електричного кола, в якому опори резисторів дорівнюють  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = R_4 = R_5 = 6$  Ом,  $R_3 = 2$  Ом,  $R_6 = 10$  Ом. Розрахувати еквівалентний опір  $R_e$  електричного кола, струми  $i_1, i_3, i_6$  через резистори  $R_1, R_3, R_6$  та спади напруги  $U_{R_1}, U_{R_3}, U_{R_6}$  на цих резисторах.



**2.26.** В електричному колі опори резисторів  $R_1 = 6$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = R_4 = 6$  Ом,  $R_5 = 2$  Ом,  $R_6 = 20$  Ом, струм через резистор  $R_5$  дорівнює  $i_5 = 1,5$  А. Розрахувати величину ЕРС джерела напруги  $E$ , еквівалентний опір  $R_e$  кола, значення струмів  $i_2, i_6$  через резистори  $R_2$  і  $R_6$ .



**2.27.** Визначити, яке значення струму показує амперметр  $PA$  в електричному колі, яке живиться від джерела струму  $I = 10$  мА. Опори резисторів  $R_1 = 40$  кОм,

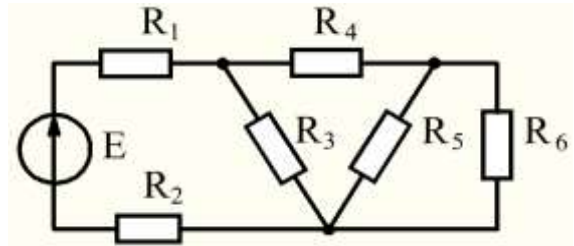


$R_2 = 7$  кОм,  $R_3 = 10$  кОм,  $R_4 = 10$  кОм. Внутрішній опір амперметра  $PA$  і внутрішню провідність джерела струму  $I$  можна вважати малими і не враховувати.

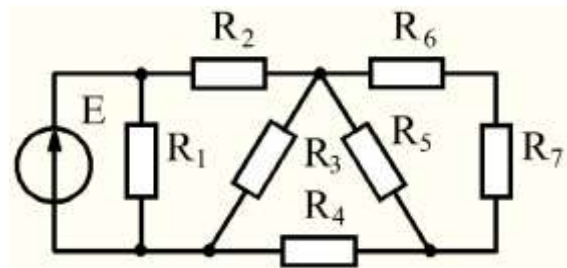
**2.28.** До виводів джерела напруги  $E$  з внутрішнім опором  $r = 0,8$  Ом приєднані дві вітки. У одній з них – невідомий опір  $R_x$ , через який тече струм  $I = 0,5$  А. В другій вітці – три опори  $R_2 = 24$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом і  $R_4 = 15$  Ом, причому  $R_3$  і  $R_4$

з'єднані паралельно, а  $R_2$  – послідовно з ними. Визначити опір  $R_x$  і ЕРС джерела напруги  $E$ , якщо спад напруги на опорі  $R_3$  дорівнює 12 В.

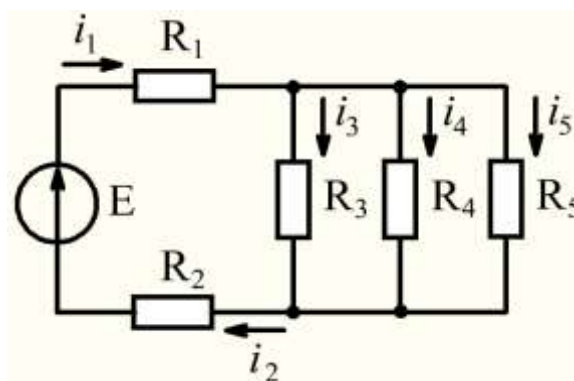
**2.29.** До джерела напруги  $E = 16$  В підключено пасивне електричне коло з резисторами  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом,  $R_3 = 80$  Ом,  $R_4 = 40$  Ом,  $R_5 = 120$  Ом,  $R_6 = 60$  Ом. Розрахувати еквівалентний опір  $R_e$  кола, струми  $i_{R_1} - i_{R_6}$  через відповідні резистори і спади напруги  $U_{R_1} - U_{R_6}$  на цих резисторах.



**2.30.** В електричному колі опори резисторів  $R_1 = 160$  Ом,  $R_2 = 110$  Ом,  $R_3 = 100$  Ом,  $R_4 = 50$  Ом,  $R_5 = 100$  Ом,  $R_6 = 32$  Ом,  $R_7 = 68$  Ом, напруга джерела живлення  $E = 12$  В. Розрахувати еквівалентний опір  $R_e$  кола, струми  $i_{R_1} - i_{R_7}$  через відповідні резистори і спади напруги  $U_{R_1} - U_{R_7}$  на цих резисторах.

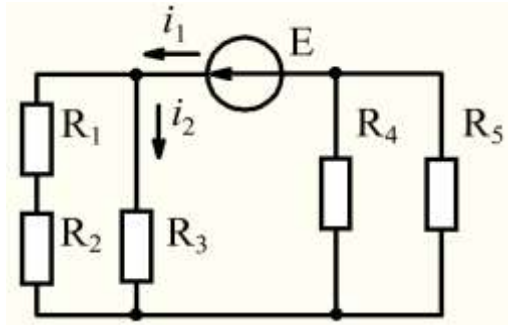


**2.31.** До джерела напруги  $E$  підключено електричне коло, в якому резистори  $R_1 = 30$  Ом і  $R_2 = 50$  Ом з'єднані послідовно з трьома паралельно включеними

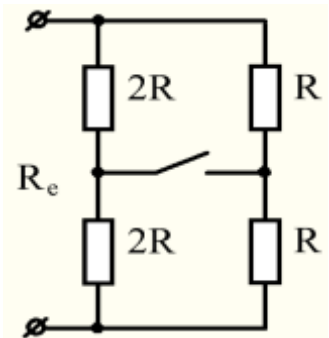


резисторами  $R_3 = 120$  Ом,  $R_4 = 40$  Ом,  $R_5 = 60$  Ом. Струм через резистор  $R_4$  дорівнює  $i_{R_4} = 0,05$  А. Знайти ЕРС джерела напруги  $E$ , струми  $i_{R_1} - i_{R_5}$  через відповідні резистори і спади напруги  $U_{R_1} - U_{R_5}$  на цих резисторах.

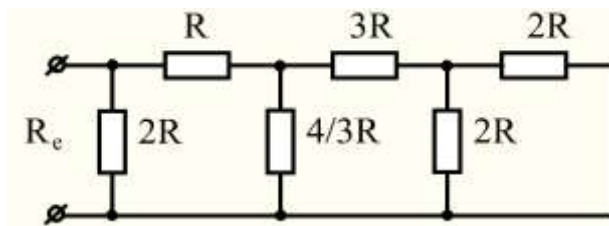
**2.32.** Розрахувати ЕРС джерела напруги  $E$ , опір резистора  $R_2$ , струми  $i_{R_1} - i_{R_5}$  через відповідні резистори і спад напруги  $U_{R_1} - U_{R_5}$  на них, якщо відомо, що в електричному колі струми  $i_1 = 4,8$  мА,  $i_2 = 3,2$  мА, опори резисторів  $R_1 = 4$  кОм,  $R_3 = 3$  кОм,  $R_4 = R_5 = 10$  кОм. Перевірити правильність розрахунку струмів в електричному колі використовуючи умову балансу потужностей.



**2.33.** При замкнутому ключі еквівалентний опір кола дорівнює 80 Ом. Знайти величину еквівалентного опору  $R_e$  при розімкненому ключі.



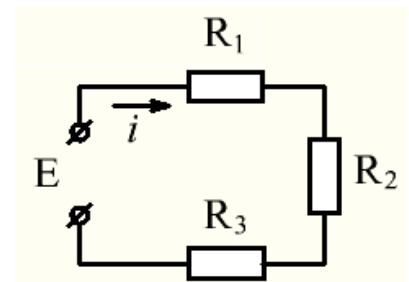
**2.34.** Знайти величину еквівалентного опору  $R_e$  електричного кола.



## 2.В. Приклади розв'язку задач розділу 2

**Задача 2.2.** Відповідно закону Ома для ділянки кола струм через резистор  $R_3$  дорівнює

$$i = \frac{U_{R_3}}{R_3} = \frac{3}{3 \cdot 10^3} = 10^{-3} \text{ А.}$$



Еквівалентний опір  $R_e$  кола з послідовно включеними резисторами згідно (2.3) дорівнює сумі опорів окремих резисторів

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 = (1 + 2 + 3) \cdot 10^3 = 6 \cdot 10^3 \text{ Ом.}$$

Напруга джерела живлення  $E$  згідно закону Ома дорівнює

$$E = iR_e = 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^3 = 6 \text{ В.}$$

Від джерела напруги споживається потужність

$$P = Ei = 6 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 0,006 \text{ Вт.}$$

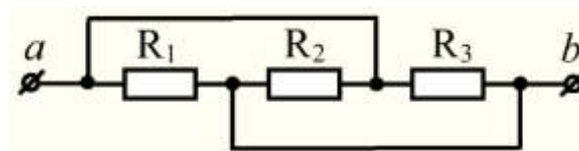
Для перевірки балансу потужностей визначаємо загальну потужність, яка споживається резисторами кола

$$P_{\text{коло}} = i^2 R_1 + i^2 R_2 + i^2 R_3 = i^2 R_e = (10^{-3})^2 \cdot 6 \cdot 10^3 = 0,006 \text{ Вт.}$$

Потужність  $P$  від джерела напруги  $E$  дорівнює потужності  $P_{\text{коло}}$ , яка споживається резисторами кола, отже умова балансу потужностей виконується, тобто, задача розв'язана вірно.

**Відповідь:**  $E = 6 \text{ В}$ ,  $i = 10^{-3} \text{ А}$ ,  $P = 0,006 \text{ Вт}$ ,  $P = P_{\text{коло}} = 0,006 \text{ Вт}$ .

**Задача 2.4.** Аналіз електричного кола вказує на наявність в схемі тільки двох вузлів, позначених як  $a$  і  $b$ , до яких підключені резистори  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_3$ . При такому з'єднанні три резистори включені між собою паралельно, отже, еквівалентний



опір  $R_{ab}$  такого електричного кола можна визначити за формулою (2.10), яка є окремим випадком більш загального виразу (2.8).

Для завдання а) еквівалентний опір дорівнює

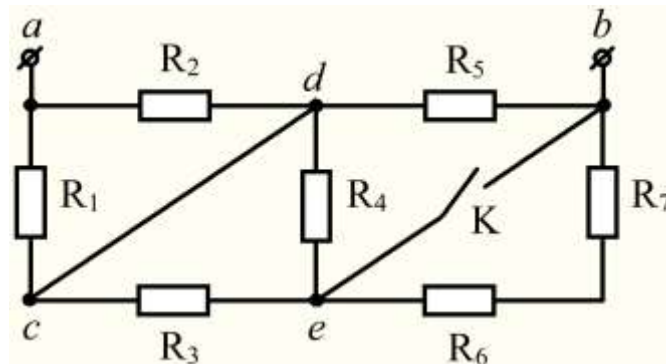
$$R_{ab} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{300 \cdot 400 \cdot 150}{300 \cdot 400 + 300 \cdot 150 + 400 \cdot 150} = 80 \text{ Ом.}$$

Для завдання б) при  $R_1 = R_2 = R_3 = R$  еквівалентний опір визначається як

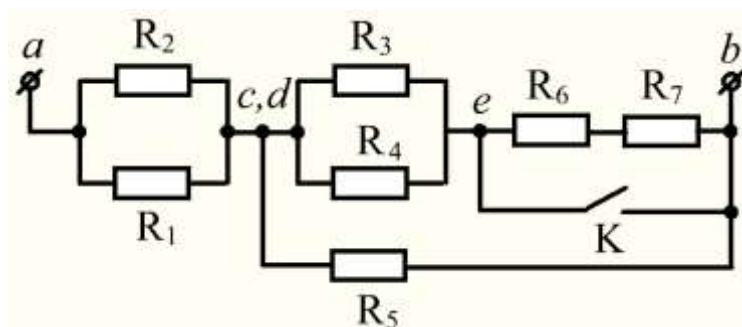
$$R_{ab} = \frac{R}{3} = \frac{300}{3} = 100 \text{ Ом.}$$

**Відповідь:** а)  $R_{ab} = 80 \text{ Ом}$ ; б)  $R_{ab} = 100 \text{ Ом}$ .

**Задача 2.9.** Аналіз вихідної схеми заданого електричного кола вказує на наявність ділянок з послідовним та паралельним з'єднаннями резисторів, тобто, схема є прикладом змішаного з'єднання. Такі з'єднання розраховують послідовно, спочатку ділянки одного виду з'єднання, наприклад, паралельного, потім послідовного.



Для подальшого аналізу вихідну схему доцільно представити в зручнішому виді. Потенціали точок  $c$  і  $d$  співпадають, це дозволяє вихідну схему перетвори-



ти у вигляд, із якого випливає, що резистори  $R_1$  і  $R_2$  з'єднані паралельно; паралельно включені резистори  $R_3$  і  $R_4$  з'єднані послідовно з послідовно включеними

резисторами  $R_6$  і  $R_7$ . Між точками  $c$  і  $b$  паралельно підключено резистор  $R_5$ . Отже, еквівалентний опір між точками  $a$  і  $b$  при розімкненому ключі  $\mathbf{K}$  можна записати у вигляді

$$R_{ab} = R_1 \parallel R_2 + (R_3 \parallel R_4 + R_6 + R_7) \parallel R_5,$$

де знаком “ $\parallel$ ” позначаємо паралельне з’єднання відповідних ділянок кола. Цей вираз в розгорнутому вигляді після незначних перетворень надає остаточне значення еквівалентного опору між точками  $a$  і  $b$  при розімкненому ключі  $\mathbf{K}$

$$R_{ab} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_5 (R_3 R_4 + (R_3 + R_4)(R_6 + R_7))}{R_3 R_4 + (R_3 + R_4)(R_5 + R_6 + R_7)} =$$

$$= \frac{300 \cdot 600}{300 + 600} + \frac{200(300 \cdot 150 + (300 + 150)(60 + 40))}{300 \cdot 150 + (300 + 150)(200 + 60 + 40)} = 300 \text{ Ом.}$$

При замкнутому ключі  $\mathbf{K}$  опір ділянки  $R_6 + R_7 = 0$ . В цьому випадку еквівалентний опір між точками  $a$  і  $b$  приймає вигляд

$$R_{ab} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_5 R_3 R_4}{R_3 R_4 + (R_3 + R_4) R_5} =$$

$$= \frac{300 \cdot 600}{300 + 600} + \frac{200 \cdot 300 \cdot 150}{300 \cdot 150 + (300 + 150) 200} = 266,67 \text{ Ом.}$$

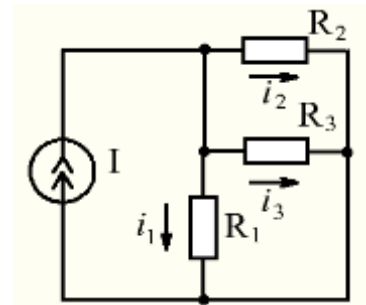
**Відповідь:** а)  $R_{ab} = 300 \text{ Ом}$ ; б)  $R_{ab} = 266,67 \text{ Ом}$ .

**Задача 2.22.** Згідно правила (2.12) струм  $i_1$  через вітку з резистором  $R_1$  дорівнює

$$i_1 = I \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}},$$

де  $R_{23}$  опір протилежної вітки, яка складається із двох паралельно з’єднаних резисторів  $R_2$  і  $R_3$ , тобто

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$





Отже, повний вираз струму  $i_1$  через вітку з резистором  $R_1$  має наступний вигляд

$$i_1 = I \frac{R_2 R_3}{(R_2 + R_3) \left( R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right)} .$$

Після перетворення останнього виразу до зручного для розрахунку вигляду струм  $i_1$  можна знайти як

$$i_1 = I \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{2 \cdot 500 \cdot 400}{100 \cdot 500 + 100 \cdot 400 + 500 \cdot 400} = 1,38 \text{ А.}$$

Аналогічно визначаємо струм  $i_2$  через вітку з резистором  $R_2$

$$i_2 = I \frac{R_{13}}{R_2 + R_{13}} ,$$

де  $R_{13}$  опір протилежної вітки, яка складається із двох паралельно з'єднаних резисторів  $R_1$  і  $R_3$  , тобто

$$R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} .$$

Тоді згідно правила (2.12) струм  $i_2$  через вітку з резистором  $R_2$  дорівнює

$$i_2 = I \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 400}{100 \cdot 500 + 100 \cdot 400 + 500 \cdot 400} = 0,28 \text{ А.}$$

Струм  $i_3$  через резистор  $R_3$  визначаємо за першим законом Кірхгофа

$$i_3 = I - i_1 - i_2 = 2 - 1,38 - 0,28 = 0,34 \text{ А.}$$

**Відповідь:**  $i_1 = 1,38 \text{ А}$ ,  $i_2 = 0,28 \text{ А}$ ,  $i_3 = 0,34 \text{ А}$ .

## 2.Г. Відповіді до задач розділу 2

- 2.1.  $R_2 = 50 \text{ Ом}$  і  $R_3 = 30 \text{ Ом}$  або  $R_2 = 3,125 \text{ Ом}$  і  $R_3 = 1,875 \text{ Ом}$ .
- 2.2.  $E = 6 \text{ В}$ ,  $i = 10^{-3} \text{ А}$ ,  $P = 0,006 \text{ Вт}$ ,  $P = P_{\text{КОЛО}} = 0,006 \text{ Вт}$ .
- 2.3.  $R_{AB} = 25 \text{ Ом}$ ; збільшиться до  $29 \text{ Ом}$ .
- 2.4. а)  $R_{ab} = 80 \text{ Ом}$ ; б)  $R_{ab} = 100 \text{ Ом}$ .
- 2.5. а)  $R_{AB} = 837,74 \text{ Ом}$ ; б)  $R_{AB} = 200 \text{ Ом}$ ; в)  $R_{CD} = 849,06 \text{ Ом}$ ; г)  $R_{CD} = 202,7 \text{ Ом}$ .
- 2.6.  $R_e = 32,84 \text{ Ом}$ .
- 2.7.  $R_{AB} = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_{CD} = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_{DF} = 100 \text{ Ом}$ .
- 2.8. а)  $10 \text{ Вт}$ , б)  $16,67 \text{ Вт}$ , в)  $1 \text{ Вт}$ .
- 2.9. а)  $R_{ab} = 300 \text{ Ом}$ ; б)  $R_{ab} = 266,67 \text{ Ом}$ .
- 2.10. а)  $R_{ab} = 24 \text{ Ом}$ , б)  $R_{ab} = 20 \text{ Ом}$ ; умова  $R_1 R_2 = R_3 R_4$ .
- 2.11.  $R_e = 22,14 \text{ Ом}$ ,  $i = 0,5 \text{ А}$ .
- 2.12. а)  $R_{AB} = 430 \text{ Ом}$ , б)  $R_{AB} = 409,06 \text{ Ом}$ .
- 2.13.  $R_{AB} = 237,58 \text{ Ом}$ ,  $U_{AB} = 11 \text{ В}$ .
- 2.14.  $R_e = 45,06 \text{ Ом}$ .
- 2.15.  $R_e = 100 \text{ Ом}$ ,  $U_{R_1} = U_{R_2} = 5 \text{ В}$ ,  $U_{R_3} = 1 \text{ В}$ ,  $U_{R_4} = U_{R_5} = 2,5 \text{ В}$ ,  $U_{R_6} = 1,5 \text{ В}$ .
- 2.16.  $R_e = 20 \text{ Ом}$ ,  $E = 10 \text{ В}$ ,  $i_{R_2} = i_{R_5} = 0,25 \text{ А}$ ,  $i_{R_4} = 0$ .
- 2.17.  $R_e = 19,34 \text{ Ом}$ ,  $E = 19,34 \text{ В}$ ,  $i_{R_5} = 0,28 \text{ А}$ ,  $i_{R_6} = 0,72 \text{ А}$ .
- 2.18.  $i_{R_1} = 0,1 \text{ А}$ ,  $i_{R_2} = i_{R_3} = i_4 = 0,05 \text{ А}$ ,  $U_{R_1} = U_{R_2} = 5 \text{ В}$ ,  $U_{R_3} = 1,5 \text{ В}$ ,  $U_{R_4} = 3,5 \text{ В}$ .
- 2.19.  $i_{R_1} = 0,2 \text{ А}$ ,  $i_{R_2} = i_{R_3} = i_4 = 0,1 \text{ А}$ ,  $U_{R_1} = U_{R_3} = 20 \text{ В}$ ,  $U_{R_2} = 14 \text{ В}$ ,  $U_{R_4} = 6 \text{ В}$ .
- 2.20.  $i_2 = 0,333 \text{ А}$ ,  $i_4 = 0,333 \text{ А}$ ,  $i_6 = 0,334 \text{ А}$ .
- 2.21.  $R_e = 4 \text{ Ом}$ ,  $E = 4 \text{ В}$ ,  $i_{R_1} = 1 \text{ А}$ ,  $i_{R_2} = i_{R_3} = 0,5 \text{ А}$ .
- 2.22.  $i_1 = 1,38 \text{ А}$ ,  $i_2 = 0,28 \text{ А}$ ,  $i_3 = 0,34 \text{ А}$ .
- 2.23.  $E = 10 \text{ В}$ .
- 2.24.  $R_1 = 120 \text{ Ом}$ ,  $i_2 = 0,3 \text{ А}$ ,  $i_3 = 0,4 \text{ А}$ .
- 2.25.  $R_e = 4 \text{ Ом}$ ;  $i_1 = 0,4 \text{ А}$ ,  $i_3 = 1,2 \text{ А}$ ,  $i_6 = 0,4 \text{ А}$ ;  $U_{R_1} = 8 \text{ В}$ ,  $U_{R_3} = 2,4 \text{ В}$ ,  $U_{R_6} = 4 \text{ В}$ .
- 2.26.  $E = 10 \text{ В}$ ,  $R_e = 4 \text{ Ом}$ ,  $i_2 = i_6 = 0,5 \text{ А}$ .
- 2.27.  $9,2 \text{ mA}$ .
- 2.28.  $R_x = 120 \text{ Ом}$ ,  $E = 62 \text{ В}$ .
- 2.29.  $R_e = 80 \text{ Ом}$ ,  $i_{R_1} = i_{R_2} = 0,2 \text{ А}$ ,  $i_{R_3} = i_4 = 0,1 \text{ А}$ ,  $i_{R_5} = 0,033 \text{ А}$ ,  $i_{R_6} = 0,067 \text{ А}$ ,  
 $U_{R_1} = 2 \text{ В}$ ,  $U_{R_2} = 6 \text{ В}$ ,  $U_{R_3} = 8 \text{ В}$ ,  $U_{R_4} = U_{R_5} = U_{R_6} = 4 \text{ В}$ .
- 2.30.  $R_e = 80 \text{ Ом}$ ,  $i_{R_1} = i_{R_2} = 75 \text{ mA}$ ,  $i_{R_3} = i_{R_4} = 37,5 \text{ mA}$ ,  $i_{R_5} = i_{R_6} = i_{R_7} = 18,75 \text{ mA}$ ,

$$U_{R_1} = E = 12 \text{ В}, U_{R_2} = 8,25 \text{ В}, U_{R_3} = 3,75 \text{ В}, U_{R_4} = U_{R_5} = 1,875 \text{ В}, U_{R_6} = 0,6 \text{ В}, \\ U_{R_7} = 1,275 \text{ В}.$$

**2.31.**  $E = 10 \text{ В}, i_{R_1} = i_{R_2} = 0,1 \text{ А}, i_{R_3} = 0,017 \text{ А}, i_{R_5} = 0,033 \text{ А}, U_{R_1} = 3 \text{ В}, U_{R_2} = 5 \text{ В},$   
 $U_{R_3} = U_{R_4} = U_{R_5} = 2 \text{ В}.$

**2.32.**  $E = 33,6 \text{ В}, R_2 = 2 \text{ кОм}, i_{R_1} = i_{R_2} = 1,6 \text{ мА}, i_{R_4} = i_{R_5} = 2,4 \text{ мА}, U_{R_1} = 6,4 \text{ В},$   
 $U_{R_2} = 3,2 \text{ В}, U_{R_3} = 9,6 \text{ В}, U_{R_4} = U_{R_5} = 24 \text{ В}, P = P_{\text{кОЛ}} = 161,28 \text{ мВт}.$

**2.33.**  $R_e = 80 \text{ Ом}.$

**2.34.**  $R_e = R.$

### 3. КОЛА ГАРМОНІЙНОГО СТРУМУ

**Основні співвідношення для гармонійного струму.** В електричних колах *миттєве* значення гармонійного струму  $i(t)$  змінюється в часі (рис. 3.1) відповідно закону

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi),$$

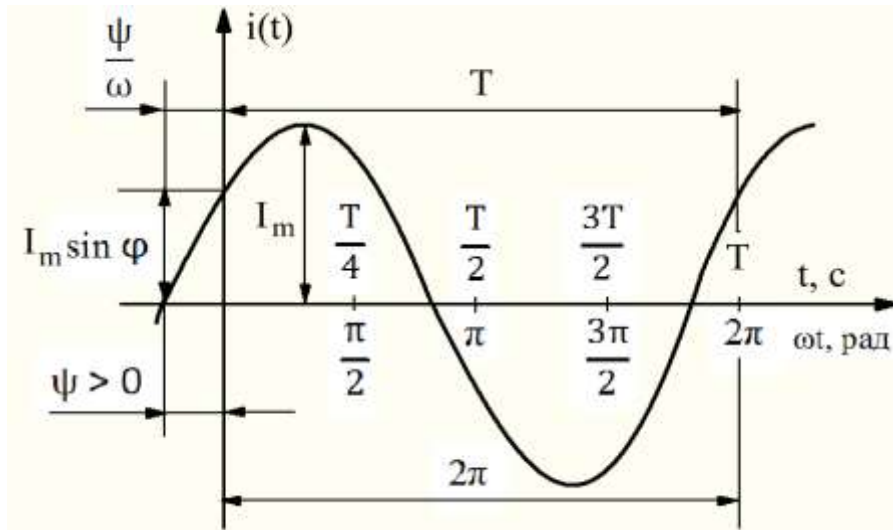


Рис. 3.1

де  $I_m$  – амплітуда струму, або максимальне значення;

$\omega t + \psi$  – фаза (фазовий кут);

$\psi$  – початкова фаза (початковий фазовий кут);

$\omega$  – кутова частота.

Кутова частота  $\omega$ , період  $T$  і циклічна частота  $f$  зв'язані співвідношенням

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \quad f = \frac{1}{T}.$$

*Середнє* значення гармонійного струму, ЕРС та напруги за половину періоду відповідно дорівнюють

$$I_{cp} = 0,637 I_m, \quad E_{cp} = 0,637 E_m, \quad U_{cp} = 0,637 U_m.$$

*Діюче* значення гармонійного струму, ЕРС та напруги відповідно рівні

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m, E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 E_m, U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m.$$

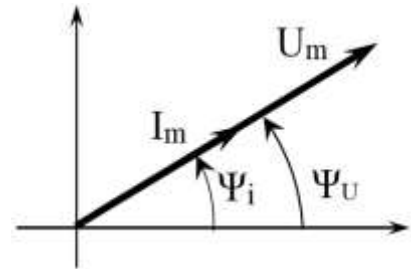
**Ідеальний опір в колі гармонійного струму.** Якщо гармонійну напругу з миттєвим значенням  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi_U)$  підвести до ідеального опору  $R$ , то через опір потече гармонійний струм

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{U_m}{R} \cos(\omega t + \psi_U) = I_m \cos(\omega t + \psi_I).$$

Миттєві, амплітудні і відповідно діючі значення напруги і струму пов'язані законом Ома

$$u(t) = Ri(t), \quad U_m = RI_m, \quad U = RI.$$

Початкові фази напруги і струму співпадають  $\psi_U = \psi_I$ , отже, на векторній діаграмі (рис. 3.2) в колі з ідеальним опором фазовий зсув  $\varphi$  між напругою  $u(t)$  і струмом  $i(t)$  дорівнює нулю:



$$\varphi = \psi_U - \psi_I = 0.$$

Рис. 3.2

**Ідеальна індуктивність в колі гармонійного струму.** Якщо через ідеальну індуктивність  $L$  проходить гармонійний струм  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi_I)$ , то миттєва напруга на індуктивності буде

$$\begin{aligned} u(t) &= L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \sin(\omega t + \psi_I) = I_m X_L \cos(\omega t + \psi_I + \frac{\pi}{2}) = \\ &= U_m \cos(\omega t + \psi_U), \end{aligned}$$

де  $U_m = I_m X_L$  – амплітудне значення напруги на індуктивності;  $X_L = \omega L$  – опір індуктивності змінному струму, або *індуктивний опір* (обернена йому величина  $B_L = 1/\omega L$  називається *індуктивною провідністю*);  $\psi_U = \psi_I + \pi/2$  – початкова фаза напруги, яка випереджає початкову фазу струму на кут  $\pi/2$ .

На векторній діаграмі (рис. 3.3) в колі з ідеальною індуктивністю фазовий зсув  $\varphi$  між напругою  $u(t)$  і струмом  $i(t)$  дорівнює  $\pi/2$ :

$$\varphi = \psi_U - \psi_I = \frac{\pi}{2}.$$

В електричному колі з індуктивністю напруга випереджає струм.

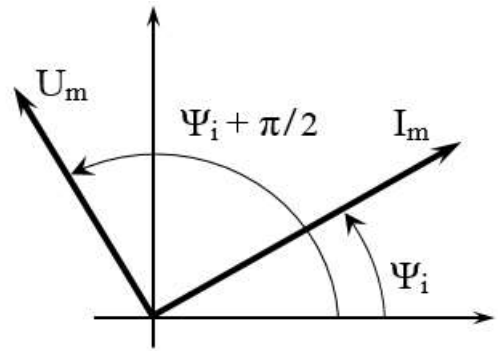


Рис. 3.3

**Ідеальна ємність в колі гармонійного струму.** Якщо гармонійну напругу з миттєвим значенням  $u(t) = U_m \cos(\omega t + \psi_U)$  підвести до ідеальної ємності  $C$ , то через ємність потече гармонійний струм

$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{du}{dt} = -\omega C U_m \sin(\omega t + \psi_U) = \frac{U_m}{X_C} \cos(\omega t + \psi_U + \frac{\pi}{2}) = \\ &= I_m \cos(\omega t + \psi_I), \end{aligned}$$

де  $I_m = U_m/X_C$  – амплітудне значення напруги на ємності;  $X_C = 1/\omega C$  – опір ємності змінному струму, або *ємнісний опір* (обернена йому величина  $B_C = \omega C$  називається *ємнісною провідністю*);  $\psi_I = \psi_U + \pi/2$  – початкова фаза струму, яка випереджає початкову фазу напруги на кут  $\pi/2$ . На векторній діаграмі (рис. 3.4) в колі з ідеальною ємністю фазовий зсув  $\varphi$  між напругою  $u(t)$  і струмом  $i(t)$  дорівнює  $-\pi/2$ :

$$\varphi = \psi_U - \psi_I = -\frac{\pi}{2}.$$

В електричному колі з ємністю струм випереджає напругу.

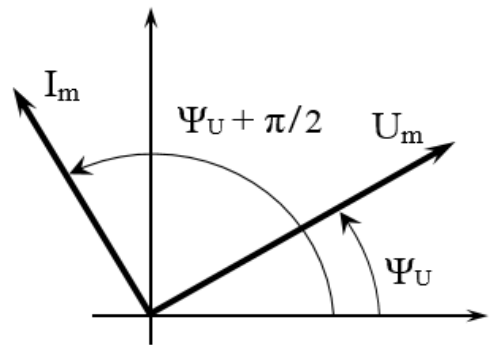


Рис. 3.4

**Послідовне з'єднання  $R$ ,  $L$  і  $C$ .** Через послідовно з'єднані опір  $R$ , індуктивність  $L$  і ємність  $C$  (рис. 3.5) проходить гармонійний струм  $i(t) = I_m \cos \omega t$  від джерела напруги  $u(t)$ , миттєве значення якої згідно другому закону Кірхгофа

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t).$$

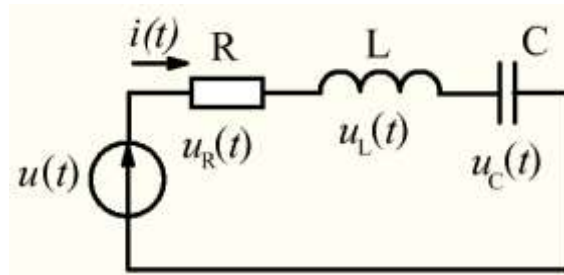


Рис. 3.5

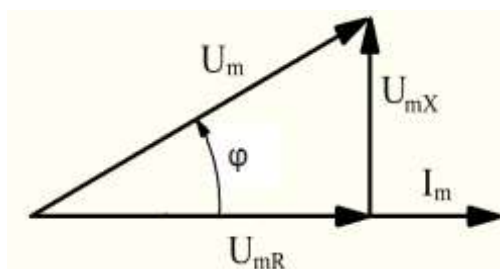
Миттєва вхідна напруга джерела, яка представлена через амплітудне значення струму і пасивні параметри кола, має вигляд

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = RI_m \cos \omega t + \omega LI_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + I_m / \omega C \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = RI_m \cos \omega t + (\omega L - 1/\omega C) I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = RI_m \cos \omega t + XI_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}),$$

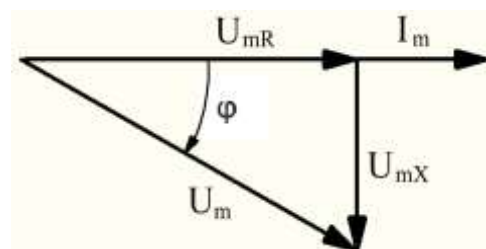
де  $X = \omega L - 1/\omega C = X_L - X_C$  – реактивний опір кола, причому, якщо  $X > 0$ , то опір має індуктивний характер, якщо  $X < 0$ , то ємнісний. Використовуючи закон Ома для амплітудних значень миттєву напругу  $u(t)$  можна представити у вигляді

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = U_{mR} \cos \omega t + U_{mX} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}),$$

де  $U_{mR} = RI_m$  і  $U_{mX} = XI_m$  – амплітудні значення напруги на активному  $R$  і реактивному  $X$  опорах. Останнє рівняння у вигляді векторних діаграм струму і напруг наведено на рис. 3.6 для випадків з індуктивним (а) і ємнісним (б) реактивним опором  $X$ . Такі діаграми називають *трикутниками напруг*, в яких спади



а)  $X > 0$



б)  $X < 0$

Рис. 3.6





**Паралельне з'єднання  $R$ ,  $L$  і  $C$ .** Якщо до паралельно з'єднаних активного опору  $R$ , індуктивності  $L$  і ємності  $C$  (рис. 3.8) підведена гармонійна напруга  $u(t) = U_m \cos \omega t$  від джерела напруги  $u(t)$ , то миттєве значення гармонійного струму  $i(t)$  через таке коло, згідно першому закону Кірхгофа, дорівнює алгебраїчній сумі гармонійних струмів в паралельних вітках

$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t).$$

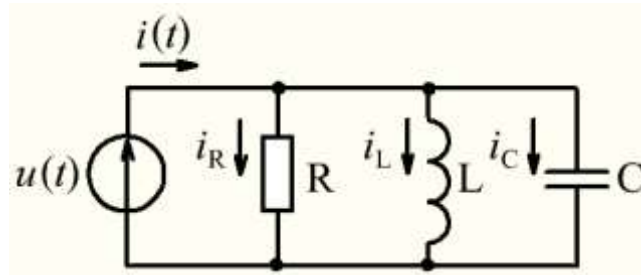


Рис. 3.8

Струм  $i_R(t)$  співпадає по фазі з напругою  $u(t)$ , струм  $i_L(t)$  через індуктивність  $L$  відстає, а струм  $i_C(t)$  через ємність  $C$  випереджає напругу на кут  $\pi/2$ . Отже, загальний струм  $i(t)$  від джерела напруги дорівнює

$$\begin{aligned} i(t) &= I_m(\cos \omega t - \varphi) = \frac{U_m}{R} \cos \omega t + \frac{U_m}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) + \omega C U_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \\ &= \frac{U_m}{R} \cos \omega t + (1/\omega L - \omega C) U_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = G U_m \cos \omega t + B U_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}), \end{aligned}$$

де  $G$  – активна провідність;  $B = B_L - B_C = 1/\omega L - \omega C$  – реактивна провідність кола, яка в залежності від знаку може мати індуктивний ( $B > 0$ ) або ємнісний ( $B < 0$ ) характер. Використовуючи закон Ома для амплітудних значень миттєвий струм  $i(t)$  можна представити у вигляді

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi) = I_{mG} \cos \omega t + I_{mB} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}),$$

де  $I_{mG} = G U_m$  і  $I_{mB} = B U_m$  – амплітудні значення струмів через активну  $G$  і реактивну  $B$  провідності.

Останнє рівняння у вигляді *векторних діаграм струмів і напруги* наведено на рис. 3.9 для випадків з індуктивним (а) і ємнісним (б) характером провідності  $B$ .

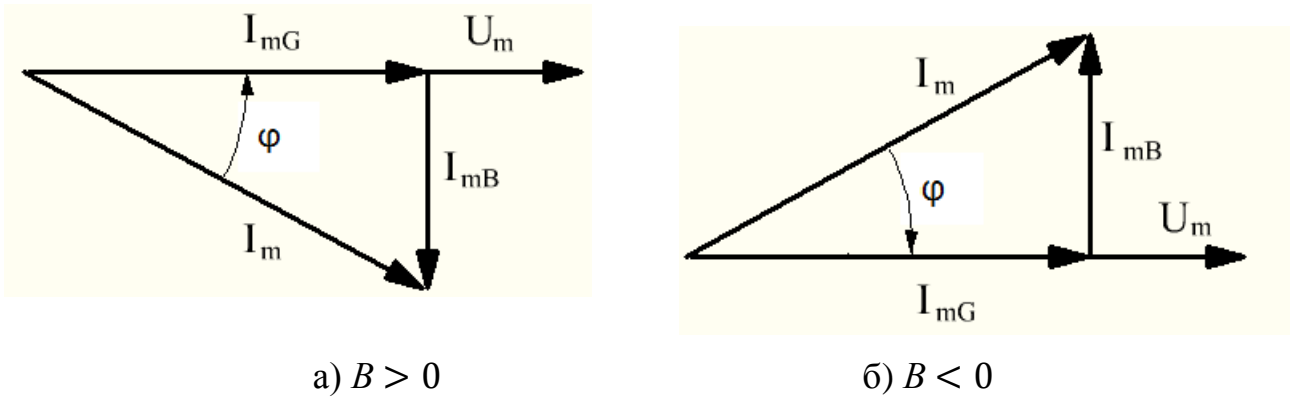


Рис. 3.9

Такі діаграми називають *трикутниками струмів*, в яких струми  $I_{mG}$  через активну і  $I_{mB}$  реактивну провідності зображаються катетами прямокутного трикутника, гіпотенуза якого зображає струм  $I_m$  від джерела на вході кола. Амплітудне значення  $I_m$  вхідного струму можна визначити із прямокутного трикутника у вигляді

$$I_m = \sqrt{I_{mG}^2 + I_{mB}^2} = \sqrt{(GU_m)^2 + (BU_m)^2} = U_m \sqrt{G^2 + B^2} = U_m Y,$$

де  $I_m = U_m Y$  – закон Ома для амплітудних значень;  $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$  – повна провідність паралельно з'єднаних активної  $G$  і реактивної  $B = 1/\omega L - \omega C$  провідностей.

Якщо всі сторони трикутника струмів поділити на напругу  $U_m$ , то вийде прямокутний *трикутник провідностей* (рис. 3.10), в якому катетами зображені

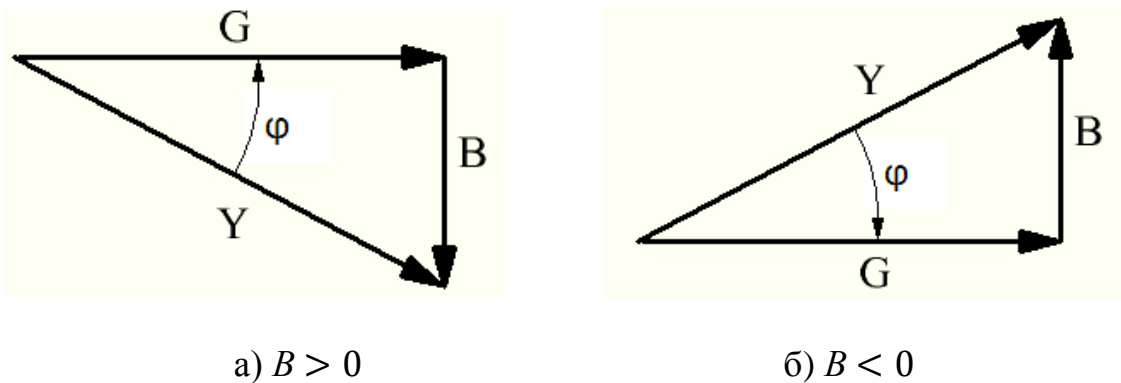


Рис. 3.10

активна  $G$  і реактивна  $B$  провідності, а гіпотенузою – повна провідність  $Y$ . Кут  $\varphi$  фазового зсуву напруги  $u(t)$  відносно струму  $i(t)$  із трикутника провідностей визначається як

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{B}{G} = \operatorname{arctg} \frac{1/\omega L - \omega C}{G}.$$

Для оцінки якості конденсаторів, які являють собою коло з ємністю  $C$  і активною провідністю  $G$ , користуються поняттям *добротності ємності*

$$Q_C = \frac{B}{G} = \omega CR,$$

яке рівнозначне тангенсу кута зсуву фаз  $\varphi$  для конденсатора. Обернена величина називається *тангенсом кута діелектричних втрат* конденсатора

$$\operatorname{tg} \delta = 1/Q_C.$$

Кут діелектричних втрат  $\delta$  доповнює фазовий кут  $\varphi$  до  $90^\circ$ .

**Перехід від послідовної схеми до еквівалентної паралельної схеми.** При заданих параметрах  $R$ ,  $L$  і  $C$  послідовної схеми з'єднання на рис. 3.5 перехід до еквівалентної паралельної схеми на рис. 3.8 виконують за формулами

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2}, \quad B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2},$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{1}{Z},$$

де  $G$ ,  $B$ ,  $Y$  – активна, реактивна і повна провідності паралельно з'єднаних пасивних елементів. Із виразів видно, що еквівалентні активна  $G$  і реактивна  $B$  провідності визначаються повним опором  $Z$  послідовної схеми.

**Перехід від паралельної схеми до еквівалентної послідовної схеми.** При заданих параметрах  $G$ ,  $B$  і  $Y$  паралельної схеми з'єднання на рис. 3.8 її

перетворення в еквівалентну послідовну схему, яка зображена на рис. 3.5, виконують за формулами

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2}, \quad X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2},$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + B^2}} = \frac{1}{Y},$$

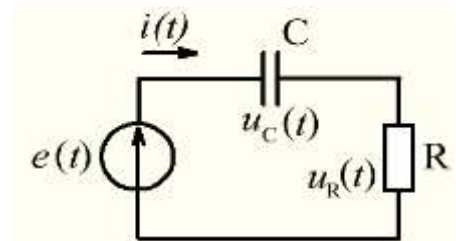
де  $R$ ,  $X$  і  $Z$  – активний, реактивний і повний опори послідовно з'єднаних пасивних елементів. Зміст виразів показує, що еквівалентні активний  $R$  і реактивний  $X$  опори послідовної схеми визначаються повною провідністю  $Y$  паралельної схеми.

### 3.Б. Задачі для самостійного рішення

**3.1.** До джерела змінного струму частотою 50 Гц і напругою  $U = 200$  В підключено конденсатор  $C$ . Потужність, яка споживається конденсатором, складає  $P = 600$  Вт, струм через конденсатор  $I = 5$  А. Розрахувати ємність конденсатора.

**3.2р.** Котушка індуктивності підключена до джерела змінного струму напругою 150 В і частотою 50 Гц. Струм через котушку дорівнює 6 А; потужність, яку споживає котушка, рівна 540 Вт. Знайти індуктивність  $L$  та активний опір  $r$  такої котушки.

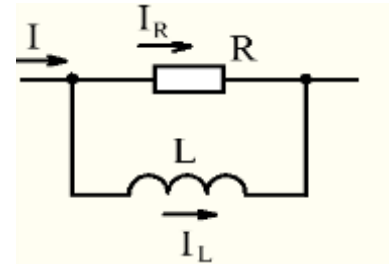
**3.3.** Через послідовно з'єднані конденсатор ємністю  $C = 31,8$  мкФ і резистор з опором  $R = 100$  Ом проходить гармонійний струм з амплітудним значенням  $I_m = 1,41$  А, частотою  $f = 50$  Гц. Знайти миттєві значення прикладеної до кола напруги  $e(t)$  та напруг на конденсаторі  $u_C(t)$  і резисторі  $u_R(t)$ .



**3.4.** Котушка індуктивності підключена до мережі змінного струму напругою 220 В частотою 314 рад/с. Струм через котушку дорівнює 4 А, потужність, яку

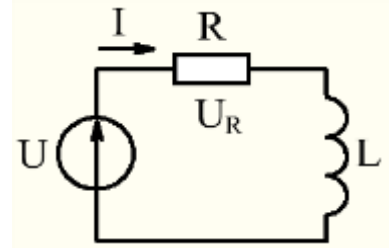
споживає котушка, рівна 792 Вт. Знайти індуктивність  $L$  та активний опір  $r$  такої котушки.

**3.5.** Знайти загальний струм  $I$  через паралельно з'єднані опір  $R$  і індуктивність  $L$ , у якої опір змінному струму  $X_L = R$ , якщо відомо, що струм  $I_R$  через опір  $R$  дорівнює 5 А. Побудувати векторну діаграму струмів.

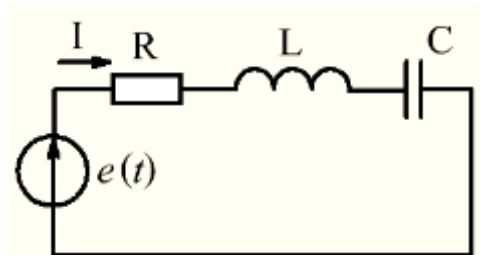


**3.6.** Через послідовно з'єднані ємність  $C$  і опір  $R$ , які підключені до джерела змінного струму напругою  $U = 125$  В і частотою  $f = 15,9$  кГц, проходить струм  $I = 1$  мА, потужність, яку споживає таке коло, складає  $P = 75$  мВт. Визначити величину ємності  $C$ .

**3.7.** Послідовно з'єднані опір  $R$  і індуктивність  $L$ , яка має індуктивний опір  $X_L = R$ , підключені до джерела змінної напруги  $U$ . Спад напруги на опорі складає  $U_R = 5$  В. Знайти величину вхідної напруги  $U$  і побудувати векторну діаграму напруг для такого кола. Розрахувати кут фазового зсуву  $\varphi$  між вхідними струмом  $I$  і напругою  $U$ .



**3.8р.** Послідовно з'єднані опір  $R = 100$  Ом, індуктивність  $L = 0,5$  Гн і ємність  $C = 100$  мкФ підключені до джерела гармонійної напруги з миттєвим значенням  $e(t) = 70,5 \sin 628t$  В. Розрахувати діючі значення напруги  $E$  джерела і струму  $I$  в колі.



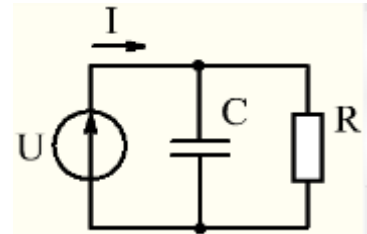
**3.9.** Через послідовно з'єднані конденсатор ємністю  $C = 31,8$  мкФ і резистор опором  $R = 100$  Ом проходить гармонійний струм з амплітудним значенням  $I_m = 1,41$  А, частотою  $f = 50$  Гц. Знайти активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності в такому колі.

**3.10.** В схемі з послідовно включеними опором  $R$  і індуктивністю  $L$  зсув фази між струмом і напругою на вході дорівнює  $\varphi = 60^\circ$ . Знайти зсув фази між ними при зменшеній вдвічі індуктивності.

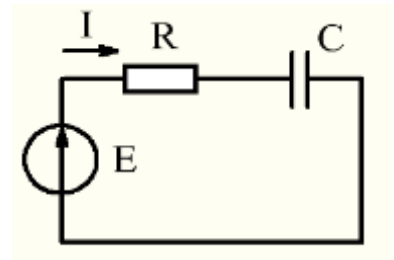
**3.11.** Через послідовно з'єднані індуктивність  $L$  і опір  $R$ , які підключені до джерела змінного струму напругою  $U = 200$  В і частотою  $f = 50$  Гц, проходить струм  $I = 10$  А, потужність, яку споживає таке коло, складає  $P = 620$  Вт. Визначити величину індуктивності  $L$  і опір  $R$ .

**3.12.** Послідовно з'єднані ємність  $C$  і опір  $R = 10$  кОм підключені до джерела напруги 220 В частотою 50 Гц. Знайти величину ємності  $C$ , якщо напруга на ній складає 60 В. Визначити кут фазового зсуву  $\varphi$  між вхідними струмом і напругою.

**3.13.** Паралельно з'єднані ємність  $C = 31,85$  мкФ і опір  $R = 50$  Ом підключені до джерела напруги  $U = 220$  В частотою 50 Гц. Знайти діюче значення струму  $I$  від джерела напруги. Визначити кут фазового зсуву  $\varphi$  між вхідними струмом і напругою.



**3.14р.** Резистор з опором  $R = 10$  Ом послідовно з'єднано з конденсатором  $C$  і підключено до джерела гармонійної напруги  $E = 500$  мВ частотою  $\omega = 10^4$  рад/с, в колі тече струм  $I = 10$  мА. Визначити ємність  $C$  конденсатора та величину фазового зсуву  $\varphi$  між вхідними струмом і напругою.



**3.15.** В момент часу  $t = 0$  миттєве значення синусоїдного струму рівне  $i(t) = 5$  А і досягає позитивного максимуму через проміжок часу  $t_1 = 2,5$  мс. Період коливань  $T = 0,02$  с. Визначити амплітудне значення струму  $I_m$ , початкову фазу  $\varphi$ , кутову частоту  $\omega$  і вираз для миттєвого значення струму  $i(t)$ .

**3.16.** Генератор з миттєвою напругою  $u(t) = 14,1 \sin 500t$  В підключено до резистора з активним опором 10 Ом. Знайти миттєві значення струму  $i(t)$  через резистор а також активну  $P$  і повну  $S$  потужності, які споживає резистор.

**3.17.** До джерела з напругою  $u(t) = 283 \sin 500t$  В підключена котушка, індуктивність якої  $L = 0,02$  Гн. Активним опором котушки можна знехтувати. Знайти миттєві значення струму  $i(t)$  через котушку а також повну  $S$ , активну  $P$  і реактивну  $Q$  потужності, які споживає котушка індуктивності.

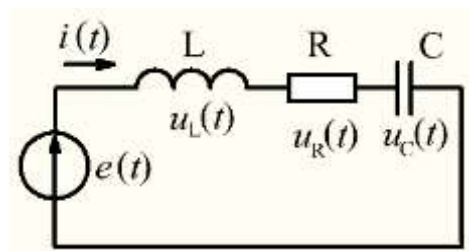
**3.18.** До джерела з напругою  $u(t) = 120 \sin 1000t$  В підключена котушка індуктивності, через яку тече струм з миттєвим значенням  $i(t) = 8 \sin (1000t - 53^\circ)$  А. Розрахувати величину індуктивності  $L$  і активного опору  $r$  котушки. Визначити можливе миттєве значення струму при зменшеній вдвічі частоті гармонійної напруги, яка підведена до котушки.

**3.19.** Конденсатор ємністю  $C = 10$  мкФ підключено до джерела напруги з миттєвим значенням  $u(t) = 150 \sin 500t$  В. Визначити миттєве  $i(t)$  і діюче  $I$  значення струму через конденсатор  $C$ , розрахувати повну  $S$  і активну  $P$  потужності, які він споживає.

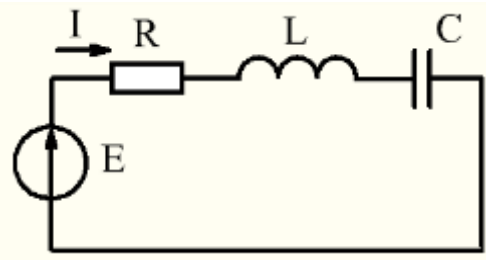
**3.20.** До джерела напруги з миттєвим значенням  $u(t) = 141 \sin 2000t$  В підключені резистор з опором  $R = 1$  кОм і послідовно з'єднаний з ним конденсатор ємністю  $C = 0,5$  мкФ. Знайти миттєві значення струму  $i(t)$  в колі і напруг на резисторі  $u_R(t)$  і конденсаторі  $u_C(t)$  а також повну  $S$ , активну  $P$  і реактивну  $Q$  потужності.

**3.21.** До електричного кола, яке складається із послідовно з'єднаних конденсатора і резистора, підключено джерело змінного струму з миттєвим значенням напруги  $u(t) = U_m \sin 5000t$  В, струм в колі дорівнює  $i(t) = 0,5 \sin (5000t + 30^\circ)$  А. Яким буде миттєве значення струму  $i(t)$  в колі при зменшеній вдвічі частоті гармонійної напруги?

**3.22р.** В електричному колі на рисунку параметри елементів наступні: миттєве значення напруги генератора  $e(t) = 20 \sin 100t$  В, активний опір  $R = 4$  Ом, індуктивність  $L = 70$  мГн, ємність  $C = 2500$  мкФ. Визначити миттєві значення струму  $i(t)$ , напруг на індуктивності  $u_L(t)$ , опорі  $u_R(t)$ , ємності  $u_C(t)$  та активну потужність  $P$  в колі.

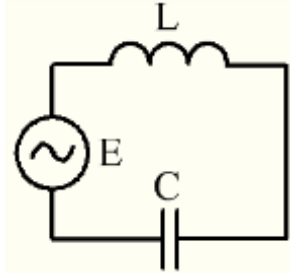


**3.23.** Електричне коло, в якому  $R = 60$  Ом,  $L = 63,7$  мГн,  $C = 31,85$  мкФ, підключено до генератора синусоїдного струму з частотою  $f = 50$  Гц і напругою  $E = 50$  В. Знайти струм  $I$  в колі, зсув фаз  $\varphi$  між струмом і напругою на вході кола, активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності всього кола.

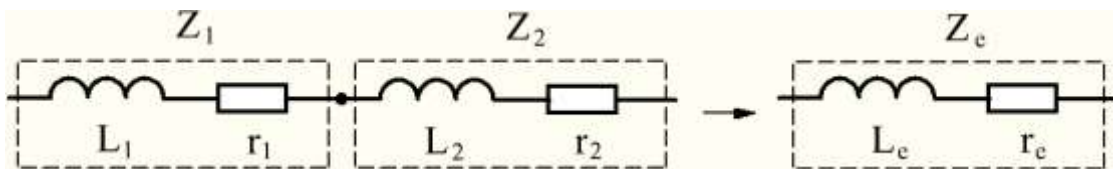


**3.24.** Від джерела гармонійної напруги  $U = 127$  В на частоті  $f_1 = 28,7$  Гц через котушку індуктивності  $L$  тече струм  $I = 2,8$  А. При тій же напрузі, але на частоті  $f_2 = 51$  Гц через котушку тече струм  $I = 2,1$  А. Розрахувати величину індуктивності  $L$  котушки.

**3.25.** Котушка індуктивності  $L$  і послідовно з'єднаний з нею конденсатор  $C$  підключені до генератора  $E$  гармонійної напруги. При кутовій частоті  $\omega_0$  генератора  $E$  струм через котушку і конденсатор співпадає по фазі з напругою генератора. Добротність котушки на цій частоті складає 4. Визначити частоту  $\omega$ , при якій струм через котушку і конденсатор буде відставати по фазі від напруги генератора на величину  $T/8$  ( $T$  – період коливань генератора). Втратами потужності в конденсаторі знехтувати.



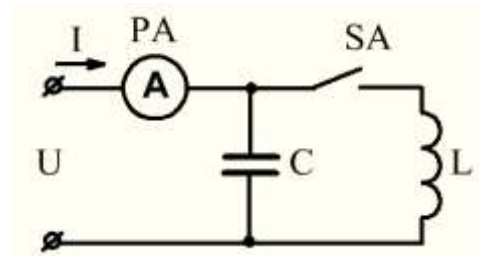
**3.26.** Генератор гармонійного струму підключено до двох послідовно з'єднаних котушок індуктивності  $L_1$  і  $L_2$ , які мають, відповідно, повні опори  $Z_1 = 40$  Ом



і  $Z_2 = 50$  Ом та добротності  $Q_1 = 25$  і  $Q_2 = 40$ . Визначити добротність  $Q_e$  і повний опір  $Z_e$  еквівалентної котушки  $L_e$ , яка складається із послідовно з'єднаних котушок  $L_1$  і  $L_2$ .



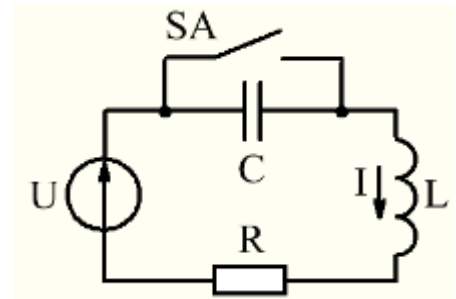
**3.27.** Для експериментального визначення величини індуктивності котушки  $L$  було зібрано електричне коло, в якому ємність конденсатора  $C$  вибрали такою, що покази амперметра  $PA$  залишалися незмінними при замкнутому і розімкненому вимикачі  $SA$ . Розрахувати індуктивність котушки  $L$ , якщо відомо, що вимірювання проведені при напрузі  $U = 19$  В, частоті  $f = 50$  Гц і що амперметр  $PA$  в обох випадках показав струм  $I = 0,5$  А.



**3.28.** До котушки індуктивності  $L$  паралельно підключено резистор  $R$ , опір якого вдвічі більше індуктивного опору  $X_L$  котушки; струм через котушку складає  $I_L = 5$  А. Знайти струм  $I_R$  через резистор  $R$ , загальний струм  $I$  через  $L$  і  $R$  та побудувати векторну діаграму струмів.

**3.29р.** Послідовно з'єднані опір  $R$  і індуктивність  $L = 1$  Гн підключені до джерела напруги 220 В частотою 50 Гц. Знайти величину опору  $R$ , якщо напруга на ньому складає 110 В. Визначити фазовий кут  $\varphi$  між вхідним струмом і напругою.

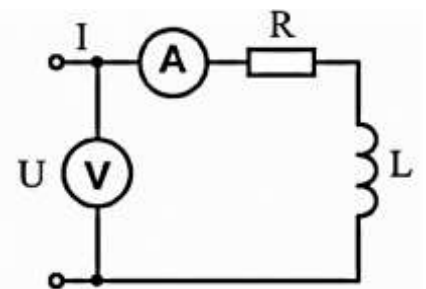
**3.30.** Послідовно з'єднані резистор  $R$ , котушка індуктивності  $L$  і конденсатор  $C$  підключені до джерела змінної напруги  $U = 120$  В, струм у колі  $I = 4$  А. Ємність конденсатора вибрана такою, що при його короткому замиканні струм у колі залишається незмінним. Відомо, що опір конденсатора змінному струму складає  $X_C = 48$  Ом. Визначити величини активного  $R$  і індуктивного  $X_L$  опорів.



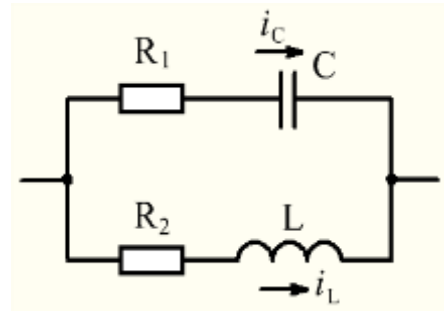
**3.31.** Для визначення індуктивності  $L$  і активного опору  $R$  були виміряні підведені до котушки напруга  $U$  і струм  $I$  за такими умовами:

- а) на частоті  $f_1 = 0$ ,  $U_1 = 100$  В,  $I_1 = 1$  А;
- б) на частоті  $f_2 = 500$  Гц,  $U_2 = 100$  В,  $I_2 = 0,5$  А.

Розрахувати індуктивність  $L$  і активний опір  $R$  та можливе значення струму  $I_3$  на частоті  $f_3 = 1$  кГц при  $U_3 = 100$  В.



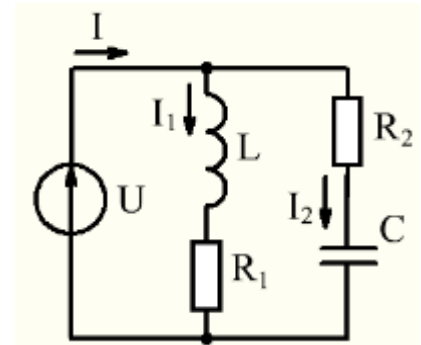
**3.32.** В електричному колі опори резисторів складають  $R_1 = 9 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ , індуктивність котушки  $L = 1,28 \text{ мГн}$ , частота струму  $f = 500 \text{ Гц}$ . Визначити значення ємності конденсатора  $C$ , при якому струм у вітці з котушкою індуктивності втричі більше струму у вітці з конденсатором.



**3.33.** До генератора змінного струму частотою  $f = 50 \text{ Гц}$  підключені послідовно з'єднані котушка індуктивності  $L = 3 \text{ мГн}$  з активним опором  $r = 20 \text{ Ом}$  і конденсатор ємністю  $C = 30 \text{ мкФ}$ . Напряга на конденсаторі складає  $U_C = 50 \text{ В}$ . Визначити напрягу генератора  $U$ , струм  $I$  через котушку індуктивності і конденсатор, напрягу на котушці  $U_L$ , активну  $P$  і реактивну  $Q$  потужності.

**3.34.** Через котушку індуктивності, яку підключали до джерела постійної напруги  $12 \text{ В}$ , проходив струм  $8 \text{ А}$ . Такий же струм проходив через котушку, коли її підключали до джерела змінного струму напругою  $20 \text{ В}$  частотою  $50 \text{ Гц}$ . Визначити активний  $R$ , індуктивний  $X_L$  і повний  $Z$  опори котушки; повну  $S$ , активну  $P$  і реактивну  $Q$  потужності.

**3.35.** До генератора гармонійної напруги  $U = 100 \text{ В}$  частотою  $f = 100 \text{ Гц}$  паралельно підключені дві вітки. Перша вітка містить послідовно з'єднані котушку індуктивності  $L = 15 \text{ мГн}$  і резистор  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ , друга вітка – послідовно з'єднані резистор  $R_2 = 30 \text{ Ом}$  і конденсатор  $C = 20 \text{ мкФ}$ . Визначити: а) струми від генератора  $I$ , через котушку індуктивності  $I_1$  та конденсатор  $I_2$ ; б) активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності.

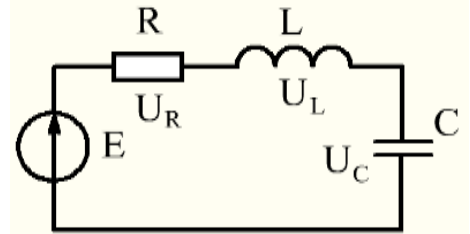


**3.36.** Гармонійний струм величиною  $5 \text{ А}$  і частотою  $50 \text{ Гц}$  проходить через котушку, яка має індуктивність  $19,1 \text{ мГн}$  і активний опір  $8 \text{ Ом}$ . Розрахувати спад напруги на котушці.

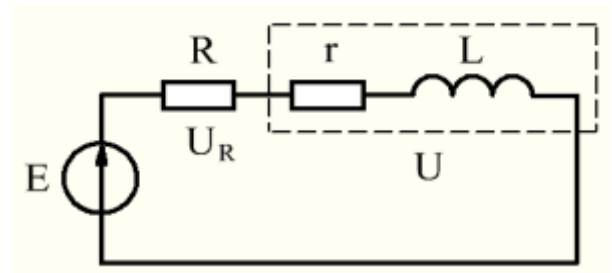
**3.37.** При підключенні котушки індуктивності  $L$  до джерела постійного струму

напругою 20 В через неї тече струм 0,8 А. При підключенні цієї котушки до джерела гармонійної напруги 60 В частотою 100 Гц через неї тече змінний струм 1,2 А. Розрахувати активний  $R$ , реактивний  $X_L$  і повний  $Z$  опори котушки та її індуктивність  $L$ .

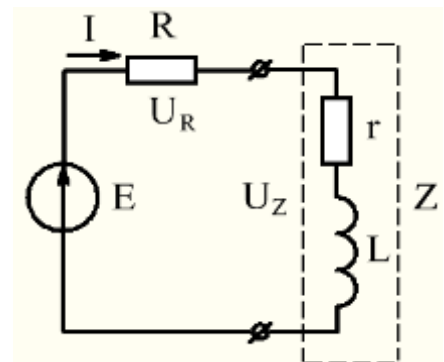
**3.38.** В електричному колі напруга гармонійного генератора  $E = 10$  В, спади напруги на опорі  $R$   $U_R = 6$  В, на ємності  $C$   $U_C = 2$  В; відомо, що індуктивний опір більше ємнісного. Розрахувати спад напруги  $U_L$  на індуктивності і кут фазового зсуву  $\varphi$  між вхідним струмом і напругою. Побудувати векторну діаграму напруг на елементах електричного кола.



**3.39.** В електричному колі напруга гармонійного генератора  $E = 60$  В, опір резистора  $R = 20$  Ом, спад напруги на резисторі дорівнює  $U_R = 40$  В. Спад напруги на котушці складає  $U = 30$  В. Знайти активну потужність  $P$ , яка споживається котушкою індуктивності. Побудувати векторну діаграму струму і напруг на елементах електричного кола.



**3.40.** Реальна котушка індуктивності підключена послідовно з резистором  $R$  до джерела гармонійного струму напругою  $E = 120$  В частотою 50 Гц. В колі тече струм  $I = 2$  А, спади напруг складають на резисторі  $U_R = 80$  В та на індуктивності  $U_Z = 60$  В. Розрахувати опір резистора  $R$ , індуктивність  $L$  котушки та її активний опір  $r$ .



### 3.В. Приклади розв'язку задач розділу 3

**Задача 3.2.** Активний опір  $r$  котушки визначаємо через діюче значення струму  $I$  та активну потужність  $P$ , яку вона споживає

$$r = \frac{P}{I^2} = \frac{540}{6^2} = 15 \text{ Ом.}$$

Індуктивність  $L$  котушки знаходимо у вигляді

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\sqrt{Z^2 - r^2}}{\omega},$$

де  $X_L$ ,  $Z$ ,  $r$  – індуктивний, повний та активний опори котушки;  $\omega = 2\pi f$ , де  $\omega$  і  $f$  – кутова і циклічна частоти гармонійного струму. Згідно закону Ома повний опір  $Z$  визначаємо через напругу  $U$  і струм  $I$ , який тече через котушку

$$Z = \frac{U}{I}.$$

Індуктивність  $L$  котушки розраховуємо у вигляді

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{U^2/I^2 - r^2} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} \sqrt{150^2/6^2 - 15^2} = 63,69 \text{ мГн.}$$

**Відповідь:**  $L = 63,69 \text{ мГн}$ ,  $r = 15 \text{ Ом}$ .

**Задача 3.8.** Величину діючої напруги  $E$  джерела визначаємо через його амплітудне значення  $E_m = 70,5 \text{ В}$ , яке відоме із заданого виразу миттєвої напруги  $e(t)$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{70,5}{1,41} = 50 \text{ В.}$$

Діюче значення струму  $I$  розраховуємо, використовуючи закон Ома для

повного кола змінного струму

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{50}{\sqrt{100^2 + (628 \cdot 0,5 - 1/628 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6})^2}} = 0,159 \text{ A.}$$

**Відповідь:**  $E = 50 \text{ В}$ ,  $I = 0,159 \text{ А}$ .

**Задача 3.14.** За законом Ома для повного кола змінного струму визначаємо повний опір  $Z$  послідовно з'єднаних резистора  $R$  і конденсатора  $C$

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}} = 50 \text{ Ом.}$$

Ємнісний опір конденсатора розраховуємо у вигляді

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{50^2 - 10^2} = 48,98 \text{ Ом.}$$

Величину ємності конденсатора  $C$  визначаємо із формули ємнісного опору

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{10^4 \cdot 48,98} = 2,04 \text{ мкФ.}$$

Кут фазового зсуву  $\varphi$  між вхідним струмом і напругою визначаємо із трикутника опорів у вигляді

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{X_C}{R}\right) = \arctg\left(-\frac{48,98}{10}\right) = -78,46^\circ.$$

Фазовий кут  $\varphi$  можна також розрахувати як

$$\varphi = \arccos\left(-\frac{R}{Z}\right) = \arccos\left(-\frac{10}{50}\right) = -78,46^\circ.$$

Задачу можна також розв'язати в інший спосіб, а саме: із виразів

$$C = \frac{1}{\omega X_C}, \quad X_C = \sqrt{Z^2 - R^2} \quad \text{і} \quad Z = \frac{E}{I}$$

після простих перетворень впливає загальна формула для обчислення ємності конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega \sqrt{\left(\frac{E}{I}\right)^2 - R^2}} = \frac{1}{10^4 \sqrt{\left(\frac{500 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}}\right)^2 - 10^2}} = 2,04 \text{ мкФ.}$$

Розрахунок за останньою формулою дає результат, який повністю співпадає з попереднім.

**Відповідь:**  $C = 2,04 \text{ мкФ}$ ,  $\varphi = -78,46^\circ$ .

**Задача 3.22.** Визначаємо індуктивний  $X_L$  та ємнісний  $X_C$  опори

$$X_L = \omega L = 100 \cdot 70 \cdot 10^{-3} = 7 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}} = 4 \text{ Ом.}$$

Обчислюємо повний опір електричного кола

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{4^2 + (7 - 4)^2} = 5 \text{ Ом.}$$

Визначаємо кут зсуву фаз між напругою джерела і струмом в колі

$$\varphi = \arctg (X_L - X_C)/R = \arctg (7 - 4)/4 = 37^\circ.$$

Згідно закону Ома для амплітудних значень обчислюємо амплітуду струму

$$I_m = E_m/Z = 20/5 = 4 \text{ А.}$$

Остаточно миттєве значення струму  $i(t)$  записуємо в такому вигляді

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) = 4 \sin(100t - 37^\circ) \text{ A.}$$

Миттєву напругу на активному опорі  $R$  визначаємо за законом Ома для миттєвих значень

$$u_R(t) = Ri(t) = 16 \sin(100t - 37^\circ) \text{ В.}$$

Миттєву напругу на індуктивності  $L$  обчислюємо за формулою, в якій амплітуду визначаємо згідно закону Ома для амплітудних значень а також з врахуванням того, що на індуктивності напруга випереджає струм на  $90^\circ$ :

$$u_L(t) = I_m X_L \sin(\omega t - \varphi + 90^\circ) = 4 \cdot 7 \cdot \sin(100t - 37^\circ + 90^\circ) = 28 \sin(100t + 53^\circ) \text{ В.}$$

Аналогічно визначаємо миттєве значення напруги на ємності з врахуванням того, що на ємності напруга відстає від струму на  $90^\circ$ :

$$u_C(t) = I_m X_C \sin(\omega t - \varphi - 90^\circ) = 4 \cdot 4 \cdot \sin(100t - 37^\circ - 90^\circ) = 16 \sin(100t - 127^\circ) \text{ В.}$$

Активну потужність  $P$ , яку споживає електричне коло, визначаємо за формулою, в якій використовуємо амплітудне значення струму  $I_m$

$$P = \frac{I_m^2 R}{2} = \frac{4^2 \cdot 4}{2} = 32 \text{ Вт.}$$

**Відповідь:**  $i(t) = 4 \sin(100t - 37^\circ) \text{ A}$ ,  $u_L(t) = 28 \sin(100t + 53^\circ) \text{ В}$ ,

$u_R(t) = 16 \sin(100t - 37^\circ) \text{ В}$ ,  $u_C(t) = 16 \sin(100t - 127^\circ) \text{ В}$ ,  $P = 32 \text{ Вт}$ .

**Задача 3.29.** Напруги на послідовно з'єднаних опорах прямо пропорційні величинам цих опорів, отже

$$\frac{U_R}{R} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}, \quad (\text{a})$$

де  $U_R$  – спад напруги на опорі  $R$ ;  $U = 220 \text{ В}$  – напруга джерела змінного струму;  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  – повний опір кола;  $X = \omega L$  – реактивний опір індуктивності  $L$ .

Із виразу (а) випливає рівняння

$$\frac{U_R^2}{R^2} = \frac{U^2}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (б)$$

Рішення рівняння (б) відносно активного опору  $R$  має вигляд

$$R = \frac{\omega^2 L^2 U_R^2}{U^2 - U_R^2} = \frac{314^2 \cdot 1^2 \cdot 110^2}{220^2 - 110^2} = 181,29 \text{ Ом.}$$

Фазовий кут  $\varphi$  визначаємо із трикутника опорів для кола з послідовним з'єднанням активного  $R$  і реактивного  $X$  опорів

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{314 \cdot 1}{181,29} = 60^\circ.$$

**Відповідь:**  $R = 181,29 \text{ Ом}$ ,  $\varphi = 60^\circ$ .

### 3.Г. Відповіді до задач розділу 3

3.1.  $C = 99,77 \text{ мкФ}$ .

3.2.  $L = 63,69 \text{ мГн}$ ,  $r = 15 \text{ Ом}$ .

3.3.  $e(t) = 199,4 \sin(314t - 89,4^\circ) \text{ В}$ ,  $u_C(t) = 141,2 \sin(314t - 90^\circ) \text{ В}$ ,  
 $u_R(t) = 141 \sin 314t \text{ В}$ .

3.4.  $L = 76,35 \text{ мГн}$ ,  $r = 49,5 \text{ Ом}$ .

3.5.  $7,07 \text{ А}$ .

3.6.  $C = 10 \text{ нФ}$ .

3.7.  $U = 7,07 \text{ В}$ ,  $\varphi = 45^\circ$ .

3.8.  $E = 50 \text{ В}$ ,  $I = 0,159 \text{ А}$ .

3.9.  $P = 100 \text{ Вт}$ ,  $Q = -100 \text{ ВАр}$ ,  $S = 141 \text{ ВА}$ .

3.10.  $\varphi = 40,89^\circ$ .

3.11.  $L = 60,56 \text{ мГн}$ ,  $R = 6,2 \text{ Ом}$ .

3.12.  $C = 1,12 \text{ мкФ}$ ,  $\varphi = -15,8^\circ$ .



- 3.13.  $I = 4,9 \text{ A}$ ,  $\varphi = -26,56^\circ$ .
- 3.14.  $C = 2,04 \text{ мкФ}$ ,  $\varphi = -78,46^\circ$ .
- 3.15.  $I_m = 7,07 \text{ A}$ ,  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\omega = 314 \text{ рад/с}$ ,  $i(t) = 7,07 \sin(314t + 45^\circ) \text{ A}$ .
- 3.16.  $i(t) = 1,41 \sin 500t \text{ A}$ ,  $P = 10 \text{ Вт}$ ,  $S = 10 \text{ ВА}$ .
- 3.17.  $i(t) = 28,3 \sin(500t - 90^\circ) \text{ A}$ ,  $S = 4000 \text{ ВА}$ ,  $P = 0 \text{ Вт}$ ,  $Q = 4000 \text{ ВАр}$ .
- 3.18.  $L = 12 \text{ мГн}$ ,  $r = 9 \text{ Ом}$ ;  $i(t) = 11,09 \sin(500t - 33,67^\circ) \text{ A}$ .
- 3.19.  $i(t) = 0,75 \sin(500t + 90^\circ) \text{ A}$ ,  $I = 0,53 \text{ A}$ ,  $S = 56,25 \text{ ВА}$ ,  $P = 0$ .
- 3.20.  $i(t) = 0,1 \sin(2000t + 45^\circ) \text{ A}$ ,  $u_R(t) = 100 \sin(2000t + 45^\circ) \text{ В}$ ,  
 $u_C(t) = 100 \sin(2000t - 45^\circ) \text{ В}$ ,  $S = 7,07 \text{ ВА}$ ,  $P = 5 \text{ Вт}$ ,  $Q = -5 \text{ ВАр}$ .
- 3.21.  $i(t) = 0,378 \sin(2500t + 49,17^\circ) \text{ A}$ .
- 3.22.  $i(t) = 4 \sin(100t - 37^\circ) \text{ A}$ ,  $u_L(t) = 28 \sin(100t + 53^\circ) \text{ В}$ ,  
 $u_R(t) = 16 \sin(100t - 37^\circ) \text{ В}$ ,  $u_C(t) = 16 \sin(100t - 127^\circ) \text{ В}$ ,  $P = 32 \text{ Вт}$ .
- 3.23.  $I = 0,5 \text{ A}$ ,  $\varphi = 53,1^\circ$ ,  $P = 15 \text{ Вт}$ ,  $Q = 20 \text{ ВАр}$ ,  $S = 25 \text{ ВА}$ .
- 3.24.  $L = 0,15 \text{ Гн}$ .
- 3.25.  $\omega = 1,133\omega_0$ .
- 3.26.  $Q_e = 31,6$ ;  $Z_e = 90 \text{ Ом}$ .
- 3.27.  $L = 60,5 \text{ мГн}$ .
- 3.28.  $I_R = 2,5 \text{ A}$ ,  $I = 5,59 \text{ A}$ .
- 3.29.  $R = 181,29 \text{ Ом}$ ,  $\varphi = 60^\circ$ .
- 3.30.  $R = 18 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 24 \text{ Ом}$ .
- 3.31.  $L = 3,2 \text{ мГн}$ ,  $R = 100 \text{ Ом}$ ,  $I_3 = 0,28 \text{ A}$ .
- 3.32.  $C = 26,4 \text{ мкФ}$ .
- 3.33.  $U = 50,44 \text{ В}$ ,  $I = 0,47 \text{ A}$ ,  $U_L = 0,44 \text{ В}$ ,  $P = 4,44 \text{ Вт}$ ,  $Q = -23,34 \text{ ВАр}$ .
- 3.34.  $R = 1,5 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 2 \text{ Ом}$ ,  $Z = 2,5 \text{ Ом}$ ;  $S = 160 \text{ ВА}$ ,  $P = 96 \text{ Вт}$ ,  $Q = 128 \text{ ВАр}$ .
- 3.35. а)  $I = 6,9 \text{ A}$ ,  $I_1 = 7,27 \text{ A}$ ,  $I_2 = 1,17 \text{ A}$ ;  
б)  $P = 570 \text{ Вт}$ ,  $Q = 389 \text{ ВАр}$ ,  $S = 690 \text{ ВА}$ .
- 3.36. Спад напруги  $50 \text{ В}$ .
- 3.37.  $R = 25 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 43,3 \text{ Ом}$ ,  $Z = 50 \text{ Ом}$ ,  $L = 68,95 \text{ мГн}$ .
- 3.38.  $U_L = 10 \text{ В}$ ,  $\varphi = 53,13^\circ$ .
- 3.39.  $P = 27,5 \text{ Вт}$ .
- 3.40.  $R = 40 \text{ Ом}$ ,  $L = 42,4 \text{ мГн}$ ,  $r = 6,88 \text{ Ом}$ .

#### 4. ПОТУЖНІСТЬ В КОЛАХ ГАРМОНІЙНОГО СТРУМУ

**Активна, реактивна і повна потужності.** Коли до електричного кола, яке містить активні і реактивні опори, прикладена напруга  $u(t) = U_m \cos \omega t$ , то в колі тече струм  $i(t) = I_m (\cos \omega t - \varphi)$ , при цьому від джерела електричної енергії в коло поступає миттєва потужність

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = u(t) = U_m I_m \cos \omega t (\cos \omega t - \varphi) = \\ &= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi), \end{aligned} \quad (4.1)$$

яка має дві складові: постійну величину  $UI \cos \varphi$  і гармонійну з подвоєною частотою  $2\omega$ . Середнє значення другої складової, за відрізок часу рівний періоду  $T$ , дорівнює нулю. Отже *середня потужність*, яка поступає в коло, рівна

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \varphi, \quad (4.2)$$

де множник  $\cos \varphi$  називають *коефіцієнтом потужності*. Середню потужність також називають *активною потужністю*. Вона вимірюється у *ватах* (Вт) і може бути представлена з врахуванням пасивних елементів кола

$$P = ZI^2 \cos \varphi = YU^2 \cos \varphi = RI^2 = GU^2,$$

або через активну складову напруги ( $U_a = U \cos \varphi$ ) або струму ( $I_a = I \cos \varphi$ )

$$P = U_a I ; P = UI_a .$$

Величина, яка дорівнює добутку діючих значень струму  $I$  і напруги  $U$  на вході електричного кола

$$S = UI, \quad (4.3)$$

називається *повною потужністю* кола, яка вимірюється в *вольт-амперах* (ВА). *Повна потужність* кількісно дорівнює амплітуді гармонічної складової миттєвої потужності  $p(t)$ . Очевидно, що відношення активної потужності до повної

є коефіцієнт потужності

$$\frac{P}{S} = \cos \varphi, \quad (4.4)$$

фізичний смисл якого – це доля активної потужності в повній.

Подальше перетворення виразу (4.1) надає миттєву потужність у вигляді

$$\begin{aligned} p(t) &= UI \cos \varphi + UI \cos(2 \omega t - \varphi) = \\ &= UI \cos \varphi + UI \cos \varphi \cos 2 \omega t + UI \sin \varphi \sin 2 \omega t = \\ &= P(1 + \cos 2 \omega t) + S \sin \varphi \sin 2 \omega t, \end{aligned}$$

де  $P(1 + \cos 2 \omega t)$  – миттєве значення активної потужності пасивної ділянки кола, яке в будь-який момент часу додатне, що свідчить про незворотне поглинання енергії в активних опорах цієї ділянки;  $S \sin \varphi \sin 2 \omega t$  – миттєве значення реактивної потужності, яка коливається з подвоєною частотою  $2\omega$  і приймає як додатні значення, при накопиченні реактивними елементами кола електричної енергії від джерела, так і від'ємні значення, коли реактивні елементи кола віддають енергію джерелу.

Мірою накопичення або віддавання енергії є поняття *реактивної потужності*  $Q$ , яка характеризує обмін енергією між джерелом та ділянкою кола і визначається з врахуванням пасивних параметрів кола як

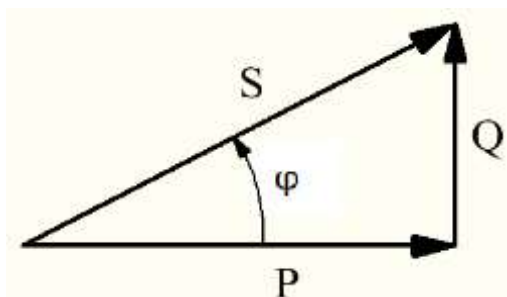
$$Q = S \sin \varphi = UI \sin \varphi = XI^2 = BU^2, \quad (4.5)$$

а також через реактивну складову напруги ( $U_p = U \sin \varphi$ ) або реактивну складову струму в колі ( $I_p = I \sin \varphi$ )

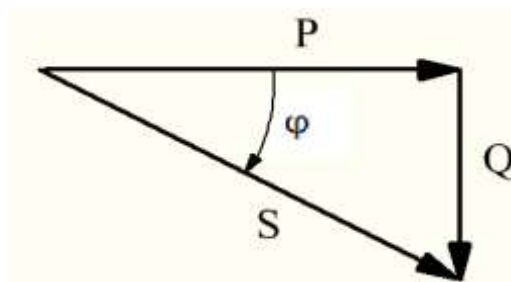
$$Q = U_p I ; \quad Q = U I_p .$$

Реактивна потужність вимірюється у *вольт-амперах реактивних* (ВАр). Реактивна потужність додатна, якщо коло має індуктивний характер ( $\varphi > 0$ ), і від'ємна, якщо коло має ємнісний характер ( $\varphi < 0$ ). При активному характері електричного кола ( $\varphi = 0$ ) реактивна потужність дорівнює нулю.

Зв'язок між активною  $P$ , реактивною  $Q$  та повною  $S$  потужностями можна представити графічно у вигляді векторної діаграми (рис. 4.1), а саме – трикутника потужностей, в якому катетами зображені активна  $P$  і реактивна  $Q$  потужності, а гіпотенузою – повна потужність  $S$ . На рис. 4.1а електричне коло має



а)  $X > 0$



б)  $X < 0$

Рис. 4. 1

індуктивний характер ( $X > 0$ ,  $\varphi > 0$ ), а на рис. 4.1б – ємнісний ( $X < 0$ ,  $\varphi < 0$ ).

Кут  $\varphi$  фазового зсуву напруги  $u(t)$  відносно струму  $i(t)$  із трикутника потужностей визначається через відношення реактивної  $Q$  і активної  $P$  потужностей

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{Q}{P}. \quad (4.6)$$

Із трикутника також випливає зв'язок між потужностями  $P$ ,  $Q$  і  $S$

$$P^2 + Q^2 = S^2. \quad (4.7)$$

В паспортних даних всякого джерела електричної енергії змінного струму (генератор, трансформатор і т.ін.) завжди вказують значення  $S$ , яке характеризує потужність, котру це джерело може віддати споживачу при умові, що останній працює при  $\cos \varphi = 1$  (тобто, споживач є чисто активним опором).

### 4.Б. Задачі для самостійного рішення

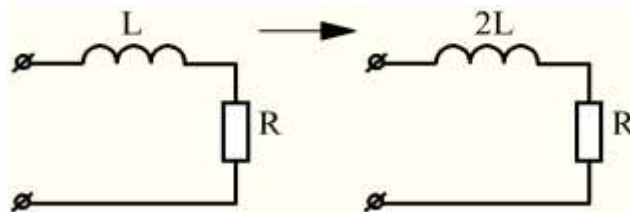
**4.1р.** Для індуктивності  $L = 400$  мГн, послідовно з'єднаної з активним опором  $R = 20$  Ом, на частоті  $f = 50$  Гц знайти коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$ .

**4.2р.** Для конденсатора ємністю  $C = 1$  мкФ, паралельно з'єданого з резистором  $R = 1$  кОм, на частоті  $f = 400$  Гц знайти коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$ .

**4.3.** Для паралельно з'єднаних опору  $R$  і ємності  $C$  коефіцієнт потужності дорівнює  $\cos\varphi = 0,8$ . Знайти величину коефіцієнта потужності при зменшеній втричі частоті мережі живлення.

**4.4.** При послідовному з'єднанні опору  $R$  і індуктивності  $L$  коефіцієнт потужності  $\cos\varphi = 0,5$ . Знайти величину коефіцієнта потужності, якщо частоту мережі живлення зменшити втричі.

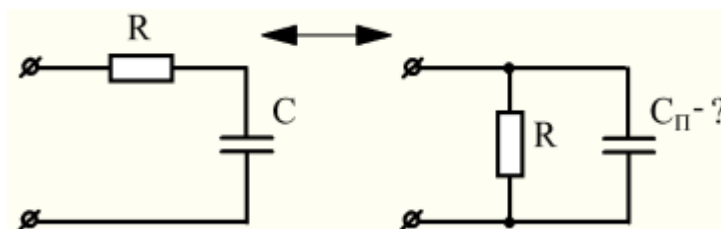
**4.5.** При послідовному з'єднанні котушки індуктивності  $L$  і резистора  $R$  коефіцієнт потужності дорівнює  $\cos\varphi = 0,3$ .



Яким стане коефіцієнт потужності, якщо індуктивність  $L$  збільшити вдвічі?

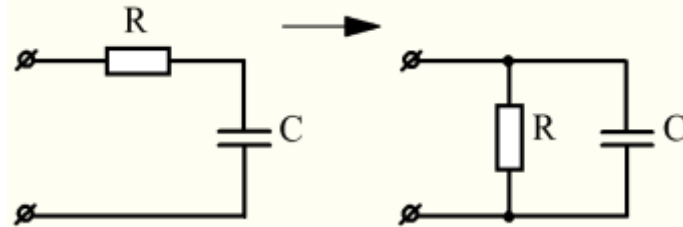
**4.6.** Знайти коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  для послідовно з'єднаних резистора з опором  $R$  і конденсатора з ємністю  $C = 124$  мкФ при діючих значеннях напруги мережі живлення  $220$  В і струму  $8$  А та кутовій частоті  $314$  рад/с.

**4.7.** При послідовному з'єднанні резистора  $R$  і конденсатора  $C$  коефіцієнт потуж-



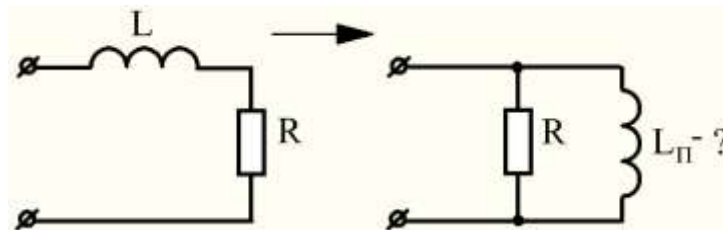
ності складає  $\cos\varphi = 0,8$ . Якою повинна бути ємність конденсатора  $C_{\text{п}}$ , щоб при паралельному з'єднанні його з резистором  $R$  коефіцієнт потужності залишився незмінним?

**4.8.** При послідовному з'єднанні резистора  $R$  і конденсатора  $C$  коефіцієнт потужності дорівнює  $\cos\varphi = 0,8$ .



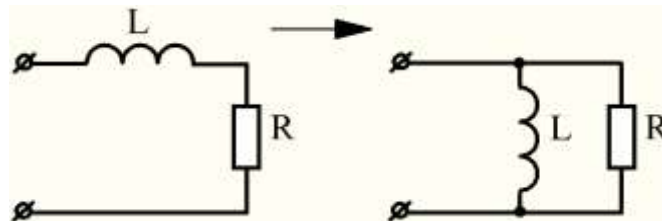
Яким буде величина коефіцієнта потужності при паралельному з'єднанні резистора  $R$  і конденсатора  $C$  ?

**4.9.** При послідовному з'єднанні опору  $R$  і індуктивності  $L$  коефіцієнт потужності  $\cos\varphi = 0,8$ .



Якою повинна бути індуктивність  $L_{\text{п}}$ , щоб при паралельному з'єднанні її з опором  $R$  коефіцієнт потужності залишився незмінним?

**4.10.** При послідовному з'єднанні опору  $R$  і індуктивності  $L$  коефіцієнт потужності  $\cos\varphi = 0,8$ .



Який буде коефіцієнт потужності при паралельному з'єднанні опору  $R$  і індуктивності  $L$  ?

**4.11.** На послідовно з'єднаних опорі  $R$  і індуктивності  $L$  спади напруг рівні. Який коефіцієнт потужності такого кола?

**4.12.** Спад напруги на індуктивності  $L$  вдвічі більше, ніж на опорі  $R$ , який послідовно включено з індуктивністю  $L$ . Визначити коефіцієнт потужності такого кола.

**4.13.** Через паралельно включені індуктивність  $L$  і опір  $R$  тече загальний струм 5 А. Відомо, що струм через опір дорівнює 3 А. Знайти струм, який тече через індуктивність  $L$  та коефіцієнт потужності такого кола.

**4.14.** Для індуктивності  $L = 100$  мГн, послідовно з'єднаної з активним опором  $R = 10$  Ом, на частоті  $f = 50$  Гц знайти

а) коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$ ;

б) розрахувати ємність конденсатора  $C$ , який необхідно включити послідовно з джерелом живлення для отримання  $\cos\varphi = 0,865$ .

**4.15.** Для послідовно з'єднаних ємності  $C$  і опорі  $R = 10$  Ом при діючих значеннях напруги мережі живлення 220 В і струму 8 А, кутовій частоті 314 рад/с знайти коефіцієнт потужності.

**4.16.** Визначити коефіцієнт потужності паралельно з'єднаних котушки індуктивності  $L = 0,1$  Гн і резистора з опором  $R = 100$  Ом, які підключені до електричної мережі частотою 50 Гц. Які зміни треба ввести в електричне коло, щоб коефіцієнт потужності став 0,85?

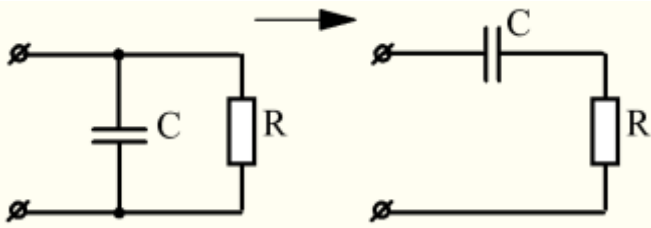
**4.17.** Ємність  $C = 124$  мкФ послідовно з'єднана з активним опором  $R = 10$  Ом, і підключена до джерела змінного струму частотою  $f = 50$  Гц. Визначити коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  та розрахувати величину індуктивності  $L$ , яку треба послідовно включити з джерелом струму для отримання  $\cos\varphi = 0,865$ .

**4.18.** Послідовно з'єднані опір  $R$  і ємність  $C$  підключені до джерела змінної напруги 220 В, при цьому напруга на опорі складає 160 В. Чому дорівнює коефіцієнт потужності такого кола?

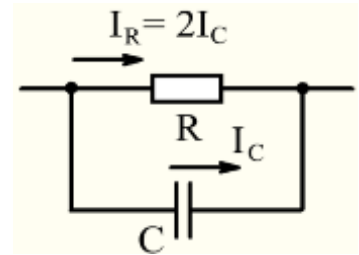
**4.19.** Знайти коефіцієнт потужності послідовно з'єднаних індуктивності  $L$  і опору  $R$ , які підключені до побутової мережі змінного струму напругою 127 В, при цьому напруга на опорі складає 70 В.

**4.20.** Через паралельно з'єднані конденсатор і резистор проходять рівні струми. Розрахувати величину коефіцієнта потужності такого кола.

**4.21.** При паралельному з'єднанні резистора з опором  $R$  і конденсатора ємності  $C$  коефіцієнт потужності дорівнює  $\cos\varphi = 0,5$ . Розрахувати величину коефіцієнта потужності при послідовному з'єднанні резистора  $R$  і конденсатора  $C$  ?



**4.22.** Величина гармонійного струму  $I_R$  через резистор  $R$  вдвічі більше струму  $I_C$  через конденсатор  $C$ , який паралельно підключено до резистора  $R$ . Розрахувати коефіцієнт потужності такого кола.



**4.23р.** До мережі живлення підключені пристрої з різними технічними характеристиками, а саме: перший пристрій споживає потужність  $P_1 = 60$  Вт при  $\cos\varphi_1 = 0,5$ ; другий пристрій споживає потужність  $P_2 = 120$  Вт при  $\cos\varphi_2 = 0,8$ ; потужність третього пристрою  $P_3 = 100$  Вт при  $\cos\varphi_3 = 1$ . Визначити коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  при одночасній роботі цих пристроїв.

**4.24.** Визначити коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  електричного кола, яке складається із послідовно з'єднаних котушки індуктивності  $L = 100$  мГн і резистора опором  $R = 10$  Ом. Для підвищення коефіцієнта потужності до  $\cos\varphi = 0,865$  розрахувати необхідну ємність  $C$  конденсатора при його підключенні послідовно (а) або паралельно (б) електричному колу.

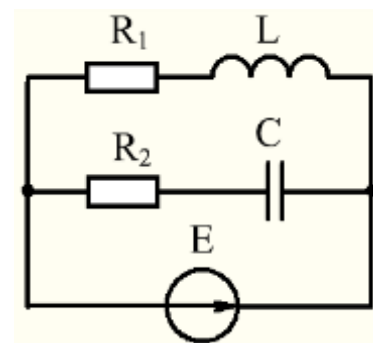
**4.25.** Однофазний електродвигун споживає струм 2 А від мережі напругою 220 В і частотою 50 Гц. Коефіцієнт потужності двигуна 0,85. Визначити активну  $P$  і повну  $S$  потужності, які відбираються двигуном із мережі.



**4.26.** Розрахувати струм, який споживає однофазний електродвигун потужністю 880 Вт, якщо він ввімкнений в мережу з напругою 220 В частотою 50 Гц, а його коефіцієнт потужності складає 0,8.

**4.27.** Через котушку індуктивності з коефіцієнтом потужності  $\cos\varphi = 0,4$  проходить змінний струм 5 А частотою 50 Гц. Ватметр показує потужність 160 Вт. Визначити напругу  $U$  на зажимах котушки, її повний  $Z$  і активний  $R$  опори та індуктивність  $L$ .

**4.28.** В електричному колі індуктивність котушки  $L = 15$  мГн, ємність конденсатора  $C = 20$  мкФ, опори резисторів  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом, напруга генератора  $E = 100$  В частотою  $\omega = 628$  рад/с. Розрахувати коефіцієнт потужності кола  $\cos\varphi$ , активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності.



**4.29.** На шильдику однофазного електродвигуна написано “ $U = 220$  В,  $I = 5$  А,  $\cos\varphi = 0,8$ ”. Визначити активний  $R$ , індуктивний  $X_L$  і повний  $Z$  опори обмотки електродвигуна.

**4.30.** Однофазний генератор змінного струму розраховано на повну потужність  $S = 11$  кВА при вихідній напрузі  $U = 220$  В. Який найбільший струм  $I$  в мережі може забезпечити генератор? Визначити активну потужність, яку віддає генератор в таких випадках: а) навантаження повністю активне, тобто  $\cos\varphi = 1$ ; б) при активному і індуктивному навантаженні з коефіцієнтом потужності  $\cos\varphi = 0,8$ .

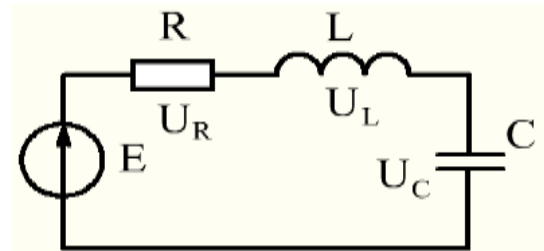
**4.31р.** Однофазний двигун має корисну потужність  $P_k = 240$  Вт, напругу живлення  $U = 220$  В частотою  $f = 50$  Гц, струм споживання  $I = 1,95$  А, коефіцієнт корисної дії  $\eta = 80$  %. Визначити: а) коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  двигуна; б) ємність  $C$  конденсатора, який при паралельному підключенні до двигуна збільшує коефіцієнт потужності до 1.

**4.32р.** Через котушку індуктивності  $L$  з активним опором  $r = 15$  Ом тече струм  $I = 8$  А від мережі змінного струму напругою  $U = 220$  В частотою

$f = 50$  Гц. Розрахувати коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  такого кола, активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності, індуктивний  $X_L$  і повний  $Z$  опори котушки та її індуктивність  $L$  а також спади напруги на індуктивній  $U_L$  і активній  $U_r$  складових повного опору кола.

**4.33.** Від генератора змінного струму частотою  $f = 50$  Гц тече струм  $I = 6$  А через індуктивне навантаження з активним опором  $r = 3$  Ом і коефіцієнтом потужності  $\cos\varphi = 0,8$ . Визначити повний  $Z$  і індуктивний  $X_L$  опори навантаження, індуктивність  $L$  навантаження, напругу  $U$  генератора, спади напруги на активній  $U_r$  та індуктивній  $U_L$  складових повного опору, активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності.

**4.34.** До джерела гармонійної напруги  $E = 110$  В підключені послідовно з'єднані активний опір  $R$ , індуктивність  $L$  і ємність  $C$ . На частоті  $f_0 = 45$  Гц напруги на індуктивності  $U_L$  і ємності  $U_C$  однакові і дорівнюють  $200,8$  В. Розрахувати коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$  такого кола при частоті джерела гармонійної напруги  $f_1 = 60$  Гц.



*Звернути увагу! Рівність напруг на індуктивності і ємності свідчить про наявність в колі послідовного резонансу.*

#### 4.В. Приклади розв'язку задач розділу 4

**Задача 4.1.** При послідовному з'єднанні активного опору  $R$  і індуктивності  $L$  із трикутника опорів впливає, що

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z},$$

де  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  – повний опір кола;  $X = \omega L$  – реактивний опір індуктивності  $L$ ,  $\omega = 2\pi f$  – кутова частота струму мережі живлення. Це дозволяє обґрунтувати формулу для розрахунку коефіцієнта потужності таким чином

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}} = \frac{20}{\sqrt{20^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,4)^2}} = 0,157.$$

**Відповідь:**  $\cos\varphi = 0,157$ .

**Задача 4.2.** Для паралельного з'єднання активного опору  $R$  і ємності  $C$  із трикутника провідностей впливає, що

$$\cos\varphi = \frac{G}{Y},$$

де  $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$  – повна провідність кола;  $G = 1/R$  – активна провідність опору  $R$ ;  $B = -\omega C$  – реактивна провідність ємності  $C$ ,  $\omega = 2\pi f$  – кутова частота струму в мережі. Отже, коефіцієнт потужності розраховуємо за формулою

$$\begin{aligned}\cos\varphi &= \frac{1}{R \sqrt{\frac{1}{R^2} + (2\pi f)^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f)^2 C^2 R^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + (2 \cdot 3,14 \cdot 400)^2 \cdot (10^{-6})^2 \cdot (10^3)^2}} = 0,37.\end{aligned}$$

**Відповідь:**  $\cos\varphi = 0,37$ .

**Задача 4.23.** Для визначення загального коефіцієнта потужності при одночасній роботі трьох пристроїв необхідно знайти загальну активну  $P$  і загальну повну  $S$  потужності. Загальну активну потужність визначаємо як

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 60 + 120 + 100 = 280 \text{ Вт.}$$

Загальна повна потужність дорівнює

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

де  $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$  – загальна реактивна потужність і її складові, які розраховуємо із трикутників потужностей для кожного пристрою окремо

$$Q_1 = S_1 \sin\varphi_1 = \frac{P_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_1}}{\cos\varphi_1} = \frac{60 \sqrt{1 - 0,5^2}}{0,5} = 103,9 \text{ ВАр},$$

$$Q_2 = S_2 \sin\varphi_2 = \frac{P_2 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_2}}{\cos\varphi_2} = \frac{120 \sqrt{1 - 0,8^2}}{0,8} = 90 \text{ ВАр},$$

$$Q_3 = S_3 \sin\varphi_3 = \frac{P_3 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_3}}{\cos\varphi_3} = \frac{100 \sqrt{1 - 1^2}}{1} = 0.$$

Отже, загальна реактивна потужність складає

$$Q = Q_1 + Q_2 = 103,9 + 90 = 193,9 \text{ ВАр}.$$

Розраховуємо загальну повну потужність

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{280^2 + 193,9^2} = 340,58 \text{ ВА}.$$

Загальний коефіцієнт потужності при одночасній роботі трьох пристроїв визначаємо як відношення загальних активної і повної потужностей

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{280}{340,58} = 0,822.$$

**Відповідь:**  $\cos\varphi = 0,822$ .

**Задача 4.31.** Визначаємо величину підведеної до двигуна активної потужності  $P$  з врахуванням коефіцієнта корисної дії  $\eta$  та корисної потужності  $P_k$

$$P = \frac{P_k}{\eta} = \frac{240}{0,8} = 300 \text{ Вт}.$$

Повна потужність  $S$ , яка споживається від мережі живлення, дорівнює

$$S = UI = 220 \cdot 1,95 = 429 \text{ ВА.}$$

Визначаємо коефіцієнт потужності двигуна

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{300}{429} = 0,7.$$

Із трикутника струмів розраховуємо реактивний струм  $I_L$  через індуктивну складову повного опору обмотки двигуна

$$I_L = I \sin\varphi = I\sqrt{1 - \cos^2\varphi} = 1,95\sqrt{1 - 0,7^2} = 1,385 \text{ А.}$$

Для збільшення коефіцієнта потужності до 1 реактивний струм  $I_L$  компенсуємо струмом  $I_C = I_L$  з протилежним знаком. Компенсуючий струм буде проходити через підключений паралельно двигуну конденсатор ємністю  $C$ , величину якої отримаємо із умови компенсації

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U\omega C = I_L.$$

Із останнього виразу отримуємо формулу для розрахунку величини ємності  $C$  конденсатора, при якій повністю компенсується реактивний струм  $I_L$  двигуна

$$C = \frac{I_L}{\omega U} = \frac{1,385}{314 \cdot 220} = 20 \text{ мкФ.}$$

При паралельному підключенні конденсатора  $C = 20$  мкФ до двигуна коефіцієнт потужності буде дорівнювати 1, а із мережі споживатися тільки активний струм  $I_R$ , величину якого визначаємо із трикутника струмів

$$I_R = I \cos\varphi = 1,95 \cdot 0,7 = 1,365 \text{ А.}$$

При наявності конденсатора двигун споживає із мережі струм приблизно на тридцять відсотків менше.

**Відповідь:** а)  $\cos\varphi = 0,7$ ; б)  $C = 20$  мкФ.

**Задача 4.32.** Активна потужність  $P$  споживається активною складовою повного опору електричного кола. Отже величину активної потужності визначаємо як

$$P = I^2 r = 8^2 \cdot 15 = 965 \text{ Вт.}$$

Повну потужність  $S$  визначаємо через діючі значення струму і напруги в колі

$$S = UI = 220 \cdot 8 = 1760 \text{ ВА.}$$

Із трикутника потужностей розраховуємо значення коефіцієнта потужності

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{960}{1760} = 0,545.$$

Реактивну потужність теж визначаємо із трикутника потужностей у вигляді

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{1760^2 - 960^2} = 1475 \text{ ВАр.}$$

Повний опір визначаємо за законом Ома для кола змінного струму

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{8} = 27,5 \text{ Ом.}$$

Індуктивний опір котушки із трикутника опорів дорівнює

$$X_L = \sqrt{Z^2 - r^2} = \sqrt{27,5^2 - 15^2} = 23,049 \text{ Ом,}$$

а величина індуктивності

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{23,049}{314} = 0,073 \text{ Гн.}$$

Спад напруги  $U_r$  на активному опорі кола:

$$U_r = Ir = 8 \cdot 15 = 120 \text{ В.}$$

Спад напруги  $U_L$  на індуктивності  $L$  визначаємо із трикутника напруг

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_r^2} = \sqrt{220^2 - 120^2} = 184,4 \text{ В.}$$

**Відповідь:**  $\cos\varphi = 0,545$ ;  $P = 960$  Вт,  $Q = 1475$  ВАр,  $S = 1760$  ВА,  
 $X_L = 23,05$  Ом,  $Z = 27,5$  Ом,  $L = 0,073$  Гн,  $U_L = 184,4$  В,  $U_r = 120$  В.

#### 4.Г. Відповіді до задач розділу 4

- 4.1.  $\cos\varphi = 0,157$ .
- 4.2.  $\cos\varphi = 0,37$ .
- 4.3.  $\cos\varphi = 0,97$ .
- 4.4.  $\cos\varphi = 0,866$ .
- 4.5.  $\cos\varphi = 0,155$ .
- 4.6.  $\cos\varphi = 0,36$ .
- 4.7.  $C_{\pi} = 0,562C$ .
- 4.8.  $\cos\varphi = 0,6$ .
- 4.9.  $L_{\pi} = 1,78L$ .
- 4.10.  $\cos\varphi = 0,36$ .
- 4.11.  $\cos\varphi = 0,707$ .
- 4.12.  $\cos\varphi = 0,5$ .
- 4.13.  $I_L = 4$  А,  $\cos\varphi = 0,6$ .
- 4.14. а)  $\cos\varphi = 0,304$ ; б)  $C = 124$  мкФ.
- 4.15.  $\cos\varphi = 0,364$ .
- 4.16.  $\cos\varphi = 0,3$ ; паралельно підключити ємність  $C = 81,53$  мкФ.
- 4.17.  $\cos\varphi = 0,362$ ;  $L = 100$  мГн.
- 4.18.  $\cos\varphi = 0,727$ .
- 4.19.  $\cos\varphi = 0,551$ .
- 4.20.  $\cos\varphi = 0,707$ .
- 4.21.  $\cos\varphi = 0,866$ .
- 4.22.  $\cos\varphi = 0,894$ .
- 4.23.  $\cos\varphi = 0,822$ .
- 4.24.  $\cos\varphi = 0,303$ ; а) послідовно  $C = 120$  мкФ, б) паралельно  $C = 75$  мкФ.
- 4.25.  $P = 374$  Вт,  $S = 440$  ВА.
- 4.26.  $I = 5$  А.
- 4.27.  $U = 80$  В,  $Z = 16$  Ом,  $R = 6,4$  Ом,  $L = 46,7$  мГн.
- 4.28.  $\cos\varphi = 0,826$ ,  $P = 570$  Вт,  $Q = 389$  ВАр,  $S = 690$  ВА.

**4.29.**  $R = 35,2 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 26,4 \text{ Ом}$ ,  $Z = 44 \text{ Ом}$ .

**4.30.**  $I = 50 \text{ А}$ , а)  $P = 11 \text{ кВт}$ , б)  $P = 8,8 \text{ кВт}$ .

**4.31.** а)  $\cos\varphi = 0,7$ ; б)  $C = 20 \text{ мкФ}$ .

**4.32.**  $\cos\varphi = 0,545$ ;  $P = 960 \text{ Вт}$ ,  $Q = 1475 \text{ ВАп}$ ,  $S = 1760 \text{ ВА}$ ,  $X_L = 23,05 \text{ Ом}$ ,  
 $Z = 27,5 \text{ Ом}$ ,  $L = 0,073 \text{ Гн}$ ,  $U_L = 184,4 \text{ В}$ ,  $U_r = 120 \text{ В}$ .

**4.33.**  $Z = 3,75 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 2,24 \text{ Ом}$ ,  $L = 7,13 \text{ мГн}$ ,  $U = 22,5 \text{ В}$ ,  $U_r = 18 \text{ В}$ ,  $U_L = 13,45 \text{ В}$ ,  
 $P = 108 \text{ Вт}$ ,  $Q = 81 \text{ ВАп}$ ,  $S = 135 \text{ ВА}$ .

**4.34.**  $\cos\varphi = 0,68$ .



## ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

### РОБОТА № 1. ТРИ ВИДИ ОПОРІВ В КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

#### Мета роботи

Встановити взаємозв'язок активних і пасивних параметрів електричного кола змінного однофазного струму, яке складається із активного опору і послідовно включеною індуктивністю (або ємністю) при постійному значенні діючої напруги.

#### Прилади і устаткування

Лабораторний автотрансформатор (ЛАТР), вольтметр діючих значень, амперметр змінного струму, електродинамічний ватметр, реостат, котушка індуктивності із роз'ємним магнітним осердям, набір конденсаторів.

#### 1. Теоретичні основи

Якщо до кола, яке складається із послідовно включених активного опору  $r$  і індуктивності  $L$ , підвести синусоїдну напругу з миттєвим значенням  $u(t)$ , то в колі з'явиться *електрорушійна сила* (ЕРС) *самоіндукції*

$$e_L = -L \frac{di}{dt},$$

яка буде діяти в колі разом із підведеною напругою. Згідно закону Ома миттєве значення струму є  $i(t) = (u + e_L)/r$ , а миттєве значення напруги

$$u(t) = ir + L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Напруга  $u(t)$  є синусоїдна, отже із останнього співвідношення випливає, що і струм  $i(t)$  теж синусоїдний з миттєвим значенням

$$i(t) = I_m \sin \omega t, \quad (2)$$

де  $I_m$  - амплітудне значення струму,  $\omega$  – кутова частота. Підставимо вираз (2) в (1) і після перетворень отримаємо значення миттєвої напруги у вигляді

$$u(t) = I_m r \sin \omega t + I_m \omega L \sin(\omega t + \pi/2). \quad (3)$$

Перша складова правої частини рівняння (3) є синусоїдна величина з амплітудою  $I_m r$  (з нульовою початковою фазою, тобто співпадаючу по фазі із струмом), а друга складова – синусоїдна величина з амплітудою  $I_m \omega L$  і початковою фазою  $\pi/2$ , тобто, що випереджає струм на  $90^\circ$ . Перша складова називається *активною*

складовою напруги або просто активною напругою  $u_a(t)$ , а друга – індуктивною реактивною складовою або просто індуктивною реактивною напругою  $u_p(t)$ . Графічно ці складові зображені на рис. 1 у вигляді часових діаграм.

Діючі значення активної і реактивної напруг знайдемо розділивши на  $\sqrt{2}$  відповідні амплітуди, тобто замінивши в їх виразах  $I_m$  на  $I\sqrt{2}$ . Таким чином діюче значення активної напруги представляється у вигляді  $U_a = Ir$ , а реактивної -  $U_p = I\omega L$ .

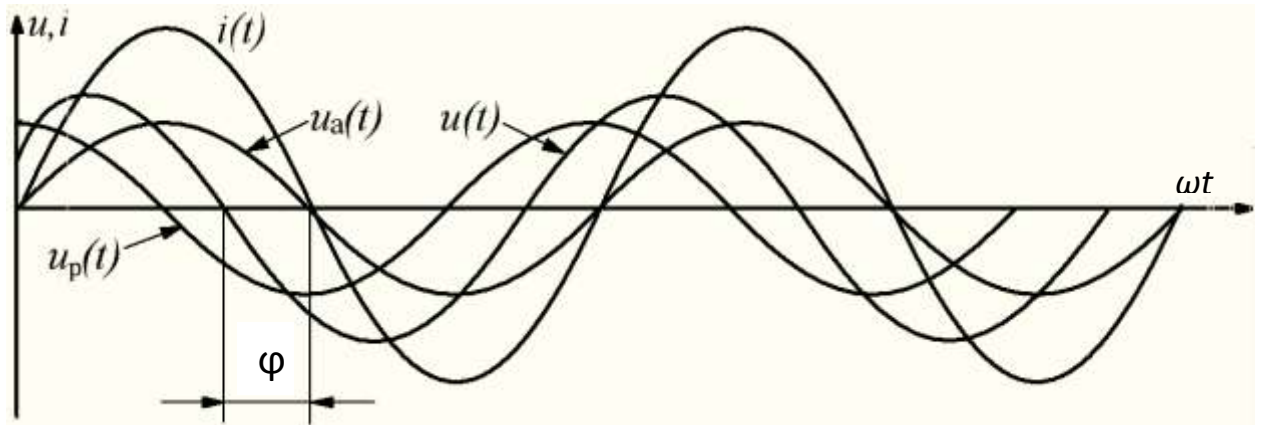


Рис. 1

Миттєве значення повної напруги  $u(t)$  на затискачах кола дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих значень активної  $u_a(t)$  і реактивної  $u_p(t)$  напруг, отже діюче значення повної напруги  $U$  дорівнює геометричній сумі діючих значень активної  $U_a$  і реактивної  $U_p$  напруг, тобто  $\bar{U} = \bar{U}_a + \bar{U}_p$ . Це складання зроблено на векторній діаграмі, яка показана на рис.2. Вектор  $\bar{U}_a = \bar{I}r$  збігається за напрямом з вектором  $\bar{I}$ , а вектор  $\bar{U}_p = \bar{I}\omega L$  випереджує вектор  $\bar{I}$  на  $90^\circ$ .

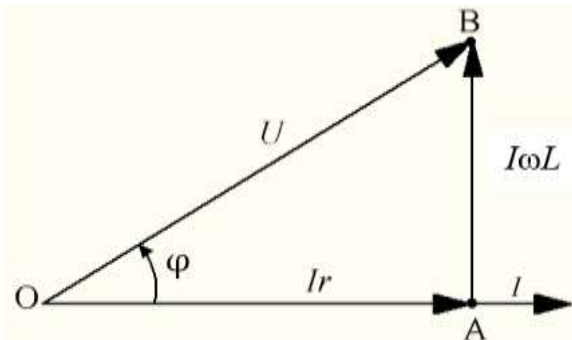


Рис. 2

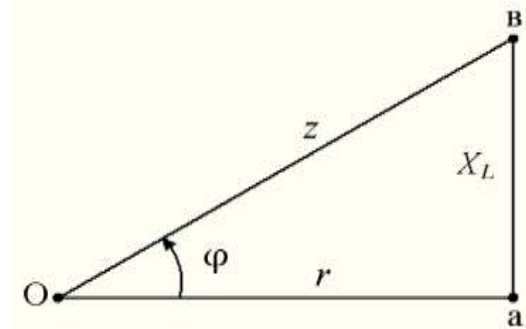


Рис. 3

З прямокутного трикутника  $OAB$  (трикутника напруг) легко встановлюється співвідношення між величинами  $U$  і  $I$ :

$$I^2 r^2 + I^2 (\omega L)^2 = U^2,$$

звідки

$$I = U / \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}, \quad (4)$$

а також визначається *фазовий кут*  $\varphi$ , на який напруга випереджує струм:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{r}. \quad (5)$$

Відношення (4) називається *законом Ома для змінного струму*, а складова  $\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$ , що має розмірність опору, *повним опором*. Повний опір позначається буквою  $z$ , складова  $\omega L$  позначається як  $X_L$  і називається *індуктивним опором*. Цей опір характеризує реакцію індуктивної ділянки кола на протікання через неї змінного струму. На відміну від нього опір  $r$  називається *активним опором*. Таким чином, маємо  $z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$ , і закон Ома для змінного струму набирає вигляду

$$I = U/z.$$

Якщо всі сторони трикутника напруг  $OAB$  (рис. 2) поділити на струм  $I$ , то отримаємо подібний трикутник  $oav$  (*трикутник опорів*), показаний на рис. 3, катети якого зображують активний і індуктивний опори, а гіпотенуза – повний опір.

Якщо активний опір кола дуже малий в порівнянні з індуктивним, то ним можна нехтувати і тоді

$$z = X_L = \omega L, \quad I = U/\omega L,$$

а оскільки при цьому  $\operatorname{tg} \varphi = \omega L/0 = \infty$ , то  $\varphi = 90^\circ$ , тобто струм відстає від напруги на чверть періоду.

Якщо до затискачів генератора, що створює синусоїдну напругу  $u(t)$ , приєднати конденсатор з ємністю  $C$ , то він буде періодично заряджатися і розряджатися, отже, через з'єднувальні провідники буде проходити змінний струм  $i(t)$ , пов'язаний з напругою співвідношенням

$$i(t) = C \frac{du}{dt},$$

З урахуванням  $u(t) = U_m \sin \omega t$  миттєве значення струму через ємність буде

$$i(t) = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + \pi/2), \quad (6)$$

де  $I_m = \omega C U_m$  – амплітудне значення струму. Таким чином із (6) випливає наступне – струм в колі з ємністю на чверть періоду випереджає напругу на затискачах цієї ємності, що ілюструється часовою діаграмою на рис. 4. Поділивши на  $\sqrt{2}$  обидві частини рівняння (6), отримаємо діюче значення гармонійного струму у вигляді  $I = U\omega C$ . Відповідна векторна діаграма наведена на рис. 5. Величина  $1/\omega C$  називається *ємнісним опором* і позначається  $X_C$ , вона характеризує

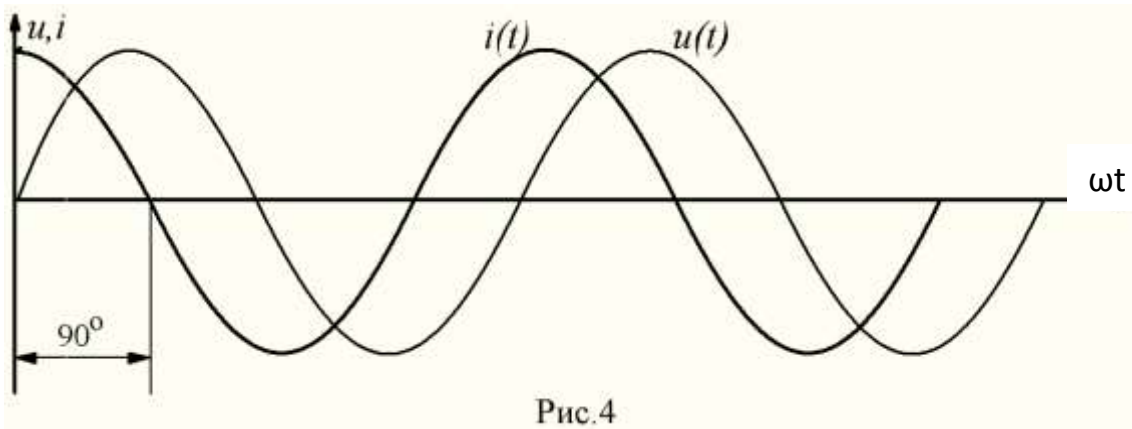


Рис.4

реакцію ємнісної ділянки кола на протікання через неї змінного струму.

Якщо крім ємності  $C$  в колі є активний опір  $r$ , з'єднаний з ємністю послідовно, то прикладена до усього кола напруга є сумою двох складових - активної напруги  $U_a = Ir$  і ємнісної реактивної напруги  $U_p = I/\omega C$ . Активна напруга співпадає по фазі із струмом (рис.6), а ємнісна реактивна - відстає від нього на  $90^\circ$ , так що прикладена напруга  $U$  виявляється такою, що відстає від струму  $I$  на деякий кут  $\varphi$ .

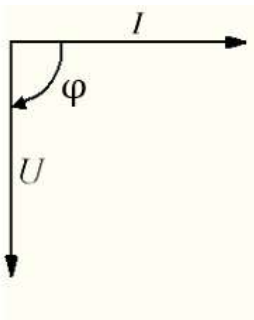


Рис. 5

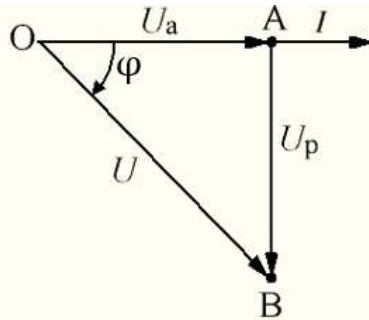


Рис. 6

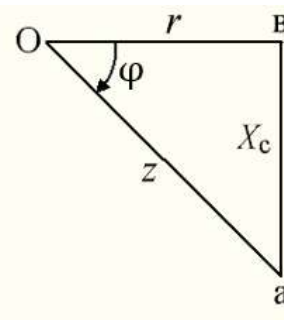


Рис. 7

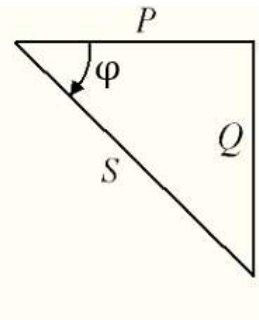


Рис. 8

Для трикутника  $OAB$  (рис. 6) справедлива рівність

$$U^2 = I^2 r^2 + I^2 / \omega^2 C^2 ,$$

із якого випливає рівняння закону Ома для кола з ємністю і активним опором

$$I = U / \sqrt{r^2 + 1/\omega^2 C^2} .$$

Тут повним опором кола є величина  $z = \sqrt{r^2 + 1/\omega^2 C^2}$ .

Якщо всі сторони трикутника напруг поділити на струм  $I$ , то отримаємо подібний трикутник опорів  $oav$  (рис. 7), із якого випливає значення фазового кута для кола з ємністю і активним опором

$$\varphi = - \arctg \frac{X_C}{r} .$$

Потужність змінного струму теж є змінна величина. Миттєва потужність визначається як  $p(t) = i(t)u(t)$ . Якщо в цю формулу підставити миттєві значення  $i(t) = I_m \sin \omega t$  та  $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ , то отримаємо миттєву потужність у вигляді  $p(t) = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi)$ . Після перетворювань знаходимо

$$p(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi).$$

Середню за період потужність  $P$  можна визначити за формулою:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \varphi. \quad (7)$$

*Середня потужність* називається також *активною потужністю*, тому що вона залежить тільки від активного опору. Дійсно (рис.6), маємо  $U_a = U \cos \varphi = Ir$ , тоді із (7) випливає, що  $P = UI \cos \varphi = I^2 r = U_a^2 / r$ . Активна потужність вимірюється в ватах (Вт).

*Реактивна потужність*, що відповідає реактивному опору, за визначенням рівна  $Q = U_p I$ , де  $U_p = IX_C = U \sin \varphi$ . Отже, її можна визначити наступним співвідношенням:  $Q = UI \sin \varphi$ . Реактивна потужність вимірюється у вольт-амперах реактивних (ВАр).

*Повна потужність* визначається як  $S = UI$ . Одиницею вимірювання повної потужності є вольт-ампер (позначення - ВА).

Активна, реактивна і повна потужності пов'язані між собою співвідношенням  $P^2 + Q^2 = S^2$  і наочно представляються на *трикутнику потужностей* (рис. 8), подібному до трикутника опорів. Відношення активної потужності до повної потужності  $\cos \varphi = P/S$  називається *коефіцієнтом потужності*. Коефіцієнт потужності є важливим показником в енергетиці, оскільки характеризує міру використання електричної енергії від джерела. Коефіцієнт потужності є безрозмірним і позначається  $\cos \varphi$ .

## 2. Підготовка до виконання роботи

- 2.1. Ознайомитися із завданням до лабораторної роботи.
- 2.2. Вивчити у підручнику з теорії електричних кіл розділ, присвячений колам однофазного змінного струму.
- 2.3. Ознайомитися з наявним устаткуванням і технічними характеристиками вимірювальних приладів, які використовуються в лабораторній роботі.
- 2.4. Розробити конкретний план проведення експерименту з дослідження електричних кіл згідно завдання. План обговорити і узгодити з викладачем. При необхідності внести відповідні корективи.

### 3. Завдання до виконання лабораторної роботи

#### 3.1. Дослідження послідовного з'єднання індуктивності та активного опору

3.1.1. Скласти схему послідовного включення в коло змінного струму активного опору (реостата)  $r$  з котушкою індуктивності  $L$  згідно рис. 9.

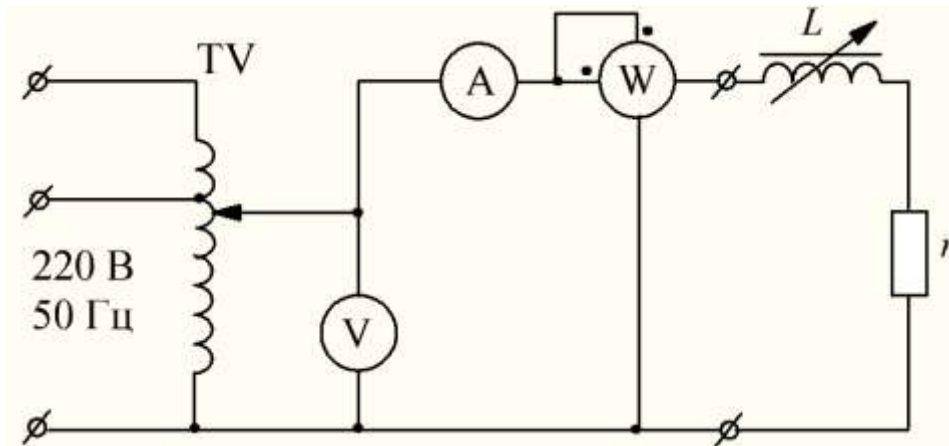


Рис. 9

3.1.2. Після перевірки схеми викладачем подати на неї напругу мережі живлення, регулятором лабораторного автотрансформатора встановити необхідну напругу на досліджуваному колі і потім провести вимірювання напруги, струму і активної потужності при п'яти значеннях повітряного зазору в магнітопроводі котушки.

*Примітка.* Величина зазору в магнітопроводі впливає на значення індуктивності котушки і її індуктивний опір.

3.1.3. За результатами вимірювань зробити обчислення повної потужності, коефіцієнта потужності, активної і реактивної напруг, активного, індуктивного і повного опорів, індуктивності досліджуваного кола.

3.1.4. Побудувати залежності коефіцієнта потужності від активного опору і від індуктивності кола; зробити висновок про ступінь використання електричної енергії досліджуваним електричним колом.

3.1.5. Для даних, отриманих при нульовому зазорі в магнітопроводі котушки, накреслити в масштабі векторну діаграму напруг і струму, часову діаграму струму і напруг, трикутник опорів.

#### 3.2. Дослідження послідовного з'єднання ємності та активного опору

3.2.1. Зібрати схему (рис. 10) з послідовним включенням активного змінного опору (реостата)  $r$  і конденсатора  $C$ , ємність якого відома.

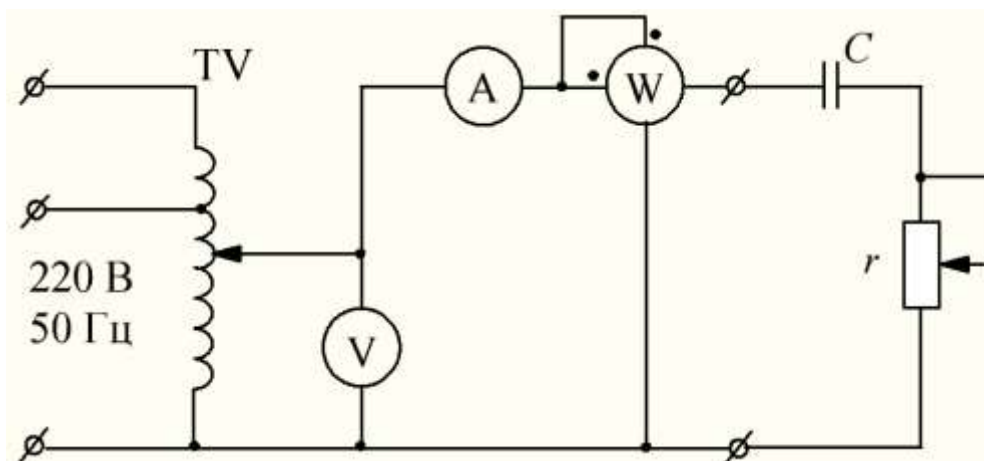


Рис. 10

- 3.2.2. Після перевірки схеми викладачем подати на неї напругу мережі живлення, регулятором лабораторного автотрансформатора встановити необхідну напругу на досліджуваному колі і потім провести вимірювання напруги, струму і активної потужності для  $8 \div 10$  значень активного опору, величину якого змінювати від нуля до максимуму. Результати вимірювань зафіксувати для подальшої обробки.
- 3.2.3. За результатами вимірювань зробити обчислення повної потужності, коефіцієнта потужності, активної і реактивної напруг, активного, ємнісного і повного опорів, ємності дослідженого кола.
- 3.2.4. Побудувати залежності активної потужності і струму від активного опору; надати пояснення щодо характеру цих залежностей.
- 3.2.5. Для даних, отриманих при максимальному значенні активного опору, накреслити в масштабі векторну діаграму напруг і струму, часову діаграму струму і напруг, трикутник потужностей.

### 3.3. Зміст звіту

У звіті до лабораторної роботи необхідно ясно сформулювати *мету роботи, постановку завдання*, стисло описати умови проведення експерименту, навести *електричні принципи* (при необхідності структурні) *схеми* пристрою для проведення експериментального дослідження, *масиви експериментальних і розрахункових даних, графічні залежності*, відповідні коментарі і пояснення, *узагальнюючі висновки* до результатів дослідження, *перелік використаної літератури* з посиланнями у відповідних місцях тексту звіту.

Матеріали до пунктів 3.1.2, 3.1.3, 3.2.2, 3.2.3 необхідно надавати в табличній формі, до пунктів 3.1.4, 3.2.4 – у вигляді графіків, до пунктів 3.1.5, 3.2.5 – з обов'язковим дотриманням масштабу.

#### 4. Контрольні запитання

- 4.1. Чому для ємнісного навантаження при нульовому активному опорі ватметр показує нульову потужність, хоча в колі протікає струм, що фіксується амперметром?
- 4.2. Чому при зменшенні повітряного зазору в магнітопроводі котушки індуктивності величина струму зменшується?
- 4.3. Яку потужність показав би ватметр у випадку індуктивного навантаження при нульовому активному опорі?
- 4.4. В яких межах може змінюватися коефіцієнт потужності ?
- 4.5. Чому при зміні повітряного зазору магнітопроводу котушки її індуктивність теж змінюється?
- 4.6. Який фізичний смисл величини «коефіцієнт потужності»?
- 4.7. Що називається часовою діаграмою? Чим вона відрізняється від векторної діаграми?
- 4.8. Що таке фазовий зсув струму відносно напруги? Чи залежить фазовий зсув від вибору початку відліку часу?
- 4.9. Дати визначення діючого значення синусоїдного струму.
- 4.10. Яке співвідношення між діючим і амплітудним значеннями гармонійного струму?

*Рекомендована література:* [3], [4], [8]

## РОБОТА № 2. ДОСЛІДЖЕННЯ ОДНОФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

### Мета роботи

Опанувати прийоми елементарних випробувань трансформатора з метою визначення його основних електричних параметрів і характеристик.

### Прилади і устаткування

Досліджуваний трансформатор, лабораторний автотрансформатор (ЛАТР), два вольтметри діючих значень, амперметр змінного струму, електродинамічний ватметр, реостат.

### 1. Теоретичні основи

Трансформатором називається статичний електромагнітний пристрій, призначений для передачі енергії з однієї частини електричного кола в іншу, принцип дії якого ґрунтується на використанні взаємної індуктивності. За допомогою трансформатора можна перетворювати напругу, струми і опори, але не потужності. Трансформатор складається з декількох індуктивно пов'язаних обмоток, розміщених на загальному феромагнітному осерді. Обмотку, до якої підключають



джерело енергії, називають первинною, інші обмотки, до яких підключають навантаження, називають вторинними.

Електромагнітна схема однофазного двообмоточного трансформатора (рис. 1) містить магнітопровід, на якому розташовані первинна обмотка, що містить  $w_1$  витків, і вторинна з кількістю витків  $w_2$ . При поданні змінної синусоїдної

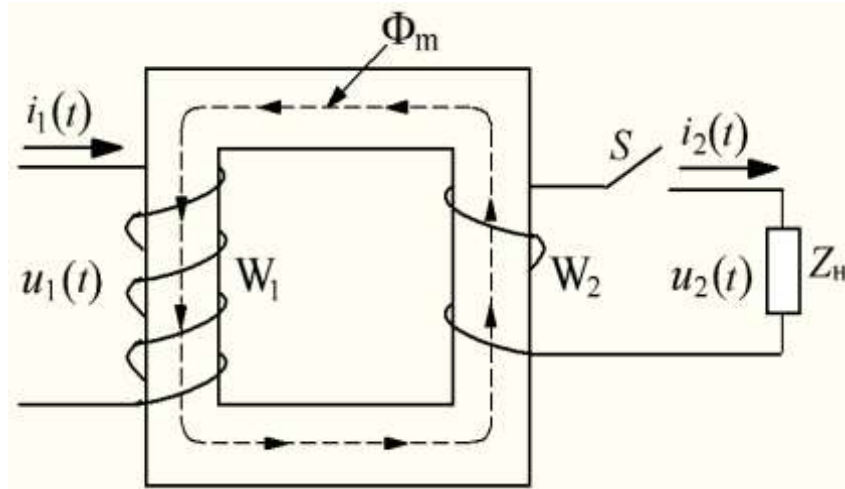


Рис. 1

напруги  $u_1(t)$  на первинну обмотку  $w_1$  в ній з'являється змінний струм  $i_1(t)$ , який створює в магнітопроводі змінний магнітний потік  $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ . Замикаючись по магнітопроводу, магнітний потік  $\Phi$  зчіплюється з витками обмоток трансформатора і індукуює в них напругу електрорушійної сили (ЕРС), миттєве значення якої пропорційне кількості їх витків  $w_1$  і  $w_2$ :

$$e_1(t) = -w_1 \frac{d\Phi}{dt} = -\omega w_1 \Phi_m \cos \omega t = 2\pi f w_1 \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$e_2(t) = -w_2 \frac{d\Phi}{dt} = -\omega w_2 \Phi_m \cos \omega t = 2\pi f w_2 \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Із цих рівнянь випливають амплітудні значення ЕРС:

$$\begin{aligned} E_{1m} &= 2\pi f w_1 \Phi_m, \\ E_{2m} &= 2\pi f w_2 \Phi_m. \end{aligned}$$

Поділивши  $E_{1m}$  і  $E_{2m}$  на  $\sqrt{2}$  отримаємо діючі значення ЕРС обмоток:

$$E_1 = 4,44 f w_1 \Phi_m, \quad E_2 = 4,44 f w_2 \Phi_m.$$

Відношення

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = n_{12}, \quad (1)$$

називається *коефіцієнтом трансформації*. Якщо  $n_{12} < 1$ , то трансформатор називають *підвищувальним*, якщо  $n_{12} > 1$ , то *знижувальним*.

В режимі холостого ходу (ХХ) при розімкненому ключі  $S$  у трансформаторі протікає лише один струм  $i_1(t)$  через первинну обмотку, який називають *струмом холостого ходу*  $I_{\text{ХХ}}$ . Цей струм викликає падіння напруги  $I_{\text{ХХ}}z_{\text{ВХ}}$  на *вхідному опорі трансформатора*  $z_{\text{ВХ}} = \sqrt{R_{\text{ВХ}}^2 + X_{\text{ВХ}}^2}$ . Повний вхідний опір визначається як

$$z_{\text{ВХ}} = \sqrt{(r_1 + R_0)^2 + (X_1 + X_0)^2},$$

де  $r_1$  – активний опір первинної обмотки;  $R_0$  – активний опір, втрати в якому відповідають втратам у сталі магнітопроводу трансформатора;  $X_1$  – індуктивний опір розсіювання первинної обмотки  $w_1$ ;  $X_0$  – індуктивний опір, зумовлений магнітним потоком у магнітопроводі. Для визначення вхідного опору трансформатора в режимі ХХ необхідно знати вхідну напругу  $U_1$ , струм холостого ходу  $I_{\text{ХХ}}$  і фазовий кут  $\varphi$  між ними. Тоді активна складова вхідного струму  $I_a = I_{\text{ХХ}} \cos \varphi$  реактивна  $I_p = I_{\text{ХХ}} \sin \varphi$ , звідси *активна і реактивна складові вхідного опору*

$$R_{\text{ВХ}} = \frac{U_1}{I_a}, \quad X_{\text{ВХ}} = \frac{U_1}{I_p}. \quad (2)$$

Згідно другому закону Кірхгофа рівняння ЕРС для первинної обмотки буде

$$U_1 + E_1 = I_{\text{ХХ}}z_{\text{ВХ}}.$$

В режимі ХХ діюче значення струму  $I_{\text{ХХ}}$  дуже мале (звичайно  $I_{\text{ХХ}} \approx (0,01 \div 0,1)I_{1\text{Н}}$ , де  $I_{1\text{Н}}$  – номінальний струм первинної обмотки), тому можна вважати  $U_1 \approx -E_1$ , тобто напруга  $U_1$  урівноважується ЕРС  $E_1$ . Це означає, що при незмінній вхідній напрузі  $U_1$ , амплітуда основного магнітного потоку  $\Phi_m$  практично залишається незмінною.

При замиканні ключа  $S$  до вторинної обмотки підключається навантаження  $z_{\text{Н}}$ , що викликає струм  $I_2$ . Тепер магнітний потік у магнітопроводі трансформатора створюється сумарною магніторушійною силою (МРС) обох обмоток  $w_1$  і  $w_2 - i_1w_1 + i_2w_2$ . Як відомо, магнітний потік і в режимі навантаження і при холостому ході є незмінним, тому можна вважати, що і відповідні цим режимам магніторушійні сили є однаковими, тобто  $i_{\text{ХХ}}w_1 = i_1w_1 + i_2w_2$ , або у комплексній формі запису  $\dot{I}_{\text{ХХ}}w_1 = \dot{I}_1w_1 + \dot{I}_2w_2$ . Приймавши до уваги, що струм холостого ходу дуже малий ( $\dot{I}_{\text{ХХ}} \approx 0$ ), можна вважати  $\dot{I}_1w_1 + \dot{I}_2w_2 \approx 0$ , отже

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1} = -\frac{\dot{I}_2}{n_{12}}.$$

Звідси можна зробити висновок, що в ідеалізованому трансформаторі струми  $I_1$  та  $I_2$  мають протилежні фази і співвідношення їх дійових значень дорівнює

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{n_{12}}. \quad (3)$$

Струм у вторинній обмотці  $I_2$  визначається ЕРС  $\dot{E}_2$ , яка в значній частині йде на створення напруги на затискачах вторинної обмотки  $\dot{U}_2 = I_2 \dot{Z}_H$ . Частина  $\dot{E}_2$ , що залишилася, йде на компенсацію ЕРС розсіяння вторинної обмотки  $\dot{I}_2 X_2$  і падіння напруги на її активному опорі  $\dot{I}_2 r_2$ . Із другого закону Кірхгофа випливає, що напруга на вторинній обмотці  $\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 r_2 - \dot{I}_2 X_2$ . Для ідеалізованого трансформатора величинами  $r_2$  і  $X_2$  можна нехтувати, тому цілком справедливо вважати  $U_2 \approx E_2$ .

Для визначення основних параметрів трансформатора проводять *досліди холостого ходу (ХХ) і короткого замикання (КЗ)*.

Схема для проведення досліду ХХ показана на рис. 2. На первинну обмотку  $w_1$  досліджуваного трансформатора  $TV_2$  подають номінальну напругу  $U_{1H}$  з виходу лабораторного автотрансформатора  $TV_1$ , вторинна обмотка  $w_2$  залишається розімкненою.

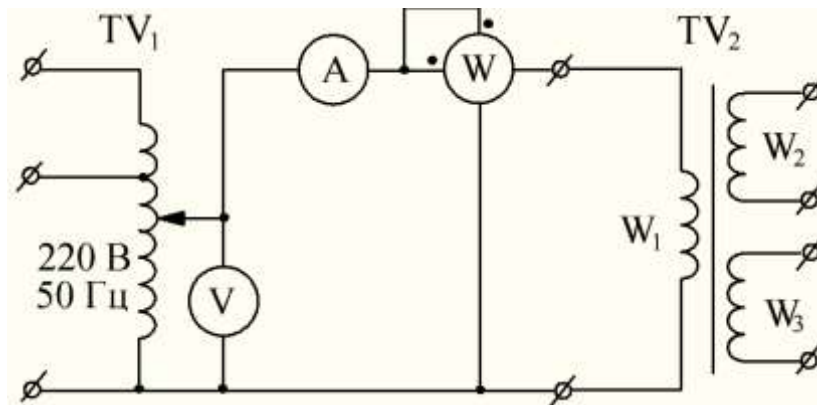


Рис. 2

Прилади, які включені в схемі, дозволяють виміряти:  $U_1$  – напругу на первинній обмотці,  $I_{ХХ}$  – *струм холостого ходу трансформатора*,  $U_2$  – напругу на вторинній обмотці,  $P_{1Х}$  – потужність, споживану трансформатором в режимі ХХ. Оскільки амплітуда магнітного потоку  $\Phi_m$  незмінна, то втрати в сталі магнітопроводу  $P_{ст}$  не залежать від навантаження. Отже ватметр показує потужність  $P_{1Х}$ , яка дорівнює *магнітним втратам в сталі* магнітопроводу  $P_{1Х} = P_{ст}$ . Це справедливо тому, що *електричними втратами в мідних дротах* обмоток при ХХ можна нехтувати, зважаючи на малий струм  $I_{ХХ}$  і відсутність струму  $I_2$ . Напруги, виміряні на обмотках в досліді ХХ, називають *номінальними напругами*, їх значення використовують для розрахунку коефіцієнта трансформації  $n_{12}$  та кількості витків в обмотках згідно (1). За показами приладів також визначають *активну і реактивну складові вхідного опору* трансформатора згідно (2) та його повне значення, а також *коефіцієнт потужності* при ХХ  $\cos \varphi = P_{1Х} / U_{1H} I_{ХХ}$ .

Дослід КЗ проводять за схемою, яка наведена на рис. 3. Особливістю режиму КЗ є замкнута накоротко вторинна обмотка  $w_2$ , при цьому  $U_2 = 0$ . В умовах експлуатації, коли до трансформатора підведена номінальна напруга  $U_{1н}$ ,

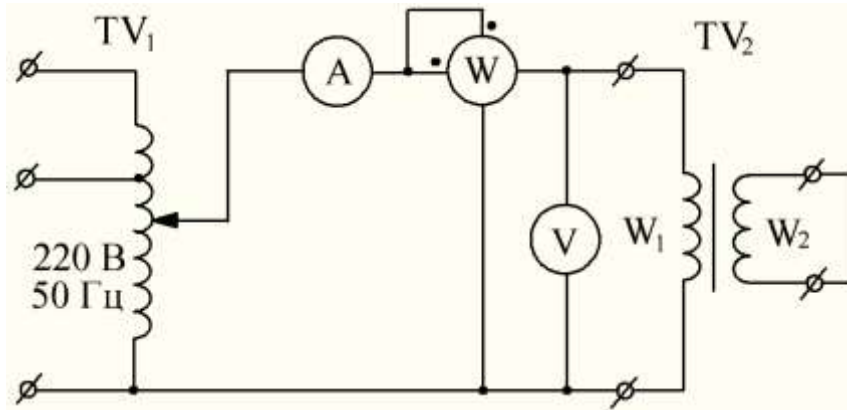


Рис. 3

коротке замикання є аварійним режимом і є великою небезпекою для трансформатора. Тому в досліді КЗ до первинної обмотки підводять знижену напругу, яку називають номінальною напругою короткого замикання  $U_k = (0,04 \div 0,1)U_{1н}$ . При цьому струми короткого замикання в первинній і вторинній обмотках стають рівними номінальним, тобто  $I_{1к} = I_{1н}$ ,  $I_{2к} = I_{2н}$ . Взаємозв'язок номінальних струмів обмоток визначається відношенням (3). При малій напрузі  $U_k$  амплітуда основного магнітного потоку  $\Phi_m$  теж буде мала, тому магнітними втратами в сталі магнітопроводу  $P_{ст}$  можна нехтувати. Отже, в режимі КЗ ватметр показує потужність  $P_{1к}$ , яка рівна електричним втратам в мідних дротах обмоток  $P_m = P_{1к}$ . За даними вимірів також визначають активний опір КЗ  $R_k = P_{1к}/I_{1к}^2$ , повний опір КЗ  $z_k = U_{1к}/I_{1к}$ , реактивний опір в режимі КЗ  $X_k = \sqrt{z_k^2 - R_k^2}$ .

Із даних обох дослідів визначають повну номінальну потужність трансформатора  $S_n = U_{1н}I_{1н}$ , ВА.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) трансформатора  $\eta$  визначається як відношення корисної потужності  $P_2$ , що віддається в навантаження, до потужності  $P_1$ , яка споживається трансформатором від мережі живлення:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{ст} + P_m}.$$

Вводячи коефіцієнт завантаження трансформатора  $\beta = I_2/I_{2н}$  і вважаючи, що напруга  $U_2$  на навантаженні змінюється дуже мало, вираз для ККД можна записати у виді

$$\eta = \frac{\beta P_{2н}}{\beta P_{2н} + P_{ст} + \beta^2 P_m}, \quad (4)$$

де  $P_{2H} = U_{2H} I_{2H}$  - номінальна потужність трансформатора. Значення ККД для кожного трансформатора залежить від коефіцієнта завантаження. Прирівнюючи нулю похідну від  $\eta$  по  $\beta$ , можна знайти, що ККД трансформатора досягає максимального значення при  $\beta = \sqrt{P_{ст}/P_M}$ . При цьому втрати в сталі магнітопровода  $P_{ст}$  дорівнюють втратам в мідних дротах обмоток  $P_M$ . Звичайно трансформатори проектують так, щоби цей максимум наступав при  $\beta = 0,7$ . Тоді ККД трансформаторів середньої та великої потужності лежить приблизно у межах  $0,95 \div 0,99$ . Тому бажано використовувати трансформатори при завантаженості їх струмом більшим половини номінального, тобто при  $\beta > 0,5$ .

## 2. Підготовка до виконання роботи

- 2.1. Ознайомитися із завданням до лабораторної роботи.
- 2.2. Вивчити у підручнику з теоретичних основ електротехніки розділ, присвячений однофазним трансформаторам змінного струму.
- 2.3. Ознайомитися з технічними характеристиками наявних вимірювальних приладів, які використовуються в лабораторній роботі.
- 2.4. Розробити конкретний план проведення експерименту з визначення основних параметрів однофазного трансформатора згідно завдання. План обговорити і узгодити з викладачем. При необхідності внести відповідні корективи.

## 3. Завдання до виконання лабораторної роботи

### 3.1. Дослідження трансформатора в режимі холостого ходу

- 3.1.1. Скласти схему згідно рис. 2 для проведення досліду холостого ходу, використовуючи наявні вимірювальні прилади. Перемикачі діапазонів вимірювальних приладів встановити на максимальні значення вимірюваної величини, регулятор ЛАТРа встановити на нульову позначку.  
*Примітка.* У випробуваного трансформатора  $TV_2$  крім основних обмоток  $w_1, w_2$  є також тимчасова додаткова обмотка  $w_3$  з відомою кількістю витків.
- 3.1.2. Після перевірки схеми викладачем подати на схему напругу мережі живлення, регулятором ЛАТРа встановити на первинній обмотці трансформатора номінальну напругу 220 В.
- 3.1.3. Провести вимірювання напруг на трьох обмотках трансформатора, струму в колі первинної обмотки і активної потужності, яка споживається трансформатором від мережі живлення. Результати вимірювань зафіксувати і потім вимкнути напругу мережі живлення.
- 3.1.4. За результатами вимірювань визначити такі параметри трансформатора:
  - а) номінальні напруги первинної і вторинної обмоток;
  - б) струм холостого ходу;
  - в) потужність активних втрат в сталі магнітопроводу;

- г) коефіцієнт трансформації;
- д) кількість витків первинної і вторинної обмоток;
- е) активний, реактивний і повний вхідні опори трансформатора;
- є) коефіцієнт потужності.

### **3.2. Дослідження трансформатора в режимі короткого замикання**

- 3.2.1. Скласти схему згідно рис. 3 для проведення досліду короткого замикання, використовуючи наявні вимірювальні прилади. Перемикачі діапазонів вимірювальних приладів встановити на максимальні значення вимірюваної величини, регулятор ЛАТРа встановити на нульову позначку. Вторинну обмотку  $w_2$  замкнути накоротко.
- 3.2.2. Після перевірки схеми викладачем подати на схему напругу мережі живлення, регулятором ЛАТРа встановити на первинній обмотці трансформатора номінальну напругу короткого замикання  $U_K = (0,04 \div 0,1)220 \text{ В}$ .
- 3.2.3. Провести вимірювання напруги короткого замикання  $U_K$  на первинній обмотці трансформатора, струму в колі первинної обмотки і активної потужності, яка споживається трансформатором від мережі живлення. Результати вимірювань зафіксувати і потім вимкнути напругу мережі живлення.
- 3.2.4. За результатами вимірювань визначити такі параметри трансформатора:
  - а) номінальну напругу короткого замикання;
  - б) номінальні струми первинної і вторинної обмоток;
  - в) потужність активних втрат в мідних дротах обмоток;
  - г) активний, реактивний і повний опори короткого замикання;
  - д) номінальну потужність трансформатора;
  - е) повну номінальну потужність трансформатора.

### **3.3. Визначення коефіцієнта корисної дії трансформатора**

- 3.3.1. За даними визначення номінального струму вторинної обмотки  $I_{2н}$  задати 8 ÷ 10 значень коефіцієнта завантаження  $\beta$  в діапазоні 0 ÷ 1,2 та за формулою (4) обчислити відповідні значення коефіцієнта корисної дії  $\eta$ .
- 3.3.2. Побудувати залежність коефіцієнта корисної дії від коефіцієнта завантаження  $\eta(\beta)$ . Знайти величину коефіцієнта завантаження, при якому коефіцієнт корисної дії приймає максимальне значення.
- 3.3.3. Розрахувати оптимальний струм навантаження випробуваного трансформатора.

### **3.4. Зміст звіту**

У звіті до лабораторної роботи необхідно ясно сформулювати мету роботи, постановку завдання, стисло описати умови проведення експерименту, навести електричні принципи (при необхідності структурні) схеми для проведення дослідів ХХ та КЗ, масиви експериментальних і розрахункових даних, графічні залежності, відповідні коментарі і пояснення, узагальнюючі висновки до

результатів дослідження, перелік використаної літератури з посиланнями у відповідних місцях тексту звіту.

Навести необхідні розрахунки до пунктів 3.1.4, 3.2.4, 3.3.3, матеріали до пунктів 3.1.3, 3.1.4, 3.2.3, 3.2.4, 3.3.1 необхідно надавати в табличній формі, до пункту 3.3.2 – у вигляді графіка.

#### **4. Контрольні запитання**

- 4.1. Яке фізичне явище покладено в основу принципу дії однофазного трансформатора ?
- 4.2. В якому режимі при випробуваннях визначають коефіцієнт трансформації і чому?
- 4.3. Чому при збільшенні струму у вторинній обмотці трансформатора також збільшується струм у первинній обмотці?
- 4.4. При якій умові залежність коефіцієнта корисної дії від навантаження досягає максимального значення?
- 4.5. Чому в режимі холостого ходу втрати в мідних дротах обмоток практично відсутні?
- 4.6. Чому при зміні струму навантаження основний магнітний потік залишається незмінним ?
- 4.7. Пояснити, чому в режимі короткого замикання втрати в сталі магнітопроводу практично відсутні?
- 4.8. Для якісного трансформатора коефіцієнт потужності повинен бути близьким до 1 чи до 0?
- 4.9. Чому при номінальній напрузі на первинній обмотці коротке замикання вторинної обмотки є аварійним режимом роботи трансформатора?
- 4.10. Від яких чинників залежить величина струму холостого ходу трансформатора?

**Рекомендована література:** [4], [8].

### **РОБОТА № 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ПОСЛІДОВНОГО РЕЗОНАНСУ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ**

#### Мета роботи

Визначити частотні характеристики послідовно з'єднаних індуктивності, ємності і активного опору, опанувати методику розрахунку параметрів послідовного коливального контура.

#### Прилади і устаткування

Генератор гармонійних коливань, вольтметр діючих значень, амперметр змінного струму, осцилограф, частотомір, реостат, котушка змінної індуктивності, магазин ємностей.

## 1. Теоретичні основи

Електричне коло з послідовно з'єднаними індуктивністю  $L$ , ємністю  $C$  і активним опором  $R$  називають *послідовним коливальним контуром*. Якщо до такого контура підвести гармонійну напругу від генератора (рис. 1), то згідно закону

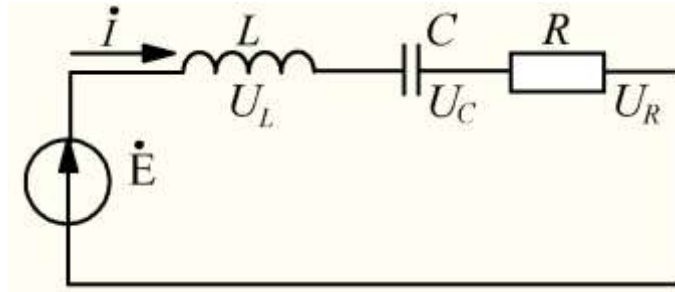


Рис. 1

Ома в комплексній формі через елементи контура потече струм

$$\dot{i} = \frac{\dot{E}}{\dot{z}} = \frac{\dot{E}}{R + jX} = \frac{\dot{E}}{R + j(\omega L - 1/\omega C)},$$

де  $\dot{E}$  – діюче значення напруги гармонійного генератора;  $\dot{I}$  – діюче значення струму в послідовному контурі;  $\dot{z}$  – комплексний опір контура;  $X$  – реактивна складова опору контура. Залежно від співвідношення індуктивного опору  $X_L = \omega L$  і ємнісного  $X_C = 1/\omega C$  можливі три випадки:

- а)  $X_L > X_C$ , тоді  $X > 0$ , тобто реактивна складова опору контура має індуктивний характер;
- б)  $X_L < X_C$ , тоді  $X < 0$ , тобто реактивна складова має ємнісний характер;
- в)  $X_L = X_C$ , тоді реактивна складова дорівнює нулю  $X = 0$ .

Стосовно цих випадків векторні діаграми напруг і струму в колі мають вигляд, показаний на рис. 2 а, б, в.

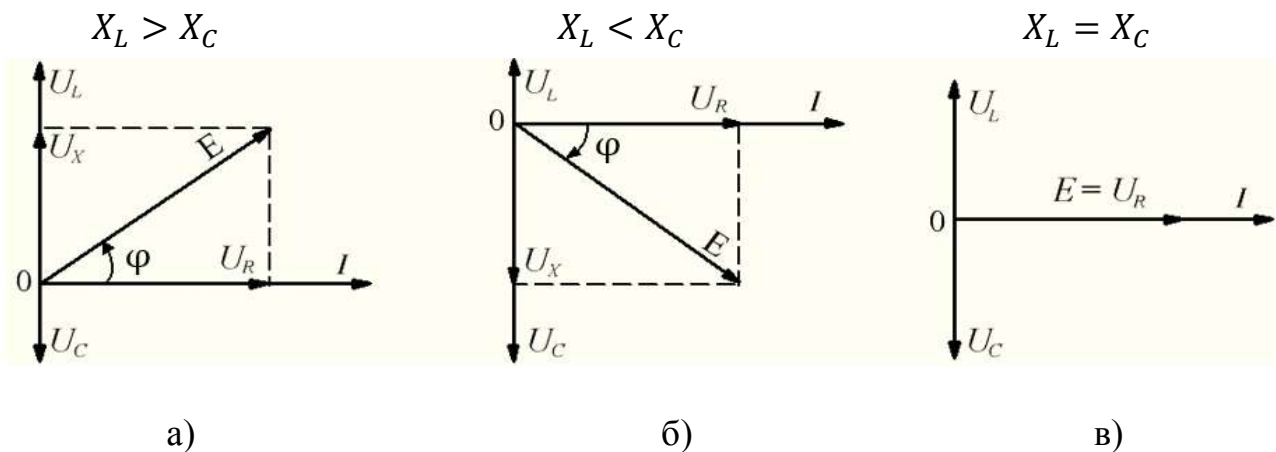


Рис. 2



При  $X_L > X_C$  (рис. 2а) напруга на індуктивності  $U_L$  більша напруги на ємності  $U_C$ , напруга на реактивній складовій опорі контура  $U_X$  випереджує струм  $I$  на кут  $\pi/2$ , струм  $I$  відстає від прикладеної до контура напруги  $E$  генератора на фазовий кут

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} > 0.$$

При  $X_L < X_C$  (рис. 2в) напруга на індуктивності  $U_L$  менша напруги на ємності  $U_C$ , напруга на реактивній складовій опорі контура  $U_X$  відстає від струму  $I$  на кут  $\pi/2$ , струм  $I$  випереджує прикладену до контура напругу  $E$  генератора на фазовий кут  $\varphi < 0$ .

Особливий інтерес являє третій випадок  $X_L = X_C$  (рис. 2в), для якого реактивна складова опорі контура дорівнює нулю. Режим роботи, при якому, незважаючи на наявність реактивних елементів  $L$  і  $C$ , реактивна складова дорівнює нулю, називається *резонансом*, а рівність  $X = 0$  – умовою існування резонансу у послідовному електричному контурі (або умовою *послідовного резонансу*).

При резонансі повний опір контура стає активним  $z = R$ , згідно з векторних діаграм на рис. 2в напруги на реактивних елементах стають рівними за модулем  $U_L = U_C$  (саме із-за цього послідовний резонанс також називають *резонансом напруг*) і протилежні за фазою, фазовий кут  $\varphi = 0$ , напруга на активному опорі  $R$  дорівнює напрузі генератора  $U_R = E$  і збігається за фазою зі струмом  $I$ , величина якого при резонансі визначається тільки активним опором  $I = E/R$ .

Резонанс виникає на певній кутовій частоті  $\omega_0$ , величина якої впливає із умови існування резонансу

$$X = \omega_0 L - 1/\omega_0 C = 0,$$

звідси

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

Частота, при якій  $X = 0$ , називається *резонансною частотою* електричного кола. Кутовій частоті відповідає циклічна частота

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Із умови існування резонансу впливає, що на *резонансній частоті індуктивний і ємнісний опори рівні*, отже

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho, \quad (2)$$

де величина  $\rho$  називається *характеристичним опором контура*.

Відношення модуля напруги на індуктивності  $U_L$  (або ємності  $U_C$ ) до модуля напруги генератора  $E$  при резонансі

$$\frac{U_L}{E} = \frac{U_C}{E} = \frac{\omega_0 L I}{R I} = \frac{I}{\omega_0 C R I} = \frac{\rho I}{R I} = \frac{\rho}{R} = Q, \quad (3)$$

називають *добротністю контуру*  $Q$ . Добротність показує у скільки разів напруга на реактивному елементі (індуктивності або ємності) при резонансі більше підведеної до контуру напруги від генератора ( $U_L = QE$ ,  $U_C = QE$ ). Якщо добротність виражається через первинні параметри контура ( $L, C, R$ ), то вона показує, наскільки характеристичний опір перевищує опір втрат у контурі ( $\rho = QR$ ).

Величина, обернена добротності, позначається літерою  $d$  і називається *загасанням* контуру:

$$d = \frac{1}{Q}. \quad (4)$$

Залежності опору, фазового кута, струму, напруги від частоти називають *частотними характеристиками* контура. Відносний комплексний опір послідовного контура (з урахуванням  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ,  $Q = \omega_0 L/R$ ) можна представити у вигляді

$$\frac{Z}{R} = 1 + j \frac{\omega_0 L}{R} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega \omega_0 LC} \right) = 1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right). \quad (5)$$

Із виразу (5) виходить, що *частотна характеристика модуля відносного опору* має вигляд (рис. 3)

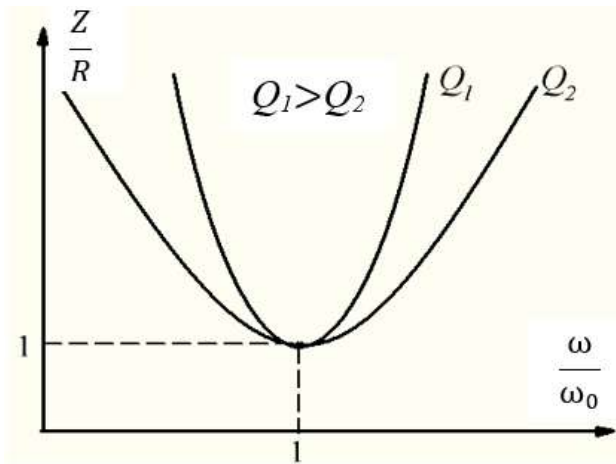


Рис. 3

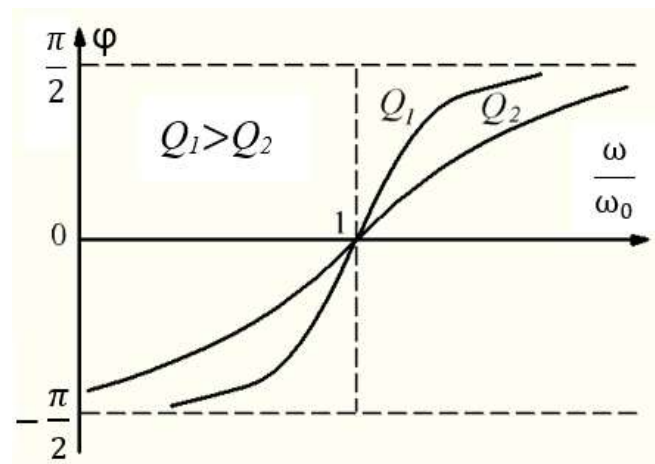


Рис. 4

$$\frac{Z}{R} = \sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}. \quad (6)$$

Особливістю характеристики є те, що відносний опір на резонансній частоті приймає мінімальне значення рівне 1, тобто  $z = R$ , що підтверджує активний характер повного опору на частоті резонансу.

Із (5) також впливає залежність фазового кута між струмом  $I$  і напругою  $E$  від частоти, інакше, *фазочастотна характеристика* (ФЧХ) контура (рис. 4), яка представляється виразом

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} Q \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right). \quad (7)$$

ФЧХ контура вказує на змінний характер опору контура. У діапазоні частот від 0 до  $\omega_0$  фазовий кут  $\varphi(\omega) < 0$ , що відповідає ємнісному характеру повного опору контура; у діапазоні від  $\omega_0$  до  $\omega \rightarrow \infty$  фазовий кут  $\varphi(\omega) > 0$ , що говорить про індуктивний характер повного опору; а при  $\omega = \omega_0$   $\varphi(\omega) = 0$  (це ознака *фазового резонансу*) підтверджується активний характер повного опору контура.

Відносну величину струму  $I$  можна представити у вигляді

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\dot{E}/z}{\dot{E}/R} = \frac{R}{z} = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{I}{I_0} e^{-j\varphi}, \quad (8)$$

де  $I_0$  – струм в контурі при резонансі.

Модуль відносного струму в залежності від частоти  $\omega$  є найважливішою характеристикою контура, вона називається *амплітудно-частотна характеристика* (АЧХ) або *резонансна крива* струму (рис. 5)

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}. \quad (9)$$

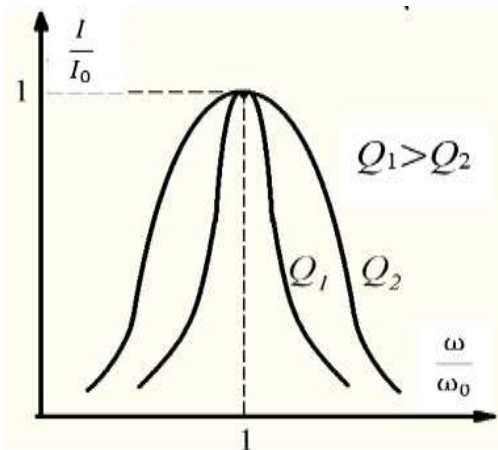


Рис. 5

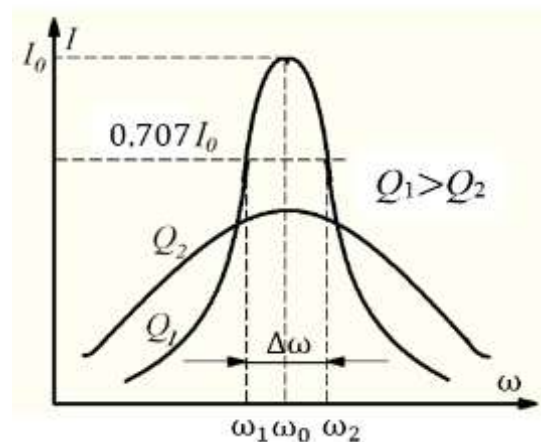


Рис. 6

Резонансну криву струму також можна представити для абсолютних значень (рис. 6)

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}. \quad (10)$$

З формули (5) виходить, що частотна залежність струму  $I$  обернено пропорційна частотній залежності повного опору. При резонансі діюче значення струму в контурі досягає максимуму  $I_0 = E/R$ , що є ознакою *амплітудного резонансу*.

Із рис. 3, 4, 5, 6 видно, що добротність  $Q$  суттєво впливає на вигляд частотних характеристик. Чим більше  $Q$ , тим гостріше резонансна крива, тим кращі вибірні властивості контура. Вибірність контура характеризують умовною *смужою пропускання*  $\Delta\omega$  – діапазоном частот, на крайніх частотах якого резонансне значення струму  $I_0$  зменшується в  $\sqrt{2}$  рази (до рівня  $0,707I_0$ ) (див. рис. 6). Якщо в (9) вважати  $I/I_0 = 0,707$ , то отримаємо два значення величини

$$Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \pm 1, \quad (11)$$

відповідним граничним частотам  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  смуги пропускання  $\Delta\omega$ .

## 2. Підготовка до виконання роботи

- 2.1. Уважно ознайомитися із завданням до лабораторної роботи.
- 2.2. Вивчити у підручнику з теорії електричних кіл розділ, присвячений явищу резонансу в електричних колах змінного струму, особливо звернути увагу на послідовний резонанс.
- 2.3. Ознайомитися з технічними характеристиками наявних вимірювальних приладів, які використовуються в лабораторній роботі.
- 2.4. Розробити конкретний план проведення експерименту з визначення заданих завданням частотних характеристик та основних параметрів послідовного коливального контура. План обговорити і узгодити з викладачем. При необхідності внести відповідні корективи.

## 3. Завдання до виконання лабораторної роботи

- 3.1. Розробити структурну схему для визначення параметрів і характеристик послідовного контура; в схему включити елементи коливального контура (див. рис. 1), генератор гармонійних коливань та прилади для вимірювання напруги, струму і частоти коливань.
- 3.2. По заданій викладачем резонансній частоті  $f_0$  (у діапазоні  $1 \div 10$  кГц) розрахувати необхідні значення індуктивності  $L$  і ємності  $C$  контура. Керуючись розробленою структурною схемою (п. 3.1) зібрати експериментальний стенд для дослідження послідовного коливального контура.
- 3.3. Після перевірки схеми викладачем напругу мережі живлення подати на прилади і потім ввімкнути їх.
- 3.5. Змінюючи частоту генератора  $E$  експериментально визначити залежність струму  $I$  в контурі від частоти для двох різних значень активного опору  $R$ . На різних частотах напругу на виході генератора обов'язково треба підтримувати незмінною. Частоту резонансу визначити по максимуму струму  $I$  в

контурі. На резонансній частоті виміряти напругу  $U_L$  на індуктивності, напругу  $U_C$  на ємності і напругу на активному опорі  $R$ .

- 3.6. Побудувати експериментальні залежності струму від частоти. Порівняти експериментальне значення резонансної частоти із розрахунковим (п. 3.2.), зробити розрахунок похибки.
- 3.7. Обчислити значення характеристичного опору  $\rho$  і добротності  $Q$  контура для двох значень активного опору  $R$  (опір слід знайти як  $R = E/I_0$ , де  $E$  – вихідна напруга генератора,  $I_0$  – струм у контурі при резонансі).
- 3.8. Побудувати векторну діаграму напруг і струму при резонансі (див. рис. 2в). Порівняти напруги на індуктивності і ємності, зробити висновок щодо виду резонансу у послідовному контурі.
- 3.9. Побудувати розрахункову частотну характеристику відносного опору  $z/R$  контура (рис. 3) та його фазочастотну характеристику  $\varphi(\omega)$  (рис. 4); при побудові використати формули (6) та (7) та експериментальне значення резонансної частоти  $\omega_0$ .
- 3.10. Побудувати експериментальну і розрахункову по формулі (10) АЧХ контура для мінімального значення активного опору  $R$ . За результатами порівняння експериментальної АЧХ і розрахункової кількісно визначити величину відхилення в залежності від частоти.
- 3.11. За результатами проведеного експерименту (див. п. 3.5) та з урахуванням виразу (11) визначити граничні частоти смуги пропускання контура для двох різних добротностей. Зробити висновок про вплив добротності на вибірність контура.

#### 4. Зміст звіту

У звіті до лабораторної роботи необхідно чітко сформулювати мету роботи, постановку завдання, стисло описати умови проведення експерименту, навести електричні принципи (при необхідності структурні) схеми для проведення дослідів з визначення параметрів і характеристик послідовного коливального контура, масиви експериментальних і розрахункових даних, графічні залежності, відповідні коментарі, узагальнюючі висновки до результатів дослідження з оцінкою похибок, перелік використаної літератури з посиланнями у відповідних місцях тексту звіту.

Навести необхідні розрахунки до пунктів 3.2, 3.7, матеріали до пункту 3.5 необхідно надавати в табличній формі, до пунктів 3.6, 3.9, 3.10, 3.11 – у вигляді графіків, до пункту 3.8 – з обов'язковим дотриманням масштабу.

#### 5. Контрольні запитання

- 5.1. Пояснити, при якій умові в послідовному коливальному контурі може існувати резонанс.

- 5.2. Що таке резонансна частота та характеристичний опір послідовного коливального контуру?
- 5.3. Пояснити фізичний смисл добротності. Чи може добротність приймати значення менше 1?
- 5.4. Які значення приймає фазовий кут  $\varphi$  на частотах до резонансу, при резонансі і після резонансу?
- 5.5. Які граничні значення може приймати фазовий кут? Від яких умов вони залежать?
- 5.6. Резонанс у послідовному контурі називають резонансом напруг? Який фізичний смисл вкладають в це поняття?
- 5.7. Пояснити, який буде характер реактивної складової повного опору послідовного контура на частотах до резонансу, на частоті резонансу та після резонансу.
- 5.8. Що таке амплітудно-частотна характеристика послідовного коливального контуру? Які параметри пов'язує ця характеристика?
- 5.9. Пояснити вплив добротності на вигляд резонансної кривої. Якими заходами можна збільшити абсолютне значення струму в контурі при резонансі?
- 5.10. Як впливає добротність на вигляд фазочастотної характеристики?
- 5.11. Що таке смуга пропускання та вибірність контура?
- 5.12. Чи можна величиною активного опору контура змінювати ширину смуги пропускання?

**Рекомендована література:** [1], [3], [4]

## **РОБОТА № 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ІЗ ВЗАЄМНОЮ ІНДУКТИВНІСТЮ**

### Мета роботи

Ознайомитися з принципом побудови індуктивно зв'язаних систем та опанувати методику розрахунку параметрів електричних кіл із взаємною індуктивністю.

### Прилади і устаткування

Спеціалізований лабораторний стенд з генератором гармонійних коливань, котушками індуктивності, активними опорами та конденсаторами, високочастотний вольтметр діючих значень, осцилограф,  $LC$ -метр.

### **1. Теоретичні основи**

Якщо є дві котушки  $L_1$  і  $L_2$ , розташовані так, що магнітний потік  $\Phi_1$  першої перетинає витки другої, то між цими котушками існує *взаємна індуктивність*  $M$

(рис. 1). При протіканні струмів  $i_1$  і  $i_2$  через індуктивності  $L_1$  і  $L_2$  на їх виводах буде присутня напруга

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}, \quad u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}. \quad (1)$$

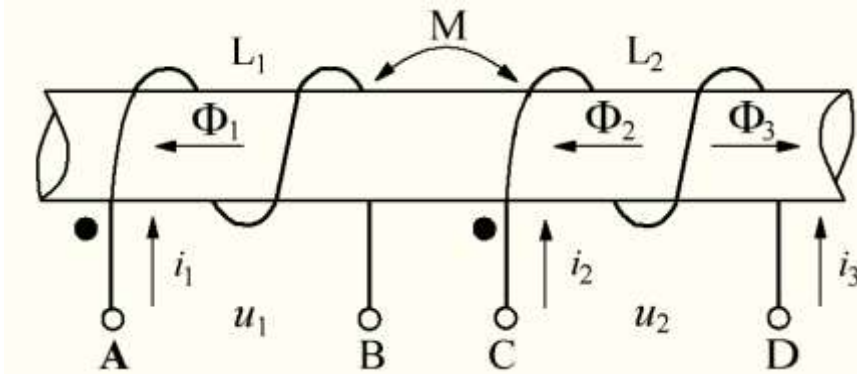


Рис. 1

Перші доданки в рівняннях (1) є *напругами самоіндукції*, а другі – *напругами взаємоіндукції*. Із цих рівнянь видно, що напруги на виводах кожної котушки залежать від зміни “власного” струму, а також струму, що протікає через сусідню індуктивність. Наведення електрорушійної сили (ЕРС) в електричному колі при зміні струму в іншому колі, називається *взаємною індукцією*.

В рівняннях (1) знак взаємної індуктивності  $M$  беруть “+” при *узгодженому напрямку* струмів  $i_1$  і  $i_2$ , знак “-” – при *зустрічному*. Напрямок струмів  $i_1$  і  $i_2$  вважають узгодженим, якщо напрямки створюваних ними магнітних потоків  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  співпадають. На рис. 1 струми  $i_1$  і  $i_2$  мають узгоджений напрямок, а струми  $i_1$  і  $i_3$  – зустрічний, тому що струм  $i_3$  створює магнітний потік  $\Phi_3$ , який не співпадає за напрямком з потоком  $\Phi_1$ . Слід підкреслити, що поняття “узгоджене” або “зустрічне” пов’язане не з електричним з’єднанням котушок, а із взаємодією їх магнітних потоків. У разі узгодженого увімкнення котушок напруга взаємоіндукції збігається за знаком з напругою самоіндукції, а у разі зустрічного увімкнення котушок знаки цих напруг протилежні. Виводи котушок, в які втікають (витікають) узгоджені струми, називають *однойменними* (на рис. 1 однойменні виводи  $A$  і  $C$ ,  $B$  і  $D$ ) і на електричних схемах позначаються жирними точками. Позначення точками дозволяє зображувати схеми з індуктивно зв’язаними котушками без позначення напрямків намотування їх витків.

При послідовному з’єднанні двох індуктивно зв’язаних котушок (рис. 2) справедливі вирази для напруг на індуктивностях  $L_1$  і  $L_2$ :

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}, \quad u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}.$$

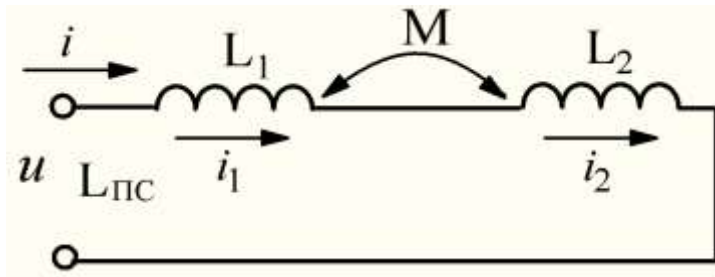


Рис. 2

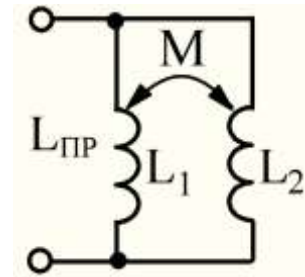


Рис. 3

Згідно другого закону Кірхгофа напруга на двох індуктивностях  $u = u_1 + u_2$ , тоді з урахуванням  $i_1 = i_2 = i$  можна вважати

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} = (L_1 + L_2 \pm 2M) \frac{di}{dt} = L_{\text{пс}} \frac{di}{dt}.$$

Звідси випливає формула для визначення індуктивності  $L_{\text{пс}}$  електричного кола із послідовно з'єднаними взаємозв'язаними котушками  $L_1$  і  $L_2$

$$L_{\text{пс}} = L_1 + L_2 \pm 2M. \quad (2)$$

При узгодженому напрямі струмів в котушках наявність взаємної індуктивності  $M$  збільшує індуктивність кола  $L_{\text{пс}}$ , а при зустрічному зменшує. Звідси виходить спосіб експериментального визначення взаємної індуктивності  $M$  шляхом виміру  $L_{\text{пс}}$  при узгодженому  $L_{\text{пс}}^y$  і зустрічному  $L_{\text{пс}}^z$  напрямі струмів, а саме:

$$L_{\text{пс}}^y = L_1 + L_2 + 2M, \quad L_{\text{пс}}^z = L_1 + L_2 - 2M.$$

В результаті віднімання другої рівності від першої отримаємо шукану взаємну індуктивність:

$$M = \frac{L_{\text{пс}}^y - L_{\text{пс}}^z}{4}. \quad (3)$$

При паралельному з'єднанні взаємозв'язаних індуктивностей  $L_1$  і  $L_2$  (рис. 3) результуюча індуктивність  $L_{\text{пр}}$  електричного кола визначається виразом

$$L_{\text{пр}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2(\pm M)}. \quad (4)$$

Із розгляду (2) і (4) можна зробити висновок, що послідовне і паралельне з'єднання двох взаємозв'язаних індуктивностей  $L_1$  і  $L_2$  можна замінити деякими еквівалентними індуктивностями  $L_{\text{пс}}$  і  $L_{\text{пр}}$ , величини яких визначаються не видом увімкнення (узгоджене або зустрічне), а способом підключення однойменних виводів обмоток котушок до спільної точки з'єднання.



Для оцінки міри індуктивного зв'язку двох котушок вводиться безрозмірний коефіцієнт зв'язку  $k$ , який показує, яка частина магнітного потоку однієї котушки зчеплена з витками другої котушки. Коефіцієнт зв'язку залежить від конструктивних особливостей котушок, таких як форма, взаємне розташування, кількість витків та т. ін. Через первинні параметри електричного кола  $L_1$ ,  $L_2$  і  $M$  коефіцієнт зв'язку можна написати у вигляді

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad (5)$$

Очевидно, що значення коефіцієнту зв'язку і взаємної індуктивності обмежені  $0 \leq k \leq 1$  і  $0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}$ .

Пристрій, який складається з двох або декількох індуктивно пов'язаних котушок, називається трансформатором. Обмотка трансформатора, до якої підключають джерело живлення, називається первинною, а обмотка, до якої підключають навантаження, - вторинною. В схемі повітряного трансформатора (рис. 4)  $L_1, R_1$  - параметри первинної обмотки,  $L_2, R_2$  - параметри вторинної обмотки,  $\dot{z}_H$  - комплексний опір навантаження,  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  - комплексні струми первинної та вторинної обмоток,  $\dot{U}_1$  - комплексна напруга джерела живлення.

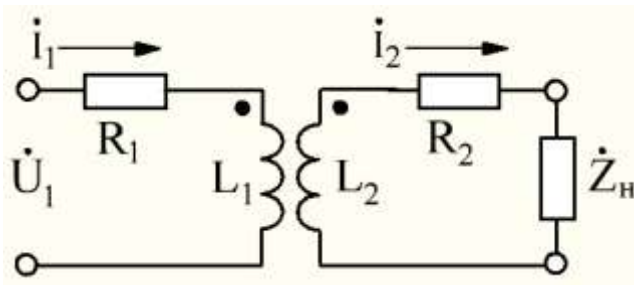


Рис. 4

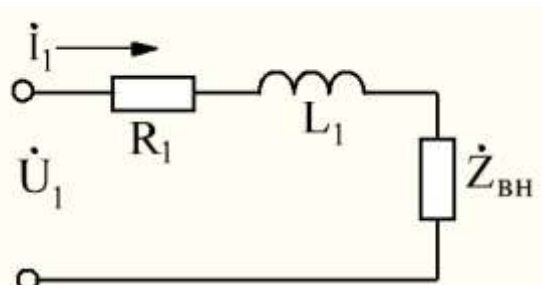


Рис. 5

Для первинної і вторинної обмоток складемо рівняння Кірхгофа в комплексній формі

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 \pm j\omega M\dot{I}_2, \quad (6)$$

$$0 = (R_2 + j\omega L_2 + \dot{z}_H)\dot{I}_2 \pm j\omega M\dot{I}_1. \quad (7)$$

Із другого рівняння знаходимо

$$\dot{I}_2 = \mp j\omega M\dot{I}_1 / (R_2 + j\omega L_2 + \dot{z}_H). \quad (8)$$

Вираз (8) підставимо в рівняння (6) і отримаємо значення вхідного опору  $\dot{z}_{BX}$  зі сторони первинної обмотки

$$\dot{z}_{BX} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + \dot{z}_H} = \dot{z}_1 + \dot{z}_{BH}, \quad (9)$$

де  $\dot{z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = R_1 + jX_1$ ,  $\dot{z}_{вн} = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + \dot{z}_H} = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + jX_2 + \dot{z}_H}$ . Тут  $\dot{z}_{вн}$  є комплексним опором, який вноситься із вторинної обмотки у первинну. Із (9) виходить, що схему трансформатора на рис. 4, яка має два контури, можна замінити еквівалентною одноконтурною схемою (рис. 5), в якій *внесений опір*  $\dot{z}_{вн}$  характеризує вплив другого контура на перший. Визначимо активну і реактивну складові внесеного опору  $\dot{z}_{вн} = R_{вн} + jX_{вн}$ :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{вн} &= \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + jX_2 + R_H + jX_H} = \frac{\omega^2 M^2 [R_2 + R_H - j(X_2 + X_H)]}{(R_2 + R_H)^2 + (X_2 + X_H)^2} = \\ &= \frac{\omega^2 M^2 (R_2 + R_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (X_2 + X_H)^2} - j \frac{\omega^2 M^2 (X_2 + X_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (X_2 + X_H)^2}. \end{aligned}$$

Звідси складові внесеного опору мають остаточний вигляд:

$$R_{вн} = \frac{\omega^2 M^2 (R_2 + R_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (X_2 + X_H)^2}, \quad X_{вн} = - \frac{\omega^2 M^2 (X_2 + X_H)}{(R_2 + R_H)^2 + (X_2 + X_H)^2}. \quad (10)$$

Внесений активний опір  $R_{вн}$  враховує при розрахунку струму первинної обмотки *втрати енергії у вторинній обмотці*. Внесений реактивний опір  $X_{вн}$  характеризує *обмін енергією між обмотками*, викликаний реактивними елементами вторинної обмотки. Знак мінус у виразі для цього опору показує, що внесений реактивний опір має знак протилежний знаку реактивного опору вторинної обмотки.

Експериментально внесені опори можна визначити використовуючи схему на рис. 6 де  $\dot{U}_1$  – генератор гармонійної напруги;  $V_1, V_2$  – вольтметри, які показують напругу на виході генератора та конденсаторі  $C$ ;  $R_H$  – опір навантаження з активним характером;  $SA$  – перемикач для комутації вторинної обмотки;  $C$  – ємність, яка спільно з  $L_1$  утворює послідовний коливальний контур. Нехай  $L_1 = L_2$ .

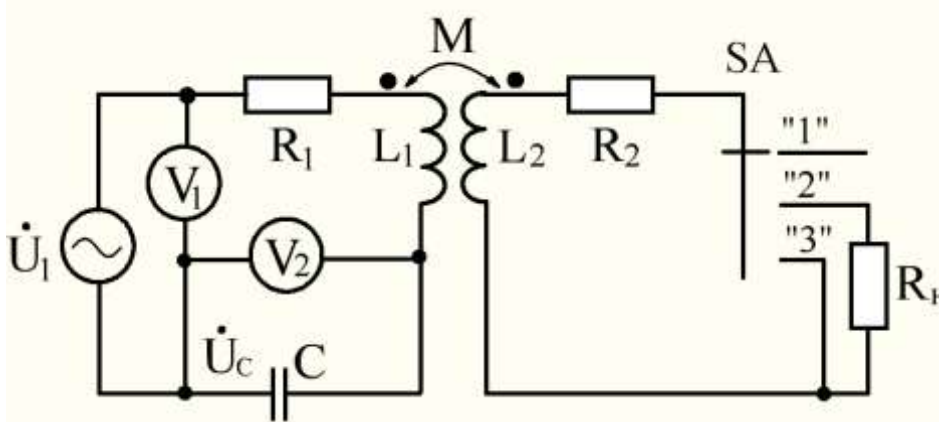


Рис. 6

При розімкненій вторинній обмотці (положення "1" перемикача  $SA$ ), змінюючи частоту генератора  $\dot{U}_1$ , експериментально знайдемо резонансну частоту

$f_0$  контура  $L_1C$  по максимуму напруги  $U_{C1}$  на конденсаторі  $C$ . Тоді активний опір  $R_1$  первинної обмотки можна розрахувати за формулою:

$$R_1 = \frac{2\pi f_0 L_1 U_1}{U_{C1}}.$$

Для знаходження внесеного активного опору  $R_{вн}$  перемикачем підключимо активний опір навантаження  $R_H$  до вторинної обмотки (положення "2" перемикача  $SA$ ). Справедливо вважати, що  $R_H \gg X_H$ , отже, при цих умовах реактивний внесений опір буде майже нульовим  $X_{вн} \approx 0$ . В первинну обмотку буде вноситися тільки опір  $R_{вн}$ , із-за впливу якого добротність коливального контура зменшиться. Це викличе зменшення напруги на конденсаторі  $C$  до рівня  $U_{C2}$  (при незмінній напрузі генератора  $U_1$ ). Тоді  $R_{вн}$  можна розрахувати за формулою:

$$R_{вн} = \frac{2\pi f_0 L_1 U_1}{U_{C2}} - R_1. \quad (11)$$

Для визначення внесеного реактивного опору  $X_{вн}$  переведемо вторинну обмотку в режим короткого замикання (положення "3" перемикача  $SA$ ). При цьому можна вважати, що активний опір вторинної обмотки набагато менше її реактивного опору  $R_2 \ll X_2$  і  $R_2 \approx 0$ , отже  $R_{вн} \approx 0$ . Опір вторинної обмотки буде цілком реактивним, отже, в первинну обмотку буде вноситися реактивна складова внесеного опору  $X_{вн} \neq 0$ , яка збільшить резонансну частоту коливального контура до значення  $f_{01}$ . Збільшення резонансної частоти пояснюється внесенням в первинну обмотку індуктивного опору з від'ємним знаком (від'ємної індуктивності). Підвищене значення резонансної частоти знайдемо експериментально по максимуму напруги на конденсаторі  $C$ . Для  $f_{01}$  можна записати

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C(L_1 - L_{вн})}}, \quad L_{вн} = L_1 - \frac{1}{(2\pi f_{01})^2 C}.$$

Тепер внесений реактивний опір  $X_{вн}$  можна розрахувати як

$$X_{вн} = \omega_0 L_{вн} = 2\pi f_0 L_1 - \frac{f_0}{2\pi f_{01}^2 C}. \quad (12)$$

## 2. Підготовка до виконання роботи

- 2.1. Уважно ознайомитися із завданням до лабораторної роботи.
- 2.2. Вивчити у підручнику з теорії електричних кіл розділи, присвячені явищу взаємної індукції та електричним колам із взаємною індуктивністю.
- 2.3. Ознайомитися з технічними характеристиками наявних вимірювальних приладів, які використовуються в лабораторній роботі.

- 2.4. Розробити конкретний план проведення експерименту з визначення параметрів і характеристик електричного кола із взаємною індуктивністю. План обговорити і узгодити з викладачем. При необхідності внести відповідні корективи.

### 3. Завдання до виконання лабораторної роботи

- 3.1. Відповідними приладами виміряти номінальні значення постійних резисторів, конденсаторів та котушок індуктивності, які є в лабораторному стенді, та зафіксувати результати для їх подальшого використання в розрахунках взаємної індуктивності, коефіцієнта зв'язку та активних і реактивних складових внесеного опору.
- 3.2. На стенді вибрати дві котушки індуктивності та з'єднати їх послідовно; для цих котушок при довільній відстані між виміряти LC-метром еквівалентні індуктивності при узгодженому і зустрічному включеннях (використати схему на рис. 2); використовуючи вирази (3) і (5) обчислити експериментальні значення взаємної індуктивності  $M$  коефіцієнту зв'язку  $k$ . Взяти до уваги, що отримані значення  $M$  і  $k$  справедливі тільки для вибраної відстані між котушками.
- 3.3. Експериментально визначити залежності взаємної індуктивності  $M$  і коефіцієнта зв'язку  $k$  від відстані між котушками. Відстань між котушками змінювати від мінімального значення до максимально можливого. Експериментальні залежності побудувати у вигляді графіків. Пояснити характер отриманих залежностей.
- 3.4. LC-метром виміряти еквівалентні індуктивності електричних кіл, які складаються із двох котушок з різними значеннями індуктивності при їх послідовному і паралельному з'єднанні (рис. 2 і 3) та при різних знаках взаємної індуктивності. Результати вимірювань порівняти з розрахунковими, отриманими за формулами (2) і (4). Обчислити похибку відхилення експериментальних результатів від розрахункових. Дати оцінку відповідності експериментальних результатів розрахунковим.
- 3.5. На основі рис. 6 зібрати схему і експериментально визначити активну  $R_{\text{вн}}$  і реактивну  $X_{\text{вн}}$  складові внесеного опору. Провести розрахунки  $R_{\text{вн}}$  і  $X_{\text{вн}}$  за формулами (10). Кількісно порівняти експериментальні і розрахункові результати.

### 4. Зміст звіту

У звіті до лабораторної роботи необхідно чітко сформулювати мету роботи, постановку завдання, стисло описати умови проведення експерименту, навести електричні принципи (при необхідності структурні) схеми для проведення дослідів з визначення параметрів і характеристик електричних кіл із взаємною індуктивністю, масиви експериментальних і розрахункових даних, графічні залежності, відповідні коментарі, узагальнюючі висновки до результатів

дослідження, перелік використаної літератури з посиланнями у відповідних місцях тексту звіту.

Навести необхідні розрахунки до пунктів 3.2, 3.4, 3.5, матеріали до пунктів 3.1, 3.4 необхідно надавати в табличній формі, до пункту 3.3 – у вигляді графіків.

## **5. Контрольні запитання**

- 5.1. Пояснити явище взаємної індукції.
- 5.2. Яка різниця між поняттями «напруга самоіндукції» і «напруга взаємоіндукції»?
- 5.3. Дати визначення взаємної індуктивності і коефіцієнту зв'язку.
- 5.4. Чим визначається знак взаємної індуктивності?
- 5.5. Що таке однойменні виводи індуктивно зв'язаних котушок?
- 5.6. Пояснити суть способу експериментального визначення взаємної індуктивності.
- 5.7. Яке максимальне значення може приймати взаємна індуктивність?
- 5.8. При якій умові буде зменшуватися сумарна індуктивність двох послідовно з'єднаних котушок?
- 5.9. Чому в проведеному експерименті взаємна індуктивність зменшувалася при збільшенні відстані між котушками?
- 5.10. Який фізичний смисл коефіцієнту зв'язку та в яких межах він може змінюватися?
- 5.11. Що характеризує повний внесений опір?
- 5.12. Який фізичний смисл складових внесеного опору?
- 5.13. Що показує знак «мінус» перед виразом для реактивного внесеного опору?
- 5.14. Пояснити суть методу експериментального визначення складових внесеного опору.

**Рекомендована література:** [3], [4].

## **РОБОТА № 5. ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ФІЛЬТРІВ**

### Мета роботи

Опанувати принципи побудови електричних фільтрів та навчитися визначати їх частотні характеристики і основні параметри.

### Прилади і устаткування

Спеціалізований лабораторний стенд з котушками індуктивності, активними опорами та конденсаторами, генератор гармонійних коливань, високочастотний вольтметр діючих значень, осцилограф, LC-метр.

## 1. Теоретичні основи

### 1.1. Класифікація фільтрів

Електричним фільтром називається пристрій, за допомогою якого електричні коливання різних частот відділяються один від одного. Фільтром є чотириполюсник, який “пропускає” електричні коливання вхідного сигналу, що знаходяться в певному діапазоні частот - *смугі пропускання (смугі прозорості)* і затримує коливання, що знаходяться в іншому частотному діапазоні - *смугі затримання (смугі непрозорості)*.

Залежно від того, до якої частини частотного діапазону належать смуги пропускання та затримання, фільтри поділяють на такі групи:

- а) *фільтри нижніх частот (ФНЧ)*, які пропускають малі частоти і затримують великі;
- б) *фільтри верхніх частот (ФВЧ)*, які пропускають великі частоти і затримують малі;
- в) *смужові фільтри (СФ)*, які пропускають коливання в заданій смугі частот;
- г) *загороджувальні або режесекторні фільтри (ЗФ або РФ)*, які затримують коливання в певній смугі частот.

Залежно від вигляду ланок фільтри класифікують на *Г-, Т-, П-подібні, мостові* і ін. Ці фільтри можуть бути *одно- і багатоланковими*.

За характеристиками фільтри розрізняють на прості (*типу К*) і складні (*типу М*) вищого класу.

За типами елементів фільтри поділяють на *реактивні* або LC-фільтри (складаються із індуктивностей  $L$  і ємностей  $C$ ), *безіндукційні* або RC-фільтри (складаються із опорів  $R$  і ємностей  $C$ ), *п'єзоелектричні*, *магнітострикційні*, *активні* АРС-фільтри, з перемикальними конденсаторами, *цифрові* (з використанням ЕОМ).

Електричний фільтр якнайкраще виконує свої функції, якщо він працює на *узгоджене навантаження*. Для фільтрів основним є встановлення умов, при яких він може мати смугу пропускання, а також визначення ширини смуги прозорості і знаходження рівнянь частотних характеристик.

### 1.2. Реактивні фільтри

Найпростішим реактивним фільтром є симетричний Т-подібний чотириполюсник з реактивними елементами  $\dot{z}_1$  і  $\dot{z}_2$  (див. рис. 1). В теорії чотириполюсників показано, що для такої схеми справедливе рівняння

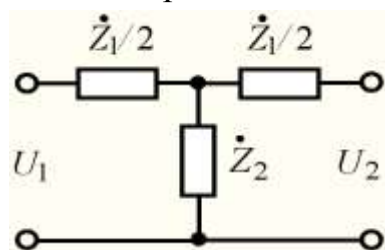


Рис. 1

$$1 + \frac{\dot{z}_1}{2\dot{z}_2} = \operatorname{ch}(a + jb), \quad (1)$$

де  $a$  – *власне загасання фільтру*; загасання характеризує міру зміни амплітуд напруги (струму) при переході від входу до виходу;  $b$  – *коефіцієнт фази* (фазова стала).

Смугою пропускання реактивного фільтру є діапазон, для якого власне загасання фільтру дорівнює нулю ( $a = 0$ ). Можна показати, що при  $a = 0$  із(1) впливає умова прозорості реактивного фільтру у вигляді

$$-1 \leq 1 + \frac{\dot{z}_1}{2\dot{z}_2} \leq 1 \quad \text{або} \quad -1 \leq \frac{\dot{z}_1}{4\dot{z}_2} \leq 0. \quad (2)$$

Для (2) справедливі такі твердження:

- а) знаки опорів  $\dot{z}_1$ ,  $\dot{z}_2$  повинні бути протилежні (якщо  $\dot{z}_1$  має індуктивний характер, то  $\dot{z}_2$  повинен бути тільки з ємнісним характером);
- б) повинна виконуватися нерівність  $|\dot{z}_1| < |4\dot{z}_2|$ ;
- в) справедливі такі рівності:

$$\dot{z}_1 = 0, \quad \dot{z}_1 = -4\dot{z}_2. \quad (3)$$

Із (3) можна визначити граничні частоти смуги пропускання фільтру.

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) фільтру у смузі пропускання є  $a(\omega) = 0$ , а в смузі затримання визначається виразом

$$a(\omega) = \text{Arch} \left| 1 + \frac{\dot{z}_1}{2\dot{z}_2} \right|. \quad (4)$$

Фазочастотна характеристика (ФЧХ)  $b(\omega)$  в смузі пропускання має вигляд

$$b(\omega) = \arccos \left( 1 + \frac{\dot{z}_1}{2\dot{z}_2} \right), \quad (5)$$

а в смузі затримання

$$b(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \frac{\dot{z}_1}{4\dot{z}_2} > 0; \\ \pm 180^\circ, & \text{якщо } \frac{\dot{z}_1}{4\dot{z}_2} < -1. \end{cases} \quad (6)$$

### 3. Реактивний фільтр нижніх частот

Прикладом одноланкового Т-подібного реактивного фільтру нижніх частот типу К є схема на рис. 2. До виходу фільтру підключено опір навантаження  $\dot{z}_H$ . Видно, що характер горизонтальних віток індуктивний, а характер вертикальної вітки ємнісний. Отже, для схеми опори віток  $\dot{z}_1 = j\omega L$ ,  $\dot{z}_2 = 1/j\omega C$ ,  $\dot{z}_1 \dot{z}_2 = L/C = \rho^2 = k^2$ , де  $k = \rho$  – постійна величина, яка дорівнює характеристичному опору коливального контура, складеного із індуктивності  $L$  і ємності  $C$ . Граничні частоти фільтру визначимо із умови прозорості (2)

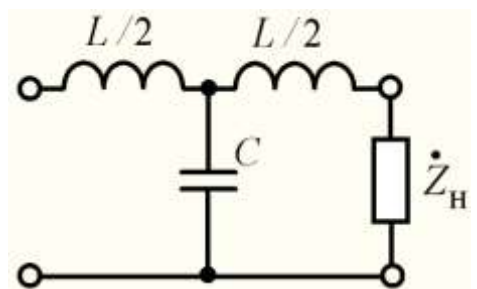


Рис. 2

$$\frac{\dot{z}_1}{4\dot{z}_2} = 0, \quad \frac{\dot{z}_1}{4\dot{z}_2} = -1; \quad \frac{j\omega_1 L j\omega_1 C}{4} = 0, \quad \frac{j\omega_2 L j\omega_2 C}{4} = -1.$$

Із рішення цих рівнянь виходить, що *нижня гранична частота* дорівнює нулю а верхня – певному кінцевому значенню

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{LC}}. \quad (7)$$

Отже, смуга пропускання у фільтра нижніх частот знаходиться в межах від нуля до частоти  $\omega_2$ .

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) фільтра у смузі прозорості є  $a(\omega) = 0$ , а в смузі затримання згідно (4)

$$a(\omega) = \text{Arch}\left|1 + \frac{\dot{z}_1}{2\dot{z}_2}\right| = \text{Arch}\left|1 - \frac{\omega^2 LC}{2}\right| = \text{Arch}\left|1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right|. \quad (8)$$

Залежність (8) має вигляд, який показано на рис. 3. При  $\omega \leq \omega_2$  загасання ФНЧ дорівнює нулю и коливання вільно поступають на вихід. При  $\omega > \omega_2$  загасання

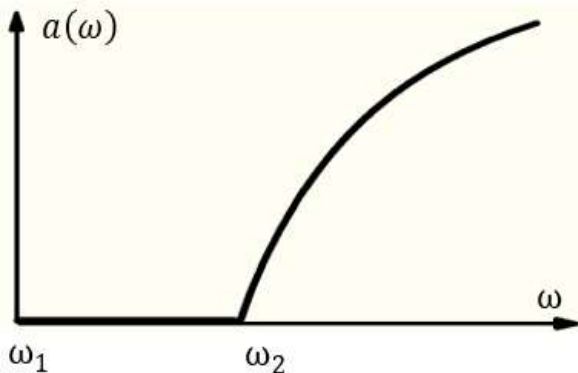


Рис. 3

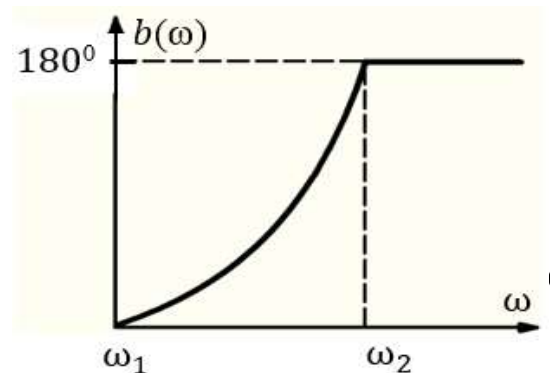


Рис. 4

монотонно зростає, що приводить до зменшення амплітуди вихідних коливань. Отже, ФНЧ не пропускає на вихід коливання верхніх частот.

Фазочастотна характеристика (рис. 4) фільтра нижніх частот у смузі пропускання згідно (5) має вигляд

$$b(\omega) = \arccos\left(1 + \frac{\dot{z}_1}{2\dot{z}_2}\right) = \arccos\left(1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right); \quad (9)$$

у смузі загасання коефіцієнт фази  $b(\omega) = 180^\circ$ , бо  $\dot{z}_1/4\dot{z}_2 < -1$ . Графічна форма ФЧХ фільтра нижніх частот наведена на рис. 4.

Розглянуті залежності справедливі при умові, що характеристичний опір фільтра і навантаження узгоджені, тобто  $\dot{z}_H = \dot{z}_C$  (тут  $\dot{z}_C$  – *характеристичний*



опір фільтра). Із теорії чотирьохполюсників відомо, що у Т-подібного ФНЧ характеристичний опір має вигляд

$$\dot{z}_c = \sqrt{\dot{z}_1 \dot{z}_2 (1 + \dot{z}_1 / 4 \dot{z}_2)} = \rho \sqrt{1 - \omega^2 / \omega_2^2}. \quad (10)$$

Із (10) видно, що характеристичний опір  $\dot{z}_c$  не є постійною величиною, він залежить від частоти  $\omega$ , і тому хороше узгодження фільтра в діапазоні частот принципово неможливе. Можливе тільки наближене узгодження, причому, найкраще при  $\dot{z}_H = \rho$ . Із (10) також випливає, що у смузі пропускання  $\dot{z}_c$  має активний характер, а у смузі затримки – індуктивний.

#### 4. Реактивний фільтр верхніх частот

Схема Т-подібного фільтра верхніх частот (ФВЧ) наведена на рис. 5. Опір горизонтальної вітки дорівнює  $\dot{z}_1 = 1/j\omega C$ , вертикальної  $\dot{z}_2 = j\omega L$ ; фільтр навантажений опором  $\dot{z}_H$ , добуток опорів  $\dot{z}_1 \dot{z}_2 = L/C = \rho^2$ . Із умови прозорості (2) граничні частоти смуги пропускання мають вигляд

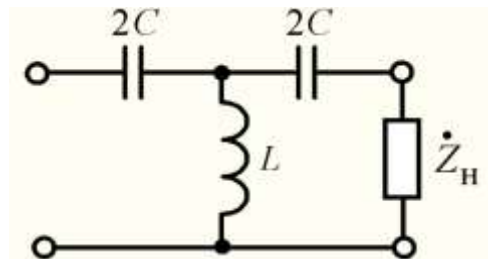


Рис. 5

$$\omega_1 = \infty, \quad \omega_2 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}. \quad (11)$$

Амплітудно-частотна характеристика (рис. 6) фільтра у смузі прозорості є  $a(\omega) = 0$ , а в смузі затримання згідно (4) визначається як

$$a(\omega) = \text{Arch} \left| 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega^2} \right|. \quad (12)$$

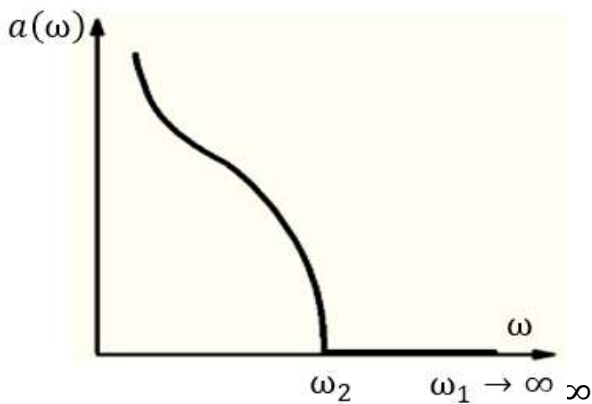


Рис. 6

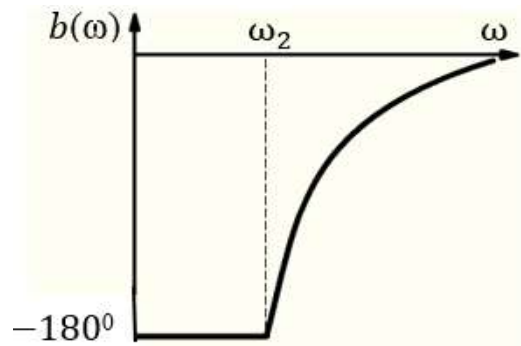


Рис. 7

Отже, в діапазоні частот від 0 до  $\omega_2$  ФВЧ електричні коливання не пропускає на вихід, при  $\omega \geq \omega_2$  коливання на виході існують, бо в цьому частотному діапазоні загасання відсутнє (див. рис. 6).

Фазочастотна характеристика (рис. 7) у смузі пропускання згідно (5) визначається виразом

$$b(\omega) = \arccos \left( 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega^2} \right), \quad (13)$$

а у смузі затримання  $b(\omega) = -180^\circ$ .

Характеристичний опір  $Z_c$  фільтра верхніх частот у смузі пропускання має активний характер, а у смузі затримки – ємнісний.

### 5. Безіндукційні фільтри

Безіндукційні фільтри складаються із активного опору  $R$  і ємності  $C$ . Прикладом фільтра нижніх частот Г-подібного виду є схема на рис. 8, Т-подібного – на рис. 9. Наближено амплітудно-частотну характеристику пасивного

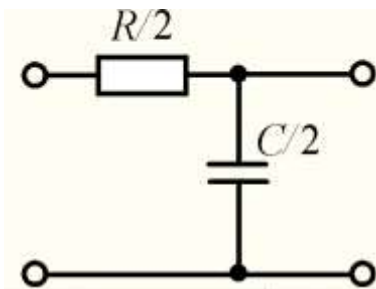


Рис. 8

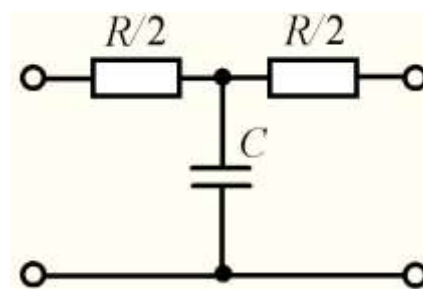


Рис. 9

RC-фільтра нижніх частот Г-подібного виду можна представити виразом

$$a(\omega) \approx \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}. \quad (14)$$

На низьких частотах, коли ємнісний опір великий, напруга на виході фільтра ледь менше напруги на його вході і, отже, загасання мале. При збільшенні частоти ємнісний опір зменшується, напруга на виході теж зменшується і, відповідно, загасання зростає. Із (14) видно, що в усьому діапазоні частот, окрім  $\omega = 0$ , на відміну від реактивних фільтрів, загасання відмінне від нуля навіть в смузі пропускання. Ця особливість є недоліком пасивних безіндукційних фільтрів у порівнянні з реактивними. У RC-фільтрів замість граничної частоти вводиться поняття *частоти зрізу*  $\omega_{зр}$ , це частота, при якій становляться *рівними активний і ємнісний опори* віток Г-подібної ланки (рис. 8), тобто

$$\frac{R}{2} = \frac{1}{\omega_{зр} C / 2}. \quad (15)$$

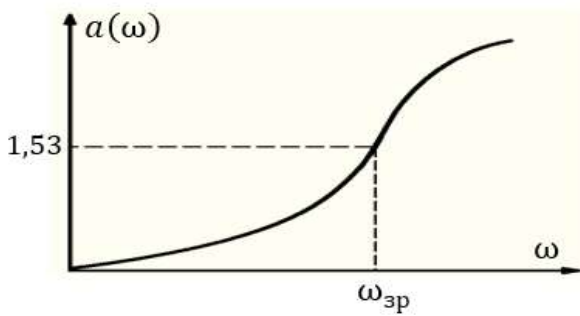


Рис.10

Звідси випливає вираз для частоти зрізу

$$\omega_{зр} = \frac{4}{RC} \cdot \quad (16)$$

На частоті зрізу згідно (14) загасання дорівнює  $a(\omega_{зр}) \approx 1,53$  Нп.

Амплітудно-частотна характеристика фільтра нижніх частот з Г-подібною ланкою (рис. 8) показана на рис. 10, із якого видно, що на відміну від реактивних фільтрів RC-фільтр не

має області частот, в межах якої власне загасання  $a(\omega)$  дорівнює нулю.

На рис. 11 показана схема RC-фільтра верхніх частот. На низьких частотах, коли ємнісний опір великий, напруга на виході фільтра мала. При збільшенні

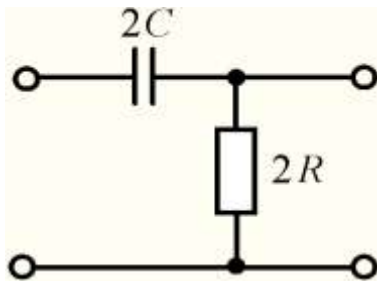


Рис. 11

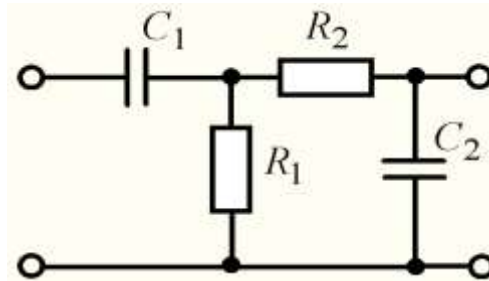


Рис. 12

частоти ємнісний опір зменшується і напруга на виході зростає, тобто, загасання зменшується.

Амплітудно-частотна характеристика ФВЧ має вигляд

$$a(\omega) \approx \frac{1}{\sqrt{2\omega RC}}, \quad (17)$$

а частота зрізу

$$\omega_{зр} = \frac{1}{4RC} \cdot \quad (18)$$

Комбінуючи фільтри нижніх та верхніх частот можна побудувати смуговий фільтр (рис. 12). Принцип роботи такого фільтра полягає в тому, що ємність першої ланки  $C_1$  обумовлює загасання нижніх частот, а ємність другої ланки  $C_2$  забезпечує загасання більш високих частот.

Середня частота  $\omega_0$  смуги пропускання, при якій власне загасання смугового фільтра мінімальне, орієнтовно рівна

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \cdot \quad (19)$$

## 2. Підготовка до виконання роботи

- 2.1. Уважно ознайомитися із завданням до лабораторної роботи.
- 2.2. Вивчити у підручнику з теорії електричних кіл розділи, присвячені чотириполюсникам та електричним реактивним і безіндуктивним фільтрам.
- 2.3. Ознайомитися з технічними характеристиками наявних вимірювальних приладів, які використовуються в лабораторній роботі.
- 2.4. Розробити конкретний план проведення експерименту з визначення параметрів і частотних характеристик фільтрів. План обговорити і узгодити з викладачем. При необхідності внести відповідні корективи.

## 3. Завдання до виконання лабораторної роботи

- 3.1. Виміряти номінальні значення постійних та змінних резисторів, конденсаторів та котушок індуктивності, які є в лабораторному стенді, та зафіксувати результати для використання в подальших розрахунках.
- 3.2. Розробити структурну схему для експериментального визначення параметрів і частотних характеристик досліджуваних електричних фільтрів; складовими схеми для проведення експерименту повинні бути генератор гармонійних коливань, високочастотний вольтметр діючих значень, прилад для вимірювання частоти гармонійних коливань та досліджуваний фільтр з відповідним навантаженням.
- 3.3. Для схеми реактивного ФНЧ (рис. 2) вибрати необхідні індуктивності  $L$  і ємність  $C$  (із наявних в стенді елементів), щоби забезпечити значення верхньої граничної частоти  $\omega_2$  в межах 10 – 20 кГц; розрахувати характеристичний опір  $\rho$  фільтра.
- 3.4. Керуючись розробленою структурною схемою (п. 3.2) зібрати експериментальний стенд для дослідження ФНЧ; в якості навантаження використати змінний резистор активного опору  $R_n$ , значення якого встановити рівним характеристичному опору фільтра ( $R_n = \rho$ ).
- 3.1. Після перевірки схеми викладачем напругу мережі живлення подати на прилади і потім ввімкнути їх. Змінюючи частоту генератора від мінімального значення до значень суттєво більших  $\omega_2$ , експериментально визначити залежності вхідної і вихідної напруг фільтра від частоти. На різних частотах напругу на виході генератора треба підтримувати незмінною.
- 3.6. Побудувати експериментальну АЧХ фільтра нижніх частот у вигляді залежності загасання  $a(\omega)$  від частоти; загасання визначати в неперах як

$$a(\omega) = \ln \frac{U_1}{U_2},$$

де  $U_1$  – вхідна,  $U_2$  – вихідна напруги фільтра. За формулою (8) побудувати розрахункову АЧХ (рис. 3) і порівняти її з експериментальною. Зробити

висновок про якість реального ФНЧ з обчисленням похибки відхилення експериментальних даних від розрахункових.

*Примітка.* При побудові розрахункової АЧХ, в окремих випадках, можна використати тотожність:

$$\text{Arch } x = \ln (x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad \text{при } x \geq 1.$$

- 3.7. За формулою (9) побудувати фазочастотну характеристику фільтра (рис. 4), зробити висновок про характер характеристичного опору в смугах пропускання та затримання.
- 3.8. Провести дослідження впливу опору навантаження  $R_n$  на АЧХ фільтра. Для цього експериментально визначити АЧХ при  $R_n = 0,5\rho$ ,  $R_n = 5\rho$ ,  $R_n = \infty$ . Порівняти отримані АЧХ і зробити висновок про важливість узгодження фільтра з навантаженням.
- 3.9. Зібрати експериментальний стенд для дослідження Т-подібного реактивного фільтра верхніх частот (рис. 5) заздалегідь визначивши значення граничної частоти  $\omega_2$ , характеристичного опору  $\rho$  і узгодженого активного опору навантаження  $R_n$ . Експериментально визначити АЧХ фільтра і порівняти її із розрахунковою АЧХ за формулою (12). Обчислити відхилення експериментальних даних від розрахункових.
- 3.10. Зібрати схему Г-подібного безіндукційного фільтра нижніх частот (рис. 8). Експериментально визначити АЧХ і частоту зрізу  $\omega_{зр}$ . Побудувати розрахункову АЧХ (рис. 10) за формулою (14) і розрахувати частоту зрізу за формулою (16). Кількісно визначити величину відхилення експериментальної АЧХ від розрахункової.
- 3.11. Експериментально визначити АЧХ безіндукційного фільтра верхніх частот (рис. 11) та смугового фільтра (рис. 12); знайти значення частот зрізу і визначити смуги пропускання цих фільтрів.

#### 4. Зміст звіту

У звіті до лабораторної роботи необхідно чітко сформулювати мету роботи, постановку завдання, стисло описати умови проведення експерименту, навести електричні принципові (при необхідності структурні) схеми для проведення дослідів з визначення параметрів і характеристик електричних реактивних і безіндуктивних фільтрів, масиви експериментальних і розрахункових даних, графічні залежності, відповідні коментарі, узагальнюючі висновки до результатів дослідження, перелік використаної літератури.

Навести необхідні розрахунки до пунктів 3.3, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, до пунктів 3.1, 3.5, 3.8, 3.9, 3.11 матеріали необхідно надавати в табличній формі, до пунктів 3.6 – 3.11 – у вигляді графіків.

## 5. Контрольні запитання

- 5.1. Що таке електричний фільтр, які у нього властивості?
- 5.2. Як поділяють фільтри за частотним діапазоном смуги пропускання?
- 5.3. Дати визначення понять смуги пропускання (прозорості) та смуги затримання (непрозорості) фільтра.
- 5.4. Як поділяють фільтри за видами складових елементів?
- 5.5. Коливання яких частот пропускають смугові фільтри?
- 5.6. Пояснити умову узгодження реактивного фільтра.
- 5.7. Що таке загасання фільтра і які одиниці його вимірювання?
- 5.8. Пояснити, що таке фазочастотна характеристика реактивного фільтра.
- 5.9. Яка різниця між поняттями гранична частота і частота зрізу?
- 5.10. Чи може у реального фільтра загасання дорівнювати нулю?
- 5.11. Чому у смузі пропускання характеристичний опір має активний характер а у смузі затримки – реактивний?
- 5.12. Пояснити, чому реактивні опори горизонтальної і вертикальної віток фільтра повинні мати різні знаки.
- 5.13. Які переваги мають багатоланкові фільтри перед одноланковими?
- 5.14. Які фільтри називають активними? В чому їх переваги перед пасивними?

*Рекомендована література:* [1], [3].

## ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ

Збірник складається із семи варіантів завдань, які присвячено розрахункам лінійних електричних кіл, поясненню фізичної суті певних понять теорії електричних кіл та вирішенню евристичних задач. Окремий варіант тестового завдання містить двадцять запитань. До кожного запитання надані чотири можливі відповіді, із яких правильна тільки одна, інші три відповіді невірні.

При виконанні тестового завдання студенту необхідно обгрунтовано визначити правильну відповідь і її номер, який треба занести в заздалегідь приготовлену таблицю відповідей, зразок якої наведено нижче.

Таблиця 1т – Зразок таблиці відповідей до тестового завдання

Запитання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Відповідь	4	2	1	3	2	1	4	2	2	3	1	2	1	4	4	2	1	2	3	2
Оцінка																				

В першому рядку таблиці вказують порядкові номери запитань (від 1 до 20), у другому – номери (від 1 до 4) правильних відповідей до кожного запитання, третій рядок не заповнюють, він призначений для оцінок, які робить викладач, що перевіряє тестове завдання.

Тестове завдання вважається *виконаним при наявності заповненої таблиці відповідей та доповнюючої текстової частини*, яка містить обгрунтування вибраних відповідей. *Доповнюючу текстову частину* наводять після таблиці. До кожного запитання (обов'язково вказувати номер відповідного запитання) приводять обгрунтоване пояснення вибору номера правильної відповіді. В залежності від змісту запитання обгрунтування повинно містити окремі розрахунки параметрів електричного кола, посилення на відповідні закони теорії електричних кіл, фізики, математики, при необхідності доцільно наводити принципові схеми електричних кіл, формули та інші аналітичні вирази, до окремих запитань необхідні пояснення фізичного смислу явища чи поняття. Обгрунтування, в цілому, повинно бути *без зайвої деталізації, стислим і лаконічним*, наприклад: "...згідно правила перетворення еквівалентних джерел ..." або "...це впливає із першого закону Кірхгофа..." чи "...на основі другого закону комутації..." і т. ін.

**Рівень обгрунтованості правильної відповіді визначає підсумкову оцінку за тестове завдання.**

## ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 1

1. Що вважають тривалістю перехідного процесу в електричному колі з постійною часу  $\tau$  ?
  - 1) тривалість  $\tau$ ; 2) тривалість  $2\tau$ ; 3) тривалість  $5\tau$ ; 4) тривалість  $10\tau$ .
2. Через який проміжок часу з моменту підключення послідовно з'єднаних опору  $R$  і індуктивності  $L$  до джерела струму  $I$  в колі встановиться струм, що дорівнює  $0,632I$  ?
  - 1) через проміжок часу, що дорівнює  $R/L$ ;
  - 2) через проміжок часу, що дорівнює  $RL$ ;
  - 3) через проміжок часу, що дорівнює  $L/R$ ;
  - 4) через проміжок часу, що дорівнює  $IL$ .
3. Що не потрібно робити при використанні методу короткого замикання для розрахунку струму через елемент електричного кола?
  - 1) визначення внутрішнього опору кола в режимі холостого ходу;
  - 2) визначення струму короткого замикання;
  - 3) вилучення із кола джерел електричної енергії;
  - 4) визначення потужності в режимі короткого замикання.
4. В якому стані буде знаходитися джерело напруги в момент підключення до нього незарядженої ємності?
  - 1) холостого ходу; 2) накопичення енергії; 3) розсіювання енергії;
  - 4) короткого замикання.
5. Знайти невірне продовження такого: "В ідеалізованому електричному колі стрибкоподібно можуть змінюватися"
  - 1) струми через опори і ємності";
  - 2) струми через опори і джерела напруги";
  - 3) напруги на опорах і ємностях";
  - 4) напруги на індуктивностях і джерелах струму."
6. Що показує величина добротності при наявності послідовного резонансу в електричному колі?
  - 1) у скільки разів реактивний опір кола більше активного;
  - 2) співвідношення між підведеною напругою і струмом у колі;
  - 3) у скільки разів напруга на індуктивності (або ємності) більше зовнішньої напруги, що підводиться до кола;
  - 4) відношення енергії, що розсіюється на активному опорі, до енергії, що накопичується в реактивному опорі.



7. Який фізичний зміст модуля комплексного коефіцієнта передачі деякого пристрою?
- 1) амплітудно-частотна характеристика пристрою;
  - 2) перехідний опір пристрою;
  - 3) перехідна провідність пристрою;
  - 4) фазочастотна характеристика пристрою.
8. Назвати умову виникнення паралельного резонансу в електричному колі:
- 1) рівність активної і реактивної потужностей;
  - 2) рівність активної потужності нулю;
  - 3) рівність реактивного опору кола нулю;
  - 4) рівність нулю реактивної провідності.
9. Назвати умову виникнення послідовного резонансу в колі :
- 1) рівність активної і реактивної потужностей;
  - 2) рівність активної потужності нулю;
  - 3) рівність реактивного опору кола нулю;
  - 4) рівність нулю активного опору кола.
10. Який опір в електричному колі змінюється прямопропорційно частоті струму через нього?
- 1) ємнісний опір;
  - 2) індуктивний опір;
  - 3) активний опір;
  - 4) повний опір.
11. У з'єднання типу «зірка» опір кожного променя дорівнює 2 Ом. Який буде опір сторони еквівалентного з'єднання типу «трикутник»?
- 1) 2 Ом;
  - 2) 6 Ом;
  - 3) 4 Ом;
  - 4) 8 Ом.
12. Чи можна конденсатор з робочою напругою 250 В вмикати в побутову мережу напругою 220 В?
- 1) можна завжди;
  - 2) можна з обмежувальним резистором;
  - 2) ні;
  - 3) можна при незмінній частоті мережі.
13. Що не потрібно робити при використанні методу холостого ходу для розрахунку струму через елемент електричного кола?
- 1) визначення внутрішнього опору кола;
  - 2) визначення потужності в режимі холостого ходу;
  - 3) визначення напруги холостого ходу;
  - 4) вилучення із кола джерел електричної енергії.
14. При якій умові джерело напруги  $E$  вважається еквівалентним джерелу струму  $I$  з внутрішнім опором  $R$  і потужністю розсіювання  $P$  ?
- 1)  $P = EI$ ;
  - 2)  $P = I^2R$ ;
  - 3)  $E = IR$ ;
  - 4)  $P = E^2/R$ .

15. При якій умові заміна елементів однієї частини електричного кола вважається еквівалентною?
- 1) рівність внутрішніх опорів обох частин електричного кола;
  - 2) незмінність потужності в електричному колі;
  - 3) рівність активних і реактивних опорів для всього кола;
  - 4) незмінність струмів і напруг в другій частині електричного кола.
16. Що є умовою передачі максимуму активної потужності від джерела електричної енергії до навантаження (споживача)?
- 1) рівність внутрішніх опорів джерела і навантаження;
  - 2) внутрішній опір джерела набагато менше опору навантаження;
  - 3) рівність комплексного внутрішнього опору джерела і комплексно-спряженого опору навантаження;
  - 4) рівність комплексних опорів навантаження і джерела.
17. Який фізичний смисл у поняття “коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$ ”?
- 1) відношення активної потужності до реактивної;
  - 2) доля середньої потужності у повній потужності;
  - 3) відношення реактивної потужності до повної;
  - 4) доля енергії, що накопичується у реактивних елементах.
18. Якою повинна бути постійна часу у диференціюючого кола відносно тривалості вхідного імпульсу?
- 1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;
  - 2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;
  - 3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;
  - 4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
19. Який пасивний елемент електричного кола є перетворювачем електричної енергії?
- 1) трансформатор;
  - 2) резистор;
  - 3) конденсатор;
  - 4) котушка індуктивності.
20. Якою повинна бути постійна часу у інтегруючого кола в порівнянні з тривалістю вхідного імпульсу?
- 1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;
  - 2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;
  - 3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;
  - 4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.

## ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 2

1. Опір кожної сторони з'єднання типу «трикутник» дорівнює 10 Ом. Який буде опір променя еквівалентного з'єднання типу «зірка»?
  - 1) 3,33 Ом;
  - 2) 10 Ом;
  - 3) 30 Ом;
  - 4) 33,3 Ом.
  
2. Що показує величина добротності при наявності послідовного резонансу в електричному колі?
  - 1) у скільки разів реактивний опір кола більше активного;
  - 2) співвідношення між підведеною напругою і струмом у колі;
  - 3) у скільки разів напруга на індуктивності (або ємності) більше зовнішньої напруги, що підводиться до кола;
  - 4) відношення енергії, що розсіюється на активному опорі, до енергії, що накопичується в реактивному опорі.
  
3. Що не потрібно робити при використанні методу короткого замикання для розрахунку струму через елемент електричного кола?
  - 1) визначення внутрішнього опору кола в режимі холостого ходу;
  - 2) визначення струму короткого замикання;
  - 3) вилучення із кола джерел електричної енергії;
  - 4) визначення потужності в режимі короткого замикання.
  
4. В якому стані буде знаходитися джерело напруги в момент підключення до нього незарядженої ємності?
  - 1) холостого ходу;
  - 2) накопичення енергії;
  - 3) розсіювання енергії;
  - 4) короткого замикання.
  
5. Знайти невірне продовження такого: "В ідеалізованому електричному колі стрибкоподібно можуть змінюватися"
  - 1) струми через опори і ємності;
  - 2) струми через опори і джерела напруги;
  - 3) напруги на опорах і ємностях;
  - 4) напруги на індуктивностях і джерелах струму."
  
6. Що вважають тривалістю перехідного процесу в електричному колі з постійною часу  $\tau$ ?
  - 1) тривалість  $\tau$ ;
  - 2) тривалість  $2\tau$ ;
  - 3) тривалість  $5\tau$ ;
  - 4) тривалість  $10\tau$ .

7. Послідовно з'єднані активний опір і ємність підключені до джерела змінного струму. Як зміниться напруга на ємності, якщо частоту джерела струму збільшити вдвічі?
- 1) збільшиться вдвічі;
  - 2) зменшиться вдвічі;
  - 3) не зміниться;
  - 4) попередні відповіді невірні.
8. Який фізичний зміст модуля комплексного коефіцієнта передачі деякого пристрою?
- 1) амплітудно-частотна характеристика пристрою;
  - 2) перехідний опір пристрою;
  - 3) перехідна провідність пристрою;
  - 4) фазочастотна характеристика пристрою.
9. Назвати умову виникнення паралельного резонансу в електричному колі:
- 1) рівність активної і реактивної потужностей;
  - 2) рівність активної потужності нулю;
  - 3) рівність реактивного опору кола нулю;
  - 4) рівність нулю реактивної провідності.
10. Назвати умову виникнення послідовного резонансу в електричному колі :
- 1) рівність активної і реактивної потужностей;
  - 2) рівність активної потужності нулю;
  - 3) рівність реактивного опору кола нулю;
  - 4) рівність нулю активного опору кола.
11. Який опір в електричному колі змінюється прямопропорційно частоті струму через нього?
- 1) ємнісний опір;
  - 2) індуктивний опір;
  - 3) активний опір;
  - 4) повний опір.
12. Вказати на неправильну відповідь:
- 1) напруга на ємності випереджає струм по фазі на  $90^0$ ;
  - 2) напруга на індуктивності випереджає струм по фазі на  $90^0$ ;
  - 3) струм через опір збігається по фазі з напругою;
  - 4) струм через індуктивність відстає від напруги по фазі на  $90^0$ .
13. Чи можна конденсатор з робочою напругою 230 В вмикати в побутову електромережу напругою 220 В?
- 1) можна завжди;
  - 2) можна з обмежувальним резистором;
  - 3) ні;
  - 4) можна при незмінній частоті мережі.

14. Що не потрібно робити при використанні методу холостого ходу для розрахунку струму через елемент електричного кола?
- 1) визначення внутрішнього опору кола;
  - 2) визначення потужності в режимі холостого ходу;
  - 3) визначення напруги холостого ходу;
  - 4) вилучення із кола джерел електричної енергії.
15. При якій умові джерело напруги  $E$  вважається еквівалентним джерелу струму  $I$  з внутрішнім опором  $R$  і потужністю розсіювання  $P$  ?
- 1)  $P = EI$ ;
  - 2)  $P = I^2R$ ;
  - 3)  $E = IR$ ;
  - 4)  $P = E^2/R$ .
16. При якій умові заміна елементів однієї частини електричного кола вважається еквівалентною?
- 1) рівність внутрішніх опорів обох частин електричного кола;
  - 2) незмінність потужності в електричному колі;
  - 3) рівність активних і реактивних опорів для всього кола;
  - 4) незмінність струмів і напруг в другій частині електричного кола.
17. Що є умовою передачі максимуму активної потужності від джерела електричної енергії до навантаження (споживача)?
- 1) рівність внутрішніх опорів джерела і навантаження;
  - 2) внутрішній опір джерела набагато менше опору навантаження;
  - 3) рівність комплексного внутрішнього опору джерела і комплексно спряженого опору навантаження;
  - 4) рівність комплексних опорів навантаження і джерела.
18. Який фізичний смисл у поняття “коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$ ”?
- 1) відношення активної потужності до реактивної;
  - 2) доля середньої потужності у повній потужності;
  - 3) відношення реактивної потужності до повної;
  - 4) доля енергії, що накопичується у реактивних елементах.
19. Якою повинна бути постійна часу у диференціюючого кола відносно тривалості вхідного імпульсу?
- 1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;
  - 2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;
  - 3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;
  - 4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
20. Який елемент електричного кола є перетворювачем електричної енергії?
- 1) трансформатор;
  - 2) резистор;
  - 3) конденсатор;
  - 4) котушка індуктивності.

### ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 3

1. Що показує величина добротності при наявності послідовного резонансу в електричному колі?
  - 1) у скільки разів реактивний опір кола більше активного;
  - 2) співвідношення між підведеною напругою і струмом у колі;
  - 3) у скільки разів напруга на індуктивності (або ємності) більше зовнішньої напруги, що підводиться до кола;
  - 4) відношення енергії, що розсіюється на активному опорі, до енергії, що накопичується в реактивному опорі.
2. Опір кожної сторони з'єднання типу «трикутник» дорівнює 4 Ом. Який буде опір променя еквівалентного з'єднання типу «зірка»?
  - 1) 1,33 Ом;
  - 2) 4 Ом;
  - 3) 12 Ом;
  - 4) 16 Ом.
3. У з'єднання типу «зірка» опір кожного променя дорівнює 4 Ом. Який буде опір сторони еквівалентного з'єднання типу «трикутник»?
  - 1) 8 Ом;
  - 2) 12 Ом;
  - 3) 40 Ом;
  - 4) 24 Ом.
4. Назвати умову виникнення послідовного резонансу в колі :
  - 1) рівність активної і реактивної потужностей;
  - 2) рівність активної потужності нулю;
  - 3) рівність реактивного опору кола нулю;
  - 4) рівність нулю активного опору кола.
5. Який опір в електричному колі змінюється прямопропорційно частоті струму через нього?
  - 1) ємнісний опір;
  - 2) індуктивний опір;
  - 3) активний опір;
  - 4) повний опір.
6. Який проміжок часу вважають тривалістю перехідного процесу в електричному колі з постійною часу  $\tau$  ?
  - 1) тривалість  $\tau$ ;
  - 2) тривалість  $2\tau$ ;
  - 3) тривалість  $5\tau$ ;
  - 4) тривалість  $10\tau$ .

7. Із збільшенням частоти струму через ділянку електричного кола струм спочатку збільшується, а потім зменшується. Що собою уявляє така ділянка кола?
- 1) послідовне з'єднання активного опору і індуктивності;
  - 2) паралельне з'єднання ємності і активного опору;
  - 3) окремий активний опір;
  - 4) послідовне з'єднання індуктивності, ємності, активного опору.
8. Що не потрібно робити при використанні методу короткого замикання для розрахунку струму через елемент електричного кола?
- 1) визначення внутрішнього опору кола в режимі холостого ходу;
  - 2) визначення струму короткого замикання;
  - 3) вилучення із кола джерел електричної енергії;
  - 4) визначення потужності в режимі короткого замикання;
9. В якому стані буде знаходитися джерело напруги в момент підключення до нього незарядженої ємності?
- 1) холостого ходу;
  - 2) накопичення енергії;
  - 3) розсіювання енергії;
  - 4) короткого замикання.
10. Знайти невірне продовження такого: "В ідеалізованому електричному колі стрибкоподібно можуть змінюватися
- 1) струми через опори і ємності";
  - 2) струми через опори і джерела напруги";
  - 3) напруги на опорах і ємностях";
  - 4) напруги на індуктивностях і джерелах струму."
11. Що є умовою передачі максимуму активної потужності від джерела електричної енергії до навантаження (споживача)?
- 1) рівність внутрішніх опорів джерела і навантаження;
  - 2) внутрішній опір джерела набагато менше опору навантаження;
  - 3) рівність комплексного внутрішнього опору джерела і комплексно спряженого опору навантаження;
  - 4) рівність комплексних опорів навантаження і джерела.
12. Який фізичний смисл у поняття "коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$ "?
- 1) відношення активної потужності до реактивної;
  - 2) доля середньої потужності у повній потужності;
  - 3) відношення реактивної потужності до повної;
  - 4) доля енергії, що накопичується у реактивних елементах.
13. Якою повинна бути постійна часу  $\tau$  у диференціюючого кола відносно тривалості  $t$  вхідного імпульсу?
- 1)  $\tau \ll t$ ;
  - 2)  $\tau = t$ ;
  - 3)  $\tau \gg t$ ;
  - 4)  $\tau = 5t$ .

14. Який елемент електричного кола є перетворювачем електричної енергії?  
1) трансформатор; 2) резистор; 3) конденсатор; 4) котушка індуктивності.
15. Яка повинна бути постійна часу інтегруючого кола у порівнянні з тривалістю вхідного імпульсу?  
1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;  
2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;  
3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;  
4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
16. Вказати на неправильну відповідь:  
1) напруга на ємності випереджає струм по фазі на  $90^\circ$ ;  
2) напруга на індуктивності випереджає струм по фазі на  $90^\circ$ ;  
3) струм через опір збігається по фазі з напругою;  
4) струм через індуктивність відстає від напруги по фазі на  $90^\circ$ .
17. Чи можна конденсатор з робочою напругою 250 В вмикати в побутову мережу напругою 220 В?  
1) можна завжди;  
2) можна з обмежувальним резистором;  
3) ні;  
4) можна при незмінній частоті мережі.
18. Що не потрібно робити при використанні методу холостого ходу для розрахунку струму через елемент електричного кола?  
1) визначення внутрішнього опору кола;  
2) визначення потужності в режимі холостого ходу;  
3) визначення напруги холостого ходу;  
4) вилучення із кола джерел електричної енергії.
19. При якій умові джерело напруги  $E$  вважається еквівалентним джерелу струму  $I$  з внутрішнім опором  $R$  і потужністю розсіювання  $P$  ?  
1)  $P = EI$ ;  
2)  $P = I^2R$ ;  
3)  $E = IR$ ;  
4)  $P = E^2/R$ .
20. При якій умові заміна елементів однієї частини електричного кола вважається еквівалентною?  
1) рівність внутрішніх опорів обох частин електричного кола;  
2) незмінність потужності в електричному колі;  
3) рівність активних і реактивних опорів для всього кола;  
4) незмінність струмів і напруг в другій частині електричного кола.



## ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 4

1. Який елемент електричного кола є перетворювачем електричної енергії?
  - 1) трансформатор;
  - 2) резистор;
  - 3) конденсатор;
  - 4) котушка індуктивності.
  
2. Якою повинна бути постійна часу інтегруючого кола у порівнянні з тривалістю вхідного імпульсу?
  - 1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;
  - 2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;
  - 3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;
  - 4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
  
3. Якою повинна бути постійна часу у диференціюючого кола відносно тривалості вхідного імпульсу?
  - 1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;
  - 2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;
  - 3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;
  - 4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
  
4. Який фізичний смисл у поняття “коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$ ”?
  - 1) відношення активної потужності до реактивної;
  - 2) доля середньої потужності у повній потужності;
  - 3) відношення реактивної потужності до повної;
  - 4) доля енергії, що накопичується у реактивних елементах.
  
5. Що є умовою передачі максимуму активної потужності від джерела електричної енергії до навантаження (споживача)?
  - 1) рівність внутрішніх опорів джерела і навантаження;
  - 2) внутрішній опір джерела набагато менше опору навантаження;
  - 3) рівність комплексного внутрішнього опору джерела і комплексно-спряженого опору навантаження;
  - 4) рівність комплексних опорів навантаження і джерела.
  
6. При якій умові заміна елементів однієї частини електричного кола вважається еквівалентною?
  - 1) рівність внутрішніх опорів обох частин електричного кола;
  - 2) незмінність потужності в електричному колі;
  - 3) рівність активних і реактивних опорів для всього кола;
  - 4) незмінність струмів і напруг в другій частині електричного кола.

7. При якій умові джерело напруги  $E$  вважається еквівалентним джерелу струму  $I$  з внутрішнім опором  $R$  і потужністю розсіювання  $P$  ?  
1)  $P = EI$ ; 2)  $P = I^2R$ ; 3)  $E = IR$ ; 4)  $P = E^2/R$ .
8. Що не потрібно робити при використанні методу холостого ходу для розрахунку струму через елемент електричного кола?  
1) визначення внутрішнього опору кола;  
2) визначення потужності в режимі холостого ходу;  
3) визначення напруги холостого ходу;  
4) вилучення із кола джерел електричної енергії.
9. Чи можна конденсатор з робочою напругою 250 В вмикати в побутову мережу напругою 220 В?  
1) можна завжди; 2) можна з обмежувальним резистором;  
3) ні; 4) можна при незмінній частоті мережі.
10. Вказати на неправильну відповідь:  
1) напруга на ємності випереджає струм по фазі на  $90^\circ$ ;  
2) напруга на індуктивності випереджає струм по фазі на  $90^\circ$ ;  
3) струм через опір збігається по фазі з напругою;  
4) струм через індуктивність відстає від напруги по фазі на  $90^\circ$ .
11. Який опір в електричному колі змінюється прямо пропорційно частоті струму через нього?  
1) ємнісний опір ; 2) індуктивний опір; 3) активний опір; 4) повний опір.
12. Назвати умову виникнення послідовного резонансу в колі :  
1) рівність активної і реактивної потужностей;  
2) рівність активної потужності нулю;  
3) рівність реактивного опору кола нулю;  
4) рівність нулю активного опору кола.
13. Назвати умову виникнення паралельного резонансу в електричному колі:  
1) рівність активної і реактивної потужностей;  
2) рівність активної потужності нулю;  
3) рівність реактивного опору кола нулю;  
4) рівність нулю реактивної провідності.
14. Який фізичний зміст модуля комплексного коефіцієнта передачі деякого пристрою?  
1) амплітудно-частотна характеристика;  
2) перехідний опір пристрою;  
3) перехідна провідність пристрою;  
4) фазочастотна характеристика.

15. Що показує величина добротності при наявності послідовного резонансу в електричному колі?
- 1) у скільки разів реактивний опір кола більше активного;
  - 2) співвідношення між підведеною напругою і струмом у колі;
  - 3) у скільки разів напруга на індуктивності (або ємності) більше зовнішньої напруги, що підводиться до кола;
  - 4) відношення енергії, що розсіюється на активному опорі, до енергії, що накопичується в реактивному опорі.
16. Знайти невірне продовження такого: "В ідеалізованому електричному колі стрибкоподібно можуть змінюватися
- 1) струми через опори і ємності";
  - 2) струми через опори і джерела напруги";
  - 3) напруги на опорах і ємностях";
  - 4) напруги на індуктивностях і джерелах струму."
17. В якому стані буде знаходитися джерело напруги в момент підключення до нього незарядженої ємності?
- 1) холостого ходу;
  - 2) накопичення енергії;
  - 3) розсіювання енергії;
  - 4) короткого замикання.
18. Через який проміжок часу з моменту підключення послідовно з'єднаних опору  $R$  і індуктивності  $L$  до джерела струму  $I$  в колі встановиться струм, що дорівнює  $0,632I$ ?
- 1) через проміжок часу, що дорівнює  $R/L$ ;
  - 2) через проміжок часу, що дорівнює  $RL$ ;
  - 3) через проміжок часу, що дорівнює  $L/R$ ;
  - 4) через проміжок часу, що дорівнює  $IL$ .
19. Із збільшенням частоти струму через ділянку електричного кола струм спочатку збільшується, а потім зменшується. Що собою уявляє ділянка кола?
- 1) послідовне з'єднання активного опору і індуктивності;
  - 2) паралельне з'єднання ємності і активного опору;
  - 3) окремий активний опір;
  - 4) послідовне з'єднання індуктивності, ємності, активного опору.
20. Якою властивістю характеризується ідеальний електричний опір?
- 1) накопичує енергію в магнітному полі;
  - 2) незворотно поглинає енергію;
  - 3) накопичує енергію в електричному полі;
  - 4) передає енергію від джерела до споживача.

## ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 5

1. Як змінюється напруга на розрядженому конденсаторі при його підключенні до джерела постійної напруги?
  - 1) миттєво до 100% рівня напруги джерела;
  - 2) лінійно до 62,3% рівня напруги;
  - 3) експоненціально до 100% рівня напруги;
  - 4) по гармонійному закону.
  
2. Що вважають тривалістю перехідного процесу в електричному колі з постійною часу  $\tau$  ?
  - 1) тривалість  $\tau$ ;
  - 2) тривалість  $2\tau$ ;
  - 3) тривалість  $5\tau$ ;
  - 4) тривалість  $10\tau$  .
  
3. Що не потрібно робити при використанні методу короткого замикання для розрахунку струму через елемент електричного кола?
  - 1) визначення внутрішнього опору кола в режимі холостого ходу;
  - 2) визначення струму короткого замикання;
  - 3) вилучення із кола джерел електричної енергії;
  - 4) визначення потужності в режимі короткого замикання.
  
4. В якому стані буде знаходитися джерело напруги в момент підключення до нього незарядженої ємності?
  - 1) холостого ходу;
  - 2) накопичення енергії;
  - 3) розсіювання енергії;
  - 4) короткого замикання.
  
5. Знайти невірне продовження такого: "В ідеалізованому електричному колі стрибкоподібно можуть змінюватися
  - 1) струми через опори і ємності;
  - 2) струми через опори і джерела напруги;
  - 3) напруги на опорах і ємностях;
  - 4) напруги на індуктивностях і джерелах струму."
  
6. При підключенні активного опору  $R$  до джерела постійного струму  $I$  як буде змінюватися на ньому напруга?
  - 1) стрибкоподібно від нуля до значення  $U = IR$ ;
  - 2) збільшуватися по лінійному закону;
  - 3) збільшуватися по експоненціальному закону;
  - 4) стрибкоподібно до значення  $U = 0,5IR$ .

7. Який фізичний зміст модуля комплексного коефіцієнта передачі деякого пристрою?
- 1) амплітудно-частотна характеристика пристрою;
  - 2) перехідний опір пристрою;
  - 3) перехідна провідність пристрою;
  - 4) фазочастотна характеристика пристрою.
8. Назвати умову виникнення паралельного резонансу в електричному колі:
- 1) рівність активної і реактивної потужностей;
  - 2) рівність активної потужності нулю;
  - 3) рівність реактивного опору кола нулю;
  - 4) рівність нулю реактивної провідності.
9. Назвати умову виникнення послідовного резонансу в колі :
- 1) рівність активної і реактивної потужностей;
  - 2) рівність активної потужності нулю;
  - 3) рівність реактивного опору кола нулю;
  - 4) рівність нулю активного опору кола.
10. Який опір в електричному колі змінюється прямопропорційно частоті струму через нього?
- 1) ємнісний опір ;
  - 2) індуктивний опір;
  - 3) активний опір;
  - 4) повний опір.
11. У з'єднання типу «зірка» опір кожного променя дорівнює 6 Ом. Який буде опір сторони еквівалентного з'єднання типу «трикутник»?
- 1) 12 Ом;    2) 18 Ом;
  - 3) 24 Ом;    4) 32 Ом.
12. Чи можна конденсатор з робочою напругою 280 В вмикати в побутову мережу напругою 220 В?
- 1) можна завжди;
  - 2) можна з обмежувальним резистором;
  - 3) ні;
  - 4) можна при незмінній частоті мережі.
13. Що не потрібно робити при використанні методу холостого ходу для розрахунку струму через елемент електричного кола?
- 1) визначення внутрішнього опору кола;
  - 2) визначення потужності в режимі холостого ходу;
  - 3) визначення напруги холостого ходу;
  - 4) вилучення із кола джерел електричної енергії.

14. При якій умові джерело струму  $I$  вважається еквівалентним джерелу напруги  $E$  з внутрішнім опором  $R$  і потужністю розсіювання  $P$  ?  
1)  $P = EI$ ; 2)  $P = I^2R$ ; 3)  $I = E/R$ ; 4)  $P = E^2/R$ .
15. При якій умові заміна елементів однієї частини електричного кола вважається еквівалентною?  
1) рівність внутрішніх опорів обох частин електричного кола;  
2) незмінність потужності в електричному колі;  
3) рівність активних і реактивних опорів для всього кола;  
4) незмінність струмів і напруг в другій частині електричного кола.
16. Що є умовою передачі максимуму активної потужності від джерела електричної енергії до навантаження (споживача)?  
1) рівність внутрішніх опорів джерела і навантаження;  
2) внутрішній опір джерела набагато менше опору навантаження;  
3) рівність комплексного внутрішнього опору джерела і комплексно-спряженого опору навантаження;  
4) рівність комплексних опорів навантаження і джерела.
17. Який фізичний смисл у поняття “коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$ ”?  
1) відношення активної потужності до реактивної;  
2) доля середньої потужності у повній потужності;  
3) відношення реактивної потужності до повної;  
4) доля енергії, що накопичується у реактивних елементах.
18. Якою повинна бути постійна часу у диференціюючого кола відносно тривалості вхідного імпульсу?  
1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;  
2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;  
3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;  
4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
19. Який елемент електричного кола є перетворювачем електричної енергії?  
1) трансформатор;  
2) резистор;  
3) конденсатор;  
4) котушка індуктивності.
20. Джерело напруги має внутрішній опір 10 Ом і електрорушійну силу 10 В. Яке буде значення струму у еквівалентного джерела струму?  
1) 4 А; 2) 10 А;  
3) 1 А; 4) 8 А.

## ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 6

1. При підключенні опору  $R$  до джерела постійного струму  $I$  як буде змінюватися на ньому напруга?
  - 1) стрибкоподібно від нуля до значення  $U = IR$ ;
  - 2) збільшуватися по лінійному закону;
  - 3) збільшуватися по експоненціальному закону;
  - 4) стрибкоподібно до значення  $U = 0,5IR$ .
2. Джерело напруги має внутрішній опір  $10 \text{ Ом}$  і електрорушійну силу  $10 \text{ В}$ . Яке буде значення струму у еквівалентного джерела струму?
  - 1)  $4 \text{ А}$ ;
  - 2)  $10 \text{ А}$ ;
  - 3)  $1 \text{ А}$ ;
  - 4)  $8 \text{ А}$ .
3. Генератор струму має внутрішній опір  $50 \text{ Ом}$  і виробляє струм  $1 \text{ А}$ . Яке буде значення електрорушійної сили у еквівалентного генератора напруги?
  - 1)  $1 \text{ В}$ ;
  - 2)  $25 \text{ В}$ ;
  - 3)  $100 \text{ В}$ ;
  - 4)  $50 \text{ В}$ .
4. Чи можна конденсатор з робочою напругою  $250 \text{ В}$  вмикати в побутову мережу напругою  $220 \text{ В}$ ?
  - 1) можна завжди;
  - 2) можна з обмежувальним резистором;
  - 3) ні;
  - 4) можна при незмінній частоті мережі.
5. Що не потрібно робити при використанні методу холостого ходу для розрахунку струму через елемент електричного кола?
  - 1) визначення внутрішнього опору кола;
  - 2) визначення потужності в режимі холостого ходу;
  - 3) визначення напруги холостого ходу;
  - 4) вилучення із кола джерел електричної енергії.
6. При якій умові джерело напруги  $E$  вважається еквівалентним джерелу струму  $I$  з внутрішнім опором  $R$  і потужністю розсіювання  $P$ ?
  - 1) при умові  $P = EI$ ;
  - 2) при умові  $P = I^2R$ ;
  - 3) при умові  $E = IR$ ;
  - 4) при умові  $P = E^2/R$ .
7. При якій умові заміна елементів однієї частини електричного кола вважається еквівалентною?
  - 1) рівність внутрішніх опорів обох частин електричного кола;
  - 2) незмінність потужності в електричному колі;
  - 3) рівність активних і реактивних опорів для всього кола;
  - 4) незмінність струмів і напруг в другій частині електричного кола.

8. Якою повинна бути постійна часу у диференціюючого кола відносно тривалості вхідного імпульсу?
- 1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;
  - 2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;
  - 3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;
  - 4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
9. Який елемент електричного кола є перетворювачем електричної енергії в другий вид енергії?
- 1) трансформатор;
  - 2) резистор;
  - 3) конденсатор;
  - 4) котушка індуктивності.
10. Яка повинна бути постійна часу інтегруючого кола у порівнянні з тривалістю вхідного імпульсу?
- 1) набагато менше тривалості вхідного імпульсу;
  - 2) дорівнювати тривалості вхідного імпульсу;
  - 3) набагато більше тривалості вхідного імпульсу;
  - 4) дорівнювати тривалості фронту імпульсу.
11. При зменшенні частоти гармонійного струму через деяку ділянку електричного кола її реактивний опір збільшується. Який характер реактивного опору такої ділянки?
- 1) активний;
  - 2) індуктивний;
  - 3) ємнісний;
  - 4) змішаний.
12. Опір кожної сторони з'єднання типу «трикутник» дорівнює 6 Ом. Який буде опір променя еквівалентного з'єднання типу «зірка»?
- 1) 2 Ом;
  - 2) 12 Ом;
  - 3) 3 Ом;
  - 4) 18 Ом.
13. У з'єднання типу «зірка» опір кожного променя дорівнює 5 Ом. Який буде опір сторони еквівалентного з'єднання типу «трикутник»?
- 1) 25 Ом;
  - 2) 15 Ом;
  - 3) 45 Ом;
  - 4) 65 Ом.



14. Реактивний опір ділянки електричного кола зменшується при зменшенні частоти підведеного струму. Який характер має цей опір?
- 1) активний;
  - 2) індуктивний;
  - 3) ємнісний;
  - 4) змішаний.
15. Що є характерним для послідовного резонансу в електричному колі?
- 1) нульова напруга на активному опорі кола;
  - 2) нульова напруга на реактивному опорі кола;
  - 3) нульовий струм через активний опір;
  - 4) нульовий струм через реактивний опір.
16. Що є характерним для паралельного резонансу в електричному колі?
- 1) нульовий струм через індуктивність;
  - 2) нульовий струм через ємність ;
  - 3) рівні струми через ємність і індуктивність;
  - 4) однакові струми через ємність і активний опір;
17. Із збільшенням частоти струму через ділянку електричного кола струм спочатку збільшується, а потім зменшується. Що собою уявляє ділянка кола?
- 1) послідовне з'єднання активного опору і індуктивності;
  - 2) паралельне з'єднання ємності і активного опору;
  - 3) окремий активний опір;
  - 4) послідовне з'єднання індуктивності, ємності, активного опору.
18. Якою властивістю характеризується ідеальний електричний опір?
- 1) накопичує енергію в магнітному полі;
  - 2) незворотно поглинає енергію;
  - 3) накопичує енергію в електричному полі;
  - 4) передає енергію від джерела до споживача.
19. Якою властивістю характеризується ідеальна індуктивність?
- 1) накопичує енергію в магнітному полі;
  - 2) незворотно поглинає енергію;
  - 3) накопичує енергію в електричному полі;
  - 4) передає енергію від джерела до споживача.
20. Якою властивістю характеризується ідеальна ємність?
- 1) накопичує енергію в магнітному полі;
  - 2) незворотно поглинає енергію;
  - 3) накопичує енергію в електричному полі;
  - 4) передає енергію від джерела до споживача.

## ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 7

1. При підключенні активного опору  $R$  до джерела постійного струму  $I$  як буде змінюватися на ньому напруга?
  - 1) збільшуватися по експоненціальному закону;
  - 2) збільшуватися по лінійному закону;
  - 3) стрибкоподібно від нуля до значення  $U = IR$  ;
  - 4) стрибкоподібно до значення  $U = 0,707IR$ .
2. Джерело напруги має внутрішній опір 10 Ом і електрорушійну силу 40 В. Яке буде значення струму у еквівалентного джерела струму?
  - 1) 4 А;      2) 10 А;
  - 3) 1 А;      4) 8 А.
3. Генератор струму має внутрішній опір 50 Ом і виробляє струм 2 А. Яке буде значення електрорушійної сили у еквівалентного генератора напруги?
  - 1) 1 В;
  - 2) 25 В;
  - 3) 100 В;
  - 4) 50 В.
4. Чи можна конденсатор з робочою напругою 300 В вмикати в побутову мережу напругою 220 В?
  - 1) ні;
  - 2) можна з обмежувальним резистором;
  - 3) можна завжди;
  - 4) можна при незмінній частоті мережі.
5. Що не потрібно робити при використанні методу холостого ходу для розрахунку струму через елемент електричного кола?
  - 1) визначення внутрішнього опору кола;
  - 2) вилучення із кола джерел електричної енергії;
  - 3) визначення напруги холостого ходу;
  - 4) визначення потужності в режимі холостого ходу.
6. При якій умові джерело напруги  $E$  вважається еквівалентним джерелу струму  $I$  з внутрішнім опором  $R$  і потужністю розсіювання  $P$  ?
  - 1) при умові  $P = EI$ ;
  - 2) при умові  $E = IR$ ;
  - 3) при умові  $P = I^2R$ ;
  - 4) при умові  $P = E^2/R$ .

7. При якій умові заміна елементів однієї частини електричного кола вважається еквівалентною?
- 1) рівність внутрішніх опорів обох частин електричного кола;
  - 2) незмінність струмів і напруг в другій частині електричного кола;
  - 3) рівність активних і реактивних опорів для всього кола;
  - 4) незмінність потужності в електричному колі.
8. Паралельно з'єднані активний опір і індуктивність підключені до джерела змінної напруги. Як зміниться струм через активний опір, якщо частоту джерела напруги збільшити вдвічі?
- 1) збільшиться вдвічі;
  - 2) зменшиться вдвічі;
  - 3) не зміниться;
  - 4) попередні відповіді невірні.
9. Знайти величину коефіцієнта потужності для послідовно з'єднаних активного опору і ємності, які мають рівні опори змінному струму.
- 1) 0,5;
  - 2) 0,632;
  - 3) 0,707;
  - 4) 0,866 .
10. Через індуктивність і активний опір, які підключені до одного вузла, в напрямку до вузла проходять рівні струми по 5 А з частотою 50 Гц. Яка величина струму, що витікає із вузла? Вказати на правильну відповідь.
- 1) 5А;
  - 2) 10 А;
  - 3) 25 А;
  - 4) попередні відповіді невірні.
11. Послідовно з'єднані активний опір і ємність підключені до джерела змінного струму. Як зміниться напруга на ємності, якщо частоту джерела струму збільшити вдвічі?
- 1) збільшиться вдвічі;
  - 2) зменшиться вдвічі;
  - 3) не зміниться;
  - 4) попередні відповіді невірні.
12. Опір кожної сторони з'єднання типу «трикутник» дорівнює 3 Ом. Який буде опір променя еквівалентного з'єднання типу «зірка»?
- 1) 0,33 Ом;
  - 2) 1 Ом;
  - 3) 3 Ом;
  - 4) 9 Ом.
13. У з'єднання типу «зірка» опір кожного променя дорівнює 3 Ом. Який буде опір сторони еквівалентного з'єднання типу «трикутник»?
- 1) 1 Ом;
  - 2) 3 Ом;
  - 3) 6 Ом;
  - 4) 9 Ом.
14. Реактивний опір ділянки електричного кола зменшується при зменшенні частоти підведеного струму. Який характер має цей опір?
- 1) активний;
  - 2) ємнісний;
  - 3) індуктивний;
  - 4) змішаний.

15. Що є характерним для послідовного резонансу в електричному колі?
- 1) нульова напруга на активному опорі кола;
  - 2) нульовий струм через активний опір;
  - 3) нульова напруга на реактивному опорі кола;
  - 4) нульовий струм через реактивний опір.
16. Що є характерним для паралельного резонансу в електричному колі?
- 1) нульовий струм через індуктивність;
  - 2) нульовий струм через ємність ;
  - 3) однакові струми через ємність і активний опір;
  - 4) рівні струми через ємність і індуктивність;
17. Із збільшенням частоти струму через ділянку електричного кола струм спочатку збільшується, а потім зменшується. Що собою уявляє ділянка кола?
- 1) послідовне з'єднання активного опору і індуктивності;
  - 2) паралельне з'єднання ємності і активного опору;
  - 3) послідовне з'єднання індуктивності, ємності, активного опору;
  - 4) окремих активний опір.
18. Якою властивістю характеризується ідеальний електричний опір?
- 1) незворотно поглинає електричну енергію;
  - 2) накопичує енергію в магнітному полі;
  - 3) накопичує енергію в електричному полі;
  - 4) передає енергію від джерела до споживача.
19. Якою властивістю характеризується ідеальна індуктивність?
- 1) незворотно поглинає електричну енергію;
  - 2) накопичує енергію в магнітному полі;
  - 3) накопичує енергію в електричному полі;
  - 4) передає енергію від джерела до споживача.
20. Який характер має опір послідовного коливального контура на частоті, яка менше резонансної?
- 1) індуктивний;
  - 2) ємнісний;
  - 3) активний;
  - 4) параметричний.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч. 1 [Текст] / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін / За заг. редакцією В.М. Шокала та В.І. Правди. – Х. : Компанія СМІТ, 2008. – 432 с. ISBN 978-966-2028-05-08.
2. Черненко, І.М. Основи комп'ютерної електроніки. Електронні елементи та вузли комп'ютерів: Підручник [Текст] / І.М. Черненко, О.І. Івон. – Дніпропетровськ : «Літограф», 2009. – 478 с. ISBN 978-966-2267-08-2.
3. Атабеков, Г.И. Основы теории цепей. Учебник для вузов [Текст] / Г.И. Атабеков. – М. : Энергия, 1969. – 424 с.
4. Добротворский, И.Н. Теория электрических цепей [Текст] / И.Н. Добротворский. – М. : Радио и связь, 1989. – 472 с. ISBN 5-256-00266-X.
5. Шебес, М.Р. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах: Учебное пособие [Текст] / М.Р. Шебес – М. : Высшая школа, – 1973. – 656 с.
6. Гольдин, О.Е. Задачник по теории электрических цепей. Учебное пособие [Текст] / О.Е. Гольдин – М. : Высшая школа, – 1969. – 312 с.
7. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. Учебное пособие [Текст] / Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Заруди и др. / Под ред. Л.А. Бессонова. – М. : Высшая школа, 1988. – 543 с. ISBN 5-06-00 1296-4.
8. Будіщев, М.С. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка. Підручник [Текст] / М.С. Будіщев. – Львів : Афіша, – 2001. – 424 с. ISBN 966-7760-33-2.

## ЗМІСТ

1. Закони Ома та Кірхгофа .....	3
2. Еквівалентні перетворення пасивних кіл.....	22
3. Кола гармонійного струму.....	44
4. Потужність в колах гармонійного струму .....	66
Лабораторний практикум.....	81
Збірник тестових завдань .....	119
Література .....	141
Додаток А .....	142
Додаток Б .....	143
Додаток .....	144

Додаток А

БУКВИ ДЛЯ ПОЗНАЧЕННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН ТА ЇХ ВИМОВА

Латинська абетка

Грецька абетка

A a – а	N n – ен	A α – альфа	N ν – ню
B b – бе	O o – о	B β – бета	Ξ ξ – ксі
C c – це	P p – пе	Γ γ – гамма	O o – омікрон
D d – де	Q q – ку	Δ δ – дельта	Π π – пі
E e – е	R r – ер	E ε – епсилон	Ρ ρ – ро
F f – еф	S s – ес	Z ζ – дзета	Σ σ – сигма
G g – ге (же)	T t – те	Η η – ета	Τ τ – тау
H h – га (аи)	U u – у	Θ θ – тета	Φ φ – фі
I i – і	V v – ве	Ι ι – йота	Χ χ – хи
J j – йот (жі)	W w – дубль - ве	Κ κ – каппа	Υ υ – іпсилон
K k – ка	X x – ікс	Λ λ – лямбда	Ψ ψ – пси
L l – ель	Y y – ігрек	Μ μ – мю	Ω ω – омега
M m – ем	Z z – зет (зета)		

**Додаток Б**

Таблиця Б.1. Префікси і множники для утворення десяткових кратних і часткових одиниць

Префікс	Множник	Позначення		Приклади
		вітчизняне	міжнародне	
Екса	$10^{18}$	Е	Е	Ексабеккерель
Пета	$10^{15}$	П	Р	Петагерц
Тера	$10^{12}$	Т	Т	Тераджоуль
Гіга	$10^9$	Г	G	Гіганьютон
Мега	$10^6$	М	М	Мегаом
Кіло	$10^3$	к	k	Кілогаус
Гекто	$10^2$	г	h	Гектоват
Дека	$10^1$	да	da	Декалітр
Деци	$10^{-1}$	д	d	Дециметр
Санти	$10^{-2}$	с	c	Сантипауз
Мілі	$10^{-3}$	м	m	Міліампер
Мікро	$10^{-6}$	мк	μ	Мікровольт
Нано	$10^{-9}$	н	n	Наносекунда
Піко	$10^{-12}$	п	p	Пікофарада
Фемто	$10^{-15}$	ф	f	Фемтограм
Атто	$10^{-18}$	а	a	Аттокулон

**Додаток В**

**ДО ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ**

Номер запи- тання	Номери відповідей до варіантів тестових завдань						
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>1</b>	3	1	3	2	3	1	3
<b>2</b>	3	3	1	3	3	3	1
<b>3</b>	4	4	2	1	4	4	3
<b>4</b>	4	4	3	2	4	3	1
<b>5</b>	3	3	2	3	3	2	4
<b>6</b>	3	3	3	4	1	3	2
<b>7</b>	1	2	4	3	1	4	2
<b>8</b>	4	1	4	2	4	1	3
<b>9</b>	3	4	4	3	3	2	3
<b>10</b>	2	3	3	1	2	3	4
<b>11</b>	2	2	3	2	2	3	2
<b>12</b>	3	1	2	3	3	1	2
<b>13</b>	2	3	1	4	2	2	4
<b>14</b>	3	2	2	1	3	2	3
<b>15</b>	4	3	3	3	4	2	3
<b>16</b>	3	4	1	3	3	3	4
<b>17</b>	2	3	3	4	2	4	3
<b>18</b>	1	2	2	3	1	2	1
<b>19</b>	2	1	3	4	2	1	2
<b>20</b>	3	2	4	2	3	3	2