

В. І. МЛИХ

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА

ВИДАВНИЦТВО «КАРАВЕЛА»

ВСТУП	9
В.1. Базові знання для засвоєння курсу «Електротехніка й електромеханіка»	9
В.2. Закони електромагнетизму	13
Запитання для самоконтролю	17
1. ОСНОВИ АНАЛІЗУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ	18
1.1. Основні поняття про електричні кола	18
1.2. Поняття про електричні схеми	22
1.3. Ідеальні елементи електричних схем заміщення	22
1.4. Приклади електричних схем заміщення	26
1.5. Визначення параметрів схем заміщення приймача і джерела електричної енергії в колі постійного струму	28
1.6. Структурні поняття електричних кіл	30
1.7. Закони Кірхгофа в електричних колах	32
1.8. Енергія і потужність в електричних колах	34
1.9. Діюче значення періодичного струму	35
Запитання для самоконтролю	36
2. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	37
2.1. Загальні зауваження щодо розрахунків електричних кіл	37
2.2. Основні розрахункові співвідношення в одноконтурному колі постійного струму	38
2.3. Характеристики і режими роботи лінійного джерела електроенергії постійного струму	39
2.4. Метод еквівалентних перетворень	42
2.5. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа	47
2.6. Метод контурних струмів	49
2.7. Метод еквівалентного генератора	53
Запитання для самоконтролю	56
3. КОЛА СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	57
3.1. Отримання синусоїдних електричних величин	57
3.2. Форми зображення синусоїдних електричних величин	58
3.3. Співвідношення напруги і струму на ідеальних елементах схем заміщення	64
3.4. Співвідношення напруги і струму на ділянці кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів R, L, C	67
3.5. Співвідношення напруги і струму на ділянці кола з паралельним з'єднанням ідеальних елементів	70
3.6. Взаємні перетворення ділянок кола з послідовним і паралельним з'єднанням ідеальних елементів	73
3.7. Загальні випадки послідовного і паралельного з'єднання елементів	75

3.8.	Змішане з'єднання приймачів електроенергії.....	78
3.9.	Потужність у колах синусоїдного струму.....	82
3.9.1.	Потужність на ідеальних елементах.....	82
3.9.2.	Потужність на ділянці кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів R, L, C	84
3.9.3.	Потужності в загальному випадку кола синусоїдного струму.....	86
3.9.4.	Баланс потужності у колах синусоїдного струму.....	87
3.10.	Отримання параметрів схем заміщення пасивного двополосника.....	88
3.11.	Резонансні явища в колах синусоїдного струму.....	91
3.12.	Основи символічного методу розрахунку кіл синусоїдного струму.....	97
3.13.	Еквівалентні перетворення кіл синусоїдного струму на підставі символічного методу.....	99
3.14.	Загальні принципи використання символічного методу.....	100
3.15.	Комплексна потужність.....	102
	Запитання для самоконтролю.....	104
4.	ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА.....	106
4.1.	Отримання трифазної системи ЕРС.....	106
4.2.	Способи з'єднання фаз трифазного джерела. Поняття про лінійні і фазні напруги.....	107
4.3.	Способи включення навантаження у трифазну електричну мережу..	110
4.4.	Основні розрахункові співвідношення у трифазному навантаженні.....	111
	4.4.1. Схеми зірка.....	111
	4.4.2. Схеми трикутник.....	114
	Запитання для самоконтролю.....	119
5.	ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ.....	120
5.1.	Загальне поняття про перехідні процеси і закони комутації.....	120
5.2.	Загальні принципи аналізу перехідних процесів.....	121
5.3.	Приклади аналізу перехідних процесів.....	124
	5.3.1. Вмикання котушки індуктивності до джерела постійної ЕРС.....	124
	5.3.2. Вмикання конденсатора до джерела постійної ЕРС (через резистор).....	125
	5.3.3. Відключення котушки індуктивності від джерела постійної ЕРС з розрядом на резистор.....	127
	5.3.4. Відключення конденсатора від джерела постійної ЕРС з розрядом на резистор.....	128
	5.3.5. Підключення котушки індуктивності до джерела синусоїдної ЕРС.....	130
	5.3.6. Розряд конденсатора на котушку індуктивності.....	132
	Запитання для самоконтролю.....	137

6.	НЕЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА	138
6.1.	Поняття про лінійні і нелінійні електричні кола.....	138
6.2.	Принципи розрахунку нелінійних електричних кіл.....	140
6.2.1.	Послідовне з'єднання елементів.....	140
6.2.2.	Паралельне з'єднання елементів.....	141
6.2.3.	Змішане з'єднання елементів.....	141
	Запитання для самоконтролю.....	143
7.	КОЛА НЕСИНУСОЇДНОГО ПЕРІОДИЧНОГО СТРУМУ	144
7.1.	Поняття про кола несинусоїдного струму і принципи їхнього розрахунку.....	144
7.2.	Приклади розрахунку електричних кіл з періодичними несинусоїдними струмами.....	146
	Запитання для самоконтролю.....	150
8.	МАГНІТНІ КОЛА	151
8.1.	Загальне поняття про магнітне поле і магнітні величини.....	151
8.2.	Магнітні властивості матеріалів.....	154
8.3.	Загальне уявлення про магнітні кола.....	158
8.4.	Прояви магнітного поля.....	161
8.5.	Закони магнітних кіл.....	163
8.6.	Задачі розрахунку магнітних кіл постійного магнітного потоку.....	167
8.7.	Фізичні процеси в котушці зі сталевим осердям при постійному магнітному потоці.....	170
8.8.	Фізичні процеси в котушці зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці.....	173
8.9.	Співвідношення величин у котушці зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці.....	174
8.9.1.	Основний магнітний потік.....	175
8.9.2.	ЕРС від основного магнітного потоку.....	175
8.9.3.	Струм котушки.....	176
8.9.4.	ЕРС від магнітного потоку розсіювання.....	178
8.9.5.	Рівняння рівноваги напруг і векторна діаграма котушки зі сталевим осердям, що включена на синусоїдну напругу.....	179
8.10.	Потужність і втрати потужності в котушці зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці.....	180
8.11.	Електрична схема заміщення котушки зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці.....	183
8.12.	Принципи розрахунку магнітного кола при синусоїдному магнітному потоці.....	186
8.13.	Вольтамперна характеристика і повний опір котушки зі сталевим осердям при змінній напрузі.....	189
	Запитання для самоконтролю.....	190

	192
9. ТРАНСФОРМАТОРИ	192
9.1. Призначення і будова трансформатора	192
9.2. Принцип дії трансформатора	193
9.3. Рівняння напруг в обмотках трансформатора	195
9.4. Рівняння струмів в обмотках трансформатора	196
9.5. Векторна діаграма напруг і струмів трансформатора	197
9.6. Потужності і втрати потужності у трансформаторі	199
9.7. Експериментальні дослідження трансформатора і визначення його параметрів і характеристик	200
9.7.1. Дослід неробочого ходу	201
9.7.2. Дослід короткого замикання	202
9.7.3. Дослід навантаження й експлуатаційні (робочі) характеристики трансформатора	203
9.8. Зміна напруги на затискачах вторинної обмотки трансформатора при навантаженні	205
9.9. Залежність ККД трансформатора від коефіцієнта струму навантаження	206
9.10. Приклади розрахунку параметрів і характеристик трансформатора	207
9.11. Класифікація трансформаторів	208
9.12. Автотрансформатори	210
9.13. Трифазні трансформатори	211
9.14. Вимірювальні трансформатори	213
Запитання для самоконтролю	214
10. ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ	215
10.1. Визначення і класифікація засобів і методів електричних вимірювань	215
10.2. Вмикання електровимірювальних приладів і поширення границь вимірювань	217
10.3. Похибки приладів та вимірювань	219
10.4. Аналогові електромеханічні вимірювальні прилади	224
10.4.1. Принципова схема і загальна компоновка конструкції ..	224
10.4.2. Принцип дії електромеханічних приладів різних систем	227
10.5. Електронні вимірювальні прилади	230
10.5.1. Електронний вольтметр	230
10.5.2. Електронно-променевий осцилограф	232
10.6. Приклади організації електричних вимірювань	234
10.6.1. Вимірювання електричних опорів постійному струму ..	234
10.6.2. Вимірювання активної потужності в трифазних колах ..	236
10.7. Електричні методи вимірювання неелектричних величин	238
10.7.1. Основні поняття і визначення	238

10.7.2. Вимірювання лінійних переміщень і товщини.....	239
10.7.3. Вимірювання механічних навантажень.....	240
10.7.4. Вимірювання частоти обертання.....	240
10.7.5. Вимірювання температури.....	242
Запитання для самоконтролю.....	243
11. ЕЛЕКТРИЧНІ АПАРАТИ.....	244
11.1. Загальне поняття про електричні апарати.....	244
11.2. Приклад використання електричних апаратів.....	245
11.3. Узагальнена структура електричного апарата.....	246
11.4. Силовий електромагнітний механізм.....	247
11.5. Контакти комутуючі і дугогасіння.....	249
11.6. Комутаційні апарати.....	250
11.7. Реле: загальне уявлення.....	254
11.8. Приклади конструкції і принципу дії реле.....	255
11.9. Запобіжники.....	257
Запитання для самоконтролю.....	258
12. ЗАГАЛЬНЕ УЯВЛЕННЯ ПРО ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ.....	259
12.1. Вихідні визначення.....	259
12.2. Електрична машина як узагальнений конструктивний модуль.....	260
12.3. Магнітні поля в електричних машинах.....	264
12.4. Створення обертового магнітного поля трифазною обмоткою.....	266
12.5. Приклади магнітних полів в електричних машинах.....	270
12.6. Поняття про реакцію якоря.....	272
12.7. Зауваження щодо застосування законів електромагнітної індукції і Ампера.....	273
Запитання для самоконтролю.....	275
13. ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.....	276
13.1. Загальні визначення.....	276
13.2. Конструкція машини постійного струму.....	277
13.3. Основи принципу дії МПС.....	280
13.3.1. Модель МПС.....	280
13.3.2. ЕРС в обмотці якоря МПС.....	282
13.3.3. Обертальний електромагнітний момент.....	285
13.4. Генераторний режим роботи МПС.....	287
13.5. Двигунний режим роботи МПС.....	289
13.6. Потужності і втрати потужності в МПС.....	291
13.7. Класифікація машин за способом збудження.....	293
13.8. Характеристики генератора постійного струму з незалежним збудженням.....	294
.....	296
13.9. Робота МПС як двигуна.....	296
13.9.1. Вихідні положення.....	296
13.9.2. Способи пуску ДПС.....	297

13.9.3. Властивість саморегулювання ДПС	298
13.9.4. Електромеханічна (швидкісна) характеристика ДПС ..	299
13.9.5. Механічна характеристика ДПС	300
13.9.6. Експлуатаційні (робочі) характеристики ДПС	301
13.9.7. Способи регулювання частоти обертання ДПС	302
13.9.8. Способи електричного гальмування ДПС	306
13.10. Особливості ДПС з послідовним збудженням	309
13.11. Приклади розрахунку параметрів і характеристик ДПС	310
13.11.1. Параметри і характеристики ДПС з паралельним і незалежним збудженням	310
13.11.2. Параметри і характеристики двигуна постійного струму з послідовним збудженням	314
Запитання для самоконтролю	318
14. ТРИФАЗНІ АСИНХРОННІ ДВИГУНИ	320
14.1. Загальні поняття	320
14.2. Будова трифазного асинхронного двигуна	320
14.3. Принцип дії трифазного асинхронного двигуна	324
14.4. Електромагнітний момент у ТАД	327
14.5. Рівняння напруг і струмів в обмотках ТАД	332
14.6. Потужності і втрати потужності в ТАД	334
14.7. Механічна характеристика ТАД	336
14.8. Робота ТАД і керування ним	341
14.8.1. Пуск і способи пуску ТАД	341
14.8.2. Властивість саморегулювання ТАД	344
14.8.3. Експлуатаційні (робочі) характеристики ТАД	345
14.8.4. Регулювання частоти обертання ТАД	346
14.8.5. Електричне гальмування і реверсування ТАД	350
14.9. Приклади розрахунку параметрів і характеристик ТАД	353
Запитання для самоконтролю	359
15. ТРИФАЗНІ СИНХРОННІ МАШИНИ	361
15.1. Загальні поняття	361
15.2. Будова трифазної синхронної машини	362
15.3. Робота трифазної синхронної машини в режимі генератора	365
15.4. Рівняння електричного стану, схема заміщення і векторна діаграма синхронного генератора	367
15.5. Робота трифазної синхронної машини в режимі двигуна	369
15.6. Потужності й обертальний момент синхронної машини	371
Запитання для самоконтролю	374
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	375

ВСТУП

В.1. Базові знання для засвоєння курсу «Електротехніка й електромеханіка»

Вивчення дисципліни «Електротехніка й електромеханіка» базується на знанні наступних основ, що вивчаються в курсах фізики і математики:

1. поняття про електричні, магнітні, енергетичні і механічні величини та одиниці їхнього вимірювання: заряд [Кл], потенціал [В], струм і сила струму [А], напруга [В], електрорушійна сила (ЕРС) [В], опір [Ом] і провідність [См], магнітні потік [Вб] і індукція [Тл], напруженість магнітного поля [А/м], час [с], швидкість [м/с], частота [Гц] і кутова частота [s^{-1}], кутова швидкість [рад/с] і частота обертання [об/с, об/хв], електричні, а також інші види енергії [Дж] і потужності [Вт], сила [Н], обертальний момент [Н·м] та ін.

2. закони електромагнетизму: закон Кулона, закон Ома, закон Джоуля-Ленца, закони Кірхгофа, закон Біо-Савара-Лапласа, закон повного струму, закон електромагнітної індукції, правило Ленца, закон Ампера.

3. математичні основи: диференціювання й інтегрування елементарних функцій, операції з тригонометричними функціями, розв'язання алгебраїчних і диференціальних рівнянь, дії з векторами і комплексними числами та ін.

Електротехніка — це галузь науки і техніки, яка займається практичним використанням електромагнітних явищ.

Основою всіх електромагнітних явищ є електромагнітне поле та електричний заряд. *Електромагнітне поле* — особливий вид матерії, який у всіх точках простору поєднує дві його складові, що називаються, відповідно, *електричне* та *магнітне поля*. Електромагнітне поле проявляється силовою дією на електрично заряджені частинки, але природа цього поля і власне заряду є феноменами, не пізнаними до кінця.

Електричний заряд q — джерело електромагнітного поля, яке пов'язане з матеріальним носієм; елементарний електричний заряд — це внутрішній параметр елементарної частинки, що визначає її електромагнітну сутність, здатність до взаємодій. Уся сукупність електричних і магнітних явищ є проявом існування,

руху і взаємодії електричних зарядів. Розрізняють два види електричних зарядів, які умовно називають позитивними «+» та негативними «-». Останні названі на честь електрона — елементарної негативно зарядженої частинки, заряд електрона $e = 1,601 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Електричне поле — одна із двох складових електромагнітного поля, яка виявляється у дії на електрично заряджену частинку із силою \vec{F}_E , пропорційною зарядові частинки q і незалежною від швидкості її руху. Це поле характеризується векторною величиною — напруженістю електричного поля \vec{E} . Чисельно ця величина дорівнює відношенню сили, що діє на заряджену частинку, до її заряду і має напрямок сили, що діє на частинку з позитивним зарядом, тобто $\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_E}{q}$.

Магнітне поле — інша складова електромагнітного поля, яка виявляється у дії на рухому електрично заряджену частинку із силою \vec{F}_M , пропорційною заряду частинки q і швидкості її руху V . Це поле характеризується векторними величинами: напруженістю магнітного поля \vec{H} і пов'язаною з нею магнітною індукцією \vec{B} . Чисельно магнітна індукція дорівнює відношенню сили F_M до добутку заряду q і швидкості V частинки, тобто $B = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{F_{M \max}}{q \cdot V}$, якщо напрямок швидкості такий, що ця сила максимальна. Вектор магнітної індукції перпендикулярний до векторів сили \vec{F}_M і швидкості \vec{V} , а його напрямок при цьому збігається з поступовим переміщенням правого гвинта при його обертанні від напрямку сили до напрямку швидкості частинки із позитивним зарядом. У підсумку перелічені величини поєднує формула $\vec{F}_M = q[\vec{V} \cdot \vec{B}]$.

У природному стані різні матеріальні тіла є електрично нейтральними, тобто елементарні позитивні та негативні заряди рівномірно розподілені в їхньому об'ємі і врівноважують один одного. Щоб вивільнити заряди різних знаків і примусити їх рухатися в заданому напрямку, треба витратити енергію. Сили, які розділяють заряди різних знаків, долаючи електростатичні сили тяжіння між ними, називаються сторонніми. Походження *сторонніх сил* може бути різним: в електромеханічних генераторах це механічні сили, що передаються через вихрове електричне поле, яке виникає при зміні магнітного поля з часом, або це сили Лоренса, які діють

з боку магнітного поля на електрони в провіднику, який рухається; в гальванічних елементах — це хімічні сили; сторонні сили можуть бути безпосереднім проявом теплових процесів, механічного тиску, контактних явищ між різними матеріалами тощо.

Для опису електромагнітних полів і процесів введено цілий ряд формальних фізичних величин. Поряд зі вже згаданими величинами виняткову роль мають також наступні електричні величини.

Електричний струм — це впорядкований (направлений) рух електрично заряджених частинок. За напрямком струму приймають напрямок руху позитивно заряджених частинок. Якщо струм створюється негативно зарядженими частинками (наприклад, електронами), то напрямок струму вважають протилежним напрямку їхнього руху. Кількісно електричний струм характеризується скалярною величиною — силою струму I і векторною величиною — густиною електричного струму \vec{J} . *Сила струму* дорівнює відношенню абсолютного значення електричного заряду dq , який проходить за малий проміжок часу dt крізь визначену поверхню (наприклад, крізь поперечний переріз провідника), до значення dt , тобто $I = dq/dt$.

Для опису потенціальної енергетичної здатності електричного поля слугує скалярна величина — *електричний потенціал* ϕ . Потенціал даної точки поля є відношенням роботи A , яку може виконати поле, переміщуючи заряд q із даної точки в нескінченно віддалену точку, до самого заряду, тобто $\phi = A/q$. Нескінченно віддалену точку беруть там, де електричне поле відсутнє і де, отже, потенціал дорівнює нулю.

Електрична напруга — це скалярна величина, яка є порідненою до потенціалу. Вона введена для енергетичної характеристики електричного поля або електричного кола і вона характеризує здатність поля виконувати роботу при переміщенні заряджених частинок між точками простору. Електрична напруга між двома точками електричного кола або електричного поля чисельно дорівнює роботі електричного поля по переміщенню одиничного позитивного заряду із точки a в точку b . У загальному випадку напруга дорівнює відношенню роботи A , яку виконує поле, переміщуючи заряд q із даної точки в іншу точку, до самого заряду, тобто $U_{ab} = A/q$. У потенціальному електричному полі (електростатичне поле) ця робота не залежить від шляху переміщення

заряду. У такому разі електрична напруга між двома точками дорівнює різниці потенціалів між ними, тобто $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$.

Електрорушійна сила (ЕРС) — це скалярна величина, яка характеризує дію сторонніх сил у джерелах постійного або змінного струму. Сторонні сили приводять до руху електричні заряди всередині генераторів, гальванічних елементів та інших джерел струму. ЕРС E (тут E не треба плутати з позначенням напруженості електричного поля) чисельно дорівнює роботі, яка виконується силами стороннього електричного поля (неелектростатичного) при перенесенні уздовж замкненого контура електричного кола одиниці позитивного електричного заряду, або, в загальному випадку, ЕРС дорівнює відношенню роботи A , яку виконують сторонні сили, переміщуючи заряд q уздовж замкненого провідникового контура, до самого заряду, тобто $E = A/q$. З іншого боку ЕРС джерела напруги дорівнює різниці потенціалів або напрузі на його електродах (полюсах) при розімкненому зовнішньому колі, тобто при відсутності електричного струму в джерелі.

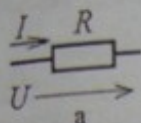
Визначення та позначення магнітних та електричних величин регламентуються стандартами різного рівня. Так, у межах України такі державні стандарти, як: «ДСТУ 2843-94 Електротехніка. Основні поняття. Терміни та визначення»; «ДСТУ 2815-94 Електричні й магнітні кола та пристрої. Терміни та визначення»; «ДСТУ 3120-95. Електротехніка. Літерні позначення основних величин», можна вважати загальними для галузі електротехніки. Але, на жаль, ці стандарти не є досконалыми, тому в навчально-методичній літературі зараз іще застосовуються визначення і позначення, які відрізняються від стандартизованих. Усього в галузі електротехніки та за окремими її напрямками існують десятки різних стандартів, яких треба додержуватися.

Взаємодія та взаємовідношення величин, що описують електромагнітні процеси в електротехнічних пристроях, регулюється законами електромагнетизму. Зважаючи на те, що в даному посібнику регулярно доводиться посилається на ці закони, наведемо їх у формі, в якій ними прийнято оперувати в курсі «Електротехніка й електромеханіка». При цьому зауважимо, що закони формулюються, головним чином, стосовно понять постійного струму, як це прийнято в курсі фізики. У подальшому ці закони отримують і більш поширене тлумачення.

В.2. Закони електромагнетизму

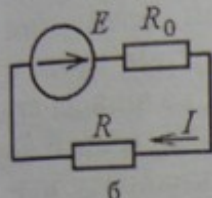
В.2.1. Закон Ома (за рис. В.1) має наступні варіанти:

а) сила струму I прямопропорційна напрузі U і оберненопропорційна електричному опору R ділянки кола:



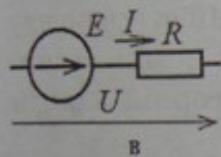
$$I = \frac{U}{R}; \quad (В.1)$$

б) сила струму в електричному колі прямопропорційна ЕРС джерела електроенергії й оберненопропорційна сумі електричних опорів зовнішньої і внутрішньої ділянок:



$$I = \frac{E}{R + R_0}; \quad (В.2)$$

в) узагальнений закон Ома для ділянки кола (знак «-» у разі зміни напрямку напруги):



$$I = \frac{E \pm U}{R}. \quad (В.3)$$

Рис. В.1

В.2.2. Закони Кірхгофа:

1 закон — алгебраїчна сума струмів віток, що сходяться у вузлі електричного кола, дорівнює нулю, тобто:

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0, \quad (В.4)$$

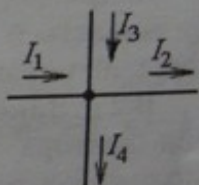


Рис. В.2

де m — кількість віток у даному вузлі.

Або, наприклад, обираючи напрямок до вузла позитивним, маємо для випадку на рис. В.2:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$

2 закон — алгебраїчна сума спадів напруг у вітках замкненого контура електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, що знаходяться в цьому контурі, тобто:

де n, q — кількості пасивних елементів і джерел ЕРС у даному контурі.

$$\sum_{k=1}^n R_k I_k = \sum_{k=1}^q E_k, \quad (В.5)$$

Або, для прикладу, обираючи вказаний на рис. В.3 напрямок обходу:

$$I_1 R_1 + I_4 R_4 - I_2 R_2 - I_3 R_3 = E_1 - E_2.$$

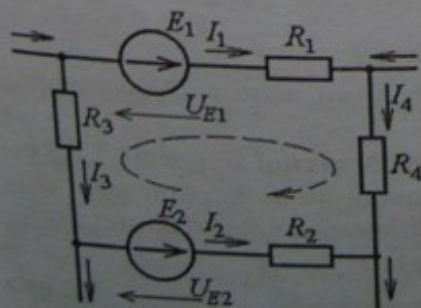


Рис. В.3

В.2.3. Закон Джоуля-Ленца: теплова енергія, що виділяється в провіднику (наприклад, у резисторі, як на рис. В.4), дорівнює добутку квадрата сили струму I , опору провідника R і часу t , а саме:

$$W_T = I^2 R t. \quad (\text{В.6})$$

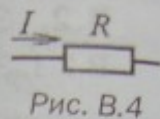


Рис. В.4

В.2.4. Закон Біо-Савара-Лапласа: індукція $d\vec{B}$ магнітного поля, що створюється елементом струму $I d\vec{l}$ на відстані r від нього в однорідному середовищі з відносною магнітною проникністю μ_r (рис. В.5), оберненопропорційна квадрату відстані і прямопропорційна елементу струму і синусу кута β поміж векторами $d\vec{l}$ і r , тобто у векторній, а потім і в скалярній формах:

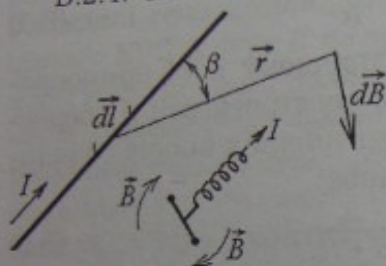


Рис. В.5

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi r^3} [I d\vec{l} \times \vec{r}], \quad dB = \frac{\mu_0 \mu_r I dl}{4\pi r^2} \sin\beta, \quad (\text{В.7})$$

де $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнітна стала.

Напрямок вектора магнітної індукції визначається відомим правилом буравчика, як показано на рис. В.5.

В.2.5. Закон повного струму: циркуляція вектора напруженості \vec{H} магнітного поля по контуру l (рис. В.6) дорівнює алгебраїчній сумі струмів, що охоплюються цим контуром:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I, \quad (\text{В.8})$$

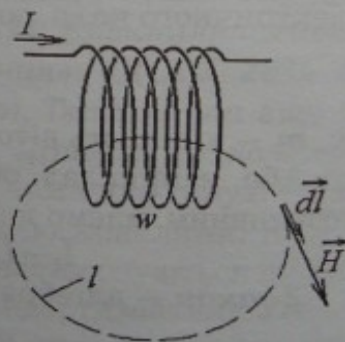


Рис. В.6

де повний струм $\sum I = wI$, w — кількість витків котушки, по котрій проходить струм I .

В.2.6. Закон електромагнітної індукції: ЕРС e , яка індукується в провідниковому контурі або котушці (рис. В.7), дорівнює швидкості зміни його магнітного потокузчеплення Φ :

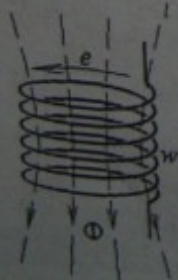


Рис. В.7

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (\text{В.9})$$

де $\Psi = \sum_{k=1}^w \Phi_k$; w — кількість витків котушки; Φ_k — магнітний потік, який пронизує її k -ий виток.

У частковому випадку, коли всі витки пронизуються однаковим магнітним потоком, $\Psi = w\Phi$, і тоді ЕРС:

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt}. \quad (\text{В.10})$$

У загальному випадку для елемента $d\vec{l}$ провідника, який переміщується зі швидкістю \vec{V} в магнітному полі з індукцією \vec{B} (рис. В.8) ЕРС має вираз:

$$dE = \vec{B}[d\vec{l} \times \vec{V}]. \quad (\text{В.11})$$

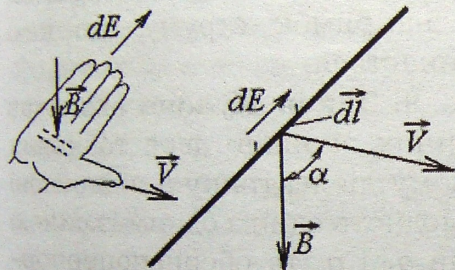


Рис. В.8

Якщо при цьому магнітне поле однорідне, тобто індукція B скрізь однакова за величиною і напрямком, ЕРС на всю довжину l провідника:

$$E = VBls \sin \alpha. \quad (\text{В.12})$$

Напрямок ЕРС визначається правилом правої руки (рис. В.8).

В.2.7. Закон Ампера (рис. В.9) виражає силу Ампера:

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l} \times \vec{B}], \quad (\text{В.13})$$

котра діє на елемент довжини $d\vec{l}$ провідника зі струмом I , який розташовується в магнітному полі з індукцією B .

У простішому випадку, при однорідному магнітному полі на всю довжину l провідника діє сила Ампера:

$$F_A = IBls \sin \alpha. \quad (\text{В.14})$$

Напрямок сили Ампера визначається правилом лівої руки (рис. В.9).

В.2.8. **Правило Ленца:** індукційний струм i , який виникає у замкненому контурі, має такий напрямок, що створений ним магнітний потік крізь площу, обмежену контуром, прагне компенсувати ту зміну потоку, яким викликається даний струм.

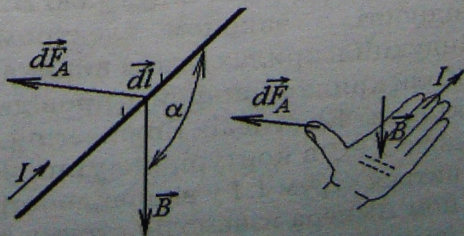


Рис. В.9

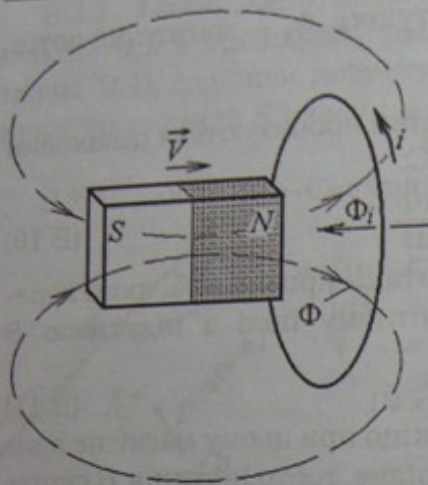


Рис. В.10

На рис. В.10 як окрема ілюстрація правила Ленца вказано напрямок потоку Φ_i магнітного поля, що збуджується струмом i , який, у свою чергу, індукований магнітним потоком Φ постійного магніту, який вноситься в контур.

Відомо, що правило Ленца безпосередньо торкається закону електромагнітної індукції, визначаючи напрямок індукованої ЕРС, як і напрямок струму, що нею викликається.

В.2.9. Закон Кулона визначає

силову взаємодію вільних електричних зарядів: двох точкових зарядів, що знаходяться в однорідному діелектрику з відносною діелектричною проникністю ϵ_r , взаємодіють один з одним із силою F_k , яка пропорційна добутку зарядів q_1 і q_2 та оберненопропорційна квадрату відстані r між ними (рис. В.11):

$$F_k = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r r^2}, \quad (\text{В.15})$$

де $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — електрична стала.

Сила спрямована по лінії, яка з'єднує заряди, і відповідає притягненню для різнойменних зарядів (рис. В.11, а) і відштовхуванню для однойменних (рис. В.11, б).

На завершення запропонуємо емблему-символ електротехніки (рис. В.12). У цій алегорії виявляються основи електротехніки. У центрі знаходиться птах Electrical Engineering — Електротехніка, що летить зі швидкістю V в магнітному полі, яке характеризується індукцією B . У відповідності з законом електромагнітної індукції в крилах птаха виникає ЕРС E . Коли крила торкнулись провідникового кільця Electrical Engineering, то під дією ЕРС в контурі, що утворився, з'явиться струм I . І у відповідності із законом Ампера взаємодія струму з магнітним полем приводить до виникнення

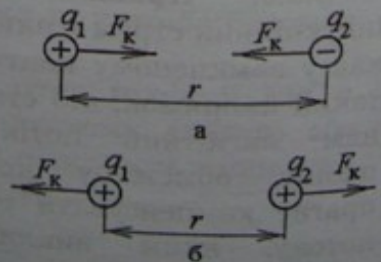


Рис. В.11

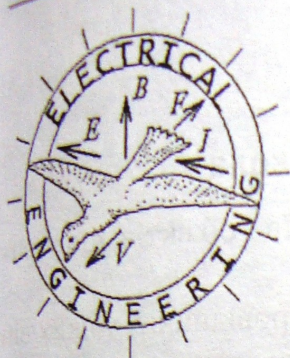


Рис. В.12

сили F . Напрямки всіх величин на емблемі відповідають загальновідомим встановленим правилам.

На явищах, згаданих вище, побудовано принцип дії більшості електротехнічних пристроїв, тільки в різних випадках змінюється послідовність логічного ланцюжка їхніх взаємозв'язків: одні величини стають первинними, а інші — вторинними.

Із відкриттям законів електромагнетизму в XIX столітті почалася ера Електротехніки — практичного використання відповідних явищ. І з того часу птах — Electrical Engineering став приносити і буде завжди приносити людям щастя, що символізують проміння, які виходять із Electrical Engineering, адже Електротехніка, окрім всього іншого, дає і світло, і тепло. І щоб повністю це усвідомити, належить пізнати науку під загальною назвою ЕЛЕКТРОТЕХНІКА.

Запитання для самоконтролю

1. Що таке електричний заряд і які сили можуть приводити до розділення зарядів різних знаків?
2. Що таке електромагнітне поле і як проявляються його складові — електричне та магнітне поля?
3. Поясніть поняття ЕРС та електричного струму, потенціалу і напруги.
4. Які є закони, що описують електричні та магнітні процеси?
5. Сформулюйте закони електромагнетизму.



1. ОСНОВИ АНАЛІЗУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

1.1. Основні поняття про електричні кола

Електричне коло — сукупність пристроїв і об'єктів, що утворюють шлях для електричного струму.

Якщо контури струму визначені формою провідників, у яких він локалізований, то електромагнітні процеси в електричних колах можуть бути описані за допомогою понять *електрорушійна сила* (ЕРС), *електричний струм* і *напруга*, які не потребують урахування просторових координат. Тому практично залишається розглянути тільки кількісні параметри цих *електричних величин* і характер їхньої зміни в часі t , тобто функції ЕРС $e(t)$, струму $i(t)$ і напруги $u(t)$.

Процеси в електричних колах суттєво залежать від виду цих функцій, тому якраз у цьому зв'язку електричні кола розподіляють на наступні типи (за приклад далі подаються тільки функції струму $i(t)$):

1) кола *постійного струму* (позначення величин: I, U, E), $i =$ (рис. 1.1, а);

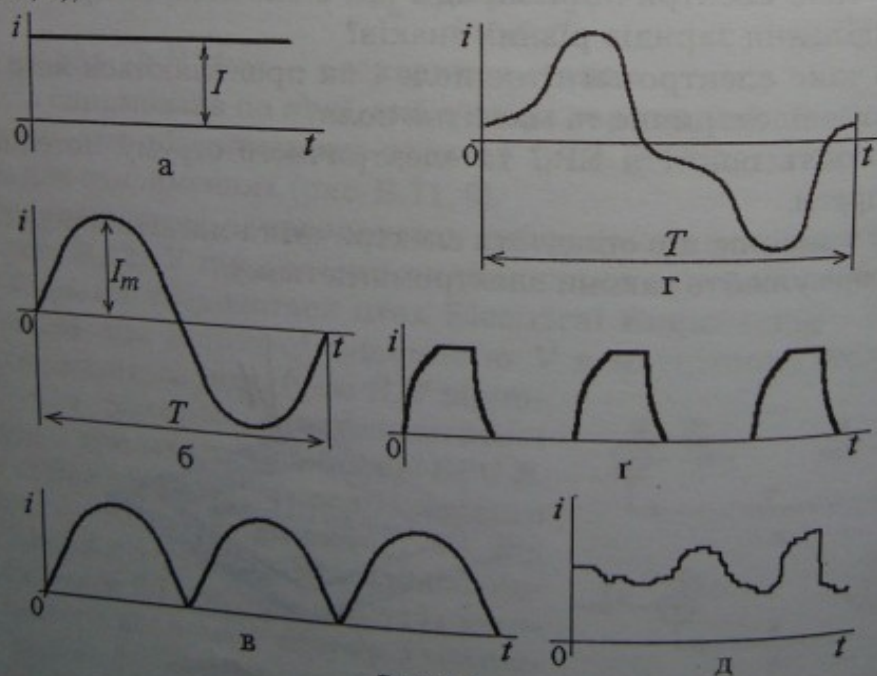


Рис. 1.1

2) кола змінного струму (позначення миттєвих величин i, u, e), які в свою чергу підрозділяються на:

а) кола синусоїдного струму — найбільш поширені при виробництві, передачі і розподілі електроенергії; функція струму (рис. 1.1, б, де T — період):

$$i = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t. \quad (1.1)$$

б) кола несинусоїдного періодичного струму — наприклад, у випрямлячах (рис. 1.1, в), у колах за наявності дроселів (рис. 1.1, г) тощо;

в) кола імпульсних струмів (рис. 1.1, г), поширені в техніці зв'язку, радіотехніці, обчислювальній техніці та ін. (тут, на відміну від випадку на рис. 1.1, в, кожний імпульс може розглядатися незалежно від попереднього і наступного);

г) кола з хаотичною зміною струмів (рис. 1.1, д).

Процеси в колах і рівень їхнього розрахункового аналізу поступово ускладнюються саме в поданій послідовності.

Електричне коло може мати два стани: *перехідний процес* і *усталений режим*. Перший стан настає після комутації кола (ввімкнення або вимкнення) чи з інших причин і характеризується інтервалом перехідних струмів. Перехідний процес завершується усталеним режимом, який характеризується постійним струмом, як на рис. 1.1, а, або повторюваним змінним струмом, як на рис. 1.1, б, в, г.

Для електричних кіл важливими є поняття *лінійності* і *нелінійності*. Якщо вольтамперні характеристики (ВАХ) — залежності між напругами і струмами — наприклад, $U(I)$ або $I(U)$, на елементах, що утворюють коло, прямолінійні, то такі елементи і, відповідно, кола називаються *лінійними*. Якщо хоча б в одного елемента ВАХ непрямолінійна, то такий елемент і все коло є *нелінійними*.

Електричні кола за структурою можна підрозділити на наступні види пристроїв і елементів.

1. Генератори — джерела електроенергії (рис. 1.2) (у них енергія різних видів перетворюється на електричну):

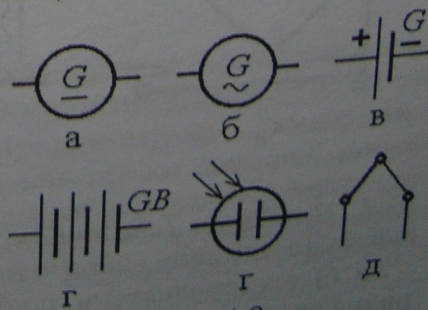


Рис. 1.2

а, б) електромеханічні генератори постійного і змінного струму (перетворюють механічну енергію на електричну);
 в, г) один елемент і батарея гальванічних елементів (перетворюють хімічну енергію на електричну);
 г) фотоелемент (перетворює світлову енергію на електричну);
 д) термопара (перетворює теплову енергію на електричну).

2. Пристрої передачі електроенергії — лінії електропередачі (ЛЕП) або лінії зв'язку (рис. 1.3):

а) двохпровідна лінія (два варіанти позначення); б, в) при використанні з'єднань у лініях утворюються вузли (рознімне і нерознімне з'єднання).

3. Перетворювачі електроенергії (рис. 1.4) — перетворюють електричну енергію одного виду на електричну енергію іншого виду:

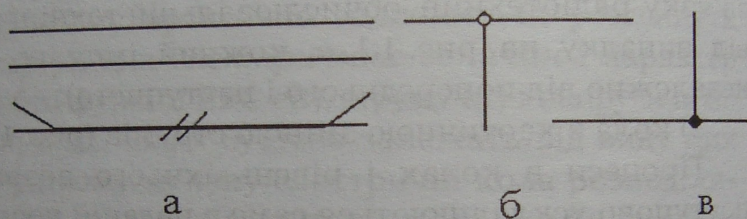


Рис. 1.3

а) випрямлячі — перетворюють змінний струм у випрямлений (однонаправлений або постійний);

б, в) автотрансформатори і трансформатори — змінюють напругу змінного струму, а також сам цей струм за величиною;

г) інвертори — перетворюють постійний струм у змінний.



Рис. 1.4

4. Приймачі (споживачі) електроенергії (рис. 1.5) перетворюють електричну енергію на інші види енергії:

а, б) електродвигуни постійного і змінного струму — електрична енергія перетворюється на механічну (М — мотор);

- в) батарея гальванічних елементів — зарядженою стає приймачем, що перетворює електричну енергію на хімічну;
- г, ґ, д) резистори нерегульований і регульований (реостат), електропіч — електрична енергія перетворюється на теплову;
- е) лампа розжарювання — електрична енергія перетворюється на світлову і теплову.

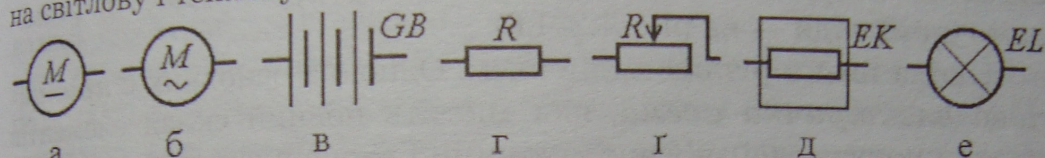


Рис. 1.5

5. **Електричні апарати (комутаційна апаратура)** (рис. 1.6) — для ввімкнення і вимкнення, регулювання параметрів електричного струму, захисту електрообладнання:

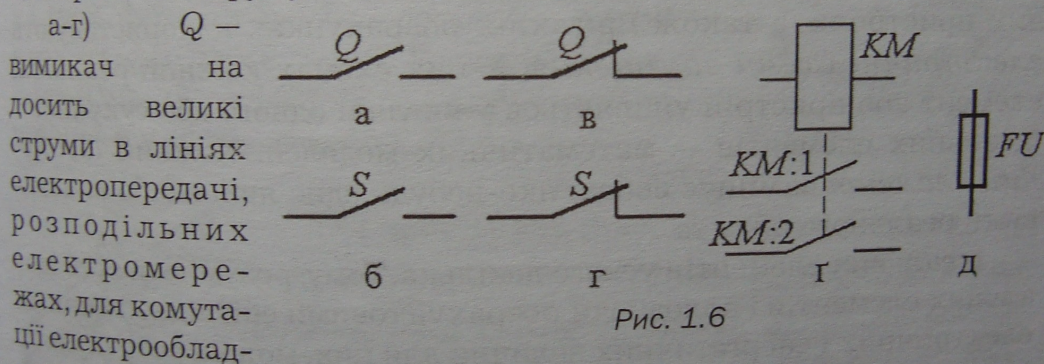


Рис. 1.6

г) електромагнітний контактор (складається із силової струмової котушки електромагніта KM і контактів $KM:1$ і $KM:2$, що приводяться до руху);

д) плавкий запобіжник.

6. **Електровимірвальні прилади** — для вимірювання електричних та неелектричних величин. Вони розподіляються на вимірники напруги — вольтметри V , вимірники струму — амперметри A , вимірники опору — омметри Ω , вимірники активної потужності — ватметри W , вимірники електроенергії — лічильники кіловатт-годин kWh , вимірники зсуву фаз — фазометри ϕ , вимірники частоти — частотоміри Hz та ін. Позначення та принципи використання електровимірвальних приладів розглядаються далі в окремому розділі

1.2. Поняття про електричні схеми

При вивченні і практичному застосуванні електричних кіл використовують їхнє графічне зображення — *схеми*. При цьому застосовуються умовні графічні і символічні позначення різних об'єктів, елементів, ліній зв'язку тощо, що обумовлені державними і міжнародними стандартами як за формою, так і за розмірами (приклади — на рис. 1.2–1.6).

Є ціла низка різних видів схем. Одною з основних є *принципова електрична схема*, яка містить повний склад елементів виробу, показує всі зв'язки між ними і дає уявлення про принцип роботи цього виробу в цілому.

Є й інші, простіші схеми, наприклад, монтажна, блок-схема, схема з'єднань тощо.

При вивченні процесів в електричних колах і електротехнічних пристроях, а також при їхніх розрахунках використовують *електричні схеми заміщення*. У цих схемах кожний реальний елемент або пристрій уявляється у вигляді одного або сукупності ідеальних елементів — математичних моделей. Кожний *ідеальний елемент* заміщує собою яке-небудь одне явище або властивість реального об'єкта.

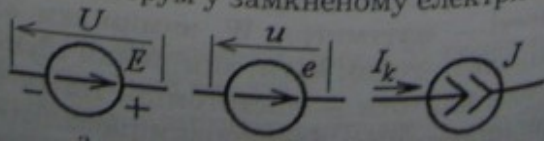
Ідеальних елементів усього декілька. Тому, розуміючи суть ідеальних елементів і володіючи розрахунковими співвідношеннями електричних і енергетичних величин для них, можна розрахувати практично всі реальні пристрої на основі обмеженого числа математичних формул.

Ідеальні елементи — абстрактні поняття, тому їх не слід плутати із реальними об'єктами (наприклад, із того набору, який подано на рис. 1.2–1.6.).

1.3. Ідеальні елементи електричних схем заміщення

1. **Ідеальне джерело ЕРС** (рис. 1.7, а, б) відображає здатність реального об'єкта створювати різницю потенціалів на своїх вихідних полюсах (затискачах) і підтримувати струм у замкненому електричному колі. Міра — ЕРС E , вимірюється у вольтах (В).

Напряга на затискачах ідеального джерела не залежить від режиму



роботи об'єктів, що підключаються, та сили струму, який протікає, і відповідає ЕРС цього джерела, тобто при постійній ЕРС або при змінній ЕРС відповідно маємо:

$$U = E; u = e \quad (1.2)$$

(на рис. 1.7, а, б вказана полярність і напрямки величин).

2. Ідеальне джерело струму (рис. 1.7, в) — зміст поняття той самий, що і для попереднього, тобто відображає здатність реального об'єкта створювати різницю потенціалів на своїх вихідних полюсах і підтримувати струм у замкненому електричному колі, але тепер у всіх режимах зберігається незмінною сила струму I_k , що протікає через джерело.

3. Ідеальний резистивний елемент (рис. 1.8, а) відображає здатність реального об'єкта перетворювати електричну енергію на інші види енергії безповоротно, наприклад, у тепло. Міра — опір R , вимірюється в омах (Ом) і вводить як коефіцієнт пропорційності в законі Джоуля-Ленца, а саме:

$$W_T = RI^2t. \quad (1.3)$$

Для провідника (рис. 1.9) довжиною l , що має площу поперечного перерізу S і питомий електричний опір ρ [Ом·м], маємо формулу $R = \rho \frac{l}{S}$. Наприклад, при температурі $T = 20^\circ\text{C}$ $\rho = 1,72 \times 10^{-8}$ Ом·м — для технічної міді; $\rho = 2,8 \times 10^{-8}$ Ом·м — для алюмінію.

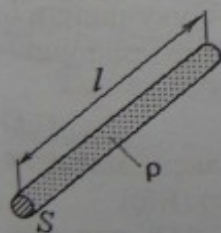


Рис. 1.9

Співвідношення напруги і струму на R виражається законом Ома: У загальному випадку для миттєвих значень (рис. 1.8, б):

$$u_R = Ri; \quad (1.4)$$

у колах постійного струму (як частковий випадок попереднього):

$$U_R = RI. \quad (1.5)$$

4. Ідеальний індуктивний елемент (рис. 1.10, а) відображає здатність реального об'єкта збуджувати магнітне поле в оточуючому просторі при проходженні по ньому (об'єкту) електричного струму.

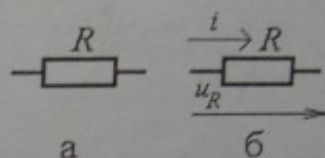


Рис. 1.8

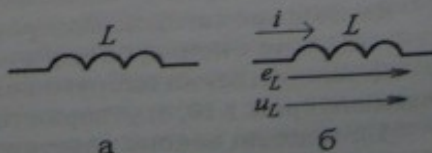


Рис. 1.10

Реальні об'єкти, які використовуються для отримання магнітного поля, — котушки індуктивності (рис. 1.11). Якщо у сфері поширення магнітного поля відсутні феромагнітні матеріали (немає феромагнітного осердя), то всі магнітні величини прямопропорційні струму котушки.

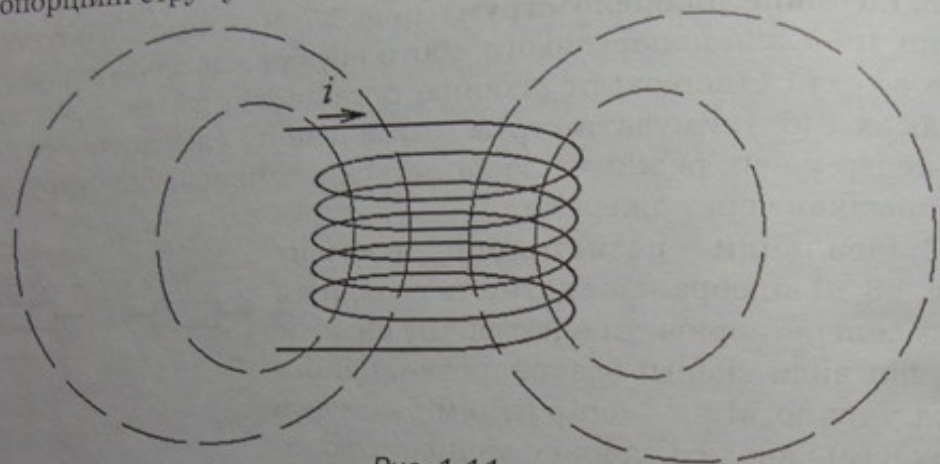


Рис. 1.11

Міра для ідеального індуктивного елемента — індуктивність L , що вимірюється в генрі [Гн] і вводиться як коефіцієнт пропорційності у формулі:

$$\Psi = Li, \quad (1.6)$$

де i — струм котушки або іншого об'єкта; Ψ — її власне магнітне потокозчеплення (одиниця вимірювання — вебер [Вб]).

Наприклад, для котушки індуктивності (рис. 1.11), яка має кількість витків w , магнітне потокозчеплення:

$$\Psi = \sum_{k=1}^w \Phi_k, \quad (1.7)$$

тобто дорівнює сумі магнітних потоків Φ_k , що пронизують окремі витки, причому ці потоки створені струмом i самої котушки.

Для практичної оцінки індуктивності є формула $L \sim w^2 S$, де S — площа поверхні, що охоплюється витками котушки.

Якщо феромагнітні матеріали присутні, то прямої пропорції (1.6) між Ψ та i немає, і коефіцієнт L має умовне призначення.

Співвідношення напруги і струму на ідеальному індуктивному елементі (рис. 1.10, б) утворюється наступним чином.

На підставі закону електромагнітної індукції (В.9) ЕРС самоіндукції:

$$e_L = -\frac{d\psi}{dt} \text{ або, з урахуванням (1.6), } e_L = -L\frac{di}{dt}. \quad (1.8)$$

Ця ЕРС створює напругу на індуктивному елементі (рис. 1.10, б):

$$u_L = -e_L \text{ або, враховуючи (1.8), } u_L = L\frac{di}{dt}. \quad (1.9)$$

У частковому випадку в колі постійного струму при $i=I$ маємо $u_L=0$. Тому в таких колах ідеальний індуктивний елемент може не враховуватися (ділянка кола з L діє як простий провідник).

5. Ідеальний ємнісний елемент (рис. 1.12, а) відображає здатність реального об'єкта накопичувати електричний заряд і створювати в оточуючому просторі електричне поле.

Міра — ємність C , вимірюється в фарадах [Ф] і вводиться як коефіцієнт пропорційності у формулі $q = Cu_C$, де q — електричний заряд; u_C — напруга, що подається.

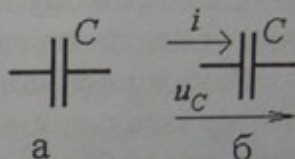


Рис. 1.12

Реальний об'єкт для накопичування електричних зарядів — це конденсатор. Для практичної оцінки ємності конденсатора (рис. 1.13) є формула $C \sim S/d$, де S і d — площа пластин і відстань між ними, відповідно.

Так як сила струму $i = \frac{dq}{dt}$, то в ємнісному елементі, з урахуванням $q = Cu_C$:

$$i = C\frac{du_C}{dt}, \quad (1.10)$$

а із цього маємо загальне співвідношення напруги і струму на даному елементі (рис. 1.12, б):

$$u_C = \frac{1}{C} \int idt. \quad (1.11)$$

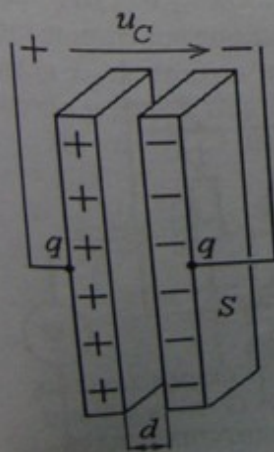


Рис. 1.13

У частковому випадку, в колі постійного струму всі напруги — постійні й на ємнісному елементі — $u_C=U_C$. Тоді похідна за часом (у формулі 1.10) від постійної напруги дорівнює нулю. Отже, і сила струму в вітці, яка містить ємнісний елемент, також дорівнює нулю: $i=0$. Тому в таких колах ідеальний ємнісний елемент може не враховуватися, а ділянка кола із цим елементом розглядається як розрив електричного кола.

1.4. Приклади електричних схем заміщення

Резистор і лампа розжарювання (рис. 1.14, а), конденсатор (рис. 1.14, б), котушка індуктивності (рис. 1.14, в) і джерела електроенергії постійного струму (рис. 1.14, г) заміщуються так, як це показано на рис. 1.14, а, б, в, г, відповідно. Це найбільш поширені, але не вичерпні варіанти схем заміщення поданих об'єктів. Так, наприклад, конденсатор C (рис. 1.14, б) при використанні в колі змінного струму низької частоти подається одним ідеальним ємнісним елементом C , а при високих частотах може бути використана сукупність ємнісного C і резистивного R ідеальних елементів. Крім того, одні і ті ж об'єкти по-різному заміщуються в залежності від того, в яких електричних колах вони знаходяться — постійного або змінного струму.

У кожному конкретному випадку при виборі визначеного набору ідеальних елементів урахуються реальні фізичні процеси, що відбуваються в реальному електротехнічному пристрої або об'єкті, для якого складається схема заміщення. Ці процеси яким чином і названо при розгляді ідеальних елементів таких схем.

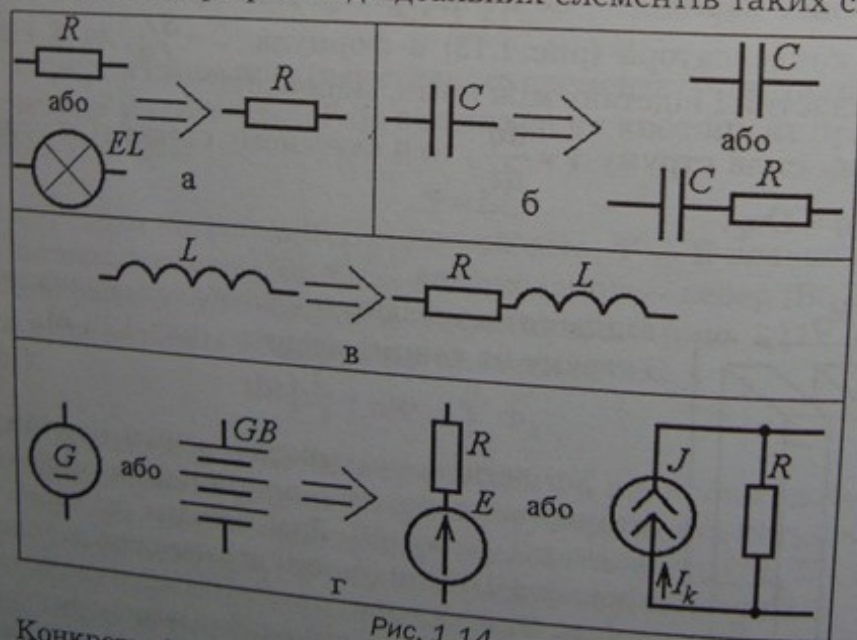


Рис. 1.14

Конкретний приклад принципової електричної схеми подано на рис. 1.15. Тут до генератора змінного струму G підключені чотири приймачі електроенергії: електропіч EK , котушка індуктивності L і з'єднані послідовно конденсатор C і резистор R . Лінію

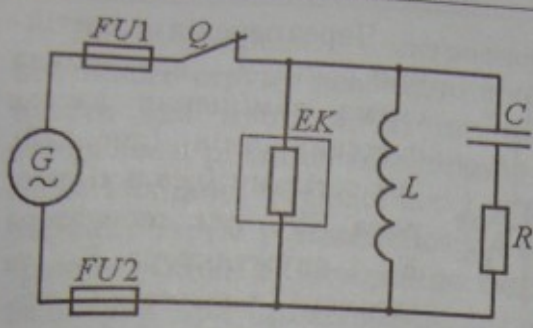


Рис. 1.15

передачі забезпечено двома плавкими запобіжниками $FU1, FU2$ і вимикачем Q .

Електрична схема заміщення електричного кола за рис. 1.15 подана на рис. 1.16. Тут генератор заміщується трьома ідеальними елементами: джерелом ЕРС e , резистивним елементом з опором

R_G , індуктивним елементом з індуктивністю L_G . Запобіжники, електропіч і резистор подано ідеальними резистивними елементами з опорами R_{FU1}, R_{FU2}, R_{EK} та R , відповідно. Котушка індуктивності зображена ідеальним резистивним елементом з опором R_K й ідеальним індуктивним елементом з індуктивністю L_K . Конденсатор заміщується одним ідеальним ємнісним елементом з ємністю C .

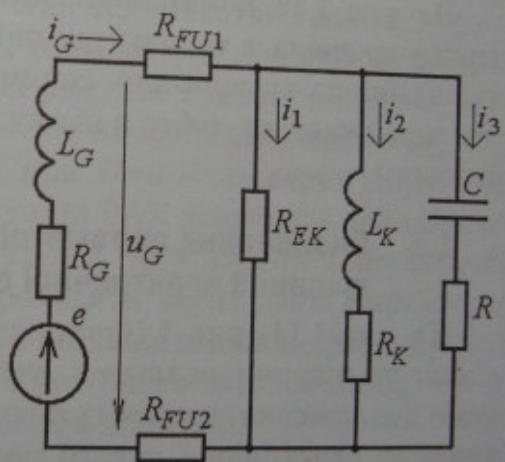


Рис. 1.16

На рис. 1.16 позначено прийняті умовні позитивні напрямки ЕРС джерела e , напруги u_G на затискачах реального джерела, струм джерела i_G , а також струми приймачів у трьох паралельно з'єднаних вітках: i_1, i_2 та i_3 .

На рис. 1.17 зображена принципова електрична схема практично того ж електричного кола, що й на рис. 1.15, але тепер використовується генератор G постійного струму. Крім того, в коло через вимикач $Q2$ включено акумулятор (батарею гальванічних еле-

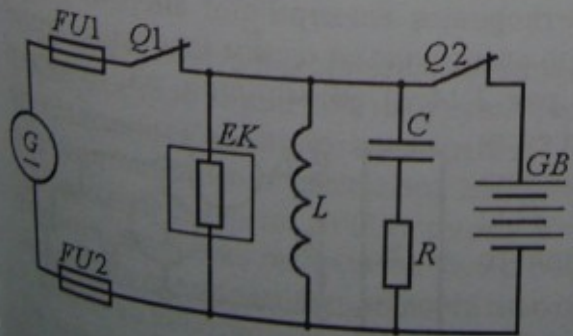


Рис. 1.17

Через перехід на постій-

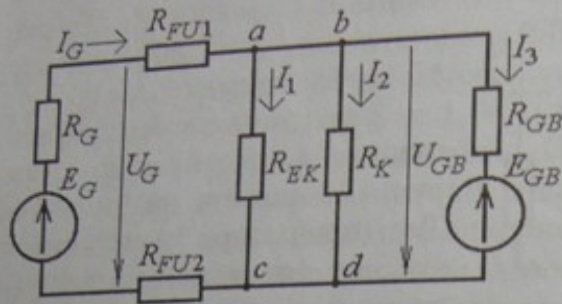


Рис. 1.18

внутрішнім опором акумулятора R_{GB}). Через те, що при постійному струмі конденсатор подається як розрив кола, зникла вітка з ним і резистором R .

На рис. 1.18 показано позитивні напрямки ЕРС, напруги і струму джерела, а також струми інших віток. Якщо струм у вітці, яка замінила акумулятор, спрямований проти ЕРС, то акумулятор заряджається, тобто в цьому випадку він є приймачем електроенергії.

1.5. Визначення параметрів схем заміщення приймача і джерела електричної енергії в колі постійного струму

На рис. 1.14, рис. 1.16 і рис. 1.18 апріорі подані електричні схеми заміщення реальних електротехнічних об'єктів. Розглянемо походження деяких із цих схем на прикладі приймача R_n і джерела електричної енергії постійного струму G , що зібрані в спільне електричне коло, принципова електрична схема якого показана на рис. 1.19.

При постійному струмі в приймачах достатньо врахувати один процес – необоротне перетворення електричної енергії, наприклад, у теплову енергію, що заміщується одним ідеальним резистивним елементом (див. рис. 1.14, а). Вимірюючи на приймачі напругу U вольтметром V і силу струму I амперметром A , можна на основі закону Ома (1.5) визначити опір резистивного елемента:

$$R_n = \frac{U}{I} \quad (1.12)$$

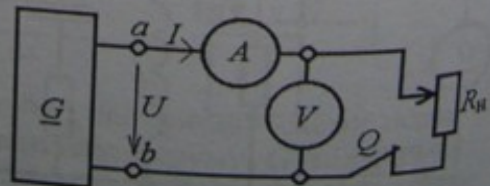


Рис. 1.19

Для джерела електроенергії постійного струму необхідно враховувати два процеси: 1) здатність створювати різницю потенціалів на своїх вихідних затискачах і породжувати струм у замкненому електричному колі; 2) внутрішнє тепловиділення при проходженні струму через джерело. Відповідно, у схемах

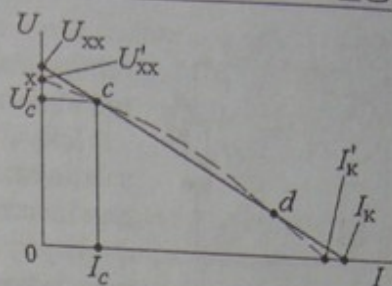


Рис. 1.20

заміщення реального джерела присутні два ідеальні елементи (див. рис. 1.14, з). Визначення параметрів елементів цих схем полягає в наступному. За схемою на рис. 1.19 можна зняти вольт-амперну характеристику (ВАХ) реального джерела G , що має вихідні затискачі ab . Тобто, змінюючи опір R_n навантажувального реостата і вимірюючи силу струму I та напругу U , отримуємо ВАХ — залежність $U(I)$, яка показана на рис. 1.20 пунктиром. Тут позначені дві крайні точки: при $I=0$ — це напруга холостого ходу U'_{xx} (XX — вимикач Q розімкнено); при $U=0$ — це струм короткого замикання I'_k (КЗ — $R_n=0$). При такій ВАХ джерело є нелінійним.

Для спрощення розрахунків ВАХ ідеалізують і отримують лінійну залежність $U(I)$, яка проходить через деякі характерні точки c і d на реальній кривій. На цій ВАХ також позначені уявні точки холостого ходу (U_{xx} , $I=0$) і короткого замикання (I_k , $U=0$). Таке джерело з прямолінійною ВАХ є лінійним.

Для лінеаризованої ВАХ можна записати формулу:

$$U = U_{xx} - R_0 I, \quad (1.13)$$

де коефіцієнт R_0 визначається за відомими математичними параметрами:

$$R_0 = \frac{U_{xx}}{I_k}.$$

На цій основі, з використанням другого закону Кірхгофа (В.2.2), можна для кола за рис. 1.19 побудувати електричну схему заміщення з послідовним з'єднанням елементів E і R_0 , яка показана на рис. 1.21, де схема заміщення реального джерела виділена пунктиром. Тут E — ідеальне джерело ЕРС, причому $E = U_{xx}$, R_0 — внутрішній опір джерела, який вже визначено. Тепер очевидно, що для визначення параметрів схеми заміщення достатньо провести два досліди: холостого ходу та короткого замикання (дослід КЗ — спеціальний, бо процес замикання затискачів ab — це звичайно аварійний режим).

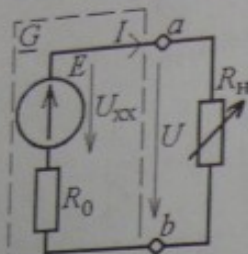


Рис. 1.21

Стан кола за схемою заміщення вже можна описувати, використовуючи рівняння $U = E - R_0 I$, що відповідає другому закону Кірхгофа (1.13).

Існує ще й паралельна електрична схема заміщення (див. рис. 1.14, з). Щоб дійти до неї, для ідеалізованої ВАХ (див. рис. 1.20) запишемо формулу прямої лінії так: $I = I_k - g_0 U$. Ураховуючи 1-й закон Кірхгофа (В.2.2), на цій основі на рис. 1.22 будемо електричну схему заміщення,

де J — ідеальне джерело струму, яке забезпечує незмінну силу струму I_k (він дорівнює струму КЗ); g_0 — внутрішня електрична провідність джерела, яка визначається так: $g_0 = \frac{I_k}{U_{xx}}$; $g_0 U$ — деякий уявний внутрішній струм джерела, що відвітвляється.

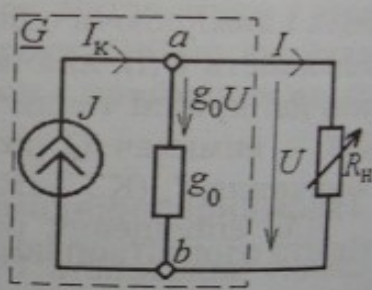


Рис. 1.22

Якщо діапазон можливих навантажень реального джерела відповідає зміні його струму від 0 до значення I_c (див. рис. 1.20), то заміна реальної ВАХ однією прямою лінією, яка проходить через точки s і d , буде в подальшому пов'язана зі значними похибками. Тому можна апроксимувати прямою лінією лише початкову ділянку ВАХ між точками x і s . У цьому випадку формула $U = E - R_0 I$ і схема заміщення на рис. 1.21 зберігають свою силу тільки в межах цієї ділянки, а параметри, що входять до формули, мають наступне визначення: $E = U'_{xx}$; $R_0 = \frac{(U'_{xx} - U_c)}{I_c}$.

1.6. Структурні поняття електричних кіл

Структурно електричні кола складаються з віток, утворених джерелами електричної енергії, споживачами (приймачами) і проводами для передачі енергії та іншими об'єктами (див. рис. 1.2-1.6). Віткою вважається та частина електричного кола, по якій проходить один і той же струм. Місця в колі, де сходяться три і більше вітки, називаються *вузлами*. Безперервний замкнений шлях по вітках електричного кола називається *контуром*.

Так, на рис. 1.18 є чотири вузла — a , b , c і d , хоча слід зауважити, що при розрахунках вузли a і b можна розглядати як єдиний

вузол, так само, як і вузли c і d . Усе коло складається із чотирьох віток, по кожній із яких проходить свій струм: I_G, I_1, I_2 і I_3 . У ньому можна провести шість різних контурів, наприклад, 1-й контур утворюється вітками з елементами $E_G, R_G, R_{FU1}, R_{EK}$ і R_{FU2} , 2-й — E_G, R_G, R_{FU1}, R_K і R_{FU2} , 3-й — R_{EK} і R_K тощо.

З'єднання елементів, що входять до складу однієї вітки, називається *послідовним*. По цим елементам, відповідно, проходить один і той же струм. Наприклад, у колі на рис. 1.18 послідовно з'єднані елементи $E_G, R_G, R_{FU1}, R_{FU2}$, ще варіант послідовного з'єднання — це елементи E_{GB} і R_{GB} . З'єднання елементів або віток електричного кола, що знаходяться під однією і тією ж напругою, називається *паралельним*. Так, на рис. 1.18 елементи R_{EK} і R_K з'єднані паралельно один до одного і знаходяться під однією і тією ж напругою U_{GB} . У ширшому розумінні, якщо розглядати це електричне коло з позиції джерела E_G , то можна вважати паралельно з'єднаними всі три вітки зі струмами I_1, I_2 і I_3 .

Відомі й інші типи з'єднання, наприклад, «трикутник» або «зірка», що буде розглянуто далі.

У залежності від способу з'єднання елементів, електричні кола поділяються на *нерозгалужені* (рис. 1.21) і *розгалужені* (див. рис. 1.15–1.18). У нерозгалуженому колі всі елементи увімкнені послідовно. У розгалуженому колі ділянки кола з'єднуються паралельно, змішано, «трикутником» або «зіркою».

Залежно від кількості ідеальних джерел кола підрозділяються на кола з одним або декількома джерелами. У залежності від кількості і способу увімкнення джерел і приймачів розрізняють прості і складні кола. До простих належать нерозгалужені і розгалужені кола з одним джерелом живлення, до складних — розгалужені кола з двома і більше ідеальними джерелами ЕРС, які вмикаються в різні вітки (див. рис. 1.18).

У схемі на рис. 1.18 реальне джерело електроенергії постійного струму подано із двома ідеальними елементами: ідеальним джерелом ЕРС E_G і внутрішнім опором R_G . Джерело віддає енергію, якщо напрямок струму і ЕРС в ньому збігаються. Напряга на затискачах реального джерела:

$$U_G = E_G - R_G I_G, \quad (1.14)$$

тобто $U_G < E_G$.

Споживачі електричної енергії є активними, якщо до їхнього складу входять джерела ЕРС, зустрічні по відношенню до струму (електродвигуни, акумулятори, які заряджаються тощо) і пасивними – реостати, лампи розжарювання тощо. Так, на рис. 1.18 активним є споживач, зображений елементами E_{GB} і R_{GB} (вони замінили акумулятор, що заряджається), пасивними є споживачі, що подані елементами R_{FU1} , R_{FU2} , R_{EK} і R_K .

Напруга на затискачах активного приймача (споживача) електроенергії постійного струму:

$$U_{GB} = E_{GB} + R_{GB}I_3, \quad (1.15)$$

тобто $U_{GB} > E_{GB}$.

Співвідношення напруги і струму на пасивних елементах підпорядковується закону Ома, наприклад, для елемента R_K :

$$U_{GB} = R_K I_2. \quad (1.16)$$

1.7. Закони Кірхгофа в електричних колах

У вступі Ви вже мали змогу ознайомитися з цими законами. Але вони були сформульовані для кіл постійного струму. Закони Кірхгофа зберігають свою силу також і в колах змінного струму. Але в таких колах рівняння, складені за цими законами, зв'язують миттєві значення електричних величин. Тому наведемо відповідні формулювання законів Кірхгофа.

Перший закон Кірхгофа.

Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів віток, що сходяться у вузлі електричного кола, дорівнює нулю, тобто:

$$\sum_{k=1}^m i_k = 0, \quad (1.17)$$

де m – кількість віток, що сходяться у вузлі.

Конкретно, для прикладу на рис. 1.23 приймаємо за позитивні напрямки струмів до вузла, і тоді:

$$i_1 - i_2 + i_3 - i_4 = 0. \quad (1.18)$$

У колах постійного струму, як частковий випадок, маємо, відповідно:

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0. \quad (1.19)$$

Другий закон Кірхгофа.

У замкненому контурі електричного кола алгебраїчна сума миттєвих значень напруги

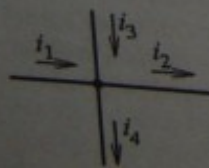


Рис. 1.23

на всіх його ділянках дорівнює нулю, тобто:

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0, \quad (1.20)$$

де n — кількість елементів у контурі.

Для контура, який показано на рис. 1.24, приймаємо напрямок обходу за годинниковою стрілкою і, з урахуванням зроблених позначень напруг і вказаних їхніх позитивних напрямків, отримуємо:

$$u_{R1} + u_{L1} - u_{C3} - u_{R3} + u_{R2} + u_{e2} + u_{L2} + u_{C4} - u_{e1} = 0. \quad (1.21)$$

Якщо для джерел замінити напруги на ЕРС на підставі (1.2), а саме: $u_{e1} = e_1$; $u_{e2} = e_2$, то отримуємо модифіковане рівняння (1.21): у замкненому контурі алгебраїчна сума миттєвих значень спадів напруги на пасивних елементах дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих значень ЕРС джерел:

$$u_{R1} + u_{L1} - u_{C3} - u_{R3} + u_{R2} + u_{L2} + u_{C4} = e_1 - e_2. \quad (1.22)$$

У колах постійного струму зберігається те ж саме, тільки треба брати постійні напруги та постійні ЕРС, тобто, наприклад, у загальному випадку:

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0 \text{ або } \sum_{k=1}^{n_R} R_k I_k = \sum_{k=1}^{n_E} E_k. \quad (1.23)$$

Наведемо приклади складання рівнянь за законами Кірхгофа для електричної схеми заміщення кола постійного струму за рис. 1.25, де перед тим як скласти рівняння, повинні бути вказані умовні позитивні напрямки струмів.

Для вузла a кола приймемо позитивний напрямок до нього і тоді, за першим законом Кірхгофа, маємо:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1.24)$$

(струми, що спрямовані до вузла, приймають за позитивні, а струми, спрямовані від вузла, — за негативні).

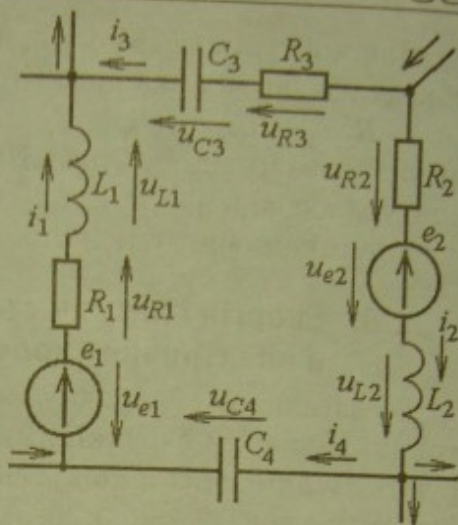


Рис. 1.24

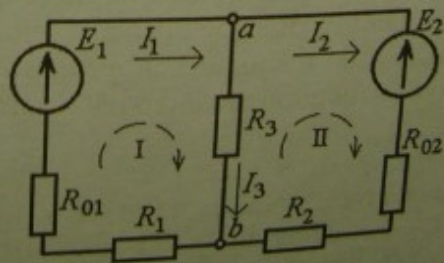


Рис. 1.25

Для контурів I і II кола довільно обираємо вказані напрямки обходу і за другим законом Кірхгофа маємо:

$$R_{01}I_1 + R_1I_1 + I_3R_3 = E_1; \quad R_{02}I_2 + R_2I_2 - I_3R_3 = -E_2 \quad (1.25)$$

(позитивними записуються ЕРС E_k , які спрямовані за обходом контура, і спади напруги R_kI_k , коли напрямок струму I_k збігається із напрямком обходу, в інших випадках ставиться знак «-»).

1.8. Енергія і потужність в електричних колах

У загальному випадку, коли електричні величини є функціями часу, оперують з *миттєвими потужностями*: для джерела ЕРС (рис. 1.26, а):

$$p_e = ei; \quad (1.26)$$

для приймача (рис. 1.26, б):

$$p_z = zi. \quad (1.27)$$

Енергія віддається до мережі, якщо в даний момент часу для джерела $p_e > 0$, а для приймача те ж саме, якщо $p_z < 0$. І навпаки – енергія забирається із мережі, якщо $p_e < 0$ або $p_z > 0$.

У загальному випадку електрична енергія за інтервал часу T :

$$W = \int_0^T p dt, \text{ Дж.} \quad (1.28)$$

У колах постійного струму (рис. 1.26, в, г) потужності є постійними:

$$P_E = EI; \quad P_R = UI = RI^2 \quad (1.29)$$

(одиниця вимірювання – ватт [Вт]). Тоді в цих колах енергія визначається простіше, а саме: $W = PT$, або для ідеального резистивного елемента:

$$W = RI^2T. \quad (1.30)$$

У колах змінного періодичного струму потужність прийнято оцінювати її середнім значенням за період зміни струму – ця величина називається *активною потужністю*, яка характеризує безповоротну витрату енергії:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt, \quad (1.31)$$

вона вимірюється в [Вт], T – період зміни струму.

У відповідності із законом збереження енергії у будь-якому електричному колі існує *баланс потужностей*: алгебраїчна сума

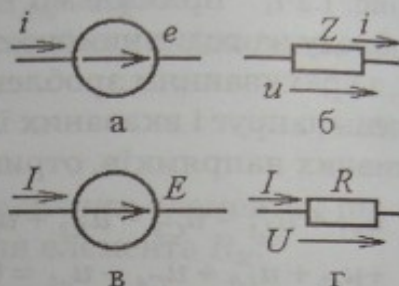


Рис. 1.26

потужностей джерел ЕРС дорівнює алгебраїчній сумі потужностей приймачів (причому до приймачів відносять і внутрішні опори реальних джерел електроенергії — фактично розділяють активні і пасивні елементи схеми заміщення електричного кола).

У загальному випадку розглядається баланс миттєвих потужностей:

$$\sum_{k=1}^n P_{ek} = \sum_{k=1}^m P_{zk} \quad \text{або} \quad \sum_{k=1}^n e_k i_k = \sum_{k=1}^m u_k i_k, \quad (1.32)$$

де n, m — кількості ЕРС джерел і приймачів у даному колі (добутки $e_k i_k$ на активних елементах записуються позитивними, якщо напрямки e_k і i_k збігаються, та негативними, якщо їхні напрямки протилежні, добутки $u_k i_k$ йдуть зі знаком «плюс», тому що на пасивних елементах напрямки u_k і i_k співпадають).

Для кіл постійного струму баланс складається за постійними потужностями. Наприклад, для кола на рис. 1.25 маємо:

$$E_1 I_1 - E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_{01} I_1^2 + R_{02} I_2^2. \quad (1.33)$$

1.9. Діюче значення періодичного струму

В електричних колах змінного періодичного струму розрахунки і вимірювання прийнято виконувати в діючих значеннях електричних величин (вони позначаються як і постійні величини I, U, E , хоча тепер будуть мати інший зміст).

Діюче значення вводиться на прикладі струму наступним чином.

За рис. 1.27, а у резисторі при проходженні змінного струму миттєва потужність і тепла енергія, що витрачається, визначаються на основі (1.27), (1.4) і (1.28) так:

$$p = ui = Ri^2; \quad W_{T-} = \int_0^T p dt = \int_0^T Ri^2 dt. \quad (1.34)$$

За рис. 1.27, б те ж саме, але при проходженні постійного струму постійна потужність і тепла енергія, що витрачається, мають вирази:

$$P = RI^2; \quad W_{T-} = PT = RI^2 T. \quad (1.35)$$

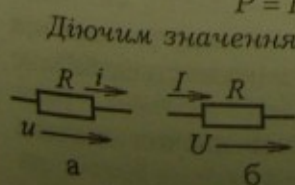


Рис. 1.27

Діючим значенням змінного періодичного струму називається таке умовне значення постійного струму, який у тому ж самому об'єкті створить такий же тепловий ефект, як і змінний струм за один і той же час, який дорівнює періоду його (змінного струму) повторення T .

Тобто, зрівнюючи W_T і W_{T-} , маємо:

$$RI^2T = \int_0^T i^2 R dt \text{ або } RI^2T = R \int_0^T i^2 dt. \quad (1.36)$$

Звідси й отримуємо загальний вираз для діючого значення струму:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (1.37)$$

Математично — це середньоквадратичне значення струму за його період.

Для ЕРС і напруги формули аналогічні:

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}. \quad (1.38)$$

Запитання для самоконтролю

1. Що називається електричним колом і з яких елементів воно може складатися?
2. Які електричні величини використовуються для опису стану електричних кіл та процесів у них?
3. На які види підрозділяються електричні кола в залежності від характеру часових функцій електричних величин?
4. Що таке схема електричного кола і які види схем ви знаєте?
5. Поясніть фізичний зміст ідеальних елементів схем заміщення електричних кіл і напишіть співвідношення електричних величин для цих елементів.
6. Як визначити параметри елементів схем заміщення приймача та джерела електричної енергії для кола постійного струму?
7. Що називається віткою, вузлом, контуром електричного кола?
8. Яке з'єднання елементів електричного кола називається послідовним, паралельним, змішаним?
9. Сформулюйте закони Кірхгофа для електричних кіл та наведіть приклади їхнього застосування.
10. Як визначається потужність для елементів електричних кіл постійного та змінного струмів і в чому виражається баланс потужностей?
11. Поясніть фізичний та математичний зміст діючих значень періодичних електричних величин.

2. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

2.1. Загальні зауваження щодо розрахунків електричних кіл

Електричні кола постійного струму в чистому вигляді зустрічаються досить рідко. Проте на їхньому прикладі прийнято вивчати структурні поняття і методи розрахунку електричних кіл узагалі, тому що супутні цьому розрахунку вирази й обчислювальні процедури є значно простішими, ніж, наприклад, для електричних кіл синусоїдного струму. І для цього досить математичної підготовки на базі середньої школи.

Розрахунки електричних кіл проводять із використанням електричних схем заміщення. Розрахувати електричне коло — це означає, що за заданими параметрами споживачів і ЕРС джерел визначити струми у вітках: така задача називається *прямою*. Якщо за заданим струмом у якій-небудь вітці і за параметрами споживачів належить визначити ЕРС джерел, то це *зворотна* задача.

На початку розрахунку належить вказати напрямки струмів у вітках кола, орієнтуючись на вказані напрямки напруги або ЕРС джерела (чи джерел). Співвідношення позитивних напрямків величин у простішому електричному колі показано на рис. 2.1. Позитивний напрямок ЕРС джерела E вибирається від мінусового затискача до плюсового. Позитивний напрямок напруги U_E на ідеальному джерелі ЕРС протилежний його напрямку E (див. рис. 1.7). Позитивний напрямок струму I у джерелі електричної енергії збігається із напрямком ЕРС. А у зовнішньому стосовно джерела колі струм спрямований від позитивного до негативного полюса. Аналогічно, тобто від більшого потенціалу до меншого, спрямовуються напруги.

Якщо з яких-небудь причин у складному електричному колі передбачити напрямок якогось струму не вдається, то напрямок можна взяти довільно. Остаточний напрямок струму визначається його

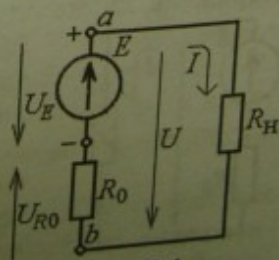


Рис. 2.1

знаком, отриманий ним після розрахунку (при негативному значенні його напрямком протилежний раніше вибраному). Позитивний напрямок напруги на активних і пасивних споживачах збігається із напрямком струму (див. рис. 1.18). На рис. 2.1 вказані спади напруги на внутрішньому опорі реального джерела електроенергії — U_{R_0} , а також на пасивному споживачі електроенергії $R_n - U$, причому останній одночасно є напругою на затискачах ab реального джерела.

Співвідношення струмів, напруг і ЕРС в електричних колах визначається законом Ома і двома законами Кірхгофа.

На основі цих законів створено цілий ряд конкретних методів розрахунку електричних кіл. Доцільність застосування того чи іншого методу залежить від конкретного типу задачі, що розв'язується, та виду електричного кола, яке розглядається. Тут обмежимося поданням найбільш розповсюджених на практиці методів розрахунку електричних кіл, коротко описуючи їхню суть, а основний зміст розкриємо на конкретних прикладах.

Конкретний аналіз почнемо з розгляду простішого варіанта електричного кола постійного струму, що відповідає рис. 2.1. Тут одне джерело електроенергії живить один її приймач. Поряд із поданням основних розрахункових співвідношень, на основі такого досить простого варіанта розглянемо поняття режимів роботи джерела електроенергії і його характеристики. Ці поняття в багатьох випадках зберігають свій зміст і для інших джерел електроенергії.

2.2. Основні розрахункові співвідношення в одноконтурному колі постійного струму

На рис. 2.2 в електричній схемі заміщено реальне джерело зображене двома ідеальними елементами: джерелом постійної ЕРС E і внутрішнім опором R_0 . Резистивний елемент зі змінним опором R_n зображує регульовальне навантаження.

Основні розрахункові співвідношення в системі «джерело-споживач», яка утворює одноконтурне електричне коло:

- струм з урахуванням послідовного з'єднання R_0 і R_n та на основі закону Ома (В.2.1):

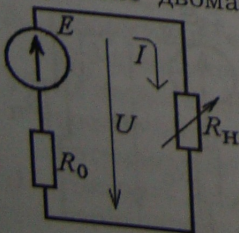


Рис. 2.2

$$I = \frac{E}{R_0 + R_n}; \quad (2.1)$$

- напруга на вихідних затискачах джерела і на навантаженні, на підставі другого закону Кірхгофа (1.23):

$$U = E - R_0 I, \quad (2.2)$$

де $R_0 I$ — спад напруги всередині джерела;
та ж напруга, але з позиції приймача:

$$U = R_n I; \quad (2.3)$$

- потужність, яка виробляється джерелом:

$$P_1 = EI = \frac{E^2}{R_0 + R_n}; \quad (2.4)$$

- потужність, яка віддається навантаженню:

$$P_2 = UI = R_n I^2 = \frac{R_n E^2}{(R_0 + R_n)^2}; \quad (2.5)$$

- втрати потужності всередині джерела:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = R_0 I^2; \quad (2.6)$$

- коефіцієнт корисної дії (ККД) джерела:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_n}{R_0 + R_n}. \quad (2.7)$$

2.3. Характеристики і режими роботи лінійного джерела електроенергії постійного струму

При змінному навантаженні роботу джерела (рис. 2.2) оцінюють за допомогою його характеристик. Під *характеристиками роботи джерела* розуміють деякі функції, що пов'язують величини, супутні його роботі. Звичайно прийнято брати як аргумент струм I і розглядати функції — характеристики $U(I)$, $P_1(I)$, $P_2(I)$, $\eta(I)$ (назви величин відповідають підрозд. 2.2). Зауважимо, що залежність $U(I)$ має власну назву: *зовнішня характеристика джерела*. Якщо вона прямолінійна, то джерело називається *лінійним*, відповідно, у схемі заміщення на рис. 2.2 значення E і R_0 є постійними. Характеристики джерела електроенергії отримують, змінюючи величину опору навантаження R_n від ∞ до 0.

Для виявлення вигляду цих функцій спочатку розглянемо конкретний числовий приклад, а потім отримаємо типові вирази і графіки цих функцій у відносних одиницях (в.о.).

$R_n, \text{Ом}$	∞	100	40	20	10	4	0
$I, \text{А}$	0	2	4	6	8	10	12
$U, \text{В}$	240	200	160	120	80	40	0
$P_1, \text{Вт}$	0	480	960	1440	1920	2400	2880
$P_2, \text{Вт}$	0	400	640	720	640	400	0
η	—	0,833	0,667	0,5	0,333	0,167	0

Розраховуючи характеристики джерела за схемою на рис. 2.2, задамо його ЕРС $E=240 \text{ В}$ і внутрішній опір $R_0=20 \text{ Ом}$. Задаючи також ряд значень опору навантаження R_n , проводимо розрахунки I, U, P_1, P_2 і η за формулами (2.1–2.5) і (2.7). Результати розрахунків зведемо до табл. 2.1 і за цими даними на рис. 2.3 побудуємо відповідні графіки, які і є згаданими вище характеристиками джерела $U(I), P_1(I), P_2(I), \eta(I)$.

Із безлічі точок на характеристиках виділяють кілька особливих точок за віссю струму I і у відповідності з цим для джерела встановлені наступні його *режими роботи*:

1. *Холостий хід, або неробочий режим (ХХ)* — режим, при якому навантаження вимкнене, тобто $R_n=\infty$, і тоді $I=0$; $U_{\text{ХХ}}=E$; $P_1=0$; $P_2=0$; η наближається до 1, але за суттю є невизначеною величиною, хоча реально вважається, що ККД дорівнює нулю.

2. *Коротке замикання (КЗ)* — затискачі джерела замкнуті коротко, тобто $R_n=0$, і тоді $U=0$; $I_{\text{к}} = \frac{E}{R_0}$ (струм КЗ); $P_{1\text{max}} = \frac{E^2}{R_0}$; $P_2=0$; $\eta=0$ (струм I і потужність P_1 , що виробляється, тут є максимальними).

3. *Режим узгодженого навантаження (УН)* — у цьому режимі

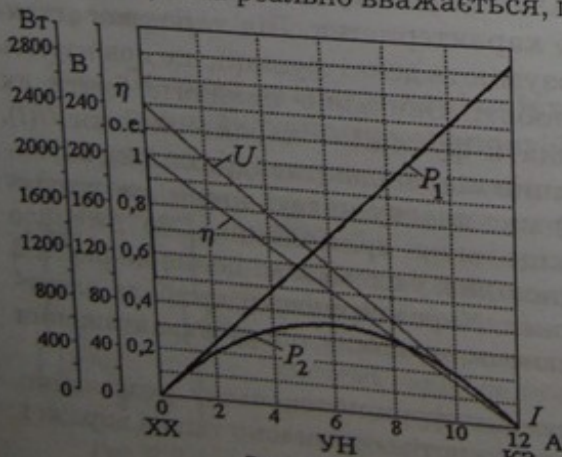


Рис. 2.3

належить встановити такий опір R_n , щоб від даного джерела отримати максимально можливу потужність P_2 .

Використовуючи вираз (2.5) для визначення екстремуму, беремо похідну $\frac{dP_2}{dR_n} = 0$ і, розв'язуючи одержане рівняння, маємо умову узгодженого навантаження $R_n = R_0$. При цьому отримуємо

такі співвідношення величин $I_y = \frac{E}{2R_0} = \frac{I_K}{2}$; $U_y = \frac{E}{2}$; $\frac{P_1}{P_{1\max}} = 0,5$;

$\frac{P_2}{P_{1\max}} = 0,25$; $\eta = 0,5$.

4. *Номинальний режим* (НР — або «ном») — це режим найбільш ефективної роботи, що характеризується номінальними значеннями напруги $U_{\text{ном}}$ і струму $I_{\text{ном}}$, які встановлює розробник і виготовник конкретного джерела електроенергії.

На рис. 2.3 на осі струму вказані точки ХХ, УН і КЗ, які належать відповідним режимам. Точка НР не має фіксованої позиції і, в принципі, може знаходитися в будь-якому місці, в залежності від конкретних вимог до джерела. Однак найбільш типовим є положення точки НР між ХХ і УН, причому ближче до ХХ. При цьому виходять із потреби посдання достатньо високих значень напруги і ККД. Якщо ж від даного джерела треба передати в навантаження максимально можливу потужність, то точка НР буде збігатися з точкою УН. При необхідності отримання граничних значень струму точка НР знаходитиметься біля точки КЗ.

У відповідності з вибраним номінальним режимом і встановлюють конкретні значення $U_{\text{ном}}$ і $I_{\text{ном}}$. За величиною $U_{\text{ном}}$ визначається необхідна структура електроізоляції джерела і ступінь його електробезпеки; за величиною $I_{\text{ном}}$ визначається припустимий рівень нагріву джерела його внутрішніми тепловиділеннями ΔP (2.6). Рівень нагріву також впливає на вибір типу електроізоляції й умов охолодження джерела. Слід зауважити, що величину $U_{\text{ном}}$, як правило, беруть рівною $U_{\text{хх}}$ або E , а не тому значенню U , що відповідає $I_{\text{ном}}$.

Графіки, що подані на рис. 2.3, характеризують роботу конкретного джерела. Щоб отримати узагальнені характеристики (див. рис. 2.4) для будь-якого джерела, виразимо розглянуті величини у відносних одиницях, прийнявши за базу для струму I струм КЗ $I_K = \frac{E}{R_0}$; для напруги U — ЕРС E ; для потужностей P_1 і P_2 —

максимальне значення потужності джерела $P_{1\max} = \frac{E^2}{R_0}$. З урахуванням цього отримуємо з (2.1–2.7) безрозмірну форму характеристик джерела таким чином:

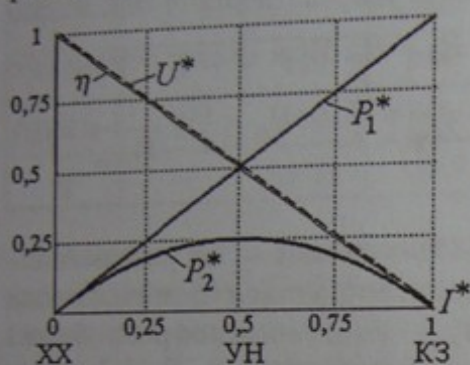


Рис. 2.4

$$U^* = \frac{U}{E} = 1 - \frac{R_0}{E} I = 1 - \frac{I}{I_k} = 1 - I^*; \quad (2.8)$$

$$P_1^* = \frac{P_1}{P_{k\max}} = \frac{R_0}{E} I = \frac{I}{I_k} = I^*; \quad (2.9)$$

$$P_2^* = \frac{P_2}{P_{1\max}} = \frac{(EI - R_0 I^2) R_0}{E^2} = \quad (2.10)$$

$$= \frac{I}{I_k} \left(1 - \frac{I}{I_k} \right) = I^* (1 - I^*);$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_k} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{E - R_0 I}{E} = 1 - \frac{R_0}{E} I = 1 - \frac{I}{I_k} = 1 - I^*. \quad (2.11)$$

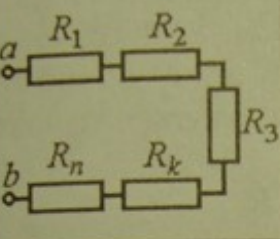
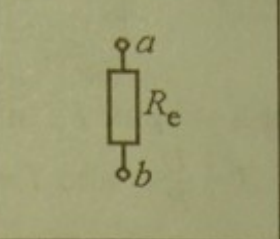
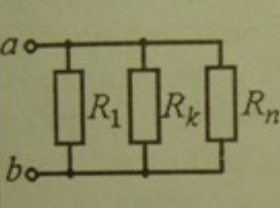
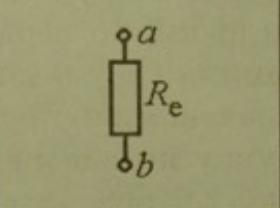
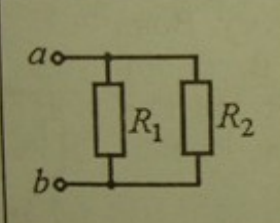
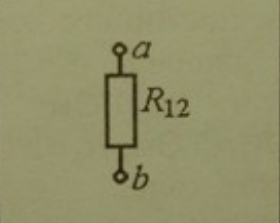
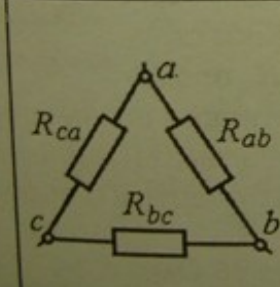
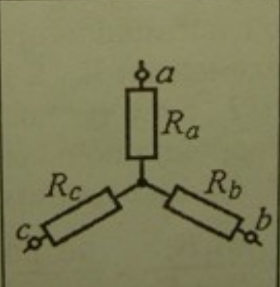
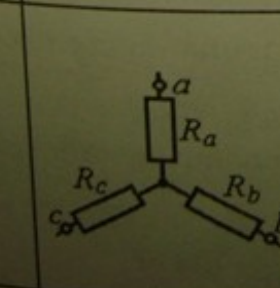
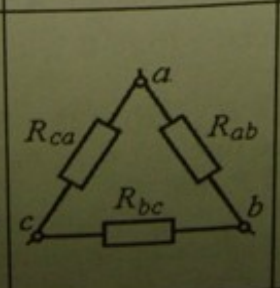
У виразах всіх функцій використовується відносне значення струму $I^* = \frac{I}{I_k}$. З урахуванням цього на рис. 2.4 побудовані в безрозмірній формі типові графіки чотирьох характеристик джерела електроенергії.

2.4. Метод еквівалентних перетворень

Розгалужені кола з одним джерелом ЕРС доцільно розраховувати *методом еквівалентних перетворень* (інша назва — *метод згортання*), який полягає в заміні ділянок кола еквівалентними опорами. У табл. 2.2 подано схеми ділянок кола, еквівалентні їм схеми і формули для визначення еквівалентних опорів. Перетворення електричного кола називається *еквівалентним*, якщо в його частинах, які не змінилися, напруги і струми зберігаються.

За допомогою еквівалентної заміни можуть спрощуватися до одного елемента ділянки з послідовним або паралельним з'єднанням резистивних елементів. Можлива також заміна групи елементів, з'єднаних у «трикутник», групою елементів, з'єднаних у «зірку», і навпаки.

Таблиця 2.2

Тип з'єднання	Схема ділянки кола	Еквівалентна схема ділянки	Формули еквівалентних опорів
Послідовне			$R_e = \sum_{k=1}^n R_k$
Паралельне			$R_e = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$
Паралельне (два резистивних елемента)			$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Трикутник			$R_a = \frac{R_{ca} R_{ab}}{R_{ca} + R_{ab} + R_{bc}}$ $R_b = \frac{R_{ab} R_{bc}}{R_{ca} + R_{ab} + R_{bc}}$ $R_c = \frac{R_{bc} R_{ca}}{R_{ca} + R_{ab} + R_{bc}}$
Зірка			$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}$ $R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}$ $R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}$

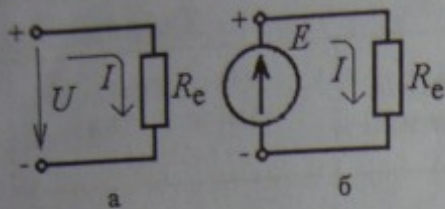


Рис. 2.5

Таким чином, крок за кроком спрощують схему кола і зрештою приводять її до одного еквівалентного опору R_e по відношенню до затискачів джерела живлення U або E (рис. 2.5). У такій ситуації струм джерела, який проходить і через еквівалентний елемент з опором R_e , знаходиться за законом Ома:

$$I = \frac{U}{R_e} \quad \text{або} \quad I = \frac{E}{R_e}. \quad (2.12)$$

Потім проводять зворотний рух по кроках перетворення схеми кола до вихідної. При цьому по черзі розраховують напруги на ділянках кола за відомими струмами і розподіл струмів у паралельних вітках за визначеними напругами на ділянках кола.

Приклади розрахунку методом еквівалентних перетворень.

Приклад 1. На рис. 2.6 подано електричну схему заміщення кола постійного струму. Вона має параметри: ЕРС джерела $E=75$ В, опори резистивних елементів $R_0=1$ Ом; $R_1=50$ Ом; $R_2=50$ Ом; $R_3=20$ Ом; $R_4=5$ Ом; $R_5=2$ Ом. Визначити струми у всіх вітках кола.

Розв'язання. Виходячи з заданого напрямку ЕРС джерела, вказуємо позитивні напрямки струмів у вітках кола. По елементах R_0 , E і R_5 проходить один і той же струм I_0 , тому тут додаткових позначень не треба.

Еквівалентні перетворення почнемо із заміни паралельно з'єднаних елементів R_1 і R_2 еквівалентним елементом з опором:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50 \cdot 50}{50 + 50} = 25 \text{ Ом.}$$

У схемі, що утворилася (рис. 2.7, а), замінимо послідовно з'єднані R_{12} і R_4 еквівалентним:

$$R_{124} = R_{12} + R_4 = 25 + 5 = 30 \text{ Ом.}$$

Отримуємо схему за рис. 2.7, б, де на ділянці ac заміняємо паралельне з'єднання R_{124} і R_3 на:

$$R_{1234} = \frac{R_{124} R_3}{R_{124} + R_3} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ Ом.}$$

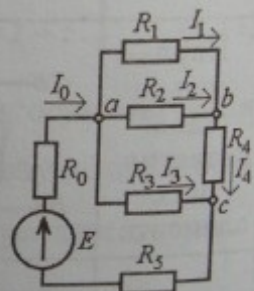


Рис. 2.6

В отриманій схемі на рис. 2.7, в три елементи R_0 , R_{1234} , R_5 з'єднані послідовно. Замінюємо їх еквівалентним опором:

$$R_e = R_0 + R_{1234} + R_5 = 1 + 12 + 2 = 15 \text{ Ом.}$$

В останній схемі з еквівалентним опором на рис. 2.7, г за законом Ома знаходимо струм джерела:

$$I_0 = \frac{E}{R_e} = \frac{75}{15} = 5 \text{ А.}$$

Щоб знайти решту струмів, позначимо їх у схемах на рис. 2.7, виходячи винятково з тих їхніх позначень і напрямків, які зроблені у вихідній схемі на рис. 2.6. Тепер почнемо зворотний рух за схемами на рис. 2.7 і 2.6, знаходячи то напруги, то струми.

Конкретно, за рис. 2.7, в знаходимо спад напруги на ділянці ac :

$$U_{ac} = R_{1234} I_0 = 12 \cdot 5 = 60 \text{ В.}$$

Використовуючи цю напругу на тій же ділянці, але вже на рис. 2.7, б, визначаємо струми в паралельно з'єднаних вітках:

$$I_3 = \frac{U_{ac}}{R_3} = \frac{60}{20} = 3 \text{ А; } I_4 = \frac{U_{ac}}{R_{124}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ А.}$$

Знаючи струм I_4 , вже за схемою на рис. 2.7, а визначаємо спад напруги на ділянці ab :

$$U_{ab} = R_{12} I_4 = 25 \cdot 2 = 50 \text{ В.}$$

У схемі за рис. 2.6 на ділянці ab діє така ж напруга, що дає можливість знайти струми:

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{50}{50} = 1 \text{ А; } I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{50}{50} = 1 \text{ А.}$$

Приклад 2. На рис. 2.8, а зображена електрична схема заміщення кола постійного струму. Вона має параметри: ЕРС джерела $E=90 \text{ В}$, опори резистивних елементів $R_0=2 \text{ Ом}$; $R_1=20 \text{ Ом}$; $R_2=10 \text{ Ом}$; $R_3=20 \text{ Ом}$; $R_4=22 \text{ Ом}$; $R_5=16 \text{ Ом}$. Визначити струми у всіх вітках кола.

Розв'язання. Виходячи із заданого напрямку ЕРС джерела, вказуємо позитивні напрямки струмів у вітках кола. Напрямки струмів I_0, I_1, I_2, I_4, I_5 визначаються однозначно, напрямку струму I_3 вказано довільно.

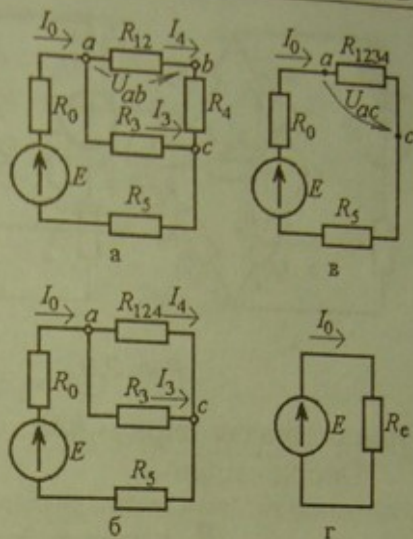


Рис. 2.7

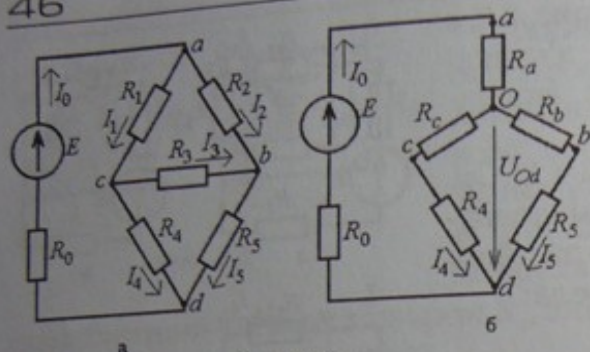


Рис. 2.8

трипроменеву «зірку» abc і отримуємо схему на рис. 2.8, б.

Опори «зірки»:

$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10 + 20} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 20}{20 + 10 + 20} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 10 + 20} = 8 \text{ Ом}.$$

У схемі на рис. 2.8, б позначимо три струми I_0 , I_4 і I_5 , що залишилися, і будемо їх тут визначати, продовжуючи еквівалентні перетворення.

Спочатку замінимо послідовно з'єднані опори:

$$R_{c4} = R_c + R_4 = 8 + 22 = 30 \text{ Ом}; \quad R_{b5} = R_b + R_5 = 4 + 16 = 20 \text{ Ом}.$$

Ці, щойно знайдені опори (рис. 2.9, а) з'єднані паралельно, тому визначимо еквівалентний опір ділянки кола Od таким чином:

$$R_{Od} = \frac{R_{c4} R_{b5}}{R_{c4} + R_{b5}} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ Ом}.$$

У схемі, що утворилася, на рис. 2.9, б всі опори з'єднані послідовно. З урахуванням цього одразу визначимо струм джерела:

$$I_0 = \frac{E}{R_c} = \frac{E}{R_0 + R_a + R_{Od}} = \frac{90}{2 + 4 + 12} = 5 \text{ А}.$$

У схемі на рис. 2.9, б знайдемо спад напруги на ділянці Od :

$$U_{Od} = R_{Od} I_0 = 12 \cdot 5 = 60 \text{ В},$$

і з урахуванням цього в схемі на рис. 2.9, а знаходимо струми:

$$I_4 = \frac{U_{Od}}{R_{c4}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_{Od}}{R_{b5}} = \frac{60}{20} = 3 \text{ А}.$$

Зі знайденими трьома струмами I_0 , I_4 і I_5 повернемося до вихідної схеми на рис. 2.8, а і тут продовжимо визначення решти струмів.

Для контура $cbdc$ складемо рівняння за другим законом Кірхгофа, обходячи контур за напрямком руху стрілок годинника:

$$I_3 R_3 + I_5 R_5 - I_4 R_4 = 0.$$

Звідси знаходимо струм $I_3 = \frac{R_4 I_4 - R_5 I_5}{R_3} = \frac{22 \cdot 2 - 16 \cdot 3}{20} = -0,2 \text{ A}$ (значення негативне, тому струм спрямований проти позначеного на рис. 2.8, а).

За першим законом Кірхгофа складемо рівняння для вузлів b і c :

$$I_2 + I_3 - I_5 = 0; \quad I_1 - I_3 - I_4 = 0.$$

Із цих рівнянь знаходимо інші невідомі струми:

$$I_2 = I_5 - I_3 = 3 - (-0,2) = 3,2 \text{ A}; \quad I_1 = I_4 + I_3 = 2 - 0,2 = 1,8 \text{ A}.$$

Перевірку розв'язання виконуємо, використовуючи баланс потужності:

$$EI_0 = R_0 I_0^2 + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2;$$

$$90 \cdot 5 = 2 \cdot 5^2 + 20 \cdot 1,8^2 + 10 \cdot 3,2^2 + 20 \cdot (-0,2)^2 + 22 \cdot 2^2 + 16 \cdot 3^2;$$

$$450 = 50 + 64,8 + 102,4 + 0,8 + 88 + 144.$$

Таким чином, баланс потужності повністю збігається: $450 \text{ Вт} = 450 \text{ Вт}$.

2.5. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа

Цей метод застосовується в тому випадку, якщо в електричному колі є два і більше джерел електроенергії, які розташовані в різних його вітках. Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа не можна віднести до найбільш ефективних методів, тому що він потребує, у порівнянні з іншими методами, більшого обсягу розрахункової роботи. Проте цей метод не потребує спеціальної підготовки: достатньо знання законів Кірхгофа, хоча ще потрібно вміти розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь.

Процес розв'язання задачі розрахунку електричного кола цим методом полягає в наступному.

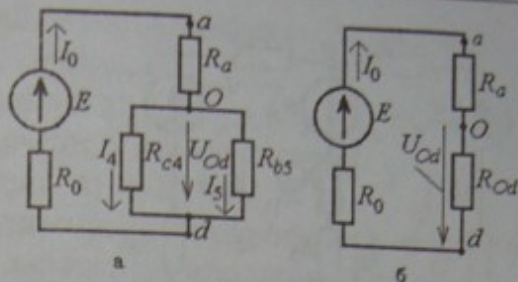


Рис. 2.9

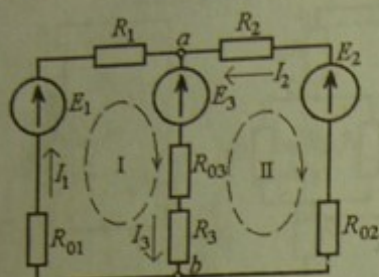


Рис. 2.10

Для даного кола визначають (рис. 2.10) кількості вузлів n і віток m . Напрямами струмів у вітках задаються довільними. Для відповідної кількості вузлів кола складають $(n-1)$ рівняння за першим законом Кірхгофа. Останні $[m-(n-1)]$ рівнянь складають за другим законом Кірхгофа для будь-яких контурів, але кожний

наступний контур повинен захоплювати хоча б одну нову вітку, яка ще не входить до попередніх контурів (у результаті повинні бути задіяні всі вітки кола). Напрямок обходу кожного контура обирають довільно.

Так, наприклад, для кола за рис. 2.10 повинні бути задані вихідні дані: $E_1, E_2, E_3, R_{01}, R_{02}, R_{03}, R_1, R_2, R_3$. У цьому колі кількість вузлів $n=2$, кількість віток i , відповідно, кількість невідомих струмів $m=3$.

За першим законом Кірхгофа для вузла a маємо $I_1 + I_2 - I_3 = 0$.

За другим законом Кірхгофа для I і II контурів:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_{01})I_1 + (R_3 + R_{03})I_3 &= E_1 - E_3; \\ -(R_2 + R_{02})I_2 - (R_3 + R_{03})I_3 &= E_3 - E_2. \end{aligned}$$

Необхідно підставити в систему числові значення ЕРС і опорів та розв'язати цю алгебраїчну систему рівнянь яким-небудь відомим математичним методом. У результаті будуть знайдені струми у вітках електричного кола, що розглядається.

Приклад 3. На рис. 2.11 подано електричну схему заміщення кола постійного струму. Вона має параметри: ЕРС джерел $E_1=22$ В; $E_2=26$ В; опори резистивних елементів $R_0=0,5$ Ом; $R_1=0,5$ Ом; $R_2=0,4$ Ом; $R_3=0,5$ Ом; $R_4=7,5$ Ом. Визначити струми у всіх вітках кола.

Розв'язання. Орієнтуючись на задані напрямки ЕРС джерел,

показуємо позитивні напрямки струмів у вітках кола, хоча впевненості в тому, що це дійсні напрямки струмів, немає.

Для вузла a складасмо рівняння за першим законом Кірхгофа (позитивний напрямок струмів — до вузла); для вказаних двох контурів — за другим законом Кірхгофа,

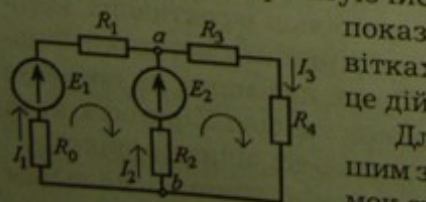


Рис. 2.11

дотримуючись позначених напрямків їхнього обходу. Таким чином, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0; (R_0 + R_1)I_1 - R_2I_2 = E_1 - E_2; R_2I_2 + (R_3 + R_4)I_3 = E_2.$$

Після підстановки числових значень маємо систему:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0; I_1 - 0,4I_2 = -4; 0,4I_2 + 8I_3 = 26.$$

У цьому випадку найпростіший шлях розв'язання системи рівнянь такий. Із другого і третього рівнянь виражаємо струми:

$$I_1 = 0,4I_2 - 4; I_3 = \frac{26 - 0,4I_2}{8}.$$

Підставивши їх до першого рівняння отримуємо:

$$0,4I_2 - 4 + I_2 - \frac{26 - 0,4I_2}{8} = 0 \text{ або } 3,2I_2 + 8I_2 + 0,4I_2 = 32 + 26.$$

Після елементарних перетворень маємо значення струму:

$$I_2 = 5 \text{ А.}$$

Підставляючи цей результат у формули інших струмів, маємо:

$$I_1 = 0,4I_2 - 4 = 0,4 \cdot 5 - 4 = -2 \text{ А; } I_3 = \frac{26 - 0,4I_2}{8} = \frac{26 - 0,4 \cdot 5}{8} = 3 \text{ А.}$$

Перевірку розв'язання виконуємо, використовуючи баланс потужності:

$$E_1I_1 + E_2I_2 = (R_0 + R_1)I_1^2 + R_2I_2^2 + (R_3 + R_4)I_3^2;$$

$$22 \cdot (-2) + 26 \cdot 5 = (0,5 + 0,5) \cdot (-2)^2 + 0,4 \cdot 5^2 + (0,5 + 7,5) \cdot 3^2;$$

$$-44 + 130 = 4 + 10 + 72.$$

Таким чином, баланс потужності повністю збігається: 86 Вт = 86 Вт

2.6. Метод контурних струмів

Цей метод є похідним від методу, який побудовано на безпосередньому застосуванні законів Кірхгофа.

Контурний струм — це фіктивний струм, який приписується якому-небудь контуру і що проходить по всім віткам цього контура.

Кількість контурних струмів визначається структурою конкретного електричного кола. При цьому контури обираються довільно, але вони повинні бути незалежними, тобто кожний черговий контур повинен містити хоча б одну вітку, яка не входить до інших контурів, а в підсумку не повинно залишитися віток, по яких не пройшов хоча б один контурний струм. Напрямок струму кожного контура вибирається довільно, а напрямок обходу контура — за напрямком його струму.

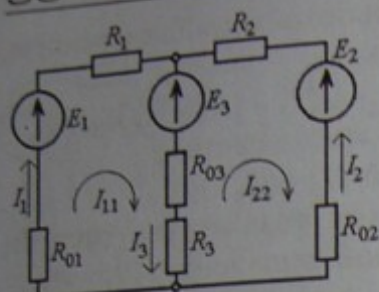


Рис. 2.12

Для кожного контура складається рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому для суміжних віток, що входять до складу двох або більше контурів, спади напруг записуються від усіх контурних струмів зі своїми знаками. Так для кола, зображеного на рис. 2.12, із заданими ЕРС E_1, E_2, E_3 , внутрішніми опорами R_{01}, R_{02}, R_{03} і

параметрами споживачів R_1, R_2, R_3 запишемо таку систему рівнянь для контурних струмів I_{11} і I_{22} :

$$(R_1 + R_{01} + R_3 + R_{03})I_{11} - (R_3 + R_{03})I_{22} = E_1 - E_3;$$

$$(R_2 + R_{02} + R_3 + R_{03})I_{22} - (R_3 + R_{03})I_{11} = E_3 - E_2.$$

Результатом розв'язання цієї системи є контурні струми I_{11} і I_{22} .

Дійсні струми у вітках визначаються як алгебраїчна сума контурних струмів, що проходять по вітці, яка розглядається (позитивні напрямки задають дійсні струми, а контурні струми одного напрямку з дійсними струмами беруться зі знаком «+», струми протилежного напрямку — зі знаком «-»). У даному разі на рис. 2.12 маємо дійсні струми $I_1 = I_{11}$; $I_2 = -I_{22}$; $I_3 = I_{11} - I_{22}$.

У загальному випадку, для будь-якого складного кола, що має n контурних струмів, можна скласти формалізовану систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} + \dots + I_{kk}R_{1k} \dots + I_{nn}R_{1n} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} + \dots + I_{kk}R_{2k} \dots + I_{nn}R_{2n} = E_{22}; \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} + \dots + I_{kk}R_{3k} \dots + I_{nn}R_{3n} = E_{33}; \\ \dots \\ I_{11}R_{k1} + I_{22}R_{k2} + I_{33}R_{k3} + \dots + I_{kk}R_{kk} \dots + I_{nn}R_{kn} = E_{kk}; \\ \dots \\ I_{11}R_{n1} + I_{22}R_{n2} + I_{33}R_{n3} + \dots + I_{kk}R_{nk} \dots + I_{nn}R_{nn} = E_{nn}. \end{array} \right.$$

Тут k — змінний номер контурів; $R_{11}, R_{22}, R_{33}, \dots, R_{kk}, \dots, R_{nn}$ — власні опори контурів, які дорівнюють сумі опорів усіх елементів, що входять у даний контур; $R_{ik} = R_{ki}$ — взаємні опори — це сумарні опори у відповідних суміжних вітках, тобто, наприклад, у вітці, що входить і в i -й, і в k -й контури.

Взаємні опори записуються зі знаком «+», коли контурні струми в них збігаються за напрямком, у протилежному випадку — зі знаком «-».

$E_{11}, E_{22}, E_{33}, \dots, E_{kk}, \dots, E_{nn}$ — контурні ЕРС, кожна з яких дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС відповідного контура. При цьому знак кожної ЕРС, яка входить до контура, визначається напрямком його обходу: ЕРС позитивна, якщо напрямок її збігається з обходом контура, негативна — якщо не збігається.

Як вже було зазначено, розв'язання системи алгебраїчних рівнянь яким-небудь математичним методом дає шукані контурні струми $I_{11}, I_{22}, I_{33}, \dots, I_{kk}, \dots, I_{nn}$. І вже через контурні струми знаходяться дійсні струми в будь-якій із віток кола.

Приклад 4. На рис. 2.13 подано електричну схему заміщення кола постійного струму. Вона має параметри: ЕРС джерел $E_1=83$ В; $E_2=61$ В; опори резистивних елементів $R_1=1$ Ом; $R_2=3$ Ом; $R_3=10$ Ом; $R_4=2$ Ом; $R_5=9$ Ом; $R_6=37$ Ом. Визначити струми у всіх вітках кола.

Розв'язання. Використаємо метод контурних струмів і, відповідно, вкажемо напрямки контурних струмів I_{11}, I_{22} і I_{33} у трьох вибраних контурах (у поданій схемі цієї кількості контурів достатньо).

Запишемо три рівняння формалізованого вигляду для контурних струмів:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22}; \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33}. \end{cases}$$

Підготуємо параметри, що входять до цієї системи.

Власні опори контурів — сума всіх опорів, що входять до відповідного контура:

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_4 + R_2 = 6 \text{ Ом}; \\ R_{22} &= R_2 + R_5 + R_3 = 22 \text{ Ом}; \\ R_{33} &= R_4 + R_5 + R_6 = 48 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Взаємні опори контурів — опори в суміжних вітках відповідних контурів. У цьому випадку вони мають знак «-», тому що контурні струми в суміжних вітках спрямовані назустріч один одному:

$$\begin{aligned} R_{12} &= R_{21} = -R_2 = -3 \text{ Ом}; \\ R_{13} &= R_{31} = -R_4 = -2 \text{ Ом}; \\ R_{23} &= R_{32} = -R_5 = -9 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

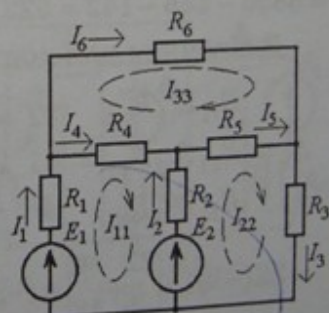


Рис. 2.13

Контурні ЕРС – алгебраїчні суми ЕРС у відповідних контурах, причому позитивний напрямок обходу задає напрямком контурного струму:

$$E_{11} = E_1 - E_2 = 22 \text{ В}; E_{22} = E_2 = 61 \text{ В}; E_{33} = 0.$$

Перепишемо систему рівнянь, підставивши знайдені значення власних і взаємних опорів контурів, а також контурних ЕРС:

$$\begin{cases} 6I_{11} - 3I_{22} - 2I_{33} = 22; \\ -3I_{11} + 22I_{22} - 9I_{33} = 61; \\ -2I_{11} - 9I_{22} + 48I_{33} = 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему, використовуючи метод Крамера.

Загальний визначник системи (розкриваємо за елементами першого рядка):

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 & -2 \\ -3 & 22 & -9 \\ -2 & -9 & 48 \end{vmatrix} = \\ &= 6(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 22 & -9 \\ -9 & 48 \end{vmatrix} + (-3)(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -3 & -9 \\ -2 & 48 \end{vmatrix} + (-2)(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -3 & 22 \\ -2 & -9 \end{vmatrix} = \\ &= 6[22 \cdot 48 - (-9)(-9)] + 3[(-3) \cdot 48 - (-9)(-2)] - 2[-3(-9) - (-2)22] = \\ &= 5850 - 486 - 142 = 5222. \end{aligned}$$

Визначник для контурного струму I_{11} :

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} E_{11} & R_{12} & R_{13} \\ E_{22} & R_{22} & R_{23} \\ E_{33} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 22 & -3 & -2 \\ 61 & 22 & -9 \\ 0 & -9 & 48 \end{vmatrix} = \\ &= 22(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 22 & -9 \\ -9 & 48 \end{vmatrix} + (-3)(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 61 & -9 \\ 0 & 48 \end{vmatrix} + (-2)(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 61 & 22 \\ 0 & -9 \end{vmatrix} = 31332. \end{aligned}$$

Аналогічно знаходяться визначники для контурних струмів I_{22} і I_{33} :

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} & R_{13} \\ R_{21} & E_{22} & E_{23} \\ R_{31} & E_{33} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 22 & -2 \\ -3 & 61 & -9 \\ -2 & 0 & 48 \end{vmatrix} = 20888$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{11} \\ R_{21} & R_{22} & E_{22} \\ R_{31} & R_{32} & E_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 & 22 \\ -3 & 22 & 61 \\ -2 & -9 & 0 \end{vmatrix} = 5222.$$

Розв'язком системи є контурні струми:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{31332}{5222} = 6 \text{ А}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{20888}{5222} = 4 \text{ А}; \quad I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{5222}{5222} = 1 \text{ А}.$$

Позначимо в схемі кола за рис. 2.13 напрямки дійсних струмів віток і визначимо їх (у кожній вітці враховуються контурні струми, які там проходять, причому позитивний напрямок задає дійсний струм):

$$I_1 = I_{11} = 6 \text{ А}; \quad I_2 = -I_{11} + I_{22} = -2 \text{ А}; \quad I_3 = I_{22} = 4 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{33} = 5 \text{ А}; \quad I_5 = I_{22} - I_{33} = 3 \text{ А}; \quad I_6 = I_{33} = 1 \text{ А}.$$

Перевірка рішення за балансом потужностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2;$$

$$83 \cdot 6 + 61(-2) = 1 \cdot 6^2 + 3 \cdot (-2)^2 + 10 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2 + 9 \cdot 3^2 + 37 \cdot 1^2;$$

$$376 \text{ Вт} = 376 \text{ Вт}.$$

Щоб підкреслити ефективність методу контурних струмів, зазначимо наступне. Використання методу на основі рівнянь, складених за законами Кірхгофа, потребує розв'язання системи із шести рівнянь. Тобто обсяг розрахункової роботи збільшився б у кілька разів.

2.7. Метод еквівалентного генератора

Методом еквівалентного генератора звичайно користуються при розрахунку струму в будь-якій одній вітці електричного кола. Крім того, цей метод показовий у тому плані, що дає можливість еквівалентної заміни практично будь-якого електричного кола (або його частини), яке містить як пасивні, так і активні елементи.

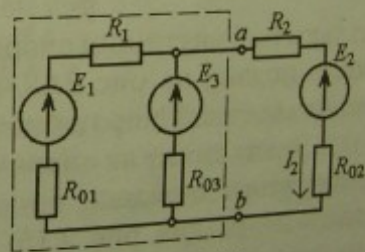


Рис. 2.14

Розглянемо суть методу на прикладі електричного кола на рис. 2.14.

Нехай параметри елементів цього кола задані і необхідно визначити струм I_2 у вітці з опорами R_2, R_{02} і джерелом ЕРС E_2 .

Усе електричне коло, за винятком тієї вітки, де шукається струм, замінюють еквівалентним генератором.

Еквівалентний генератор, схема заміщення якого подана на рис. 2.15, характеризується ЕРС E_{er} (ЕРС еквівалентного генератора) і внутрішнім опором R_{er} .

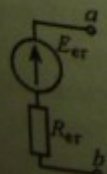


Рис. 2.15

У такому разі еквівалентним генератором замінюється частина кола, яка на рис. 2.14 обведена пунктирною лінією і зображена окремо на рис. 2.16. У частині кола, що замінюється, і еквівалентного генератора вихідні затискачі a і b однакові.

Загальний принцип визначення параметрів еквівалентного генератора полягає в наступному.

ЕРС E_{er} дорівнює напрузі холостого ходу $U_{xx\ ab}$ на розімкнених затискачах ab частини кола, яка замінюється, тобто $E_{er} = U_{xx\ ab}$. Таким чином, щоб знайти E_{er} належить у частині кола за рис. 2.16 будь-яким відомим способом (розв'язуючи локальну задачу для цієї частини кола) знайти напругу $U_{xx\ ab}$ на затискачах ab .

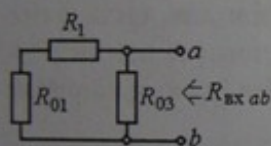


Рис. 2.17

Внутрішній опір еквівалентного генератора R_{er} дорівнює вхідному опору $R_{vx\ ab}$ всього останнього кола (рис. 2.16) між затискачами a і b , але за умови, що це коло стає пасивним. Тобто при визначенні величини R_{er} ЕРС джерел не враховуються, а в вітках зберігаються тільки їхні внутрішні опори (в даному разі — R_{01} і R_{03}). Таке пасивне коло подано на рис. 2.17. Тоді $R_{vx\ ab}$ і, отже, R_{er} визначаються як еквівалентний опір цього кола відносно затискачів a і b .

Після того, як параметри еквівалентного генератора знайдено, приєднаємо до його схеми заміщення (див. рис. 2.15) вітку, що залишилася на рис. 2.14 за межами тієї частини, яка тепер замінена цим генератором. Отримуємо схему, подану на рис. 2.18.

У цій одноконтурній схемі шуканий струм визначається уже досить просто:

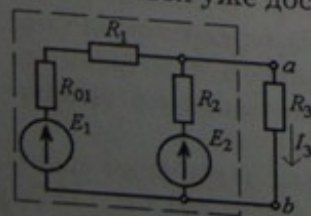


Рис. 2.19

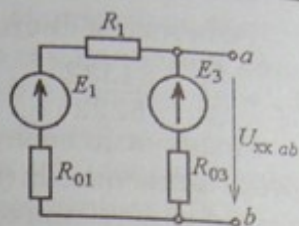


Рис. 2.16

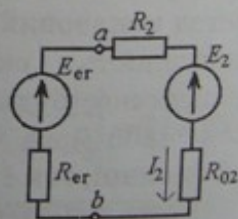


Рис. 2.18

$$I_2 = \frac{E_{er} - E_2}{R_{er} + R_2 + R_{02}}$$

Приклад 5. На рис. 2.19 зображена електрична схема заміщення кола постійного струму. Вона має параметри: ЕРС джерел $E_1 = 28$ В, $E_2 = 24$ В; опори резистивних

елементів $R_1=0,5$ Ом; $R_{01}=0,5$ Ом; $R_2=1$ Ом; $R_3=6$ Ом. Визначити струм у вітці з резистором R_3 .

Розв'язання. Застосуємо метод еквівалентного генератора. Укажемо напрямок шуканого струму I_3 у вітці, яка розглядається.

Для визначення ЕРС еквівалентного генератора використаємо обведену пунктирною лінією на рис. 2.19 частину кола (ця частина окремо подана на рис. 2.20). Позначимо тут на розімкнутих затискачах ab напругу холостого ходу $U_{xx\ ab}$, причому напрямок її повинен бути таким самим, як напрямок струму на рис. 2.19.

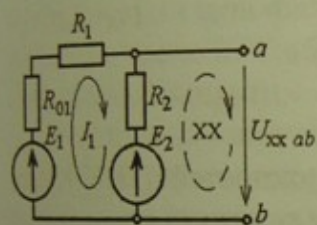


Рис. 2.20

Щоб знайти цю напругу за схемою на рис. 2.20, спочатку знайдемо тут струм (у цьому разі він єдиний, на відміну від схеми за рис. 2.19, де було б три струми). Обираємо на рис. 2.20 довільно напрямок струму I_1 і складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контура, по якому проходить цей струм, тобто:

$$(R_{01} + R_1 + R_2)I_1 = E_1 - E_2.$$

Звідси струм:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2}{(R_{01} + R_1 + R_2)} = \frac{28 - 24}{0,5 + 0,5 + 1} = 2 \text{ А.}$$

Тепер для контура XX, який позначено на рис. 2.20 пунктиром (цей контур може проходити по будь-яким віткам кола, але обов'язково — по напрузі $U_{xx\ ab}$), складемо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$U_{xx\ ab} - I_1 R_2 = E_2,$$

звідки отримуємо напругу холостого ходу на розімкнених затискачах ab і одночасно ЕРС еквівалентного генератора:

$$E_{er} = U_{xx\ ab} = E_2 + I_1 R_2 = 24 + 2 \cdot 1 = 26 \text{ В.}$$

Для визначення внутрішнього опору еквівалентного генератора використаємо те саме коло, що і на рис. 2.20, але без ідеальних джерел ЕРС. Вхідний опір відносно затискачів a і b такого кола, яке показано на рис. 2.21, буде одночасно і внутрішнім опором еквівалентного генератора:

$$R_{er} = R_{вх\ ab} = \frac{(R_1 + R_{01})R_2}{R_1 + R_{01} + R_2} = \frac{(0,5 + 0,5) \cdot 1}{(0,5 + 0,5) + 1} = 0,5 \text{ Ом.}$$

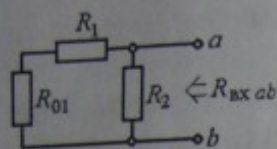


Рис. 2.21

Маючи параметри еквівалентного генератора, з'єднаємо його схему заміщення з віткою, що розглядається. У схемі кола, що утворилося (рис. 2.22), напрямки струму I_3 , напруги U_{ab} між затискачами a і b та ЕРС E_{er} повинні бути узгодженими. За такою

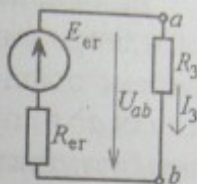


Рис. 2.22

$$I_3 = \frac{E_{er}}{R_3 + R_{er}} = \frac{26}{6 + 0,5} = 4 \text{ А.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Запишіть вирази струму, напруги, потужностей і ККД для одноконтурного кола постійного струму з одним джерелом і приймачем.
2. Які режими роботи властиві джерелу електроенергії?
3. Зобразіть і поясніть характеристики, що ілюструють зміну параметрів джерела електроенергії при зміні його навантаження.
4. Як визначається еквівалентний опір кола при послідовному, паралельному і змішаному з'єднанні споживачів?
5. У чому полягає суть методу еквівалентних перетворювань і який порядок розрахунку електричних кіл за цим методом?
6. Напишіть приклад рівняння балансу потужностей електричного кола постійного струму.
7. Укажіть кількість рівнянь, які необхідно скласти для розрахунку складного кола постійного струму за законами Кірхгофа. Скільки з них треба скласти за першим, а скільки – за другим законами Кірхгофа?
8. Яким чином можна перетворити з'єднання елементів за схемою «зірка» в з'єднання за схемою «трикутник» та навпаки?
9. У чому суть методу контурних струмів і які практичні аспекти застосування цього методу для розрахунку електричних кіл?
10. У якому випадку для розрахунку кола доцільно застосовувати метод еквівалентного генератора і в чому суть цього методу?
11. Як визначаються параметри елементів еквівалентного генератора: його внутрішній опір та ЕРС?

3. КОЛА СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

3.1. Отримання синусоїдних електричних величин

Колами синусоїдного струму називаються такі електричні кола, в яких часові функції електричних величин, тобто електро-рушійні сили (ЕРС), напруги та струми, змінюються за гармонічним — синусоїдним — законом. Знайомство з такими колами починається з однофазних кіл. В однофазному колі діє одне синусоїдне джерело ЕРС або воно живиться від двопровідного джерела синусоїдної напруги.

Основою кіл синусоїдного струму є генератори змінного струму, в яких виробляються синусоїдні ЕРС. Тому, перш ніж вивчати процеси в цих колах, розглянемо принцип отримання ЕРС, яка змінюється в часі за синусоїдним законом.

На рис. 3.1, а зображено простіший однофазний генератор, який виробляє синусоїдну ЕРС. Тут прямокутна провідникова рамка $abcd$ (виток) обертається з кутовою швидкістю Ω між полюсами N і S постійного магніту, який збуджує магнітне поле. При цьому, згідно із законом електромагнітної індукції, у повздовжніх частинах рамки ab і cd індукуються ЕРС e_{ab} і e_{cd} , напрямки яких устанавлюються за правилом «правої руки» (рис. В.8).

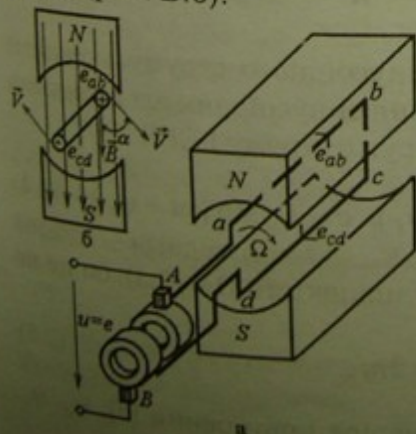


Рис. 3.1

Визначимо вказані ЕРС, використовуючи поперечний переріз моделі генератора за рис. 3.1, б. Тут зазначені лінійні швидкості переміщення боків рамки \vec{V} , а також показані напрямки силових ліній магнітного поля \vec{B} , відповідно, напрямком вектора магнітної індукції \vec{B} . ЕРС у провіднику рамки ab складає:

$$e_{ab} = Bvl \sin \alpha, \quad (3.1)$$

де l — довжина боку рамки; α — кут між векторами \vec{V} і \vec{B} .

Вважатимемо, що магнітне поле однорідне, тобто в зоні обертання рамки магнітна індукція скрізь однакова за величиною і напрямком. Тоді у формулі (3.1) змінюється тільки кут α (через безперервну зміну напрямку вектора швидкості), який визначається так: $\alpha = \Omega t$.

У другому боці рамки ЕРС e_{cd} аналогічна, але має протилежний напрямок. Однак, якщо робити обхід за контуром рамки, то ЕРС її двох боків додаються, і на всю рамку отримуємо ЕРС:

$$e = e_{ab} + e_{cd} = 2 \cdot e_{ab} = 2Bvl \sin \alpha = 2Bvl \sin \Omega t. \quad (3.2)$$

У цій формулі позначимо $E_m = 2Bvl$, і це є не що інше, як амплітуда ЕРС. Таким чином у контурі отримуємо синусоїдну ЕРС:

$$e = E_m \sin \Omega t. \quad (3.3)$$

Через контактні кільця, що обертаються разом із рамкою, і через нерухомі щітки A і B , що ковзають по поверхні контактних кілець, ЕРС передається на вихідні затискачі генератора, утворюючи на них відповідну синусоїдну напругу u , яка дорівнює e (див. рис. 3.1, а). Якщо до затискачів на щітках під'єднати будь-яке електричне навантаження, то в електричному колі, що утвориться, виникне синусоїдний струм.

Конструкція реальних генераторів значно складніша, і в них замість рамки використовують багатовиткову обмотку. Тоді амплітуда ЕРС зростає пропорційно кількості витків. Однак принцип дії таких генераторів відповідає тому, який розглядається на рис. 3.1.

3.2. Форми зображення синусоїдних електричних величин

При аналізі процесів у колах синусоїдного струму можливе використання різних форм зображення синусоїдних електричних величин. Наведемо ці форми для напруги, струму і ЕРС.

1. Аналітична форма:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u); \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i); \quad e = E_m \sin(\omega t + \psi_e), \quad (3.4)$$

де u, i, e – миттєві значення; U_m, I_m, E_m – амплітуди; ω – кутова частота [s^{-1}], яка замінила кутову швидкість Ω в (3.3), бо це не завжди одне й те ж:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \quad (3.5)$$

причому $\frac{1}{T} = f$ – частота [Гц], T – період повторення [с]; ψ_u, ψ_i, ψ_e – початкові фази.

Наприклад, при $f = 50$ Гц маємо $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$, $T = 0,02 \text{ с}$.

При порівнянні напруги і струму за часом використовують різницю часових фаз, вводячи поняття *фазовий зсув*

$$\varphi = (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i), \text{ або } \varphi = \psi_u - \psi_i, \quad (3.6)$$

причому тут первісно напругу поставлено на перше місце, а струм — на друге, що зумовлює в подальшому знаки («+» або «-») у низці формул і в інших випадках.

Можливі такі комбінації і відповідна термінологія: $\psi_u > \psi_i$ — напруга за фазою випереджає струм: $\varphi > 0$; $\psi_u = \psi_i$ — напруга і струм збігаються за фазою: $\varphi = 0$; $\psi_u < \psi_i$ — напруга відстає за фазою від струму: $\varphi < 0$.

2. Графічна форма.

Синусоїди напруги u і струму i подані на рис. 3.2, причому рисунок відповідає значенням величин $\psi_u > 0$; $\psi_i < 0$; $\varphi > 0$. Замість часу t по осі абсцис прийнято відкладати ωt : так переходять від секунд до радіанів. Це зручно, тому що так легко встановити масштаб по цій осі (період синусоїд дорівнює 2π).

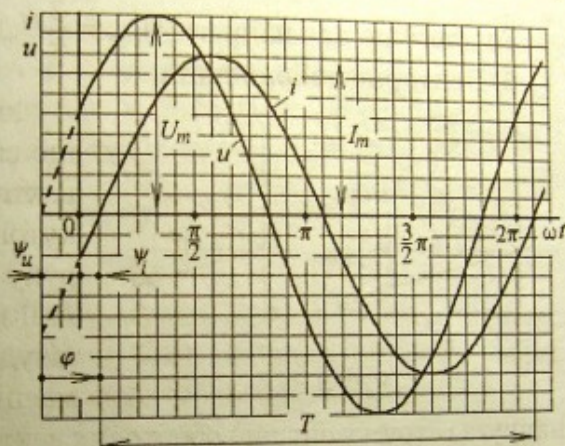


Рис. 3.2

3. Діюче значення.

Вихідна формула (1.37) і зміст діючого значення струму вже були подані раніше, а далі для конкретного виразу синусоїдного струму $i = I_m \sin \omega t$ проводимо необхідні перетворення:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{I_m^2}{2} T},$$

із цього вже отримуємо діюче значення синусоїдного струму:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (3.7)$$

Аналогічно для синусоїдних напруги і ЕРС отримуємо діючі значення за формулами:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}. \quad (3.8)$$

Зазначимо, що в колах синусоїдного струму при вимірюваннях та розрахунках прийнято оперувати діючими значеннями електричних величин.

Приклад: $U=220$ В; $U_m = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \cdot 220 = 311$ В.

4. **Середнє значення.** За період T маємо середнє значення

$$I_{\text{сер}} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = 0, \text{ що характерно для будь-якої синусоїди.}$$

На практиці прийнято брати середнє значення за півперіоду:

$$I_{\text{сер}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t = \frac{2}{\pi} I_m. \quad (3.9)$$

Аналогічно для напруги $U_{\text{сер}} = \frac{2}{\pi} U_m$ і ЕРС $E_{\text{сер}} = \frac{2}{\pi} E_m$.

5. **Векторне зображення.**

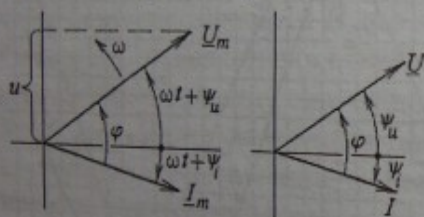


Рис. 3.3

Із курсу математики відомо, що синусоїди можна зобразити векторами, що обертаються з кутовою швидкістю ω проти руху годинникової стрілки, а їхні довжини дорівнюють амплітудам U_m , I_m у відповідних масштабах. Так, синусоїдні

напруга і струм у вигляді обертових векторів показані на рис. 3.3, а. Якщо визначити проекцію вектора на вісь ординат, як це показано для напруги, то отримуємо безпосередньо синусоїду цієї електричної величини $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, що повторює (3.4).

На практиці прийнято зображати вектори для фіксованого моменту часу $t=0$, а довжини векторів брати в масштабі рівними діючому значенню (3.7), (3.8) відповідної електричної величини (рис. 3.3, б). Тоді вектори займають положення по відношенню до горизонтальної осі під кутами, що дорівнюють початковим фазам електричних величин. Кут зсуву фаз ϕ (3.6) відкладають від вектора струму до вектора напруги, що належить далі завжди враховувати, визначаючи знак цього кута.

Прийнято, що позитивні кути відкладаються проти руху годинникової стрілки (на рис. 3.3 $\psi_u > 0$; $\psi_i < 0$; $\phi > 0$).

Сукупність векторів електричних величин, зображених у спільній координатній системі, називається векторною діаграмою. Векторні діаграми використовуються при виводі основних

розрахункових співвідношень для кіл синусоїдного струму при розв'язанні задач, для перевірки результатів розв'язання тощо.

У відповідності з векторним зображенням синусоїд, закони Кірхгофа (1.17), (1.20) для кіл синусоїдного струму набувають модифікації:

- перший закон Кірхгофа:

$$\sum_{k=1}^m \underline{I}_k = 0; \quad (3.10)$$

- другий закон Кірхгофа:

$$\sum_{k=1}^n \underline{U}_k = 0. \quad (3.11)$$

Тут додаються вектори діючих значень. Усі правила складання рівнянь і урахування знаків зберігаються, тільки тепер ідеться про геометричні суми векторів. Довжини векторів дорівнюють діючим значенням, тому їхні літерні позначення однакові. А щоб не плутати вектори та діючі значення, позначення перших підкреслюють.

ПРИМІТКА!

Діючі значення додавати не можна! Додавати слід вектори.

6. Зображення за допомогою комплексних чисел.

Вектори електричних величин розміщуються на площині комплексних чисел (рис. 3.4) з осями дійсних $(-1; +1)$ і уявних $(-j; +j)$ чисел, де $j = \sqrt{-1}$ — уявна одиниця (у математиці вона позначалася літерою i , але у даному разі це струм).

Ці величини, наприклад, напругу і струм, можна зобразити:

а) в алгебраїчній формі:

$$\underline{U} = U' + jU''; \quad \underline{I} = I' + jI'', \quad (3.12)$$

де U', I' — дійсні, U'', I'' — уявні складові комплексних величин (на рис. 3.4 $\underline{I} = I' - jI''$);

б) у показовій формі:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u}; \quad \underline{I} = Ie^{j\psi_i}, \quad (3.13)$$

де U, I — модулі, що дорівнюють діючим значенням відповідних величин; ψ_u, ψ_i — аргументи, що дорівнюють початковим фазам; e — основа натуральних логарифмів (не плутати з ЕРС).

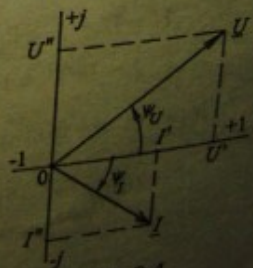


Рис. 3.4

Перехід із однієї форми в іншу виконується за відомими правилами, наприклад, для напруги:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u} = U \cos \psi_u + jU \sin \psi_u = U' + jU''; \quad (3.14)$$

$$\underline{U} = U' + jU'' = \sqrt{(U')^2 + (U'')^2} e^{j \arctg(U''/U')} = Ue^{j\psi_u}. \quad (3.15)$$

Закони Кірхгофа при використанні комплексної форми величин отримують модифікацію, яка зовні збігається з виразами (3.10) і (3.11) у разі використання векторного зображення синусоїдних електричних величин, однак тепер в формули і рівняння повинні підставлятися комплексні величини:

- перший закон Кірхгофа:

$$\sum_{k=1}^m \underline{I}_k = 0; \quad (3.16)$$

- другий закон Кірхгофа:

$$\sum_{k=1}^n \underline{U}_k = 0. \quad (3.17)$$

Приклад 1. Зображення синусоїдних електричних величин.

Нехай задано синусоїдні функції напруги і струму:

$$u = 282,2 \sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ В}; \quad i = 14,1 \sin\left(314t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ А}.$$

Звідси амплітуди і діючі значення складають: $U_m = 282,2 \text{ В}$;

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 200 \text{ В}; \quad I_m = 14,1 \text{ А}; \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 10 \text{ А}; \quad \text{кутова частота } \omega = 314 \text{ с}^{-1};$$

$$\text{початкові фази } \psi_u = -\frac{\pi}{6} = -30^\circ; \quad \psi_i = \frac{\pi}{3} = 60^\circ; \quad \text{фазовий зсув } \varphi = \psi_u - \psi_i = -30^\circ - 60^\circ = -90^\circ.$$

Вектори напруги і струму вказані на рис. 3.5 у зазначених масштабах.

Комплексні значення в показовій формі:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u} = 200e^{-j30^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I} = Ie^{j\psi_i} = 10e^{j60^\circ} \text{ А}.$$

Перехід від цієї форми до алгебраїчної:

$$\underline{U} = 200e^{-j30^\circ} = 200 \cos(-30^\circ) +$$

$$+ j200 \sin(-30^\circ) = (173 - j100) \text{ В};$$

$$\underline{I} = 10e^{j60^\circ} = 10 \cos 60^\circ + j10 \sin 60^\circ = 5 + j8,66 \text{ А}.$$

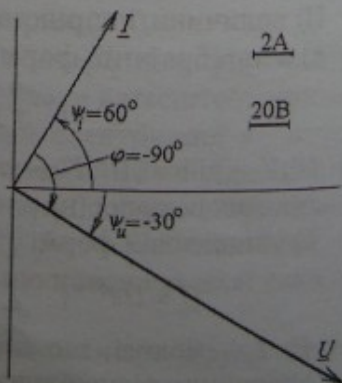


Рис. 3.5

Приклад 2. Додавання синусоїдних струмів.

Нехай у двох вітках ділянки кола за рис. 3.6 задано синусоїдні функції струмів:

$$i_1 = 21,2 \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ А}; \quad i_2 = 28,3 \sin\left(314t - \frac{3\pi}{8}\right) \text{ А}.$$

Тоді на підставі першого закону Кірхгофа (1.17) складемо рівняння для миттєвих значень $i = i_1 + i_2$. Усі величини синусоїдні, тому перейдемо до додавання векторів діючих значень $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$.

Діюче значення заданих струмів $I_1 = \frac{21,2}{\sqrt{2}} = 15 \text{ А};$

$$I_2 = \frac{28,3}{\sqrt{2}} = 20 \text{ А}; \text{ початкові фази } \psi_{i1} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ;$$

$$\psi_{i2} = -\frac{3\pi}{8} = -67,5^\circ. \text{ З урахуванням цих даних на}$$

рис. 3.7 побудуємо векторну діаграму струмів. За допомогою додавання векторів отримаємо результуючий вектор струму, для якого виміряно діюче значення $I \approx 20 \text{ А}$ (довжина вектора, помножена на масштаб струму), а також початкову фазу $\psi_i \approx -24^\circ$. Значення приблизні, тому що вимірю-

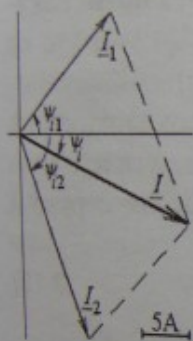


Рис. 3.7

вання мають обмежену точність.

Більш точні результати можна отримати за допомогою використання комплексних діючих значень:

$$\underline{I}_1 = I_1 e^{j\psi_{i1}} = 15e^{j45^\circ} = 15 \cos 45^\circ + j15 \sin 45^\circ = 10,6 + j10,6 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = I_2 e^{j\psi_{i2}} = 20e^{-j67,5^\circ} = 20 \cos(-67,5^\circ) + j20 \sin(-67,5^\circ) = 7,65 - j18,48 \text{ А}.$$

Застосовуючи перший закон Кірхгофа в комплексній формі, отримуємо в результаті комплексне діюче значення загального струму — спочатку в алгебраїчній, а потім і в показовій формах:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 10,6 + j10,6 + 7,65 - j18,48 = 18,25 - j7,88 =$$

$$= \sqrt{18,25^2 + 7,88^2} e^{j \arctg \frac{-7,88}{18,25}} = 19,88 e^{-j23,4^\circ} \text{ А}.$$

Звідси отримуємо діюче значення $I = 19,88 \text{ А}$, а також початкову фазу струму $\psi_i = -23,4^\circ$.



Рис. 3.6

3.3. Співвідношення напруги і струму на ідеальних елементах схем заміщення

Для розрахунку кіл синусоїдного струму основоположними є співвідношення напруги і струму на пасивних ідеальних елементах R , L і C . Причому, на відміну від кіл постійного струму, важливим є співвідношення напруги та струму не тільки за значенням, але і за часом, тобто фазовий зсув між ними.

Виведемо та проілюструємо ці співвідношення. Розглядаючи конкретний ідеальний елемент, будемо вважати заданим синусоїдний струм і параметр цього елемента (R або L , або C). А задача буде полягати у визначенні часової функції напруги, а потім і вказаних кількісних і часових співвідношень.

1. Ідеальний резистивний елемент R (рис. 3.8, а).

Задано, що по ділянці кола з цим елементом R проходить струм $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$; належить визначити функцію напруги $u_R(t)$.

Використовуючи загальний вираз (1.4) для змінних струму і напруги, маємо:

$$u_R = Ri = RI_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (3.18)$$

Звідси амплітуда напруги $U_m = RI_m$, що є законом Ома для амплітуд. А якщо врахувати, що на підставі (3.7), (3.8) $I_m = \sqrt{2}I$, $U_m = \sqrt{2}U$, то отримуємо закон Ома для діючих значень напруги і струму на ідеальному резистивному елементі:

$$U_R = RI. \quad (3.19)$$

Кутова частота напруги ω зберігається такою, як і у струму. Початкова фаза напруги у (3.18) збігається із початковою фазою струму: $\psi_u = \psi_i$; тоді за (3.6) фазовий зсув:

$$\varphi_R = 0. \quad (3.20)$$

На рис. 3.8, б показані синусоїди струму і напруги, на рис. 3.8, в — їхнє векторне зображення. Очевидно, що якщо початкова фаза струму задана і побудована синусоїда струму або його вектор, то напруга збігається за фазою зі струмом.

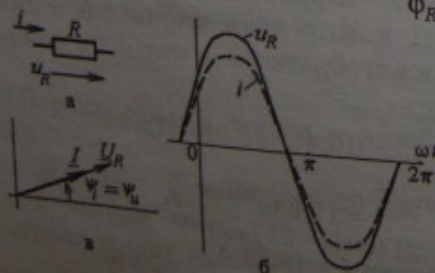


Рис. 3.8

2. Ідеальний індуктивний елемент L (рис. 3.9, а).

Діємо як в попередньому пункті: задано струм $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$; належить визначити функцію напруги $u_L(t)$.

Виходячи із загального співвідношення (1.9) визначаємо шукану функцію:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \omega L I_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3.21)$$

звідки очевидно співвідношення амплітуд $U_m = \omega L I_m$; вводимо позначення:

$$X_L = \omega L \quad (3.22)$$

– індуктивний опір (належить до реактивних опорів) [Ом]. З урахуванням того, що $I_m = \sqrt{2}I$, $U_m = \sqrt{2}U$, отримуємо закон Ома для діючих значень напруги і струму на індуктивному елементі:

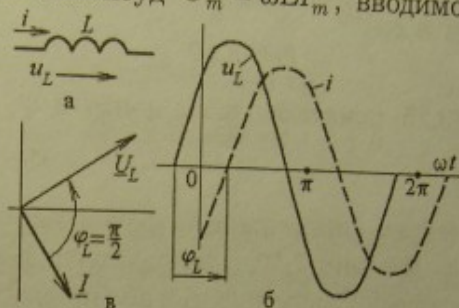


Рис. 3.9

$$U_L = X_L I. \quad (3.23)$$

Початкова фаза напруги в (3.21) $\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}$; тоді за (3.6) фазовий зсув:

$$\varphi_L = \frac{\pi}{2}, \quad (3.24)$$

тобто напруга випереджає струм на чверть періоду.

На рис. 3.9, б, в зображено відповідні графіки і векторну діаграму напруги і струму. Якщо струм заданий або проводиться довільно, то напруга займає відносно нього чітко визначену позицію.

3. Ідеальний ємнісний елемент C (рис. 3.10, а).

Знову маємо задачу, як і в попередніх пунктах: $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$; $u_C(t)$?

Виходячи із загального співвідношення (1.11), визначаємо шукану функцію:

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = -\frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \\ &= \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right), \end{aligned} \quad (3.25)$$

де амплітуда напруги $U_m = \frac{1}{\omega C} I_m$; вводимо позначення:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (3.26)$$

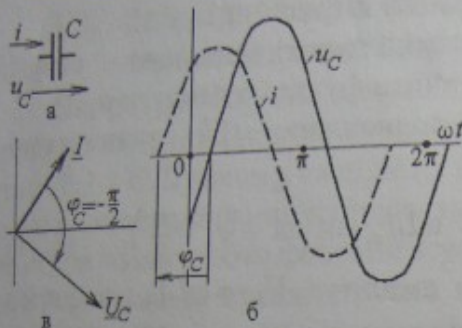


Рис. 3.10

— смісний опір, який також належить до реактивних опорів, вимірюється в [Ом]. З урахуванням того, що $I_m = \sqrt{2}I$, $U_m = \sqrt{2}U$, отримуємо:

$$U_C = X_C I \quad (3.27)$$

— закон Ома для діючих значень напруги і струму на ідеальному ємнісному елементі.

Фазові співвідношення: з

(3.25) початкова фаза напруги $\psi_u = \psi_i - \frac{\pi}{2}$; фазовий зсув за (3.6):

$$\varphi_C = -\frac{\pi}{2} \quad (3.28)$$

(струм випереджає за фазою напругу на чверть періоду).

На рис. 3.10, б, в подано графіки і векторну діаграму напруги і струму. Струм заданий або проводиться довільно, а напруга займає відносно нього чітко визначену позицію.

Приклад 3. Розрахунок електричних величин на ідеальних елементах.

Нехай задані параметри ідеальних елементів за рис. 3.8, а: $R=4$ Ом; за рис. 3.9, а: $L=9,55$ мГн; за рис. 3.10, а: $C=530$ мкФ. У всіх випадках на ідеальний елемент подано синусоїдну напругу з діючим значенням $U=100$ В і частотою $f=50$ Гц. Розрахувати функцію струму в кожному цьому випадку.

Тут маємо зворотний варіант у порівнянні з теоретичними викладками, тобто тепер задана напруга, а належить визначити струм.

Для напруги, як вихідної величини, візьмемо початкову фазу довільно $\psi_u = 0$, її кутова частота за (3.5) $\omega = 2\pi f = 314$ с⁻¹.

Для резистивного елемента вже маємо активний опір $R=4$ Ом; для двох інших — за формулами (3.22) і (3.26) визначимо опори:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ Ом}; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 530 \cdot 10^{-6}} = 6 \text{ Ом}.$$

Діюче значення струму за формулами (3.19), (3.23), (3.27), його фазовий зсув по відношенню до напруги за (3.20), (3.24) і (3.28) і початкова фаза з (3.6):

$$\text{— на } R: I_R = \frac{U}{R} = 25 \text{ А}; \quad \varphi_R = 0; \quad \psi_i = \psi_u = 0;$$

$$\text{— на } L: I_L = \frac{U}{X_L} = 33,3 \text{ А}; \varphi_L = \frac{\pi}{2}; \Psi_i = \Psi_u - \varphi_L = -\frac{\pi}{2};$$

$$\text{— на } C: I_C = \frac{U}{X_C} = 16,7 \text{ А}; \varphi_C = -\frac{\pi}{2}; \Psi_i = \Psi_u - \varphi_C = \frac{\pi}{2}.$$

Відповідні векторні діаграми подані на рис. 3.11, де довжини векторів напруги і струмів визначені за їхніми діючими значеннями з урахуванням указаних масштабів.

Синусоїдні функції напруги і струмів мають вирази, відповідно до (3.4):

$$u = \sqrt{2} \cdot 100 \sin 314t \text{ В}; \quad i_R = \sqrt{2} \cdot 25 \sin 314t \text{ А};$$

$$i_L = \sqrt{2} \cdot 33,3 \sin \left(314t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ А}; \quad i_C = \sqrt{2} \cdot 16,7 \sin \left(314t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ А}.$$

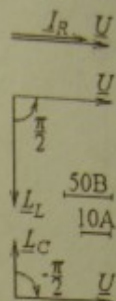


Рис. 3.11

3.4. Співвідношення напруги і струму на ділянці кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів R, L, C

Послідовне з'єднання ідеальних елементів R, L, C є поширеним у схемах заміщення кіл синусоїдного струму. Разом з тим, воно є простішою ланкою, на основі якої будуються розрахунки цих кіл при їхній більш складній структурі.

Розрахункові співвідношення напруги і струму для ділянки кола, що розглядається, визначаються за допомогою вже виведених співвідношень (3.19), (3.20), (3.23), (3.24), (3.27) і (3.28) для кожного ідеального елемента окремо:

$$U_R = RI; \quad \varphi_R = 0; \quad U_L = X_L I; \quad \varphi_L = \frac{\pi}{2}; \quad U_C = X_C I; \quad \varphi_C = -\frac{\pi}{2}. \quad (3.29)$$

На підставі другого закону Кірхгофа (1.20) при послідовному з'єднанні елементів (рис. 3.12) $u = u_R + u_L + u_C$.

Струм синусоїдний, тому всі напруги будуть синусоїдними. Це дозволяє перейти від їхніх миттєвих значень до векторного зображення:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C. \quad (3.30)$$

Проведемо підсумовування за допомогою векторної діаграми, яку подано на рис. 3.13, а. Пояснимо порядок її побудови.

Перший вектор проводиться довільно. На цю роль краще брати

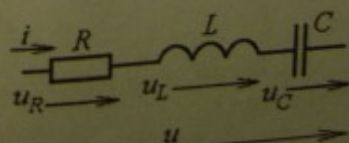


Рис. 3.12

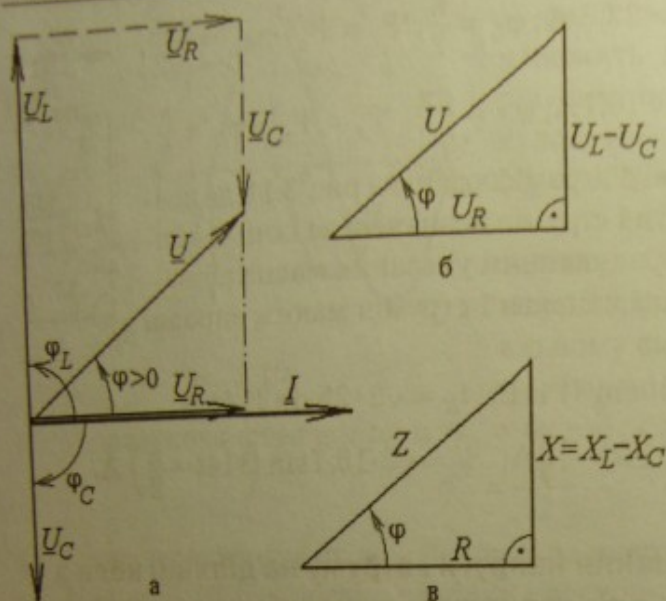


Рис. 3.13

і φ_C (3.29) до вектора струму. Тут припускаємо, що $X_L > X_C$, тому вектор \underline{U}_L вийшов довше вектора \underline{U}_C , але, в принципі, можуть бути будь-які співвідношення довжин векторів \underline{U}_R , \underline{U}_L і \underline{U}_C .

Вектор загальної напруги отримується геометричним додаванням цих векторів у відповідності з формулою (3.30).

Із векторної діаграми витягнемо її фрагмент — трикутник напруг (рис. 3.13, б). Із цього трикутника отримаємо діюче значення напруги на ділянці кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$ або після підстановки (3.29)

$$U = \sqrt{R^2 I^2 + (X_L I - X_C I)^2}, \text{ а потім } U = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Останній вираз в формі

$$U = ZI \quad (3.31)$$

є законом Ома для ділянки з послідовним з'єднанням ідеальних елементів.

Тут уведено поняття — повний опір такої ділянки кола [Ом]

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}. \quad (3.32)$$

Фазовий зсув напруги відносно струму (також за трикутником напруг)

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctg \frac{X_L I - X_C I}{RI} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (3.33)$$

величину, яка є спільною для всієї схеми. У даному випадку — це струм I , для якого приймаємо довільно початкову фазу $\psi_i = 0$.

Далі, за відомими вже правилами (рис. 3.8-3.10) проводимо вектори напруг ідеальних елементів \underline{U}_R , \underline{U}_L і \underline{U}_C під відповідними кутами φ_R , φ_L

У цьому випадку на рис. 3.13 $\varphi > 0$, а в принципі можливі межі зміни $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ у залежності від співвідношення опорів R , X_L і X_C .

Якщо в трикутнику напруг (рис. 3.13, б) довжини боків поділити на струм I , то отримаємо трикутник опорів, котрий показано на рис. 3.13, в. Цей трикутник наочно ілюструє співвідношення активного, реактивного і повного опорів і сприяє їхньому взаємному вираженню, в тому числі з використанням фазового зсуву φ . Сполучення, що часто повторюється, позначено:

$$X = X_L - X_C \quad (3.34)$$

і названо реактивним опором.

Приклад 4. Розрахунок ділянки кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів.

Нехай для електричного кола за рис. 3.12 задано: діюче значення напруги $U=100$ В; опори елементів $R=40$ Ом; $X_L=30$ Ом; $X_C=60$ Ом. Визначити інші електричні величини для цього кола і побудувати векторну діаграму.

Повний опір ділянки кола (3.32):

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{40^2 + (30 - 60)^2} = 50 \text{ Ом.}$$

Діючі значення струму і напруг на ідеальних елементах з (3.31) і (3.29):

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{50} = 2 \text{ А; } U_R = RI = 40 \cdot 2 = 80 \text{ В;}$$

$$U_L = X_L I = 30 \cdot 2 = 60 \text{ В;}$$

$$U_C = X_C I = 60 \cdot 2 = 120 \text{ В.}$$

Фазовий зсув між напругою U і струмом I (3.33):

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{30 - 60}{40} = \arctg(-0,75) = -36,9^\circ.$$

Для перевірки отриманих співвідношень побудуємо векторну діаграму. Виберемо вказані на рис. 3.14 масштаби струму і напруг. Першим проведемо вектор струму, обравши довільно його початок у фазу $\psi_i = 0$ (тоді цей вектор прямують за горизонтальною віссю). Під кутом

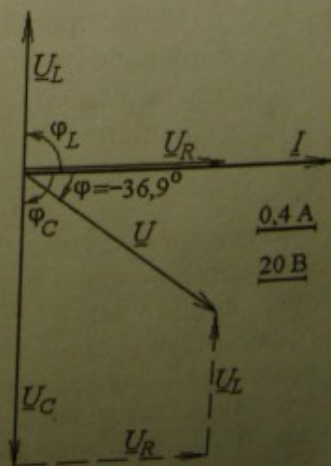


Рис. 3.14

$\varphi_R = 0$ відносно струму проводимо вектор \underline{U}_R , під кутом $\varphi_L = 90^\circ$ – вектор \underline{U}_L і під кутом $\varphi_C = -90^\circ$ – вектор \underline{U}_C . Підсумуємо вектори за формулою (3.30) і отримаємо вектор загальної напруги ділянки кола. Якщо виміряти довжину цього вектора і помножити на масштаб напруг, то отримаємо $U = 100$ В, а також вимірюванням отримаємо фазовий зсув $\varphi = -36,9^\circ$.

Початкова фаза напруги з (3.6) $\Psi_u = \Psi_i + \varphi = -36,9^\circ$.

3.5. Співвідношення напруги і струму на ділянці кола з паралельним з'єднанням ідеальних елементів

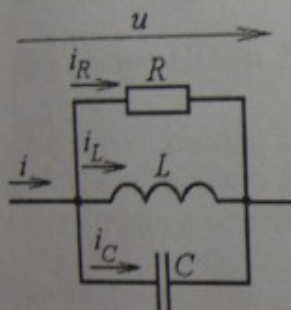


Рис. 3.15

Скористаємося першим законом Кірхгофа (1.17) для ділянки кола за рис. 3.15:

$$i = i_R + i_L + i_C.$$

Тут усі величини синусоїдні, тому перейдемо до векторного зображення струмів (3.10):

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C. \quad (3.35)$$

Виразимо струми через загальну напругу ділянки кола, переходячи при цьому від відомих виразів з опорами (3.19),

(3.23) і (3.27) до виразів з провідностями:

$$I_R = \frac{U}{R} = UG; \quad I_L = \frac{U}{X_L} = UB_L; \quad I_C = \frac{U}{X_C} = UB_C, \quad (3.36)$$

де G – активна провідність резистивного елемента; B_L – реактивна провідність індуктивного елемента; B_C – реактивна провідність ємнісного елемента, що вимірюються в сименсах [См] і для одиничних елементів визначаються таким чином:

$$G = \frac{1}{R}; \quad B_L = \frac{1}{X_L}; \quad B_C = \frac{1}{X_C}. \quad (3.37)$$

Будуємо векторну діаграму (рис. 3.16, а), прийнявши за базовий вектор напруги U , тому що він є однаковим для всіх віток на рис. 3.15. Для напруги візьмемо початкову фазу $\Psi_u = 0$ довільно і тоді вектор U проводимо горизонтально. Вектори струмів віток проводимо відносно вектора U під відомими кутами (3.20), (3.24) і (3.28) – фазовими зсувами: I_R збігається із U ; I_L відстає від U на 90° ; I_C випереджає U на 90° (фазовий зсув -90°). У цьому випадку припустимо, що $B_L > B_C$, тому вектор I_L отримаємо

довшим, ніж вектор I_C , хоча можливі й інші співвідношення довжин усіх векторів.

Вектор загального струму I отримуємо додаванням векторів струмів віток за формулою (3.35). Із отриманої діаграми (рис. 3.16, а) виділимо трикутник струмів (рис. 3.16, б).

Із нього на основі геометричних співвідношень та з урахуванням (3.36) маємо такі вирази:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{U^2 G^2 + (UB_L - UB_C)^2} = U \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}.$$

Тут вводяться поняття і позначення:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} \quad (3.38)$$

— *повна провідність* ділянки кола з паралельним з'єднанням ідеальних елементів;

$$B = B_L - B_C \quad (3.39)$$

— *реактивна провідність*.

Для ділянки кола, що розглядається, закон Ома має вираз:

$$I = UY. \quad (3.40)$$

Якщо на боках трикутника (рис. 3.16, б) струми записати через (3.40) і (3.36), а потім скрізь скоротити напругу U , то на рис. 3.16, в отримусмо подібний трикутник. Він називається *трикутником провідностей* і може використовуватися для взаємного вираження присутніх у ньому величин.

Фазовий зсув між напругою і струмом з рис. 3.16 б, в:

$$\varphi = \arctg \frac{I_L - I_C}{I_R} = \arctg \frac{B_L - B_C}{G} = \arctg \frac{B}{G}; \quad (3.41)$$

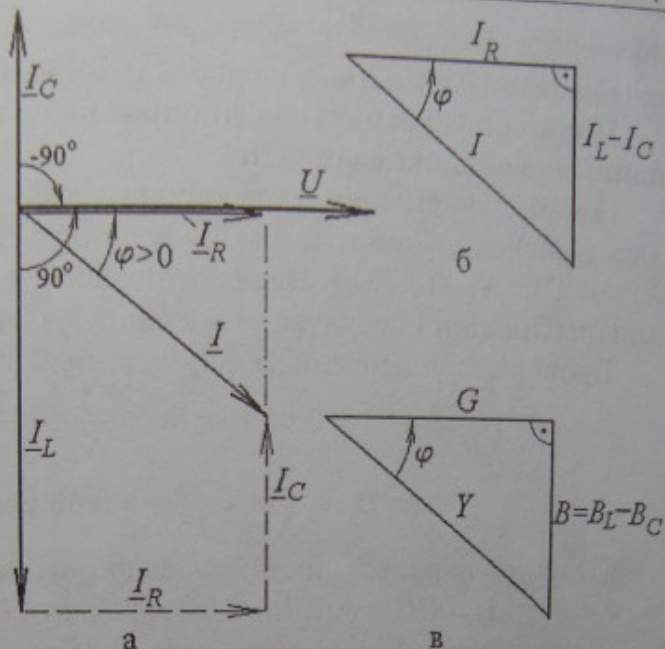


Рис. 3.16

його можливий діапазон $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ залежить від співвідношення провідностей елементів, а на рис. 3.16 отримана величина $\varphi > 0$.

Приклад 5. Розрахунок ділянки кола з паралельним з'єднанням ідеальних елементів.

Нехай для ділянки електричного кола за рис. 3.15 задано: діюче значення напруги $U=100$ В; опори елементів $R=33,3$ Ом; $X_L=50$ Ом; $X_C=16,7$ Ом. Визначити решту електричних величин для цієї ділянки і побудувати векторну діаграму.

Провідності елементів за формулами (3.37):

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{33,3} = 0,03 \text{ См}; B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ См};$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{16,7} = 0,06 \text{ См}.$$

Струми в паралельних вітках за формулами (3.36):

$$I_R = UG = 3 \text{ А}; I_L = UB_L = 2 \text{ А}; I_C = UB_C = 6 \text{ А}.$$

Повна провідність ділянки кола (3.38):

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = \sqrt{0,03^2 + (0,02 - 0,06)^2} = 0,05 \text{ См}.$$

Діюче значення загального струму (3.40) кола, який споживається із мережі:

$$I = UY = 100 \cdot 0,05 = 5 \text{ А}.$$

Фазовий зсув між напругою U і струмом I за формулою (3.41):

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctg \frac{B_L - B_C}{G} = \arctg \frac{0,02 - 0,06}{0,03} = \\ &= \arctg(-1,333) = -53,1^\circ. \end{aligned}$$

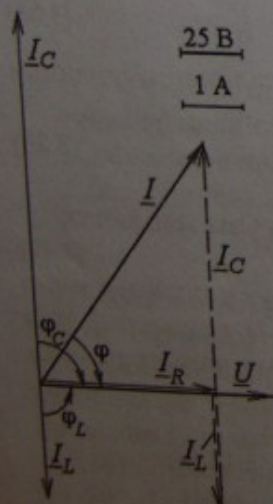


Рис. 3.17

Для перевірки отриманих співвідношень побудуємо векторну діаграму. Оберемо вказані на рис. 3.17 масштаби струмів і напруги. Першим проведемо вектор напруги, обравши довільно її початкову фазу $\psi_u = 0$ (тоді цей вектор направляється за горизонтальною віссю). Під кутом $\varphi_R = 0$ відносно вектора напруги проводиться вектор I_R ; під кутом $\varphi_L = 90^\circ$ — вектор I_L і під кутом $\varphi_C = -90^\circ$ — вектор I_C .

Початкова фаза струму з формули (3.6):

$$\psi_i = \psi_u - \varphi = 53,1^\circ.$$

3.6. Взаємні перетворення ділянок кола з послідовним і паралельним з'єднанням ідеальних елементів

З а д а ч а

полягає в тому, щоб задану ділянку електричного кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів (рис. 3.18, а) перетворити в ділянку з паралельним з'єднанням аналогічних елементів (рис. 3.18, б).

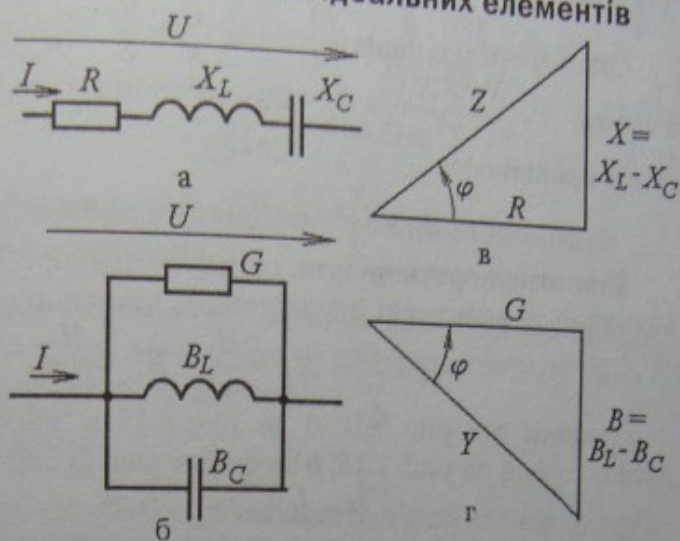


Рис. 3.18

Тобто, якщо на рис. 3.18, а задано опори R , X_L і X_C , то належить знайти провідності G , B_L і B_C на рис. 3.18, б.

Умовою еквівалентної заміни є збереження на вхідних затискачах кола напруги U і струму I та фазового зсуву φ між ними.

Обґрунтувати перетворення можна таким чином.

Повний опір ділянки кола за рис. 3.18, а визначається за вже відомою формулою (3.32): $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$.

З іншого боку, на підставі закону Ома повний опір для цього ж кола може бути виражений з (3.31) так: $Z = \frac{U}{I}$; а повна провідність для кола на рис. 3.18, б з (3.40): $Y = \frac{I}{U}$. Звідси маємо, що:

$$Z = \frac{1}{Y} \text{ або } Y = \frac{1}{Z}. \quad (3.42)$$

Далі скористаємося трикутником опорів (рис. 3.18, в) для кола за рис. 3.18, а і трикутником провідностей (рис. 3.18, г) для кола за рис. 3.18, б. Очевидно, що трикутники подібні, тому що однакові кути (φ зберігається за умовою заміни, ще один кут — прямий, тоді рівні і кути, що залишилися).

Із подібності трикутників $\frac{G}{R} = \frac{Y}{Z}$, тому з урахуванням (3.42) активна провідність:

$$G = \frac{R}{Z^2}. \quad (3.43)$$

Аналогічно зі співвідношення $\frac{B}{X} = \frac{Y}{Z} = \frac{1}{Z^2}$ отримуємо $B = \frac{X}{Z^2}$, а також $B = \frac{X_L - X_C}{Z^2} = B_L - B_C$, тобто індуктивна, ємнісна і реактивна провідності:

$$B_L = \frac{X_L}{Z^2}; \quad B_C = \frac{X_C}{Z^2}; \quad B = B_L - B_C. \quad (3.44)$$

Зворотне перетворення: із тих же пропорцій можна виразити активний та реактивні індуктивний і ємнісний опори:

$$R = \frac{G}{Y^2}; \quad X_L = \frac{B_L}{Y^2}; \quad X_C = \frac{B_C}{Y^2}, \quad (3.45)$$

переходячи від рис. 3.18, б до рис. 3.18, а, де повна провідність ділянки кола на рис. 3.18, б за формулою (3.38):

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}.$$

Це все є однією із основ еквівалентних перетворень у колах синусоїдного струму. Але звернемо увагу, що виведені формули перетворення не слід плутати зі взаємним виразом (3.37) опорів і провідностей ідеальних елементів R , L і C , що розташовані у вітках поодиночі (див. рис. 3.15).

Приклад 6. Перетворення ділянок кола синусоїдного струму.

Нехай на рис. 3.18, а опори ідеальних елементів: $R=8$ Ом; $X_L=30$ Ом; $X_C=15$ Ом. Визначимо провідності на еквівалентній ділянці за рис. 3.18, б.

Розрахунки виконуємо за відомими вже формулами (3.32), (3.43) і (3.44): повний опір ділянки кола на рис. 3.18, а і провідності елементів на рис. 3.18, б:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{8^2 + (30 - 15)^2} = 17 \text{ Ом};$$

$$G = \frac{R}{Z^2} = \frac{8}{17^2} = 0,02768 \text{ См}; \quad B_L = \frac{X_L}{Z^2} = \frac{30}{17^2} = 0,1038 \text{ См};$$

$$B_C = \frac{X_C}{Z^2} = \frac{15}{17^2} = 0,0519 \text{ См}.$$

Для перевірки проведемо зворотне перетворення (3.45) від провідностей паралельно з'єднаних елементів (рис. 3.18, б) до опорів послідовно з'єднаних елементів (рис. 3.18, а): повна провідність ділянки кола за рис. 3.18, б і опори елементів на рис. 3.18, а за формулами (3.38) і (3.45):

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = \sqrt{0,02768^2 + (0,1038 - 0,0519)^2} = 0,05882 \text{ См};$$

$$R = \frac{G}{Y^2} = \frac{0,02768}{0,05882^2} = 8 \text{ Ом}; \quad X_L = \frac{B_L}{Y^2} = \frac{0,1038}{0,05882^2} = 30 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{B_C}{Y^2} = \frac{0,0519}{0,05882^2} = 15 \text{ Ом}.$$

3.7. Загальні випадки послідовного і паралельного з'єднання елементів

Будь-яке послідовне з'єднання ідеальних елементів (рис. 3.19) можна привести до трьох послідовно з'єднаних елементів R, L, C (див. рис. 3.12) з еквівалентними опорами:

$$R = \sum_{k=1}^p R_k; \quad X_L = \sum_{k=1}^l X_{L_k}; \quad X_C = \sum_{k=1}^n X_{C_k}, \quad (3.46)$$

де p, l, n – кількості однойменних елементів, з'єднаних послідовно.

Так, наприклад, для вітки електричного кола за рис. 3.19 повний еквівалентний опір визначиться так:

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L1} - X_{C1} + X_{L2} - X_{C2})^2}.$$

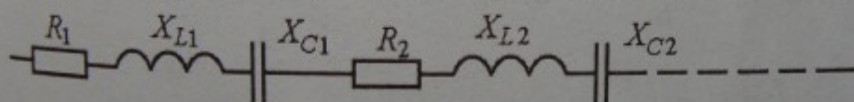


Рис. 3.19

Будь-яке паралельне з'єднання (рис. 3.20) можна привести до трьох паралельно з'єднаних елементів R, L, C (див. рис. 3.15) з еквівалентними провідностями:

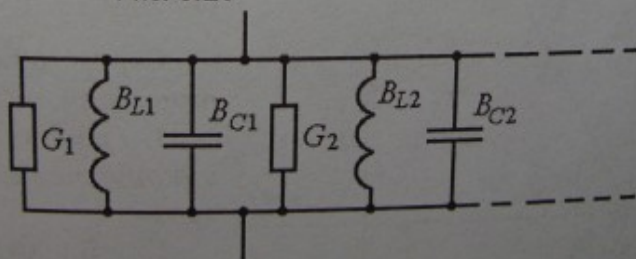


Рис. 3.20

$$G = \sum_{k=1}^p G_k; \quad B_L = \sum_{k=1}^l B_{L_k}; \quad B_C = \sum_{k=1}^n B_{C_k}, \quad (3.47)$$

де p, l, n – кількості з'єднаних паралельно однойменних елементів. Так, наприклад, для вітки електричного кола за рис. 3.20 повна еквівалентна провідність визначиться так:

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_{L1} - B_{C1} + B_{L2} - B_{C2})^2}.$$

Приклад 7. Розрахунок кола синусоїдного струму з паралельним з'єднанням приймачів електроенергії:

У схемі за рис. 3.21 задано дійоче значення напруги джерела $U = 120$ В і параметри елементів: $R_1 = 13$ Ом; $R_3 = 8$ Ом; $X_{L1} = 9,4$ Ом; $X_{L3} = 20,4$ Ом; $X_{C1} = 31,8$ Ом; $X_{C2} = 35,3$ Ом. Визначити струми приймачів і джерела.

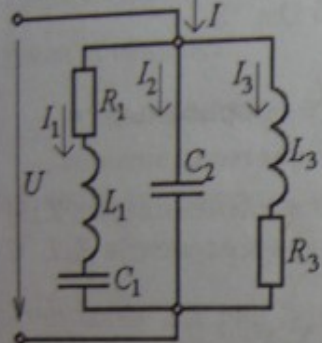


Рис. 3.21

Розв'язання. Повні опори кожної із трьох віток кола:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = 25,9 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = X_{C2} = 35,3 \text{ Ом};$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_{L3}^2} = 21,9 \text{ Ом}.$$

Струми віток і їхні фазові зсуви відносно напруги:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = 4,63 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U}{Z_2} = 3,4 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{U}{Z_3} = 5,48 \text{ А};$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1} - X_{C1}}{R_1} = \arctg \frac{9,4 - 31,8}{13} = \arctg(-1,723) = -59,9^\circ;$$

$$\varphi_2 = -90^\circ \quad (\text{ємнісний елемент з}$$

$$(3.28)); \quad \varphi_3 = \arctg \frac{X_{L3}}{R_3} = 68,6^\circ.$$

Струм джерела I визначимо трьома різними способами.

1. Графічний метод на основі використання векторної діаграми.

При її побудові на рис. 3.22 вектори будуються в указаних масштабах. Спочатку доцільно побудувати вектор напруги U , узявши його початкову фазу $\psi_u = 0$. Вектори струмів I_1 , I_2 і I_3 відносно U побудовані під кутами зсуву фаз φ_1 , φ_2 і φ_3 ; причому кути, з урахуванням їхнього знака, відкладають від струмів до напруги.

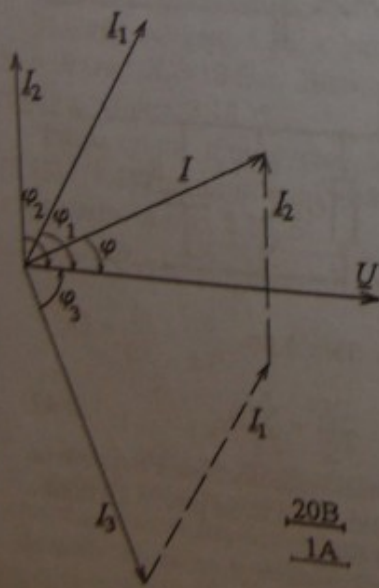


Рис. 3.22

Струм джерела отримуємо на основі першого закону Кірхгофа:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

геометричним додаванням на векторній діаграмі (рис. 3.22). Вимірюючи довжину вектора \underline{I} , отримаємо діюче значення струму $I = 5 \text{ A}$, виміряний фазовий зсув $\varphi \approx -30^\circ$ між \underline{I} і \underline{U} .

2. Більш точні результати можна отримати безпосередніми розрахунками, застосовуючи розкладання векторів струму на активні і реактивні складові: перші паралельні вектору \underline{U} , другі перпендикулярні до нього. Розкладання векторів на складові показано на векторній діаграмі (рис. 3.23), а значення складових отримані наступним чином:

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = 2,32 \text{ A};$$

$$I_{1p} = I_1 \sin \varphi_1 = -4,0 \text{ A};$$

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = 0;$$

$$I_{2p} = I_2 \sin \varphi_2 = -3,4 \text{ A};$$

$$I_{3a} = I_3 \cos \varphi_3 = 2,0 \text{ A};$$

$$I_{3p} = I_3 \sin \varphi_3 = 5,1 \text{ A}.$$

Активна і реактивна складові струму джерела і його діюче значення

$$I_a = I_{1a} + I_{2a} + I_{3a} = 4,32 \text{ A};$$

$$I_p = I_{1p} + I_{2p} + I_{3p} = -2,3 \text{ A};$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = 4,89 \text{ A};$$

фазовий зсув цього струму по відношенню до напруги $\varphi = \arctg \frac{I_p}{I_a} = -28^\circ$.

Уточнення результатів очевидно.

3. Аналітичний розрахунок з використанням провідностей.

Активні і реактивні провідності трьох віток кола на рис. 3.21 за формулами (3.43), (3.44):

$$G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{13}{25,9^2} = 0,01938 \text{ См};$$

$$B_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1^2} = \frac{9,4 - 31,8}{25,9^2} = -0,03339 \text{ См};$$

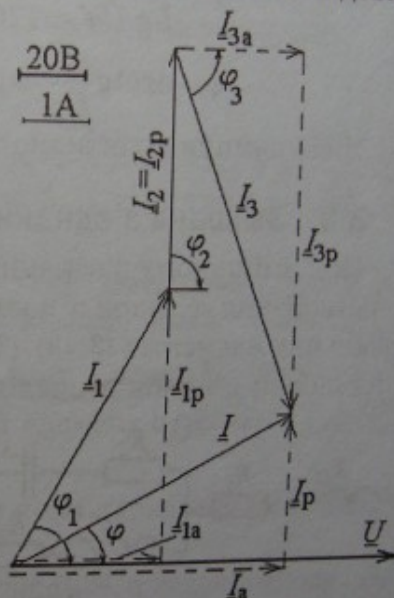


Рис. 3.23

$$G_2 = 0; \quad B_2 = \frac{-X_{C2}}{Z_2^2} = -\frac{1}{X_{C2}} = -\frac{1}{35,3} = -0,02833 \text{ См};$$

$$G_3 = \frac{R_3}{Z_3^2} = \frac{8}{21,9^2} = 0,01668 \text{ См}; \quad B_3 = \frac{X_{L3}}{Z_3^2} = \frac{20,4}{21,9^2} = 0,04253 \text{ См}.$$

Еквівалентні активна, реактивна і повна провідності всього кола:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 = 0,01938 + 0 + 0,01668 = 0,03606 \text{ См};$$

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = -0,03339 - 0,02833 + 0,04253 = -0,01919 \text{ См};$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{0,03606^2 + (-0,01919)^2} = 0,04085 \text{ См}.$$

Струм джерела і його фазовий зсув по відношенню до напруги:

$$I = UY = 120 \cdot 0,04085 = 4,902 \text{ А};$$

$$\varphi = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{-0,01919}{0,03606} = -28,02^\circ.$$

Ми отримали практично ті ж результати, що і в пункті 2.

3.8. Змішане з'єднання приймачів електроенергії

При змішаному з'єднанні приймачів використовують взаємні перетворення ділянок з послідовним і паралельним з'єднаннями ідеальних елементів (3.43), (3.44), (3.45), а також загальні випадки спрощення ділянок з послідовним (3.46) або паралельним (3.47)

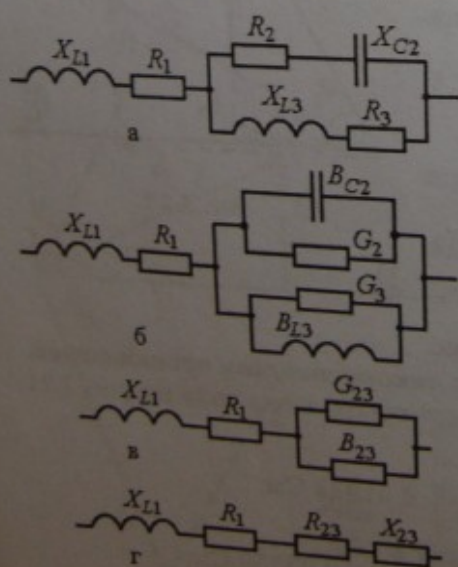


Рис. 3.24

з'єднанням ідеальних елементів. Розглянемо це на конкретному прикладі схеми заміщення, яка показана на рис. 3.24, а.

1 етап. Заміна ділянок (R_2 , X_{C2}) і (R_3 , X_{L3}) з послідовним з'єднанням елементів на ділянки з паралельним з'єднанням елементів, для яких визначаються провідності:

$$G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2}; \quad B_{C2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2};$$

$$G_3 = \frac{R_3}{Z_3^2}; \quad B_{L3} = \frac{X_{L3}}{Z_3^2};$$

де повні опори ділянок, що замінюються:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (-X_{C2})^2}; \quad Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_{L3}^2}.$$

Отримуємо еквівалентну схему, що показана на рис. 3.24, б.

2 етап. Спрощення ділянки з паралельним з'єднанням елементів, що мають провідності G_2, B_{C2}, G_3, B_{L3} , до ділянки з двома паралельно з'єднаними елементами з еквівалентними провідностями $G_{23} = G_2 + G_3; B_{23} = B_{L2} - B_{C3}$. Отримаємо еквівалентну схему за рис. 3.24, в. Реактивний елемент B_{23} буде індуктивним елементом, якщо $B_{23} > 0$, і ємнісним елементом при $B_{23} < 0$.

3 етап. Заміна паралельно з'єднаних елементів з провідностями G_{23} і B_{23} послідовно з'єднаними елементами з опорами:

$$R_{23} = \frac{G_{23}}{Y_{23}^2}; \quad X_{23} = \frac{B_{23}}{Y_{23}^2},$$

де повна провідність ділянки, що змінюється, $Y_{23} = \sqrt{G_{23}^2 + B_{23}^2}$. Отримаємо еквівалентна схема за рис. 3.24, г, де тип елемента X_{23} відповідає типу елемента B_{23} .

4 етап. Еквівалентний повний опір послідовно з'єднаних елементів (рис. 3.24, г), і, отже, всього кола (рис. 3.24, а)

$Z_E = \sqrt{(R_1 + R_{23})^2 + (X_{L1} \pm X_{23})^2}$, де знак перед X_{23} береться в залежності від того, який ідеальний елемент отримано для X_{23} , індуктивний або ємнісний.

Приклад 8. Розрахунок ділянки кола зі змішаним з'єднанням приймачів електроенергії.

Нехай для електричного кола на рис. 3.24, а задано: діюче значення напруги $U=100$ В; опори елементів $R_1=8$ Ом; $X_{L1}=15$ Ом; $R_2=30$ Ом; $X_{C2}=30$ Ом; $R_3=45$ Ом; $X_{L3}=60$ Ом. Визначити струми у вітках кола, напруги на її ділянках, побудувати векторну діаграму.

Для розв'язання поставленої задачі перерисуємо надану схему з позначеннями струмів і напруг (рис. 3.25).

У відповідності з уже розглянутими еквівалентними перетвореннями за схемами на рис. 3.24 розрахуємо еквівалентні провідності й опори.

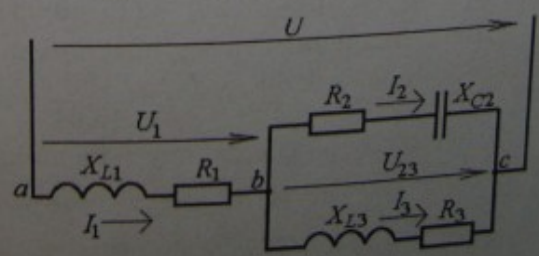


Рис. 3.25

Повні опори, активні і реактивні провідності віток на ділянці кола bc :

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (-X_{C2})^2} = \sqrt{30^2 + (-30)^2} = 42,43 \text{ Ом};$$

$$G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{30}{42,43^2} = 0,01667 \text{ См};$$

$$B_{C2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2} = \frac{30}{42,43^2} = 0,01667 \text{ См};$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_{L3}^2} = \sqrt{45^2 + 60^2} = 75 \text{ Ом};$$

$$G_3 = \frac{R_3}{Z_3^2} = \frac{45}{75^2} = 0,008 \text{ См}; \quad B_{L3} = \frac{X_{L3}}{Z_3^2} = \frac{60}{75^2} = 0,01067 \text{ См}.$$

Еквівалентні активна, реактивна і повна провідності ділянки bc :

$$G_{23} = G_2 + G_3 = 0,01667 + 0,008 = 0,02467 \text{ См};$$

$$B_{23} = B_{L3} - B_{C2} = 0,01067 - 0,01667 = -0,00600 \text{ См};$$

$$Y_{23} = \sqrt{G_{23}^2 + B_{23}^2} = \sqrt{0,02467^2 + (-0,006)^2} = 0,02538 \text{ См}.$$

Еквівалентні активний і реактивний опори ділянки bc :

$$R_{23} = \frac{G_{23}}{Y_{23}^2} = \frac{0,02467}{0,02538^2} = 38,29 \text{ Ом};$$

$$X_{23} = \frac{B_{23}}{Y_{23}^2} = \frac{-0,006}{0,02538^2} = -9,031 \text{ Ом}.$$

Еквівалентний повний опір усього кола:

$$Z_E = \sqrt{(R_1 + R_{23})^2 + (X_{L1} + X_{23})^2} = \\ = \sqrt{(8 + 38,29)^2 + (15 - 9,031)^2} = 46,64 \text{ Ом}.$$

Діюче значення струму, що споживається із мережі:

$$I_1 = \frac{U}{Z_E} = \frac{100}{46,64} = 2,145 \text{ А}.$$

Повний опір і спад напруги на ділянці ab :

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17 \text{ Ом};$$

$$U_1 = Z_1 I_1 = 17 \cdot 2,145 = 36,47 \text{ В}.$$

Спад напруги на ділянці bc і струми у вітках цієї ділянки:

$$U_{23} = \frac{I_1}{Y_{23}} = \frac{2,145}{0,02538} = 84,52 \text{ В};$$

$$I_2 = \frac{U_{23}}{Z_2} = \frac{84,52}{42,43} = 1,992 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{U_{23}}{Z_3} = \frac{84,52}{75} = 1,127 \text{ А}.$$

Фазові зсуви між напругами і струмами:

$$\text{між } U \text{ і } I_1: \varphi = \arctg \frac{X_{L1} + X_{23}}{R_1 + R_{23}} = \arctg \frac{15 - 9,031}{8 + 38,29} = 7,01^\circ;$$

$$\text{між } U_1 \text{ і } I_1: \varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1}}{R_1} = \arctg \frac{15}{8} = 61,9^\circ;$$

$$\text{між } U_{23} \text{ і } I_1: \varphi_{23} = \arctg \frac{X_{23}}{R_{23}} = \arctg \frac{-9,031}{38,29} = -13,7^\circ;$$

$$\text{між } U_{23} \text{ і } I_2: \varphi_2 = \arctg \frac{-X_{C2}}{R_2} = \arctg \frac{-30}{30} = -45^\circ;$$

$$\text{між } U_{23} \text{ і } I_3: \varphi_3 = \arctg \frac{X_{L3}}{R_3} = \arctg \frac{60}{45} = 51,3^\circ.$$

Векторна діаграма побудована на рис. 3.26 в указаних масштабах напруг і струмів. Першим у довільному напрямку відкладений вектор напруги джерела \underline{U} . Відносно нього під кутом φ проведено вектор струму \underline{I}_1 . Далі відносно \underline{I}_1 проведені вектори напруг \underline{U}_1

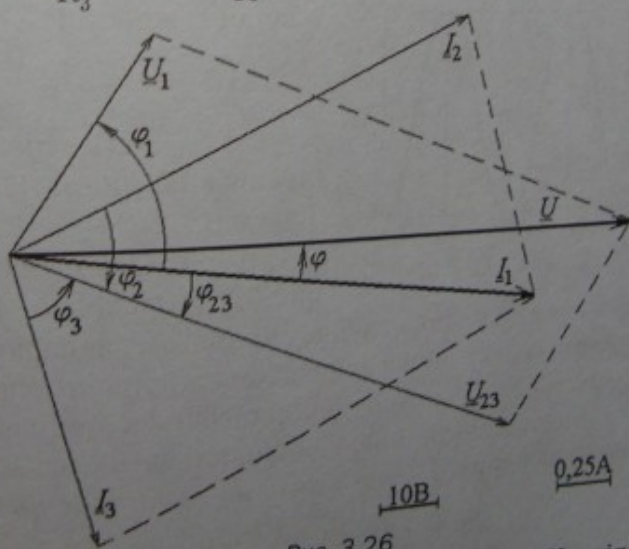


Рис. 3.26

По відношенню до \underline{U}_{23} під кутами φ_2 і φ_3 проведені вектори струмів \underline{I}_2 і \underline{I}_3 (кути з урахуванням їхнього конкретного знака відкладаються від вектора струму до вектора напруги, причому позитивний напрямку кутів — проти руху стрілок годинника).

Перевірка виконується за векторною діаграмою на підставі першого і другого законів Кірхгофа: $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$; $\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_{23}$.

3.9. Потужність у колах синусоїдного струму

3.9.1. Потужність на ідеальних елементах

У всіх випадках візьмемо довільно початкову фазу струму

$\Psi_i = 0$ і будемо виходити із такої його синусоїдної функції:

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (3.48)$$

Будемо також користуватися відомою із тригонометрії формулою:

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)],$$

де α і β — деякі кути.

1. Ідеальний резистивний елемент R (рис. 3.27). Початкові фази напруги і струму на елементі, що розглядається, збігаються (див. рис. 3.8): $\Psi_u = \Psi_i$, тому в даному випадку маємо таку функцію напруги: $u = U_m \sin \omega t$.

Визначимо аналітичну функцію миттєвої потужності (1.27):

$$\begin{aligned} p_R &= ui = U_m I_m \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \\ &= UI(1 - \cos 2\omega t), \end{aligned} \quad (3.49)$$

(враховано, що за (3.7), (3.8) $U_m = \sqrt{2}U$, $I_m = \sqrt{2}I$).

Графік цієї функції $p_R(t)$ подано на рис. 3.27. Очевидно, що ця потужність завжди тільки позитивна (у крайньому випадку — нульова). Таким чином, резистивним елементом електрична енергія забирається із мережі безповоротно (перетворюється в теплову енергію).

Енергетичний процес оцінюється середнім значенням потужності за період T — це *активна потужність* (1.31):

$$P_R = \frac{1}{T} \int_0^T p_R dt = \frac{UI}{T} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt = UI. \quad (3.50)$$

Активну потужність на ідеальному резистивному елементі можна подати ще так:

$$P_R = U_R I = RI^2, \quad (3.51)$$

з урахуванням (3.19). Вона вимірюється в [Вт] (для наочності до напруги додали індекс R).

2. Ідеальний індуктивний елемент L (рис. 3.28). На цьому елементі початкова фаза напруги з (3.21) $\Psi_u = \Psi_i + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$. Тому при

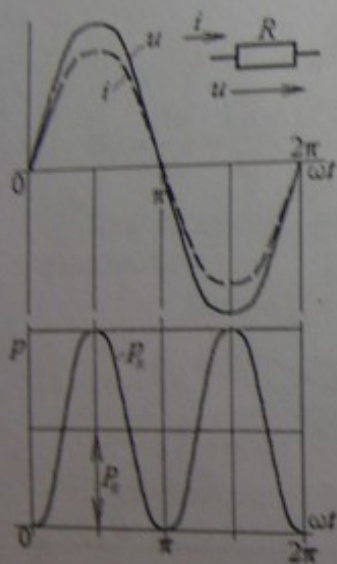


Рис. 3.27

функції струму (3.48) маємо відповідні функції напруги $u = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ і миттєвої потужності:

$$p_L = ui = \frac{U_m I_m}{2} \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \right] = UI \sin 2\omega t. \quad (3.52)$$

Графіки часових функцій струму, напруги і потужності подані на рис. 3.28.

У цьому разі середня за період, тобто активна потужність (1.31) $P = 0$. Отже енергія в цілому не витрачається, а відбувається коливальний процес: якщо $p_L > 0$, то енергія забирається із мережі і запасастся в магнітному полі; якщо $p_L < 0$, то енергія повертається до мережі.

Енергетичний процес оцінюється амплітудою коливання потужності, що позначається Q_L і називається реактивною потужністю індуктивного елемента (вимірюється у [вар] – вольт-ампер реактивний). З (3.52) ця амплітуда потужності:

$$Q_L = U_L I = X_L I^2, \quad (3.53)$$

з урахуванням (3.23) (до U додали індекс L).

3. Ідеальний ємнісний елемент C (рис. 3.29). На цьому еле-

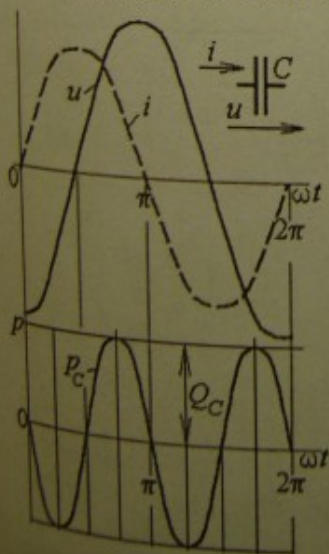


Рис. 3.29

менті початкова фаза напруги з (3.25) $\Psi_u = \Psi_i - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$. Тому при заданій функції струму (3.48) маємо відповідні функції напруги $u = U_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ і миттєвої потужності:

$$p_C = ui = \frac{U_m I_m}{2} \left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right] = -UI \sin 2\omega t. \quad (3.54)$$

Графіки всіх функцій показані на рис. 3.29. Середнє значення потужності (1.31) $P = 0$ і енергія в цілому не витрачається.

І в цьому випадку відбувається коливальний процес перекачки енергії. Вона то споживається із мережі і запасається в електричному полі ($p_C > 0$), то повертається до мережі ($p_C < 0$).

Амплітуда коливань потужності в (3.54) – реактивна ємнісна потужність [вар]:

$$Q_C = U_C I = X_C I^2, \quad (3.55)$$

з урахуванням (3.27) (для наочності до напруги додали індекс C).

3.9.2. Потужність на ділянці кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів R, L, C

Задача полягає в тому, щоб виразити потужність кола за рис. 3.30 через величини вхідних напруги $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ і струму $i = I_m \sin \omega t$, де $\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ – фазовий зсув (3.33)

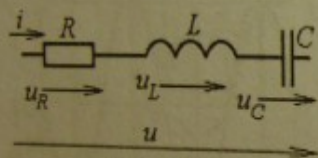


Рис. 3.30

між ними. Для прикладу візьмо $\varphi = \frac{\pi}{3}$ і покажемо графіки функцій напруги і струму на рис. 3.31.

Миттєва потужність $p = ui$. При поточковому помноженні на рис. 3.31

побудуємо графік цієї функції.

Для її аналітичного виразу скористуємося раніше виведеними формулами миттєвих потужностей (3.49), (3.52) і (3.54) окремих елементів з урахуванням того, що вони кожний має свою напругу, але один і той же струм. Тоді миттєва потужність усієї ділянки кола, що розглядається на рис. 3.30:

$$p = p_R + p_L + p_C = U_R I (1 - \cos 2\omega t) + (U_L I - U_C I) \sin 2\omega t. \quad (3.56)$$

Середнє значення потужності P , показане на рис. 3.31, – активна потужність. Вона забезпечується тільки додатком p_R , тобто безпосередньо зв'язана тільки з резистивним елементом. Тому, з урахуванням раніше отриманої формули (3.51), маємо: $P = U_R I = R I^2$.

Скористаємося трикутником опорів (рис. 3.32) із якого впливає $R = Z \cos \varphi$. Тоді $P = R \cdot I \cdot I = Z \cdot I \cdot I \cdot \cos \varphi$

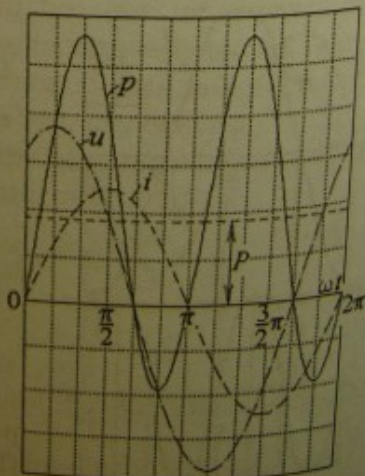


Рис. 3.31

або, з урахуванням того, що діюче значення загальної напруги ділянки кола за рис. 3.30 і формулою (3.31) $U = ZI$, отримуємо формулу активної потужності [Вт]:

$$P = UI \cos \varphi. \quad (3.57)$$

Доданки p_L і p_C дають середнє значення, що дорівнює нулю. Тому при $\sin 2\omega t$ в (3.56) стоїть амплітуда коливань потужності — реактивна потужність Q . Її формулу отримуємо з урахуванням тих же співвідношень — за законом Ома $U = ZI$, $U_L = X_L I$, $U_C = X_C I$ і з трикутника опорів, де $X_L - X_C = Z \sin \varphi$.

Конкретно:

$$\begin{aligned} Q &= U_L I - U_C I = (U_L - U_C) I = (X_L I - X_C I) I = \\ &= (X_L - X_C) \cdot I \cdot I = Z \cdot I \cdot I \cdot \sin \varphi, \end{aligned}$$

або

$$Q = UI \sin \varphi \quad (3.58)$$

— реактивна потужність [вар] усієї ділянки кола, яка характеризує коливальний процес обміну енергією між мережею і цією ділянкою.

Окрім активної і реактивної потужностей введено поняття повної (або уявної) потужності:

$$S = UI. \quad (3.59)$$

Ця потужність використовується як оцінка потенційних можливостей кола, що розглядається, або будь-якого іншого пристрою. Одиниця вимірювання S — [В·А] (вольт-ампер).

Номінальна потужність ряду пристроїв змінного струму звичайно задається саме повною потужністю.

Розглянуті потужності знаходяться в квадратурі:

$$S^2 = P^2 + Q^2, \quad (3.60)$$

що ілюструє трикутник потужностей на рис. 3.33.

Приклад 9. Розрахунок потужностей на ділянці кола з послідовним з'єднанням ідеальних елементів.

Нехай для електричного кола за рис. 3.30 задано: діюче значення напруги $U = 100$ В; опори елементів $R = 40$ Ом; $X_L = 30$ Ом; $X_C = 60$ Ом. Визначити потужності для цієї ділянки кола.

Діюче значення струму та фазовий зсув між напругою U і струмом I :

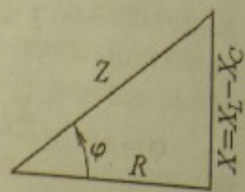


Рис. 3.32

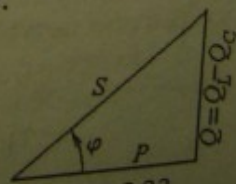


Рис. 3.33

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A};$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{30 - 60}{40} = \arctg(-0,75) = -36,9^\circ.$$

Повна, активна і реактивна потужності ділянки кола:

$$S = UI = 100 \cdot 2 = 200 \text{ ВА};$$

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 2 \cdot \cos(-36,9^\circ) = 160 \text{ Вт};$$

$$Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 2 \cdot \sin(-36,9^\circ) = -120 \text{ вар.}$$

Потужності окремих елементів $P_R = RI^2 = 40 \cdot 2^2 = 160 \text{ Вт};$

$Q_L = X_L I^2 = 30 \cdot 2^2 = 120 \text{ вар.}$ $Q_C = X_C I^2 = 60 \cdot 2^2 = 240 \text{ вар.}$

Очевидно, що потужності всієї ділянки дорівнюють потужностям, які отримуються приймачами: $P = P_R$; $Q = Q_L - Q_C$.

3.9.3. Потужності в загальному випадку кола синусоїдного струму

Загальний випадок кола синусоїдного струму подамо у вигляді деякого пасивного двополюсника Π , усередині якого може бути будь-яке електричне коло з будь-яким набором пасивних елементів R, L, C .

Нехай на входних затискачах пасивного двополюсника Π (рис. 3.34) існують напруга і струм з діючими значеннями U, I , фазовий зсув між ними — φ .

Будь-яке коло може бути перетворено до простішого, тобто до трьох послідовно з'єднаних ідеальних елементів (див. рис. 3.30) при збереженні на зовнішніх затискачах величин U, I, φ . Тому скористаємося і в загальному випадку вже виведеними для випадку на рис. 3.30 формулами повної (3.59), активної (3.57) і реактивної (3.58) потужностей:

$$S = UI; \quad P = UI \cos \varphi; \quad Q = UI \sin \varphi. \quad (3.61)$$

Ці ж формули можна отримати, використовуючи загальні вирази для струму і напруги на вході двополюсника: $i = I_m \sin \omega t$ (беремо $\psi_1 = 0$); $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$.

Миттєва потужність:

$$\begin{aligned} p &= ui = \frac{I_m U_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] = \\ &= UI [\cos \varphi - \cos \varphi \cos 2\omega t + \sin \varphi \sin 2\omega t] = \\ &= UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) + UI \sin \varphi \sin 2\omega t = p_a + p_p. \end{aligned} \quad (3.62)$$

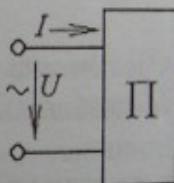


Рис. 3.34

Тут перша частина — $P_a = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t)$ залишається завжди позитивною і характеризує безповоротне отримання енергії із середньою потужністю $P = UI \cos \varphi$, що, як і раніше (3.61), називається активною потужністю.

Друга частина — $P_p = UI \sin \varphi \sin 2\omega t$ має середнє значення, що дорівнює нулю, і характеризує коливання енергії між мережею і двополосником-приймачем. Амплітуда коливання потужності $Q = UI \sin \varphi$ (3.61), як і раніше, називається реактивною потужністю.

3.9.4. Баланс потужності у колах синусоїдного струму

Сума потужностей, що виробляються всіма джерелами (∂) в даному колі, дорівнює сумі потужностей, що споживаються приймачами (Π) в цьому ж колі.

Для кола *постійного струму* (це вже раніше розглядалося у прикладі (1.33)):

$$\sum_{k=1}^n P_{\partial, k} = \sum_{k=1}^m P_{\Pi, k}; \quad P_{\partial} = EI; \quad P_{\Pi} = UI = RI^2, \quad (3.63)$$

де n — кількість джерел, m — кількість приймачів.

Для кола *синусоїдного струму* має силу баланс миттєвих потужностей (1.32), але практично баланс складається окремо за активними потужностями й окремо за реактивними потужностями, тобто:

$$\sum_{k=1}^n P_{\partial, k} = \sum_{k=1}^m P_{\Pi, k}; \quad \sum_{k=1}^n Q_{\partial, k} = \sum_{k=1}^m Q_{\Pi, k}, \quad (3.64)$$

де активні потужності завжди позитивні, а реактивні потужності повинні підсумуватися алгебраїчно, бо можуть мати як позитивний, так і негативний знаки, що підтверджується варіантом формул для них:

$$Q_L = X_L I^2; \quad Q_C = X_C I^2; \quad Q = Q_L - Q_C = X_L I^2 - X_C I^2. \quad (3.65)$$

Приклад 10. Розрахунок потужності в колі синусоїдного струму зі змішаним з'єднанням елементів і складання балансу потужності.

Для прикладу скористасмося електричним колом за рис. 3.25, де були задані діюче значення напруги $U = 100$ В; опори елементів $R_1 = 8$ Ом; $X_{L1} = 15$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $X_{C2} = 30$ Ом; $R_3 = 45$ Ом; $X_{L3} = 60$ Ом, а потім визначено діючі значення струмів у вітках і напруг на його ділянках, а також фазові зсуви між відповідними напругами і струмами:

$$I_1 = 2,145 \text{ А}, \quad U_1 = 36,47 \text{ В}; \quad U_{23} = 84,52 \text{ В}; \quad I_2 = 1,992 \text{ А}; \quad I_3 = 1,127 \text{ А}; \\ \varphi = 7,01^\circ; \quad \varphi_1 = 61,9^\circ; \quad \varphi_2 = -45^\circ; \quad \varphi_3 = 51,3^\circ.$$

На основі цього можна розрахувати потужності, що споживаються із мережі:

$$S = UI_1 = 100 \cdot 2,145 = 214,5 \text{ ВА};$$

$$P = UI_1 \cos \varphi = 100 \cdot 2,145 \cos 7,01^\circ = 212,9 \text{ Вт};$$

$$Q = UI_1 \sin \varphi = 100 \cdot 2,145 \sin 7,01^\circ = 26,2 \text{ вар},$$

а також потужності у трьох вітках кола:

$$S_1 = U_1 I_1 = 36,47 \cdot 2,145 = 78,2 \text{ ВА};$$

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 36,47 \cdot 2,145 \cos 61,9^\circ = 36,8 \text{ Вт};$$

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 = 36,47 \cdot 2,145 \sin 61,9^\circ = 69,0 \text{ вар};$$

$$S_2 = U_{23} I_2 = 84,52 \cdot 1,992 = 168,2 \text{ ВА};$$

$$P_2 = U_{23} I_2 \cos \varphi_2 = 84,52 \cdot 1,992 \cos(-45^\circ) = 119,0 \text{ Вт};$$

$$Q_2 = U_{23} I_2 \sin \varphi_2 = 84,52 \cdot 1,992 \sin(-45^\circ) = -119,0 \text{ вар};$$

$$S_3 = U_{23} I_3 = 84,52 \cdot 1,127 = 95,2 \text{ ВА};$$

$$P_3 = U_{23} I_3 \cos \varphi_3 = 84,52 \cdot 1,127 \cos 51,3^\circ = 57,1 \text{ Вт};$$

$$Q_3 = U_{23} I_3 \sin \varphi_3 = 84,52 \cdot 1,127 \sin 51,3^\circ = 76,1 \text{ вар}.$$

Баланс активних і реактивних потужностей:

$$P = P_1 + P_2 + P_3; 212,9 = 36,8 + 119,0 + 57,1 \text{ або } 212,9 \text{ Вт} = 212,9 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3; 26,2 \approx 69,0 - 119,0 + 76,1 \text{ або } 26,2 \text{ вар} \approx 26,1 \text{ вар}.$$

Таким чином, баланс потужностей практично збігається.

3.10. Отримання параметрів схем заміщення пасивного двополюсника

Споживачі електроенергії у своїй більшості можуть розглядатися як пасивні двополюсники (див. рис. 3.34), тобто як деякі об'єкти, що мають два вхідних затискача (полюса). Для розрахунку електричних кіл, у які входять ці споживачі, їх необхідно подавати у вигляді електричних схем заміщення. Розглянемо принцип побудови таких схем для деякого пасивного двополюсника.

Основою розв'язання такої задачі є проведення експерименту за схемою, що подана на рис. 3.35. Двополюсник живиться змінною напругою з частотою f і за допомогою приладів вимірюємо:

вольтметром V — діюче значення напруги U , амперметром A — діюче значення струму I , фазометром φ — фазовий зсув φ між струмом і напругою.

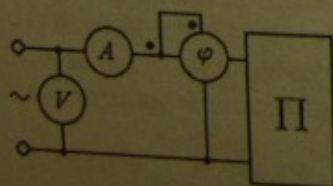


Рис. 3.35

З використанням цих даних виконуємо наступні дії.

Двополюсник має повний опір $Z = \frac{U}{I}$ на підставі (3.31).

На векторній діаграмі (рис. 3.36) будуються вектори напруги \underline{U} і струму \underline{I} . Вектор \underline{U} розкладається на дві складові відносно вектора струму \underline{I} , тобто $\underline{U} = \underline{U}_a + \underline{U}_p$. Складова \underline{U}_a , паралельна вектору струму — активна; перпендикулярна йому — \underline{U}_p — реактивна. Отримана сума напруг відповідає двом послідовним ділянкам кола, тому і у схемі заміщення слід у загальному випадку зобразити два послідовно з'єднаних елемента, що мають активний і реактивний опори. Ці опори визначаються на основі відомого трикутника опорів (рис. 3.32 або рис. 3.13, в):

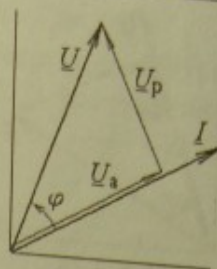


Рис. 3.36

$$R = Z \cos \varphi; \quad X = Z \sin \varphi. \quad (3.66)$$

Для активного опору варіант значень такий: $R \geq 0$ — з урахуванням відомого діапазону $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

Реактивний опір X утворюється, як раніше встановлено (3.34), з індуктивного і ємнісного опорів: $X = X_L - X_C$. Тому, з урахуванням указанного діапазону змінювання φ , маємо варіанти:

- 1) при $\varphi > 0$ буде $X > 0$, — тоді $X_L = X$;
- 2) при $\varphi < 0$ буде $X < 0$, — тоді $X_C = -X$.

Відповідні варіанти схеми заміщення подані на рис. 3.37, а, б.

Можуть бути ще 3 часткові випадки, коли залишається тільки один елемент (рис. 3.37, в, г, д), що відповідає $\varphi = 0$; $\varphi = 90^\circ$ і $\varphi = -90^\circ$.

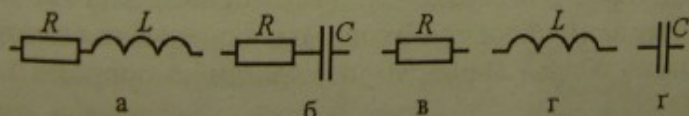


Рис. 3.37

Таким чином, вигляд схеми заміщення визначається кутом φ і знаком перед ним.

Це був випадок з послідовним з'єднанням елементів і тут використовувались опори.

Двополюсник можна подати ще паралельною схемою заміщення. У цьому випадку той же двополюсник Π характеризується повною провідністю $Y = \frac{I}{U}$ на підставі (3.40), а вектор струму розкладається на складові $I = I_a - I_p$, де активна складова

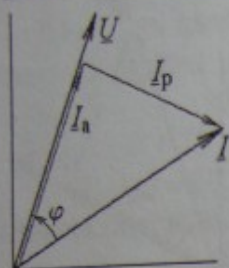


Рис. 3.38

I_a – паралельна, а реактивна I_p – перпендикулярна вектору напруги U (рис. 3.38). Сума струмів нагадує перший закон Кірхгофа і відповідає розгалужуванню струму на дві паралельні вітки з активною і реактивною провідностями (див. трикутник провідностей на рис. 3.16, в):

$$G = Y \cos \varphi; \quad B = Y \sin \varphi. \quad (3.67)$$

Реактивна провідність складається з індуктивної та ємнісної провідностей (3.39) $B = B_L - B_C$ і тут знов можливі варіанти: 1) при $\varphi > 0$ буде $B > 0$, тоді $B_L = B$; 2) при $\varphi < 0$ буде $B < 0$, тоді $B_C = -B$. Відповідні варіанти схеми заміщення подані на рис. 3.39, а, б.

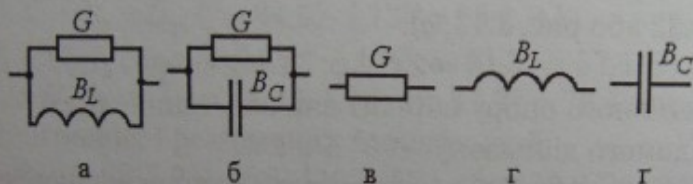


Рис. 3.39

Можливі ще три окремі випадки, коли є тільки один елемент (рис. 3.39, в, г, г), при $\varphi = 0$; $\varphi = 90^\circ$; $\varphi = -90^\circ$, відповідно.

Приклад 11. Побудова електричної схеми заміщення пасивного двополюсника.

Нехай для приймача електроенергії, що досліджувався за схемою на рис. 3.35, отримано: діючі значення напруги $U = 120$ В і струму $I = 3$ А, фазовий зсув $\varphi = -60^\circ$; частота напруги $f = 50$ Гц. Побудувати схему заміщення приймача і визначити її параметри.

Здійснимо обидва варіанти розв'язання: з опорамі і провідностями.

Повний, активний і реактивний опори $Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{3} = 40$ Ом;

$R = Z \cos \varphi = 40 \cos(-60^\circ) = 20$ Ом; $X = Z \sin \varphi = 40 \sin(-60^\circ) = -34,6$ Ом.

Маємо $X < 0$, отже $X_C = -X = 34,6$ Ом. Відповідний варіант

схеми заміщення подано на рис. 3.37, б. З урахуванням того, що за

(3.26) і (3.5) $X_C = \frac{1}{2\pi f C}$, маємо значення ємності $C = \frac{1}{2\pi f X_C} =$

$= 92 \cdot 10^{-6}$ Ф = 92 мкФ.

Повна, активна і реактивна провідності.

$Y = \frac{I}{U} = \frac{3}{120} = 0,025$ См; $G = Y \cos \varphi = 0,025 \cos(-60^\circ) = 0,0125$ См;

$$B = Y \sin \varphi = 0,025 \sin(-60^\circ) = -0,02165 \text{ См.}$$

Маємо $B < 0$, отже $B_C = -B = 0,02165 \text{ См.}$ Відповідний варіант схеми заміщення зображено на рис. 3.39, б. З урахуванням того, що на основі (3.37) для одиночного елемента $B_C = \frac{1}{X_C} = 2\pi fC$, маємо значення ємності:

$$C = \frac{B_C}{2\pi f} = 68,9 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 68,9 \text{ мкФ.}$$

3.11. Резонансні явища в колах синусоїдного струму

В електричному колі, що містить індуктивні і ємнісні накопичувачі енергії, можуть накладатися два процеси її передачі за допомогою протікання струмів і розподілу напруг.

Перший процес виникає під впливом напруги зовнішнього джерела і він відбувається з частотою f , яку задає джерело.

У середині кола може також відбуватися процес обміну енергією між індуктивними і ємнісними елементами — її накопичувачами. І, якщо напругу зовнішнього джерела встановити такою, що дорівнює нулю, то такий обмін відбувається з частотою власних коливань f_0 , яка залежить від параметрів елементів даного кола. При збігу частот зовнішніх і власних коливань ($f=f_0$) виникає явище **резонансу**. Стан резонансу можна зафіксувати, вимірюючи фазовий зсув φ між струмом I і напругою U на входних затискачах кола. При резонансі кут $\varphi=0$, незважаючи на наявність в колі індуктивних і ємнісних елементів.

Прийнято виділяти два випадки резонансу, які ми розглянемо далі.

1. Резонанс напруг — може виникнути при послідовному з'єднанні індуктивного і ємнісного елементів — типова схема за рис. 3.40. Наявність R є не обов'язковим, хоча звичайно цей елемент присутній.

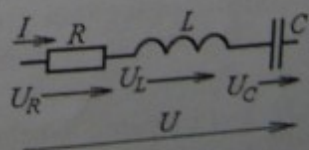


Рис. 3.40

Для цієї схеми фазовий зсув (3.33) $\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ і із загальної умови резонансу $\varphi = 0$ випливає умова виникнення резонансу напруг:

$$X_L = X_C, \quad (3.68)$$

або на підставі (3.22) і (3.26) те ж саме $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. Із останнього маємо $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — це резонансна кутова частота. Її досягнення

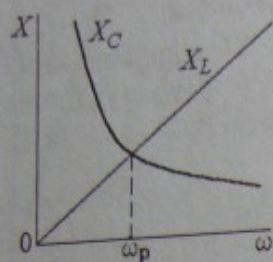


Рис. 3.41

ілюструють залежності $X_L = \omega L$, $X_C = \frac{1}{\omega C}$, що подані на рис. 3.41.

Є два способи досягнення резонансу:

- параметричний резонанс можна отримати, підбираючи відповідні параметри L і C при заданій кутовій частоті ω ;
- частотний резонанс досягається підбиранням частоти джерела живлення $\omega = 2\pi f$ при заданих L і C .

При резонансі ряд величин мають конкретне значення або співвідношення і це називають *наслідками резонансу*. А конкретно розглянемо наступні наслідки.

При резонансі повний опір мінімальний: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$, а струм $I = \frac{U}{Z}$ — максимальний.

Ще при резонансі $U_L = U_C$, тому що $X_L I = X_C I$, і це дає специфічну векторну діаграму (рис. 3.42), де $\underline{U} = \underline{U}_R$.

Співвідношення $D = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$ — добротність (показує, у скільки разів можна посилити прикладену напругу; в принципі — в будь-яке число разів). Підсилення U використовується практично, а з іншого боку це належить урахувати з точки зору безпеки при непередбаченому резонансі.

При резонансі реактивна потужність $Q = UI \sin \phi = 0$, тому що $Q_L = Q_C$; повна й активна потужності $S = P = UI$.

2. Резонанс струмів

можливий у схемі, що відповідає рис. 3.43, якщо фазовий зсув $\phi = 0$ між струмом I і напругою U на входних затискачах (обов'язково в одній із віток є індуктивний $X_{L1} = \omega L_1$, в іншій — ємнісний $X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2}$ опори).

Визначимо конкретне співвідношення параметрів елементів схеми, що забезпечує стан резонансу струмів.

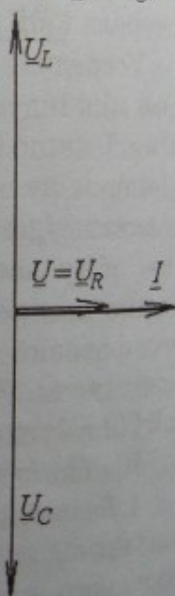


Рис. 3.42

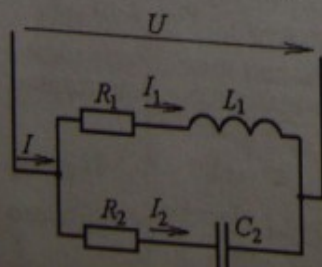


Рис. 3.43

Перетворимо послідовні з'єднання елементів на ділянках кола (рис. 3.43) в паралельні (рис. 3.44), знаходячи провідності на підставі (3.43), (3.44):

$$B_{L1} = \frac{X_{L1}}{Z_1^2}; G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}; B_{C2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2}; G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2},$$

$$\text{де } Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}; Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2}.$$

Еквівалентні (3.47) активна і реактивна провідності $G = G_1 + G_2$; $B = B_{L1} - B_{C2}$ дають фазовий зсув (3.41) між напругою і струмом на входніх затискачах:

$$\varphi = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{B_{L1} - B_{C2}}{G}.$$

При $\varphi = 0$ повинно бути $B_{L1} - B_{C2} = 0$. І звідси отримуємо умову резонансу струмів:

$$B_{L1} = B_{C2}, \quad (3.69)$$

$$\text{або } \frac{X_{L1}}{Z_1^2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2}, \text{ або } \frac{X_{L1}}{R_1^2 + X_{L1}^2} = \frac{X_{C2}}{R_2^2 + X_{C2}^2}.$$

Проілюструємо цю ситуацію векторною діаграмою (рис. 3.45), для побудови якої використані активні і реактивні складові струмів на підставі (3.36) і рис. 3.38:

$$I_{1a} = UG_1; I_{1p} = UB_{L1}; I_{2a} = UG_2; I_{2p} = UB_{C2}.$$

На діаграмі обов'язково має бути отримано $\varphi = 0$, тому що реактивні скла-

дові струмів паралельних віток однакові і їхні вектори спрямовані назустріч один одному: $I_{2p} = -I_{1p}$.

Наслідки резонансу струмів:

Повна провідність усього кола (3.38) $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = G$ буде мінімальною, відповідно, при резонансі отримаємо мінімальний струм $I = UY$ (3.40), що споживається із мережі.

Реактивні потужності за (3.53) і (3.55) $Q_L = X_{L1}I_1^2$; $Q_C = X_{C2}I_2^2$. При резонансі струмів загальна реактивна потужність за (3.61) і (3.65) $Q = UI \sin \varphi = Q_L - Q_C = 0$, тобто $Q_L = Q_C$.

Резонанс струмів можна використовувати для підсилення струму. Якщо змінювати параметри кола так, щоб одночасно

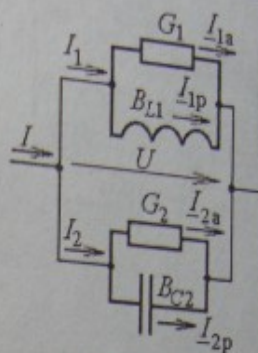


Рис. 3.44

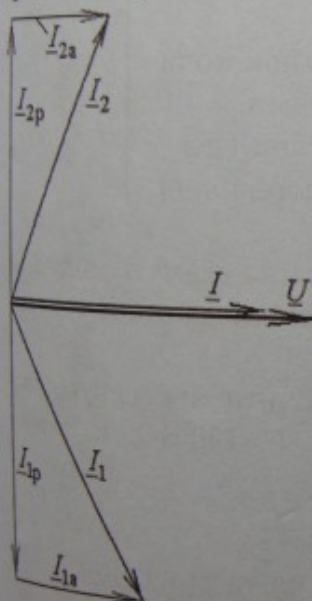


Рис. 3.45

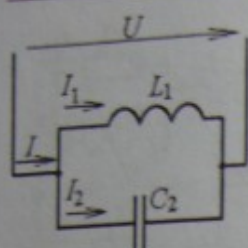


Рис. 3.46

$I_1 = I_2$, а $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0$, що показано на векторній діаграмі (рис. 3.47). Тобто має місце нескінчене підсилення струму.

Приклад 12. Порівнювальний розрахунок кола синусоїдного струму з резонансними станами.

Перед тим як розглядати резонансні стани електричного кола зробимо (для подальших порівнянь) підготовчий розрахунок.

Нехай є котушка індуктивності, електрична схема заміщення якої подана на рис. 3.48 і опори її елементів складають $R=10$ Ом; $X_L=30$ Ом.

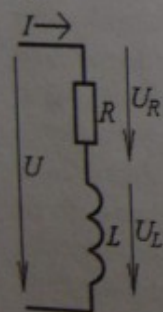


Рис. 3.48

Якщо цю котушку включити на синусоїдну напругу з діючим значенням $U=100$ В і частотою $f=50$ Гц, то можна визначити:

– повний опір ділянки кола:

$$Z_k = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = 31,62 \text{ Ом};$$

– діючі значення струму і напруг на ідеальних елементах: $I = \frac{U}{Z_k} = \frac{100}{31,62} = 3,16$ А; $U_R = RI = 10 \cdot 3,16 = 31,6$ В;

$$U_L = X_L I = 30 \cdot 3,16 = 94 \text{ В};$$

– фазовий зсув між напругою U і струмом I :

$$\varphi_k = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{10} = \arctg 3 = 71,6^\circ.$$

Результати цих розрахунків проілюстровані на рис. 3.49 векторною діаграмою.

Активна і реактивна потужності, що споживаються із мережі:

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 3,16 \cdot \cos(71,6^\circ) = 100 \text{ Вт};$$

зростали реактивні провідності, то співвідношення $\frac{I_1}{I}$ або $\frac{I_2}{I}$ також будуть зростати.

Особливо наочно це в частковому випадку, коли в паралельних вітках є тільки по одному реактивному елементу (рис. 3.46): при резонансі тут $B_{L1} = B_{C2}$ або (тільки в цьому окремому випадку) $\frac{1}{X_{L1}} = \frac{1}{X_{C2}}$, тому

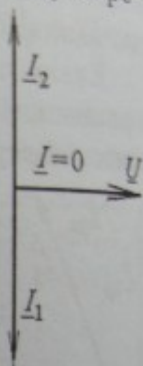


Рис. 3.47

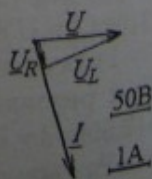


Рис. 3.49

$$Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 3,16 \cdot \sin(71,6^\circ) = 300 \text{ вар.}$$

Тепер послідовно до котушки індуктивності підключимо конденсатор, щоб забезпечити резонанс напруг. Збережемо те ж джерело живлення і здійснимо розрахунок нового електричного кола (рис. 3.50).

З умови резонансу напруг (3.68) маємо опір ємнісного елемента $X_C = X_L = 30 \text{ Ом}$ і його ємність з (3.26):

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = 106 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 106 \text{ мкФ.}$$

Повний опір кола:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (30 - 30)^2} = 10 \text{ Ом.}$$

Діючи значення струму всього кола і напруг на ідеальних елементах:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А; } U_R = RI = 10 \cdot 10 = 100 \text{ В;}$$

$$U_L = X_L I = 30 \cdot 10 = 300 \text{ В; } U_C = X_C I = 30 \cdot 10 = 300 \text{ В;}$$

фазовий зсув між напругою U і струмом I :

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{30 - 30}{10} = 0.$$

Результати цих розрахунків проілюстровані на рис. 3.51 векторною діаграмою в тих же масштабах струму і напруги, що і на рис. 3.49.

Активна і реактивна потужності, що споживаються із мережі: $P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 10 \times \cos 0 = 1000 \text{ Вт}$; $Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 10 \cdot \sin 0 = 0$.

Порівнюючи результати двох розрахунків, визначимо вражаючі зміни: при забезпеченні резонансу напруг суттєво зросли струм і активна потужність, що споживаються із мережі; напруги на елементах L і C значно перевищують напругу джерела живлення.

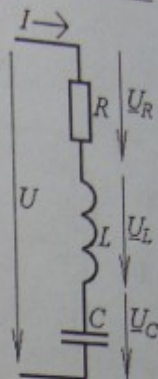


Рис. 3.50

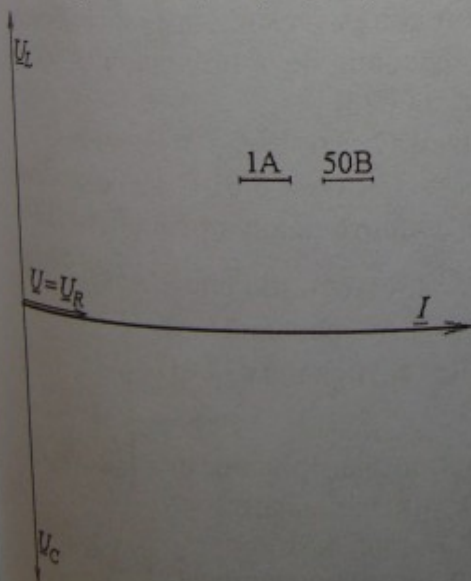


Рис. 3.51

Тепер паралельно до котушки індуктивності підключимо конденсатор з тою умовою, щоб забезпечити *резонанс струмів*. Збережемо те саме джерело живлення і здійснимо розрахунок нового електричного кола (рис. 3.52).

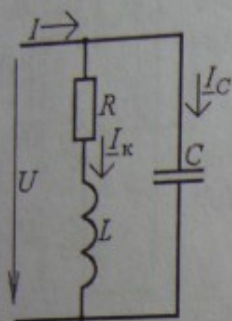


Рис. 3.52

Котушка індуктивності живиться тією ж напругою, тому зберігаються, як і в першій задачі (див. рис. 3.48), струм котушки

$I_k = \frac{U}{Z_k} = \frac{100}{31,62} = 3,16 \text{ А}$ і фазовий зсув між ним і напругою джерела:

$$\varphi_k = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{10} = \arctg 3 = 71,6^\circ.$$

Визначимо активну і реактивну провідності котушки індуктивності на підставі (3.43), (3.44):

$$G_1 = \frac{R}{Z_k^2} = \frac{10}{31,6^2} = 0,01 \text{ См}; \quad B_{L1} = \frac{X_L}{Z_k^2} = \frac{30}{31,6^2} = 0,03 \text{ См}.$$

Із умови резонансу струмів (3.69) отримуємо реактивну провідність другої вітки $B_{C2} = B_{L1} = 0,03 \text{ См}$, а з урахуванням того, що

для одиночного елемента на підставі (3.37) і (3.26) $B_{C2} = \frac{1}{X_{C2}} = 2\pi f C$, маємо значення ємності $C = \frac{B_{C2}}{2\pi f} = 95,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 95,5 \text{ мкФ}$.

Струм у другій вітці з єдиним ємнісним елементом $I_C = UB_{C2} = 100 \cdot 0,03 = 3 \text{ А}$, його фазовий зсув по відношенню до напруги $\varphi_C = -90^\circ$ у відповідності з (3.28).

Активна провідність другої вітки $G_2 = 0$.

Еквівалентні активна (3.47) $G = G_1 + G_2 = 0,01 \text{ См}$ і реактивна (3.39) $B = B_{L1} - B_{C2} = 0$ провідності дають повну провідність (3.38)

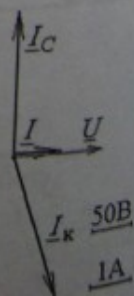
усього кола $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = 0,01 \text{ См}$; струм, що споживається від джерела, за (3.40) $I = YU = 0,01 \cdot 100 = 1 \text{ А}$ і фазовий зсув між напругою і струмом на входних затискачах (3.41) $\varphi = \arctg \frac{B}{G} = 0$.

Результати цих розрахунків проілюстровані на рис. 3.53 векторною діаграмою в тих же масштабах струму і напруги, що і на рис. 3.49 та рис. 3.51.

Активна і реактивна потужності, що споживаються:

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 1 \cdot \cos 0 = 100 \text{ Вт};$$

$$Q = UI \sin \varphi = 100 \cdot 1 \cdot \sin 0 = 0 \text{ вар};$$



Порівнюючи результати трьох розрахунків, можна відзначити вражаючі зміни: при резонансі струмів суттєво зменшився струм, що споживається із мережі, але при цьому котушка індуктивності зберегла повністю свої електричні параметри (струм, напругу і потужність), як і при індивідуальному включенні (рис. 3.48).

3.12. Основи символічного методу розрахунку кіл синусоїдного струму

Символічний метод заснований на використанні комплексних чисел при розрахунку кіл синусоїдного струму. Цей метод є ефективним для таких кіл у випадку змішаного з'єднання приймачів електроенергії. Форми зображення синусоїдних електричних величин комплексними числами в алгебраїчній (3.12) і показовій (3.13) формах подано в підрозділі 3.2. При наступних виведеннях розрахункових формул вхідними є вирази напруги і струму в показовій формі для комплексних діючих значень:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u}; \quad \underline{I} = Ie^{j\psi_i}. \quad (3.70)$$

При отриманні основ символічного методу задача кожний раз буде полягати в тому, щоб зв'язати комплексні значення напруги і струму на черговому елементі, що розглядається, або на конкретній ділянці електричного кола.

Почнемо, як і в інших випадках, з ідеальних елементів, що є основою виведення розрахункових співвідношень для більш складних ділянок електричних кіл синусоїдного струму.

1. Ідеальний резистивний елемент (рис. 3.54).

З урахуванням того, що на резистивному елементі $U_R = RI$ (3.19) і $\psi_u = \psi_i$ (3.18), зробимо підстановку цього в (3.70), тобто $\underline{U}_R = U_R e^{j\psi_u} = RI e^{j\psi_i}$. Так отримаємо в символічній формі закон Ома:

$$\underline{U}_R = R\underline{I}. \quad (3.71)$$

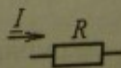


Рис. 3.54

2. Ідеальний індуктивний елемент (рис. 3.55).

З урахуванням того, що на індуктивному елементі $U_L = X_L I$ (3.23) і $\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}$ (3.21), зробимо підстановку цього в (3.70), тобто $\underline{U}_L = U_L e^{j\psi_u} = X_L I e^{j(\psi_i + \frac{\pi}{2})} = X_L I e^{j\psi_i} e^{j\frac{\pi}{2}} = jX_L I$, де враховано, що $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$ на підставі відомої формули Ейлера $e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$.

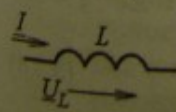


Рис. 3.55

Таким чином, отримуємо в символічній формі закон Ома:

$$\underline{U}_L = jX_L \underline{I}, \quad (3.72)$$

де jX_L — комплекс індуктивного опору.

3. Ідеальний ємнісний елемент (рис. 3.56).

З урахуванням того, що на ємнісному елементі $U_C = X_C I$ (3.27) і $\Psi_u = \Psi_i - \frac{\pi}{2}$ (3.25), зробимо підстановку цього в (3.70), тобто:

$$\underline{U}_C = U_C e^{j\Psi_u} = X_C I e^{j(\Psi_i - \frac{\pi}{2})} = X_C I e^{j\Psi_i} e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jX_C \underline{I},$$

де враховано, що $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$ на підставі формули Ейлера.

Таким чином, отримуємо в символічній формі закон Ома:

$$\underline{U}_C = -jX_C \underline{I}, \quad (3.73)$$

де $-jX_C$ — комплекс ємнісного опору.

4. Ділянки кола з послідовним і паралельним з'єднанням ідеальних елементів R , L , C

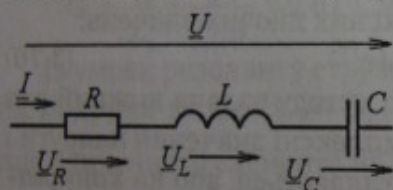


Рис. 3.57

На основі другого закону Кірхгофа для кола за рис. 3.57 в символічній формі (3.17):

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C. \quad (3.74)$$

Підставляючи відомі вирази (3.71), (3.72) і (3.73) напруг на елементах, маємо загальну напругу даної ділянки кола (рис. 3.57):

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L \underline{I} - jX_C \underline{I} = (R + jX_L - jX_C) \underline{I}, \quad (3.75)$$

де позначимо:

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C \quad (3.76)$$

— комплекс повного опору в алгебраїчній формі, [Ом]. Таким чином, отримаємо закон Ома (рис. 3.58):

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}. \quad (3.77)$$

Можна застосувати й інший підхід, використовуючи повний опір (3.32) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ і аргумент (3.33) $\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ (він же кут зсуву фаз між U і I).

Відомо, що $U = ZI$ (3.31) і з (3.5) $\Psi_u = \varphi + \Psi_i$. Тоді, виконуючи підстановку в (3.70), маємо $\underline{U} = U e^{j\Psi_u} = Z I e^{j(\varphi + \Psi_i)} = Z e^{j\varphi} I e^{j\Psi_i} = Z e^{j\varphi} \underline{I} = \underline{Z} \underline{I}$.

Таким чином, знову отримаємо закон Ома (3.77), де

$$\underline{Z} = Z e^{j\varphi} \quad (3.78)$$

— комплекс повного опору в показовій формі.

Взаємні переходи для комплексного опору із показової форми (3.78) в алгебраїчну (3.76) і навпаки:

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = R + jX = R + j(X_L - X_C); \quad (3.79)$$

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} e^{j \arctg \frac{X_L - X_C}{R}} = Ze^{j\varphi}. \quad (3.80)$$

Через комплексний опір (рис. 3.58) отримаємо комплексну провідність:

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{R - j(X_L - X_C)}{[R + j(X_L - X_C)][R - j(X_L - X_C)]} = \\ &= \frac{R}{Z^2} - j \frac{X_L - X_C}{Z^2} = \frac{R}{Z^2} - j \left(\frac{X_L}{Z^2} - \frac{X_C}{Z^2} \right) = G - j(B_L - B_C) = G - jB, \end{aligned}$$

тобто на підставі (3.43), (3.44):

$$\underline{Y} = G - j(B_L - B_C) = G - jB. \quad (3.81)$$

Закон Ома з використанням комплексної провідності:

$$\underline{I} = \underline{UY}, \quad (3.82)$$

і замість кола на рис. 3.57 можна

взяти коло на рис. 3.59, що повторює рис. 3.18, б, або спрощене позначення за рис. 3.60.

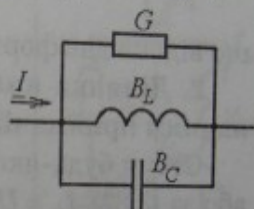


Рис. 3.59

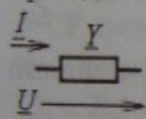


Рис. 3.60

3.13. Еквівалентні перетворення кіл синусоїдного струму на підставі символічного методу

У колах синусоїдного струму за допомогою символічного методу можна застосовувати все ті ж еквівалентні перетворення, що і в колах постійного струму (див. підрозд. 2.4 і табл. 2.2), тільки тепер замість резистивних елементів використовуються комплексні опори приймачів електроенергії (рис. 3.58). Розглянемо еквівалентні перетворення при послідовному і паралельному з'єднанні цих приймачів.

1. Ділянка кола синусоїдного струму з послідовним з'єднанням приймачів.

На окремих приймачах (рис. 3.61, а) за законом Ома (3.77) маємо $\underline{U}_k = \underline{Z}_k \underline{I}$ ($k=1,2,\dots$), а в сукупності для всього кола з n приймачами на підставі другого закону Кірхгофа (3.17) загальна напруга ділянки кола:

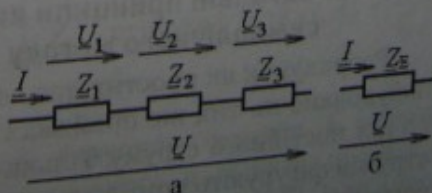


Рис. 3.61

$$\underline{U} = \sum_{k=1}^n \underline{U}_k = \underline{I} \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k = \underline{Z}_E \underline{I}, \quad (3.83)$$

де отримаємо:

$$\underline{Z}_E = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k \quad (3.84)$$

— комплексний еквівалентний опір кола (рис. 3.61, б), що дорівнює сумі комплексних опорів її послідовно з'єднаних n ділянок.

Звідси, з урахуванням того, що за (3.76) $\underline{Z} = R + jX_L - jX_C$, впливає зокрема, що еквівалентні активний і реактивний опори на ділянці з послідовно з'єднаними елементами можна визначити незалежно, тобто:

$$R_E = \sum_{k=1}^n R_k; \quad X_E = \sum_{k=1}^n X_{Lk} - \sum_{k=1}^n X_{Ck}, \quad (3.85)$$

що відповідає формулам (3.46).

2. Ділянка кола синусоїдного струму з паралельним з'єднанням приймачів.

Струм будь-якого із приймачів за законом Ома (3.77) $\underline{I}_k = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_k}$ або за (3.82) $\underline{I}_k = \underline{U} \underline{Y}_k$.

Загальний струм у колі за рис. 3.62, а на підставі першого закону Кірхгофа (3.16):

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3} = \underline{U} \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} \right) = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_E}, \quad (3.86)$$

де впроваджено еквівалентний комплексний опір \underline{Z}_E (рис. 3.62, б), який визначається за формулою:

$$\frac{1}{\underline{Z}_E} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}, \quad (3.87)$$

а еквівалентна комплексна провідність (рис. 3.62, в) з урахуванням того, що $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$, за формулою:

$$\underline{Y}_E = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k. \quad (3.88)$$

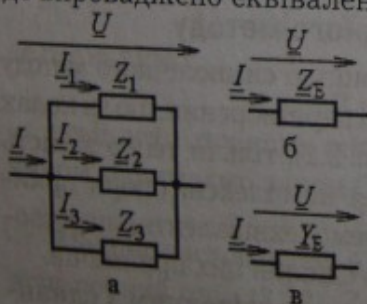


Рис. 3.62

3.14. Загальні принципи використання символічного методу

Розрахунок як простих, так і складних кіл синусоїдного струму побудовано на тих же прийомах і методах, розглянутих стосовно до кіл постійного струму. Тільки замість постійних ЕРС, напруг і струмів фігурують комплекси аналогічних величин у колах синусоїдного струму. Опорам R і провідностям G відповідають

комплекси повних опорів і провідностей простих ділянок кіл синусоїдного струму, тобто:

$$E \Rightarrow \underline{E}; U \Rightarrow \underline{U}; I \Rightarrow \underline{I}; R \Rightarrow \underline{Z}; G \Rightarrow \underline{Y}. \quad (3.89)$$

Метод розрахунку на основі комплексних чисел – символічний метод.

У рамках цього методу широко використовуються еквівалентні перетворення, побудовані на виведених вище формулах еквівалентних комплексних опорів для ділянок з послідовним і паралельним з'єднанням приймачів електроенергії. Можливі також еквівалентні заміни «трикутника» комплексних опорів на «зірку» і навпаки.

Розглянемо приклад кола за рис. 3.63. Припустимо, що задано опори елементів і напруга U на вхідних затискачах, і визначимо струми у вітках кола.

У цьому випадку кожен із трьох віток подамо її комплексним опором: $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1}$; $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2}$; $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L3}$. Таким чином отримаємо схему за рис. 3.64 і застосуємо метод еквівалентних перетворень.

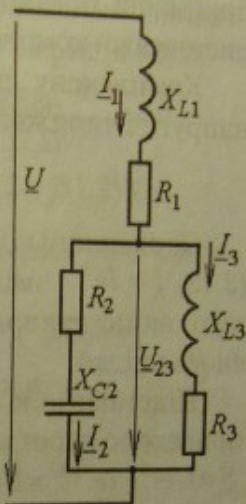


Рис. 3.63

А саме, замінимо паралельно з'єднані \underline{Z}_2 і \underline{Z}_3 еквівалентним комплексним опором $\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$. Тепер послідовно з'єднані комплексні опори \underline{Z}_1 і \underline{Z}_{23} замінимо еквівалентним $\underline{Z}_E = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23}$.

Напругу джерела зобразимо комплексною в показовій формі $\underline{U} = Ue^{j\psi_u}$, де U – задане дійсне значення, ψ_u – початкова фаза, яку можна прийняти довільно, наприклад, $\psi_u = 0$, що можна зробити тільки для однієї з величин у колі, яке розглядається у кожному окремому випадку.

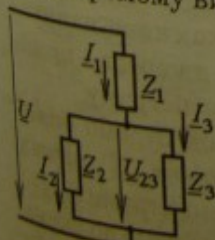


Рис. 3.64

За законом Ома струм $\underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}_E}$, напруга на ділянці $\underline{U}_{23} = \underline{I}_1 \underline{Z}_{23}$, струми у вітках $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_2}$, $\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_3}$.

Комплексні значення струмів і напруг, отримані з розрахунку, належить подати в показовій формі $\underline{U} = Ue^{j\psi_u}$; $\underline{I} = Ie^{j\psi_i}$. Їхні дійсні

значення U, I знаходяться як модулі, а початкові фази Ψ_u, Ψ_i — як аргументи комплексних чисел.

3.15. Комплексна потужність

Отримавши комплексні значення напруг і струмів, можна розрахувати всі види потужності (3.61) для всього кола або для окремих приймачів. Подамо порядок розрахунку для будь-якого об'єкта, використовуючи комплекси напруги і струму на його вхідних затискачах.

Комплексну потужність отримаємо множенням комплексу напруги і спряженого комплексу струму:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* \quad (3.90)$$

Спряжений комплекс струму $\underline{I}^* = I e^{-j\psi_i}$ отримаємо із вихідного (3.13) $\underline{I} = I e^{j\psi_i}$ зміною знака в показнику (або перед уявною частиною, якщо використовується алгебраїчна форма (3.12) комплексного числа).

Підставимо комплекси напруги і спряженого струму в (3.90) і проведемо перетворення

$$\underline{S} = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = S e^{j\varphi} = S \cos \varphi + j S \sin \varphi = P + jQ \quad (3.91)$$

Очевидно, що у відповідності з (3.61) повна потужність S може бути витягнута як модуль із показової форми комплексної потужності, активна P і реактивна Q потужності — як дійсна і уявна частини із алгебраїчної форми.

Приклад 13. Розрахунок кола синусоїдного струму зі змішаним з'єднанням приймачів електроенергії символічним методом.

Нехай для електричного кола синусоїдного струму, схема заміщення якого подана на рис. 3.65, задано: діюче значення ЕРС джерела $E_0 = 160$ В; опори елементів $R_0 = 3,2$ Ом; $X_{L0} = 5,6$ Ом; $X_{C1} = 20$ Ом; $R_2 = 17,7$ Ом; $X_{L2} = 54$ Ом; $X_{C2} = 13,3$ Ом.

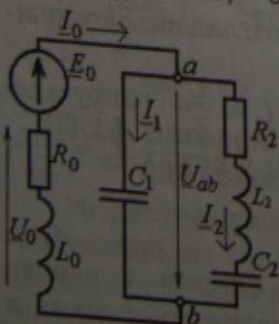


Рис. 3.65

Визначити струми у вітках кола, напруги на її ділянках, потужності джерела і приймачів, побудувати векторну діаграму.

Розв'язання. Розрахунок будемо виконувати символічним методом. У вітках схеми позначимо комплексні струми $\underline{I}_0, \underline{I}_1$ і \underline{I}_2 . Від схеми за рис. 3.65 перейдемо до схеми з комплексними опороми (рис. 3.66 а). Ці

опори визначимо в алгебраїчній формі і одразу перейдемо до показової форми:

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_{L0} = 3,2 + j5,6 = \sqrt{3,2^2 + 5,6^2} e^{j \arctg(5,6/3,2)} = 6,45 e^{j60,3^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = -jX_{C1} = -j20 = 20 e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = 17 + j40,7 = 44,4 e^{j66,5^\circ} \text{ Ом}.$$

Ділянку з паралельним з'єднанням \underline{Z}_1 і \underline{Z}_2 замінимо еквівалентним комплексним опором і отримаємо схему за рис. 3.66, б:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{12} &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{20 e^{-j90^\circ} 44,4 e^{j66,5^\circ}}{-j20 + 17,7 + j40,7} = \frac{888 e^{-j23,5^\circ}}{17,7 + j20,7} = \frac{888 e^{-j23,5^\circ}}{27,2 e^{j45,5^\circ}} = \\ &= 32,6 e^{-j73^\circ} = 32,6 \cos(-73^\circ) + j32,6 \sin(-73^\circ) = (9,5 - j31,2) \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Послідовно з'єднані \underline{Z}_0 і \underline{Z}_{12} замінимо еквівалентним комплексним опором усього кола:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_E &= \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{12} = 3,2 + j5,6 + 9,5 - j31,2 = 12,7 - j25,6 = \\ &= \sqrt{12,7^2 + (-25,6)^2} e^{j \arctg(-25,6/12,7)} = 28,6 e^{-j63,6^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Струм джерела за законом Ома:

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{E}_0}{\underline{Z}_E} = 160 / 28,6 e^{-j63,6^\circ} = 5,59 e^{j63,6^\circ} =$$

$$= 5,59 \cos 63,6^\circ + j5,59 \sin 63,6^\circ = (2,49 + j5,01) \text{ А},$$

де $\underline{E}_0 = E_0 e^{j\psi_{e0}} = 160 e^{j0^\circ} = 160 \text{ В}$, бо ми взяли початкову фазу ЕРС дорівнює ($\psi_{e0} = 0^\circ$).

Напруги на ділянках кола (рис. 3.66, б) за законом Ома:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_0 \underline{Z}_{12} = 5,59 e^{j63,6^\circ} \cdot 32,6 e^{-j73^\circ} = 182,2 e^{-j9,4^\circ} = (197,8 - j29,8) \text{ В};$$

$$\underline{U}_0 = \underline{I}_0 \underline{Z}_0 = 5,59 e^{j63,6^\circ} \cdot 6,45 e^{j60,3^\circ} = 36 e^{j123,9^\circ} = (-20 + j29,9) \text{ В}.$$

Струми у вітках з опорами \underline{Z}_1 і \underline{Z}_2 за схемою рис. 3.66, а, виходячи з закону Ома:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_1 =$$

$$= 182,2 e^{-j9,4^\circ} / 20 e^{-j90^\circ} =$$

$$= 9,11 e^{j80,6^\circ} = 1,49 + j8,99 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{ab} / \underline{Z}_2 =$$

$$= 182,2 e^{-j9,4^\circ} / 44,4 e^{j66,5^\circ} =$$

$$= 4,1 e^{-j75,9^\circ} = 1,0 - j3,98 \text{ А}.$$

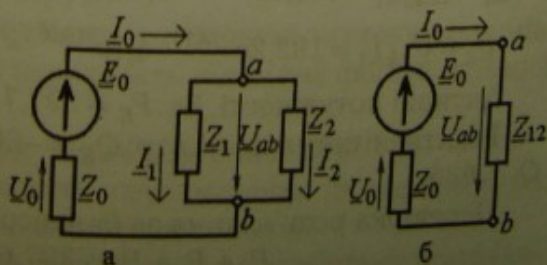


Рис. 3.66

Розв'язання можна перевірити за схемою рис. 3.65 на підставі першого і другого законів Кірхгофа:

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 1,49 + j8,99 + 1,0 - j3,98 = (2,49 + j5,01) \text{ А};$$

$$\underline{E}_0 = \underline{U}_{ab} + \underline{U}_0 = 179,8 - j29,8 - 20 + j29,9 = (159,8 + j0,18) \text{ В},$$

що практично дорівнює вихідним значенням I_0 і E_0 .

Використовуючи алгебраїчну форму комплексних значень

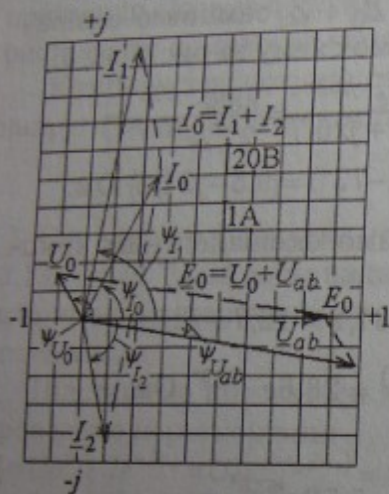


Рис. 3.67

ЕРС, напруг і струмів, на рис. 3.67 побудували векторну діаграму у вибраних масштабах цих величин. Дійсні частини відкладають за віссю абсцис $(-1, +1)$, уявні — за віссю ординат $(-j, +j)$. На діаграмі вказані кути початкових фаз ψ , а також виконана перевірка за законами Кірхгофа для векторів.

Діючі значення напруг і струмів отримують як модулі комплексних значень у показовій формі. Зокрема:

$$U_{ab} = 182,2 \text{ В}; U_0 = 36 \text{ В}; I_0 = 5,59 \text{ А};$$

$$I_1 = 9,11 \text{ А}; I_2 = 4,1 \text{ А}.$$

Початкові фази беруть звідти ж,

як аргументи в показниках: $\psi_{U_{ab}} = -9,4^\circ$; $\psi_{U_0} = 123,9^\circ$; $\psi_{I_0} = 63,6^\circ$;
 $\psi_{I_1} = 80,6^\circ$; $\psi_{I_2} = -75,9^\circ$.

Комплексні потужності джерела і віток схеми, В·А:

$$\underline{S}_E = \underline{E}_0 \underline{I}_0^* = 160 \cdot 5,59 e^{-j63,6^\circ} = 894,4 e^{-63,6^\circ} =$$

$$= 894,4 \cos(-63,6^\circ) + j894,4 \sin(-63,6^\circ) = 397,7 - j801.$$

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0 \underline{I}_0^* = 36 e^{j123,9^\circ} \cdot 5,59 e^{-j63,6^\circ} = 201,2 e^{j60,3^\circ} = 99,7 + j174,8.$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_{ab} \underline{I}_1^* = 182,2 e^{-j9,4^\circ} \cdot 9,11 e^{-j80,6^\circ} = 1659,8 e^{-j90^\circ} = -j1659,8.$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_{ab} \underline{I}_2^* = 182,2 e^{-j9,4^\circ} \cdot 4,1 e^{j75,9^\circ} = 747 e^{j66,5^\circ} = 297,9 + j685.$$

Активні потужності, Вт: $P_E = 397,7$; $P_0 = 99,7$; $P_1 = 0$; $P_2 = 297,9$.

Реактивні потужності, вар: $Q_E = -801$; $Q_0 = 174,8$; $Q_1 = -1659,8$;
 $Q_2 = 685$.

Перевірка розв'язання за балансом потужності:

$$P_0 + P_1 + P_2 = 397,6 \text{ Вт} = P_E;$$

$$Q_0 + Q_1 + Q_2 = 174,8 - 1659,8 + 685 = -800 \text{ вар} = Q_E.$$

Запитання для самоконтролю

1. Яким чином можна отримати синусоїдні електричні величини: ЕРС, струм, напругу?
2. У яких формах і як конкретно можна подати ці синусоїдні електричні величини і якими параметрами вони характеризуються?
3. Сформулюйте й запишіть закони Кірхгофа для електричного кола змінного синусоїдного струму.
4. Які ідеальні елементи застосовують у схемах заміщення електричних кіл синусоїдного струму?
5. Якими опорами та провідностями характеризуються ідеальні елементи і ділянки електричних кіл синусоїдного струму?
6. Які існують співвідношення синусоїдних напруги і струму на ідеальних елементах, а також на ділянці кола з послідовним з'єднанням цих елементів?
7. Якими є співвідношення синусоїдних напруги і струму на ділянці кола з паралельним з'єднанням ідеальних елементів?
8. Як будують векторні діаграми при розрахунку електричних кіл з послідовним і паралельним з'єднанням приймачів?
9. Яким чином виконують еквівалентні перетворення у колах синусоїдного струму і які типи перетворень Ви знаєте?
10. Якими потужностями характеризуються енергетичні процеси в електричних колах синусоїдного струму: як визначають ці потужності і як вони пов'язані між собою?
11. Які умови виникнення резонансу напруг і які співвідношення основних електричних величин у цьому режимі?
12. Які умови виникнення резонансу струмів і які співвідношення основних електричних величин у цьому режимі?
13. Як визначаються схеми заміщення приймачів електроенергії та параметри елементів цих схем?
14. Які основи і зміст символічного методу розрахунку електричних кіл синусоїдного струму?
15. У яких формах можна подавати комплексні значення струмів, ЕРС, напруг і опорів і як переходять від однієї форми до іншої при розрахунках?
16. Що таке комплексні опори і як їх розраховують?
17. Як проводяться еквівалентні перетворення в електричних колах при використанні комплексних опорів?
18. У чому полягає перевірка розрахунку електричних кіл синусоїдного струму за законами Кірхгофа та за енергобалансом?

4. ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

4.1. Отримання трифазної системи ЕРС

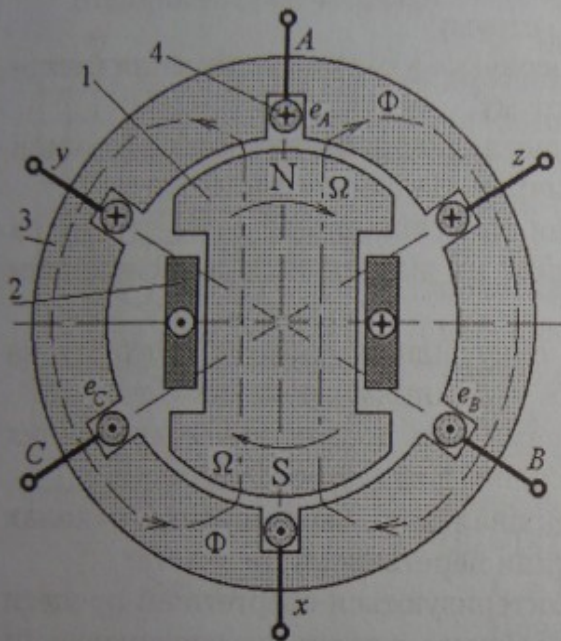


Рис. 4.1

Трифазною називається електрична система, в якій діють три синусоїдних ЕРС, які індуковані в одному джерелі електроенергії і мають однакову частоту f , але відрізняються одна від одної за фазою на $1/3$ періоду T .

Джерелом, що виробляє таку систему ЕРС, є трифазний синхронний генератор, схематично показаний на рис. 4.1.

Індуктор, який складається з осердя 1 і розміщеної на ньому обмотки збуд-

ження 2, обертається з кутовою швидкістю Ω . По цій обмотці пропускають постійний струм і вона створює магнітне поле. Магнітний потік Φ поля збудження (показані його силові лінії) замикається по осердю статора 3.

Обмотка статора 4 складається із трьох фаз: це три котушки або фазні обмотки Ax , By , Cz , зсувні за кутом на 120° одна відносно одної.

Магнітне поле індуктора (ротора), що обертається, індукуює у фазних обмотках нерухомого статора ЕРС e_A , e_B , e_C у відповідності до закону електромагнітної індукції. Ці ЕРС змінюються за синусоїдним законом. І через те, що фази обмотки статора зсувні на $1/3$ обороту, ЕРС в часі зсувні одна відносно одної на $1/3$ періоду. Кутова частота ЕРС ω дорівнює кутовій швидкості індуктора Ω , тобто $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

Трифазна симетрична система ЕРС зображена графічно на рис. 4.2 і її можна записати в аналітичній формі таким чином:

$$e_A = E_m \sin \omega t; e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right); e_C = E_m \sin \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi \right). \quad (4.1)$$

Векторна діаграма цієї системи ЕРС подана на рис. 4.3.

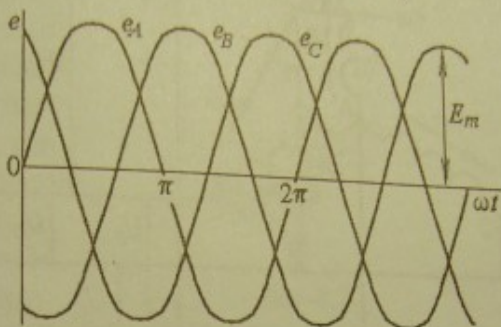


Рис. 4.2

Трифазна система змінного струму — це основа всіх електроенергетичних систем, тобто практично вся електроенергія виробляється на електростанціях трифазними синхронними генераторами, передається

на відстань по трифазним лініям електропередачі, перетворюється трифазними трансформаторами.

Електричні мережі побутового і локального виробничого призначення можуть бути однофазними, але насправді вони є тільки частиною трифазної системи.

Приймачі електроенергії можуть бути одноі трифазними. Основним трифазним приймачем електроенергії є трифазний асинхронний електродвигун.

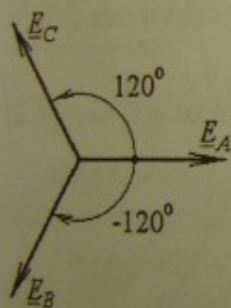


Рис. 4.3

4.2. Способи з'єднання фаз трифазного джерела.

Поняття про лінійні і фазні напруги

Три фази обмотки статора синхронного генератора можуть бути з'єднані двома основними способами: в «зірку» або «трикутник». Розглянемо ці варіанти з'єднання фаз генератора і подамо напруги, що виникають на його вихідних затискачах.

1. **Зірка** (див. рис. 4.4): кінці фаз x, y, z (рис. 4.1) з'єднані в один вузол N — нейтральну точку. З початків фаз A, B, C виходять відповідні проводи A, B, C , які називаються лінійними, провід із точки N є нейтральним.

Схема «зірка» має дві модифікації: «зірка» без нейтрального проводу (позначення Y) — трипровідна лінія електропередачі

(ЛЕП); і «зірка» з нейтральним проводом (позначення Y) – чотирипровідна ЛЕП.

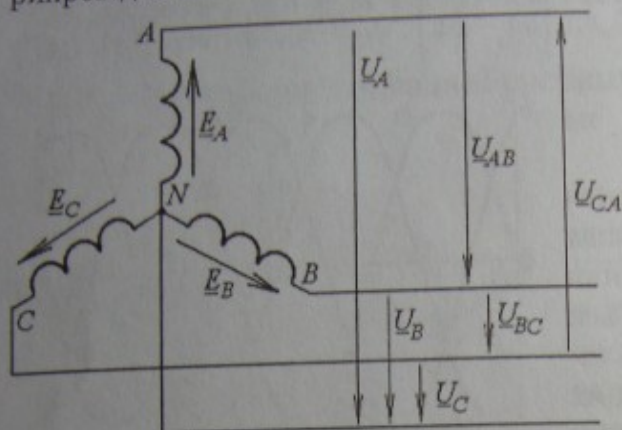


Рис. 4.4

Розглянемо систему отриманих напруг (рис. 4.4):

U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} – ці напруги між лінійними проводами називаються *лінійними*;

U_A , U_B , U_C – *фазні* напруги отримуються між одним із лінійних проводів і нейтральним проводом.

З рис. 4.4 очевидно, що $U_A = E_A$,

$U_B = E_B$, $U_C = E_C$, тому всі фазні напруги можна подати, як і ЕРС (4.1), аналітично:

$$u_A = U_m \sin \omega t; u_B = U_m \sin(\omega t - \frac{2}{3} \pi); u_C = U_m \sin(\omega t + \frac{2}{3} \pi), \quad (4.2)$$

а потім і за допомогою векторної діаграми (рис. 4.5).

Така система напруг називається симетричною: у трьох напруг однакові амплітуда U_m і кутова частота ω , вони мають рівномірний часовий фазовий зсув на $1/3$ періоду.

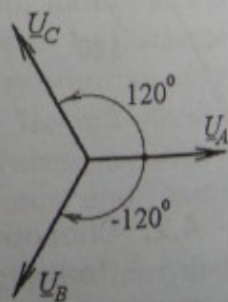


Рис. 4.5

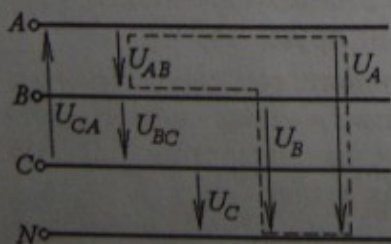


Рис. 4.6

Визначимо зв'язок між лінійними і фазними напругами за другим законом Кірхгофа, проходячи за вказаним контуром на рис. 4.6 в системі проводів чотирипровідної трифазної ЛЕП:

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_B - \underline{U}_A = 0. \quad (4.3)$$

Аналогічно можна скласти рівняння для інших напруг і таким чином отримати лінійні напруги:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A. \quad (4.4)$$

Побудуємо ці напруги на векторній діаграмі (рис. 4.7). Спочатку будемо, як і на рис. 4.5, симетричну систему векторів фазних напруг. Вектори лінійних напруг будемо за формулами (4.4) як різниці векторів відповідних фазних напруг. У результаті побудовань бачимо, що лінійні напруги створюють свою трифазну симетричну систему.

З отриманої векторної діаграми (рис. 4.7) витягнемо геометри-

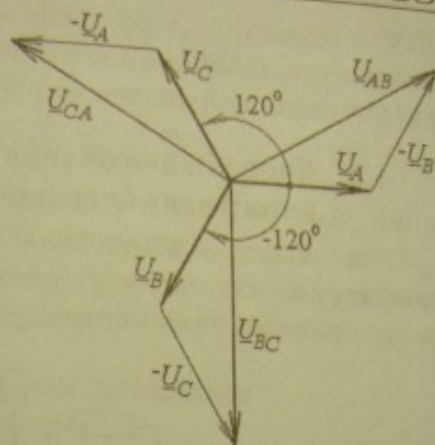


Рис. 4.7

тричну фігуру — трикутник напруг (рис. 4.8), де U_ϕ — фазна напруга, U_Δ — лінійна напруга.

Розглянемо цей трикутник і з геометричних співвідношень отримаємо класичне співвідношення лінійної і фазної напруг у чотирипровідній ЛЕП:

$$\frac{U_\Delta}{U_\phi} = \sqrt{3}. \quad (4.5)$$

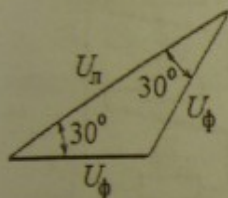


Рис. 4.8

Виходячи з цього, існує номінальний ряд напруг, який подано частково в табл. 4.1.

На закінчення зауважимо, що в трипровідній ЛЕП може бути тільки система із трьох лінійних напруг, вказаних на рис. 4.4 і рис. 4.7.

2. Трикутник Δ (рис. 4.9): кінці фаз x, y, z (див. рис. 4.1) з'єднані з початками наступних фаз B, C, A .

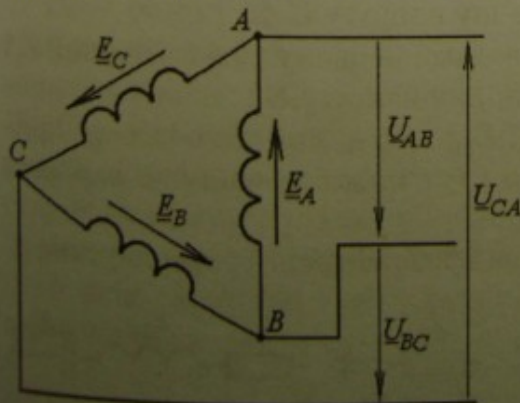


Рис. 4.9

Таблиця 4.1

$U_\phi, \text{В}$	$U_\Delta, \text{В}$
127	220
220	380
380	660

У цьому випадку від джерела йде трипровідна ЛЕП з лінійними проводами A, B, C і тут існує тільки система *лінійних* напруг U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} .

Із рис. 4.9 випливає, що:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= E_A, & U_{BC} &= E_B, \\ U_{CA} &= E_C, \end{aligned} \quad (4.6)$$

тому всі ці лінійні напруги можна подати так само, як і

ЕРС в обмотці статора трифазного генератора: аналітично, графічно або за допомогою векторної діаграми, зображеної на рис. 4.10.

4.3. Способи включення навантаження у трифазну електричну мережу

Різні способи включення навантаження у трифазну електричну мережу подані на рис. 4.11, де використовується чотирипровідна ЛЕП.

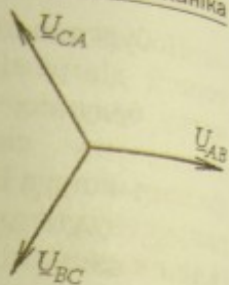


Рис. 4.10

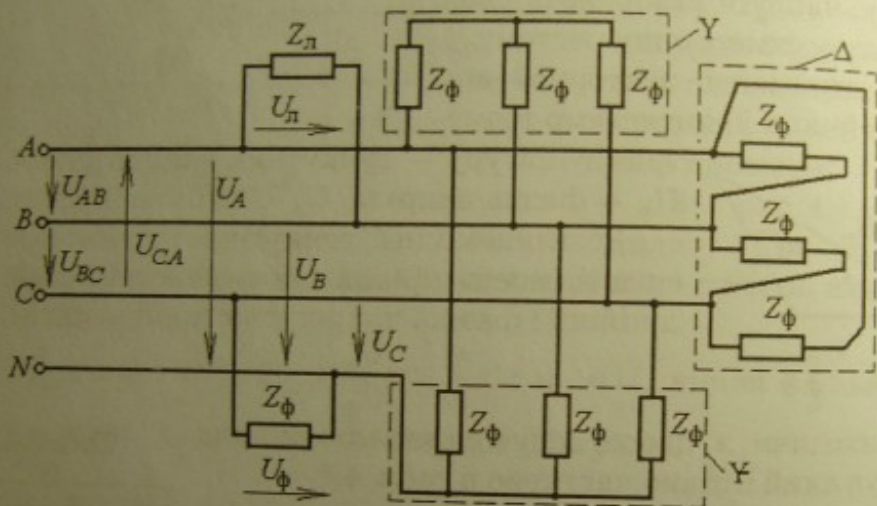


Рис. 4.11

1. Однофазні приймачі можуть бути включені двома способами:

а) між якої-небудь лінією (на рисунку — лінія C) і нейтраллю N , тому приймач Z_{ϕ} отримає фазну напругу U_{ϕ} ;

б) між двома лінійними проводами (в цьому разі взято лінії A і B), тому приймач Z_{Δ} отримує лінійну напругу U_{Δ} .

2. Трифазні приймачі: Z_{ϕ} , Z_{ϕ} , Z_{ϕ} — три однофазних приймача, об'єднані у спільне коло і тут можливі наступні варіанти схеми:

а) зірка з нейтраллю Y ; б) зірка без нейтралі Y ; в) трикутник Δ .

Кожний однофазний приймач (рис. 4.11 і рис. 4.12) характеризується, як відомо, повним опором фази (3.32):

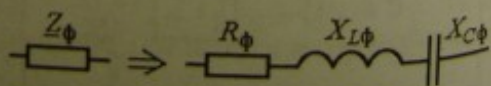


Рис. 4.12

$$Z_{\phi} = \sqrt{R_{\phi}^2 + (X_{L\phi} - X_{C\phi})^2}, \quad (4.7)$$

а також фазовим зсувом (3.33)

$$\varphi_{\phi} = \arctg \frac{X_{L\phi} - X_{C\phi}}{R_{\phi}}. \quad (4.8)$$

Трифазне навантаження називається *симетричним*, якщо опори всіх трьох фазних приймачів ідентичні за величиною Z_{ϕ} і за характером, тобто за аргументом φ_{ϕ} . Якщо хоча б одна умова не виконується, навантаження називається *несиметричним*.

4.4. Основні розрахункові співвідношення у трифазному навантаженні

4.4.1. Схема зірка (рис. 4.13)

Наведемо назви напруг і струмів, відображених на схемі:

U_A, U_B, U_C – фазні

напруги в мережі –

$U_{\phi\text{м}}$;

U_a, U_b, U_c – фазні напруги на навантаженні – $U_{\phi\text{н}}$;

I_A, I_B, I_C – лінійні струми – $I_{\text{л}}$;

I_a, I_b, I_c – фазні струми – I_{ϕ} ; I_N – струм нейтралі;

U_N – напруга зміщення нейтралі.

При розрахунках трифазного наванта-

ження звичайно вважається, що в мережі задана лінійна напруга $U_{\text{л}}$ ($U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\text{л}}$), а також параметри кожної фази навантаження, тобто повні опори Z_a, Z_b, Z_c і фазові зсуви напруги і струму на них $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ (визначаються за відомими правилами, як це показано формулами (4.7) і (4.8)).

У всіх варіантах для схеми «зірка» фазні напруги в мережі визначаються на основі отриманого раніше співвідношення (4.5):

$$U_A = U_B = U_C = U_{\phi\text{м}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}.$$

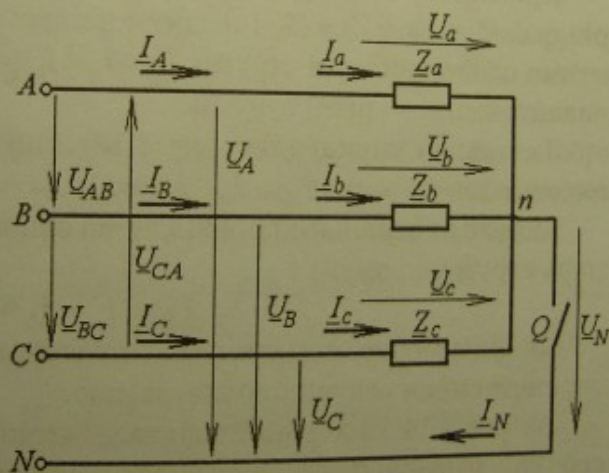


Рис. 4.13

За наявності нейтрального проводу (вимикач Q на рис. 4.13 замкнений) на фазах приймача встановлюється така ж симетрична система фазних напруг, як і в мережі, тобто $\underline{U}_a = \underline{U}_A$; $\underline{U}_b = \underline{U}_B$; $\underline{U}_c = \underline{U}_C$ (використовуючи векторне зображення, маємо на увазі рівність відповідних напруг за величиною і фазою) або для діючих значень $U_{\text{фн}} = U_{\text{фм}}$.

За відсутності нейтрального проводу (вимикач Q на рис. 4.13 розімкнутий) ситуація рівності відповідних фазних напруг $\underline{U}_a = \underline{U}_A$; $\underline{U}_b = \underline{U}_B$; $\underline{U}_c = \underline{U}_C$ або $U_{\text{фн}} = U_{\text{фм}}$ забезпечується тільки при симетричному навантаженні.

Для вказаних ситуацій при $U_{\text{фн}} = U_{\text{фм}}$ розрахунок має такий порядок.

За законом Ома визначаються фазні струми:

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a}; I_b = \frac{U_b}{Z_b}; I_c = \frac{U_c}{Z_c}. \quad (4.9)$$

При симетричному навантаженні, з урахуванням рівності опорів фаз $Z_a = Z_b = Z_c = Z_{\text{ф}}$ і фазних напруг $U_a = U_b = U_c = U_{\text{фн}}$, отримуємо однакові фазні струми $I_{\text{ф}} = I_a = I_b = I_c$, при несиметричному навантаженні — різні струми.

За схемою «зірка» (див. рис. 4.13) лінійні і фазні струми дорівнюють один одному: $I_A = I_a$; $I_B = I_b$; $I_C = I_c$ або $I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$.

Якщо є нейтральний провід, то на основі першого закону Кірхгофа струм у ньому:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c. \quad (4.10)$$

Це підсумовування стосується векторної форми струмів, тому скористаємося векторною діаграмою.

На рис. 4.14 ілюстрація відповідає симетричному навантаженню: спочатку будемо симетричну систему фазних напруг, а потім однакові за довжиною вектори фазних струмів, кожний із яких проводимо під кутом $\varphi_{\text{ф}}$ по відношенню до своєї фазної напруги (фазовий зсув при симетричному навантаженні скрізь однаковий: $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_{\text{ф}}$). Для прикладу припустимо активно-індуктивний характер навантаження, тобто $\varphi_{\text{ф}} > 0$. Підсумовування за формулою (4.10) при симетричному навантаженні дає струм нейтралі, який дорівнює нулю. Отже, при симетричному навантаженні нейтральний провід не потрібен.

На рис. 4.15 ілюстрація відповідає несиметричному навантаженню: знову спочатку

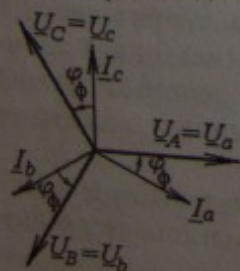


Рис. 4.14

будуємо симетричну систему фазних напруг, а потім різні за довжиною вектори фазних струмів, кожний із яких проводимо під своїм кутом $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ по відношенню до своєї фазної напруги. Для прикладу припустимо $\varphi_a > 0, \varphi_b = 0, \varphi_c < 0$.

Підсумовування за формулою (4.10) дає струм нейтралі, який при несиметричному навантаженні не дорівнює нулю.

Розрахунковим шляхом струм нейтралі можна визначити за тією ж формулою (4.10), але проводячи попередньо обчислювання фазних струмів символічним методом

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a}; \quad \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b}; \quad \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c}, \quad (4.11)$$

де використовуються комплексні значення фазних напруг на навантаженні $\underline{U}_a = U_{\text{фн}}$; $\underline{U}_b = U_{\text{фн}} e^{-j120^\circ}$; $\underline{U}_c = U_{\text{фн}} e^{j120^\circ}$ і опорів фаз $\underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c$.

Якщо при несиметричному навантаженні відбудеться обрив нейтрального проводу, то з'являється напруга «зміщення нейтралі» \underline{U}_N , яка може бути обчислена символічним методом:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}, \quad (4.12)$$

де комплексні значення фазних напруг у мережі $\underline{U}_A = U_{\text{фм}}$;

$\underline{U}_B = U_{\text{фм}} e^{-j120^\circ}$; $\underline{U}_C = U_{\text{фм}} e^{j120^\circ}$ і провідностей фаз $\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a}$;

$\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b}$; $\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c}$.

Тоді фазні напруги на приймачах на підставі другого закону Кірхгофа за рис. 4.13:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_N; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_N; \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_N. \quad (4.13)$$

Ці напруги будуть різними: виникає так званий «перекіс фаз», який ілюструється за допомогою векторної діаграми на рис. 4.16. Тобто фазні напруги на навантаженні відрізняються одна від одної і від фазних напруг у мережі, що недопустимо.

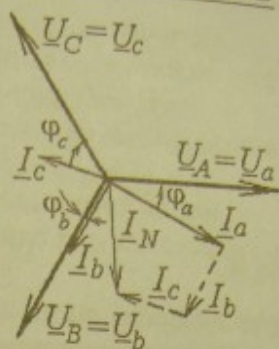


Рис. 4.15

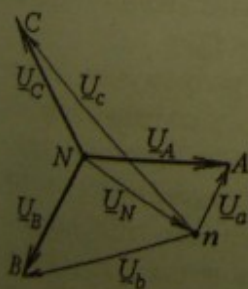


Рис. 4.16

Активну потужність у всіх випадках можна розраховувати для кожної з фаз приймача:

$$P_a = U_a I_a \cos \varphi_a; P_b = U_b I_b \cos \varphi_b; P_c = U_c I_c \cos \varphi_c, \quad (4.14)$$

а для всієї «зірки»:

$$P_Y = P_a + P_b + P_c. \quad (4.15)$$

При симетричному навантаженні активну потужність можна розрахувати для однієї фази:

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi, \quad (4.16)$$

тоді для всієї зірки $P_Y = 3P_\phi$.

При симетричному навантаженні з урахуванням того, що $I_\phi = I_\lambda$ і $U_{\phi\lambda} = U_\lambda / \sqrt{3}$, отримаємо вираз потужності через лінійні величини:

$$P_Y = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \cos \varphi_\phi. \quad (4.17)$$

Аналогічно для кола за схемою «зірка» розраховуються реактивні потужності

$$\begin{aligned} Q_a &= U_a I_a \sin \varphi_a; Q_b = U_b I_b \sin \varphi_b; \\ Q_c &= U_c I_c \sin \varphi_c; Q_Y = Q_a + Q_b + Q_c, \end{aligned} \quad (4.18)$$

а при симетричному навантаженні:

$$Q_Y = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \sin \varphi_\phi. \quad (4.19)$$

4.4.2. Схема трикутник (рис. 4.17)

Наведемо назви напруг і струмів, відображених на схемі Δ :

U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} — лінійні напруги U_λ , причому при з'єднанні трикутником вони безпосередньо утворюють і фазні напруги U_ϕ на навантаженні U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} ;

Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca} — опори фаз — Z_ϕ ;

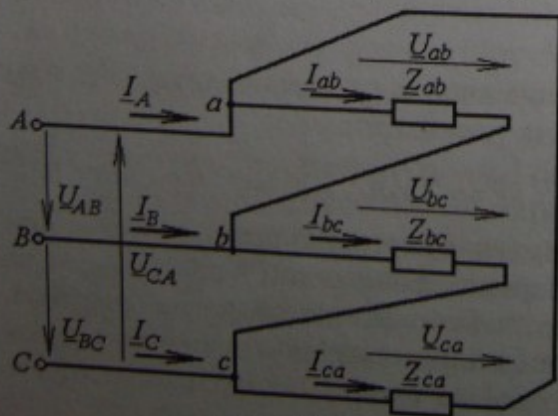


Рис. 4.17

I_A, I_B, I_C — лінійні струми — I_λ ;

I_{ab}, I_{bc}, I_{ca} — струми фазних навантажень (фазні струми) — I_ϕ .

При розрахунку трифазного навантаження, з'єданого за схемою «трикутник», припустимо, як і у випадку «зірки», що задано діючі значення лінійних напруг в мережі $U_{AB} = U_{BC} =$

$= U_{ca} = U_{\phi}$, а також задано опори фаз за величиною, тобто Z_{ab}, Z_{bc} , Z_{ca} , і за характером, тобто $\varphi_{ab}, \varphi_{bc}, \varphi_{ca}$.

Решту величин можна визначити в наступному порядку. Зі схеми видно, що фазні напруги дорівнюють лінійним $U_{\phi} = U_{\Delta}$

і, отже, дорівнюють одна одній, тобто $U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = U_{\phi}$.

Тоді фазні струми за законом Ома:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{Z_{ab}}; I_{bc} = \frac{U_{bc}}{Z_{bc}}; I_{ca} = \frac{U_{ca}}{Z_{ca}}. \quad (4.20)$$

При симетричному навантаженні, з урахуванням рівності опорів фаз $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_{\phi}$, отримуємо однакові фазні струми

$$I_{\phi} = I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}}.$$

Лінійні струми визначаються на підставі першого закону Кірхгофа: для вузла a за рис. 4.17 $I_A - I_{ab} + I_{ca} = 0$. Аналогічно робимо для вузлів b і c та отримуємо таким чином лінійні струми:

$$I_A = I_{ab} - I_{ca}; I_B = I_{bc} - I_{ab}; I_C = I_{ca} - I_{bc}. \quad (4.21)$$

На рис. 4.18 ілюстрація відповідає симетричному навантаженню: спочатку будуємо симетричну систему фазних напруг (вони ж є лінійними напругами), а потім однакові за довжиною вектори фазних струмів, кожний із яких проводимо під кутом φ_{ϕ} по відношенню до своєї фазної напруги (фазовий зсув при симетричному навантаженні скрізь однаковий: $\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = \varphi_{\phi}$). Для прикладу припустимо активно-емнісний характер навантаження, тобто $\varphi_{\phi} < 0$.

Лінійні струми будуємо на основі формул (4.21), як різницю векторів відповідних фазних струмів.

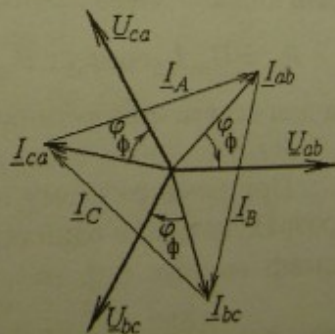


Рис. 4.18

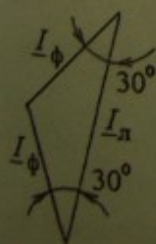


Рис. 4.19

Із діаграми витягнемо трикутник струмів (рис. 4.19) і з геометричних викладок отримуємо класичне співвідношення між лінійним і фазним струмами для трифазного симетричного навантаження за схемою «трикутник»:

$$\frac{I_L}{I_{\phi}} = \sqrt{3} \quad \text{або} \quad I_L = \sqrt{3} I_{\phi}. \quad (4.22)$$

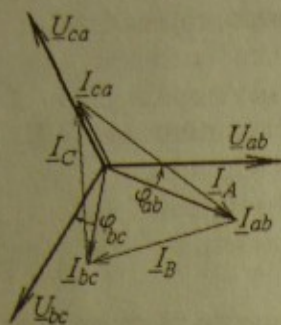


Рис. 4.20

На рис. 4.20 ілюстрація відповідає несиметричному навантаженню: знову спочатку будемо симетричну систему фазних напруг, а потім різні за довжиною вектори фазних струмів, кожний із яких проводимо під своїм кутом $\varphi_{ab}, \varphi_{bc}, \varphi_{ca}$ відносно своєї фазної напруги (припустимо $\varphi_{ab} > 0; \varphi_{bc} < 0; \varphi_{ca} = 0$).

На рис. 4.20, як і на рис. 4.18, лінійні струми будемо на основі формул (4.21), як різниці векторів відповідних фазних струмів.

Розрахунковим шляхом лінійні струми можна визначити за тими ж формулами (4.21) як різниці фазних струмів символьним методом, але проводячи попередньо обчислення комплексних значень фазних струмів:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}, \quad (4.23)$$

де використовуються комплексні значення фазних напруг на навантаженні $\underline{U}_{ab} = U_{\phi}$; $\underline{U}_{bc} = U_{\phi} e^{-j120^\circ}$; $\underline{U}_{ca} = U_{\phi} e^{j120^\circ}$ і опорів фаз $\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ca}$.

Активну потужність у загальному випадку можна розрахувати для кожної із фаз приймача:

$$P_{ab} = U_{ab} I_{ab} \cos \varphi_{ab}; P_{bc} = U_{bc} I_{bc} \cos \varphi_{bc}; P_{ca} = U_{ca} I_{ca} \cos \varphi_{ca}, \quad (4.24)$$

а для всього «трикутника»:

$$P_{\Delta} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}. \quad (4.25)$$

При симетричному навантаженні активну потужність можна розрахувати для однієї фази:

$$P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi}, \quad (4.26)$$

тоді для всього трикутника $P_{\Delta} = 3P_{\phi}$.

При симетричному навантаженні, з урахуванням того, що $I_{\phi} = \frac{I_{\Delta}}{\sqrt{3}}$ і $U_{\phi} = U_{\Delta}$, отримуємо вираз потужності через лінійні величини:

$$P_{\Delta} = \sqrt{3} U_{\Delta} I_{\Delta} \cos \varphi_{\phi}, \quad (4.27)$$

що повторює формулу (4.17).

Аналогічно розраховуються реактивні потужності для кола за схемою «трикутник»:

$$Q_{ab} = U_{ab} I_{ab} \sin \varphi_{ab}; \quad Q_{bc} = U_{bc} I_{bc} \sin \varphi_{bc};$$

$$Q_{ca} = U_{ca} I_{ca} \sin \varphi_{ca}; \quad Q_{\Delta} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca}, \quad (4.28)$$

а при симетричному навантаженні:

$$Q_{\Delta} = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi_{\phi}. \quad (4.29)$$

Приклад розрахунку трифазного навантаження.

У трифазну мережу з лінійною напругою 380 В увімкнуте симетричне навантаження (наприклад, асинхронний двигун) з параметрами схеми заміщення кожної фази $R = 40$ Ом, $X_L = 30$ Ом. Визначити фазні і лінійні струми, а також споживану потужність при з'єднанні фаз навантаження «зіркою» і «трикутником».

Розв'язання. На рис. 4.21 показані схеми заміщення при включенні навантаження «зіркою» (а) і «трикутником» (б).

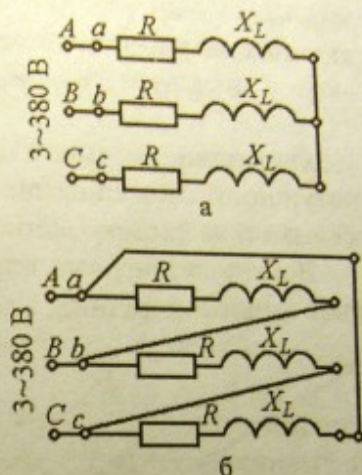


Рис. 4.21

Для обох схем повний опір кожної фази:

$$Z_{\phi} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ Ом};$$

фазовий зсув між фазними напругою і струмом у кожній фазі:

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{40} = 36,9^\circ.$$

При з'єднанні фаз **зіркою** фазні напруги $U_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В;

фазні і лінійні струми:

$$I_A = I_B = I_C = I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ А};$$

$$I_A = I_B = I_C = I_{л} = I_{\phi} = 4,4 \text{ А}.$$

Активна потужність усієї «зірки»:

$$P_Y = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi =$$

$$= 3 \cdot 220 \cdot 4,4 \cdot 0,8 = 2320 \text{ Вт}.$$

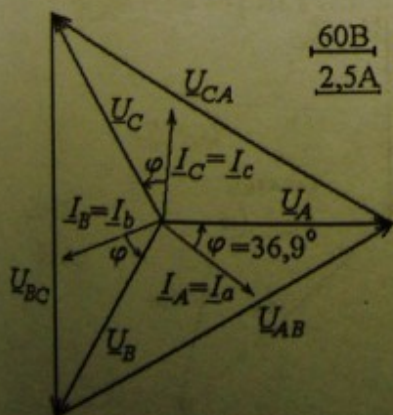


Рис. 4.22

Векторна діаграма для «зірки» зображена на рис. 4.22.

При з'єднанні фаз **трикутником** фазні напруги $U_{\phi} = U_{л} = 380 \text{ В}$; фазні струми:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{380}{50} = 7,6 \text{ А};$$

лінійні струми:

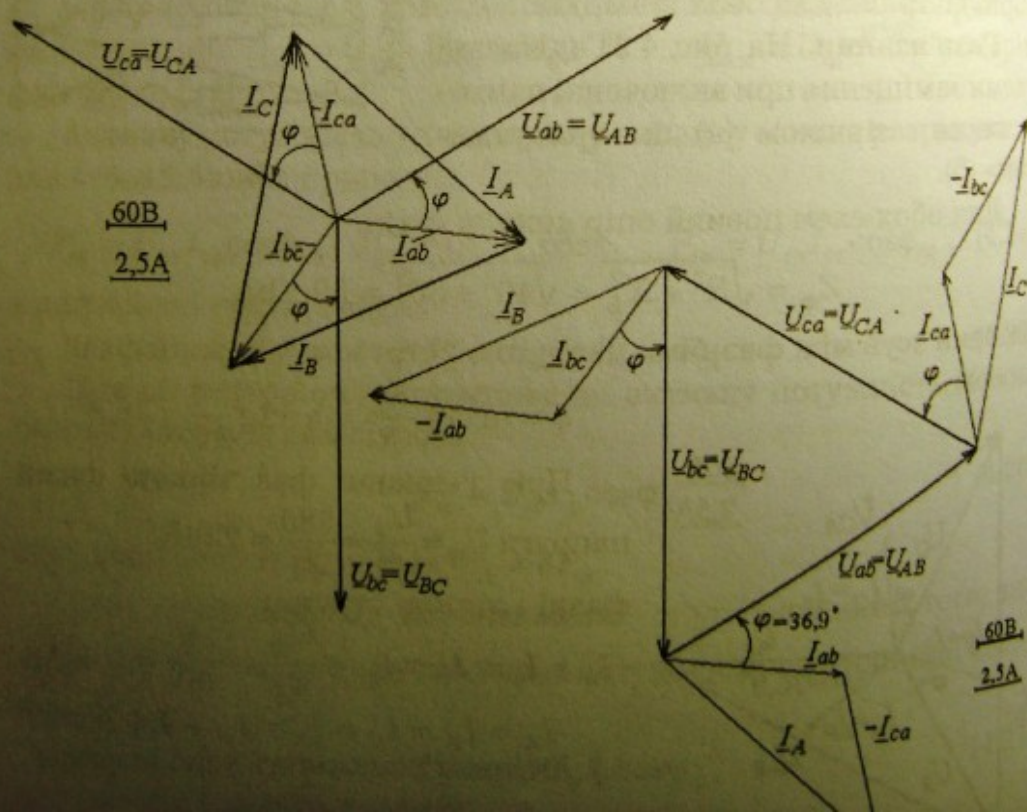
$$I_A = I_B = I_C = I_{л} = \sqrt{3}I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 7,6 = 13,2 \text{ А};$$

активна потужність:

$$P_{\Delta} = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi = 3 \cdot 380 \cdot 7,6 \cdot 0,8 = 6960 \text{ Вт}.$$

Очевидно, що при з'єднанні за схемою «трикутник» струми і потужності, що споживаються із мережі, у тричі більші, ніж у з'єднанні за схемою «зірка».

Векторна діаграма для «трикутника» зображена на рис. 4.23 у двох на вигляд різних, але за суттю рівноцінних варіантах.



Запитання для самоконтролю

1. Яким чином можна отримати трифазну систему синусоїдних ЕРС та напруг?
2. Дайте визначення симетричної трифазної системи ЕРС. Запишіть вирази для миттєвих значень ЕРС, їхні комплексні діючі значення та побудуйте векторну діаграму.
3. Зобразіть схеми з'єднання фаз обмотки трифазного генератора «зіркою» і «трикутником»; дайте визначення фазних і лінійних напруг та вкажіть співвідношення між ними в цих схемах.
4. Як можна вмикати однофазні та трифазні приймачі у трифазну мережу?
5. Зобразіть трифазний приймач, який має схему «зірка» та вкажіть на цій схемі фазні та лінійні напруги і струми.
6. Зобразіть трифазний приймач, який має схему «трикутник» та вкажіть на цій схемі фазні та лінійні напруги і струми.
7. Які співвідношення між лінійними й фазними струмами і напругами при симетричному навантаженні (з'єднання «зіркою» та «трикутником»)?
8. Яке призначення нейтрального проводу в чотирипровідній мережі? Що буде, якщо він обірветься при симетричному й несиметричному навантаженні?
9. Що таке зміщення нейтралі, в яких випадках воно виникає і як його розрахувати?
10. Запишіть формули визначення активної, реактивної та повної потужностей трифазного кола.
11. Як впливає перемикання трифазних приймачів зі з'єднанням «зірка» на «трикутник» на струми та споживану потужність?

5. ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

5.1. Загальне поняття про перехідні процеси і закони комутації

Розглянуті раніше кола постійного струму і кола синусоїдного струму характеризуються усталеними процесами. У колах постійного струму встановлюються постійні струми і напруги, в колах синусоїдного струму — гармонічні струми і напруги.

При різних *комутаціях*, тобто вмиканні або вимиканні всього кола чи окремих його віток, відбувається перехід із вихідного усталеного стану в інший усталений стан. Цей перехід супроводжується складними електромагнітними явищами, об'єднаними терміном «*перехідний процес*».

При перехідних процесах струми і напруги можуть мати значення, недосяжні ні в якому усталеному стані, тобто перехідний процес — режим екстремальних навантажень. Це, з одного боку, може призвести до аварійної ситуації, а з іншого боку, може бути практично використано. Тому ціла низка електротехнічних і електронних пристроїв, що містять електричні кола, за своїм принципом дії орієнтована на застосування перехідних процесів. Звідси випливає, що треба вміти аналізувати і розраховувати перехідні процеси.

Складні явища при перехідних процесах пов'язані з тим, що в електричному колі, яке комутується, є індуктивні і ємнісні накопичувачі енергії, які не можуть миттєво змінити свою енергію, в той час як сама комутація відбувається практично миттєво. Така електромагнітна інерційність індуктивних і ємнісних елементів при аналізі перехідних процесів ураховується за допомогою наступних двох законів комутації.

Перший закон комутації характеризує струм вітки, яка містить індуктивний елемент (рис. 5.1, а): струм індуктивного елемента не може змінюватися стрибкоподібно, а саме:

$$i_L(+0) = i_L(-0); t = 0, \quad (5.1)$$

де $t = -0$ і $t = +0$ — один і той же момент часу, але до і після комутації.



Рис. 5.1

Доведення. Відомо, що індуктивний елемент відображає явище накопичування магнітної енергії $W_M = \frac{L i_L^2}{2}$, при цьому миттєва потужність такого процесу $P_M = \frac{\partial W_M}{\partial t} = L i_L \frac{di_L}{dt}$.

Якщо припустити, що струм може змінитися стрибкоподібно, як на рис. 5.1, б, то похідна $di_L/dt = \infty$, отже $P_M = >\infty$. Однак у природі не існують джерела нескінченної потужності, тому стрибок струму в індуктивному елементі неможливий.

Другий закон комутації характеризує напругу на ємнісному елементі (рис. 5.2, а): напруга на ємнісному елементі не може змінюватися стрибкоподібно, а саме:

$$u_C(+0) = u_C(-0); t = 0. \quad (5.2)$$

Доведення. Відомо, що ємнісний елемент відображає явище накопичування електричної енергії $W_E = \frac{C u_C^2}{2}$, при цьому споживана миттєва потужність $P_E = \frac{\partial W_E}{\partial t} = C u_C \frac{du_C}{dt}$.

Якщо припустити, що напруга змінюється стрибкоподібно, як на рис. 5.2, б, то похідна $|du_C/dt| = \infty$, а отже і $|P_E| = >\infty$. Однак у природі не існують джерела нескінченної потужності, отже стрибок напруги на ємнісному елементі неможливий.

5.2. Загальні принципи аналізу перехідних процесів

Розрахувати перехідний процес — означає визначити характер змінювання за часом t даної електричної величини — напруги $u(t)$ або струму $i(t)$, поки триває цей процес. З цією метою для електричного кола, утвореного після комутації і поданого електричною схемою заміщення, за законами Кірхгофа складаються рівняння з використанням миттєвих значень напруг і струмів. Наприклад, для електричного кола на рис. 5.3 після перемикачання вимикача Q можна скласти лише одне рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$u_L + u_R + u_C = e. \quad (5.3)$$

Природно, що кількість невідомих треба звести до кількості складених рівнянь. З

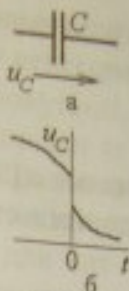


Рис. 5.2

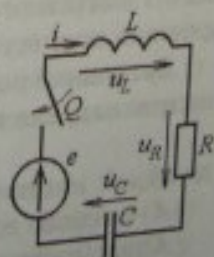


Рис. 5.3

урахуванням того, що напруги на ідеальних елементах можна виразити через струм за формулами (1.9), (1.4) і (1.11):

$$u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_R = iR; \quad u_C = \frac{1}{C} \int idt, \quad (5.4)$$

маємо з (5.3) наступне одне диференціальне рівняння з одним невідомим – струмом i :

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int idt = e. \quad (5.5)$$

Або з урахуванням того, що на ємнісному елементі струм за (1.10):

$$i = C \frac{du_C}{dt}, \quad (5.6)$$

рівняння (5.5) перетворюється в диференціальне рівняння з невідомим u_C :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = e. \quad (5.7)$$

Функція ЕРС джерела $e(t)$ і параметри елементів R , L та C повинні бути задані. Якщо ці елементи є лінійними, то рівняння (5.5), (5.7) є лінійними диференціальними рівняннями другого порядку. Якщо в схемі за рис. 5.3 немає одного з елементів – L або C , тоді рівняння (5.5) і (5.7) спрощуються і перехідний процес описує диференціальне рівняння першого порядку.

При розв'язанні складених рівнянь функції величин, що визначаються, можна подати сумою двох складових: усталеної (i_y, u_y) – це частинний розв'язок та вільної (i_v, u_v) – це загальний розв'язок:

$$i = i_y + i_v; \quad u = u_y + u_v. \quad (5.8)$$

Усталена складова відповідає усталеному режиму, який виникає через значний час після комутації, і зумовлена дією джерел ЕРС. Вільна складова виникає за рахунок зміни енергії електричного і магнітного полів в елементах L та C і відповідає проходженню процесу без впливу джерел ЕРС.

Загальний розв'язок для вільної складової має вид експоненти, наприклад, для напруги і струму:

$$u_v = A_u e^{pt}; \quad i_v = A_i e^{pt}, \quad (5.9)$$

де: A_u, A_i – сталі інтегрування; p – характеристичний параметр; e – основа натуральних логарифмів (не плутати з ЕРС).

Сталі інтегрування для вільних складових визначаються з початкових умов при $t = 0$ на ґрунті двох законів комутації (5.1) і (5.2).

Наступна послідовність дій при розрахунку перехідного процесу відповідає методу, який вважається класичним.

1. Для електричного кола, що утворилось після його комутації, зобразити електричну схему заміщення, яка складається із визначеного набору ідеальних елементів R , L , C . Вказати умовні позитивні напрямки струмів і напруг на елементах кола. Скласти диференційні рівняння перехідного процесу для миттєвих значень електричних величин, використовуючи закони Кірхгофа. У цих рівняннях треба залишити невідомими ті величини, для яких у конкретному колі можна безпосередньо застосувати будь-який із законів комутації (5.1) і (5.2).
2. Визначити усталені складові струму і напруги на елементах кола після комутації, коли перехідний процес закінчився. Усталені складові визначаються за правилами розрахунку кіл постійного струму, якщо ЕРС джерела є постійною, або за правилами розрахунку кіл синусоїдного струму, якщо ЕРС джерела синусоїдна.
3. Визначити вільні складові електричних величин. Для цього знайти функцію, яка задовольняє розв'язанню диференційного рівняння без правої частини (у рівняннях (5.5) або (5.7) ЕРС $e = 0$). Ця функція (як правило, це вже згадувана експонента (5.9)) підставляється в таке рівняння і виникає характеристичне алгебраїчне рівняння з невідомим p . Корені останнього рівняння дають значення характеристичного параметра p .
4. Розрахувати сталі інтегрування, що входять до вільних складових струмів і напруг (5.9). З цією метою визначити початкові умови, тобто звичайними методами для усталеного вихідного стану кола розрахувати струми і напруги на елементах до його комутації при $t = -0$. Потім підставити в (5.8) вирази, знайдені для складових, й отримати формули сумарних значень електричних величин (5.8) після комутації при $t = +0$. Для цих сумарних значень застосувати закони комутації (5.1) і (5.2) і з отриманих алгебраїчних рівнянь визначити сталі інтегрування.
5. Алгебраїчна сума усталеної і вільної (з урахуванням знайдених сталих інтегрування) складових струму або напруги (5.8) дає вираз їхніх сумарних функцій під час перехідного процесу, тобто конкретні функції $u(t)$ та $i(t)$.

5.3. Приклади аналізу перехідних процесів

5.3.1. Вмикання котушки індуктивності до джерела постійної ЕРС (рис. 5.4, а)

Вважається, що параметри схеми заміщення R , L котушки індуктивності і постійна ЕРС E задані.

У відповідності до загальних правил складання рівняння за другим законом Кірхгофа для кола після замикання вимикача Q , а саме $u_R + u_L = E$, де напруги виразимо за (5.4) через струм i :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E. \quad (5.10)$$

Розв'язання шукаємо для струму у вигляді суми двох складових $i = i_y + i_b$.

ЕРС постійна, тому усталений струм буде також постійним, і його можна визначити за

схемою рис. 5.4, б, отриманої зі схеми рис. 5.4, а, а саме $i_y = I = \frac{E}{R}$ (для постійного струму елемент L не чинить опору).

Для вільної складової при $E = 0$ з (5.10) маємо диференціальне рівняння першого порядку:

$$L \frac{di_b}{dt} + Ri_b = 0. \quad (5.11)$$

Його розв'язання відоме з курсу математики і має загальний вигляд (5.9) $i_b = A_1 e^{pt}$, де A_1 — стала інтегрування, p — характеристичний параметр, e — основа натуральних логарифмів.

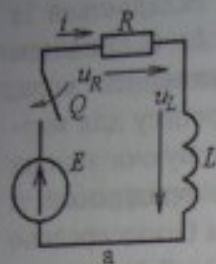
Для знаходження p визначимо похідну $\frac{di_b}{dt} = pA_1 e^{pt} = pi_b$ і підставимо її в (5.11). Тоді з $Lpi_b + Ri_b = 0$ маємо характеристичний параметр $p = -\frac{R}{L}$.

На практиці використовується величина $\tau = \left| \frac{1}{p} \right|$ — постійна часу [с], яка задає швидкість протікання перехідного процесу і його тривалість.

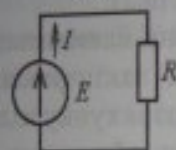
Конкретно для кола, що розглядається:

$$\tau = \frac{L}{R}. \quad (5.12)$$

Зводимо усталену і вільну складові разом (5.8):



а



б

Рис. 5.4

$$i = \frac{E}{R} + A_1 e^{pt} \quad (5.13)$$

До комутації при $t = -0$ струм у колі відсутній: $i(-0) = 0$. За першим законом комутації (5.1) після замикання вимикача в колі за рис. 5.4, а струм повинен зберегтися: $i(+0) = i(-0)$. Таким чином початкове значення струму $i(0) = 0$, тобто $i = 0$ при $t = 0$. Після підстановки цих значень у формулу (5.13) маємо $0 = \frac{E}{R} + A_1$, а звідси — і саму сталу інтегрування $A_1 = -\frac{E}{R}$.

З урахуванням цього підсумкові розв'язки для струму (5.13), а також для напруг на елементах L і R (5.4):

$$i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{pt} = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right);$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{1}{\tau} \right) = E e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad u_R = Ri = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (5.14)$$

За приклад візьмемо параметри: $R = 40$ Ом; $L = 0,1$ Гн; $E = 24$ В. Тоді за формулами (5.12) і (5.14) маємо постійну часу $\tau = 2,5 \cdot 10^{-3}$ с = 2,5 мс і функції струму і напруг $i = 0,6(1 - e^{-400t})$ А; $u_L = 24e^{-400t}$ В; $u_R = 24(1 - e^{-400t})$ В.

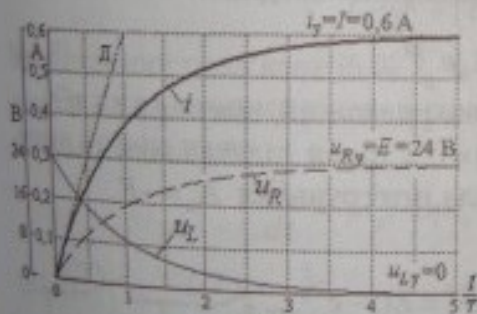


Рис. 5.5

Графіки цих струму і напруг зображені на рис. 5.5. На осі часу масштаб подано у відносних одиницях, як це загальноприйнято для зручності. Очевидно, що можна вважати перехідний процес практично завершеним за час $t = (4...5)\tau$. Зауважимо також, що дотична D , проведена до кривої струму,

досягає усталеного значення за час $t = \tau$ (аналогічно можна зробити і для функцій напруг). Таким чином, стала часу дозволяє оцінити швидкість протікання процесу відразу після комутації, а також його тривалість.

5.3.2. Вмикання конденсатора до джерела постійної ЕРС (через резистор)

(рис. 5.6)

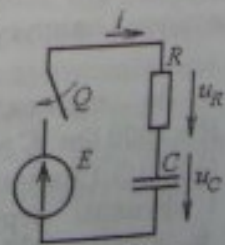


Рис. 5.6

Вихідне рівняння для контура після комутації за другим законом Кірхгофа $u_R + u_C = E$.

Робимо підстановку за (5.4) і (5.6) $u_R = Ri$; $i = C \frac{du_C}{dt}$ і отримуємо диференціальне рівняння

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E, \tag{5.15}$$

яке за (5.8) підлягає розв'язанню у вигляді $u_C = u_{Cy} + u_{Cn}$.

Очевидно, що всі усталені величини повинні бути постійними, тому що ЕРС постійна. У тому числі, усталена напруга конденсатора також є постійною величиною $u_{Cy} = U_C = E$ (конденсатор зарядиться до напруги, яка дорівнює ЕРС джерела).

Рівняння для вільної складової при $E = 0$ з (5.15) має вигляд:

$$RC \frac{du_{Cn}}{dt} + u_{Cn} = 0, \tag{5.16}$$

а його загальний розв'язок за (5.9): $u_{Cn} = A_n e^{pt}$. Від цього виразу

похідна $\frac{du_{Cn}}{dt} = A_n p e^{pt} = p u_{Cn}$; підставимо її у рівняння (5.16) і

отримуємо $RC p u_{Cn} + u_{Cn} = 0$. Звідси знаходимо характеристичний параметр і сталу часу $[c]$:

$$p = -\frac{1}{RC}; \tau = \left| \frac{1}{p} \right| = RC. \tag{5.17}$$

Зводимо розв'язки для двох складових воедино:

$$u_C = E + A_n e^{-pt}; \tag{5.18}$$

вважаємо, що конденсатор був незаряджений, тому при $t = 0$ буде за законом комутації (5.2) $u_C(0) = 0$ і після підстановки цього в (5.18) маємо $E + A_n = 0$, звідки стала інтегрування $A_n = -E$.

Підсумковий розв'язок:

$$u_C = E - E e^{pt} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \tag{5.19}$$

на основі чого з формули (5.6) маємо струм:

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}, \tag{5.20}$$

а потім і напругу на резисторі:

$$u_R = Ri = E e^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{5.21}$$

За приклад візьмемо наступні значення параметрів: $R = 1000 \text{ Ом}$; $C = 50 \text{ мкФ}$; $E = 24 \text{ В}$. Тоді за формулами (5.17), (5.20), (5.21) і (5.19) маємо сталу часу $\tau = RC = 1000 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0,05 \text{ с} = 50 \text{ мс}$ і функції струму $i = 0,024 e^{-20t} \text{ А}$ та напруг $u_R = 24 e^{-20t} \text{ В}$; $u_C = 24(1 - e^{-20t}) \text{ В}$.

Графіки цих струму і напруг подані на рис. 5.7. Принцип побудови графіків аналогічний тому, що і для рис. 5.5. На підставі побудов можна зробити аналогічні зауваження і висновки про швидкість і тривалість перехідного процесу.

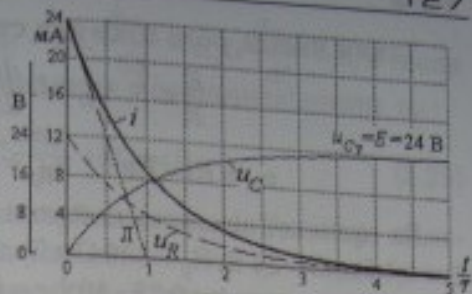


Рис. 5.7

5.3.3. Відключення котушки індуктивності від джерела постійної ЕРС з розрядом на резистор (рис. 5.8)

Діючи відповідно зі встановленим порядком, отримуємо наступні розрахункові вирази для схеми кола, що створилося після одночасної комутації вимикачів Q1 і Q2:

$$u_L + u_R + u_{Rp} = 0, \text{ або } L \frac{di}{dt} + Ri + R_p i = 0. \quad (5.22)$$

Розв'язок містить тільки вільну складову $i = i_n$, бо усталена складова $i_y = 0$ (в колі після комутації джерело відключене).

Рівняння для вільної складової за (5.22):

$$L \frac{di_n}{dt} + (R + R_p) i_n = 0 \quad (5.23)$$

має відомий розв'язок (5.9) $i_n = A_1 e^{pt}$.

За вже відомими діями визначаються характеристичний параметр і стала часу:

$$\frac{di_n}{dt} = pi_n; Lpi_n + (R + R_p) i_n = 0;$$

$$p = -\frac{R + R_p}{L}; \tau = \left| \frac{1}{p} \right| = \frac{L}{R + R_p}.$$

Для визначення сталої інтегрування A_1 використаємо початкові умови. Коли вимикач Q1 був замкнений, від джерела через котушку індуктивності проходив постійний струм, але індуктивний елемент L при такому струмі не враховується, тому при $t = 0$ $i(0) = \frac{E}{R}$. Підставимо це у вираз струму i_n і отримуємо рівняння

$$\frac{E}{R} = A_1 e^{p \cdot 0} \text{ та сталу інтегрування } A_1 = \frac{E}{R}.$$

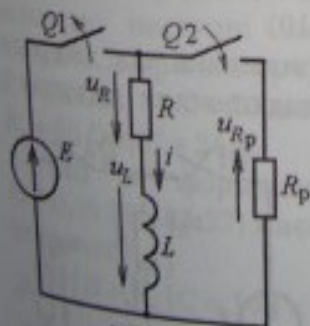


Рис. 5.8

Таким чином, розв'язки для струму і напруг:

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}; u_L = L \frac{di}{dt} = -E \frac{R_p}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (5.24)$$

$$u_R = Ri = E e^{-\frac{t}{\tau}}; u_{R_p} = R_p i = E \frac{R_p}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

За приклад візьмемо наступні значення параметрів: $R = 40 \text{ Ом}$; $L = 0,1 \text{ Гн}$; $E = 24 \text{ В}$; $R_p = 360 \text{ Ом}$. Тоді за наведеними вище формулами маємо сталу часу $\tau = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 0,25 \text{ мс}$ і функції струму і напруг $i = 0,6e^{-4000t} \text{ А}$; $u_L = -240e^{-4000t} \text{ В}$; $u_{R_p} = 216e^{-4000t} \text{ В}$; $u_R = 24e^{-4000t} \text{ В}$.

Графіки цих струмів і напруг подані на рис. 5.9.

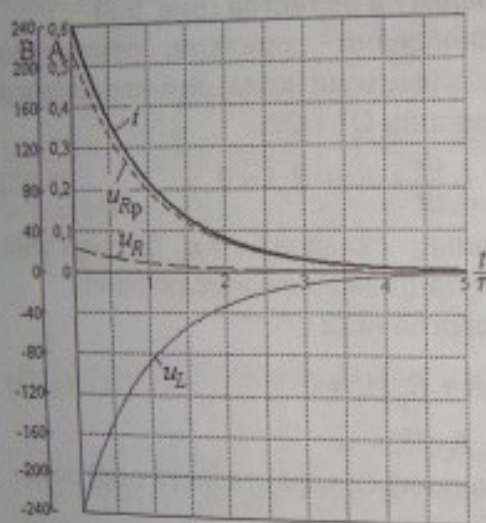


Рис. 5.9

Привертає увагу такий цікавий факт. У схемі за рис. 5.8 використовується ЕРС, яка дорівнює 24 В. А при перехідному процесі отримується напруга до 240 В. І це не межа: напругу можна отримати ще більшою, якщо використати більший розрядний опір R_p . Така можливість практично використовується у низці електротехнічних пристроїв, наприклад, у системі запалення карбюраторних двигунів.

5.3.4. Відключення конденсатора від джерела постійної ЕРС з розрядом на резистор (рис. 5.10)

Припустимо, що конденсатор був заряджений від джерела постійної ЕРС E . Потім вимикачем $Q1$ відключили джерело і замкнули вимикач $Q2$, ініціюючи тим самим перехідний процес розряду конденсатора.

Для контура, що залишився, за другим законом Кірхгофа складемо рівняння:

$$-u_C + u_R + u_{R_p} = 0.$$

Зробимо підстановки $u_R = Ri$;

$u_{R_p} = R_p i$; $i = -C \frac{du_C}{dt}$ у це рівняння й

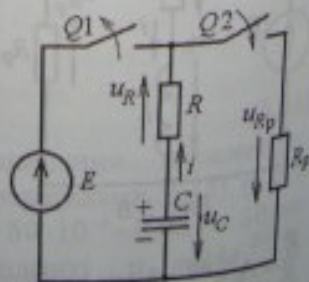


Рис. 5.10

отримаємо проміжний вираз $-u_C - RC \frac{du_C}{dt} - R_p C \frac{du_C}{dt} = 0$, а після спрощень маємо диференціальне рівняння з одним невідомим u_C :

$$(R + R_p)C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0. \quad (5.25)$$

Розв'яжемо рівняння (5.25) звичайним чином. Усталена складова $u_{Cy} = 0$ (при досягненні усталеного стану конденсатор повністю розрядиться). Тому підсумковий розв'язок складається тільки з вільної складової $u_C = u_{Cn}$ і має відомий загальний вигляд $u_C = A_u e^{pt}$. Діючи, як і в пункті 5.3.2, беремо похідну від u_C і формуємо характеристичне рівняння $(R + R_p)Cpu_C + u_C = 0$. Знаходимо його корінь і сталу часу для кола, що розглядається:

$$p = -\frac{1}{(R + R_p)C}; \quad \tau = (R + R_p)C. \quad (5.26)$$

У відповідності з другим законом комутації (5.2) напруга на ємнісному елементі миттєво змінитися не може, тобто при $t=0$ маємо $u_C = E$. Підставляючи це у формулу розв'язку, маємо $E = A_u e^{p \cdot 0}$, звідки отримаємо сталу інтегрування $A_u = E$ і підсумковий розв'язок:

$$u_C = E e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.27)$$

На його основі струм $i = -C \frac{du_C}{dt} = CE e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \frac{1}{\tau}$ і, остаточно:

$$i = \frac{E e^{-\frac{t}{\tau}}}{R + R_p}. \quad (5.28)$$

Для прикладу візьмемо наступні значення параметрів: $R = 10$ Ом; $C = 50$ мкФ; $R_p = 90$ Ом; $E = 24$ В.

Тоді за формулами (5.26), (5.28) і (5.27) маємо сталу часу:

$$\tau = (R + R_p)C = 100 \times$$

$$\times 50 \cdot 10^{-6} = 0,005 \text{ с} = 5 \text{ мс}$$

і функції струму і напруги $i = 0,24 e^{-200t}$ А; $u_C = 24 e^{-200t}$ В.

Графіки цих функцій подані на рис. 5.11.

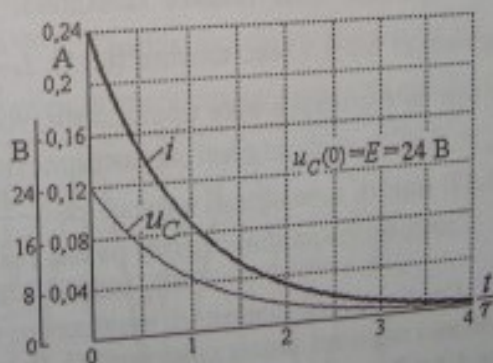


Рис. 5.11

5.3.5. Підключення котушки індуктивності до джерела синусоїдної ЕРС (рис. 5.12)

Джерело має синусоїдну ЕРС $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$.

Для кола за рис. 5.12 після його комутації рівняння має вигляд $u_L + u_R = e$. Але з урахуванням (5.4) отримуємо диференціальне рівняння:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = e, \quad (5.29)$$

розв'язок якого $i = i_y + i_b$ складається з двох складових струму.

ЕРС синусоїдна, тому всі усталені електричні величини також будуть синусоїдними, в тому числі і струм:

$$i_y = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (5.30)$$

Цю функцію усталеного струму належить визначити за правилами розрахунку кіл синусоїдного струму. А саме, індуктивний і повний опори кола, амплітуда струму, фазовий зсув між струмом і ЕРС та початкова фаза струму визначаються за відомими формулами (див. розділ 3):

$$X_L = \omega L; \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}; \quad I_m = \frac{E_m}{Z};$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}; \quad \psi_i = \psi_e - \varphi. \quad (5.31)$$

Рівняння для вільної складової відповідає розглянутому в прикладі 5.3.1 і має вигляд (5.11) $L \frac{di_b}{dt} + Ri_b = 0$. Воно розв'язується за відомими вже правилами, тобто вільна складова струму $i_b = A_1 e^{pt}$, а відповідний характеристичний параметр і стала часу (5.12) мають вже відомі вирази $p = -\frac{R}{L}$; $\tau = \frac{L}{R}$.

Зводимо складові струму разом і маємо для нього розв'язок

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) + A_1 e^{pt}. \quad (5.32)$$

Сталу інтегрування A_1 знайдемо, використовуючи початкові умови і перший закон комутації (5.1), тобто $i(0) = 0$. Підставляючи це і $t = 0$ у вираз струму (5.32), маємо $0 = I_m \sin \psi_i + A_1$, а звідси $A_1 = -I_m \sin \psi_i$.

Остаточний вираз для струму:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) - I_m \sin \psi_i e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.33)$$

Тут можливі два крайні випадки отриманої функції, які ми розглянемо на конкретному прикладі при наступних вихідних даних для схеми за рис. 5.12:

$$L = 0,1 \text{ Гн}; R = 5 \text{ Ом}; E_m = 180 \text{ В}; \omega = 314 \text{ с}^{-1}.$$

За формулами (5.31) і (5.12) знаходяться:

$$X_L = 31,4 \text{ Ом}; Z = 31,8 \text{ Ом}; I_m = 5,66 \text{ А}; \varphi = 81^\circ; \tau = 0,02 \text{ с}.$$

Перший – простіший – варіант функції струму отримуємо при $\psi_1 = 0$, що можливо, якщо $\Psi_e = \varphi = 81^\circ$. Тоді відразу маємо усталений синусоїдний процес (5.30) $i = I_m \sin \omega t = 5,66 \sin 314t \text{ А}$. Відповідні графіки для ЕРС і струму подані на рис. 5.13.

Другий – найбільш складний варіант – отримуємо при $\psi_1 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$, що можливо, якщо $\Psi_e = \Psi_i + \varphi = 90^\circ + 81^\circ = 171^\circ = 2,985 \text{ рад}$.

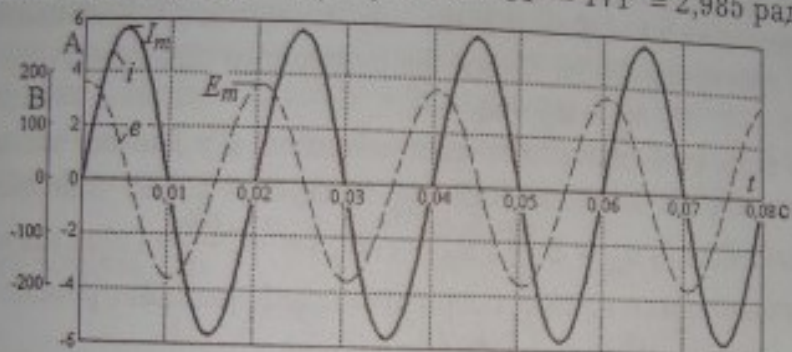
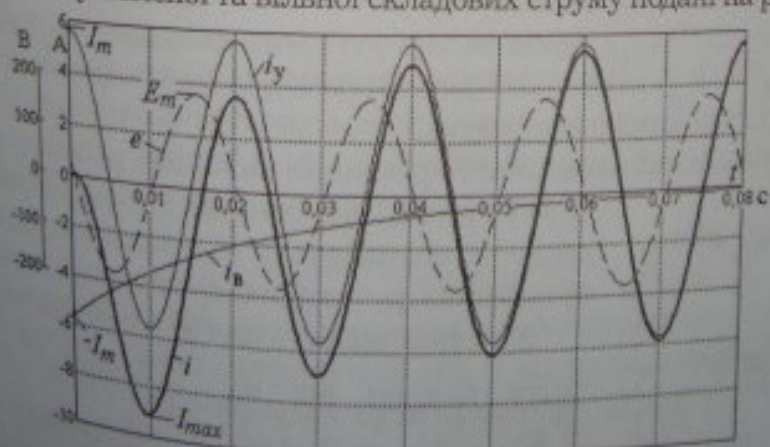


Рис. 5.13

У цьому випадку маємо за (5.33) функцію струму $i = 5,66 \sin\left(314t + \frac{\pi}{2}\right) - 5,66 e^{-50t} \text{ А}$. Графік цієї функції разом з графіками ЕРС і усталеної та вільної складових струму подані на рис. 5.14.



Очевидно, що найбільше значення струму виникає протягом першого періоду і в цьому випадку це екстремальне значення $I_{\max} = 9,12 \text{ А}$, а взагалі існує обмеження $I_{\max} < 2I_m$.

При інших значеннях ψ , функція струму має проміжний вигляд між двома крайніми випадками, поданими на рис. 5.13 і 5.14.

5.3.6. Розряд конденсатора на котушку індуктивності (рис. 5.15)

Як впливає зі схеми заміщення на рис. 5.15, конденсатор C був попередньо заряджений від джерела постійної ЕРС E , а потім переключений на котушку індуктивності, що подана резистивним R і індуктивним L ідеальними елементами.

Щоб розрахувати перехідний процес, розглянемо контур, що утворився після комутації кола перемикачем Q . Для цього контура за другим законом Кірхгофа складаємо рівняння:

$$u_L + u_R - u_C = 0. \quad (5.34)$$

Для того, щоб залишити одне невідоме, а у даному випадку це буде напрута на конденсаторі u_C , врахуємо відомі взаємозв'язки величин (5.4), (5.6) $u_L = L \frac{di}{dt}$; $u_R = i \cdot R$; $i = -C \frac{du_C}{dt}$ (знак мінус через зустрічні напрямки u_C та i), і отримуємо диференціальне рівняння другого порядку $CL \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$, яке подамо у вигляді:

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0. \quad (5.35)$$

Підсумковий розв'язок $u_C = u_{Cy} + u_{Cв}$, який звичайно (5.8) утворюється зі складових, у даному випадку матиме тільки вільну складову $u_C = u_{Cв}$, через те, що усталена складова u_{Cy} дорівнює нулю $u_{Cy} = 0$ у зв'язку з відсутністю первинного джерела електроенергії в розрядному контурі.

Розв'язок диференціального рівняння (5.35) має загальну форму

(5.9) у вигляді експоненти $u_C = A_u e^{pt}$, де A_u — стала інтегрування, e — основа натурального логарифма, p — характеристичний параметр.

З метою визначення p візьмемо першу і другу похідні від u_C : $\frac{du_C}{dt} = p A_u e^{pt} = p u_C$; $\frac{d^2 u_C}{dt^2} = p^2 A_u e^{pt} = p^2 u_C$ і підставимо їх у

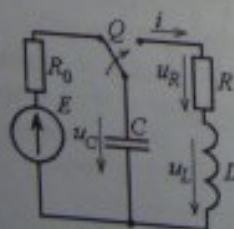


Рис. 5.15

диференційне рівняння (5.35). Із виразу $p^2 u_C + \frac{R}{L} p u_C + \frac{1}{LC} u_C = 0$, який утворився, отримасмо характеристичне рівняння:

$$p^2 + p \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} = 0 \quad (5.36)$$

— це за суттю квадратне алгебраїчне рівняння.

Відомий розв'язок цього рівняння, який містить два кореня:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\beta^2}, \quad (5.37)$$

де позначено:

$$\alpha = \frac{R}{2L}; \quad \beta^2 = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}. \quad (5.38)$$

У залежності від значення підкореневого виразу β^2 можливі три варіанти конкретних розв'язків, відомих із курсу математики.

Варіант 1. Якщо в (5.38) $\beta^2 > 0$, то корені (5.37) дійсні, негативні і різні: $p_1 = -\alpha - \beta$, $p_2 = -\alpha + \beta$, причому $p_1 < 0$; $p_2 < 0$; $|p_1| > |p_2|$.

У цьому випадку розв'язок для напруги має вигляд:

$$u = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (5.39)$$

а звідси і струм:

$$i = -C \frac{du_C}{dt} = -C(p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}). \quad (5.40)$$

Сталі інтегрування A_1 і A_2 знайдемо, використовуючи початкові умови при $t = 0$ за законами комутації (5.1) і (5.2): для струму $i(0) = 0$ (у зв'язку з наявністю індуктивного елемента і за умови, що до комутації струм у ньому відсутній) і для напруги $u_C(0) = E$ (у зв'язку з наявністю ємнісного елемента і за умови, що конденсатор був повністю заряджений від джерела). Початкові значення i і u_C та значення $t = 0$ підставимо у вирази напруги (5.39) і струму (5.40) та отримасмо систему з двох рівнянь:

$$E = A_1 + A_2; \quad 0 = -C(p_1 A_1 + p_2 A_2). \quad (5.41)$$

Ії розв'язання і дає сталі інтегрування:

$$A_1 = -\frac{p_2 E}{p_1 - p_2}; \quad A_2 = \frac{p_1 E}{p_1 - p_2}. \quad (5.42)$$

У підсумку стають повністю визначеними наведені вище функції напруги u_C (5.39) і струму i (5.40). З урахуванням проміжних виразів функція струму може бути приведена до вигляду:

$$i = \frac{C p_1 p_2 E}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} - \frac{C p_1 p_2 E}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} \quad \text{або} \quad i = D_1 e^{p_1 t} + D_2 e^{p_2 t}, \quad (5.43)$$

причому $D_1 < 0$; $D_2 > 0$ і $|D_1| = |D_2|$.

Розглянемо числовий приклад. Нехай задані параметри елементів кола на рис. 5.15: $E = 120$ В; $R = 75$ Ом; $L = 0,5$ Гн; $C = 400$ мкФ.

Тоді за (5.38) отримаємо $\alpha = \frac{R}{2L} = 75 \text{ с}^{-1}$; $\beta^2 = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} = 625 \text{ с}^{-2}$, тобто позитивне значення β^2 . Відповідні корені (5.37) характеристичного рівняння (5.36) $p_1 = -50 \text{ с}^{-1}$; $p_2 = -100 \text{ с}^{-1}$ і сталі інтегрування (5.42):

$$A_1 = -\frac{p_2 E}{p_1 - p_2} = -\frac{-100 \cdot 120}{-50 - (-100)} = 240 \text{ В};$$

$$A_2 = \frac{p_1 E}{p_1 - p_2} = \frac{-50 \cdot 120}{-50 - (-100)} = 120 \text{ В}.$$

Таким чином маємо замість (5.39) і (5.40), а також з (5.4):

$$u_C = -\frac{p_2 E}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} + \frac{p_1 E}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} = 240 (e^{-50t} - 0,5e^{-100t}) \text{ В};$$

$$i = \frac{C p_1 p_2 E}{p_1 - p_2} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) = 4,8 (e^{-50t} - e^{-100t}) \text{ А};$$

$$u_R = i R = 4,8 \cdot 75 (e^{-50t} - e^{-100t}) = 360 (e^{-50t} - e^{-100t}) \text{ В};$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \frac{LC p_1 p_2 E}{p_1 - p_2} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}) = 240 (e^{-100t} - 0,5e^{-50t}) \text{ В}.$$

Результати розрахунку у вигляді кривих часових залежностей струму і напруг зображені на рис. 5.16.

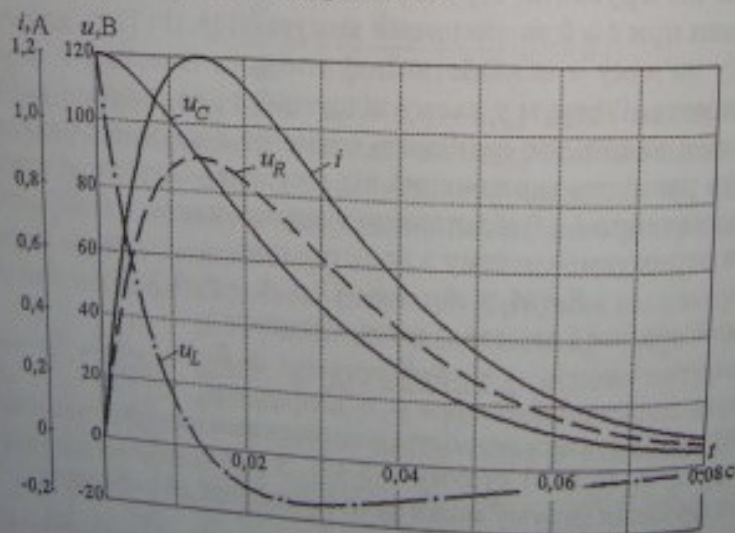


Рис. 5.16

Варіант 2. Якщо за формулою (5.38) $\beta^2 < 0$, то хай $\beta^2 = (-1) \times$
 $\times \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right] = (-1) \omega^2$, тоді $\beta = \sqrt{(-1) \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]} = \sqrt{(-1) \omega^2} = \pm j\omega$,
 а характеристичне рівняння (5.36) має за (5.37) два комплексно
 спряжених кореня: $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$, де дійсна частина $(-\alpha)$ негативна
 (α – коефіцієнт згасання), $j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця, ω – кутова
 частота, тобто:

$$\alpha = \frac{R}{2L}; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2} \quad (5.43)$$

У цьому випадку розв'язок для напруги має вигляд:

$$u_C = A_u e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \gamma_u) \quad (5.44)$$

і задача полягає у визначенні сталих інтегрування A_u і γ_u .

Розглянемо це на прикладі конкретних даних для схеми на
 рис. 5.15: $E = 100$ В; $C = 100$ мкФ; $L = 100$ мГн; $R = 20$ Ом.

У цьому прикладі за (5.38) $\beta^2 < 0$, тому визначасмо за форму-
 лами (5.43) $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2} = 300$ с⁻¹, $\alpha = \frac{R}{2L} = 100$ с⁻¹ і отриму-
 ємо два комплексно спряжених кореня характеристичного рів-
 няння (5.36), а саме $p_1 = -100 + j300$ с⁻¹; $p_2 = -100 - j300$ с⁻¹.

На основі виразу напруги (5.44) знаходимо функцію струму:

$$i = -C \frac{du_C}{dt} = CA_u e^{-\alpha t} [\alpha \sin(\omega t + \gamma_u) - \omega \cos(\omega t + \gamma_u)]. \quad (5.45)$$

Сталі інтегрування: константу A_u і початкову фазу γ_u знайдемо,
 використовуючи вже визначені початкові умови при $t = 0$ для
 струму $i(0) = 0$ і напруги $u_C(0) = E$. Початкові значення i і u_C під-
 ставимо в вирази напруги (5.44) і струму (5.45) і з урахуванням
 того, що $t = 0$, отримуємо систему з двох рівнянь:

$$0 = CA_u (\alpha \sin \gamma_u - \omega \cos \gamma_u); \quad E = A_u \sin \gamma_u. \quad (5.46)$$

Спільне розв'язання цих рівнянь дає:

$$\gamma_u = \arctg \frac{\omega}{\alpha} = 71,565^\circ = 0,397\pi; \quad A_u = \frac{E}{\sin \gamma_u} = 105$$
 В. (5.47)

Таким чином, після підстановки і спрощень:

$$u_C = 105 e^{-100t} \sin(300t + 0,397\pi) \text{ В};$$

$$i = 3,33 e^{-100t} \sin 300t \text{ А}; \quad u_R = Ri = 66,6 e^{-100t} \sin 300t \text{ В};$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = 105 e^{-100t} \cos(300t + 0,1024\pi) \text{ В}.$$

Результати розрахунку у вигляді кривих часових залежностей струму і напруг зображено на рис. 5.17. Це згасаючий коливальний процес.

Варіант 3. Якщо за формулою (5.38) $\beta^2 = 0$, то замість (5.37) маємо два однакових дійсних негативних кореня

$$p_1 = p_2 = -\alpha = -\frac{R}{2L}$$

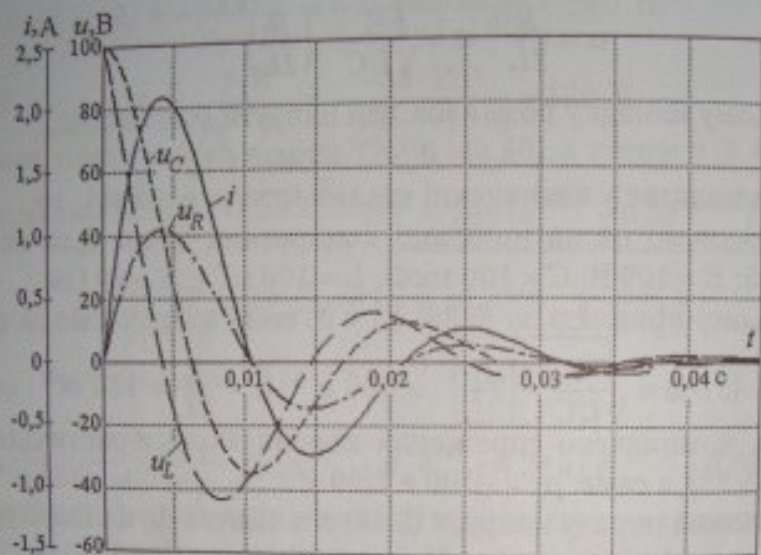


Рис. 5.17

У цьому випадку розв'язок для напруги має вигляд:

$$u_C = (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}, \quad (5.48)$$

а звідси і струм:

$$i = -C \frac{du_C}{dt} = C e^{-\alpha t} [\alpha A_1 + (\alpha t - 1) A_2]. \quad (5.49)$$

Використовуючи вже відомі початкові умови при $t = 0$: $u_C = E$; $i = 0$ і підставивши їх у вирази напруги (5.48) і струму (5.49), отримаємо сталі інтегрування:

$$A_1 = E; \quad A_2 = \alpha A_1 = \alpha E.$$

Типові графіки функцій струму i і напруги u_C подано на рис. 5.18 у безрозмірній формі.

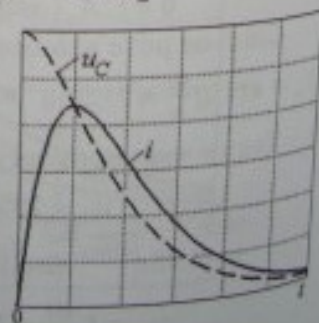


Рис. 5.18

Запитання для самоконтролю

1. Що розуміють під «перехідним процесом» в електричному колі?
2. Сформулюйте і поясніть закони комутації.
3. Що таке усталені й вільні складові електричних струмів і напруг та як вони визначаються?
4. У чому полягають загальні принципи аналізу та розрахунку перехідних процесів?
5. Як складаються рівняння для розрахунку перехідних процесів?
6. Яким чином визначаються початкові умови для напруг і струмів при розрахунках перехідних процесів?
7. Як визначаються сталі інтегрування у виразах перехідних струмів та напруг?
8. Який фізичний зміст мають сталі часу для електричних кіл і від чого вони залежать?
9. Як протікають перехідні процеси при підключенні котушки індуктивності до джерела з постійною ЕРС та при її відключенні з розрядом на резистор?
10. Як протікають перехідні процеси при підключенні конденсатора до джерела постійної ЕРС та при його відключенні з розрядом на резистор?
11. Як протікає перехідний процес при підключенні котушки індуктивності до джерела синусоїдної ЕРС?
12. Як протікає перехідний процес при розрядженні конденсатора на котушку індуктивності?
13. За яких умов перехідний процес має коливальний характер?

6. НЕЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

6.1. Поняття про лінійні і нелінійні електричні кола

Якщо параметри ідеальних елементів (наприклад, R , L , C), що утворюють схему заміщення якого-небудь електротехнічного об'єкта, не залежать від струму в них і прикладеної напруги, то такі елементи називаються *лінійними*. Для таких об'єктів, наприклад для резистора R , залежності $U(I)$ або $I(U)$, які називаються вольтамперними характеристиками (ВАХ), є прямими лініями (рис. 6.1, а).

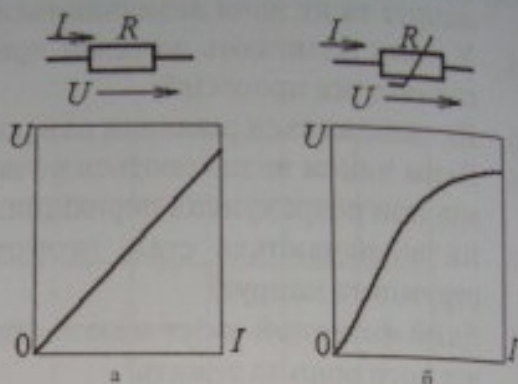


Рис. 6.1

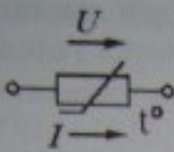
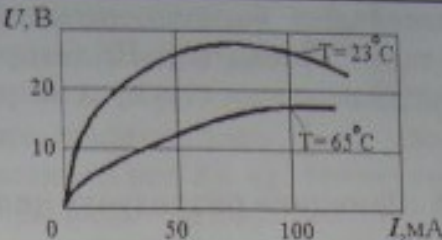
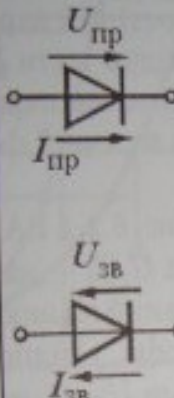
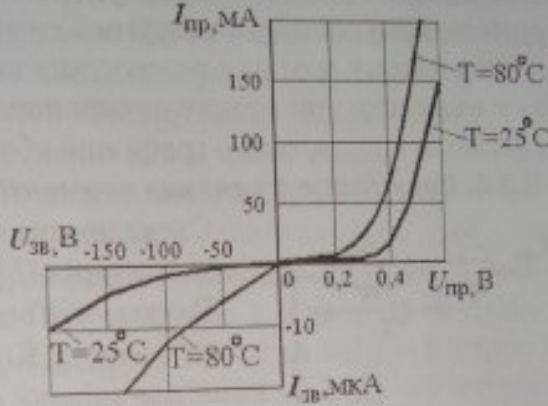
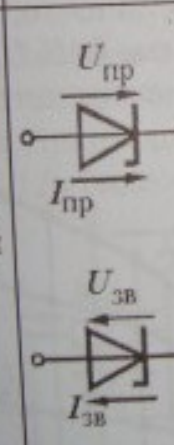
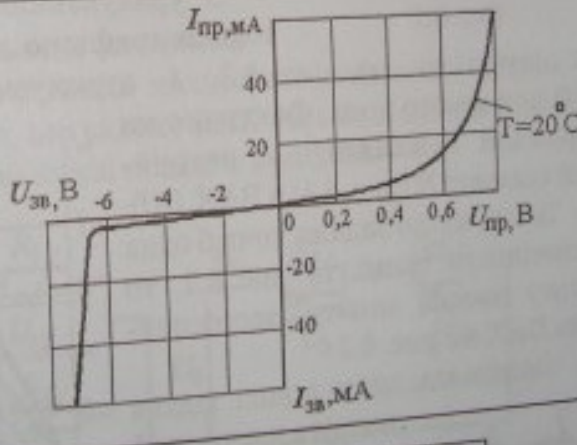
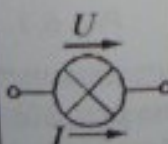
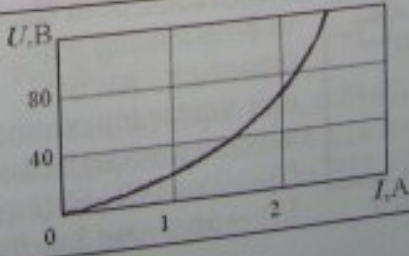
Пряма пропорція в цьому випадку якраз і виражається законом Ома $U = RI$.

Навпаки, якщо ВАХ об'єкта непрямолінійна, то параметри ідеальних елементів залежать від струму і (або) напруги. Такі елементи і, відповідно, електричні кола, що їх містять, називаються *нелінійними*. На рис. 6.1, б показано умовне позначення і ВАХ нелінійного резистора.

У сучасній електротехніці, радіотехніці, електроніці, автоматичній, вимірювальній техніці широко застосовуються нелінійні елементи (НЕ). Приклади НЕ, їхнє умовне позначення у схемах і ВАХ наведені в табл. 6.1.

Терморезистори — це напівпровідникові й дровтові резистори. При підвищенні температури їхній електричний опір різко зменшується (термістори) або збільшується (позистори). Ці НЕ призначені для стабілізації режимів роботи окремих елементів в електронних приладах, у колах вимірювання і регулювання температури.

Випрямні діоди — це напівпровідникові прилади, які мають опір, що істотно різниться залежно від полярності прикладеної напруги. Вони використовуються для випрямлення змінних напруги і струму в постійні.

Назва елемента	Позначення	Вольтамперна характеристика
Терморезистор		
Ви-прямний напівпровідниковий діод		
Напівпровідниковий стабілітрон		
Лампа розжарювання		

Напівпровідникові стабілітрони — це також напівпровідникові прилади, але вони слугують для стабілізації напруги на навантаженні у колі постійного струму.

Газосвітлові й люмінесцентні лампи, лампи розжарювання також належать до НЕ (наприклад, для лампи розжарювання зі збільшенням струму температура нитки та її опір збільшуються).

6.2. Принципи розрахунку нелінійних електричних кіл

Розглянемо принципи розрахунку нелінійних електричних кіл на прикладі кіл постійного струму. Це найпростіший варіант.

У будь-якому разі для розрахунку необхідно мати ВАХ нелінійних елементів, які визначаються попередньо експериментальним шляхом і подаються в графічній або аналітичній формі.

6.2.1. Послідовне з'єднання елементів

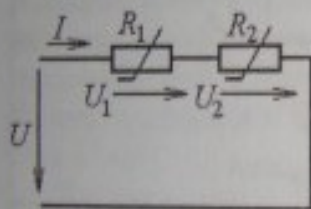


Рис. 6.2

Схема подана на рис. 6.2, а ВАХ нелінійних резисторів $U_1(I)$ та $U_2(I)$ — на рис. 6.3.

Розрахунок оснований на використанні другого закону Кірхгофа, у відповідності з яким для заданої схеми $U = U_1 + U_2$.

З урахуванням останнього, точка за точкою графічно додаємо ВАХ $U_1(I)$ і $U_2(I)$,

як показано на рис. 6.3, і отримуємо еквівалентну ВАХ $U(I)$ для всього кола. Фактично ми отримали еквівалентний нелінійний елемент R (рис. 6.4) з ВАХ $U(I)$.

Тепер, якщо задана хоча б одна величина в схемі за рис. 6.2, то решту можна знайти, застосовуючи ВАХ на рис. 6.3.

Наприклад, якщо в колі задана напруга джерела U , то розв'язання відбувається наступним чином (проходимо за позначеними точками та

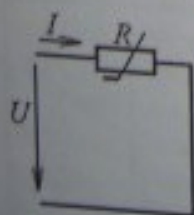


Рис. 6.4

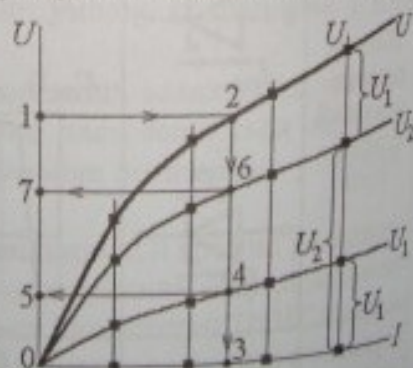


Рис. 6.3

використовуємо вказані ВАХ на рис. 6.3): 1 (напруга U) → 2 на $U(I)$ → 3 (струм I) → 4 на $U_1(I)$ → 5 (напруга U_1) → знову від 3 до 6 на $U_2(I)$ → 7 (напруга U_2).

6.2.2. Паралельне з'єднання елементів

Схема подана на рис. 6.5, а ВАХ нелінійних резисторів $U(I_1)$ та $U(I_2)$ – на рис. 6.6.

Розрахунок ґрунтується на застосуванні першого закону Кірхгофа, згідно з яким для заданої схеми $I = I_1 + I_2$.

З урахуванням останнього, графічно додаємо ВАХ $U(I_1)$ і $U(I_2)$, як показано на рис. 6.6, та

отримуємо еквівалентну ВАХ $U(I)$ для всього кола. Фактично маємо еквівалентний нелінійний елемент R (як на рис. 6.4) з ВАХ $U(I)$.

Тепер, якщо задана хоча б одна величина в схемі за рис. 6.5, то решту можна знайти за ВАХ на рис. 6.6. Тут показана послідовність дій, якщо задано загальний струм I , що поступає від джерела: 1 (струм I) → 2 на $U(I)$ → 3 (напруга U) → 4 на $U(I_1)$ → 5 (струм I_1) → знову від 3 до 6 на $U(I_2)$ → 7 (струм I_2).

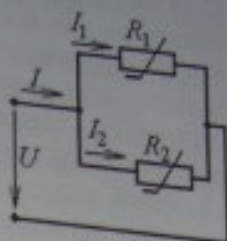


Рис. 6.5

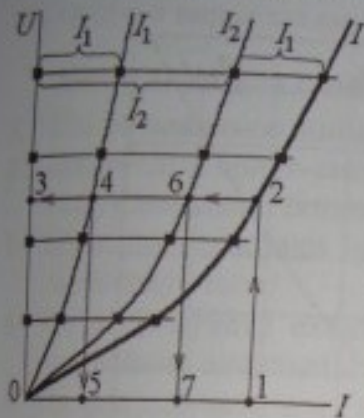


Рис. 6.6

6.2.3. Змішане з'єднання елементів

Схема змішаного з'єднання нелінійних елементів подана на рис. 6.7, а. Припускаємо, що задано ВАХ усіх нелінійних резисторів R_1 , R_2 і R_3 (відповідні криві подані на рис. 6.8).

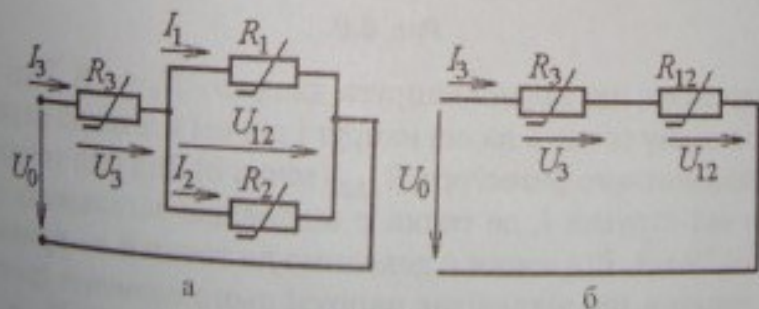


Рис. 6.7

Спочатку на підставі першого закону Кірхгофа, тобто $I_3 = I_1 + I_2$, додаємо ВАХ резисторів R_1 і R_2 (дії, як на рис. 6.6 для паралельного з'єднання) і отримуємо еквівалентний елемент R_{12} з ВАХ, що подана відповідною кривою $R_{1,2}$ на рис. 6.8.

Фактично прийшли до схеми з послідовним з'єднанням, що подана на рис. 6.7, б. І тут чинимо так само, як було розглянуто для такого з'єднання вище на рис. 6.2. Тоді, на підставі $U_0 = U_{1,2} + U_3$, додаємо ВАХ резисторів R_2 і $R_{1,2}$, діючи, як на рис. 6.3. Таким чином отримасмо характеристику еквівалентного елемента $R_{1,2,3}$, що подана відповідною кривою на рис. 6.8.

Тепер, якщо задана хоча б одна величина в схемі на рис. 6.7, а, то решту величин можна знайти, використовуючи набір вихідних та побудованих ВАХ.

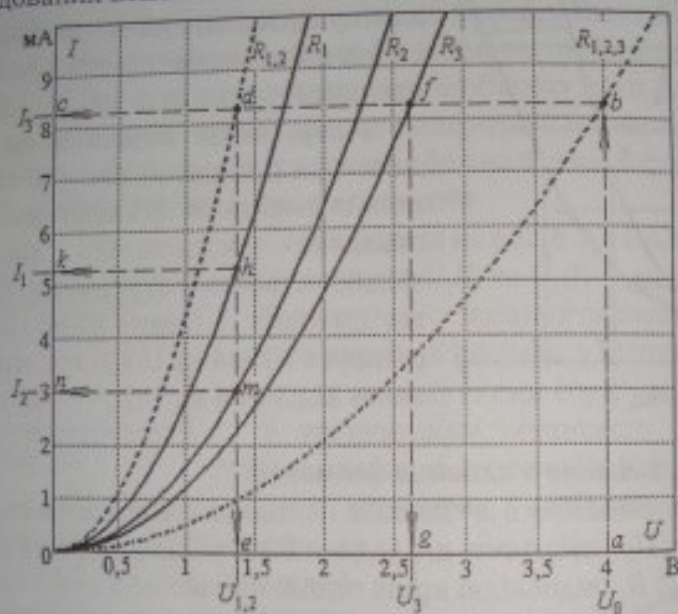


Рис. 6.8

Припустимо, що задана напруга джерела $U_0 = 4$ В. Тоді знаходимо відповідну точку a на осі напруг і від неї йдемо до перетину з ВАХ еквівалентного резистора $R_{1,2,3}$ (точка b). Від цієї точки рухаємося до осі струмів I , де точка c відповідає загальному струму кола $I_3 = 8,29$ мА. Від точки c доходимо до точки d на кривій $R_{1,2}$ і вниз до точки e , що відповідає напрузі цього елемента (рис. 6.7, б) та одночасно напрузі паралельної ділянки (рис. 6.7, а) $U_{1,2} = 1,37$ В. Знову від точки c доходимо до точки f на кривій R_3 і вниз до точки g , що відповідає напрузі елемента R_3 (рис. 6.7, а, б) $U_3 = 2,63$ В.

Завершуючи графічний аналіз електричного кола за рис. 6.7, при напрузі $U_{1,2}$ (точка e) на кривих R_1 та R_2 знаходимо точки k і

6. Неліній
і т. а.
 $I_1 = 5,2$
Пер
гофа: I
Н
якого-
то пор
резист
посере

- За
1. Що
2. На
но
3. На
зас
4. Як
вел
5. Як
вел
6. Як
ній

і т, а від них потрапляємо в точки k і n , визначаючи струми $I_1 = 5,28 \text{ mA}$ і $I_2 = 3,01 \text{ mA}$.

Перевірку розв'язання можна виконати за законами Кірхгофа: $I_1 + I_2 = 5,28 + 3,01 = 8,29 = I_3$; $U_{1,2} + U_3 = 1,37 + 2,63 = 4 = U_0$.

На закінчення зауважимо, якщо в електричному колі замість якого-небудь нелінійного резистора присутній лінійний резистор, то порядок усіх розрахунків зберігається, тільки для лінійного резистора використовують прямолінійну ВАХ (рис. 6.1, а) або безпосередньо вираз закону Ома.

Запитання для самоконтролю

1. Що називається лінійним і нелінійним електричними колами?
2. Накресліть вольт-амперні характеристики лінійного і нелінійного елементів і їхні позначення на схемах.
3. Наведіть приклади нелінійних елементів і скажіть, де вони застосовуються?
4. Як розрахувати електричне коло з послідовним з'єднанням нелінійних елементів?
5. Як розрахувати електричне коло з паралельним з'єднанням нелінійних елементів?
6. Як розрахувати електричне коло зі змішаним з'єднанням нелінійних елементів?

7. КОЛА НЕСИНУСОЇДНОГО ПЕРІОДИЧНОГО СТРУМУ

7.1. Поняття про кола несинусоїдного струму і принципи їхнього розрахунку

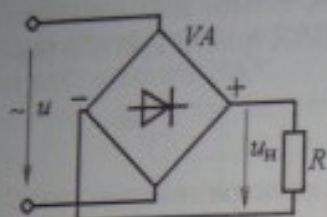


Рис. 7.1

Несинусоїдні періодичні струми і, відповідно, напруги можуть виникнути з різних причин. Наприклад, у схемі на рис. 7.1, яка містить мостовий однофазний випрямляч, напруга u на вході випрямляча синусоїдна, а на його виході і на навантаженні напруга u_n вже несинусоїдна, що показано на рис. 7.2.

Несинусоїдні струми виникають також у колах, які містять котушки з феромагнітними осерддями (див. рис. 1.1, z і далі рис. 8.35), а також в інших випадках.

Основою розрахунку кіл, що розглядаються, є розкладання функцій напруги і струму в гармонічні ряди Фур'є. Наприклад, ряд для напруги

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{Uk}), \quad (7.1)$$

де k – номер гармоніки; U_0 – постійна складова, що дорівнює середньому значенню напруги за період повторення T ; U_{km} , ψ_{Uk} – амплітуда та початкова фаза k -ої гармоніки; $\omega = 2\pi f$ – кутова частота несучої (першої) гармоніки; f – частота.

Для типових функцій у довідниках дають готові розкладання в гармонічні ряди, наприклад, у випадку двонапівперіодного випрямлення напруги на навантаженні (рис. 7.2):

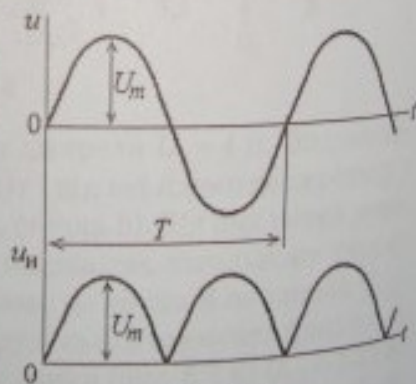


Рис. 7.2

$$u_n = \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1.3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3.5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5.7} \cos 6\omega t - \dots \right). \quad (7.2)$$

Розрахунок лінійних електричних кіл з несинусоїдною періодичною напругою базується на принципі накладання. А саме, струми і напруги розраховують незалежно для постійної і кожної гармонічної складових, а потім їхні підсумкові функції визначають як суму постійної і всіх гармонічних складових. Розрахунок постійних складових ведеться за знайомими правилами розрахунку кіл постійного струму, для гармонік — за правилами розрахунку кіл синусоїдного струму, тільки окремо для кожної гармоніки з урахуванням її кутової частоти $k\omega$.

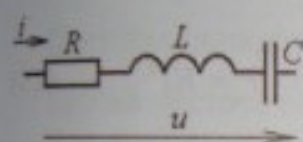


Рис. 7.3

Розглянемо просте коло з послідовним з'єднанням елементів R , L , C (рис. 7.3). Нехай належить знайти струм i під дією періодичної несинусоїдної напруги u (7.1).

Для постійної складової активний опір R зберігає свої властивості, а реактивні опори перетворюються в крайності, тобто $X_L = 0$; $X_C = \infty$ (у вітті електричного кола, де є конденсатор, постійний струм проходити не може).

Для кожної гармоніки — синусоїди з номером k величина R зберігається, а реактивні опори залежать від k , а саме $X_{Lk} = k\omega L$; $X_{Ck} = \frac{1}{k\omega C}$ (це зображено графічно на рис. 7.4).

Відповідно, для кожної гармоніки визначаються повні опори $Z_k = \sqrt{R^2 + (X_{Lk} - X_{Ck})^2}$; амплітуда струму $I_{km} = \frac{U_{km}}{Z_k}$; фазовий зсув $\varphi_k = \arctg \frac{X_{Lk} - X_{Ck}}{R}$; початкова фаза струму $\psi_{Ik} = \psi_{Uk} - \varphi_k$. Потім використовують метод накладання й одержують вислідну функцію струму $i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{Ik})$ (у прикладі за схемою на рис. 7.3 $I_0 = 0$, тому що є смісний елемент).

Для гармонік можливо застосування і символічного методу розрахунку. Тоді використовують комплексний опір $Z_k = R + j(X_{Lk} - X_{Ck})$, комплексну напругу \underline{U}_k і відповідний розрахунок комплексного струму $I_k = \frac{\underline{U}_k}{Z_k}$ з подальшим отриманням вислідної функції струму $i(t)$.

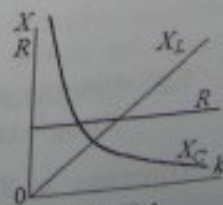


Рис. 7.4

Після визначення всіх членів ряду Фур'є можна розрахувати діючі значення електричних величин і потужність у колі.

Діючі значення напруги і струму:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2}; I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}, \quad (7.3)$$

де використовуються діючі значення окремих гармонік:

$$U_k = \frac{U_{km}}{\sqrt{2}}; I_k = \frac{I_{km}}{\sqrt{2}}, k = 1, 2, \dots \quad (7.4)$$

Активна потужність:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots \text{ або } P = RI^2. \quad (7.5)$$

Реактивна і повна потужності:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k; S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (7.6)$$

Оцінкою відхилення несинусоїдних струмів і напруг від синусоїдних слугують порівняння значень коефіцієнтів форми k_Φ , амплітуди k_a і спотворення k_c для даного несинусоїдного струму (напруги) з відповідними коефіцієнтами для синусоїдних струму (напруги).

Коефіцієнт форми визначається відношенням діючого значення I або U до середнього значення I_0 або U_0 :

$$k_\Phi = \frac{I}{I_0}; k_\Phi = \frac{U}{U_0}; \text{ для синусоїди } k_\Phi = 1,11. \quad (7.7)$$

Коефіцієнт амплітуди дорівнює відношенню максимального значення до діючого:

$$k_a = \frac{I_m}{I}; k_a = \frac{U_m}{U}; \text{ для синусоїди } k_a = \sqrt{2}. \quad (7.8)$$

Коефіцієнт спотворення – відношення діючого значення першої гармоніки до діючого значення повної періодичної функції:

$$k_c = \frac{I_1}{I}; k_c = \frac{U_1}{U}; \text{ для синусоїди } k_c = 1. \quad (7.9)$$

7.2. Приклади розрахунку електричних кіл з періодичними несинусоїдними струмами

Приклад 1. На вході електричного кола (рис. 7.5) напруга задана функцією $u = 80 - 60 \sin \omega t + 90 \sin 3\omega t$ В.

Потрібно визначити часову функцію струму $i(t)$, діючі значення напруги U і струму I , а також зобразити графіки функцій $i(t)$ і $u(t)$.

Параметри кола: $R = 20 \text{ Ом}$; $L = 15,92 \text{ мГн}$; частота першої гармоніки $f = 50 \text{ Гц}$.

Розв'язання. Напряга має постійну складову $U_0 = 80 \text{ В}$ і дві гармоніки з номерами $k = 1$ і 3 , амплітуди яких складають $U_{1m} = 60 \text{ В}$; $U_{3m} = 90 \text{ В}$, а початкові фази $\psi_{u1} = 180^\circ$; $\psi_{u3} = 0^\circ$.

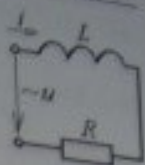


Рис. 7.5

$$\text{Постійна складова струму } I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{80}{20} = 4 \text{ А.}$$

$$\text{Кутова частота першої гармоніки } \omega = 2\pi f = 314 \text{ с}^{-1}.$$

Для відповідних гармонік визначаємо реактивні опори:

$$X_{L1} = \omega L = 314 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ Ом},$$

$$X_{L3} = 3 \cdot \omega L = 3 \cdot 314 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} = 15 \text{ Ом},$$

повні опори і кути зсуву фаз для всього кола:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_{L1}^2} = 20,6 \text{ Ом}; \quad \varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1}}{R} = 14^\circ;$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + X_{L3}^2} = 25 \text{ Ом}; \quad \varphi_3 = \arctg \frac{X_{L3}}{R} = 36,9^\circ.$$

Гармонічний склад струму i , тобто амплітуди і початкові фази відповідних гармонік:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{Z_1} = \frac{60}{20,6} = 2,9 \text{ А}; \quad \psi_{i1} = \psi_{u1} - \varphi_1 = 180^\circ - 14^\circ = 166^\circ = 2,9 \text{ рад};$$

$$I_{3m} = \frac{U_{3m}}{Z_3} = \frac{90}{25} = 3,6 \text{ А}; \quad \psi_{i3} = \psi_{u3} - \varphi_3 = -36,9^\circ = -0,64 \text{ рад}.$$

На цій основі функція струму:

$$i(t) = 4 + 2,9 \sin(314t + 2,9) + 3,6 \sin(3 \cdot 314t - 0,64) \text{ А.}$$

Графіки $u(t)$ і $i(t)$ зображені на рис. 7.6 у відповідних масштабах. Для наочності їхньої періодичності вони в часі зображені тривалістю в два періоди повторення (тут період дорівнює 2π).

Діючі значення напруги і струму:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \left(\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 110,7 \text{ В};$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \left(\frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 5,2 \text{ А.}$$

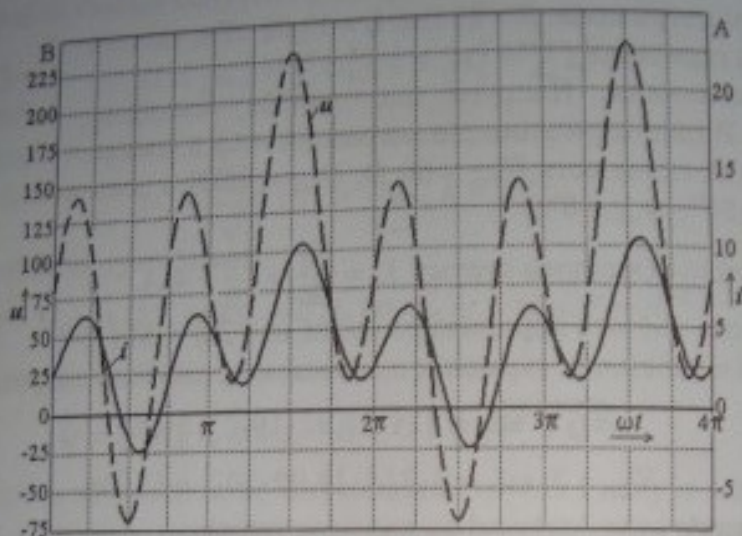


Рис. 7.6

Приклад 2. Визначити загальний струм i , діючі значення струму I і вхідної напруги U , а також споживану активну потужність P для кола, схема заміщення якого зображена на рис. 7.7, якщо її параметри: $R_1 = 18$ Ом; $R_2 = 12$ Ом; $L = 25,5$ мГн; $C = 398$ мкФ; $f = 50$ Гц. Вхідна напруга подана у вигляді функції:

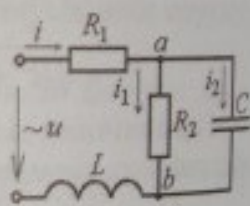


Рис. 7.7

$$u = 60 + 21,8 \sin \omega t + 11,45 \sin 2\omega t \text{ В.}$$

Розв'язання. Постійна складова напруги $U_0 = 60$ В. Для постійної складової струму схема на рис. 7.7 спрощується до схеми на рис. 7.8. Тоді ця складова струму:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_1 + R_2} = \frac{60}{30} = 2 \text{ А.}$$

Напруга також містить гармоніки $k = 1$ і 2 з амплітудами $U_{1m} = 21,8$ В і $U_{2m} = 11,45$ В і початковими фазами $\psi_{U1} = \psi_{U2} = 0^\circ$.

Кутова частота першої гармоніки $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}$.

Реактивні опори для відповідних гармонік:

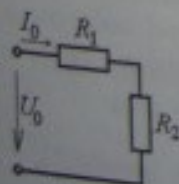


Рис. 7.8

$$X_{L1} = \omega L = 314 \cdot 25,5 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ Ом}; \quad X_{L2} = 2\omega L = 2 \cdot 314 \cdot 25,5 \cdot 10^{-3} = 16 \text{ Ом};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 398 \cdot 10^{-6}} = 8 \text{ Ом}; \quad X_{C2} = \frac{1}{2\omega C} = \frac{1}{628 \cdot 398 \cdot 10^{-6}} = 4 \text{ Ом}.$$

Для гармонічних складових розрахунок виконуємо *символічним методом*.

Комплексні опори віток кола в алгебраїчній і показовій формах:

$$\underline{Z}_{L1} = jX_{L1} = j8 = 8e^{j90^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{L2} = jX_{L2} = j16 = 16e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{C1} = -jX_{C1} = -j8 = 8e^{-j90^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{C2} = -jX_{C2} = -j4 = 4e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{R1} = R_1 = 18 = 18e^{j0^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{R2} = R_2 = 12 = 12e^{j0^\circ} \text{ Ом}$$

(\underline{Z}_{R1} і \underline{Z}_{R2} однакові для усіх гармонік).

Еквівалентні комплексні опори ланки з паралельним з'єднанням R_2 і C :

$$\underline{Z}_{ab1} = \frac{\underline{Z}_{R2} \cdot \underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_{C1}} = \frac{12e^{j0^\circ} \cdot 8e^{-j90^\circ}}{12 + (-j8)} = 6,7e^{-j56,3^\circ} = 3,7 - j5,5 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ab2} = \frac{\underline{Z}_{R2} \cdot \underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_{C2}} = \frac{12e^{j0^\circ} \cdot 4e^{-j90^\circ}}{12 + (-j4)} = 3,8e^{-j71,6^\circ} = 1,2 - j3,6 \text{ Ом}.$$

Еквівалентні комплексні опори і кути зсуву фаз для відповідних гармонік усього кола:

$$\underline{Z}_{E1} = \underline{Z}_{R1} + \underline{Z}_{ab1} + \underline{Z}_{L1} = 18 + 3,7 - j5,5 + j8 = 21,7 + j2,5 = 21,8e^{j6,6^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{E2} = \underline{Z}_{R1} + \underline{Z}_{ab2} + \underline{Z}_{L2} = 18 + 1,2 - j3,6 + j16 = 19,2 + j12,4 = 22,9e^{j32,9^\circ} \text{ Ом};$$

$$\varphi_{E1} = 6,6^\circ; \quad \varphi_{E2} = 32,9^\circ.$$

Гармонічний склад загального струму i (амплітуди і початкові фази відповідних гармонік), його функція і діюче значення:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{\underline{Z}_{E1}} = \frac{21,8e^{j0^\circ}}{21,8e^{j6,6^\circ}} = 1,0e^{-j6,6^\circ} \text{ А}; \quad \psi_{i1} = -6,6^\circ = -0,11 \text{ рад};$$

$$I_{2m} = \frac{U_{2m}}{\underline{Z}_{E2}} = \frac{11,45e^{j0^\circ}}{22,9e^{j32,9^\circ}} = 0,5e^{-j32,9^\circ} \text{ А}; \quad \psi_{i2} = -32,9^\circ = -0,57 \text{ рад};$$

$$i = 2 + \sin(314t - 0,11) + 0,5 \sin(628t - 0,57) \text{ А};$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \left(\frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{1}{2} + \frac{0,25}{2}} = 2,15 \text{ А}.$$

Діюче значення вхідної напруги:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \left(\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{2m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{3600 + \frac{475,24}{2} + \frac{131,1}{2}} = 62,5 \text{ В.}$$

Споживана активна потужність:

$$P = U_0 I_0 + \frac{U_{1m} \cdot I_{1m}}{2} \cos \varphi_{E1} + \frac{U_{2m} \cdot I_{2m}}{2} \cos \varphi_{E2} = 60 \cdot 2 + \frac{21,8 \cdot 1}{2} \cos 6,6^\circ + \frac{11,45 \cdot 0,5}{2} \cos 32,9^\circ = 120 + 10,8 + 2,4 = 133,2 \text{ Вт}$$

Запитання для самоконтролю

1. Наведіть приклади несинусоїдних періодичних напруг та струмів.
2. У якій формі подаються часові функції періодичних несинусоїдних електричних величин?
3. Поясніть загальні принципи розрахунку електричних кіл з періодичними несинусоїдними величинами.
4. Як визначаються діючі значення періодичних несинусоїдних струму й напруги?
5. Якими коефіцієнтами оцінюється несинусоїдність струму і напруги?
6. Як визначаються активні та реактивні потужності в колах несинусоїдного періодичного струму?

8. МАГНІТНІ КОЛА

8.1. Загальне поняття про магнітне поле і магнітні величини

Принцип дії багатьох електротехнічних пристроїв, таких як трансформатори, електричні апарати і машини, електровимірювальні прилади тощо побудовано на взаємодії електричних струмів і магнітних полів, або на взаємодії різних магнітних полів. Наприклад, перетворення механічної енергії в електричну та навпаки в таких пристроях відбувається за допомогою магнітного поля, що відображено в законах електромагнітної індукції й Ампера.

Для електротехнічних пристроїв типовим є наявність двох складових частин:

1) **електричне коло** утворене провідниками, які проводять електричний струм; при цьому провідники, як правило, згруповані в багатовиткові електричні котушки, а за наявності сукупності з'єднаних одна з одною котушок їх у цілому називають обмоткою;

2) **магнітне коло** — одне або сукупність феромагнітних осердь, які називаються магнітопроводом і слугують для проведення магнітного поля, його підсилення і концентрації у визначених робочих зонах пристроїв.

Як відомо, стан електричних кіл і процеси в них описуються за допомогою *електричних величин*: струму, ЕРС, напруги. Для магнітних полів і, отже, магнітних кіл використовують відповідні їм *магнітні величини*. Розглянемо ці величини й основні поняття щодо магнітного поля.

Магнітне поле може створюватися двома основними способами:

а) збудження *постійними магнітами* (рис. 8.1);

б) *електромагнітне збудження*, тобто за допомогою провідників, по яких тече струм I (див. рис. 8.2, а — одиночний провідник; рис. 8.2, б — багатовиткова котушка; рис. 8.3 — котушка з феромагнітним осердям).

У наочній формі магнітне поле прийнято зображати силовими лініями (рис. 8.1–8.3).

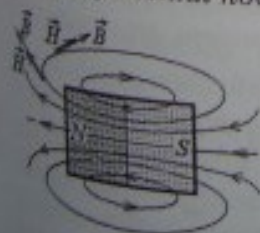


Рис. 8.1

Вони не мають початку і кінця, тобто завжди замкнені самі на себе. Силевим лініям приписується просторовий напрямок, який вказано стрілками на них. Стосовно постійного магніту в зовнішньому просторі лінії спрямовані від північного полюса N до південного S (див. рис. 8.1). При електромагнітному збудженні силеві лінії обов'язково зчеплені зі струмом (охоплюють провідники, по яким тече струм), а

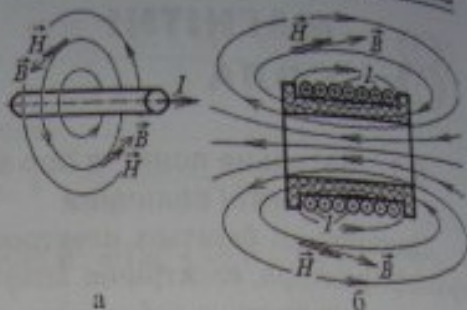


Рис. 8.2

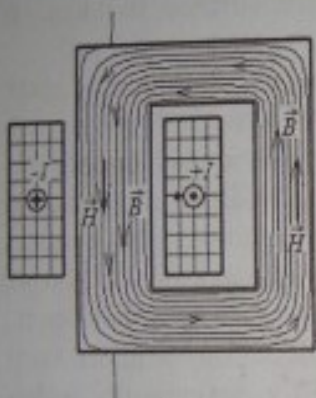


Рис. 8.3

напрямок визначається за відомим правилом правоходового буравчика (рис. 8.4) (він вгвинчується за напрямком струму I і тоді напрямок обертання рукоятки збігається з напрямком силових ліній). На рис. 8.2 і 8.3 показані відповідні напрямки силових ліній.

Магнітне поле в кожній точці простору характеризується наступними величинами:

B — магнітна індукція [Тл], її вектор у просторі орієнтований по дотичній до силової лінії (рис. 8.1—8.3);

H — напруженість магнітного поля [А/м] — її вектор орієнтований так само, як і вектор індукції (рис. 8.1—8.3).

Поміж індукцією і напруженістю магнітного поля встановлено взаємозв'язок:

$$B = \mu_0 \mu_r H, \quad (8.1)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнітна стала (магнітна проникність вакууму); μ_r — відносна магнітна проникність, яка показує, наскільки магнітні властивості даного середовища відрізняються від магнітних властивостей вакууму; добуток $\mu = \mu_0 \mu_r$ називається абсолютною магнітною проникністю (можливо її позначення і через μ_a).

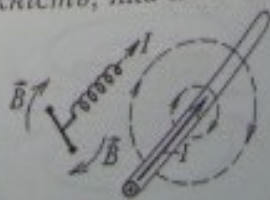


Рис. 8.4

Інтегральною величиною магнітного поля є *магнітний потік* Φ [Вб]. У загальному випадку, якщо в межах деякої поверхні S (рис. 8.5) магнітне поле неоднорідне, тобто магнітна індукція змінюється за значенням і напрямком, тоді магнітний потік:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B dS \cos \alpha = \int_S B_n dS, \quad (8.2)$$

де dS — елемент поверхні, вектор якого спрямований за нормаллю n до неї; α — кут між \vec{B} і $d\vec{S}$ (змінна величина); B_n — нормальна складова індукції (проекція вектора \vec{B} на $d\vec{S}$).

У найбільш простому випадку — при *однорідному магнітному полі*, коли магнітна індукція B однакова і спрямована за нормаллю в межах площі S усієї поверхні (рис. 8.6), магнітний потік буде найбільшим і визначається із (8.2) достатньо легко:

$$\Phi = BS. \quad (8.3)$$

Поряд із величинами, що характеризують магнітне поле, використовується ще поняття *магніторушійної сили* (МРС) котушки. Вона характеризує здатність котушки утворювати магнітне поле і визначається добутком її струму I на кількість витків w :

$$F = wI, \quad (8.4)$$

одиниця вимірювання [А] (іноді кажуть — ампервитки).

Зв'язок між електричними і магнітними величинами встановлюється *законом повного струму*:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I, \quad (8.5)$$

тобто циркуляція вектора напруженості \vec{H} магнітного поля по замкненому контуру l чисельно дорівнює алгебраїчній сумі струмів, що охоплюються цим контуром ($d\vec{l}$ — векторний елемент довжини контуру).

Для прикладу розглянемо найпростіше магнітне коло, показане на рис. 8.7, де на осердя, яке має вигляд тору, намотана котушка. У даному випадку повний струм $\sum I = wI = F$. З огляду на симетрію лінії (показані пунктиром) є круговими, містяться всередині котушки і на конкретній силовій лінії в усіх точках напруженість магнітного



Рис. 8.5

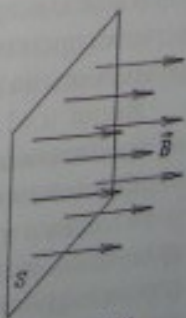


Рис. 8.6

поля \vec{H} постійна, а її вектор спрямований за дотичною до цієї лінії.

За контур інтегрування l у формулі (8.5) використаємо середню силову лінію. Тоді в кожній точці на цій лінії вектори \vec{H} і $d\vec{l}$ паралельні один одному, як показано на рис. 8.7 в одній із точок (точку винесено). Тоді можна в (8.5) добуток векторів замінити добутком скалярів і спростити вираз до:

$$\oint_l H dl = F, \quad (8.6)$$

де постійна величина H виносить за інтеграл й отримуємо:

$$Hl = F \text{ або } Hl = \omega I, \quad (8.7)$$

що встановлює зв'язок між струмом і напруженістю магнітного поля:

$$H = \frac{\omega I}{l} \text{ або } I = \frac{Hl}{\omega}, \quad (8.8)$$

і на основі цього можна зв'язати й інші електричні і магнітні величини.

Добуток Hl в (8.7) і (8.8) називається *магнітною напругою* і вимірюється в [А], а в загальному випадку магнітна напруга уздовж відрізка лінії довжиною l (або спад магнітної напруги) визначається виразом:

$$U_M = \int_l \vec{H} d\vec{l}. \quad (8.9)$$

8.2. Магнітні властивості матеріалів

Процеси в магнітних колах і значення магнітних величин суттєво залежать від магнітних властивостей середовища, які, як вже відзначено в (8.1), характеризуються абсолютною μ або відносною μ_r магнітними проникностями. У залежності від значення μ_r , матеріали поділяють на два основних види: *неферомагнітні* і *феромагнітні*.

Якщо $\mu_r = 1$, то матеріали називають *неферомагнітними*, або *немагнітними*; зокрема, якщо μ_r трохи перевищує одиницю, то це парамагнетики; якщо трохи менше одиниці — *діамагнетики*. До немагнітних матеріалів відносять, наприклад, повітря, різні електроізоляційні матеріали (слюда, скло, папір, пластмаса та ін.), такі розповсюджені провідникові матеріали, як мідь і алюміній, нержавіючі сталі та безліч інших.

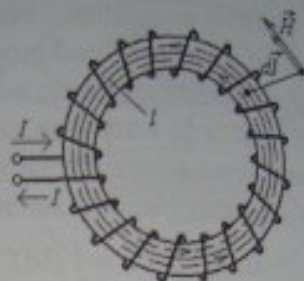


Рис. 8.7

Якщо $\mu \gg 1$, тобто значно перевищує одиницю, досягаючи значень у діапазоні 100...10000, то це феромагнітні матеріали, або магнітні.

Феромагнетизм — це магнітовпорядкований стан речовини, при якому всі магнітні моменти атомарних носіїв магнетизму в речовині паралельні і вона має самодовільну намагніченість. Серед хімічних елементів — феромагнітні перехідні елементи залізо (Fe), кобальт (Co) і нікель (Ni), а також рідкоземельні метали гадоліній (Gd), тербій (Tb), диспрозій (Dy) та інші (Ho, Er, Tm). Феромагнітними є також численні металічні сплави і з'єднання згаданих вище металів між собою й іншими неферомагнітними елементами, сплави і з'єднання хрому (Cr) і марганцю (Mn) з неферомагнітними елементами (Fe_3Al , Ni_3Mn , $FePd_3$, $MnPt_3$). Спеціально для використання як магнітопроводів різних пристроїв розроблено широкий сортамент електротехнічних сталей — група легуваних кремнієм сталей (Fe + Si від 0,5 до 4%).

Марки електротехнічних сталей позначаються кодом із чотирьох цифр і розшифровуються так: перша цифра — вид прокатки, структурний стан (1 — гарячекатана ізотропна, 2 — холоднокатана ізотропна, 3 — холоднокатана анізотропна); друга цифра — вміст кремнію (0 — до 0,4%, 1 — 0,4...0,8%, 2 — 0,8...1,8%, 3 — 1,8...2,8%, 4 — 2,8...3,8%, 5 — 3,8...4,8%); третя цифра — група за основною характеристикою, яка нормується (поєднанням магнітної індукції, її частоти і питомих магнітних втрат); четверта цифра — порядковий номер типу сталі. Так, наприклад, у трансформаторах застосовують сталі 1511...1514, 3411...3415; в електричних машинах 1211, 1212, 1311, 1411, 2411, 2412, 3411, 3413 та ін.

У цілому феромагнетики прийнято ділити на дві групи:

- магнітом'які матеріали, що використовуються, в основному, як провідники магнітного потоку;
- магнітотверді, що використовуються як джерело магнітного поля (постійні магніти).

У феромагнетиків величина μ , залежить від величин магнітного поля B і H , тобто вона непостійна. Тому для таких матеріалів замість формули (8.1) використовуються експериментально отримані залежності $B(H)$. Залежність $B(H)$ утворює сімейство кривих петель гістерезису, приклад яких поданий на рис. 8.8 для електротехнічної сталі марки 1212 товщини листа 0,5 мм. Площі окремих

петель гістерезису залежать від супутніх їм максимальних значень B_m і H_m , а також частоти перемагнічування f (рис. 8.8 відповідас $f = 50$ Гц).

Гістерезис (відставання, спізнення) — явище, яке полягає в тому, що внутрішня намагніченість речовини неоднозначно залежить від зовнішнього фактора — напруженості магнітного поля. За відсутності зовнішнього магнітного поля феромагнітний зразок розбитий на домени — області однорідної самодовільної намагніченості. У простішому

випадку доменна структура являє собою шари, що чергуються із взаємно протилежним напрямком намагніченості. Криві намагнічування і петлі гістерезису в феромагнетиках визначаються зміною об'єму доменів з різною орієнтацією намагніченості в них за рахунок зміщення меж доменів, а також повороту осей намагніченості доменів.

Процес перемагнічування пов'язаний із поглинанням енергії зовнішнього магнітного поля; площа всередині петлі магнітного гістерезису є мірою енергії, що перетворюється на тепло при перемагнічуванні. Такі втрати енергії називаються гістерезисними.

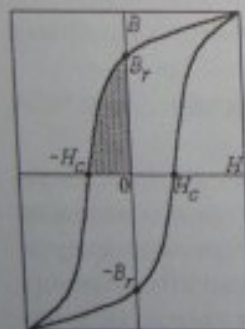


Рис. 8.9

На петлях гістерезису виділяються характерні точки (рис. 8.9): H_c — коерцитивна сила; B_γ — залишкова індукція.

Досить вузькі петлі гістерезису (як, наприклад, на рис. 8.8) відповідають магнітом'яким матеріалам. У магнітотвердих матеріалів петлі гістерезису більш широкі, як показано на рис. 8.9. Так, наприклад, у чистого заліза складас близько 80 А/м, у спеціального сплаву — магніко — досягає 4640 А/м. Підвищення значень H_c і B_γ добиваються для

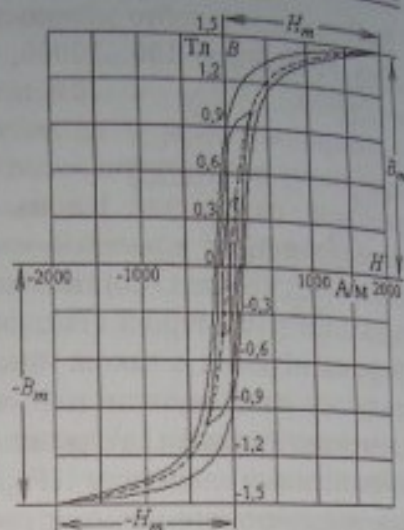


Рис. 8.8

створювання високоефективних постійних магнітів (створено матеріали з B_r близько 0,3...0,8 Тл). Для них у межах петлі гістерезису важливою є ділянка від B_r до $-H_c$ — розмагнічувальна частина, причому задача полягає в забезпеченні найбільшої величини площі заштрихованої частини петлі гістерезису (рис. 8.9).

Магнітотверді матеріали для постійних магнітів утворюються з вуглецевих сталей із змістом вуглецю до 1% і з додаванням легуючих елементів (алюміній, нікель, вольфрам, хром, кобальт, молибден). Наприклад, сплав ЮНД (Fe+Ni+Al), сплав ЮНДК (Fe+Ni+Al+Co).

Наведені значення B_r відповідають феромагнетикам, що знаходяться у складі замкнених осердь, як, наприклад, на рис. 8.7. За наявності у постійного магніту повітряного проміжку його залишкова індукція B_r значно менше залишкової індукції матеріалу B_r .

Якщо в процесі вимірювань зовнішнє магнітне поле змінюється за величиною і напрямком повільно, то отримується *статична петля гістерезису*. Якщо ж час встановлення напруженості поля порівняний із часом перемагнічування матеріалу, то залежності $B(H)$ є *динамічними петлями гістерезису*. Динамічні петлі гістерезису більш широкі й округлі, їхня площа збільшується з підвищенням частоти перемагнічування.

Багатозначні залежності $B(H)$ (рис. 8.8) дуже складні, тому при практичних розрахунках ідуть на спрощення і користуються *основною кривою намагнічування*. Це та лінія, яка показана на рис. 8.8 пунктиром і проходить по вершинах петель гістерезису. Основні криві намагнічування наводяться в довідковій літературі в табличній або графічній формах для всіх феромагнітних матеріалів, які використовуються практично. На рис. 8.10 наведені основні криві намагнічування для вказаних там же матеріалів.

Помітний перегин основних кривих намагнічування для магнітних сталей виникає при значеннях магнітної індукції $B_s = (1,2...1,7)$ Тл, що називається індукцією насичення. Подальше збільшення магнітної індукції потребує суттєвого підвищення напруженості магнітного поля, а фактично — магніторушійної сили обмотки, яка збуджує це поле, що впливає із (8.6)–(8.8). Тому такий рівень магнітних полів (1,2...1,7) Тл вважається загальноприйнятим для більшості електротехнічних пристроїв з феромагнітним магнітопроводом.

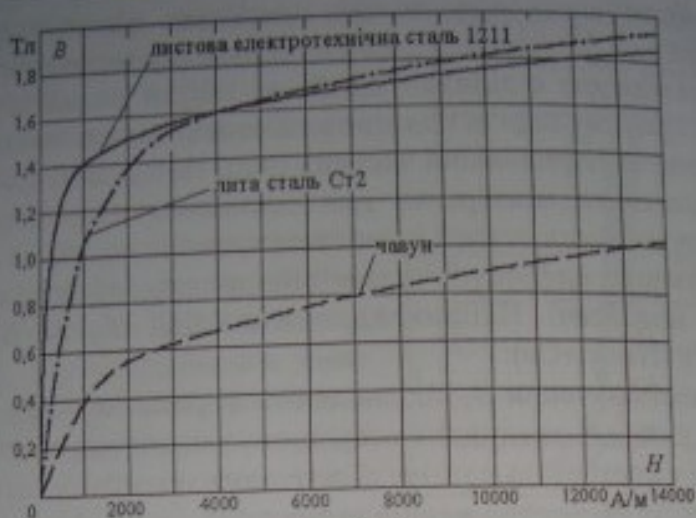


Рис. 8.10

8.3. Загальне уявлення про магнітні кола

Сукупність елементів, що збуджують і проводять магнітне поле, можна розглядати як **магнітне коло**, якщо контури замикання силових ліній поля очевидні і це поле сконцентроване в межах локальних областей простору (див. рис. 8.3 і 8.7), які явно виділяються. Для опису процесів у магнітних колах базовими величинами є магнітний потік Φ (8.3), магніторушійна сила (МРС) F (8.4) і магнітна напруга U_M (8.9).

Магнітне коло робить таким феромагнітний магнітопровід. Покажемо його роль на прикладі *дроселя* — котушки зі сталевим осердям.

За вихідний варіант візьмемо конструкцію із замкненим осердям прямокутної форми (див. рис. 8.3). Тут структура силових ліній досить суворо організована і цілком передбачена, що і є необхідною ознакою магнітного кола.

Якщо ж у цьому осерді зробити невеликий проміжок, то виникає деяке розсіяння частини

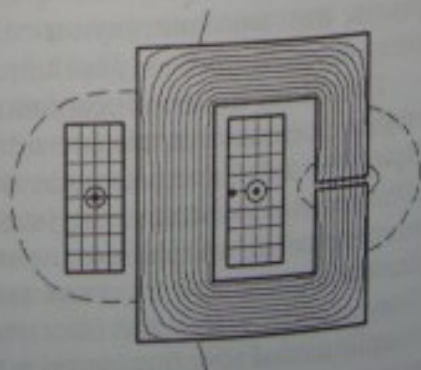


Рис. 8.11

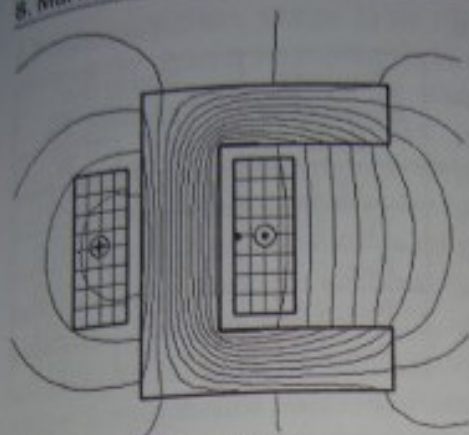


Рис. 8.12

силових ліній в оточуючому просторі, що показано на рис. 8.11. Переважна частина магнітного поля все ще зосереджена в об'ємі осердя, тому цей варіант також можна розглядати як магнітне коло.

Якщо вилучити значну частину осердя (рис. 8.12), то в цьому місці структура магнітного поля становиться ще менш організованою і її передбачити вельми важко (картини полів на рис. 8.3, 8.11 і 8.12 та далі отримані досить складним спеціальним методом розрахунку). Для розрахунку такої структури вже недостатньо понять магнітного кола і відповідних величин Φ , F та U_M .

Ще менше передбачувані структури магнітних полів (йдеться про точність, необхідну для розрахунку електротехнічних пристроїв) для варіантів за наявності осердя тільки всередині котушки (рис. 8.13) і за його повної відсутності (рис. 8.14).

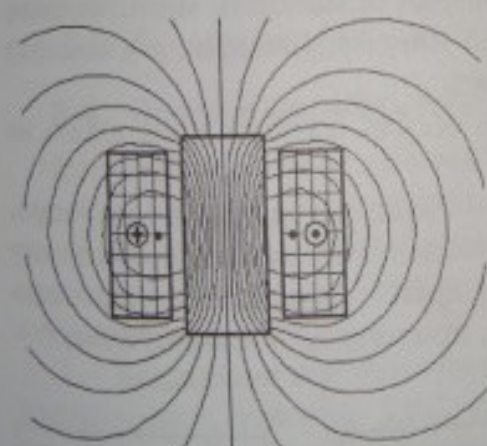


Рис. 8.13

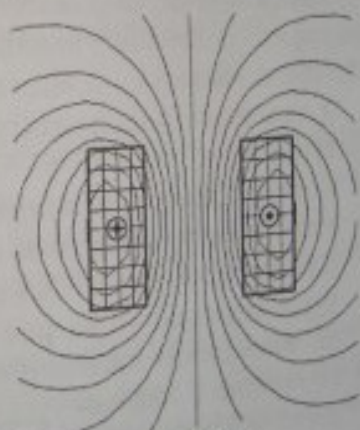


Рис. 8.14

Зауважимо, що на рисунках між парами сусідніх силових ліній проходить у будь-якому місці уздовж них один і той же магнітний потік, але, природно, для кожного рисунка він має своє значення. Тому в місцях розрідження силових ліній магнітна індукція буде меншою, ніж у місцях їхнього згущення у відповідній пропорції.

Тому за картинами силових ліній можна судити про розподіл магнітної індукції в кожному із розглянутих варіантів магнітних полів. Більш конкретне уявлення про ефективність феромагнітного магнітопроводу дають дані, подані в табл. 8.1.

Тут даються по два значення магнітної індукції в місцях, які у всіх випадках у просторі зафіксовані однаково, і ці місця вибрані за рис. 8.11: B_1 — середнє значення магнітної індукції в осерді всередині котушки на лінії, що перпендикулярна його осі і знаходиться на середньому рівні за висотою котушки; B_2 — середнє значення магнітної індукції в проміжку. Для певності вкажемо деякі параметри магнітного кола на рис. 8.11: МРС котушки дорівнює 3000 А, довжина середньої лінії осердя — 168 мм, проміжок — 1,5 мм. Конструктивні відмінності інших варіантів, що подані на рис. 8.3, 8.12—8.14, від рис. 8.11 очевидні, як очевидні і супутні зміни магнітного поля в табл. 8.1.

Таким чином, феромагнітні осердя посилюють магнітне поле, виконують роль його провідників і концентраторів, а у випадку постійних магнітів — і його джерел.

У залежності від конфігурації осердь, магнітні кола ділять на наступні типи:

- *нерозгалужені і розгалужені* — перші мають один явно виражений контур замикання переважної частини магнітного потоку (приклади на рис. 8.3, 8.7 і 8.11); другі — два і більше таких контурів (приклад — на рис. 8.15, причому, а — симетричне, б — несиметричне магнітні кола);

- *однорідні і неоднорідні* — у перших на всій довжині силових ліній значення індукції і напруженості магнітного поля незмінні, тобто $B = \text{const}$ і $H = \text{const}$,

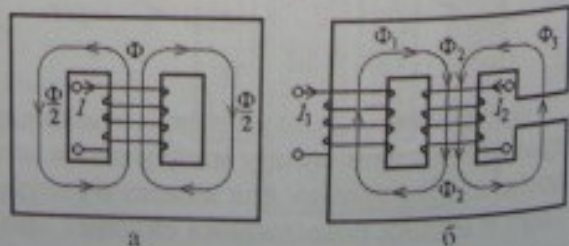


Рис. 8.15

Таблиця 8.1

Варіант магнітного поля	Магнітна індукція, Тл	
	B_1	B_2
Рис. 8.3	1,659	1,931
Рис. 8.11	1,542	1,412
Рис. 8.12	0,429	0,095
Рис. 8.13	0,202	0,031
Рис. 8.14	0,058	0,019

а це можливо, якщо: 1) на цій довжині магнітопровід однорідний (із одного матеріалу); 2) має постійну площу поперечного перерізу $S = \text{const}$; 3) не має відгалужень магнітного потоку, тобто $\Phi = \text{const}$ (приклад однорідного магнітного кола на рис. 8.7); у неоднорідних магнітних кіл вказані умови (всі або хоча б одне) не витримуються (приклади на рис. 8.3 і рис. 8.11). У залежності від кількості обмоток, які збуджують магнітне поле, бувають *одно-* і *багатообмоткові* магнітні кола (приклади перших – на рис. 8.3, 8.7, 8.11, других – на рис. 8.15, б).

Осердя можуть виготовлятися наступних типів: а) масивними, тобто з суцільним заповненням об'єму, наприклад, лити, із товстого листа, у вигляді поковки; б) шихтованими, тобто набраними зі сталевих листів або навитими зі сталеві стрічки, товщина яких може бути порядку 0,1...0,5 мм; в) пресованими із порошку феромагнітного матеріалу з яким-небудь зв'язуючим наповнювачем.

Масивні осердя застосовують при постійному магнітному потоці, інші – при змінному, причому шихтовані осердя – на низьких частотах (до тисяч Гц), пресовані – на більш високих частотах.

Зрозуміло, що різні варіанти ознак можуть бути властиві одному і тому ж магнітному колу. Так, наприклад, магнітне коло на рис. 8.7 – однорідне, нерозгалужене, однообмоткове; на рис. 8.15, б – неоднорідне, розгалужене, двообмоткове.

8.4. Прояви магнітного поля

Силкові лінії магнітного поля і магнітні величини – це поняття, введені вченими-дослідниками, і вони є значною мірою абстрактними. Проте саме магнітне поле є матеріальною субстанцією і має цілком конкретні матеріально відчутні прояви, до основних із яких належать наступні.

1. *Індукуюча дія* магнітного поля полягає в тому, що змінне магнітне поле утворює ЕРС, що знайшло своє відображення в законі *електромагнітної індукції* (у двох формулюваннях – див. підрозд. В.2.6):

а) *для нерухомого контура або котушки* (див. рис. 8.16), що пронизується змінювальним магнітним потоком, ЕРС дорівнює швидкості зміни їхніх магнітних потокозчеплень Ψ :

$$e = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (8.10)$$

де $\psi = \sum_{k=1}^w \Phi_k$, w – кількість витків котушки; Φ_k – магнітний потік, який пронизує її k -ий виток.

Так на рис. 8.16 магнітне поле збуджується однією з котушок, яка живиться змінним струмом і від генератора G . У другій котушці змінне магнітне поле індукує ЕРС e , яка створює напругу u на затискачах котушки. Ця напруга, а значить і ЕРС, може наочно вимірюватися, наприклад, мілівольтметром mV .

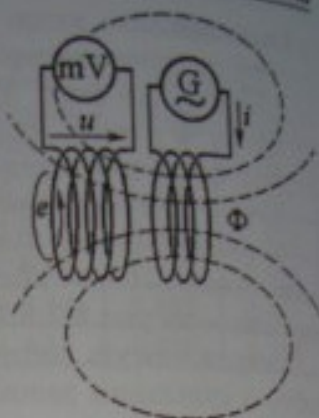


Рис. 8.16

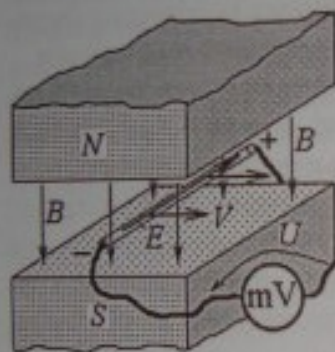


Рис. 8.17

б) для провідника, який переміщується в однорідному магнітному полі (рис. 8.17), ЕРС визначається формулою (В.12):

$$E = vBl \sin \alpha, \quad (8.11)$$

де v , l – швидкість руху провідника і його довжина; B – індукція магнітного поля (напрямок ЕРС визначається за правилом правої руки – рис. В.8).

ЕРС створює на кінцях провідника різницю потенціалів: $+i -$. Напруга U , що

виникає, може також наочно вимірюватися мілівольтметром mV .

2. **Силова дія** магнітного поля полягає у виникненні механічних сил, що діють на провідники зі струмом, а також на феромагнітні осердя, а саме:

а) **закон Ампера** виражає силу (В.9), що діє на провідник (рис. В.14) довжиною l зі струмом I , який розміщений у магнітному полі з індукцією B :

$$F_A = IBl \sin \alpha \quad (8.12)$$

(напрямок сили Ампера визначається за правилом лівої руки – рис. В.14).

Так на рис. 8.18 від генератора G постійний струм іде по провідниковій рамці, що знаходиться в магнітному полі постійного магніту або електромагніту. Сили F_A , які діють на боки рамки, створюють електромагнітний момент M_{EM} . Цей момент і, таким

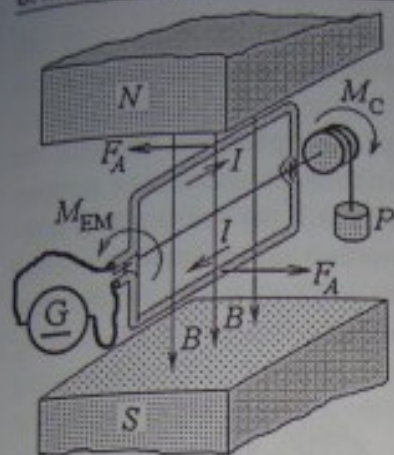


Рис. 8.18

ють осердя).

в) **механічні сили** діють у магнітному полі на постійні магніти, як, наприклад, намагнічена стрілка (рис. 8.20): вона розташовується уздовж силових ліній (за напрямком векторів індукції B магнітного поля, що створюється іншим постійним магнітом), причому різноіменні полюси магнітів притягуються, однойменні — відштовхуються.

На закінчення зауважимо, що принцип дії електротехнічних пристроїв майже завжди оснований на використанні індукуючої або силової дії магнітного поля або обох водночас.

8.5. Закони магнітних кіл



Рис. 8.20

Досить точний розрахунок магнітних полів, зображених на рис. 8.11–8.14 і у разі більш складних електромагнітних систем, потребує застосування спеціальних польових методів розрахунку. Вони засновані на розв'язанні першого рівняння із системи рівнянь електромагнітного поля, сформульованої Максвеллом, а саме, рівняння:

чином, сили можуть бути наочно визначені через обертальний момент опору M_C від вантажу P , який пов'язаний зі шківом на осі рамці.

б) **електромагнітна сила:**

$$F_{EM} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} S \quad (8.13)$$

діє на феромагнітні осердя, в проміжку між торцями яких є магнітне поле (рис. 8.19), де B_0 — магнітна індукція в проміжку; S — площа поверхні, зверненої до проміжку (сили F_{EM} спрямовані так, що стягують осердя).

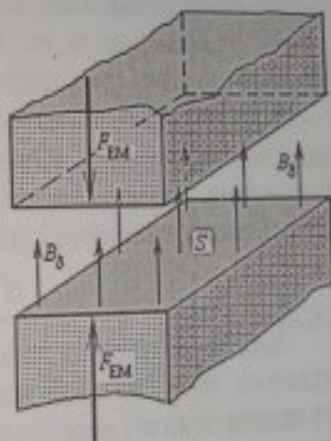


Рис. 8.19

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}, \quad (8.14)$$

де \vec{H}, \vec{J} – вектори напруженості магнітного поля і густини струму.

Для магнітних кіл, в яких просторова структура магнітного поля досить очевидна, використовуються простіші методи розрахунку, засновані на законах Ома і Кірхгофа. Такі закони для магнітних кіл ці вчені не формулювали. А назви законів запозичені з електричних кіл у зв'язку з формально близькою аналогією між названими законами для цих і магнітних кіл.

Закон Ома для магнітного кола.

Розглянемо однорідну ділянку якого-небудь магнітного кола (рис. 8.21). Це може бути частина феромагнітного осердя або навіть повітряний проміжок. Ознаки однорідної ділянки такі ж, як і однорідного магнітного кола (див. підрозділ 8.3).

А саме, щоб у магнітному колі виділити однорідну ділянку, на всій її довжині l напруженість магнітного поля H повинна бути постійною. З урахуванням відомих співвідношень (8.1) і (8.3) маємо:

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\Phi}{S \mu_0 \mu_r}. \quad (8.15)$$

Звідси випливає, що для забезпечення $H = \text{const}$ однорідна ділянка магнітного кола повинна мати такі **зовнішні ознаки**: 1) відсутність в її межах відгалужень магнітного потоку ($\Phi = \text{const}$); 2) постійність площі поперечного перерізу ($S = \text{const}$); 3) однорідність матеріалу з магнітних властивостей ($\mu_r = \text{const}$).

Розглянемо спад магнітної напруги (8.7), (8.9) на довжині однорідної ділянки з урахуванням (8.15):

$$U_M = Hl = \frac{l\Phi}{S\mu_0\mu_r} = R_M\Phi. \quad (8.16)$$

Тут окрема частина R_M називається **магнітним опором**:

$$R_M = \frac{l}{S\mu_0\mu_r}. \quad (8.17)$$

З урахуванням цього формулюється закон Ома для однорідної ділянки магнітного кола: **спад магнітної напруги дорівнює добутку магнітного опору і магнітного потоку**:

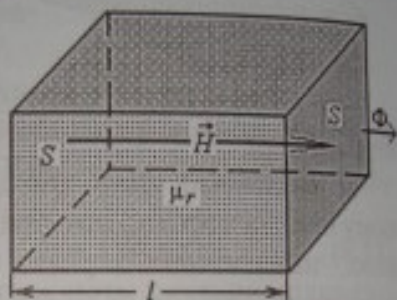


Рис. 8.21

$$U_M = R_M \Phi \quad (8.18)$$

Це формально схоже з законом Ома $U = RI$ для електричного кола, де також фігурують напруга U і опір R , але електричні, а магнітний потік формально можна уподібнити електричному струму I .

Тепер однорідну ділянку магнітного кола (рис. 8.21) можна замінити лінійним магнітним опором (рис. 8.22, а), що відповідає неферромагнітним ділянкам, де $\mu_r = 1$, або нелінійним магнітним опором (рис. 8.22, б), що відповідає ферромагнітним ділянкам, де $\mu_r = \text{var}$ (змінна величина, бо залежить від B і H).

Для однорідного магнітного кола (рис. 8.7) магнітопровід, природно, являє собою єдину однорідну ділянку. Тому, з урахуванням (8.7), можна замість (8.18) записати модифікацію закону Ома:

$$F = R_M \Phi \quad (8.19)$$

і використати схему заміщення такого кола у відповідності з рис. 8.22, в, де F — МРС котушки за (8.4).

Перший закон Кірхгофа для магнітного кола: алгебраїчна сума магнітних потоків, які сходяться в його розгалуженні, дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^m \Phi_k = 0, \quad (8.20)$$

де m — кількість віток у розгалуженні магнітопроводу.

Так, на рис. 8.23, а зображено розгалуження магнітного кола, наприклад, як фрагмент рис. 8.15, б, а на рис. 8.23, б — його схематичне подання. З урахуванням позначень напрямків магнітних потоків:

$$\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 = 0. \quad (8.21)$$

Цей закон Кірхгофа заснований на безперервності силових ліній, так що сумарний магнітний потік для замкнутої поверхні завжди дорівнює нулю.

Другий закон Кірхгофа для магнітного кола.

Цей закон виходить з закону повного струму (8.5) і формулюється для неоднорідних магнітних кіл, приклади яких є на рис. 8.3, 8.11 і 8.15.

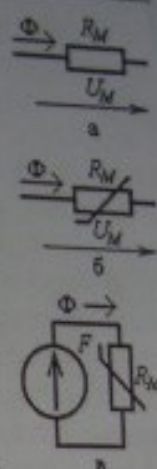


Рис. 8.22

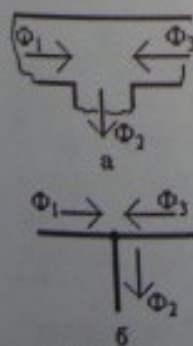


Рис. 8.23

У даному випадку для прикладу візьмемо неоднорідне магнітне коло, яке подано на рис. 8.24. Воно відповідає рис. 8.11, тільки тепер приймемо спрощену структуру магнітного поля, яка зображена кількома силовими лініями.

Контур інтегрування l в (8.5) необхідно брати таким, щоб він збігався із середньою силовою лінією, яка, у свою чергу, на рис. 8.24 збігається із середньою лінією осердя l . Тоді вектор напруженості магнітного поля \vec{H} на всій довжині лінії l паралельний її елементам $d\vec{l}$. І з урахуванням того, що $\vec{H}d\vec{l} = Hdl \cos(\vec{H}d\vec{l}) = Hdl \cos 0 = Hdl$, в (8.5) $\oint_l \vec{H}d\vec{l}$ спрощується до $\oint_l Hdl$.

Магнітне коло по довжині контура l поділяємо на однорідні ділянки, кількість яких позначимо n . Ознаки, за якими ділянку можна вважати однорідною, подано при викладанні закону Ома. На рис. 8.24 показано розбиття лінії на шість однорідних ділянок: ab , bc , cd , de , ef і fa з відповідними довжинами l_1 , l_2 , l_3 , l_4 , l_5 і l_6 .

Через те, що по довжині контур інтегрування $l = \sum_{k=1}^n l_k$ є розбитим тепер на відрізки, то й інтеграл поділяється на суму відповідних інтегралів:

$$\oint_l Hdl = \sum_{k=1}^n \int_{l_k} H_k dl = \sum_{k=1}^n H_k l_k, \quad (8.22)$$

де враховано, що в межах довжини l_k k -тої однорідної ділянки $H_k = \text{const}$.

Сума струмів $\sum I$ у виразі закону повного струму (8.5) для рис. 8.24 дорівнює МРС струмової котушки, тобто $\sum I = wI = F$, а в загальному випадку, коли контур зчеплений з m котушками — алгебраїчній сумі їхніх МРС. Коли напрямок струму котушки і напрямок обходу контура узгоджені з правилом буравчика (див. рис. 8.4), то МРС позитивна, якщо ні — негативна. Приклад контура з двома МРС є на рис. 8.15, б.

У результаті формулюємо **другий закон Кірхгофа для магнітного кола**: алгебраїчна сума спадів магнітних напруг на ділянках

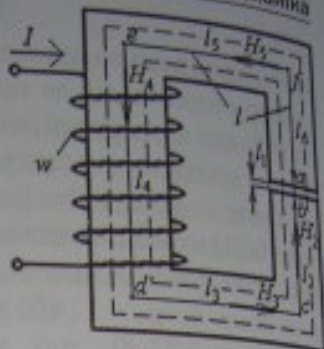


Рис. 8.24

замкненого контура в магнітному колі дорівнює алгебраїчній сумі МРС котушок, зчеплених з цим контуром, тобто:

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum_{k=1}^m F_k. \quad (8.23)$$

У (8.23) магнітна напруга на k -тій однорідній ділянці $U_{Mk} = H_k l_k = R_{Mk} \Phi$, що відповідає закону Ома (8.18).

Тепер нерозгалужене магнітне коло на рис. 8.24 може бути зображено магнітною схемою заміщення на рис. 8.25 — сукупністю послідовно з'єднаних магнітних опорів його ділянок, магнітний потік Φ у якому спричиняється МРС котушки F .

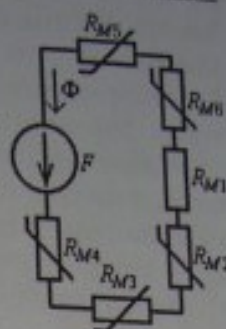


Рис. 8.25

8.6. Задачі розрахунку магнітних кіл постійного магнітного потоку

При розрахунку магнітних кіл геометричні розміри осердь, кількість витків котушки w , крива намагнічування $B(H)$ сталі осердя повинні бути задані. У залежності від подальшої постановки задачі розрізняють два її типи.

1. У **прямій задачі** задається яка-небудь магнітна величина — індукція B або потік Φ , а треба знайти струм I котушки.

За приклад візьмемо магнітне коло на рис. 8.26. Припустимо, що задано магнітну індукцію в проміжку B_0 , і подамо в загальному вигляді алгоритм розв'язання прямої задачі, за допомогою якого знаходиться струм котушки I .

Розпочинаючи розв'язання задачі, спочатку на кожній ділянці магнітного кола належить обчислити площу його поперечного перерізу S_k (k — номер ділянки). Якщо ділянка магнітного кола — масивне осердя, то тут просто береться габаритна площа поперечного перерізу $S_k = ac$. Якщо ділянка знаходиться на шихтованій частині магнітопроводу, враховується безпосередньо сумарна площа перерізу сталевих листів $S_k = k_2 ac$, де k_2 — коефіцієнт заповнення осердя сталлю (при товщині листів

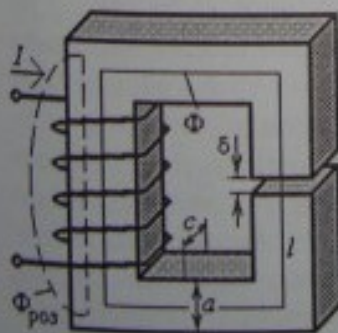


Рис. 8.26

$\Delta = 0,2 \dots 0,5$ мм k , може знаходитися в межах $0,93 \dots 0,96$). Для проміжків у магнітопроводі площа поперечного перерізу S_k береться приблизно рівною габаритній площі прилягаючого торця феромагнітного осердя.

У даному магнітному колі припускається структура магнітного поля, показана на рис. 8.26. Через проміжок і по іншій частині магнітопроводу проходить основний магнітний потік $\Phi = B_\delta S_\delta$, де S_δ – площа перерізу в проміжку, яка пронизується потоком.

На тій ділянці, де розташована котушка, до основного потоку додається відносно невеликий потік розсіяння $\Phi_{\text{роз}}$ і тут повний магнітний потік:

$$\Phi_{\text{повн}} = \Phi + \Phi_{\text{роз}} = k_{\text{роз}} \Phi, \quad (8.24)$$

де $k_{\text{роз}}$ – коефіцієнт розсіяння, який визначається з урахуванням досвіду детального розрахунку магнітних полів і може знаходитися в межах $1 \dots 1,5$.

По середній лінії магнітопроводу (ураховуючи осердя і проміжки) розбивається на однорідні ділянки з довжинами l_k (k – номер ділянки). На кожній ділянці розраховується магнітна індукція $B_k = \frac{\Phi_k}{S_k}$. Напруженість магнітного поля: у проміжку у відповідності з (8.1) $H_k = \frac{B_k}{\mu_0}$; для феромагнітних ділянок визначається за кривими намагнічування відповідних матеріалів (див. рис. 8.10), тобто $H_k = H(B_k)$.

На підставі другого закону Кірхгофа для магнітного кола (8.23) визначаються необхідна МРС котушки і струм котушки:

$$F = \sum_{k=1}^n H_k l_k, \quad I = \frac{F}{w}, \quad (8.25)$$

де n – кількість раніше виділених однорідних ділянок.

2. У зворотній задачі задається струм котушки I_0 , а треба знайти магнітні величини: індукції і потоки.

Така задача вирішується графоаналітичним методом за допомогою побудови магнітної характеристики – залежності $\Phi(I)$ або $B_\delta(I)$. Конкретно, задається ряд значень індукції у проміжку $B_{\delta 1}, B_{\delta 2}, B_{\delta 3}, \dots$ і за допомогою

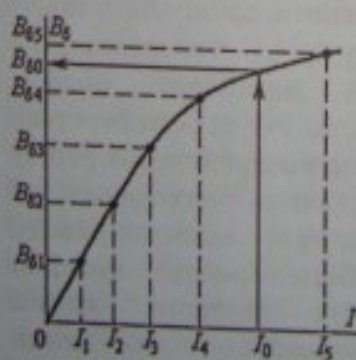


Рис. 8.27

розв'язання прямої задачі (багато разів) визначаються відповідні струми I_1, I_2, I_3, \dots . За цими даними будується магнітна характеристика (рис. 8.27) і при заданому струмі I_0 знаходяться відповідні значення індукції $B_{\delta 0}$ і магнітного потоку $\Phi = B_{\delta 0} S_{\delta}$.

Приклад 1. Розв'язання прямої задачі для неоднорідного магнітного кола.

На рис. 8.28 зображено (двома проекціями) магнітне коло, утворене прямокутним і напівкільцевим осерддями, поділеними проміжком δ , причому обмотка збудження намотана тільки на другому з них і кількість її витків $w = 1000$. Розміри: $\delta = 2$ мм; $r_1 = 60$ мм; $r_2 = 100$ мм; $h = 100$ мм; $a = 40$ мм; $b = 46$ мм; $c = 30$ мм. Осердя виконано із листової сталі марки 1211 і має коефіцієнт заповнення $k_2 = 0,95$. Визначити постійний струм котушки, необхідний для збудження в проміжках магнітного поля з індукцією $B_{\delta} = 1,5$ Тл. Коефіцієнт розсіяння магнітного потоку котушки — $k_{\text{роз}} = 1,1$.

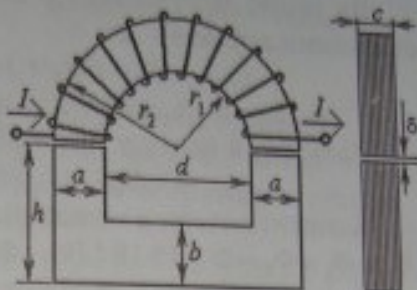


Рис. 8.28

Осердя виконано із листової сталі марки 1211 і має коефіцієнт заповнення $k_2 = 0,95$. Визначити постійний струм котушки, необхідний для збудження в проміжках магнітного поля з індукцією $B_{\delta} = 1,5$ Тл. Коефіцієнт розсіяння магнітного потоку котушки — $k_{\text{роз}} = 1,1$.

Розв'язання. По контуру середньої силової лінії магнітопровід поділимо на однорідні ділянки (рис. 8.29).

Ділянка 1 об'єднує обидва проміжки, відділена від усього магнітопроводу за ознакою різних магнітних властивостей і має загальну довжину:

$$l_1 = 2\delta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Ділянка 2 відрізняється від інших магнітним потоком, тому що всередині обмотки повний потік $\Phi_{\text{осн}} = \Phi + \Phi_{\text{роз}}$, де Φ — основний потік, що замикається по всьому магнітопроводу; $\Phi_{\text{роз}}$ — магнітний потік розсіяння. Довжина цієї ділянки по середній лінії:

$$l_2 = \pi \cdot r_{\text{ср}} = \pi \cdot (r_1 + r_2) / 2 = 0,251 \text{ м.}$$

Частина магнітопроводу, що залишилась, поділена на ділянки 3 і 4 за ознакою різних розмірів їхніх поперечних перерізів. Довжини цих ділянок: третього:

$$l_3 = 2 \cdot r_{\text{ср}} = 2 \cdot (r_1 + r_2) / 2 = 0,16 \text{ м;}$$

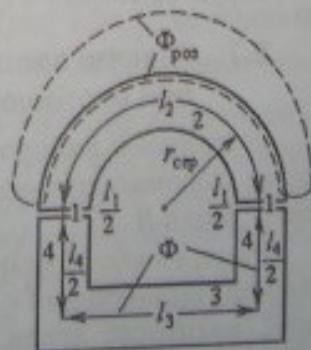


Рис. 8.29

четвертого (що об'єднує дві ділянки однакового поперечного перерізу)
 $l_4 = 2 \cdot (h-b/2) = 0,154 \text{ м.}$

Площу поперечного перерізу проміжку приймаємо за площею торців осердя, що прилягають:

$$S_1 = ac = 12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

На решті ділянок площі перерізів беруться безпосередньо за сталевими листами:

$$S_2 = c \cdot (r_2 - r_1) \cdot k_3 = 11,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$S_3 = b \cdot c \cdot k_3 = 13,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; S_4 = a \cdot c \cdot k_3 = 11,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Магнітний потік у проміжку — основний потік:

$$\Phi = B_0 S_1 = 1,5 \cdot 12 \cdot 10^{-4} = 18 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Магнітні потоки в межах окремих однорідних ділянок:

$$\Phi_1 = \Phi_3 = \Phi_4 = \Phi = 18 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}; \Phi_2 = k_{\text{роз}} \Phi = 1,1 \cdot 18 \cdot 10^{-4} = 19,8 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Магнітна індукція на ділянках:

$$B_1 = B_0 = 1,5 \text{ Тл}; B_2 = \Phi_2 / S_2 = 1,74 \text{ Тл};$$

$$B_3 = \Phi_3 / S_3 = 1,37 \text{ Тл}; B_4 = \Phi_4 / S_4 = 1,58 \text{ Тл.}$$

Напруженість магнітного поля на феромагнітних ділянках визначаємо по кривій намагнічування для сталі марки 1211 на рис. 8.10 як функцію $H_k = H(B_k)$: $H_2 = H(1,74) = 9250 \text{ А/м}$; $H_3 = H(1,37) = 950 \text{ А/м}$; $H_4 = H(1,58) = 3500 \text{ А/м}$.

У проміжку магнітні властивості є лінійними і із формули (8.1) при $\mu_r = 1$ маємо:

$$H_1 = B_1 / \mu_0 = 1,5 / (4\pi \cdot 10^{-7}) = 1,194 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

На основі другого закону Кірхгофа для магнітного кола за (8.25) отримуємо магніторушійну силу обмотки:

$$F = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 = 1,194 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-3} + 9250 \cdot 0,251 + 950 \cdot 0,16 + 3500 \cdot 0,154 = 4776 + 2322 + 152 + 539 = 7789 \text{ А.}$$

$$\text{Струм обмотки } I = F/w = 7789/1000 = 7,8 \text{ А.}$$

8.7. Фізичні процеси в котушці зі сталевим осердям при постійному магнітному потоці

Розглянемо найпростіше магнітне коло (рис. 8.30, а) — однорідне феромагнітне осердя з котушкою, яке має w витків і опір провідника R .

Якщо на котушку подається постійна напруга U , то в ній виникає постійний струм $I = U/R$ і під дією її МРС $F = wI$ виникає постійний магнітний потік Φ , що замикається по осердю (потік розсіювання $\Phi_{\text{роз}}$ тут можна знехтувати).

У даному випадку наявність магнітного потоку в осерді не відбивається на електромагнітних параметрах котушки: напрута живлення зрівноважується спадом напруги в проводі котушки:

$$U = RI, \quad (8.26)$$

і це називається *рівнянням електричної рівноваги напруг*; потужність $P = UI$, що споживається із мережі, витрачається тільки на *електричні втрати потужності* в проводі котушки:

$$P_E = RI^2, \quad (8.27)$$

які виділяються у вигляді тепла, нагрівають котушку і розсіюються в навколишньому середовищі.

Однорідне магнітне коло (рис. 8.30, а) може бути зображено магнітною схемою заміщення (рис. 8.30, б) з магнітним опором осердя за (8.17):

$$R_{MFe} = \frac{l}{\mu_{Fe} S}, \quad (8.28)$$

де l, S – довжина середньої лінії осердя і площа його поперечного перерізу; μ_{Fe} – абсолютна магнітна проникність осердя.

Відомо, що феромагнітне осердя характеризується основною кривою намагнічування $B(H)$ (див. рис. 8.10), що має типовий вигляд (рис. 8.31). Тоді абсолютна магнітна проникність матеріалу осердя $\mu_{Fe} = \frac{B}{H}$ також має типову залежність $\mu_{Fe}(H)$, яка показана на тому ж рис. 8.31. Зі зростанням магнітного поля величина μ_{Fe} зменшується, тому магнітний опір феромагнітного осердя збільшується.

За схемою заміщення магнітного кола (рис. 8.30, б) на підставі закону Ома (8.19) магнітний потік $\Phi = \frac{F}{R_{MFe}}$. Якщо змінювати значення МРС, то отримуємо магнітну характеристику осердя – залежність $\Phi(F)$, яка показана на рис. 8.32 – крива 1. Очевидно, що зі зростанням МРС темп зростання потоку все сповільнюється, зважаючи на зростання магнітного опору осердя.

Однак розрахункова крива 1 на практиці відповідала б тільки первісному намагнічуванню осердя при першому змінюванні МРС від нуля до

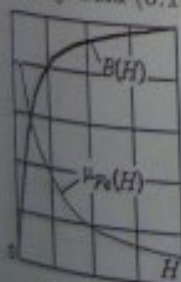


Рис. 8.31

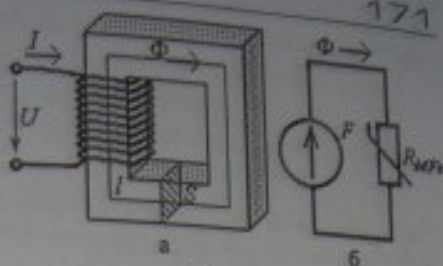


Рис. 8.30

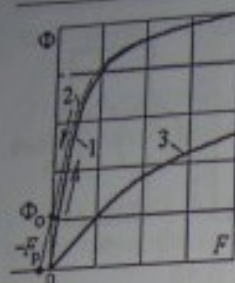


Рис. 8.32

величини F . Якщо потім МРС почати зменшувати до нуля, то отримаємо криву 2, яка відрізняється від 1 через явище магнітного гістерезису. При $F = 0$ в осерді є залишковий магнітний потік Φ_0 — осердя намагнітилось (це відповідає залишковій індукції B_r на рис. 8.9). При новому підвищенні МРС котушки магнітна характеристика вже буде відрізнятися від кривої 1.

Щоб розмагнітити осердя до $\Phi = 0$, належить змінити напрямом струму в котушці і створити розмагнічуючу МРС ($-F_p$) (рис. 8.32) (це відповідає коерцитивній силі H_c на рис. 8.9).

Форма магнітної характеристики $\Phi(F)$ (крива 1 на рис. 8.32) замкненого осердя фактично подібна до форми кривої намагнічування (крива $B(H)$ на рис. 8.31). Це засновано на прямих пропорціях відповідних величин: $\Phi = BS$; $F = Iw = Hl$.

Тепер зробимо в осерді проріз і отримаємо магнітне коло з проміжком, показане на рис. 8.33. Тут у магнітній схемі заміщення з'явився магнітний опір повітряного проміжку:

$$R_{Mn} = \frac{\delta}{\mu_0 S}, \quad (8.29)$$

який на ділянці δ на 2...4 порядки більше, ніж раніше (див. рис. 8.30, а), тому що магнітна проникність повітря μ_0 відповідно менше, ніж магнітна проникність феромагнітного осердя μ_{Fe} . Тепер магнітний потік за законом Ома (8.19) і магнітною схемою заміщення (рис. 8.33, б):

$$\Phi = \frac{F}{R_{MFe} + R_{Mn}} = \frac{F}{\frac{l - \delta}{\mu_{Fe} S} + \frac{\delta}{\mu_0 S}}. \quad (8.30)$$

Змінюючи МРС, отримуємо магнітну характеристику, яка на рис. 8.32 подана кривою 3 в порівнянні з попередньою кривою 1. За наявності проміжку магнітна характеристика значно нижче, адже при одних і тих же

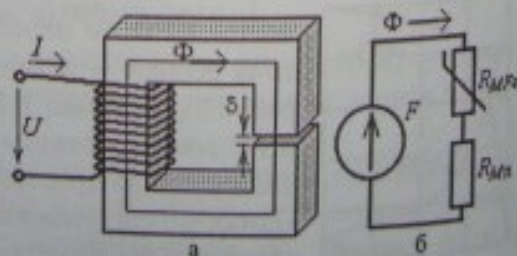


Рис. 8.33

значеннях МРС F магнітний потік зменшиться через великий магнітний опір $R_{\text{Мп}}$, що з'являється при цьому. Нелінійність кривої 3 обумовлена відповідним впливом магнітного опору осердя.

Основні співвідношення і характерні залежності, показані на прикладі досить простих магнітних кіл (рис. 8.30 і 8.33), якісно зберігаються і в більш складних магнітних колах реальних електротехнічних пристроїв, в яких використовують постійні магнітні поля.

8.8. Фізичні процеси в котушці зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці

Розглянемо просте магнітне коло (рис. 8.34) – шихтоване феромагнітне осердя з котушкою, що має w витків і активний опір провідника R .

Якщо на котушку подається змінна напруга u , то в ній виникає змінний струм i , і під дією її МРС $F = wi$ виникає змінне магнітне поле. Це поле умовно поділяємо на дві частини: *основний магнітний потік* Φ , що замикається по осерддю, і *магнітний потік розсіювання* $\Phi_{\text{роз}}$, який замикається в прилеглому просторі. Через те, що силові лінії останнього значний шлях проходять по немагнітному простору, магнітний опір якого несумірно більше, ніж у феромагнітного осердя, то звичайно $\Phi \gg \Phi_{\text{роз}}$ (на 2–3 порядки більше).

Процес розвивається так само, як і при вмиканні котушки на постійну напругу (див. підрозділ 8.7). Але тепер магнітні потоки є змінними і це значною мірою змінює ситуацію.

Відповідно до закону електромагнітної індукції (8.10) змінні потоки індукують у котушці ЕРС.

На рис. 8.34 всі витки пронизуються однаковими потоками, тому відповідні магнітні потокозчеплення котушки $\psi = w\Phi$, $\psi_{\text{роз}} = w\Phi_{\text{роз}}$.

Ми умовно поділили магнітний потік на дві частини, тому і ЕРС визначаються від основного потоку і від потоку розсіювання окремо, а саме:

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -w\frac{d\Phi}{dt}; \quad e_{\text{роз}} = -\frac{d\psi_{\text{роз}}}{dt} = -w\frac{d\Phi_{\text{роз}}}{dt} \quad (8.31)$$

(прийняті напрямки цих ЕРС у котушці показані на рис. 8.34).

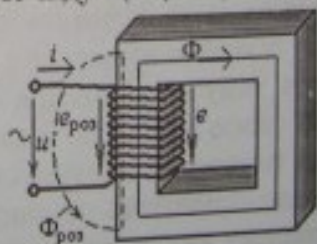


Рис. 8.34

Відповідно до другого закону Кірхгофа для електричного кола, обходячи контур котушки за напрямком струму, записується $Ri - u = e + e_{\text{роз}}$, або після перестановок отримуємо рівняння електричної рівноваги миттєвих значень напруг:

$$u = -e - e_{\text{роз}} + Ri. \quad (8.32)$$

Виявимо ролі величин у правій частині цього рівняння. $\Phi_{\text{роз}} \ll \Phi$, тому, відповідно $e_{\text{роз}} \ll e$. Величина *спаду напруги* Ri на активному опорі проводу котушки може бути дуже різною в залежності від вибору опору R . Проте на практиці у пристроях забезпечують такий опір R , щоб звести до доцільного мінімуму величину Ri . Тому практично завжди можна вважати, що $Ri \ll e$.

Для числової оцінки співвідношення величин у рівнянні (8.32) відзначимо, що якщо прийняти u за 100 %, то на частку e припадає більше 95 %, а на $e_{\text{роз}}$ і Ri в сумі — менше 5 % (знаки величин у рівнянні поки ще досить умовні і залежать від вибору умовних позитивних напрямків на рис. 8.34, а як реально додаються величини, залежатиме від їхніх фазових співвідношень). З урахуванням поданих оціночних співвідношень величин іноді при приблизному аналізі процесів приймають

$$u = -e. \quad (8.33)$$

Поряд з електромагнітними процесами в котушці зі сталевим осердям (див. рис. 8.34) відбуваються й енергетичні процеси. Охарактеризуємо їх поки тільки миттєвими потужностями, а в подальшому зробимо більш докладне подання.

Потужність $p = ui$, яка поступає з мережі, витрачається на електричні втрати потужності в проводі котушки $p_e = Ri^2$, а також на магнітні втрати потужності у сталевому осерді p_m .

Магнітні втрати при постійному магнітному потоці не виникають, тому що вони спричиняються саме змінним магнітним полем. За своєю природою вони пов'язані з такими фізичними явищами, як гістерезис і вихрові струми в осерді: $p_m = p_{\text{гс}} + p_{\text{вх}}$. У підсумку вони приводять до перетворення енергії магнітного поля на теплову, яка виділяється в осерді і нагрівас його.

8.9. Співвідношення величин у котушці зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці

Будемо вважати, що котушка на осерді (див. рис. 8.34) живиться синусоїдною напругою:

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (8.34)$$

де U_m – амплітуда напруги; $\omega = 2\pi f$ – кутова частота; f – частота; t – час.

Виходячи із заданої напруги, визначимо решту величин, що характеризують процеси в котушці зі сталевим осердям.

8.9.1. Основний магнітний потік

З урахуванням приблизного співвідношення (8.33) $u \approx -e$ і виразу основної ЕРС (8.31) $e = -w \frac{d\Phi}{dt}$, маємо $u = w \frac{d\Phi}{dt}$. Звідси диференціал $d\Phi = \frac{1}{w} u dt$ і безпосередньо основний магнітний потік:

$$\Phi = \int \frac{1}{w} u dt \approx \frac{1}{w} \int U_m \sin \omega t dt \approx -\frac{1}{w} U_m \cos \omega t \frac{1}{\omega} = \frac{U_m}{\omega w} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (8.35)$$

Очевидно, що магнітний потік змінюється за синусоїдним законом із тією ж частотою, що і напруга. Його амплітуда $\Phi_m \approx \frac{U_m}{\omega w}$, а з урахуванням $\omega = 2\pi f$ і $U_m = \sqrt{2}U$, маємо $\Phi_m \approx \frac{\sqrt{2}}{w 2\pi f} U$, де U – діюче значення напруги.

Підсумковий вираз амплітуди основного магнітного потоку:

$$\Phi_m \approx \frac{U}{4,44 w f}, \quad (8.36)$$

а його функція часу (8.35) для подальшого використання приймається з нульовою початковою фазою:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t. \quad (8.37)$$

8.9.2. ЕРС від основного магнітного потоку

Тепер виходимо вже із певної функції магнітного потоку (8.37) і відомого виразу миттєвого значення шуканої ЕРС (8.31):

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -w \Phi_m \cos \omega t \cdot \omega, \text{ або після заміни } \cos \omega t = \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (8.38)$$

Очевидно, що ЕРС відстає за фазою від магнітного потоку на чверть періоду або $\frac{\pi}{2}$. Її амплітуда $E_m = \omega w \Phi_m$, а діюче значення:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega w \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f w \Phi_m}{\sqrt{2}}. \quad (8.39)$$

Остаточний вираз діючого значення ЕРС від основного потоку:

$$E = 4,44 f w \Phi_m. \quad (8.40)$$

Ця ЕРС також називається *трансформаторною ЕРС* і відіграє суттєву роль у теорії трансформаторів, електричних машин змінного струму, а також використовується і для розрахунків інших пристроїв зі змінним магнітним потоком.

8.9.3. Струм котушки

Струм котушки на підставі (8.32) $i = \frac{u + e + e_{\text{роз}}}{R}$, однак цей вираз не дає достатньої інформації, бо нам не відомі фазові співвідношення напруги і ЕРС, більше того, визначення ЕРС $e_{\text{роз}}$ можливе після визначення самого струму. Тому тут знову як вихідний вираз використаємо основний магнітний потік (8.37).

Встановимо взаємний зв'язок струму і потоку на основі використання залежності $B(H)$, яка, як вже відомо, подається петлями гістерезису (див. рис. 8.8), а в нашому випадку обмежимося однією петлею.

Форма залежності $\Phi(i)$ замкненого однорідного осердя фактично подібна формі залежності $B(H)$, що засновано на прямих пропорціях відповідних величин згідно з (8.3) і (8.8): $\Phi = BS$; $i\omega = Hl$. Тому, маючи петлю гістерезису для $B(H)$, шляхом перерахунку масштабів на осях за формулами $\Phi = BS$ і $i = \frac{Hl}{\omega}$, отримуємо графічну залежність $\Phi(i)$ також у вигляді петлі гістерезису, показаної на рис. 8.35, а.

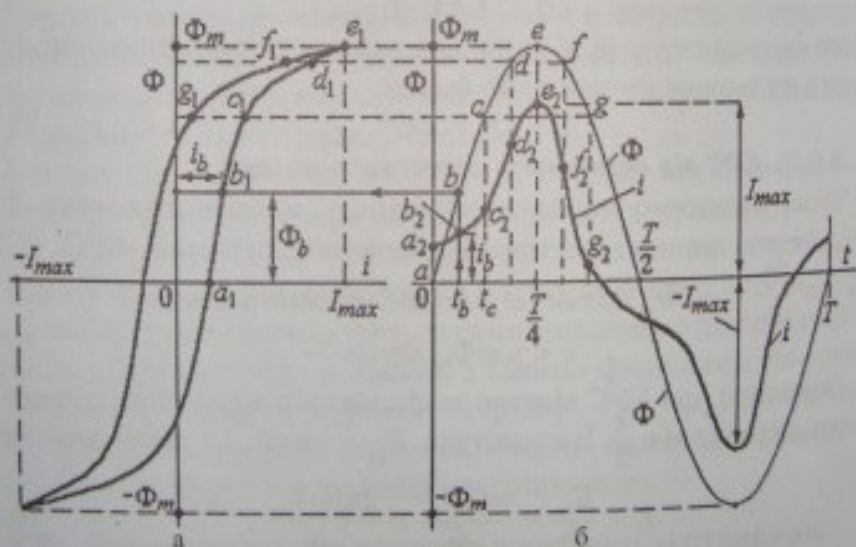


Рис. 8.35

Тут же, на рис. 8.35, б побудовано графік $\Phi(t)$ — задана синусоїдна функція (8.37) (тут T — період). Графіки $\Phi(i)$ і $\Phi(t)$ взаємно

узгоджені: потік Φ на них змінюється в межах одних і тих же амплітуд — від Φ_m до $-\Phi_m$.

Маючи залежності $i(\Phi)$ і $\Phi(t)$, графічною побудовою отримаємо функцію $i(t)$, як складнопідпорядковану $i[\Phi(t)]$. Процес побудови прослідкуємо на рис. 8.35.

На осі часу (рис. 8.35, б) візьмемо його довільний момент t_b і знайдемо відповідну точку b на кривій $\Phi(t)$. При визначеному значенні магнітного потоку Φ_b знаходимо точку b_1 на кривій $\Phi(i)$ (рис. 8.35, а). Відповідне цій точці значення струму i_b відкладемо на рис. 8.35, б для вихідного моменту часу t_b й отримаємо точку b_2 для кривої $i(t)$, яку ми шукали. Таким же чином для множини точок a, c, d, e, f, g на кривій $\Phi(t)$ знайдемо точки $a_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1$ на кривій $\Phi(i)$, а потім отримаємо відповідні точки $a_2, c_2, d_2, e_2, f_2, g_2$ для кривої $i(t)$. Продовжуючи так, належить пройти весь період T змінювання всіх функцій і за знайденою множиною точок можна вже побудувати залежність $i(t)$, зображену на рис. 8.35, б.

Очевидно, що функція струму $i(t)$ є періодичною функцією з тим же періодом T , коливається в межах між максимальними значеннями від I_{\max} до $-I_{\max}$, але не є синусоїдою. Ця несинусоїдність викликана характерним нелінійним виглядом функції $\Phi(i)$ (рис. 8.35, а). Така ситуація суттєво ускладнює подальший аналіз процесів у котушці зі сталевим осердям. Тому для спрощення реальну криву струму $i_p(t)$ замінюють еквівалентною синусоїдою $i_{ex}(t)$, як показано на рис. 8.36.

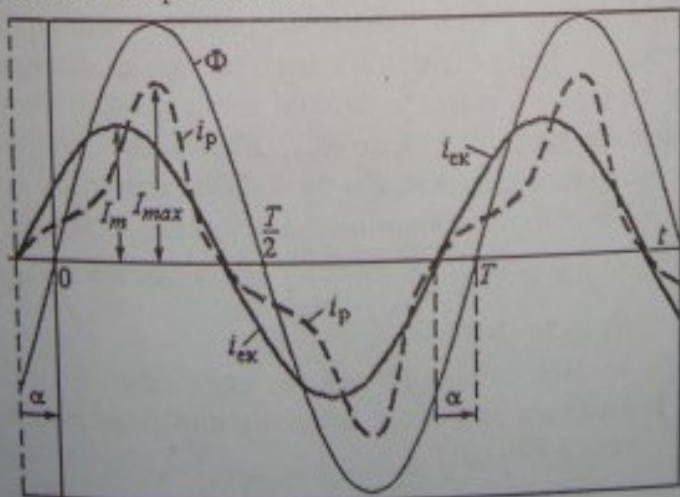


Рис. 8.36

Умовою заміни є рівність діючих значень реального і еквівалентного струмів, які в подальшому будемо позначати звичайним чином через I , і це природно, тому що при вимірюваннях амперметри все одно показують тільки діюче значення. За суттю це середньоквадратичне значення реального струму (1.37):

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_p^2 dt}.$$

Тоді амплітуда еквівалентного синусоїдного струму $I_m = \sqrt{2}I$. Ця еквівалентна синусоїда, як і реальна функція струму, випереджає за фазою синусоїду магнітного потоку на кут α , що впливає із рис. 8.36. Очевидно, що цей фазовий зсув викликаний тим, що петлі гістерезису $\Phi(i)$ на рис. 8.35, а, як і $B(H)$ на рис. 8.8, мають певну ширину. І чим ширше петлі по горизонтальній осі, тим більше кут α . Відомо, що в сталевому осерді при змінному магнітному потоці відбуваються магнітні втрати потужності і що вони пропорційні площі петлі гістерезису. Тому фазовий зсув α між струмом і магнітним потоком називають кутом магнітних втрат.

З урахуванням усього, еквівалентну синусоїду струму, що подана на рис. 8.36, можна розглядати як (опускаючи в подальшому індекс «ек» при $i_{ек}$):

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha). \quad (8.41)$$

8.9.4. ЕРС від магнітного потоку розсіювання

Магнітний потік розсіювання на рис. 8.34 проходить послідовно по частині феромагнітного осердя і по немагнітному простору. Тому для цього потоку умовно можна зобразити магнітну схему заміщення на рис. 8.37, де R_{MFe} , R_{Mn} — магнітні опори (8.17) сталеві і повітряної ділянок, $F = \omega i$ — МРС котушки.

Магнітний потік розсіювання на підставі закону Ома (8.19)

$$\Phi_{роз} = \frac{F}{R_{MFe} + R_{Mn}} \approx \frac{\omega i}{R_{Mn}}, \text{ де зневажили величиною } R_{MFe}, \text{ тому що } R_{MFe} \ll R_{Mn}.$$

Відповідно до закону електромагнітної індукції, змінним потоком розсіювання в котушці збуджується ЕРС (8.31)

$$e_{роз} = -\omega \frac{d\Phi_{роз}}{dt} = -\frac{\omega^2}{R_{Mn}} \frac{di}{dt} = -L_{роз} \frac{di}{dt}, \quad (8.42)$$

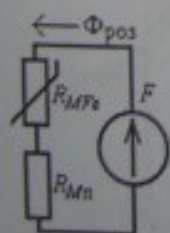


Рис. 8.37

де введена величина $L_{\text{роз}}$ — індуктивність котушки, породжена магнітним потоком розсіюванням і яку можна вважати практично постійною величиною.

З урахуванням синусоїдного характеру струму (8.41), прийнявши його початкову фазу рівною нулю і продовжуючи перетворення (8.42), отримуємо
$$e_{\text{роз}} = -L_{\text{роз}} \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = -\omega L_{\text{роз}} I_m \cos \omega t = \omega L_{\text{роз}} I_m \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

У цій формулі відоме сполучення $X_{L_{\text{роз}}} = \omega L_{\text{роз}}$ називається індуктивним опором котушки, який спричиняються потоком розсіювання. Тоді діюче значення ЕРС $E_{\text{роз}} = \frac{X_{L_{\text{роз}}} I_m}{\sqrt{2}}$ або $E_{\text{роз}} = X_{L_{\text{роз}}} I$. А за фазою ЕРС, що розглядається, відстає від струму на чверть періоду, тобто на $\frac{\pi}{2}$.

При аналізі процесів у котушці з осердям ЕРС від потоку розсіювання замінюють спадом напруги на індуктивному опорі $X_{L_{\text{роз}}}$, як це показано на рис. 8.38.

При вказаних напрямках величин спад напруги $u_{L_{\text{роз}}} = -e_{\text{роз}} = \omega L_{\text{роз}} I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$. Тоді ця напруга випереджає за фазою струм на чверть періоду, а її діюче значення

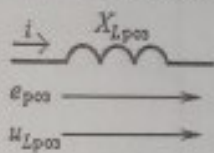


Рис. 8.38

$$U_{L_{\text{роз}}} = X_{L_{\text{роз}}} I, \quad (8.43)$$

тобто все так, як і було вже встановлено в електричних колах синусоїдного струму для ідеального індуктивного елемента (формули (3.21)–(3.24)).

8.9.5. Рівняння рівноваги напруг і векторна діаграма котушки зі сталевим осердям, що включена на синусоїдну напругу

Рівняння рівноваги напруг (8.32) вже було подано для миттєвих значень величин у такій формі $u = -e - e_{\text{роз}} + Ri$.

Тепер можна вважати, що всі ці ЕРС і напруги змінюються за синусоїдним законом (хоча для струму, а, отже, для Ri і $e_{\text{роз}}$ це є припущенням). Тому всі синусоїдні електричні величини можна подати у векторній формі й отримати відповідне рівняння рівноваги напруг

$$\underline{U} = -\underline{E} - \underline{E}_{\text{роз}} + R\underline{I}. \quad (8.44)$$

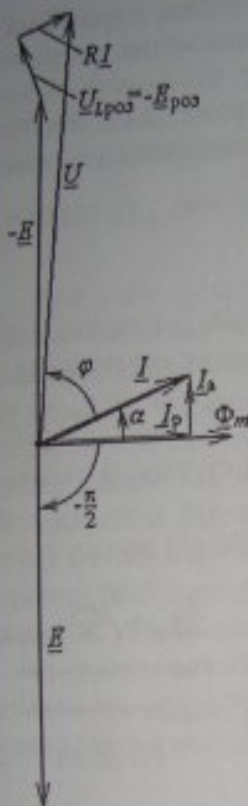


Рис. 8.39

З урахуванням заміни ЕРС від потоку розсіювання на спад напруги на відповідному індуктивному елементі (див. рис. 8.38), тобто $\underline{U}_{L\text{роз}} = -\underline{E}_{\text{роз}}$, рівняння (8.44) приймає вигляд

$$\underline{U} = -\underline{E} + \underline{U}_{L\text{роз}} + RI. \quad (8.45)$$

Співвідношення величин, що входять у рівняння (8.44) і (8.45), проілюструємо за допомогою векторної діаграми, зображеної на рис. 8.39.

При побудові діаграми використаємо вже отримані фазові співвідношення величин і додержимося наступного порядку.

Першим проводиться в довільному напрямку вектор амплітуди магнітного потоку Φ_m . Вектор струму I випереджає за фазою Φ_m на кут магнітних втрат α (див. рис. 8.36), а вектор ЕДС \underline{E} — відстає на $\frac{\pi}{2}$ (8.38). Відповідно вектор $-\underline{E}$ спрямований протилежно, а до нього додаються (відповідно до рівняння (8.45)) вектори $\underline{U}_{L\text{роз}}$ і RI , причому перший орієнтований перпендикулярно I , а другий — паралельно, що відповідає правилам побудови векторів напруги на ідеальних індуктивному і резистивному елементах.

Вектор струму відносно вектора $-\underline{E}$ розкладається на активну I_a (паралельна $-\underline{E}$) і реактивну I_p (перпендикулярна $-\underline{E}$) складові, тобто $\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p$. Складова I_p виявляється паралельною вектору Φ_m , тому її називають намагнічувальною складовою — вона забезпечує збудження магнітного потоку. Складова I_a працює на покриття магнітних втрат потужності в осерді.

8.10. Потужність і втрати потужності в котушці зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці

Котушка споживає із мережі активну потужність

$$P = UI \cos \varphi, \quad (8.46)$$

де φ — фазовий зсув між струмом і напругою, показаний на рис. 8.39.

Ця потужність витрачається на електричні і магнітні втрати

$$P = P_E + P_M. \quad (8.47)$$

Електричні втрати потужності виділяються в вигляді тепла в проводі котушки

$$P_E = RI^2, \quad (8.48)$$

де R – активний опір котушки; I – діюче значення змінного струму.

Магнітні втрати потужності обумовлюються змінним магнітним потоком безпосередньо в сталевому осерді і складаються із втрат на гістерезис і вихрові струми

$$P_M = P_{ГС} + P_{ВХ}, \quad (8.49)$$

що уже згадувалось у підрозділі 8.7.

Природа втрат потужності на гістерезис уже пояснювалася в підрозділі 8.2 і вона пов'язана з процесом зміни намагніченості в доменній структурі феромагнітних матеріалів.

Щоб пояснити природу втрат потужності на вихрові струми, розглянемо поперечний переріз осердя (див. рис. 8.34) в будь-якій площині, перпендикулярній силовим лініям основного магнітного потоку. Якщо осердя суцільне, то маємо варіант перерізу на рис. 8.40.

У середині осердя виділімо умовний контур, що охоплює заштриховану площину з магнітним потоком Φ_k , який є частиною основного потоку Φ . Потік Φ_k безперервно змінюється за величиною та напрямком і, відповідно до закону електромагнітної індукції, індукує в контурі ЕРС

$$e_k = -\frac{d\Phi_k}{dt}. \quad (8.50)$$

У металі під дією таких ЕРС створюються вихрові струми i_x . Таких контурів можна виділити множини і в підсумку в осерді безперервно циркулює показана на рис. 8.40 структура змінних вихрових струмів. Метали, як відомо, мають електричний опір і під дією вихрових струмів в осерді виділяється Джоулево тепло. У цілому цей процес характеризують втратами потужності на вихрові струми.

Якщо взяти осердя суцільним і потік змінювати, наприклад, із частотою 50 Гц, то осердя можна розігріти до дуже високої температури.



Рис. 8.40

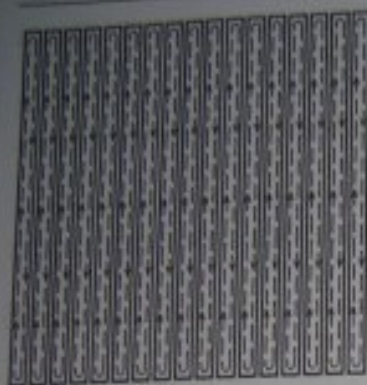


Рис. 8.41

Практично це використовується у високочастотних пристроях індукційного нагрівання різних металевих заготовок при їхній обробці.

Проте підвищені тепловиділення недопустимі в електротехнічних пристроях іншого призначення. Тому в пристроях змінного струму осердя виконують шиттованими, тобто набираються із тонких листів сталі, які ізолювані один від одного, наприклад, шарами лаку. Варіант перерізу

такого осердя поданий на рис. 8.41. Тут на кожний лист припадає достатньо малий потік, відповідно малими є вихрові ЕРС і струми. Таким чином втрати потужності на вихрові струми зменшуємо до допустимого рівня. У реальних пристроях змінного струму товщина листів може бути 0,2...0,5 мм.

Точних формул для обчислення магнітних втрат немає, тому що існує надто багато факторів впливу (склад матеріалу сталевого осердя, товщина листів, магнітна індукція, частота зміни магнітного поля та ін.). Для оцінки цих втрат використовують наближені формули, складені на основі дослідних даних, а саме:

$$P_{ГС} = (aB_m + bB_m^2) f; \quad P_{ВХ} = cf^2 B_m^2 \Delta^2, \quad (8.51)$$

де a, b, c — коефіцієнти відповідних втрат, які визначаються експериментально для конкретного матеріалу в конкретних умовах; f — частота зміни напруги і магнітного поля; B_m — амплітуда магнітної індукції в сталевих листах; Δ — товщина листів сталі.

Практично магнітні втрати визначають за експериментальними залежностями, отриманими при конкретних значеннях f , B_m , Δ і марці сталі. Орієнтовні значення питомих магнітних втрат у сталі p_m наведені в табл. 8.2 для частоти $f = 50$ Гц.

Нам відомі взаємозв'язки величин (8.3) і (8.36): $B_m = \frac{\Phi_m}{S_C}$;

$\Phi_m = \frac{U}{4,44fw}$, де S_C — площа поперечного перерізу осердя. Тому

для (8.49) можна подати з урахуванням (8.51) ряд взаємно пропорційних величин $P_M \sim B_m^2 \sim \Phi_m^2 \sim U^2$, або, в цілому, магнітні втрати

потужності в сталевому осерді прямопропорційні квадрату напруги живлення котушки, тобто

$$P_M \sim U^2, \quad (8.52)$$

тоді як електричні втрати потужності (8.48) $P_E \sim I^2$.

Таблиця 8.2

Марка сталі	Технологія прокату	Δ , мм	B_m , Тл	p_m , Вт/кг
1211	гаряче-катана	0,5	1,0	3,3...1,25
1513			1,5	7,7...2,9
3411	холодно-катана	0,5	1,5	2,45...1,5
3114			1,5	1,75...1,1

8.11. Електрична схема заміщення котушки зі сталевим осердям при змінному магнітному потоці

Для аналізу процесів у котушці зі сталевим осердям її зручно показати у вигляді схеми заміщення, яка складається з електрично з'єднаних ідеальних елементів. Підставою для складання такої схеми є рівняння напруг (8.45) і струмів (рис. 8.39) котушки:

$$\underline{U} = -\underline{E} + \underline{U}_{L_{роз}} + R\underline{I}; \quad \underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p. \quad (8.53)$$

Типова електрична схема заміщення котушки з осердям зображена на рис. 8.42. Вона повністю відповідає поданим рівнянням (8.53) з точки зору застосування другого і першого законів Кірхгофа для електричного кола. \underline{I} , в той же час, зображені на схемі елементи мають такий фізичний смисл:

R — активний опір, на якому відбуваються електричні втрати потужності (8.48);

$X_{L_{роз}}$ — індуктивний опір заміщує індукуючу дію магнітного потоку розсіяння, яка полягає в утворенні ЕРС $E_{роз}$ (8.42) і (8.43);

ділянка з активною провідністю $G_{п}$ і реактивною індуктивною провідністю B_p , які є нелінійними, заміщує дію основного магнітного потоку, причому B_p заміщує індукуючу



дію, що приводить до утворення ЕРС E (8.38) і (8.40); G_{Π} заміщує магнітні втрати в осерді (8.49).

Принцип визначення параметрів схеми заміщення подано в наступному прикладі.

Приклад 2. Визначення параметрів електричної схеми заміщення котушки зі сталевим осердям.

Обмотка з проводу з кількістю витків $w_k = 1000$ намотана на шихтоване сталеве осердя, яке виконано роз'ємним. Для визначення параметрів електричної схеми заміщення цього дроселя було проведено два досліди при живленні його обмотки від мережі змінної напруги з частотою $f = 50$ Гц (рис. 8.43) через автотрансформатор T (про нього див. підрозділ 9.12).

У першому досліді якір осердя був усунений (рис. 8.43, а), в обмотці встановлено струм $I_0 = 3$ А і виміряно напругу обмотки $U_0 = 15$ В й активну потужність $P_0 = 36$ Вт.

У другому досліді якір осердя знаходився в основному положенні (рис. 8.43, б). Після встановлення струму $I = 3$ А було виміряно напругу $U = 210$ В й активну потужність $P = 76$ Вт. Крім того, на затискачах вимірювальної котушки, розташованої на якорі і з кількістю витків $w_B = 200$, було виміряно напругу $U_B = 40$ В.

За даними дослідів потрібно визначити параметри типової електричної схеми заміщення дроселя (див. рис. 8.42).

Розв'язання.

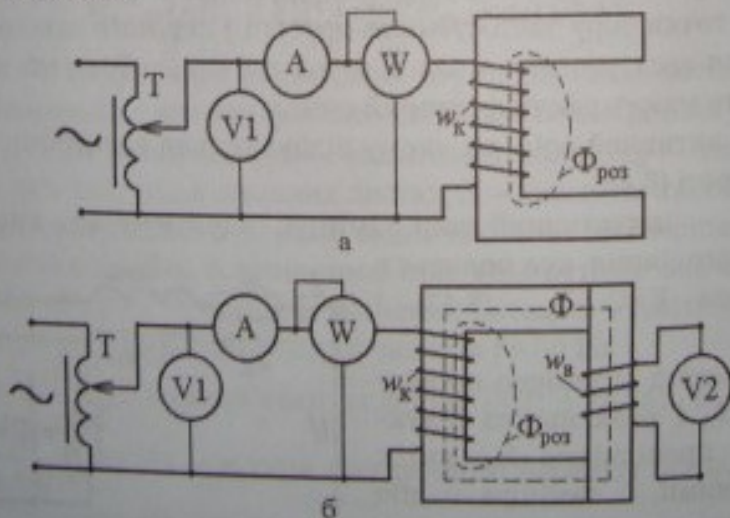


Рис. 8.43

При розімкненому осердді (див. рис. 8.43, а) повний магнітний потік (8.24) зменшується до надто малого потоку розсіювання $\Phi_{\text{роз}}$. Основний потік Φ практично відсутній і тому в схемі (див. рис. 8.42) можна відкинути ділянку, яка заміщує дію цього потоку. Таким чином, для умов першого досліду схема заміщення зводиться до вигляду, зображеного на рис. 8.44. Для цієї схеми за даними першого досліду повний опір обмотки з осердям без якоря $Z_0 = U_0/I_0 = 5$ Ом і параметри схеми заміщення:

$$R = \frac{P_0}{I_0^2} = 4 \text{ Ом}; \quad X_{L_{\text{роз}}} = \sqrt{Z_0^2 - R^2} = 3 \text{ Ом}.$$

У другому досліді ЕРС вимірювальної котушки $E_B = U_B = 40$ В. За цим значенням на основі відомої формули (8.40) визначимо амплітуду основного магнітного потоку в якорі осердя

$$\Phi_m = E_B / 4,44fw_B = 9 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

І тоді ЕРС, що наводиться цим потоком в обмотці дроселя (8.40),

$$E = 4,44fw_B \Phi_m = 200 \text{ В}.$$

У другому досліді виміряна потужність P (8.47) іде на електричні втрати в обмотці RI^2 (8.48) і магнітні втрати (8.49) в сталі всього осердя. Тоді останні втрати

$$P_m = P - RI^2 = 40 \text{ Вт}.$$

Знайдена ЕРС E відповідає напрузі U' в повній схемі на рис. 8.42, тобто $U' = E = 200$ В. Потужність P_m зосереджується у схемі заміщення в вітці з активною провідністю G_m , тому можна знайти активну складову струму, що проходить по ній:

$$I_a = P_m/U' = 0,2 \text{ А}.$$

Ця складова збігається за фазою з напругою U' , а реактивна складова I_p в індуктивному елементі повинна відставати від U' на $\frac{\pi}{2}$. Ураховуючи взаємну ортогональність векторів I_a і I_p (див. рис. 8.39), а також те, що їхня сума $I_a + I_p = I$, визначасмо

$$I_p = \sqrt{I^2 - I_a^2} = 2,99 \text{ А}.$$

Тепер за законом Ома для діючих значень I_a , I_p і U' знаходимо провідності паралельної ділянки схеми заміщення (див. рис. 8.42): активну $G_m = I_a/U' = 0,001$ См; реактивну $B_p = I_p/U' = 0,015$ См.

Достовірність схеми заміщення можна перевірити на основі розрахунку електричного кола (рис. 8.42), використовуючи відому напругу $U = 210$ В.

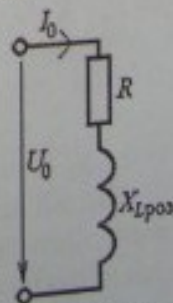


Рис. 8.44

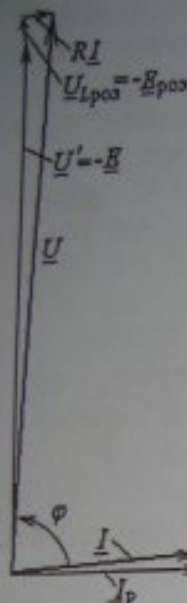


Рис. 8.45

Співвідношення всіх величин і їхню відповідність рівнянням (8.53)

$$\underline{U} = -\underline{E} - \underline{E}_{\text{роз}} + RI = \underline{U}' + \underline{U}_{L_{\text{роз}}} + RI = \\ = \underline{U}' + jX_{L_{\text{роз}}}\underline{I} + RI;$$

$$\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p$$

ілюструє векторна діаграма, побудована в масштабі на рис. 8.45 за аналогією з рис. 8.39.

8.12. Принципи розрахунку магнітного кола при синусоїдному магнітному потоці

При синусоїдній електричній напрузі джерела (8.34) відповідно змінюються за синусоїдним законом магнітні величини: потік Φ , МРС F , напруга U_M , напруженість H і індукція B . Хоча функція МРС $F(t)$, як і струму $i(t)$, лише зображується еквівалентною синусоїдою (див. рис. 8.36).

У часі ці магнітні величини можуть бути зсунуті одна відносно одної за фазою. Причини цього — фазові зсуви струмів різних обмоток, магнітні втрати потужності у феромагнітних осердях тощо. Тому в магнітних колах синусоїдного магнітного потоку використовуються комплексні значення, наприклад, для потоку, МРС і магнітної напруги:

$$\underline{\Phi} = \Phi e^{j\psi\Phi}; \quad \underline{F} = F e^{j\psi F}; \quad \underline{U}_M = U_M e^{j\psi U_M}. \quad (8.54)$$

Однорідні ділянки магнітного кола тепер подаються комплексними магнітними опорами

$$\underline{Z}_\mu = R_\mu + jX_\mu, \quad (8.55)$$

де R_μ , X_μ — відповідно активний і реактивний магнітні опори ділянки:

$$R_\mu = \rho_{\mu R} \frac{l_k}{S_k}; \quad X_\mu = \rho_{\mu X} \frac{l_k}{S_k}, \quad (8.56)$$

l_k , S_k — довжина і площа поперечного перерізу k -тої ділянки.

Питомі магнітні опори в (8.56) $\rho_{\mu R}$ і $\rho_{\mu X}$ залежать від частоти f магнітного поля і повинні визначатися експериментально, як і сімейство петель гістерезису (рис. 8.8), для кожної конкретної електротехнічної сталі. Наприклад, на рис. 8.46 показано залежності

$\rho_{\mu X}$ і $\rho_{\mu R}$ від амплітуди магнітної індукції B_m ($B_m = \Phi_m / S$) для двох марок сталі при $f = 50$ Гц. На ферромагнітних ділянках магнітного кола присутні тільки R_μ , їхнє визначення подібне (8.17), тому що для ферромагнетиків $\rho_{\mu R} = \mu_0^{-1}$.

Закон Ома, 1-й і 2-й закони Кірхгофа (див. підрозділ 8.4) для магнітного кола синусоїдного магнітного потоку справедливі для комплексних величин, а саме:

$$\underline{U}_M = \underline{Z}_\mu \underline{\Phi}; \quad \underline{\Phi} = \frac{\underline{F}}{\underline{Z}_\mu};$$

$$\sum_{k=1}^p \underline{\Phi}_k = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n \underline{H}_k l_k = \sum_{k=1}^m \underline{F}_k \quad \text{або} \quad \sum_{k=1}^n \underline{Z}_{\mu k} \underline{\Phi}_k = \sum_{k=1}^m \underline{F}_k, \quad (8.58)$$

де p — кількість стержнів осердь, що сходяться в розгалуженні;
 n — кількість однорідних ділянок; m — кількість обмоток.

Розрахунок магнітних кіл постійного і синусоїдного магнітних потоків можна виконати тими ж методами, які розроблені для відповідних електричних кіл. Зокрема, це методи розрахунку нелінійних кіл (ураховуючи нелінійність магнітних опорів ферромагнітних осердь).

Приклад 3. Розрахунок однорідного магнітного кола змінного магнітного потоку

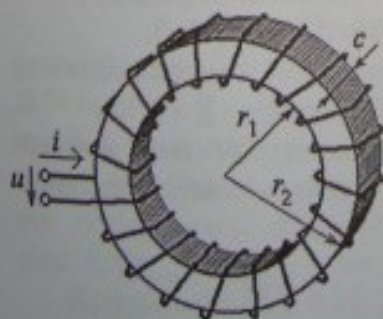


Рис. 8.47

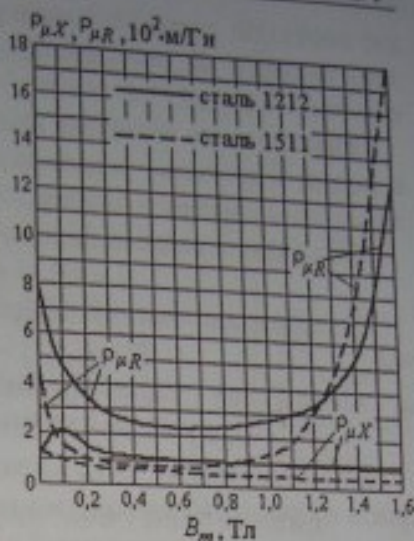


Рис. 8.46

На рис. 8.47 зображено дросель, що живиться від джерела синусоїдної напруги частотою $f = 50$ Гц. Осердя виконано із листової сталі марки 1212; його розміри: $r_1 = 40$ мм; $r_2 = 60$ мм; $c = 20$ мм. Коефіцієнт заповнення сталлю поперечного перерізу $k_s = 0,93$. Кількість витків обмотки $w = 37$; активний опір її проводу $R = 0,2$ Ом. Визначити напругу і струм обмотки,

що необхідні для збудження в осерді магнітного поля з амплітудою індукції $B_m = 0,9$ Тл. Які при цьому втрати потужності в обмотці й осерді?

Розв'язання. Магнітне поле вважаємо повністю зосередженим в осерді і дросель розглядатимемо як однорідне магнітне коло змінного магнітного потоку.

Довжина середньої силової лінії

$$l = \pi(r_1 + r_2) = 31,4 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Площа поперечного перерізу сталевих листів

$$S_c = k_3 c(r_2 - r_1) = 3,72 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Амплітудне і діюче значення магнітного потоку

$$\Phi_m = B_m S_c = 3,35 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}; \quad \Phi = \Phi_m / \sqrt{2} = 2,37 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Для сталі марки 1212 за заданим значенням $B_m = 0,9$ Тл із графіків на рис. 8.46 знаходимо питомі магнітні опори:

$$\text{активний } \rho_{\mu R} = 2,6 \cdot 10^2 \text{ м/Гн};$$

$$\text{реактивний } \rho_{\mu X} = 1 \cdot 10^2 \text{ м/Гн.}$$

Активний і реактивний магнітні опори осердя:

$$R_\mu = \rho_{\mu R} \cdot l / S_c = 2,6 \cdot 10^2 \cdot 31,4 \cdot 10^{-2} / 3,72 \cdot 10^{-4} = 21,9 \cdot 10^4 \text{ Гн}^{-1};$$

$$X_\mu = \rho_{\mu X} \cdot l / S_c = 1 \cdot 10^2 \cdot 31,4 \cdot 10^{-2} / 3,72 \cdot 10^{-4} = 8,4 \cdot 10^4 \text{ Гн}^{-1}.$$

Комплексний магнітний опір осердя:

$$Z_\mu = R_\mu + j X_\mu = 21,9 \cdot 10^4 + j 8,4 \cdot 10^4 = 23,5 \cdot 10^4 e^{j21^\circ} \text{ Гн}^{-1}.$$

За законом Ома комплексне значення МРС обмотки дроселя

$$\underline{F} = \underline{Z}_\mu \Phi = 23,5 \cdot 10^4 e^{j21^\circ} \cdot 2,37 \cdot 10^{-4} e^{j0^\circ} = 55,7 e^{j21^\circ} \text{ А} = F e^{j\psi_F},$$

де $\underline{\Phi} = \Phi e^{j\psi_\Phi} = 2,37 \cdot 10^{-4} e^{j0^\circ}$ Вб — комплексне значення магнітного потоку, прийняте з початковою фазою $\psi_\Phi = 0^\circ$.

Діючі значення МРС і струму обмотки і їхні початкові фази:

$$F = 55,7 \text{ А}; \quad I = F / \omega = 1,5 \text{ А}; \quad \psi_I = \psi_F = 21^\circ.$$

Діюче значення ЕРС, що індукована основним потоком

$$E = 4,44 f \omega \Phi_m = 4,44 \cdot 50 \cdot 37 \cdot 3,35 \cdot 10^{-4} = 2,75 \text{ В.}$$

Її початкова фаза $\psi_E = -90^\circ$, тому що вектор E завжди відстає за фазою від цього потоку на чверть періоду. Отримаємо $\underline{E} = 2,75 e^{-j90^\circ}$ В.

Рівняння електричної рівноваги в електричному контурі обмотки має вигляд $\underline{U} = (-\underline{E}) + R \underline{I}$. Підставляючи комплексні значення, отримаємо:

$$\underline{U} = -2,75 e^{-j90^\circ} + 0,2 \cdot 1,5 e^{j21^\circ} = 2,75 e^{j90^\circ} + 0,3 e^{j21^\circ} =$$

$$= j2,75 + 0,28 + j0,11 = 0,28 + j2,86 = 2,87 e^{j84,4^\circ} \text{ В} = U e^{j\psi_U}.$$

Діюче значення напруги джерела $2,87 \text{ В}$; початкова фаза напруги $\psi_U = 84,4^\circ$. Часові співвідношення величин проілюстровані на рис. 8.48 за допомогою побудованої у вказаних масштабах векторної діаграми.

Фазовий зсув напруги відносно струму

$$\varphi = \psi_U - \psi_I = 63,4^\circ.$$

Активна потужність дроселя

$$P = UI \cos \varphi = 2,87 \cdot 1,5 \cdot \cos 63,4^\circ = 1,92 \text{ Вт.}$$

Втрати потужності:

електричні в проводі обмотки $P_E = RI^2 = 0,45 \text{ Вт}$;

магнітні в сталевому осердді $P_M = P - P_E = 1,47 \text{ Вт}$.

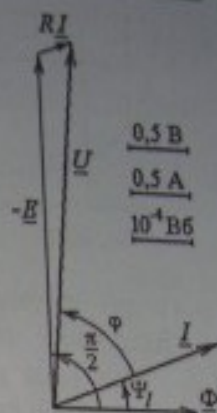


Рис. 8.48

8.13. Вольтамперна характеристика і повний опір котушки зі сталевим осерддям при змінній напрузі

Якщо в схемі за рис. 8.43, б провести вимірювання струму при різних значеннях напруги, то отримаємо вольтамперну характеристику (ВАХ) — залежність $U(I)$ (у даному випадку прилади вимірюють діючі значення U і I).

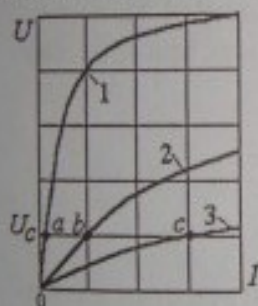


Рис. 8.49

Типова ВАХ дроселя подана на рис. 8.49 (крива 1). Вона значною мірою подібна до залежностей $\Phi(I)$ (див. рис. 8.35, а і рис. 8.32) і $B(H)$ на рис. 8.10, тому що магнітний потік є пропорційним напрузі U (8.36) і він же є пропорційним магнітній індукції (8.3); напруженість магнітного поля H пропорційна струму I (8.8).

На підставі закону Ома для котушки з осерддям можна визначити її повний елект-

ричний опір

$$Z_0 = U/I, \quad (8.59)$$

який є нелінійним — змінюється при зміні напруги і струму котушки. Якщо виходити з розглянутої кривої 1 на рис. 8.49, то отримаємо характерну залежність $Z_0(U)$, подану на рис. 8.50.

Крива 1 на рис. 8.49 і залежність $Z_0(U)$ на рис. 8.50 відповідають замкненому осерддю.

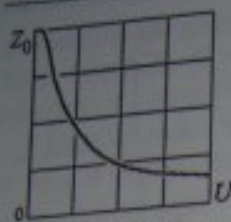


Рис. 8.50

Якщо в осерді зробити проміжок δ , то отримаємо ВАХ, показану на рис. 8.49 кривою 2. Якщо проміжок збільшити ще, то отримаємо криву 3. Це природно, оскільки при одних і тих же значеннях струму магнітний потік Φ з появою і збільшенням проміжку зменшується (8.30), відповідно знадобиться менше значення напруги для отримання конкретного

значення струму.

Якщо при фіксованому значенні напруги ($U_c = \text{const}$) для точок a , b і c на ВАХ (криві 1, 2 і 3 на рис. 8.49) визначити повний електричний опір Z_0 , то отримаємо його залежність від розміру проміжку δ , подану на рис. 8.51. З урахуванням цього котушку на осерді з регульованим проміжком використовують як регульовальний опір в електричних колах змінного струму.

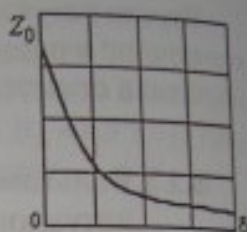


Рис. 8.51

На завершення зауважимо, що основні співвідношення і характерні залежності, показані на прикладі досить простих магнітних кіл, якісно зберігаються і в більш складних магнітних колах реальних електротехнічних пристроїв, у яких використовують магнітні поля.

Запитання для самоконтролю

1. Яким чином створюється магнітне поле?
2. Що називається магнітним колом?
3. Якими магнітними величинами характеризується стан магнітного кола?
4. Яким чином подаються магнітні властивості ферромагнітних і ферромагнітних матеріалів?
5. Яким чином пов'язані електричні і магнітні величини, що описують стан магнітних кіл?
6. Що розуміють під однорідним і неоднорідним, розгалуженим і нерозгалуженим магнітними колами?
7. Як проявляється дія магнітного поля в електротехнічних пристроях?
8. Наведіть закон Ома та закони Кірхгофа для магнітних кіл?

9. Що розуміють під прямою і зворотною задачами розрахунку магнітних кіл? Яка послідовність розв'язання цих задач?
10. Які фізичні процеси виникають у котушці зі сталевим осердям при живленні її постійним струмом?
11. Які фізичні процеси виникають у котушці зі сталевим осердям при живленні її змінним струмом?
12. Запишіть рівняння електричної рівноваги для кола котушки зі сталевим осердям, що живиться змінним струмом, та поясніть смисл величин, що входять у це рівняння?
13. Побудуйте векторну діаграму напруг та струмів реальної котушки зі сталевим осердям.
14. Поясніть, як вводиться еквівалентний синусоїдний струм для котушки зі сталевим осердям і чому його застосовують?
15. Які втрати потужності характерні для котушки зі сталевим осердям, що живиться змінним струмом?
16. Яка структура типової схеми заміщення котушки зі сталевим осердям і фізичний смисл ідеальних елементів цієї схеми?
17. Як можна визначити параметри схеми заміщення котушки зі сталевим осердям?
18. Зобразить ВАХ для котушки зі сталевим осердям та пояснить її характер.
19. Як змінюється повний опір котушки зі сталевим осердям при зміні її напруги та проміжку в осерді?

9. ТРАНСФОРМАТОРИ

9.1. Призначення і будова трансформатора

Трансформатор — це статичний електромагнітний пристрій, призначений для перетворення змінних напруги і струму за величиною без зміни їхньої частоти.

За призначенням і конструкцією трансформатори різноманітні, але за своєю основою вони мають однакові фізичні процеси і принцип дії. Тому можна вивчати їх на прикладі простішого варіанта — однофазного двохобмоткового трансформатора, конструкція якого подана на рис. 9.1. Тут показані основні частини трансформатора: 1 і 2 — багатовиткові котушки з мідного ізолюваного проводу, намотаного на каркаси; 3 — шихтоване осердя із тонко-листової електротехнічної сталі (товщина пластин 0,2...0,5 мм).

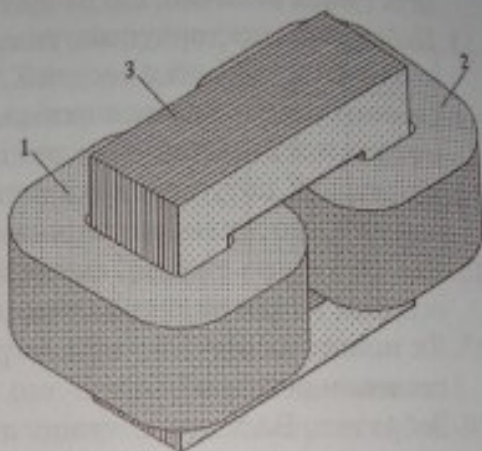


Рис. 9.1

Котушки — це конструктивні елементи, їх називають також *обмотками*, маючи на увазі при цьому електричні кола, утворені котушками.

Обмотки відрізняються кількістю витків. Обмотка з більшою кількістю витків $w_{ВН}$ — обмотка вищої напруги (ВН), з меншою кількістю витків $w_{НН}$ — обмотка нижчої напруги (НН).

Обмотки відрізняються кількістю витків. Обмотка з більшою кількістю витків $w_{ВН}$ — обмотка вищої напруги (ВН), з меншою кількістю витків $w_{НН}$ — обмотка нижчої напруги (НН).

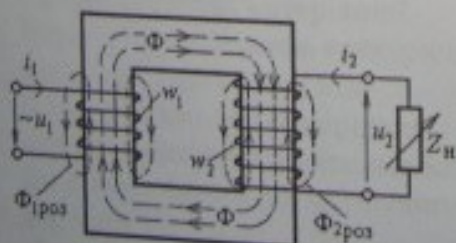


Рис. 9.2

Найважливіший параметр трансформатора — *коефіцієнт трансформації* — відношення кількості витків відповідних обмоток:

$$n = \frac{w_{ВН}}{w_{НН}} \quad (9.1)$$

На рис. 9.2 зображена фізична модель трансформатора, де в обмотках показані умовні кількості витків, а реально кількості витків можуть обчислюватися в сотнях і тисячах.

Обмотка, яка включається в мережу або до джерела (винятково зі змінною напругою), називається *первинною*. Обмотка, до якої підключено навантаження (подано повним опором $Z_{\text{н}}$) – *вторинна*.

Величини, що відносяться до первинної обмотки – первинні: U_1, I_1, w_1 – напруга, струм, кількість витків та ін., що відносяться до вторинної обмотки – вторинні – відповідно U_2, I_2, w_2 та ін.

Якщо $w_1 > w_2$, то (як буде показано далі) $U_1 > U_2$, отже трансформатор понижує напругу, при цьому струми підпорядковані зворотному співвідношенню $I_1 < I_2$. Якщо $w_1 < w_2$, то $U_1 < U_2$ – трансформатор підвищує напругу, відповідно $I_1 > I_2$.

Трансформатори мають *властивість оборотності* – один і той же трансформатор можна використовувати як підвищувальний і знижувальний щодо напруги: все залежить від того, яка з обмоток приєднана до джерела. Тобто первинною може бути як обмотка ВН, так і обмотка НН.

Густина струму в обох обмотках приймається звичайно однаковою і на рівні 2...5 А/мм². Тому, чим більше струм, тим більший поперечний переріз провідника. І в підсумку в обмотці з меншою кількістю витків провід товщий і навпаки.

9.2. Принцип дії трансформатора

Принцип дії трансформатора побудовано на явищі електромагнітної індукції (8.10). Розглянемо цей принцип як логічну структуру взаємного породження величин, використовуючи рис. 9.2.

При приєднанні первинної обмотки до джерела змінного струму під дією первинної синусоїдної напруги u_1 в первинній обмотці виникає змінний струм i_1 . МРС цієї обмотки $F_1 = i_1 w_1$ збуджує в осерді змінний магнітний потік, який, як і в котушці зі сталевим осердям (8.37), є синусоїдним: $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$, де $\omega = 2\pi f$; f – частота всіх величин у трансформаторі.

У відповідності із законом електромагнітної індукції змінний магнітний потік індукує у вторинній обмотці ЕРС (8.31) і (8.38):

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt} = \omega w_2 \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (9.2)$$

діюче значення якої аналогічно (8.40):

$$E_2 = 4,44f\omega_2\Phi_m \quad (9.3)$$

Вторинну обмотку тепер можна розглядати як вторинне джерело електроенергії. Під дією ЕРС e_2 на затискачах вторинної обмотки виникає змінна напруга u_2 , яка подається і на навантаження. У підсумку в контурі, що утворюється вторинною обмоткою і навантаженням, виникає змінний струм i_2 і навантаження отримує електроенергію.

Як впливає із формули (9.3), ЕРС E_2 залежить від кількості витків w_2 , тому, в принципі, її, а отже і вторинну напругу U_2 , можна отримати практично будь-якої величини: як більше первинної напруги U_1 , так і менше. У цьому і полягає принцип дії трансформатора – підвищувати або знижувати напругу.

Описаний основний логічний ланцюжок процесу передачі електроенергії у трансформаторі супроводжується рядом неминучих супутніх явищ. Вони безпосередньо впливають на співвідношення величин у трансформаторі і визначають якість його роботи. Тому подамо і їх.

Основний магнітний потік індукуює ЕРС і в первинній обмотці

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt} = \omega w_1 \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (9.4)$$

з діючим значенням

$$E_1 = 4,44f\omega_1\Phi_m \quad (9.5)$$

Очевидно, що співвідношення ЕРС обмоток за (9.3) і (9.5)

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = k_{12} \quad (9.6)$$

– це той же коефіцієнт трансформації, який може збігатися з поданим раніше (9.1), або бути зворотним щодо нього.

МРС вторинної обмотки $F_2 = i_2 w_2$ також створює магнітне поле, і, відповідно до правила Ленца, її магнітний потік спрямований проти потоку первинної обмотки. Тому основний потік Φ в трансформаторі є результатом спільної дії двох обмоток.

Крім того, кожна з обмоток створює пов'язаний тільки з нею магнітний потік розсіювання, відповідно $\Phi_{1роз}$ і $\Phi_{2роз}$ (див. рис. 9.2). Ці потоки індукують у своїх обмотках додатково ЕРС, аналогічно (8.31):

$$e_{1роз} = -w_1 \frac{d\Phi_{1роз}}{dt}; \quad e_{2роз} = -w_2 \frac{d\Phi_{2роз}}{dt} \quad (9.7)$$

з діючими значеннями $E_{1\text{роз}}$ і $E_{2\text{роз}}$. Очевидно, що $E_{1\text{роз}} \ll E_1$ і $E_{2\text{роз}} \ll E_2$, тому що $\Phi_{1\text{роз}} \ll \Phi$ і $\Phi_{2\text{роз}} \ll \Phi$, що відповідає розглянутому в підрозділі 8.8.

Як і в котушці зі сталевим осердям, у трансформаторі виникають електричні і магнітні втрати потужності: їхня природа розглянута в підрозд. 8.10.

Розгляд якісних сторін процесів у трансформаторі дозволяє перейти до подання співвідношень основних величин у ньому — напруг і струмів.

9.3. Рівняння напруг в обмотках трансформатора

Для ілюстрації використаємо рис. 9.3, де умовно позначено трансформатор Т, а напруги, струми і ЕРС показано як діючі значення і вказано їхні умовні позитивні напрямки. Первинна обмотка має затискачі А і Х, вторинна — а і х.

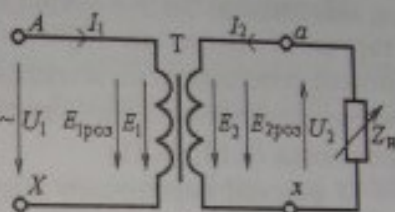


Рис. 9.3

З боку первинної обмотки трансформатор є приймачем енергії. У цій обмотці індукуються ЕРС E_1 (9.5) — від основного потоку Φ і $E_{1\text{роз}}$ (9.7) — від потоку розсіювання $\Phi_{1\text{роз}}$, зчепленого тільки з первинною обмоткою. Ці ЕРС є ЕРС самоіндукції, тому в контурі обмотки вони спрямовані проти первинної напруги і за другим законом Кірхгофа рівняння для первинної обмотки у векторній формі має вигляд:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 - \underline{E}_{1\text{роз}} + I_1 R_1, \quad (9.8)$$

де R_1 — активний опір проводу обмотки; $I_1 R_1$ — спад напруги в первинній обмотці на цьому опорі.

У вторинному колі трансформатора ЕРС E_2 відіграє роль ЕРС джерела електроенергії. Відповідно до другого закону Кірхгофа вона зрівноважується навантаженою напругою U_2 , ЕРС $E_{2\text{роз}}$ (9.7) від потоку розсіювання $\Phi_{2\text{роз}}$ і спадом напруги $I_2 R_2$ на активному опорі проводу обмотки, тобто в векторній формі:

$$\underline{E}_2 = \underline{U}_2 - \underline{E}_{2\text{роз}} + I_2 R_2. \quad (9.9)$$

Рівняння (9.8) і (9.9) відповідають розглянутому рівнянню для котушки зі сталевим осердям (8.44) і мають ці ж властивості, а

саме: $E_{1\text{проз}} \ll E_1$; $R_1 I_1 \ll E_1$; $E_{2\text{проз}} \ll E_2$; $R_2 I_2 \ll E_2$. Тому приблизно (з похибкою порядку 5%) можна записати для діючих значень, що $U_1 = E_1$ і $U_2 = E_2$. Це дає підстави для отримання співвідношення напруги первинної і вторинної обмоток трансформатора

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} \quad \text{або} \quad \boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = k_{1,2}} \quad (9.10)$$

Таким чином можна зробити висновок, що співвідношення діючих значень напруг обмоток підпорядковується коефіцієнту трансформації.

9.4. Рівняння струмів в обмотках трансформатора

Магнітний потік в осерді трансформатора визначається магніторушійними силами (МРС) обмоток. Трансформатор (див. рис. 9.2) можна розглядати як магнітне коло з однорідним осердям і визначати основний магнітний потік на підставі закону Ома для магнітного кола (8.18), (8.19).

У режимі неробочого ходу (НХ), коли навантаження відключене і $I_2 = 0$, діє тільки МРС первинної обмотки й амплітуда потоку в векторній формі (приблизно)

$$\underline{\Phi}_m = \frac{\sqrt{2} I_{10} w_1}{R_M} \quad (9.11)$$

де R_M – магнітний опір осердя; I_{10} – струм первинної обмотки в режимі НХ; $\sqrt{2}$ – забезпечує перехід від діючого значення струму до його амплітуди.

У режимі навантаження діють МРС обох обмоток і амплітуда потоку

$$\underline{\Phi}_m = \sqrt{2} \frac{I_1 w_1 + I_2 w_2}{R_M} \quad (9.12)$$

Із формули трансформаторної ЕРС (9.5) можна виразити амплітуду магнітного потоку $\Phi_m = \frac{E_1}{4,44 f w_1}$ і, з урахуванням $U_1 = E_1$, отримаємо:

$$\Phi_m = \frac{U_1}{4,44 f w_1} \quad (9.13)$$

Діюче значення напруги джерела U_1 (рис. 9.2) незмінне, тому амплітуда основного магнітного потоку (9.13) також повинна бути приблизно постійною ($\Phi_m \approx \text{const}$) в діапазоні від неробочого ходу до номінального навантаження. Тому прирівняємо вирази (9.11) і (9.12)

$$\frac{\sqrt{2}I_{10}w_1}{R_M} = \sqrt{2} \frac{I_1w_1 + I_2w_2}{R_M}$$

(9.14)

і після перетворення отримаємо спочатку рівняння МРС трансформатора

$$I_{10}w_1 = I_1w_1 + I_2w_2,$$

(9.15)

з якого випливає, що сума МРС обмоток дорівнює постійній величині — МРС первинної обмотки в режимі неробочого ходу.

Із (9.15) виразимо струм первинної обмотки й отримаємо рівняння струмів:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + \left(-I_2 \frac{w_2}{w_1} \right) \text{ або } \underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + (-\underline{I}'_2),$$

(9.16)

де $\underline{I}'_2 = I_2 \frac{w_2}{w_1}$ — струм вторинної обмотки, умовно приведений до кількості витків первинної обмотки (якщо такий струм пропустити по первинній обмотці, вона створить таку ж МРС, як і вторинна обмотка).

Тепер із рівняння струмів (9.16) очевидно, що будь-яка зміна струму у вторинній обмотці при зміні її навантаження супроводжується відповідною зміною первинного струму.

У реальних трансформаторах звичайно струм НХ по відношенню до номінального значення струму первинної обмотки є достатньо малим, приблизно I_{10} дорівнює (3...5) % від $I_{1ном}$. Тоді із рівняння струмів (9.16) для їхніх діючих значень можна записати, що $I_1w_1 = I_2w_2$. Це дає практичне співвідношення струмів в обмотках трансформатора:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{k_{12}}.$$

(9.17)

Таким чином можна зробити висновок, що співвідношення діючих значень струмів обмоток підпорядковане коефіцієнту трансформації, але у пропорції, зворотній напругам (9.10).

9.5. Векторна діаграма напруг і струмів трансформатора

Кількісні і фазові співвідношення величин у рівняннях електричного стану трансформатора (9.8), (9.9) і (9.10), а саме:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 - \underline{E}_{1роз} + \underline{I}_1 R_1;$$

(9.18)

$$\underline{E}_2 = \underline{U}_2 - \underline{E}_{2роз} + \underline{I}_2 R_2;$$

(9.19)

$$I_1 = I_{10} + \left(-I_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \right), \quad (9.20)$$

ілюструє векторна діаграма на рис. 9.4.

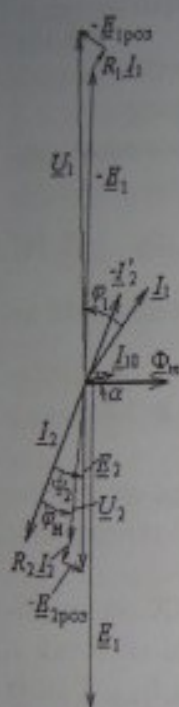


Рис. 9.4

Величини в цьому рівнянні можна вважати синусоїдними, як це розглянуто в підрозділі 8.9 для котушки зі сталевим осердям (тільки струм неробочого ходу трансформатора, як і струм котушки на рис. 8.36, зображується еквівалентною синусоїдою). Правила побудови векторної діаграми трансформатора (рис. 9.4) значною мірою відповідають правилам побудови векторної діаграми на рис. 8.39.

Побудову векторної діаграми для трансформатора зручно розпочинати з вектора основного магнітного потоку Φ_m . Цьому потоку відповідає МРС, що створюється струмом неробочого ходу I_{10} , вектор якого випереджує Φ_m на кут α , який визначається магнітними втратами потужності в магнітопроводі. ЕРС E_1 і E_2 відстають від Φ_m за фазою на кут $\pi/2$ (9.2) і (9.4) (при побудові на рис. 9.4 припускаємо, що $E_1/E_2 = \omega_1/\omega_2 = 1,73$).

Вторинна обмотка має активний R_2 і індуктивний X_2 опори, останній спричинюється її потоком розсіювання. Навантаження (рис. 9.2) також має активний R_n і реактивний X_n опори. Тому струм цієї

обмотки $I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(R_2 + R_n)^2 + (X_2 \pm X_n)^2}}$ і його вектор I_2 зсунуті за фазою

відносно E_2 на кут $\psi_2 = \arctg \frac{X_2 \pm X_n}{R_2 + R_n}$.

Вектор $R_2 I_2$ паралельний вектору I_2 ; вектор $-E_{2\text{роз}}$ замінюється спадом напруги $X_2 I_2$ на індуктивному опорі X_2 (як і на рис. 8.39) і цей вектор перпендикулярний вектору I_2 . З урахуванням останнього і на підставі (9.19) будується вектор напруги вторинної обмотки $U_2 = E_2 + E_{2\text{роз}} - I_2 R_2$.

На основі рівнянь струмів (9.16) або (9.20) будемо вектор первинного струму I_1 (співвідношення довжин векторів підпорядковані вже прийнятому $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1,73$).

За рівнянням (9.18) будемо вектор первинної напруги \underline{U}_1 , причому вектор $R_1 I_1$ є паралельним вектору I_1 , вектор $-\underline{E}_{1\text{прод}}$ замінюється спадом напруги $X_1 I_1$ на індуктивному опорі X_1 (як і на рис. 8.39) і цей вектор є перпендикулярним вектору I_1 .

Отримано зокрема кут φ_1 — зсув за фазою між I_1 і \underline{U}_1 , який залежить і від величини і характеру навантаження, і від параметрів трансформатора; фазовий зсув φ_n між I_2 і \underline{U}_2 залежить тільки від характеру навантаження.

Примітка: вектори $R_1 I_1$, $-\underline{E}_{1\text{прод}}$, $R_2 I_2$ і $-\underline{E}_{2\text{прод}}$ на діаграмі дещо перебільшені — реально вони не перевищують кількох відсотків від U_1 і U_2 .

9.6. Потужності і втрати потужності у трансформаторі

Із живильної мережі на первинну обмотку трансформатора (див. рис. 9.2 і 9.3) надходить електрична енергія з активною потужністю

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1, \quad (9.21)$$

де $\cos \varphi_1$ — коефіцієнт потужності трансформатора; φ_1 — зсув фаз \underline{U}_1 і I_1 .

Із вторинної обмотки навантаженню віддається активна потужність

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_n, \quad (9.22)$$

де $\cos \varphi_n$ — коефіцієнт потужності навантаження; $\varphi_n = \text{arctg} \frac{\pm X_n}{R_n}$ —

кут зсуву фаз \underline{U}_2 і I_2 , що визначається характером опору навантаження.

Корисна потужність P_2 менше затраченої P_1 , а саме:

$$P_2 = P_1 - \Delta P, \quad (9.23)$$

тому що процес передачі енергії супроводжується втратами потужності в обмотках і осерді:

$$\Delta P = P_E + P_M. \quad (9.24)$$

Потужність електричних втрат у двох обмотках

$$P = P_1 + P_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2. \quad (9.25)$$

Перетворимо (9.25) з урахуванням співвідношення струмів

$I_1 = I_2 \frac{w_2}{w_1}$ за (9.17), а саме:

$$P_E = R_1 I_2^2 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 + R_2 I_2^2 = \left[R_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 + R_2 \right] I_2^2, \quad (9.26)$$

звідки видно, що електричні втрати потужності пропорційні струму вторинної обмотки в квадраті, тобто $P_E \sim I_2^2$.

У такому випадку

$$P_E = P_{E_{ном}} \frac{I_2^2}{I_{2ном}^2} = P_{E_{ном}} \beta^2, \quad (9.27)$$

де $\beta = \frac{I_2}{I_{2ном}}$ – коефіцієнт струму навантаження; $I_{2ном}$, $P_{E_{ном}}$ – номінальне значення струму вторинної обмотки й електричні втрати потужності у трансформаторі при номінальних струмах обмоток.

Магнітні втрати потужності в сталі осердя були розглянуті (8.49) і вони складаються із втрат потужності на гістерезис і вихрові струми:

$$P_M = P_{Гс} + P_{Вх}. \quad (9.28)$$

Відомо, що магнітні втрати потужності породжуються змінним магнітним потоком, причому $P_M \sim \Phi_m^2$ (8.52). Тому втрати P_M можна вважати постійними, тобто незалежними від струму навантаження трансформатора, адже в робочому діапазоні навантаження амплітуда потоку $\Phi_m \approx const$ (9.11), (9.12). У той же час величина P_M залежить від прикладеної напруги; якщо урахувати (9.13), то

$$P_M \sim U_1^2. \quad (9.29)$$

Загальний енергетичний рівень трансформатора оцінюється його повною номінальною потужністю

$$S_{ном} \approx U_{1ном} I_{1ном} \text{ або } S_{ном} = U_{2ном} I_{2ном}, \quad (9.30)$$

де $U_{1ном}$, $I_{1ном}$, $U_{2ном}$, $I_{2ном}$ – номінальні напруги і струми обмоток.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}; \quad (9.31)$$

його номінальне значення $\eta_{ном}$ може знаходитися в межах 0,9...0,995, зростаючи з одночасним підвищенням $S_{ном}$ і габаритів трансформаторів.

9.7. Експериментальні дослідження трансформатора і визначення його параметрів і характеристик

Реальні параметри створених зразків трансформаторів і їхню відповідність розрахунковим даним можна виявити на основі експериментальних досліджень. При дослідженні трансформаторів особливу роль відводять режимам *неробочого ходу* (НХ) і *дослідного короткого замикання* (КЗ). Ці дослідження дозволяють випробувати

трансформатори при роздільній дії напруг і струмів та виявити параметри їхніх електричних і магнітних кіл. За результатами дослідів НХ і КЗ можна передбачити експлуатаційні характеристики

трансформатора, які, за необхідності, можна отримати й експериментальним шляхом, проводячи безпосередньо випробування трансформаторів у режимі навантаження.

9.7.1. Дослід неробочого ходу

Схема проведення цього дослідження подана на рис. 9.5, де Т — досліджуваний трансформатор; Т1 — автотрансформатор, що дозволяє регулювати напругу на затискачах А-Х первинної обмотки трансформатора Т. Вторинна обмотка (затискачі а-х) розімкнута, тобто НХ — трансформатор без навантаження.

Критеріями проведення дослідження НХ є подача на первинну обмотку трансформатора її номінальної напруги $U_{10} = U_{1ном}$, а також відсутність вторинного струму, тобто $I_2 = 0$.

При досліді НХ вимірюється напруга вторинної обмотки U_{20} , струм первинної обмотки I_{10} , потужність, що надходить на первинну обмотку P_0 .

На підставі вимірювань додатково визначають такі параметри трансформатора.

1. Номінальна напруга вторинної обмотки $U_{2ном} = U_{20}$.

2. Коефіцієнт трансформації напруг $k_U = \frac{U_{10}}{U_{20}}$, причому при НХ

він виходить найбільш близьким до k_{12} за (9.6), тому що в цьому режимі напруги на обмотках найбільш близькі до їхніх ЕРС: $U_{10} \approx E_1$; $U_{20} = E_2$.

3. Відсотковий вираз струму НХ відносно номінального значення струму

$$i_0 = \frac{I_{10}}{I_{1ном}} \cdot 100\% \quad (9.32)$$

У якісному трансформаторі i_0 повинен знаходитися в межах 3...8%.

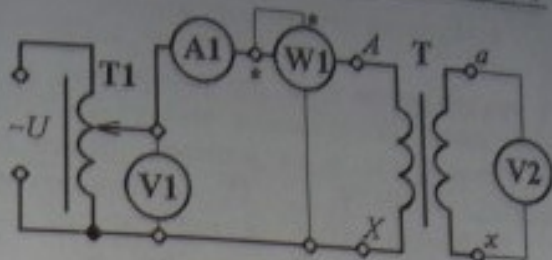


Рис. 9.5

4. Магнітні втрати потужності

$$P_M = P_0, \quad (9.33)$$

з урахуванням того, що потужність $P_2 = 0$, а електричні втрати потужності (9.25) можна знехтувати (струм I_{10} є порівняно малим, а струм $I_2 = 0$), а от магнітні втрати (9.28) присутні повністю, оскільки за (9.29) $P_M = U_1^2$, напруга подана номінальна.

5. Повний, активний і індуктивний опори трансформатора при НК: $Z_0 = \frac{U_{10}}{I_{10}}$; $R_0 = \frac{P_0}{I_{10}^2}$; $X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}$.

9.7.2. Дослід короткого замикання

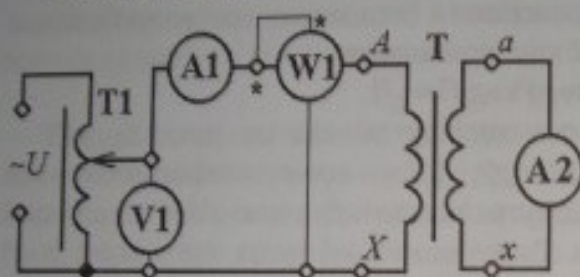


Рис. 9.6

Схема проведення цього дослід зображена на рис. 9.6. Вторинна обмотка (затискачі a і x) замкнута накоротко (амперметр A_2 має дуже малий внутрішній опір і не змінює ситуації).

Якщо було би подано $U_1 = U_{\text{ном}}$ — то це був би аварійний режим. Дослідне КЗ не шкодить трансформатору, оскільки критерієм його проведення є подача в первинну обмотку її номінального струму $I_{1к} = I_{\text{ном}}$. Практично напругу плавно підвищують від нуля до того часу, поки струм у первинній обмотці не досягне вказаної величини.

У досліді КЗ вимірюється напруга первинної обмотки $U_{1к}$, струм вторинної обмотки $I_{2к}$, потужність P_k , яка надходить на первинну обмотку (напруга вторинної обмотки $U_{2к}$ при КЗ дорівнює нулю).

На підставі вимірювань додатково визначають такі параметри трансформатора.

1. Номінальний струм вторинної обмотки $I_{2\text{ном}} = I_{2к}$.
2. Коефіцієнт трансформації струмів $k_I = \frac{I_{2к}}{I_{1к}}$, який повинен відповідати k_U .
3. Відсотковий вираз напруги КЗ відносно номінального значення

$$u_x = \frac{U_{1к}}{U_{\text{ном}}} \cdot 100\%, \quad (9.34)$$

і в якісному трансформаторі він повинен знаходитись у межах 3...10%.

4. Струм аварійного КЗ при $U_1 = U_{\text{ном}}$, тобто $I_{1\text{АКЗ}} = \frac{U_{\text{ном}}}{U_{1\text{к}}} I_{1\text{к}}$.

5. Електричні втрати потужності (9.27) при номінальних струмах

$$P_{\text{Еном}} = P_{\text{к}} \quad (9.35)$$

з урахуванням того, що потужність $P_2 = 0$, а магнітні втрати потужності можна знехтувати (напруга $U_{1\text{к}}$ є порівняно малою, а $P_{\text{м}} = U_{1\text{к}}^2$), електричні ж втрати присутні повністю, тому що $P_{\text{м}} = I_2^2$. З урахуванням останнього, електричні втрати можуть бути визначені і при інших значеннях струму I_2 за формулою (9.27).

6. Повний, активний і індуктивний опори трансформатора при КЗ: $Z_{\text{к}} = \frac{U_{1\text{к}}}{I_{1\text{к}}}$; $R_{\text{к}} = \frac{P_{\text{к}}}{I_{1\text{к}}^2}$; $X_{\text{к}} = \sqrt{Z_{\text{к}}^2 - R_{\text{к}}^2}$. Ці опори несумірно менші, ніж Z_0 , R_0 і X_0 при НХ.

9.7.3. Дослід навантаження й експлуатаційні (робочі) характеристики трансформатора

Схема досліджень трансформатора в режимі навантаження дана на рис. 9.7. До вторинної обмотки підключено реостат з регульовальним активним опором $R_{\text{н}}$.

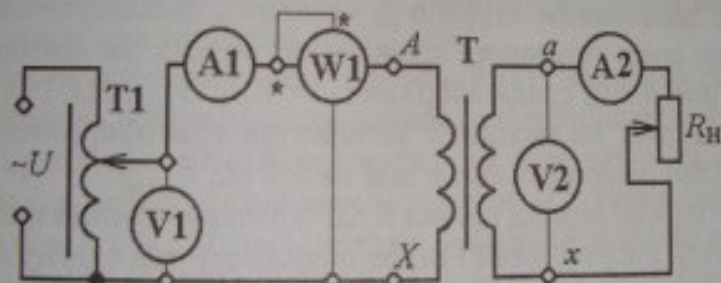


Рис. 9.7

Критеріями проведення дослідження навантаження є подача на первинну обмотку трансформатора її номінальної напруги $U_1 = U_{\text{ном}}$ і зміна опору $R_{\text{н}}$ в таких межах, щоб отримати ряд вимірювань усіх величин у діапазоні зміни струму навантаження I_2 від 0 (НХ) до номінального значення $I_{2\text{ном}}$ (допускається перевищення цього значення на 10%).

У заданому ряді точок вимірюються напруга вторинної обмотки U_2 , струми первинної I_1 і вторинної I_2 обмоток, потужність P_1 , що надходить на первинну обмотку.

За даними вимірювань визначаються такі параметри трансформатора:

1. Активна потужність (9.22), яка передається зі вторинної обмотки в навантаження, де $\cos\varphi_n = 1$, оскільки навантаження R_n чисто активне;
2. ККД трансформатора за (9.31);
3. Коефіцієнт потужності $\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{U_1 I_1}$, отриманий із (9.21).

На основі вимірювань і розрахунків можна побудувати експлуатаційні (робочі) характеристики трансформатора — залежності $U_2(\beta)$, $I_1(\beta)$, $\eta(\beta)$ і $\cos\varphi_1(\beta)$, де за аргумент (незалежну змінну) прийнято коефіцієнт струму навантаження $\beta = \frac{I_2}{I_{2ном}}$ — струм I_2 у відносних одиницях.

Усі ці характеристики мають для більшості трансформаторів типовий вигляд і подані на рис. 9.8 в безрозмірній формі. Пояснимо характеристики.

Крива $I_1(\beta)$ починається зі значення струму НХ I_{10} і далі все більше прагне до прямої лінії з урахуванням відомого зв'язку струмів (9.16), (9.17) через коефіцієнт трансформації.

Залежність $U_2(\beta)$ має власну назву — *зовнішня характеристика*. Зі зростанням струмів в обмотках збільшуються спади напруги на їхніх активних і індуктивних опорах (на векторній діаграмі на рис. 9.4 ці спади зображені як $R_1 I_1$, $E_{1роз}$, $R_2 I_2$ і $E_{2роз}$). Відповідно напруга на вихідних затискачах трансформатора зменшується (звичайно не більше, ніж на 5% від $U_{2ном}$).

Характерний вигляд кривої ККД $\eta(\beta)$ спричинений сукупністю залежностей потужностей і втрат потужності від струму навантаження, поданих у підрозділі 9.6 і які ще будуть розглянуті далі в числовому прикладі.

Залежність $\cos\varphi_1(\beta)$ зумовлюється співвідношенням активних і реактивних опорів обмоток трансформатора і його навантаження. При НХ $\cos\varphi_1$ відповідає самому трансформатору, а далі зі збільшенням струму навантаження наближається до того значення $\cos\varphi_n$, яке відповідає навантаженню (у даному разі до 1, оскільки навантаження — активний опір).

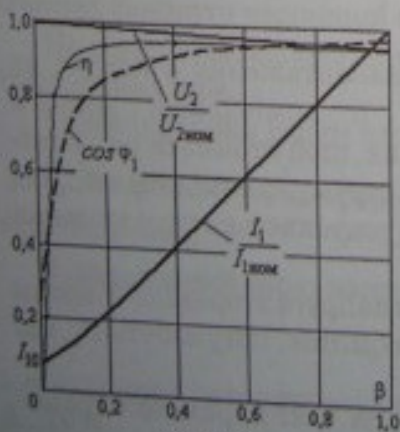


Рис. 9.8

9.8. Зміна напруги на затискачах вторинної обмотки трансформатора при навантаженні

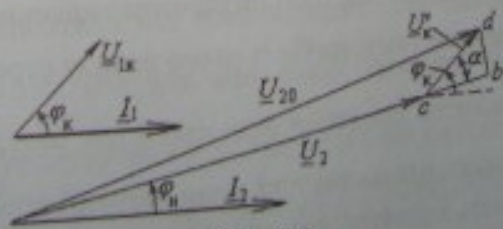
Зовнішню характеристику трансформатора $U_2(\beta)$, яка зображена на рис. 9.8, можна отримати розрахунковим шляхом, використовуючи паспортні дані трансформатора, де звичайно приводиться напруга КЗ u_k у відсотках (9.34), а також втрати потужності в цьому режимі P_k .

З урахуванням цього напруга короткого замикання $U_{1k} = \frac{u_k}{100\%} U_{1ном}$ і фазовий зсув (рис. 9.9) між цією напругою і струмом при КЗ із (9.21) $\varphi_k = \arccos \frac{P_k}{U_{1k} I_{1ном}}$ (враховано, що дослідне КЗ проводиться при номінальному струмі первинної обмотки).

При КЗ напруга U_{1k} приходить на внутрішній опір обмоток трансформатора Z_k . При НХ струм у первинній обмотці дуже малий, а у вторинній обмотці відсутній. Тому внутрішнім спадом напруги на опорі Z_k можна знехтувати і напруга вторинної обмотки U_{20} виявиться найбільшою. Зі збільшенням струму навантаження вторинна напруга U_2 змінюється, тому що вказаний внутрішній спад напруги зростає, і тоді $U_2 = U_{20} - U'_k$.

Оскільки співвідношення струмів (9.17) і напруг (9.10) первинної і вторинної обмоток підпорядковано коефіцієнту трансформації, то приблизно можна вважати, що між струмом вторинної обмотки I_2 і внутрішнім спадом напруги U'_k такий же фазовий зсув, як між I_1 і U_{1k} . Це показано на векторній діаграмі вторинних величин (див. рис. 9.9), де струм I_2 і напруга U_2 побудовані під кутом φ_n , який зумовлює навантаження Z_n трансформатора (див. рис. 9.2), а напруга НХ визначена підсумовуванням $U_{20} = U_2 + U'_k$.

Зміна діючого значення вторинної напруги ΔU_2 на рис. 9.9 приблизно відповідає ділянці cb . Із трикутника cbd , в якому кут $\alpha = \varphi_k - \varphi_n$, отримаємо $\Delta U_2 = U'_k \cos(\varphi_k - \varphi_n)$. З урахуванням пропорційності первинних і вторинних величин (9.10) та (9.17) можна вважати, що U'_k має таку ж долю від U_{20} , як і U_{1k} від $U_{1ном}$, тому замість U'_k можна використовувати



Виходячи із цих обставин, на практиці використовують приблизну формулу напруги на затискачах вторинної обмотки

$$U_2 = U_{20} \left[1 - \beta \cdot \frac{u_k}{100} \cdot \cos(\varphi_H - \varphi_K) \right], \quad (9.36)$$

де враховано, що спад напруги всередині трансформатора пропорційний струмові навантаження (останній подається виразом у безрозмірній формі через коефіцієнт струму навантаження $\beta = \frac{I_2}{I_{2ном}}$, що вже згадувався).

9.9. Залежність ККД трансформатора від коефіцієнта струму навантаження

Вихідний вираз ККД (9.31) з урахуванням (9.23)

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} \quad (9.37)$$

перетворимо до вигляду, придатного для використання паспортних даних трансформатора.

Корисна потужність, що віддається навантаженню за (9.22)

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_H = U_{2ном} \beta I_{2ном} \cos \varphi_H = \beta S_{ном} \cos \varphi_H, \quad (9.38)$$

де враховано, що на вихідних затискачах напруга мало залежить від навантаження і $U_2 \approx U_{2ном}$; струм $I_2 = \beta I_{2ном}$; номінальна повна потужність за (9.30) $S_{ном} = U_{2ном} I_{2ном}$.

Втрати потужності (9.24)

$$\Delta P = P_M + P_E = P_0 + \beta^2 P_{Еном} = P_0 + \beta^2 P_K, \quad (9.39)$$

де враховані вирази магнітних і електричних втрат потужності, подані в (9.27), (9.33) і (9.35).

Таким чином, із (9.37), з урахуванням (9.38) і (9.39), отримаємо загальну залежність ККД від коефіцієнта струму навантаження β

$$\eta = \frac{\beta \cdot S_{ном} \cdot \cos \varphi_H}{\beta \cdot S_{ном} \cdot \cos \varphi_H + P_0 + \beta^2 \cdot P_K}. \quad (9.40)$$

Для того, щоб визначити значення $\beta_{\eta max}$, при якому ККД досягає максимуму, треба із цього виразу отримати $\frac{d\eta}{d\beta} = 0$. Розв'язання отриманого рівняння відносно β дає результат $\beta_{\eta max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_K}}$, тобто ККД є максимальним тоді, коли магнітні втрати в сталі P_0 (постійні) дорівнюють електричним втратам потужності в обмотках $\beta_{\eta max}^2 P_K$ (змінним).

9.10. Приклади розрахунку параметрів і характеристик трансформатора

Приклад 1. Розрахунок напруг і струмів трансформатора.

Однофазний трансформатор (див. рис. 9.2 і 9.3) має паспортні номінальні дані: повна потужність $S_{\text{ном}} = 12 \text{ кВА}$; напруги первинної і вторинної обмоток $U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}$, $U_{2\text{ном}} = 133 \text{ В}$. Напруга короткого замикання $u_k = 5\%$ (9.34). Струм неробочого ходу $i_0 = 8\%$ (9.32).

Визначимо наступний ряд параметрів трансформатора.

$$\text{Коефіцієнт трансформації (9.1) } n = \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}} = \frac{220}{133} = 1,654.$$

Номінальні струми обмоток із (9.30)

$$I_{1\text{ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} = \frac{12 \cdot 10^3}{220} = 54,5 \text{ А}; \quad I_{2\text{ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}} = \frac{12 \cdot 10^3}{133} = 90,2 \text{ А}.$$

$$\text{Напруга в режимі дослідного КЗ із (9.34) } U_{1\text{к}} = \frac{u_k \cdot U_{1\text{ном}}}{100} = \frac{5 \cdot 220}{100} = 11 \text{ В}.$$

Струми аварійного КЗ обмоток при номінальній напрузі

$$I_{1\text{АКЗ}} = I_{1\text{ном}} \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{1\text{к}}} = 54,5 \cdot \frac{220}{11} = 1090 \text{ А};$$

$$I_{2\text{АКЗ}} = I_{1\text{АКЗ}} \cdot n = 1090 \cdot 1,654 = 1803 \text{ А}.$$

$$\text{Струм у режимі НХ із (9.32) } I_{10} = \frac{i_0 \cdot I_{1\text{ном}}}{100} = \frac{8 \cdot 54,5}{100} = 4,36 \text{ А}.$$

Приклад 2. Розрахунок зовнішньої характеристики.

Однофазний трансформатор (див. рис. 9.2) має номінальні дані: напруги первинної і вторинної обмоток $U_{1\text{ном}} = 660 \text{ В}$, $U_{2\text{ном}} = 400 \text{ В}$; струм первинної обмотки $I_{1\text{ном}} = 3,8 \text{ А}$. У режимі дослідного КЗ втрати потужності $P_k = 80 \text{ Вт}$ і напруга $U_{1\text{к}} = 33 \text{ В}$. Активно-індуктивне навантаження має $\cos \varphi_n = 0,75$.

Розрахуємо і побудуємо зовнішню характеристику трансформатора, а для цього підготуємо необхідні дані для формули (9.36): напруга короткого замикання (9.34) у відсотках від номінального значення

$$u_k = \frac{U_{1\text{к}}}{U_{1\text{ном}}} \times 100\% = \frac{33}{660} \times 100\% = 5\%; \quad \text{напруга вторинної обмотки в}$$

$$\text{режимі НХ } U_{20} = U_{2\text{ном}} = 400 \text{ В}; \quad \text{кут зсуву фаз між струмом і напругою}$$

$$\text{при дослідному КЗ } \varphi_k = \arccos\left(\frac{P_k}{U_{1\text{к}} \cdot I_{1\text{ном}}}\right) = \arccos\left(\frac{80}{33 \cdot 3,8}\right) = 50,36^\circ;$$

кут зсуву фаз між струмом і напругою на навантаженні
 $\varphi_n = \arccos(\cos \varphi_n) = \arccos(0,75) = 41,41^\circ$.

Після підстановок маємо формулу:

$$U_2 = 400 \left[1 - \beta \frac{5}{100} \cos(41,41^\circ - 50,36^\circ) \right] = 400(1 - 0,0494\beta) \text{ В.}$$

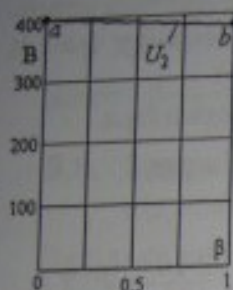


Рис. 9.10

У відповідності з цією формулою зовнішня характеристика (рис. 9.10) є прямою лінією, яка проводиться через дві точки: a (координати $\beta = 0$; $U_2 = 400 \text{ В}$), b (координати $\beta = 1$; $U_2 = 380 \text{ В}$).

Приклад 3. Розрахунок залежності ККД від коефіцієнта струму навантаження.

Повна номінальна потужність однофазного трансформатора (див. рис. 9.2) $S_{\text{ном}} = 6 \text{ кВА}$, втрати потужності в режимі НХ $P_0 = 60 \text{ Вт}$ і в режимі дослідного КЗ $P_x = 200 \text{ Вт}$. У активно-індуктивного навантаження $\cos \varphi_n = 0,75$.

Підставимо відомі величини у формулу (9.40) для ККД і отримемо для даного трансформатора

$$\eta = \frac{\beta \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,75}{\beta \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,75 + 60 + \beta^2 \cdot 200} = \frac{4500\beta}{4500\beta + 60 + \beta^2 \cdot 200}$$

Для низки значень β від НХ ($\beta = 0$) до номінального навантаження ($\beta = 1$) розраховуємо числову залежність $\eta(\beta)$ за формулою (табл. 9.1) і будемо графік на рис. 9.11.

Таблиця 9.1

β	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
η	0	0,788	0,879	0,93	0,945	0,951
β	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η	0,953	0,953	0,952	0,95	0,948	0,945

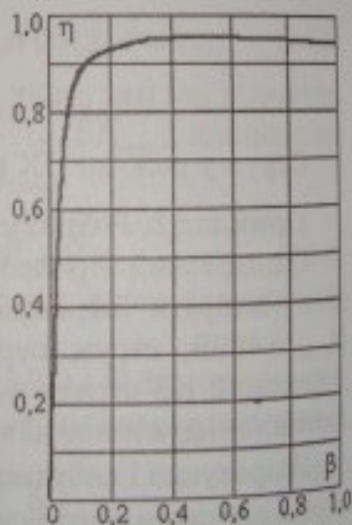


Рис. 9.11

9.11. Класифікація трансформаторів

Сфера використання трансформаторів дуже широка. Призначення трансформатора визначає його конструкцію. І в цьому зв'язку трансформатори підрозділяють на такі основні види.

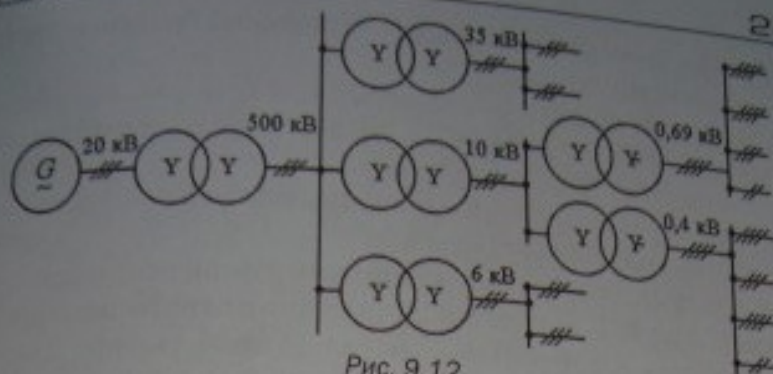


Рис. 9.12

1. Силкові трансформатори — це основний вид, і який застосовується в системах передачі і розподілу енергії, для установок з перетворювачами струму, в колах управління електроприводами, в мережах місцевого освітлення. На рис. 9.12 показано багатоступінчасту систему перетворення електроенергії, що виробляється трифазним синхронним генератором G з лінійною напругою 20 кВ, за допомогою силових трансформаторів.
2. Силкові спеціальні — пічні, зварювальні, які мають високі значення струмів вторинних обмоток.
3. Вимірювальні — для вмикання електричних вимірювальних приладів у мережі високої напруги або сильного струму (підрозділ 9.14).
4. Випробувальні — для отримання надвисоких напруг.
5. Радіотрансформатори — у пристроях радіо- і провідного зв'язку, в системах автоматики і телемеханіки тощо.
6. Повітряні (без осердя) — для високих частот: від 100 кГц і вище.

Є також спеціальний тип трансформатора — *автотрансформатор*, в якому обмотка НН є частиною обмотки ВН (підрозділ 9.12).

Трансформатори одного призначення можуть відрізнятися:

- а) за видом охолодження — з повітряним або олійним (масляним) охолодженням: у другому випадку застосовується спеціальна трансформаторна олія (масло), яка знаходиться в баці з трансформатором;

- б) за числом фаз, що трансформуються — однофазні, трифазні або багатofазні (див. підрозділ 9.13);

- в) за формою магнітопроводу: стрижневі, броньові, броньові-стрижневі, тороїдні;
- г) за числом обмоток — двохобмоткові (див. рис. 9.2) і багатообмоткові (одна первинна і дві або більше вторинних обмоток на різні напруги);
- г) за конструкцією обмоток вони можуть бути концентричними або такими, що чергуються.

Трансформатори мають умовне буквено-числове позначення: О — однофазний; Т — трифазний (для автотрансформаторів спочатку ставиться А); М — олійне (масляне) охолодження; Д — повітряне дуття; МЦ — примусова циркуляція олії (масла); С — повітряне охолодження; СД — повітряне з дуттям.

Після букв ідуть два числа з дробом: номінальна потужність (кВА) / напруга обмотки ВН (кВ), потім рік конструкторської розробки, наприклад: ТМ-100/10-96.

На щитку трансформатора вказують його номінальні дані:

1. Напруги (лінійні) — вища і нижча. Стандартними є значення напруг: для трансформаторів електростанцій і підстанцій 1200, 787, 525, 347, 242, 165, 121, 38,5 кВ (1150, 750, 500, 330, 220, 150, 110, 35 кВ); на підстанціях підприємств 6, 10, 35 кВ; у розподільних мережах (лінійне/фазне): 0,69/0,4; 0,4/0,23; 0,23/0,133 кВ (660/380; 380/220; 220/127 В).
2. Номінальна повна потужність (ВА або кВА).
3. Лінійні струми при номінальній потужності (А).

Вказуються також частота (Гц); число фаз; схема і група з'єднань обмоток (для трифазного); напруга короткого замикання; режим роботи — короткочасний або тривалий; спосіб охолодження.

Виводи обмотки вищої напруги позначають: А — початок, Х — кінець; обмотки нижчої напруги — а — початок, х — кінець, у трифазних — АХ, ВУ, СЗ, ах, бу, сз.

9.12. Автотрансформатори

Схематично автотрансформатор зображено на рис. 9.13 і він відрізняється від звичайного трансформатора тим, що обмотка НН з кількістю витків w_2 є частиною

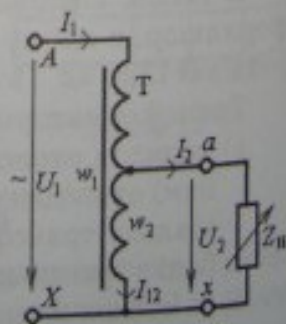


Рис. 9.13

обмотки ВН з кількістю витків w_1 . Таким чином, обмотки мають електричний зв'язок.

Співвідношення напруг, як і в підрозділі 9.3, підпорядковуються коефіцієнту трансформації (9.10).

Подібно рівнянню МДС (9.15), тут можна записати $I_{10}w_1 = I_{11}(w_1 - w_2) + I_{12}w_2$, і, якщо знехтувати малою величиною струму НХ I_{10} , то для діючого значення струму на ділянці з кількістю витків w_2 можна приблизно отримати $I_{12} = \left(\frac{w_1}{w_2} - 1\right) I_1$. Якщо це порівняти з виразом (9.17) для струмів звичайного трансформатора, то можна зробити висновок, що тепер струм у вторинній частині обмотки трансформатора суттєво менший, ніж струм I_2 у навантаженні.

У результаті, використання автотрансформатора дозволяє зменшити електричні втрати потужності і витрати провідника обмотки (замість двох на ділянці з w_2 тепер одиночний провідник).

Автотрансформатор можна вмикати як за схемою зниження напруги (рис. 9.14, а), так і за схемою її підвищення (рис. 9.14, б), струми, природно, мають зворотне співвідношення (9.17). Стрілка на одному із виводів відповідає рухомому контакту, чим забезпечується можливість регулювання вторинної напруги.

Поряд із перевагами, автотрансформатори мають і недолік. Так, при обриві спільної ділянки обмоток (рис. 9.13) більш висока напруга U_1 безпосередньо попадає на навантаження Z_n , яке на цю напругу, як правило, не розраховане. Результатом може бути пошкодження цього навантаження і небезпека для обслуговуючого персоналу.

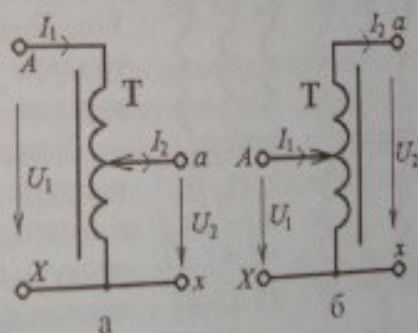


Рис. 9.14

9.13. Трифазні трансформатори

Оскільки виробництво і передача електроенергії на великі відстані (див. рис. 9.12), а також її використання у трифазних асинхронних і синхронних двигунах, в установках з трифазними випрямлячами і в інших випадках здійснюються у вигляді трифазної

системи змінного струму, то для такої системи необхідно мати трифазні трансформатори.

Трансформування енергії трифазної системи струмів можна здійснювати трьома однофазними трансформаторами або спеціальним трифазним трансформатором, який виходить дешевше і менших габаритів. Конструкція трифазного трансформатора дана на рис. 9.15, де на кожний зі стрижнів *A*, *B* і *C* осердя надіваються обмотки ВН і НН, що належать до однієї відповідної фази.

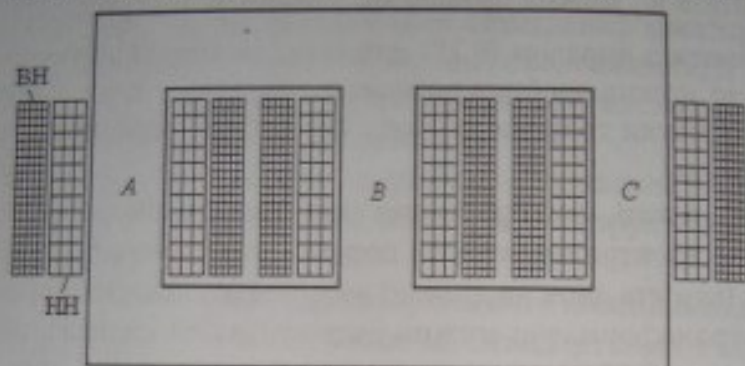


Рис. 9.15

Як первинні, так і вторинні обмотки можуть з'єднуватися в «трикутник» і «зірку», що показано на рис. 9.16: а) схема «зірка»–«зірка» Y/Y ; б) схема «зірка»–«трикутник» Y/Δ . У «зірці» може бути виведена і нейтральна точка, і тоді отримаємо, наприклад, варіант Y/Y .

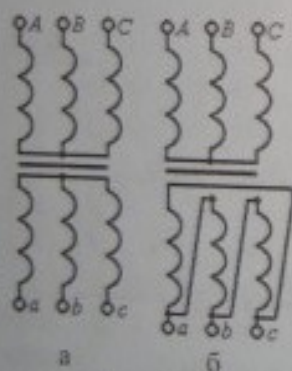


Рис. 9.16

У залежності від схеми з'єднання лінійні напруги на вихідних затискачах вторинної обмотки можуть збігатися за фазою з однойменними лінійними напругами первинної обмотки (як на рис. 9.17, а для схеми на рис. 9.16, а) або бути зсунутими за фазою на 30° (як на рис. 9.17, б для схеми на рис. 9.16, б). Відповідне взаємне

напруги на вихідних затискачах вторинної обмотки можуть збігатися за фазою з однойменними лінійними напругами первинної обмотки

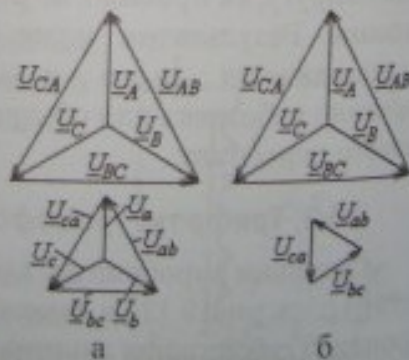


Рис. 9.17

положення векторів лінійних напруг показано на рис. 9.18.

У цьому зв'язку введено поняття групи з'єднань. Використовуючи аналогію зі стрілками годинників, варіант на рис. 9.18, а і, відповідно, схему на рис. 9.16, а віднесли до нульової групи (схоже на 0 годин), варіант на рис. 9.18, б і схему на рис. 9.16, б віднесли до одинадцятої групи (11 годин). Можливі й інші варіанти.



Рис. 9.18

9.14. Вимірювальні трансформатори

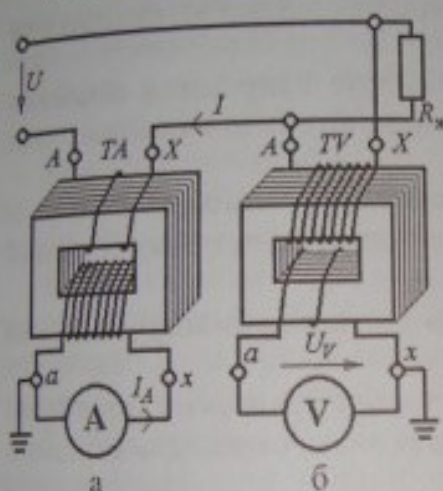


Рис. 9.19

Ці трансформатори застосовують для розширення меж вимірювання вимірювальних приладів змінного струму, що особливо необхідно при вимірюванні дуже великих напруг і струмів. Вимірювальні трансформатори дозволяють також повністю ізолювати ці прилади від кола високої напруги, в якому здійснюється вимірювання.

Трансформатор струму (ТА) використовують для вмикання амперметра (рис. 9.19, а) і послі-

довних кіл інших вимірювальних приладів. Ці трансформатори працюють у режимі, близькому до КЗ, і в них не можна розмикати вторинну обмотку, оскільки в цьому випадку на її затискачах формується недопустимо висока напруга.

Трансформатор напруги (TV) використовують для вмикання вольтметрів (рис. 9.19, б) і паралельних кіл напруги інших приладів.

Умовні позначення і маркування затискачів ТА і TV показані на рис. 9.20.

При вимірюваннях покази приладів I_A і U_V належить множити на номінальні коефіцієнти

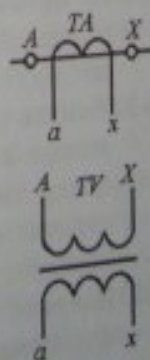


Рис. 9.20

трансформації k_I для ТА і k_U для TV. У підсумку струм і напруга в мережі, яка контролюється:

$$I = k_I I_A; U = k_U U_V. \quad (9.41)$$

Вимірювальні прилади, що працюють у комплекті з трансформаторами, градуують у масштабі одиниць первинних величин, що вимірюються.

Запитання для самоконтролю

1. Що називають трансформатором і з яких елементів він складається?
2. Поясніть принцип дії трансформатора.
3. Що таке коефіцієнт трансформації і як він пов'язує напруги та струми обмоток трансформатора?
4. Запишіть рівняння рівноваги напруг і струмів в обмотках трансформатора і поясніть фізичний смисл складових цих рівнянь.
5. Як побудувати векторну діаграму трансформатора?
6. Як визначаються корисна та споживана потужності трансформатора?
7. Які втрати потужності бувають у трансформаторі, яка їхня фізична природа?
8. Як проводять дослід неробочого ходу трансформатора і які параметри трансформатора можна визначити за даними цього дослідження?
9. Як проводять дослід короткого замикання трансформатора і які параметри трансформатора можна визначити за даними цього дослідження?
10. Як проводять дослід навантаження трансформатора і які експлуатаційні характеристики отримують за даними цього дослідження?
11. Якщо в робочому режимі трансформатора опір його навантаження зміниться, наприклад, зменшиться вдвічі, то як при цьому зміняться напруга вторинної обмотки, струми обмоток, втрати потужності, магнітні потоки (основний і розсіяння), ЕРС обмоток?
12. Які спеціальні типи трансформаторів Ви знаєте і яке їхнє призначення?

10. ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ

10.1. Визначення і класифікація засобів і методів електричних вимірювань

Вимірюванням називається процес порівняння дослідним шляхом фізичної величини X з її одиницею (відтвореною мірою) M , результат якого виражається числом D , а саме $X = MD$ або $D = X/M$.

Для вимірювань користуються наступними технічними засобами.

Міра – зразок, який служить для дійсного відтворення одиниці вимірювання конкретної фізичної величини. Найбільш точна міра – еталон, який використовують для атестації зразкових мір, а за ними, в свою чергу, встановлюють *робочі міри*, що застосовуються у виробничій і лабораторній практиці.

Вимірювальний прилад – пристрій, за допомогою якого виробляється сигнал вимірювальної інформації і подається у формі, доступній сприйняттю спостерігачем.

Вимірювальний перетворювач – засіб, призначений для перетворення вимірювальної величини в сигнал вимірювальної інформації. В електровимірювальних приладах таке перетворення здійснюється за допомогою електричного струму.

Електричними методами можна виміряти практично всі електричні величини, а також значну кількість неелектричних величин. Ці методи характеризуються високими точністю і чутливістю, широким діапазоном вимірювань, можливістю передачі результатів на великі відстані, швидкодією, порівняно малими габаритами технічних засобів та ін. Електричні вимірювання ефективні для автоматичного контролю і керування технологічними процесами, для сигналізації. Причому отримана інформація може безпосередньо вводиться в ЕОМ.

За родом вимірювальної величини електровимірювальні прилади розподіляються на вимірники напруги – вольтметри V , вимірники струму – амперметри A , вимірники опору – омметри Ω , вимірники активної потужності – ваттметри W , вимірники електроенергії – лічильники кіловатт-годин kWh , вимірники зсуву фаз – фазометри ϕ , вимірники частоти – частотоміри Hz та ін. Існують також комбіновані прилади, які дозволяють проводити виміри різних величин.

За видом отриманої вимірювальної інформації розрізняють прилади, що показують, реєструють, друкують, інтегрують, а також самописні і підсумовуючі.

Прилади також розподіляються на аналогові та цифрові.

В *аналогових* результат має вигляд неперервної функції вимірювальної величини; в *цифрових* автоматично виробляються дискретні сигнали (з деяким часовим інтервалом) і результати видаються в цифровій формі.

За принципом дії і конструктивною реалізацією прилади можуть бути *електромеханічними* або *електронними*. У перших використовуються елементи, що електромеханічне взаємодіють та переміщуються. У других основними функціональними елементами є електронні блоки і ланки.

У залежності від способу отримання числового значення вимірювальної величини вимірювання підрозділяються на чотири види: прямі, непрямі, сукупні і спільні.

Пряме вимірювання безпосередньо дає значення шуканої величини: наприклад, вольтметром отримують значення вимірювальної напруги.

Непрямим називають вимірювання, при якому шукане значення вираховують на основі відомої залежності між цією величиною і величинами, що підлягають прямим вимірам. Наприклад, питомий електричний опір матеріалу отримують шляхом прямих вимірювань довжини, площі перерізу й електричного опору зразка із конкретного матеріалу.

Сукупні виміри — це виміри декількох однойменних фізичних величин шляхом виконання прямих вимірів різних співвідношень цих величин. Наприклад, для поділу втрат потужності в магнітопроводі проводять два досліди при живленні котушки збудження напругою з різними частотами, вимірюючи кожний раз визначений ряд величин.

Спільні виміри складаються з прямих вимірів декількох фізичних величин в умовах, що змінюються, і наступного знаходження залежності між цими величинами. Наприклад, експериментальне визначення електричного опору і температурного коефіцієнта опору при різних температурах.

Крім того, розрізняють два методи вимірювань: *прямим перетворюванням* і *порівнянням з мірою*. У першому випадку

вимірювальна величина перетворюється на вимірювальний сигнал, і її значення видається безпосередньо на відліковий пристрій приладу. В другому – вимірювальна величина порівнюється з мірою того ж роду, каліброване значення якої підбирається до встановлення рівності, що фіксується за показом індикатора – чутливого приладу.

10.2. Вмикання електровимірювальних приладів і поширення границь вимірювань

Розглянемо три найбільш розповсюджених прилади, умовні позначення яких подані на рис. 10.1.

Струмові кола приладів, які є, наприклад, в амперметрі PA і ваттметрі PW , вмикаються послідовно з навантаженням Z_N і повинні мати відносно нього несумірно малий внутрішній опір R_A . Кола напруги, які є, наприклад, у вольтметрі PV і ваттметрі PW , вмикаються паралельно навантаженню Z_N і повинні мати відносно нього несумірно більший внутрішній опір R_V . У приладів, що мають обидва кола, наприклад, у ваттметра і фазометра, однойменні (вхідні з боку джерела) затискачі вимірювальних котушок напруги U і струму I маркуються зірочкою або точкою (рис. 10.1).

При виборі приладу, поряд з іншими класифікаційними ознаками, орієнтуються перш за все на його границі вимірювання: I_N – струмових кіл і U_N – кіл напруги. Існують як односторонні, так і багаторічні прилади, причому, якщо у приладі є обидва кола, наприклад у ваттметрі, то границі I_N і U_N вибирають незалежно.

В аналогових приладах з одним вимірювальним колом ціну поділки шкали

$$C_{п,к} = \frac{П_{N,к}}{N}, \quad (10.1)$$

що має N поділок, визначають з урахуванням вибраної k -ї границі вимірювання $П_{N,к}$ (наприклад струму $I_{NA,к}$, напруги $U_{NV,к}$ та ін.).

У разі наявності незалежних вимірювальних кіл ціну поділки визначають з урахуванням вибраних границь кожної із них.

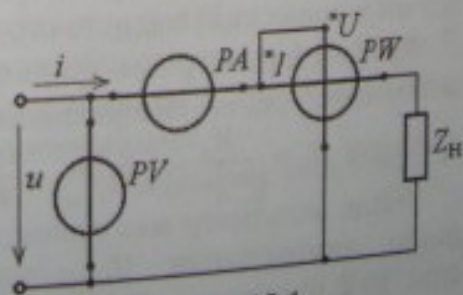


Рис. 10.1

Наприклад, у ваттметрі при встановленні k -ї границі напруги $U_{NW,k}$ та m -ї границі струму $I_{NW,m}$ ціна поділки шкали з потужності

$$C_{W,km} = \frac{(U_{NW,k} \cdot I_{NW,m})}{N_W} \quad (10.2)$$

При відхиленні покажчика приладу (наприклад, стрілки) на n_{π} поділок, вимірювальну величину знаходять за вже відомою ціною поділки $C_{\pi,k}$, тобто

$$X_n = C_{\pi,k} \cdot n_{\pi} \quad (10.3)$$

Якщо необхідно використати прилади в колах з напругою U і струмом I , що перевищують відповідні границі U_N і I_N , то для поширення струмових границь можна застосувати шунт або трансформатор струму (ТА), границь напруги — додатковий резистор або трансформатор напруги (ТВ) (рис. 10.2).

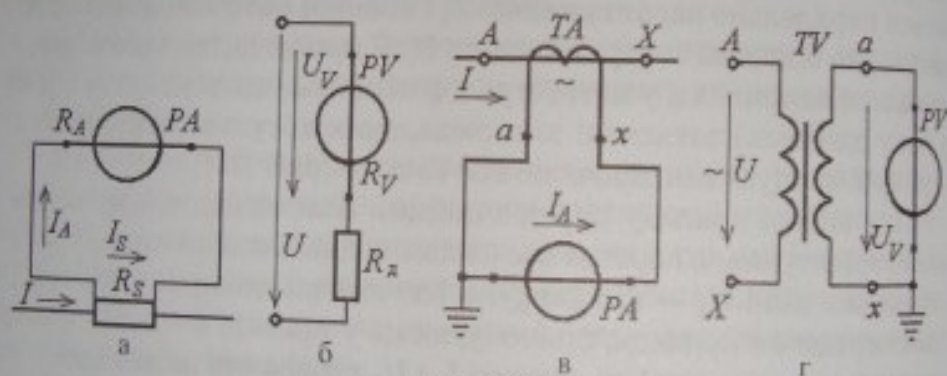


Рис. 10.2

Шунти і додаткові резистори можна використовувати як у колах постійного, так і змінного струму, причому в другому випадку вони, як і внутрішні кола приладів, повинні бути безреактивними, тобто мати тільки активні опори. Вимірювальні трансформатори зручні в колах синусоїдного струму.

Якщо амперметр має границю вимірювання I_{NA} , то для отримання нової границі вимірювання I_{NAS} необхідний шунт (рис. 10.2, а) з опором $R_S = \frac{R_A}{(m_A - 1)}$, де $m_A = \frac{I_{NAS}}{I_{NA}}$ — коефіцієнт шунтування.

Якщо вольтметр має границю вимірювання U_{NV} , то нову границю вимірювання U_{NVD} забезпечує додатковий резистор (рис. 10.2, б) з опором $R_D = (m_V - 1)R_V$, де $m_V = U_{NVD} / U_{NV}$.

При використанні вимірювальних трансформаторів розширені границі відповідно складають $I_{\text{NAT}} = k_I I_{\text{NA}}$ (рис. 10.2, в); $U_{\text{NAT}} = k_U U_{\text{NV}}$ (рис. 10.2, з), де k_I , k_U — коефіцієнти трансформації ТА і TV.

10.3. Похибки приладів та вимірювань

Вимірювання практично завжди супроводжують похибки, які спричинюються як неточністю приладів та інших технічних засобів вимірювань, так і недоліками самого процесу вимірювання. У результаті виміряна величина X_v відрізняється від реально існуючої X_d — це *абсолютна похибка*

$$\Delta X = X_v - X_d \quad (10.4)$$

або подана у відсотках *відносна похибка*

$$\delta_X = \frac{\Delta X}{X_d} \cdot 100\% \quad (10.5)$$

Похибка приладу, яка з'являється в нормальних умовах експлуатації, обумовлених у його паспорті, називається *основною*; при порушенні цих умов можлива *додаткова похибка*.

Точність приладу визначається *основною зведеною похибкою*

$$\gamma_{\text{зв}} = \frac{|\Delta X|}{X_N} \cdot 100\% = \frac{|X_v - X_d|}{X_N} \cdot 100\% \quad (10.6)$$

де X_N — нормувальне значення шкали приладу, за яке звичайно беруть верхню границю вимірювання приладу, хоча можливо й інше.

За найбільшим у межах робочої частини шкали значенням $\gamma_{\text{зв}}$ визначають клас точності приладу $K_{\text{п}}$. Для серійних приладів дозволено класи точності, встановлені стандартами, наприклад, для амперметрів і вольтметрів прийнято класи точності: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0; 5,0. При цьому повинна виконуватися умова: максимальна зведена похибка $\gamma_{\text{звmax}} \leq K_{\text{п}}$.

При класифікації приладів для обчислення $\gamma_{\text{зв}}$ величину X_d визначають за допомогою зразкових приладів суттєво більш високого класу точності або за еталонними мірами.

Прирівнюючи зведену похибку $\gamma_{\text{зв}}$ (10.6) класу точності приладу $K_{\text{п}}$, отримуємо формулу

$$\delta_X = K_{\text{п}} \frac{X_N}{X_d} \quad (10.7)$$

яка дозволяє оцінити у відсотках точність вимірювання. Звідси очевидно, що для підвищення точності вимірювання необхідно, щоб границя вимірювання приладу X_N була якомога ближчою до вимірюваного значення X_x .

Похибка, що виникає через недосконалість вимірювань, називається *методичною*, або *похибкою методу*. Причиною такої похибки може бути спотворення режиму роботи дослідного електричного кола, викликане вмиканням приладу в це коло, оскільки внутрішній опір приладу має скінченне значення. Вносять свою частку похибки у вимірювання і згадані вже пристрої (див. рис. 10.2), які розширюють границі вимірювань приладів, тому що ці пристрої також мають цілком конкретні класи точності.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Ваттметр має границі вимірювань за струмом $I_{NW} = 2,5; 5$ А, за напругою $U_{NW} = 30; 75; 150; 300; 450; 600$ В, кількість поділок його шкали складає $N_W = 150$ і він увімкнений в електричне коло, схема якого подана на рис. 10.1. Визначити найбільш раціональні границі вимірювання ваттметра й активну потужність приймача Z_n , якщо при цих границях стрілка відхилилася на $n_W = 60$ поділок. Відомо додатково, що границі вимірювання вольтметра $U_{NV} = 450$ В, амперметра $I_{NA} = 7,5$ А; їхні шкали містять $N_V = 150$ і $N_A = 30$ поділок, а стрілки відхилилися на $n_V = 73,5$ і $n_A = 12$ поділок відповідно.

Розв'язання. Ціна поділки вольтметра і напруга в колі відповідно:

$$C_V = \frac{U_{NV}}{N_V} = \frac{450}{150} = 3 \text{ В/под}; U_V = C_V \cdot n_V = 3 \cdot 73,5 = 220,5 \text{ В.}$$

Для ваттметра вибирають найближчу згори границю $U_{NW} = 300$ В.

Ціна поділки амперметра і струм у колі:

$$C_A = \frac{I_{NA}}{N_A} = \frac{7,5}{30} = 0,25 \text{ А/под}; I_A = C_A \cdot n_A = 0,25 \cdot 12 = 3 \text{ А.}$$

Для ваттметра необхідно встановити струмову границю $I_{NW} = 5$ А.

Ціна поділки ваттметра при вибраних границях і вимірюваній активній потужності приймача Z_n відповідно:

$$C_W = \frac{U_{NW} \cdot I_{NW}}{N_W} = \frac{300 \cdot 5}{150} = 10 \text{ Вт/под}; P_W = C_W \cdot n_W = 10 \cdot 60 = 600 \text{ Вт}$$

Приклад 2. Ваттметр зі встановленими границями вимірювань за струмом $I_{NW} = 5$ А і за напругою $U_{NW} = 300$ В увімкнено в

коло за схемою, зображеною на рис. 10.3, на амперметрі встановлено границю вимірювань $I_{NA} = 5 \text{ A}$, на вольтметрі — $U_{NV} = 300 \text{ V}$. При проведенні вимірювань отримані наступні покази приладів:

$$P_W = 815 \text{ Вт}, \\ I = 4 \text{ A}, U = 250 \text{ В}, \cos \varphi = 0,8.$$

Визначити похибку вимірювання потужності ваттметром за умови, що амперметр, вольтметр і фазометр мають клас точності, що дорівнює 0,5 ($K_A = K_V = K_\varphi = 0,5$).

Розв'язання. Активна потужність приймача визначається через показання амперметра, вольтметра і фазометра, тобто непрямим способом:

$$P_0 = IU \cos \varphi = 4 \cdot 250 \cdot 0,8 = 800 \text{ Вт}.$$

Абсолютні похибки вимірювань через неточність амперметра, вольтметра, фазометра відповідно:

$$\Delta I = \frac{K_A}{100\%} \cdot I_{NA} = \frac{0,5}{100} \cdot 5 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ A};$$

$$\Delta U = \frac{K_V}{100\%} \cdot U_{NV} = \frac{0,5}{100} \cdot 300 = 1,5 \text{ В};$$

$$\Delta \cos \varphi = \frac{K_\varphi}{100\%} (\cos \varphi)_{N\varphi} = \frac{0,5}{100} \cdot 1 = 5 \cdot 10^{-3}.$$

Абсолютна похибка визначення потужності непрямим способом

$$\Delta P_0 = |P_0 - P_\Delta| = I \Delta U \cos \varphi + U \Delta I \cos \varphi + U I \Delta \cos \varphi = \\ = 4 \cdot 1,5 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,8 + 4 \cdot 250 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 9,84 \text{ Вт},$$

де

$$P_\Delta = (U \pm \Delta U)(I \pm \Delta I)(\cos \varphi \pm \Delta \cos \varphi) = \\ = UI \cos \varphi \pm I \Delta U \cos \varphi \pm U \Delta I \cos \varphi \pm U I \Delta \cos \varphi = P_0 \pm \Delta P_0.$$

Абсолютна похибка ваттметра у порівнянні з потужністю, визначеною непрямим способом,

$$\Delta P_W = |P_0 - P_W| = |800 - 815| = 15 \text{ Вт}$$

Сумарна похибка вимірювання потужності ваттметром

$$\Delta P = \Delta P_0 + \Delta P_W = 9,84 + 15 = 24,84 \text{ Вт}$$

Основна зведена похибка ваттметра

$$\gamma_{звP} = \frac{\Delta P}{U_{NW} I_{NW}} \cdot 100\% = \frac{24,84}{5 \cdot 300} \cdot 100\% = 1,7\%.$$

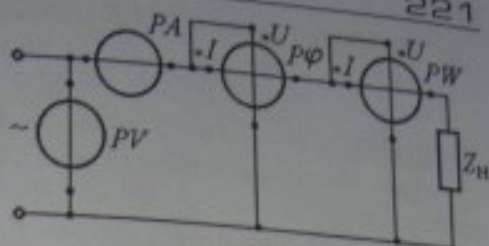


Рис. 10.3

Відносна похибка вимірювання потужності ваттметром

$$\delta_P = \frac{\Delta P}{P_0} \cdot 100\% = \frac{24,84}{800} \cdot 100\% = 3,1\%$$

Примітка. Реально похибка може бути ще більшою, оскільки існує ще методична похибка через скінченні значення внутрішніх опорів приладів.

Приклад 3. Резистор з опором $R_n = 6$ Ом підключений до джерела стабілізованої напруги $U_c = 1,5$ В (рис. 10.4, а). Для вимірювання струму в це коло увімкнули міліамперметр класу точності $K_A = 1,0$ з границею вимірювання $I_{NA} = 500$ мА (рис. 10.4, б). Визначити можливу похибку вимірювання струму, якщо прилад має внутрішній опір вимірювального кола $R_A = 0,3$ Ом.

Розв'язання. Струм резистора в природних умовах без вимірювального приладу

$$I_R = \frac{U_c}{R_n} = \frac{1,5}{6} = 0,25 \text{ А.}$$

Струм кола після вмикання міліамперметра

$$I_A = \frac{U_c}{(R_n + R_A)} = \frac{1,5}{(6 + 0,3)} = 0,238 \text{ А.}$$

Абсолютна похибка метода вимірювання, внесена у вихідне коло самим способом вимірювання,

$$\Delta I_n = I_A - I_R = 0,238 - 0,25 = -0,012 \text{ А.}$$

Абсолютна похибка, обумовлена неточністю приладу:

$$\Delta I_A = \frac{K_A}{100\%} \cdot I_{NA} = \frac{1,0}{100} \cdot 500 = 5 \text{ мА} = 0,005 \text{ А.}$$

Сумарна абсолютна похибка вимірювання природного струму I_s

$$\Delta I_R = |\Delta I_n| + |\Delta I_A| = |-0,012| + |0,005| = 0,017 \text{ А.}$$

Відносна та основна зведена похибки виконаного вимірювання

$$\delta_I = \frac{\Delta I_R}{I_R} \cdot 100\% = \frac{0,017}{0,25} \cdot 100 = 6,8\%;$$

$$\gamma_{заг} = \frac{\Delta I_R}{I_{NA}} \cdot 100\% = \frac{0,017}{0,5} \cdot 100 = 3,4\%$$

Приклад 4. Акумуляторна батарея, що має ЕРС $E = 4,5$ В і внутрішній опір $R_{вн} = 10$ Ом, живить навантаження з активним опором $R_n = 50$ Ом (схема заміщення на рис. 10.5, а). Для вимірювання напруги в це коло увімкнули

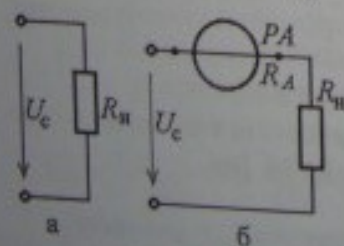


Рис. 10.4

вольтметр (рис. 10.5, б) класу точності $K_V = 1,5$ з границею вимірювання $U_{NV} = 5$ В. Визначити похибку вимірювання напруги U_R , яка відповідає вихідному колу, якщо внутрішній опір вольтметра $R_V = 450$ Ом.

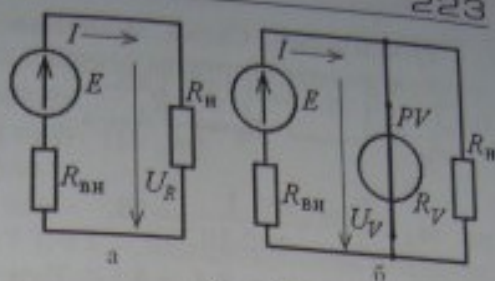


Рис. 10.5

Розв'язання. Напруга в природних умовах (рис. 10.5, а)

$$U_R = IR_n = \frac{E \cdot R_n}{R_{\text{вн}} + R_n} = \frac{4,5 \cdot 50}{10 + 50} = 3,75 \text{ В.}$$

Напруга, яка надходить на затискачі вольтметра в колі за схемою, що змінилася (рис. 10.5, б),

$$U_V = IR_{Vn} = \frac{E \cdot R_{Vn}}{R_{\text{вн}} + R_{Vn}} = \frac{4,5 \cdot 45}{10 + 45} = 3,68 \text{ В,}$$

де еквівалентний опір паралельно з'єднаних вольтметра і навантаження

$$R_{Vn} = \frac{R_V \cdot R_n}{R_V + R_n} = \frac{450 \cdot 50}{450 + 50} = 45 \text{ Ом.}$$

Абсолютна похибка, викликана порушенням режиму роботи кола при введенні в нього електровимірювального приладу,

$$\Delta U_a = U_V - U_R = 3,68 - 3,75 = -0,07 \text{ В.}$$

Абсолютна похибка, що відповідає класу точності приладу,

$$\Delta U_V = \frac{K_V}{100\%} \cdot U_{NV} = \frac{1,5}{100} \cdot 5 = 0,075 \text{ В.}$$

Сумарна абсолютна похибка вимірювання природної напруги U_R

$$\Delta U = |\Delta U_a| + |\Delta U_V| = |-0,07| + |0,075| = 0,145 \text{ В.}$$

Відносна та основна зведена похибки вимірювання напруги

$$\delta_V = \frac{\Delta U}{U_R} \cdot 100\% = \frac{0,145}{3,75} \cdot 100 = 4\%;$$

$$\gamma_{\text{зв}} = \frac{\Delta U}{U_{NV}} \cdot 100\% = \frac{0,145}{5} \cdot 100 = 2,9\%.$$

Приклад 5. Міліамперметр має границі вимірювання $I_{\text{нА}} = 100$ мА, внутрішній опір його вимірювального механізму $R_A = 0,25$ Ом. Визначити опір шунта, необхідного для поширення границі вимірювання на $I = 1$ А.

Розв'язання. Схема вмикання вимірювального механізму з шунтом у колі зі струмом I подана на рис. 10.2, а. Опір шунта

$$R_S = \frac{R_A}{(m_A - 1)} = \frac{0,25}{(10 - 1)} = 0,0278 \text{ Ом},$$

де $m_A = \frac{I_{NAS}}{I_{NA}} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-3}} = 10$.

Перевірка. Нехай $I_A = 0,1$ А. Тоді з умови $I_A R_A = I_S R_S$ отримуємо

$$I_S = I_A \frac{R_A}{R_S} = 0,9 \text{ А. Отже, } I = I_S + I_A = 1 \text{ А.}$$

Приклад 6. Вольтметр має границю вимірювання $U_{NV} = 150$ В і кількість поділок шкали $N_V = 150$, його внутрішній опір $R_V = 20$ кОм. Визначити опір додаткового резистора, необхідного для того, щоб можна було проводити вимірювання цим вольтметром в електричних колах з напругою $U = 380$ В.

Розв'язання. Схема вмикання вольтметра з додатковим резистором, який має опір R_D , подана на рис. 10.2, б. Орієнтована кратність збільшення границі вимірювання приладу $m_V = \frac{U}{U_{NV}} = \frac{380}{150} = 2,53$.

Для отримання зручної ціни поділки приймемо найближче згорі ціле число $m_V = 3$.

Нова границя вимірювання $U_{NVД} = m_V U_{NV} = 450$ В.

Опір додаткового резистора $R_D = R_V(m_V - 1) = 20 \cdot (3 - 1) = 40$ кОм.

Ціна поділки приладу з урахуванням додаткового резистора

$$C_{VD} = \frac{U_{NVД}}{N_V} = \frac{450}{150} = 3 \text{ В/под.}$$

Перевірка. Струм у вимірювальному механізмі при граничних напругах без і з R_D :

$$I_V = \frac{U_{NV}}{R_V} = \frac{150}{20 \cdot 10^3} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ А}; I_V = \frac{U_{NVД}}{R_V + R_D} = \frac{450}{(20 + 40) \cdot 10^3} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

10.4. Аналогові електромеханічні вимірювальні прилади

10.4.1. Принципова схема і загальна компоновка конструкції

Практично будь-який аналоговий електромеханічний вимірювальний прилад відповідає схемі на рис. 10.6, де ВК — вимірювальне коло, ВМ — вимірювальний механізм, ВП — відліковий пристрій. У ВК величина X_s , що вимірюється, перетворюється в електричний сигнал Y , під дією якого у ВМ вироблюється механічна

величина α – кут повороту рухо-
мої частини приладу.

Достатньо узагальнено можна
також подати і безпосередньо кон-
струкцію аналогових електромеха-
нічних приладів, приблизний варі-
ант якої зображено на рис. 10.7. Тут 1 – вимірювальний механізм;
2 – піввісь; 3 – спіральна пружина; 4 – стрілка; 5 – балансу-
вальні вантажики; 6 – шкала; 7 – повітряний заспокоювач
(демпфер, який призначається для зменшення часу коливань
рухої частини); 8 – коректор (для встановлення стрілки на
нуль шкали); 9 – корпус.

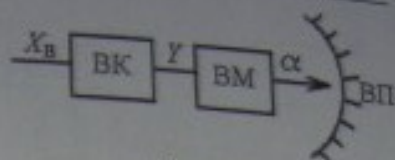


Рис. 10.6

Вхідним сигналом $У$ вимірювального механізму є струм $I_{\text{вм}}$,
який може бути безпосередньо струмом, що вимірюється, або про-
порційним вимірюваній величині $X_{\text{в}}$, наприклад, напрузі:
 $I_{\text{вм}} = U/R_{\text{вм}}$, де $R_{\text{вм}}$ – внутрішній опір електричного кола вимірю-
вального механізму. Електрична енергія струму $I_{\text{вм}}$ перетворює-
ється в механічну енергію за допомогою обертового моменту
 $M_{\text{об}}$, що виробляється у вимірювальному механізмі.

Під дією $M_{\text{об}}$ разом з рухою частиною вимірювального меха-
нізму повертається і стрілка, устанавлюючись при рівновазі
 $M_{\text{об}} = M_{\text{пр}}$. Протидіючий момент $M_{\text{пр}}$ у випадку, що розглядається,

(рис. 10.7) створює-
ється пружним еле-
ментом (пружиною) і
пропорційний α ,
тобто $M_{\text{пр}} = K_{\alpha} \cdot \alpha$, а
 $M_{\text{об}}$ пропорційний
струму (або сукуп-
ності струмів, якщо в
приладі є більше
одного вимірюваль-
ного кола). Таким
чином, кут відхи-
лення стрілки α про-
порційний $I_{\text{вм}}$ і, отже,
величині $X_{\text{в}}$, що вимі-
рюється.

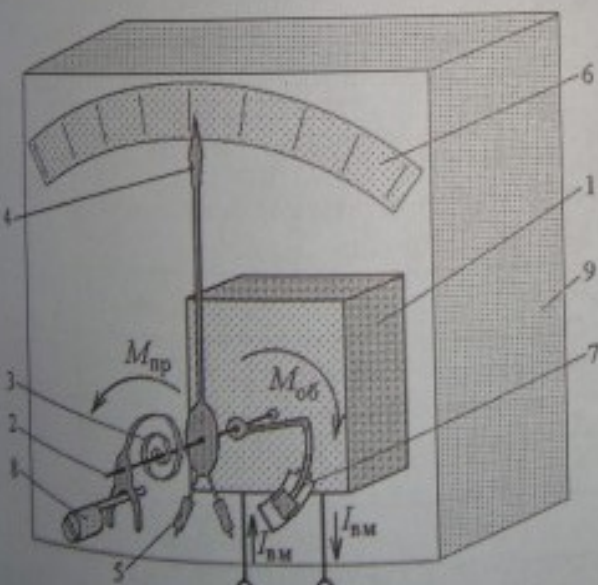


Рис. 10.7

Таблиця 10.1

Назва		Позначення	Назва		Позначення
Прилад магнітоелектричний з рухомою рамкою			Тип електричного кола	постійного струму	-
Логометр магнітоелектричний				однофазне змінного струму	~
Прилад електромагнітний				постійного і змінного струму	~
Логометр електромагнітний				трифазне змінного струму	3~
Прилад електродинамічний			Положення шкали	горизонтальне	
				вертикальне	
Логометр електродинамічний				під нахилом	
			Заземлення		
Прилад феродинамічний			Напруга випробувальна, наприклад, 2 кВ		
Логометр феродинамічний			Клас точності приладу, наприклад, 1,5, при різному визначенні X_N		1,5
Прилад магнітоелектричний з випрямлячем			Виконання приладу залежно від умов експлуатації – властивостей навколишнього середовища		A B C
Прилад індукційний			Екран	електростатичний	
				магнітний	
Прилад електростатичний			Спільна (вхідна) клемма		*
Полярність	від'ємна	-	Затискачі кола	напруги	U
	додатна	+		струму	I

Різноманітні електромеханічні аналогові прилади можуть відрізнятися від варіанта на рис. 10.7 реалізацією окремих елементів і їхнім компонованням у приладі. До найбільш суттєвих відмінностей може бути віднесене те, що в спеціальному класі цих приладів, в так званих логометрах, протидіючий момент створюється не пружним елементом, а тим же способом, що і $M_{об}$. Принцип утворення $M_{об}$ і конструкція вимірювального механізму визначаються його системою, що більш детально розглядається далі.

На лицьовій панелі електровимірювальних приладів зображується низка умовних позначень, які дозволяють правильно вибрати й експлуатувати прилад. Найпоширеніші умовні позначення подані в табл. 10.1.

10.4.2. Принцип дії електромеханічних приладів різних систем

Магнітоелектрична система побудована на взаємодії магнітних полів, створених постійним магнітом $N-S$ і струмом I , який вимірюється. У вимірювальному механізмі приладів цієї системи (рис. 10.8, а) основними елементами є нерухомий магнітопровід 1, поділений проміжками δ , а також котушка 2, яка вільно повертається навколо циліндричного осердя.

У відповідності з законом Ампера на боки котушки діють сили $F = k_F B_\delta I$ і виникає обертальний момент $M_{об} = k_M B_\delta I$, де B_δ — індукція магнітного поля магніту в проміжку; k_F , k_M — коефіцієнти пропорційності, що визначаються параметрами котушки.

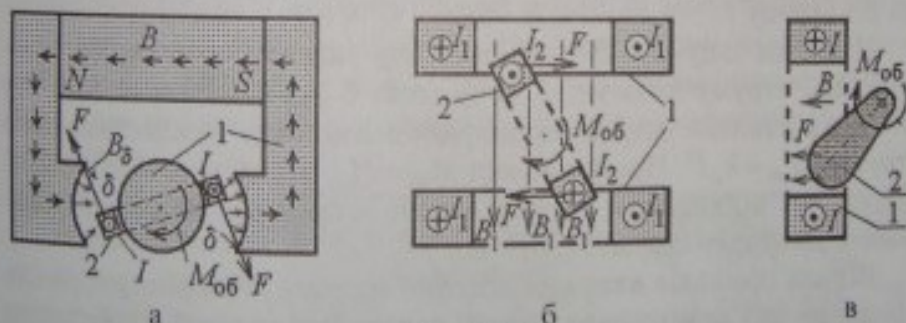


Рис. 10.8

У стані рівноваги $M_{об} = M_{пр}$ кут повороту котушки і стрілки приладу $\alpha = \frac{k_M B_\delta I}{K_\alpha}$ пропорційний струму, що вимірюється. Шкала приладу рівномірна. Знак, тобто напрямок дії моменту $M_{об}$ і, отже,

напрямокок відхилення стрілки залежать від напрямку струму I , тому магнітоелектрична система в поданому вигляді придатна тільки для кіл постійного струму.

Електродинамічна система (див. рис. 10.8, б) заснована на взаємодії (у відповідності з законом Ампера) струмів нерухомих 1 і рухомої 2 котушок. Прилади такої системи придатні як для кіл постійного, так і синусоїдного струму. У першому випадку $M_{об} = k_m I_1 I_2$ і є постійним, в другому — змінним, але прилад реагує на середнє значення моменту $M_{об} = k_m I_1 I_2 \cos \varphi$, де I_1, I_2 — діючі значення струмів; φ — їхній фазовий зсув. Причому в обох випадках знак оберտального моменту весь час зберігається, оскільки в колах постійного і синусоїдного струму за зміною напрямку одного струму неминуче те ж саме повторює й інший струм.

Прилади електродинамічної системи можуть бути реалізовані не тільки для вимірювання струму або напруги, але і потужності, якщо забезпечити пропорційність одного зі струмів, наприклад I_2 , напрузі U_2 . Тоді обертальний момент $M_{об} = k_m I_1 U_2 \cos \varphi = k_m P$ і, отже, кут відхилення стрілки приладу також пропорційний активній потужності: $\alpha \sim k_m P$.

Електромагнітна система. Вимірювальний механізм приладів електромагнітної системи (рис. 10.8, в) складається із нерухомої котушки 1 і рухомого феромагнітного осердя 2. Вимірювальний струм I , який проходить по котушці, створює магнітне поле, яке притягує осердя із силою F , пропорційною добутку магнітної індукції B і струму I .

Магнітна індукція B поля, в якому знаходиться осердя, пропорційна струму в котушці, тому сила F (8.13) і момент $M_{об}$, що діють на сталеве осердя, пропорційні квадрату вимірювального струму $M_{об} = k_m I^2$. При рівновазі $M_{об} = M_{пр}$ отримуємо $k_m I^2 = K_a \alpha$. Звідси кут відхилення рухомої частини приладу також пропорційний квадрату струму в котушці.

Шкала приладів електромагнітної системи нерівномірна, мало придатна для вимірювань у своїй початковій частині, відхилення стрілки відбувається тільки в один бік, є можливість вимірювань як у колах постійного, так і змінного струмів. Причому на змінному струмі прилад показує не миттєве, а діюче значення вимірюваної величини, що пов'язано з інерційністю рухомої частини вимірювального механізму.

Вимірювальний механізм приладів *феродинамічної системи* являє собою різновид вимірювальних механізмів електродинамічної системи, яка відрізняється наявністю феромагнітного осердя. Осердя значно підсилює магнітне поле, роблячи прилад більш чутливим, і знижує вплив зовнішніх полів. Уведення осердя зменшує точність приладу через вплив гістерезису і вихрових струмів в осерді.

Принцип дії приладів *індукційної системи* заснований на взаємодії магнітних полів електромагнітів з вихровими струмами, що індукуються в легкому металічному диску, який унаслідок цього обертається в їхньому міжполюсному просторі. Механізми індукційної системи використовуються, наприклад, у лічильниках електроенергії змінного струму.

У приладах *електростатичної системи* принцип дії вимірювального механізму засновано на взаємодії заряджених тіл — провідників — у відповідності з законом Кулона. Цей механізм виконується у вигляді конденсатора змінної ємності, яка повільно змінюється при повороті рухомої частини. Кут повороту рухомої частини електростатичного приладу пропорційний квадратові напруги. Подібні прилади використовуються для вимірювання напруг від 10 В до 75 кВ у колах змінного і постійного струму.

В електровимірювальних приладах *випрямної системи* вимірювальний синусоїдний струм перед вимірюванням випрямляється за допомогою напівпровідникових вентилів. Випрямлений струм потрапляє у вимірювальний механізм магнітоелектричної системи. У приладах випрямної системи рухома частина через значну інерційність не може встигати за пульсаціями випрямленого струму і тому її відхилення визначається середнім за період значенням обер-

тального моменту.

В *магнітоелектричних логометрах* (рис. 10.9, а) рухома частина складається із двох жорстко скріплених між собою котушок,

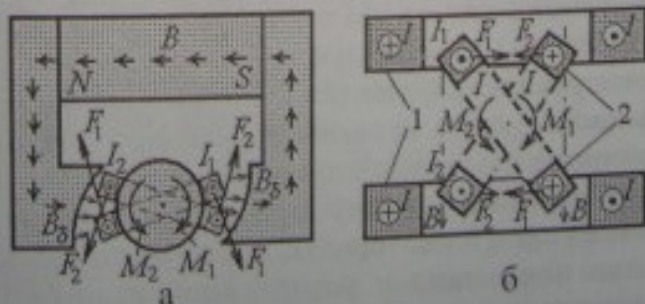


Рис. 10.9

обертальні моменти яких M_1 і M_2 залежать від кута повороту α . Це досягається неоднорідністю індукції B_δ радіального магнітного поля, в якому переміщуються котушки, що, в свою чергу, забезпечується змінним повітряним проміжком δ .

Рухома частина встановлюється в положенні рівності моментів $M_1 = M_2$, а кут відхилення стрілки визначається при цьому співвідношенням струмів у котушках цієї частини.

Вимірювальний механізм *електродинамічного логометра* (рис. 10.9, б) складається з нерухомих котушок 1 і двох рухомих котушок 2, скріплених між собою. При вмиканні електродинамічного логометра в електричне коло струми I, I_1, I_2 в котушках створюють два протилежних обертальних моменти M_1 і M_2 , під дією яких рухома частина повертається на кут α , який відповідає рівності цих моментів. Цей кут визначається співвідношенням струмів I_1 і I_2 в рухомих котушках і зсувом фаз між цими струмами і струмом I в нерухомих котушках.

Електромагнітний логометр має дві котушки, які вмикаються паралельно, і так, щоб їхні моменти M_1 і M_2 діяли на рухоме осердя в протилежні боки. Кут відхилення стрілки такого приладу є функцією співвідношення квадратів струмів у його котушках.

Феродинамічний логометр має феромагнітне осердя та дві пари послідовно з'єднаних котушок — рухомих і нерухомих. Рухома частина при взаємодії котушок повертається в цьому разі на кут, що визначається відношенням квадратів струмів у котушках.

10.5. Електронні вимірювальні прилади

10.5.1. Електронний вольтметр

Найбільшу групу електронних приладів складають електронні вольтметри, призначені для вимірювання постійної, змінної й імпульсної напруг. За способом відліку розрізняють аналогові (стрілочні) і цифрові прилади такого типу. Основними перевагами електронних вольтметрів є висока чутливість, що регулюється в широких межах, великий вхідний опір і мале споживання електроенергії, широкий діапазон частот та ін.

Приблизні структурні схеми електронних вольтметрів наведені на рис. 10.10. У приладі аналогового типу (рис. 10.10, а) основними елементами є розподільник напруги РН, підсилювач П, випрямляч-детектор Д (не обов'язковий), вимірювальний прилад

ВП стрілочного типу, блок живлення БЖ. У цифровому вольтметрі, як правило, присутні три головні функціональні вузли (рис. 10.10, б): вхідний пристрій ВП (наприклад, розподільник напруги), аналого-цифровий перетворювач АЦП, цифровий відліковий пристрій ЦВП.

Цифрові вольтметри, порівняно з аналоговими, є складнішими за побудовою, що впливає на їхню надійність і вартість, крім того, вони видають інформацію в дискретній формі. Однак це компенсується вищими точністю і швидкодією, зручнішою формою реєстрації інформації. Цифрові електронні вольтметри дозволяють також автоматизувати процес вимірювання, можуть використовуватися в комплексі з ЕОМ для контролю і керування технологічними процесами, дають можливість, поряд з постійними і періодичними, вимірювати також імпульсні напруги.

Електронні прилади обох типів, укомплектовані вимірювальними шунтами або іншими перетворювачами, стають універсальними приладами, які можна також використовувати для вимірювання струмів і опорів.

Одним із прикладів цього є універсальний цифровий вольтметр В7-35. Зовнішній вигляд приладу подано на рис. 10.11. Прилад призначається для вимірювання напруг і струмів у колах постійного і змінного струмів і опору постійному струму з

індикацією результатів вимірювання в цифровій формі на табло 2 і з автоматичним вибором границі вимірювань.

Вибір виду вимірювань проводять вручну перемикачами, розташованими на передній панелі вольтметра.

Перемикач роду роботи 1 має положення: «—» — вимірювання сигналів

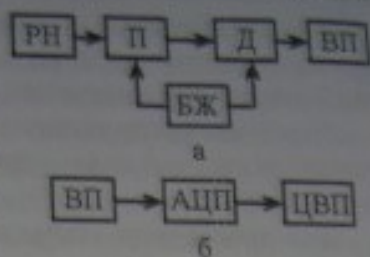


Рис. 10.10

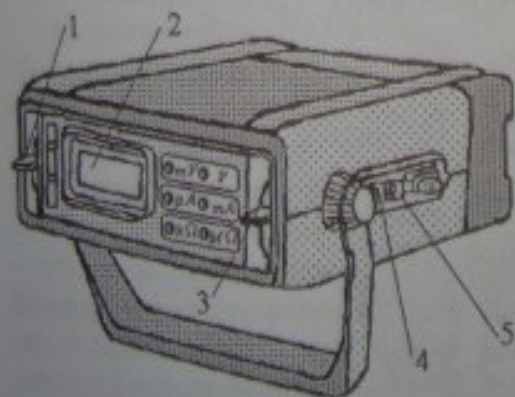


Рис. 10.11

постійного струму; «~» – вимірювання сигналів змінного струму в діапазоні частот від 20 Гц до 20 кГц; «ВЧ» – вимірювання напруг змінного струму в діапазоні частот від 20 кГц до 100 МГц.

Перемикач роду величин 3 має положення: « $mV-V$ » – вимірювання напруг; « $\mu A-mA$ » – вимірювання струмів; « $k\Omega-M\Omega$ » – вимірювання опорів.

Для проведення вимірювань необхідно: увімкнути живлення вольтметра і дати йому прогрітися; установити перемикачі 1 і 3 у необхідні положення; за допомогою з'єднаних проводів джерело вимірювального сигналу підключити до гнізд «ВХІД» 4 і «*» 5 на боковій стінці приладу, після чого зробити вимірювання за допомогою відліку показів на табло 2.

10.5.2. Електронно-променевий осцилограф

Для дослідження і реєстрації процесів, що протікають дуже швидко, застосовують електронно-променеві осцилографи. У таких приладах на люмінесцентному екрані за допомогою вузького променя електронів креслиться крива – функція змінювання в часі досліджуваного сигналу.

Промінь формується електронно-променевою трубкою (рис. 10.12), що являє собою вакуумну скляну колбу, всередині якої розташовані металічні електроди. Передня частина внутрішньої поверхні колби покрита шаром люмінофора і служить екраном – Е, який світиться в місці потрапляння на нього електронного променя.

У результаті розігріву катода К з його поверхні емітується пучок електронів, який попередньо фокусується сіткою С. Наступне фокусування пучка електронів за віссю трубки здійснюється

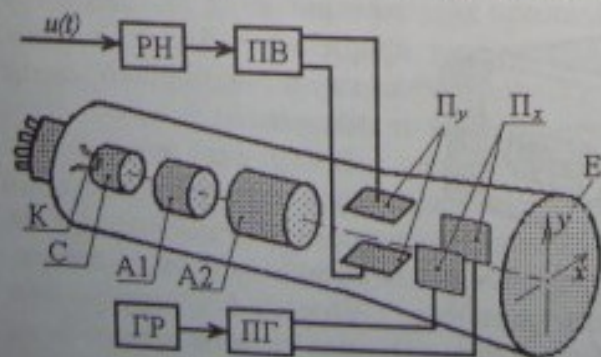


Рис. 10.12

фокусувальним А1 і прискорювальним А2 анодами. Подальше керування електронним променем здійснюється пластинами, що відхиляють промінь по вертикальній y і розгортають по горизонтальній x осям, відповідно P_x і P_y .

Канал вертикального відхилення променя складається із вхідного розподільника напруги РН, підсилювача ПВ і вертикально відхильних пластин. Канал горизонтального відхилення служить для створення і передачі напруги, яка визначає розгортку електронного променя за віссю x . До його складу входять: генератор розгортки ГР, підсилювач ПГ і горизонтально відхильні пластини. До цього каналу належать також вузли синхронізації генератора розгортки з дослідною напругою, оскільки для отримання стійкої нерухокої осцилограми частоти дослідної напруги і напруги розгортки повинні бути рівні або кратні (умова синхронізації). Крім вказаних на рис. 10.12, в осцилографі можуть бути різні допоміжні елементи і кола, що дозволяють керувати яскравістю, фокусуванням і зміщенням по осям координат електронного променя, здійснювати калібрування тривалості й амплітуди сигналу та ін. За відсутності вбудованих калібраторів калібрування може бути здійснене за допомогою вольтметра і джерела сигналів відомої частоти.

Приклад електронно-променевого осцилографа подано на рис. 10.13 — це осцилограф С1-61.

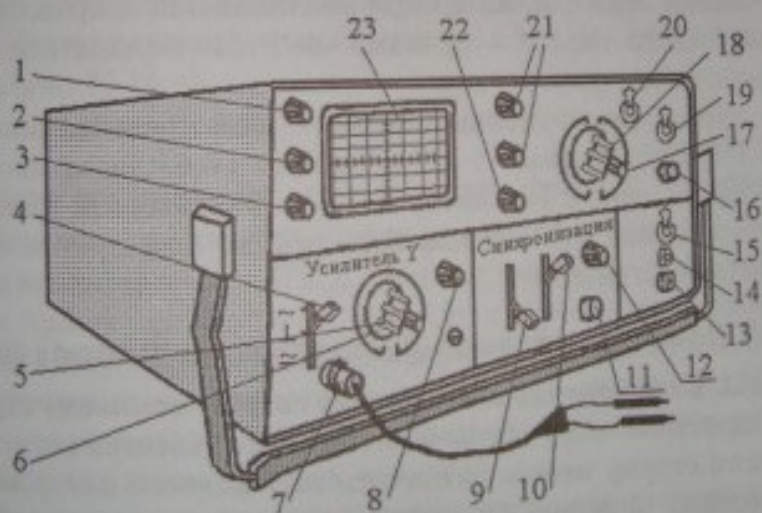


Рис. 10.13

На передній панелі осцилографа знаходяться: 1 — регулятор яскравості; 2 — регулятор фокусування променя; 3 — регулятор освітлення шкали; 4 — вибір режиму відкритого, закритого і оземленого входу підсилювача; 5 — перемикач вхідного атенюатора (дискретне регулювання чутливості підсилювача — вольт/

поділках); 6 – плавне регулювання чутливості підсилювача; 7 – гніздо для подачі досліджуваного сигналу; 8 – регулятор переміщення променя по вертикалі; 9 – перемикач виду синхронізації (внутрішня-зовнішня); 10 – перемикач полярності синхронізації; 11 – вхідне гніздо підсилювача горизонтального відхилення; 12 – вибір рівня запуску розгортки; 13 – клемма для підключення корпусу приладу; 14 – гніздо виводу калібрувальної напруги – 0,6V; 15 – вибір виду калібрувальної напруги; 16 – гніздо для виводу пилоподібної напруги; 17 – плавне регулювання тривалості розгортки; 18 – перемикач тривалості розгортки (час/поділках); 19 – тумблер множника розгортки « $\times 1, \times 0,2$ »; 20 – тумблер вмикання і вимикання приладу «мережа»; 21 – регулятори переміщення променя по горизонталі (грубо, плавно); 22 – вибір режиму роботи генератора розгортки; 23 – екран.

Перед вмиканням приладу органи керування треба встановити у визначені положення; підключити осцилограф з'єднувальним шнуром до мережі 220 В і тумблером «мережа» увімкнути його. Через 2–3 хвилини після вмикання відрегулювати яскравість і фокусування променя. Якщо при максимальній яскравості променя не буде на екрані – ручками «8» і «21» перемістити його в межі робочої частини екрану.

За допомогою спеціального кабелю подати сигнал на вхідне гніздо 7 і регуляторами 5 і 6 досягнути необхідного масштабу зображення сигналу. Регуляторами 17 і 18 встановити тривалість розгортки такою, щоб можна було зручно спостерігати форму досліджуваного сигналу.

10.6. Приклади організації електричних вимірювань

10.6.1. Вимірювання електричних опорів постійному струму

Найпростіше опір будь-якого об'єкта електричного кола постійного струму можна визначити за допомогою амперметра і вольтметра. Можливі дві схеми вмикання цих приладів, що подані на рис. 10.14, а, б. Аналіз цих схем на основі рівнянь Кірхгофа показує, що для отримання більш точних результатів при вимірюванні середніх і великих опорів належить застосовувати схему за рис. 10.14, б, а при вимірюванні невеликих опорів – схему за рис. 10.14, а. За показами приладів U і I шуканий опір визначається формулою

$$R_x = \frac{U}{I}. \quad (10.8)$$

До невеликих опорів можна віднести опори порядку 1 Ом і менше, до середніх — опори від 1 до 10 000 Ом, до великих — опори від 10 000 до 100 000 Ом, а до дуже великих — опори більше 100 000 Ом (0,1 МОм).

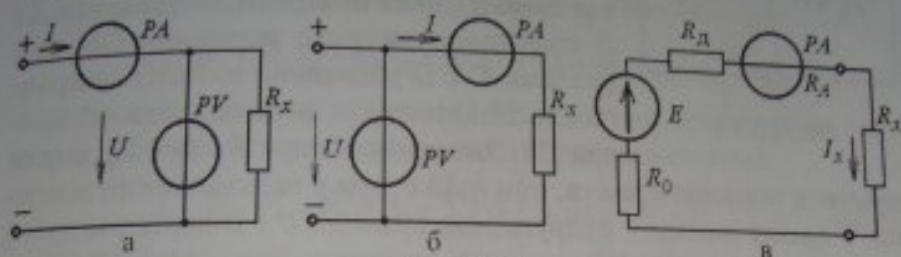


Рис. 10.14

Для безпосереднього і швидкого визначення опору елементів кола застосовують *омметр*, який являє собою магнітоелектричний міліамперметр PA . Послідовно з його обмоткою, яка має опір R_A , вмикається додатковий резистор з опором R_D і джерело живлення (батарея гальванічних елементів) з ЕРС E і внутрішнім опором R_0 (рис. 10.14, в).

При незмінності ЕРС E струм у колі $I_x = \frac{E}{(R_A + R_D + R_0) + R_x}$ і відповідно показання приладу залежать тільки від величини R_x . Це дозволяє відградувати шкалу приладу безпосередньо в омах.

Зважаючи на те, що ЕРС E джерела живлення може змінюватися в процесі експлуатації приладу, струм I_x може визначати вимірювальну величину неадекватно. Тому на практиці застосовують омметри, в яких відхилення стрілки не залежить від ЕРС (напруги) джерела живлення. Як вимірювальний механізм тут використовуються логометри (див. рис. 10.9).

Для вимірювання великих опорів (наприклад, опору ізоляції проводів) служить *мегомметр*. Він відрізняється від омметра тим, що за джерело живлення тут використовується магнітоелектричний генератор, який приводиться в дію рукою. ЕРС генератора досягає досить високих значень (500...2000 В), завдяки чому мегомметром можна вимірювати дуже великі опори, хоча і приблизно.

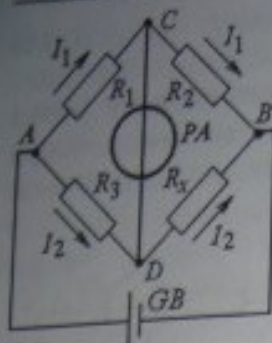


Рис. 10.15

Для більш точного вимірювання опорів застосовують мостові схеми. Найпростіша схема моста постійного струму подана на рис. 10.15.

У три плеча моста увімкнуті резистори з опороми R_1 , R_2 і R_3 , у четверте плече — об'єкт з опором R_x , який вимірюється. До вузлів А і В приєднано джерело живлення GB , між вузлами С і D увімкнено магнітоелектричний гальванометр — вельми чутливий прилад PA . Змінюючи опори R_1 , R_2 і R_3 , можна

добитися рівноваги моста, при якій струм у гальванометрі відсутній. У цьому випадку напруга між вузлами С і D дорівнює нулю, струми у вітках AC і CB однакові, струми у вітках AD і DB також однакові.

Враховуючи це, можна написати $I_1 R_1 = I_2 R_3$, $I_1 R_2 = I_2 R_x$ і після почленного ділення рівняння знаходимо $\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$, $R_1 R_x = R_2 R_3$.

Звідки шуканий опір

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (10.9)$$

Урівноважені мости застосовуються також для вимірювання опорів у колах змінного струму, але при цьому використовуються елементи з реактивними опороми.

10.6.2. Вимірювання активної потужності в трифазних колах

Потужність трифазного кола, в залежності від схеми з'єднання і симетричності навантаження, може бути виміряна безпосередньо одним, двома чи трьома однофазними ваттметрами або одним трифазним ваттметром.

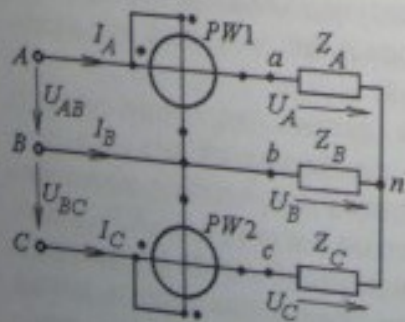


Рис. 10.16

Універсальна схема з двома ваттметрами (рис. 10.16) широко застосовується в трипровідних трифазних колах, тобто при з'єднанні приймачів «трикутником» або «зіркою» без нейтрального проводу як при симетричному, так і при несиметричному навантаженні фаз. Після

ваттметрів вмикають у будь-які дві лінії трифазного кола, а їхні паралельні обмотки — на лінійні напруги (кожна з них між вибраною лінією і третьою вільною лінією).

Миттєві потужності, які відповідають ваттметрам при з'єднанні приймачів «зіркою»: $p_1 = u_{AB} i_A = (u_A - u_B) i_A$; $p_2 = u_{CB} i_C = (u_C - u_B) i_C$.
Їхня сума $p_1 + p_2 = u_A i_A - u_B i_A + u_C i_C - u_B i_C = u_A i_A - u_B (i_A + i_C) + u_C i_C$.

Але для трипровідного кола $i_A + i_C = -i_B$, тому маємо

$$p_1 + p_2 = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C = p_A + p_B + p_C = \sum_1^3 p_k.$$

Звідки випливає на підставі (3.62), що сума показів двох ваттметрів дорівнює активній потужності трифазного кола:

$$P = P_A + P_B + P_C = \sum_1^3 \left(\frac{1}{T} \int_0^T p_k dt \right) = P_1 + P_2. \quad (10.10)$$

Двохелементний трифазний ваттметр електродинамічної або феродинамічної системи складається з двох конструктивно пов'язаних між собою однофазних ваттметрів, розміщених у спільному корпусі і з'єднаних за схемою двох ваттметрів (див. рис. 10.16). Рухомі частини ваттметрів закріплені на спільній осі так, що їхні обертальні моменти підсумовуються, і тому ваттметр відразу показує активну потужність трифазного кола.

У чотириввідних колах трифазної системи (з'єднання «зіркою» з нейтральним проводом) при несиметричному навантаженні

$$i_A + i_B + i_C = i_N \neq 0 \quad \text{і}$$

схема двох ваттметрів не застосовується.

Тому потужність кола вимірюється одним триелементним трифазним ваттметром або трьома однофазними ваттметрами (рис. 10.17), які вимірюють фазні потужності:

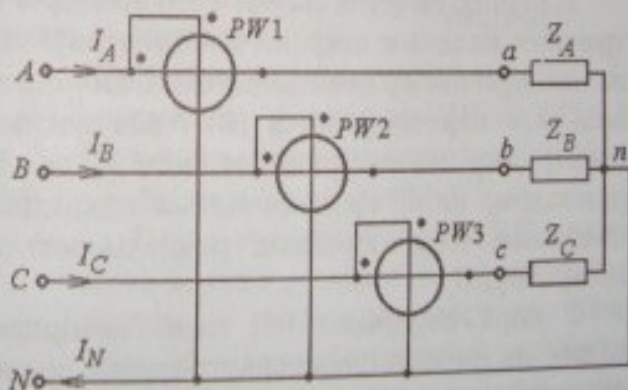


Рис. 10.17

$$P = P_A + P_B + P_C. \quad (10.11)$$

У симетричному трифазному колі при з'єднанні приймачів «зіркою» або «трикутником» загальна потужність може бути визначена за допомогою одного однофазного ваттметра

(рис. 10.18), включеного на фазні струм і напругу та який вимірює потужність однієї фази P_{ϕ} . Якщо нейтральна точка n «зірки» недоступна, то вона може бути створена штучно трьома резисторами, з'єднаними симетричною «зіркою». Потужність кола дорівнює потроєній потужності, яка вимірюється одним ваттметром, тобто $P = 3P_{\phi}$.

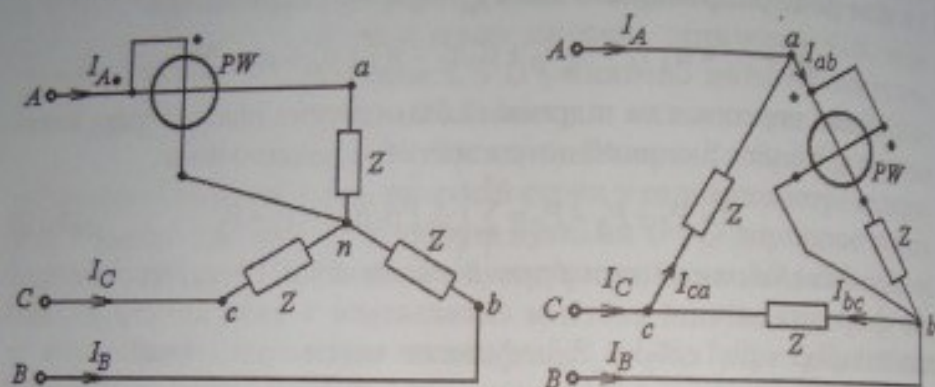


Рис. 10.18

10.7. Електричні методи вимірювання неелектричних величин

10.7.1. Основні поняття і визначення

У різних галузях науки і техніки для вимірювання неелектричних величин широко використовують електричні вимірювання. При цьому неелектрична величина за допомогою вимірювального перетворювача (ВП) або датчика перетворюється в електричну, що вимірюється звичайним електровимірювальним приладом, який градується в одиницях цієї неелектричної величини. Перетворювачі розподіляються на параметричні і генераторні.

У параметричних ВП зміна вимірювальної неелектричної величини (розміри, температура, тиск, вологість, швидкість та ін.) перетворюється в зміну якого-небудь електричного або магнітного параметра (наприклад, опора R , індуктивності L , ємності C), для вимірювання яких необхідне стороннє джерело енергії.

У генераторних ВП під дією неелектричної величини виробляється ЕРС. Вони розподіляються на індукційні, термоелектричні, п'єзоелектричні та інші перетворювачі.

Датчики звичайно характеризуються чутливістю і роздільною здатністю. Чутливість датчика відображається відношенням

$$S = \frac{\Delta a_{\text{вих}}}{\Delta a_{\text{вх}}}, \text{ де } \Delta a_{\text{вих}} - \text{зміни електричної величини на виході датчика; } \Delta a_{\text{вх}} - \text{зміни неелектричної величини на його вході.}$$

Під роздільною здатністю датчика розуміють межу вимірювання вимірюваної неелектричної величини, до якої похибка перетворення не перевищує допустимого значення.

Розглянемо вимірювання ряду неелектричних величин.

10.7.2. Вимірювання лінійних переміщень і товщини

Для вимірювання лінійних переміщень, товщини, рівня або об'єму рідини й інших механічних параметрів використовуються різні типи ВП.

Розглянемо рівнемір з реостатним ВП, схема якого подана на рис. 10.19. Принцип його дії заснований на зміні опору реостата під впливом на його повзунок будь-якої змінювальної неелектричної величини. Зміна рівня (об'єму) рідини в баці 1 приводить до підйому або опускання поплавка 2, механічно пов'язаного з повзунком дротового реостата 3. Частини реостата з опорами R_1 і R_2 з'єднуються послідовно з котушками $K1$,

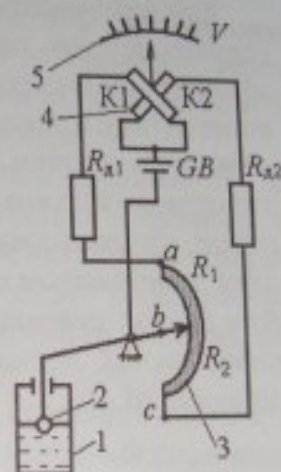


Рис. 10.19

$K2$ магнітоелектричного логометра 4 і живляться джерелом GB з ЕРС E . Шкала 5 вимірювача відградує в одиницях рівня або об'єму V .

Недоліками реостатного ВП є наявність ковзного контакту, невисокі чутливість і роздільна здатність. Тому поданий пристрій рівнеміра застосовується для вимірювання значної зміни рівня рідини.

Як приклад пристрою вимірювання малих розмірів розглянемо товщиномір з індуктивним перетворювачем, схема якого подана на рис. 10.20. Виріб

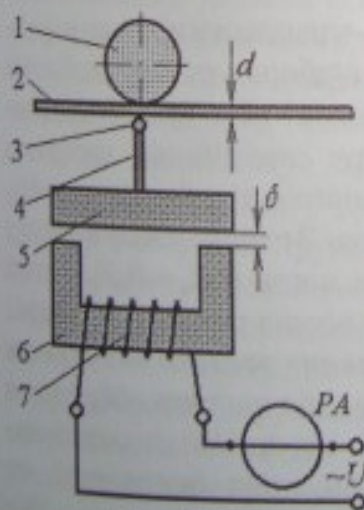


Рис. 10.20

2 товщиною d пропускають між роликками 1 та 3. Шток 4, пов'язаний з рухомих роликком 3, впливає на положення рухомого якоря 5. Залежно від величини проміжку δ під дією напруги джерела U в магнітопроводі 6 котушки перетворювача 7 буде встановлюватися відповідна амплітуда магнітного потоку. Зміна амплітуди цього потоку викличе зміну повного опору Z , а отже, і струму в котушці $I = U/Z$ за рахунок зміни індуктивності L котушки. Міліамперметр PA , що вимірює струм, можна відградувати в одиницях товщини виробу, наприклад, у мкм.

10.7.3. Вимірювання механічних навантажень

Для вимірювання механічних напруг у деталях машин застосовують дрові перетворювачі-тензорезистори (рис. 10.21). Тензорезистори виготовляють у вигляді тонкого дроту або фольги із константану, ніхрому, манганіну або хромелю, зигзагоподібно приклеєної до смужки діелектрика, наприклад, паперу. Тензорезистор з опором до кількох сотень омів надійно приклеюється до поверхні деталі, що досліджується, так, щоб довгі боки петель дроту збігалися з напрямком очікуваної деформації. При деформації деталі дріт зазнає стиснення або розтягання, що викликає зміну його опору на ΔR . Відносна зміна цього опору є лінійною функцією деформації Δl :

$$\frac{\Delta R}{R_T} = k_x \frac{\Delta l}{l}, \quad (10.11)$$

де k_x — коефіцієнт деформації; R_T — опір перетворювача; l — довжина деталі, що деформується.

Звичайно тензорезистор TR вмикають виводами в коло вимірювального моста (рис. 10.21). Опори моста підбирають так, щоб при нульовій деформації міст був збалансованим, тобто при поданій від джерела напруги U_{ab} в діагоналі cd напруга U_{cd} дорівнювала нулю. З отриманої при цьому умови рівноваги моста $R_T R_4 = R_2 R_3$ легко підібрати решту опорів резисторів моста.

10.7.4. Вимірювання частоти обертання

Для вимірювання частоти обертання використовують індукційні перетворювачі, принцип дії яких оснований на явищі електромагнітної індукції. Тут

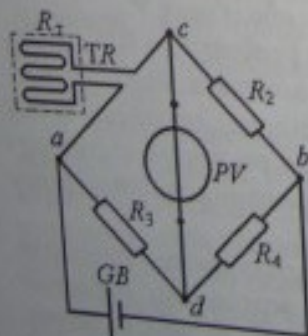


Рис. 10.21

вимірювальна механічна величина перетворюється в індуковану ЕРС. Прилади для вимірювання частоти обертання називаються тахометрами.

У тахометрах або тахогенераторах індукційний вимірювальний перетворювач являє собою мікрогенератор постійного струму (рис. 10.22). Магнітний потік Φ у зоні обмотки якоря 1 створюється постійним магнітом 2 і замикається через магнітні яки пластини 3 і полюси 4. Установлені на колекторі 5 якоря щітки 6 приєднані до затискачів вольтметра.

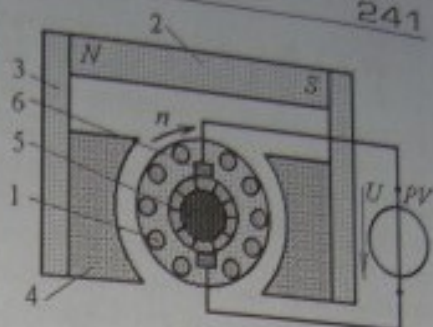


Рис. 10.22

Оскільки вимірювана вольтметром напруга U дорівнює ЕРС E генератора, а остання прямопропорційна частоті обертання n якоря (13.7): $E = C_E n \Phi$, де C_E — конструкційний коефіцієнт генератора, то вольтметр можна відградувати в одиницях частоти обертання якоря. Якір генератора звичайно пов'язують гнучким валом з валом машини, частота обертання якої вимірюється.

В індукційному тахометрі (рис. 10.23) постійний магніт 1 обертається зі швидкістю n , що вимірюється, його поле перетинає

алюмінієвий диск 2 і наводить у ньому вихрові струми. Обертальний момент, створений взаємодією вихрових струмів диска з обертаним магнітним полем, повертає диск на деякий кут α , при якому обертальний і протидіючий (створений пружиною 3) моменти зрівноважуються.

Оскільки протидіючий момент пропорційний куту закручування пружини, а обертальний — частоті обертання магніту, відхилення стрілки

тахометра пропорційно вимірювальній частоті обертання, в одиницях якої і градується шкала приладу.

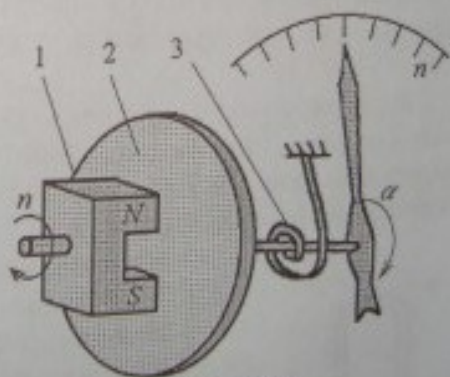


Рис. 10.23

10.7.5. Вимірювання температури

Як первинні вимірювальні перетворювачі в теплотехнічних контрольно-вимірювальних приладах звичайно застосовують термопари і термометри опору. Принцип дії термопари – термоелектричного перетворювача – оснований на явищі термоелектричного ефекту. Термопара являє собою два провідники 1 і 2 з різномірних металів (хромель–копель, мідь–константан та ін.), спаяних між собою з одного кінця 3 (рис. 10.24). Цей кінець поміщають у середовище з температурою T_1 , що вимірюється. Тоді між двома іншими кінцями (холодними) провідників з температурою T_2 виникає термо-ЕРС $E_T = \alpha_T(T_1 - T_2)$, де α_T – температурний коефіцієнт термопари. Вхідною величиною термопари є температура T_1 , вихідною – термо-ЕРС E_T . Прилади, що містять вказаний термоелектричний перетворювач і призначені для вимірювання високих температур, називаються пірометрами або термоелектричними термометрами. Вільні кінці пірометра мають кімнатну температуру T_2 і з'єднані з мілівольтметром PV , шкала якого градується безпосередньо в градусах Цельсія.

Температура може бути виміряна за допомогою термометрів опору, чутливим елементом яких є терморезистор. Терморезистором називають металічний або напівпровідниковий елемент, що змінює свій опір при вимірюванні температури. Знаючи залежність опору елемента від температури, можна по зміні опору судити про температуру середовища, в якому розміщений терморезистор.

Термометри опору широко застосовують для вимірювання температури в інтервалі від -260°C до $+750^\circ\text{C}$. Їх вмикають у коло моста (див. рис. 10.15 або рис. 10.23) і вимірюють опір нульовим методом (врівноважений міст) або методом відхилення (неврівноважений міст).

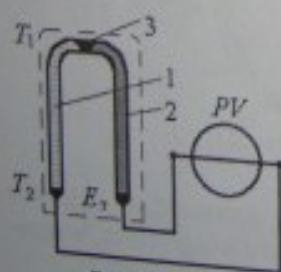


Рис. 10.24

У цьому розділі наведено кілька прикладів вимірювання неелектричних величин, але реально існує ще багато різних перетворювачів, завдяки яким можна електричними методами вимірювати практично будь-які неелектричні величини та параметри, якщо на те є потреба.

Запитання для самоконтролю

1. Які види електровимірювальних приладів Ви знаєте?
2. Що називають абсолютною, відносною та зведеною похибками електровимірювальних приладів?
3. Які способи розширення границь вимірів амперметрів та вольтметрів Ви знаєте?
4. Чому внутрішній опір амперметра повинен бути малим, а вольтметра — великим?
5. Чим визначаються і які бувають класи точності електровимірювальних приладів?
6. Зобразіть схему вмикання амперметра, вольтметра та ваттметра в електричне коло.
7. Що трапиться, якщо помилково увімкнути амперметр у коло паралельно, а вольтметр — послідовно?
8. Як визначити ціну поділки багатограничного приладу?
9. Поясніть будову та принцип дії основних систем електровимірювальних приладів.
10. Якими методами можна вимірювати електричний опір різних елементів?
11. Яким чином вимірюється активна потужність у трифазних електричних колах?
12. Поясніть суть позначень, нанесених на електровимірювальному приладі.
13. Чим відрізняються аналогові електровимірювальні прилади від цифрових?
14. Поясніть побудову та принцип дії електронно-променевого осцилографа.
15. Наведіть приклади вимірювання неелектричних величин електричними методами.

11. ЕЛЕКТРИЧНІ АПАРАТИ

11.1. Загальне поняття про електричні апарати

Електричні апарати (ЕА) — це технічні засоби, призначені для керування електричним струмом і пов'язаними з ним величинами. А саме, функції ЕА полягають у керуванні такими параметрами, як сила струму, напруга, потужність, частота, енергія, магнітний потік та ін.

З технічної точки зору ЕА виконують такі функції:

- 1) комутація (вмикання і вимикання) ліній електропередачі, розподільних електричних мереж і електротехнічних пристроїв;
- 2) автоматичне і неавтоматичне регулювання, стабілізація, зміна за заданим законом електричного струму й інших параметрів;
- 3) захист електротехнічного обладнання від аварійних режимів, таких як: коротке замикання, тривале перевантаження, підвищення або зниження напруги до недопустимого рівня, зміна частоти та ін.;
- 4) контроль параметрів електричного струму для подачі інформації на вхідні органи апаратів захисту і керування;
- 5) перетворення параметрів струму (його виду, форми кривої, частоти та ін.), наприклад, перетворення постійного струму в змінний струм, постійного в імпульсний.

Електричні апарати умовно підрозділяють на наступні основні види:

- 1) *апарати високої напруги* — для керування електричними мережами високої напруги (6, 10, 20, 35, 110, 220, 330, 500, 750, 1150 кВ); до роботи з такими ЕА допускається тільки спеціально підготовлений персонал;
- 2) *апарати керування* — керують режимами роботи і здійснюють автоматичний захист від аварійних режимів електротехнічного обладнання і розподільних мереж на номінальній напруги 127, 220, 380, 500, 660, 1140 В;
- 3) *електричні апарати автоматики* — контролюють електричні і неелектричні параметри працюючого обладнання за

допомогою генерації і подачі сигналів у кола автоматики і керування;

- 4) **автоматичні регулятори і стабілізатори** – для регулювання і підтримування на заданому рівні різних параметрів працюючого електрообладнання;
- 5) **підсилювачі і перетворювачі** різних сигналів, дій, потоків енергії та ін.

11.2. Приклад використання електричних апаратів

Приклад використання електричних апаратів у лінії електропередачі (ЛЕП) і системі електроживлення трифазного асинхронного двигуна (ТАД) подано на рис. 11.1. Тут трансформатор T підключається до трифазної ЛЕП на 10 кВ за допомогою олійного високовольтного вимикача $Q1$. За допомогою рубильника $QS1$ до вторинної обмотки трансформатора підключається розподільна трифазна електромережа на 400 В.

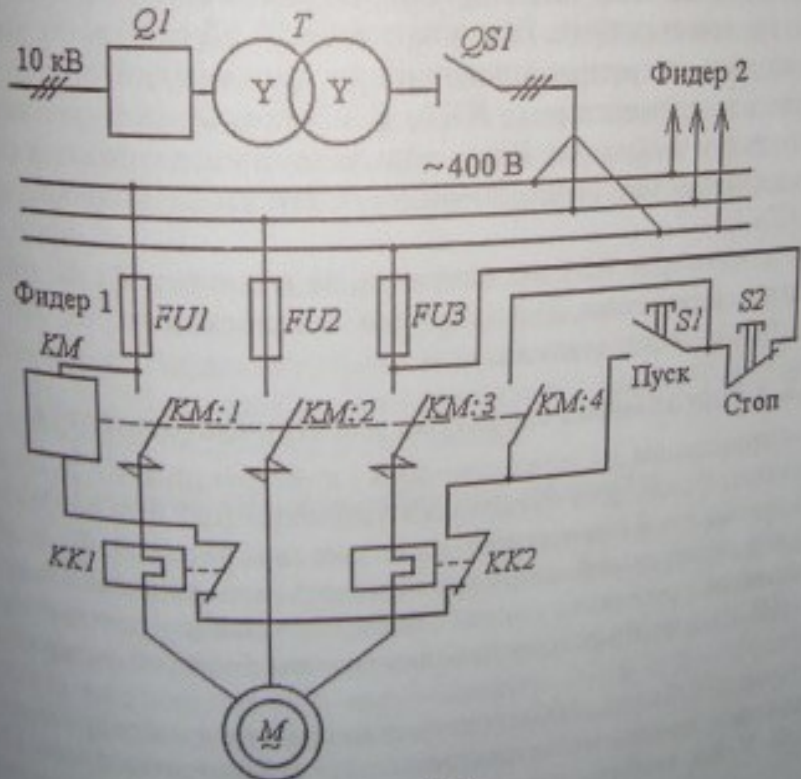


Рис. 11.1

Трипровідні відводи (фідери) від цієї ЛЕП ідуть до конкретних споживачів. Одним із них є ТАД з позначенням M . У всі лінії його фідера 1 включені плавкі запобіжники $FU1$, $FU2$, $FU3$, що захищають ТАД, фідер та ЛЕП від струмів короткого замикання.

Щоб запустити ТАД, треба натиснути кнопку «пуск» $S1$: при цьому напруга подається на котушку електромагнітного контактора KM , він спрацьовує і через лінійні силові контакти $KM:1$, $KM:2$, $KM:3$, що замкнулися, подає напругу на трифазну обмотку статора ТАД. Перелічені контакти обладнані пристроями гасіння дуги, що виникає при їхньому розмиканні. Допоміжний слабкострумовий контакт $KM:4$ призначений для збереження живлення контактора після самоповернення кнопки $S1$ у вихідний стан.

Щоб вимкнути ТАД, слід натиснути кнопку $S2$ «стоп», і контактор, позбавлений живлення, розімкне всі свої контакти дією сили пружини.

Теплові реле $KK1$ і $KK2$ призначені для захисту ТАД від тривалого перевантаження. Якщо при роботі ТАД струми його ліній перевищують допустиме значення протягом певного часу, то чутливі теплові елементи реле $KK1$ і $KK2$ спрацьовують і розмикають контакти своїх реле. Живлення знімається з контактора KM , і він відключається, розмикаючи свої контакти і вимикаючи живлення ТАД.

У схемі на рис. 11.1 всі елементи, за винятком T і M , є електричними апаратами. Вони набули поширення через широкую сферу їхнього застосування.

11.3. Узагальнена структура електричного апарата

За принципом дії, призначенням і конструкцією ЕА дуже різноманітні. Однак для загального уявлення про них скористаємося умовною блок-схемою, поданою на рис. 11.2. У даному випадку електричний апарат розглядається як керуючий привод, що замикає і розмикає контакт Q в комотованому електричному колі (КЕК), а в загальному випадку це може бути і структура контактів.

Привод ЕА являє собою систему взаємопов'язаних пристроїв і механізмів, призначених для виконання заданих механічних операцій. У ЕА можуть використовуватися ручні, електромагнітні,

електродинамічні, пружинні, пневматичні, гідравлічні та інші приводи.

Черговий робочий цикл ЕА ініціюється надходженням командного імпульсу КІ — це може бути, наприклад, механічне натискання, електричний або інший сигнал з якого-небудь датчика або елемента електричного кола. За допомогою КІ приводиться до дії пусковий пристрій (ПП), який запускає привод у рух і забезпечує спрацювання електричного апарата. ПП може бути кнопкою, тиристором, електромагнітом, гідравлічним або пневматичним клапаном та ін.

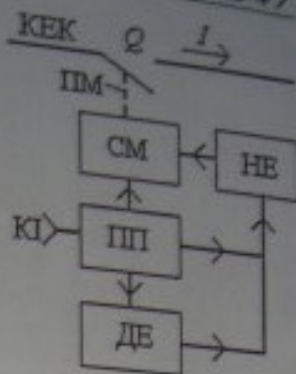


Рис. 11.2

Якщо енергії КІ недостатньо для спрацювання ЕА, тоді знадобиться джерело енергії (ДЕ) (електрична, механічна, гідравлічна або інша енергія), а якщо джерело малопотужне, то енергія попередньо запасасться в накопичувачі енергії (НЕ), яким може бути акумулятор, конденсатор, пружинний механізм тощо. У підсумку, або безпосередньо під дією ПП, або за допомогою ДЕ і НЕ силовий механізм (СМ) (наприклад, електромагніт) через передаточний механізм (ПМ) переміщує рухомі контакти і, таким чином, спрацьовує ЕА.

Маючи загальне уявлення про електричні апарати, можна перейти до розгляду їхніх основних елементів — силового електромагнітного механізму і контактів, властивих більшості апаратів. А потім вже можна розглядати будову і принцип дії типових представників численного сімейства ЕА.

11.4. Силовий електромагнітний механізм

Електромагнітні апарати, рухомі контакти яких замикаються під дією сили тяги електромагніта, дозволяють здійснювати дистанційне й автоматичне керування.

Варіанти електромагніта подані на рис. 11.3 і 11.4, де 1 — намагнічуюча котушка, по якій пропускається струм I ; 2 — феромагнітне осердя; 3 — якір — рухлива частина осердя.

Електромагніт на рис. 11.3 — поворотного типу, на рис. 11.4 — втягувального або поступального типу.

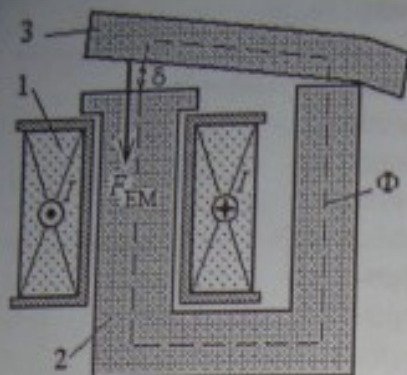


Рис. 11.3

силі, як правило, протидіє сила пружності пружини $F_{ПР}$, пов'язана з якорем. І якщо $F_{EM} < F_{ПР}$, то якір відтягується від нерухомої частини осердя.

Існують ще і поляризовані електромагнітні механізми, в яких напрямок сили залежить від напрямку струму.

Залежно від роду струму, що живить котушку, електромагніти підрозділяють на електромагніти постійного струму й електромагніти змінного струму. У першому випадку $I = \text{const}$; $\Phi = \text{const}$ і $F_{EM} = \text{const}$. А при $\Phi = \text{const}$, як відомо (див. розділ 8), осердя може бути суцільним.

У другому випадку магнітний потік

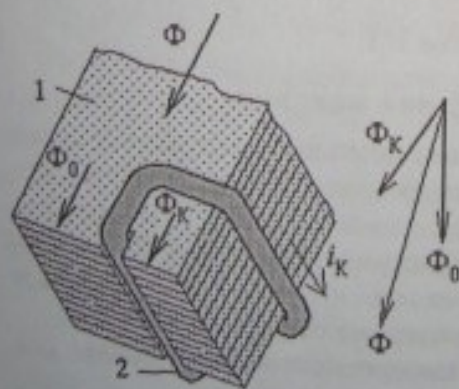


Рис. 11.5

Котушка створює в магнітопроводі магнітний потік Φ і на якір діє електромагнітна сила $F_{EM} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} S$, яка вже подавалась у (8.13) (B_0 – індукція в проміжку δ ; S – площа прилеглого торця осердя; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

Електромагнітна сила, незалежно від напрямку струму, притягує якір до осердя, а з якорем механічно пов'язана система рухомих контактів ЕА. Електромагнітній

силі, як правило, протидіє сила пружності пружини $F_{ПР}$, пов'язана з якорем. І якщо $F_{EM} < F_{ПР}$, то якір відтягується від нерухомої частини осердя.

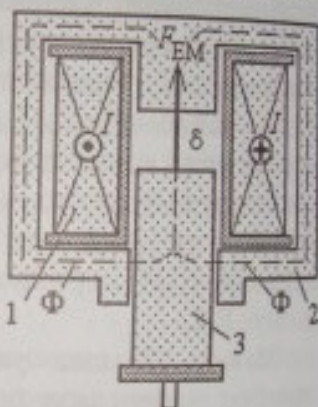


Рис. 11.4

змінний (8.37), а F_{EM} є пульсуючою, що приводить до вібрації якоря і контактів, а змінний магнітний потік створює магнітні втрати в осерді. Для їх зменшення осердя, як відомо, виконується шихтованим.

Для зменшення вібрації в торцевій частині осердя 1 встановлюють короткозамкнений виток 2 (рис. 11.5). У ньому виникає ЕРС (8.10) і струм I_k .

через що частини основного потоку Φ , а саме потоки Φ_0 і Φ_K зсувнуті один відносно одного за фазою, як показано на векторній діаграмі на рис. 11.5. Тому в проміжку завжди є магнітне поле і якір завжди притягнуто до осердя, доки є струм у котушці.

11.5. Контакти комутуючі і дугогасіння

Контакт — найбільш відповідальна частина ЕА. Це те місце, де розмикається і замикається електричне коло. Контакти зазнають ерозії внаслідок іскріння, горіння електричної дуги і впливу навколишнього середовища. Контакти мають контактний опір (можливі значення $R_K = 0,03 \dots 0,2$ Ом), через який вони нагріваються при тривалій роботі. Контакти повинні забезпечувати швидке розмикавання електричного кола (може потребуватися час спрацьовування $t_{сп} = 0,5 \dots 2$ мс); вони повинні бути розраховані на багато циклів спрацьовування (число циклів досягає порядку $10^6 \dots 10^7$ і більше). Для забезпечення тривалої надійної роботи в описаних умовах контакти виконуються або покриваються стійким матеріалом (до таких належать мідь, срібло, золото, платина).

Залежно від виду стикання (рис. 11.6) контактних поверхонь розрізняють: а) точкові, б) лінійні і в, г) площинні контакти; за характе-

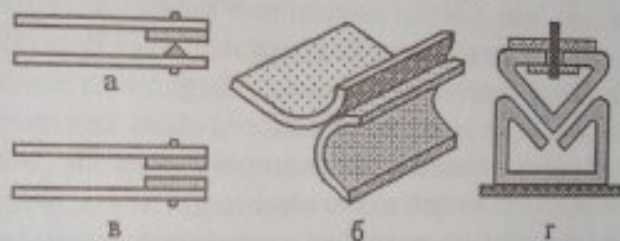


Рис. 11.6

ром руху — контакти поворотного типу і прямоходові. Конструктивне виконання контактних систем визначається комутованим струмом і напругою мережі. У реле захисту й автоматики використовуються слабкострумові контакти (до 5 А), розраховані на напругу рівня десятків і сотень вольт, у вимикаючих апаратах для комутації великих струмів контакти є сильнострумовими (розраховані на струми від вказаного рівня до десятків тисяч ампер і на напруги будь-якого рівня аж до сотень тисяч вольт). Відповідно за виконанням розрізняють контактні системи торцеві, розеточні, ціткові, ковзні, рідиннометалеві та ін. На рис. 11.7 зображені варіанти конструкції контактної системи: а) контакти мостового типу; б) пальцевий контакт рублячого типу.

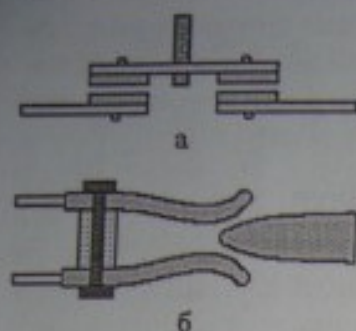


Рис. 11.7

Одна з головних проблем експлуатації сильноточових контактів — *електрична дуга*, що виникає при розмиканні електричного кола. Дуга приводить до ерозії і руйнування контактів, а також заважає швидкому знеструмуванню електричного кола.

Згасання на контактах апарата електричної дуги забезпечується збільшенням її електричного опору, зни-

женням струму до критичних значень і розсіюванням остаточного газорозрядного каналу. Для цього необхідно або збільшити довжину дуги, або знизити на ній градієнт напруги — напруженість електричного поля $E = U_d / l_d$, де l_d — довжина дуги між контактами; U_d — напруга між ними.

На практиці використовують механічне розтягування стовпа дуги видуванням її тепловими повітряними потоками або за допомогою сил електродинамічної взаємодії струмів — усе це для ЕА на струми до 10 А і при нарузі до 1140 В. До більших напруг ефективною є дугогасильна решітка, набрана зі сталевих пластин: дуга переміщується у пластини під дією тих же сил, розтягується й одночасно інтенсивно охолоджується. Процес гасіння прискорюється за допомогою магнітного дуття — створенням у зоні контактів магнітного поля. Тоді сила Ампера, що виникає (8.12), викидає дугу з контактів у дугогасильну решітку.

До радикальних, хоча й не позбавлених недоліків, рішень проблеми дугогасіння належить застосування *геркомів* — магнітокерованих герметичних контактів — вони розміщені в камері з газом, який не іонізується; а також застосування бездугових контактних апаратів — напівпровідникових апаратів, наприклад, на основі *тиристорів*.

11.6. Комутаційні апарати

Комутаційні апарати призначені для керування електричними колами і різними електротехнічними пристроями. До найпростіших з них належать *апарати ручного керування*, приклади яких подані на рис. 11.8 і 11.9.

Рубильник розраховано на ручний привод і він комутує електричне коло між вводами 1 і 2 (рис. 11.8). При вмиканні в нерухомий контакт 3 спочатку входить допоміжний — 4, а потім головний — 5 ніж. Їхні ролі виявляються при розмиканні: спочатку виходить головний ніж без створення електричної дуги і без ерозії основних струмонесучих поверхонь, а потім усі проблеми розмикання приймає на себе допоміжний ніж, до того ж ці проблеми зводяться до мінімуму завдяки прискореному розмиканню, яке забезпечується пружинним з'єднанням 6 двох ножів. На рис. 11.8, б дано умовне позначення рубильника.

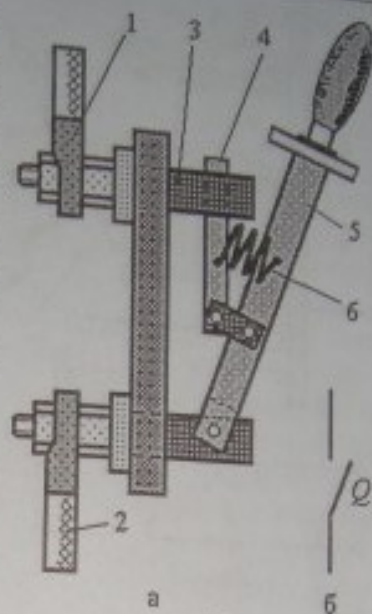


Рис. 11.8

На рис. 11.9 а, б зображені кнопки керування з контактами, що замикаються і розмикаються, а також їхні умовні позначення (рис. 11.9 в, г). Після відпускання кнопки пружина повертає її і контакт у вихідний стан.

Апарати автоматичного керування здійснюють комутацію сильноточових контактів за допомогою силового електромагнітного механізму. Типовими представниками таких апаратів є контактори й автоматичні вимикачі.

Часті вмикання і вимикання потужних електричних кіл з напругою до 500-600 В при нормальному режимі роботи звичайно проводяться електромагнітними контакторами. Часто контактори разом з реле попутно здійснюють захист електричних установок.

Основні величини, що характеризують технічний рівень контактора: час спрацьовування (0,06...0,32 с); час

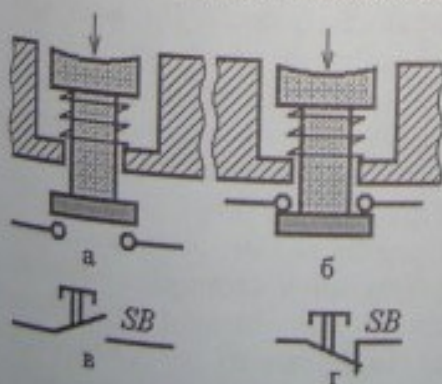


Рис. 11.9

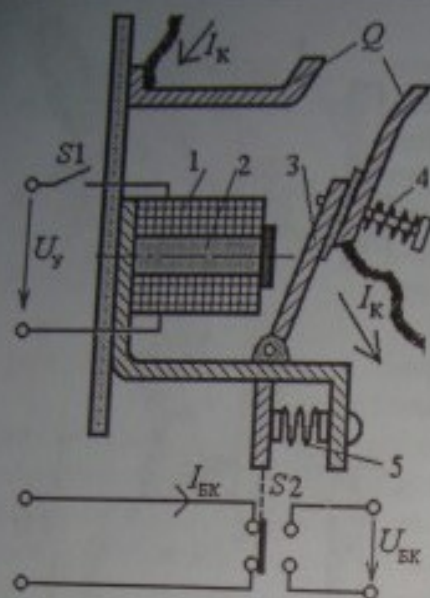


Рис. 11.10

рис. 11.10 також позначені: 2 – вальна і повертальна пружини.

Умовне позначення контактора подано на рис. 11.11, де КМ – котушка; КМ:1 – головний сильноточовий контакт з дугогасінням; КМ:2, КМ:3 – допоміжні блок-контакти.

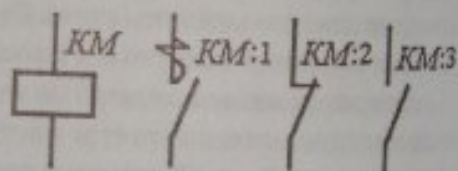


Рис. 11.11

Для нечастого вмикання і вимикання електричного кола використовують *автоматичний повітряний вимикач*. Він має пристрій, який виконує функцію захисту кола, що комутується. Таким пристроєм слугує *розчеплювач* – елемент, що контролює заданий параметр кола і впливає на контактну систему автомата. Розчеплювач являє собою механізм з рухомою системою, що працює під тепловою або магнітною дією струму.

На рис. 11.12 подано приклад *розчеплювача максимального струму*, що слугує для захисту від струмів короткого замикання I_K . За суттю – це електромагніт, якорь 6 якого притягується до осердя 7 при струмі котушки 8, коли він перевищує певне значення (струм уставки регулюється натягом протидіючої пружини 5). При

відпускання якоря (0,03...0,5 с); напруга втягувальної котушки (24...380 В).

Приклад контактора постійного струму, що комутує електричне коло зі струмом I_K , подано на рис. 11.10. Контактор має втягувальну котушку 1, систему головних контактів Q , розрахованих на струми до 1000 А, пристрій дугогасіння (не показано) і часто забезпечується комплектом допоміжних блок-контактів S_2 . Котушка живиться від якогось джерела напруги U_E має відносно невеликий робочий струм, вмикається і вимикається дистанційно вимикачем S_1 . На

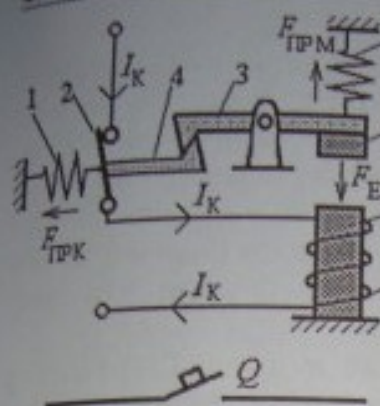


Рис. 11.12

цьому елементи зчіпки 3-4 розчеплюються і зворотна пружина 1 розмикає контакт 2.

На рис. 11.13 подано приклад теплового розчеплювача, що слугує для захисту від струмів перевантаження. Чутливим елементом розчеплювача є біметалічна пластина 1 (коефіцієнт температурного розширення повинен бути в одній пластини дуже великий, а в іншій — дуже маленький). У коло струму I_K ,

що воно захищається, увімкнено нагрівальний елемент 2. При певному співвідношенні значення струму I_K і тривалості його протікання температура підвищується і біметалічна пластина деформується. Вона прогинається вгору і вивільнює важіль 3, який повертається під дією сили пружини 4 і розмикає контакт 5 у колі котушки електромагнітного контактора КМ. Струм керування I_{KM} зникає і силою пружини $F_{ПРК}$ головні силові контакти автоматичного вимикача розмикаються, знеструмуючи електричне коло. Після охолодження біметалічної пластини повернути тепловий розчеплювач у вихідний стан можна за допомогою натискання кнопки 6.

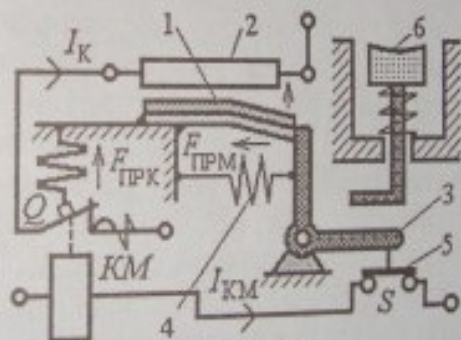


Рис. 11.13

Тепловий розчеплювач на короткочасні поштовхи струму не реагує, для нього необхідні, наприклад, такі співвідношення струму і часу спрацьовування: $I_K = 1,5I_{ном} - t_{сп} \cong 2$ хв; $I_K = 3I_{ном} - t_{сп} \cong 35$ с.

Сім'я комутаційних апаратів не обмежується розглянутими прикладами. До них можна також віднести такі ЕА, як пакетні вимикачі, командоапарати, універсальні перемикачі, командоконтролери, кінцеві і шляхові вимикачі, кнопкові станції тощо — вмикання і вимикання таких апаратів здійснюється ручним і автоматичним способами.

11.7. Реле: загальне уявлення

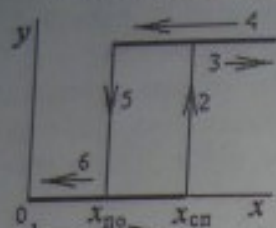


Рис. 11.14

Під реле розуміють слабкоструміві електричні апарати, в яких при плавній зміні керуючого (вхідного) параметра до визначеного, наперед заданого значення, відбувається стрибкоподібна зміна керованого (вихідного) параметра (причому хоча б один із цих параметрів повинен бути електричним).

У цьому відношенні реле мають типову (рис. 11.14) релейну характеристику — залежність між вихідною y і вхідною x величинами. Стрілками показана послідовність переміщення по характеристиці при збільшенні вхідного сигналу від нуля до деякого значення x , з послідовним зменшенням знову до нуля.

Позначені точки $x_{сп}$ і $x_{по}$ — значення спрацьовування (наприклад, притягується якір, замикаються контакти) і повернення у вихідний стан. Реле характеризують коефіцієнтом повернення $k_{п} = x_{по}/x_{сп}$ (може бути в межах $0,4 \dots 0,95$).

За сферою застосування реле можна підрозділити на реле для схем автоматики, реле для керування електроприводами і їхнього захисту, а також реле для захисту енергосистем.

Реле захисту керують режимами роботи всіх відповідальних елементів електричної системи: генераторів, трансформаторів, двигунів, ЛЕП тощо, діючи на контактори, вимикачі і регулювальні органи різних пристроїв. При досягненні певних значень вхідних сигналів реле посилає вихідний імпульс, що приводить у дію апаратуру автоматичного керування. Реле можуть реагувати на зміну будь-яких електромагнітних, а також неелектричних величин (температура, рівень рідини, тиск та ін.).

За фізичною величиною, на яку реагує реле, виділяють їхні типи і, відповідно, види захисту: а) струмова; б) напруги; в) теплова; г) направлена (за напрямком передачі енергії); д) зміни співвідношення струму і напруги; е) від замикань на землю; ж) частотна; з) спеціального призначення.

За принципом дії реле підрозділяються на: електромагнітні, індукційні, магнітоелектричні, електродинамічні, електронні.

За принципом реагування на значення величини, яка вимірюється, існують реле: а) максимальні; б) мінімальні; в) спрямовані

дії; г) диференціальні (на різницю величин); г) балансні (додаються або віднімаються сили від кількох вимірювальних механізмів).

За часом спрацьовування ($t_{сп}$ — інтервал між моментом появи достатнього вхідного імпульсу на вимірювальному механізмі і моментом спрацьовування) реле підрозділяють на: а) швидкодіючі (до 0,05 с); б) нормальні (до 0,15 с); в) сповільнені (до 1 с); г) із затримкою часу (більше 1 с). При спеціально забезпечуванні (з можливістю регулювання) затримці спрацьовування реле називають реле часу.

11.8. Приклади конструкції і принципу дії реле

На рис. 11.15 схематично подано *струмове реле* з поворотним якорем. Вхідними сигналами тут є напруга U_B і струм керування I_B , вихідними — напруга U_K і струм I_K контактів, що комутують.

Принцип дії реле досить простий і відповідає розглянутому раніше для контактора. Струмova котушка КА — 1 (рис. 11.15) створює магнітне поле і рухомий якорь 2 притягується до осердя 3. При цьому нормально замкнені контакти КА:1 — 4 розмикаються, нормально розімкнені КА:2 — 5 — замикаються. Протидіюче зусилля і повернення якоря в вихідний стан забезпечується пружиною 6.

Регулюючи її стиснення гвинтом, можна змінювати значення спрацьовування і відпускання струму і напруги керування. На рис. 11.15 внизу подано умовне позначення струмового реле: показані струмова котушка і контакти, що комутують.

На рис. 11.16 зображено *електромагнітне реле струму миттєвої дії*. При пропусканні струму I по котушці 1, розташованій на феромагнітному осерді 2, на поворотний малоінерційний якорь діють електромагнітні сили $F_{ЕМ}$, переборюючи протидію пружини 4. Якорь практично миттєво повертається, переміщуючи перемичку 5. Контакти 6 розмикаються, контакти 7 замикаються,

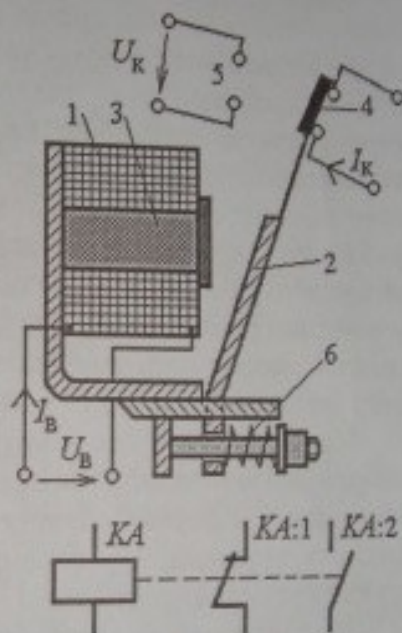


Рис. 11.15

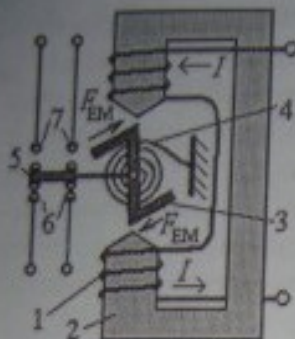


Рис. 11.16

Якщо тепловий фактор $R_{\Pi} I^2 t$ (де R_{Π} — опір пластини; t — час протікання струму), перевищить допустиму величину, то біметалічна пластина розігнеться і підніме контактну пластину 3. Контакти 4 розімкнуться — реле спрацювало. Після охолодження пластини все повертається у вихідний стан. Букса 5 і регулювальний гвинт 6 дозволяють змінювати значення спрацьовування теплового фактора. Гвинти 6 і 7 є вхідними затискачами даного реле.

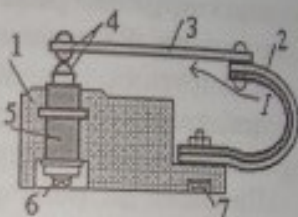


Рис. 11.17

Один із варіантів *реле часу* подано на рис. 11.18. Фактично тут зображена конструктивна схема струмового реле, де 1 — струмова котушка; 2 — феромагнітне осердя; 3 — поворотний якір, 4 — протидіюча пружина; 5 — перемичка, яка переміщується; 6 — нормально замкнені контакти; 7 — нормально розімкнуті контакти.

Звичайна робота струмового реле ілюструється на рис. 11.19 графіком 1 зміни магнітного потоку Φ в осерді. Тут точки $t_{\text{вкл}}$ і

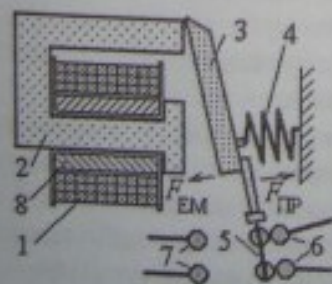


Рис. 11.18

$t_{\text{викл}}$ відповідають моментам подачі напруги на котушку і її зняття. Далі, як звичайно при перехідних процесах, струм котушки і відповідно магнітний потік змінюються за експоненціальним законом. При досягненні значення потоку $\Phi_{\text{сп}}$ реле спрацює, перемикаючи контакти, при $\Phi_{\text{по}}$ відбувається відпускання якоря і повернення реле у вихідний стан.

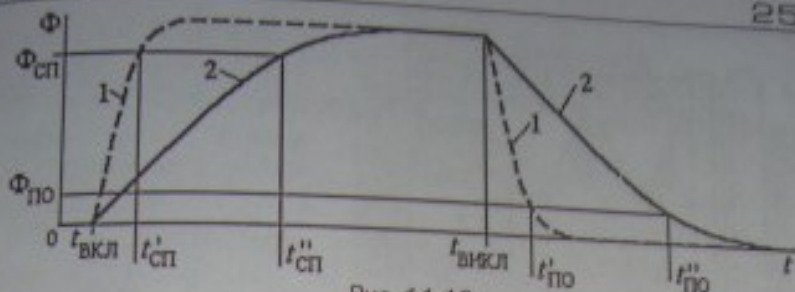


Рис. 11.19

Часова затримка спрацьовування і відпускання реле досягається за допомогою встановлення на електромагніт короткозамкнутого кільця 8 (рис. 11.18). При зростанні і зменшенні магнітного потоку в кільці індукуються вихровий струм, який затримує перехідні процеси. За наявності кільця маємо графік 2 (рис. 11.19). Інтервали між часом спрацьовування ($t''_{сп} - t'_{сп}$) і відпускання ($t''_{по} - t'_{по}$) є затримками часу спрацьовування і відпускання реле.

Існують також реле часу, в яких затримка часу забезпечується за допомогою годинникового механізму, а також пневматичні реле, в яких використовується ефект повільного наповнення повітрям спеціальних камер.

11.9. Запобіжники

Запобіжники належать до засобів захисту споживачів і кіл їхнього живлення від струмів короткого замикання і струмів перевантаження. У сім'ї запобіжників досить широкоживаними є *плавкі запобіжники*. Найпростіший їхній варіант, розрахований на відносно малі струми, подано на рис. 11.20. Тут 1 — плавка вставка; 2 — ізолюючий корпус; 3 — металеві тримачі. Унизу показано умовне позначення плавких запобіжників.

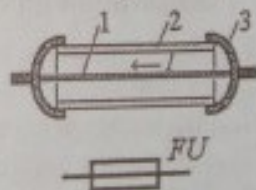


Рис. 11.20

Плавка вставка може бути дротовою або стрічковою, вона може виконуватися зі свинцю, цинку, сплаву свинцю й олова, з міді й інших провідникових матеріалів.

Якщо струм I плавкої вставки перевищує допустиме значення $I_{доп}$, вона нагрівається до температури плавлення металу, з якого виконана, і розплавляється. Час спрацьовування запобіжника повинен бути менше часу нагрівання ізоляції проводу, по якому тече струм

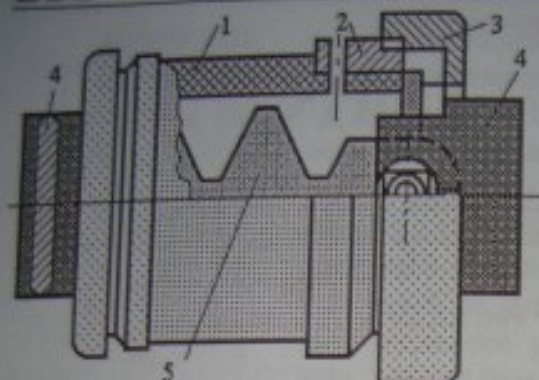


Рис. 11.21

1 — фіброва трубка; 2 — латунна втулка; 3 — латунний ковпак; 4 — мідні ножі; 5 — плавка вставка, яка зроблена так, щоб її плавлення відбувалося в спеціально звужених місцях.

Плавкі запобіжники, як на рис. 11.20, є апаратами одноразової дії, в запобіжниках, як на рис. 11.21, змінною є тільки плавка вставка.

Наряду з плавкими запобіжниками є і **термобіметалічні запобіжники**, принцип дії яких у багатьох випадках є аналогічним тепловому розчеплювачу (див. рис. 11.13) і тепловому реле (див. рис. 11.17). У них, як відомо, чутливим органом є біметалічна пластина, що нагрівається струмом короткого замикання. Термобіметалічні запобіжники є апаратами багаторазової дії, що перемикають і автоматично замикають електричне коло.

Запитання для самоконтролю

1. Що називають електричними апаратами та які функції вони виконують?
2. Які види електричних апаратів Ви знаєте?
3. Наведіть можливу загальну структуру електричного апарата.
4. Наведіть побудову силового електромагнітного механізму електричних апаратів та поясніть принцип його дії.
5. Які типи контактів електричних апаратів Ви знаєте і які існують проблеми їхньої експлуатації?
6. Наведіть приклади комутаційних апаратів та поясніть принцип їхньої роботи.
7. Що таке реле і які приклади їхньої конструкції Ви знаєте?
8. Яку роль відіграють запобіжники в електричних колах і як вони працюють?

короткого замикання, до максимально допустимої температури. Час спрацьовування залежить від сили струму, а також від температури навколишнього середовища $T_{сер}$.

На рис. 11.21 зображено плавкий запобіжник на відносно великі номінальні струми. Тут

12. ЗАГАЛЬНЕ УЯВЛЕННЯ ПРО ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ

12.1. Вихідні визначення

Електричними машинами називають пристрої, принцип дії яких заснований на поєднанні електромагнітних процесів і механічного руху.

В **електромеханічних генераторах** механічна енергія, що надходить від якогось рушія (парової або водяної турбіни, двигуна дизельного або внутрішнього згоряння, вітряного двигуна та ін.) перетворюється в електричну енергію, що віддається в електроенергетичну систему або певному споживачеві.

В **електродвигунах** електрична енергія, що надходить з електромережі або від конкретного джерела (генератора, акумулятора та ін.), перетворюється в механічну енергію, яка віддається якому-небудь механізму або пристрою, що приводиться до руху (металообробний станок, підйомний кран, транспортний засіб, насос, вентилятор та ін.)

В **електромашинних перетворювачах** електрична енергія одного виду перетворюється в електричну енергію іншого виду за допомогою елементів цих перетворювачів, що механічно рухаються (в них змінний струм може перетворюватися в постійний і навпаки; можна змінювати частоту і силу струму, напругу та ін.).

У залежності від роду струму (постійний або змінний), який споживається з живильної мережі або віддається до неї, електричні машини підрозділяють на **машини постійного струму** і **машини змінного струму**. Другі є більш розповсюдженими, як і взагалі електроенергетичні системи змінного струму.

Машини змінного струму можуть бути однофазними або багатofазними залежно від використовуваної системи змінного струму. При виробництві електроенергії виняткова роль належить трифазним генераторам, у промисловому електроприводі основними є трифазні електродвигуни.

Двигуни постійного струму є конкурентоспроможними в електроприводі таких механізмів і пристроїв, робота яких пов'язана з частими пусками та розвиненням значних обертальних моментів,

а також з необхідністю частого регулювання їхньої частоти обертання або швидкості руху.

У побутовій техніці, в лабораторній і офісній техніці, в ручному електроінструменті головна роль відведена однофазним електродвигунам змінного струму, а також двигунам постійного струму.

Залежно від виду руху рухомої частини електричних машин їх розподіляють на обертові (ротативні) і лінійні. *Обертові машини* займають головне положення і в них використовується обертальний рух рухомої частини. *Лінійні машини* застосовують значно рідше в спеціальних електроприводах — рухома частина цих машин здійснює, відповідно, лінійний або поступальний рух.

За принципом дії і конструкцією електричні машини настільки різноманітні, що ціла низка їх не підпадає навіть під приведені вище найзагальніші визначення. Класичними і найбільш розповсюдженими вважаються обертальні варіанти колекторних машин постійного струму, трифазних синхронних генераторів і двигунів, трифазних асинхронних двигунів. Хоча і ці типи мають ряд модифікацій.

Особливо багато різновидів машин на рівні їхніх малопотужних представників (до 0,5 кВт). Їхня сукупність об'єднується терміном «*мікромашини*», які можуть належати як до названих класичних типів, так і до спеціальних інших типів, в тому числі й унікальних.

12.2. Електрична машина як узагальнений конструктивний модуль

Класичні обертові електричні машини в конструктивному відношенні мають досить загальне компонування, незважаючи на різницю в принципі дії і низку особливостей кожного їхнього конкретного типу. Тому тут, на першому етапі знайомства з електричними машинами, представимо їхню конструкцію у вигляді узагальненого модуля, а специфіку конкретних машин розглянемо в спеціальних наступних розділах.

Узагальнена класична конструкція електричної машини з обертовою рухомою частиною подана на рис. 12.1 у поперечному і поздовжньому перерізах.

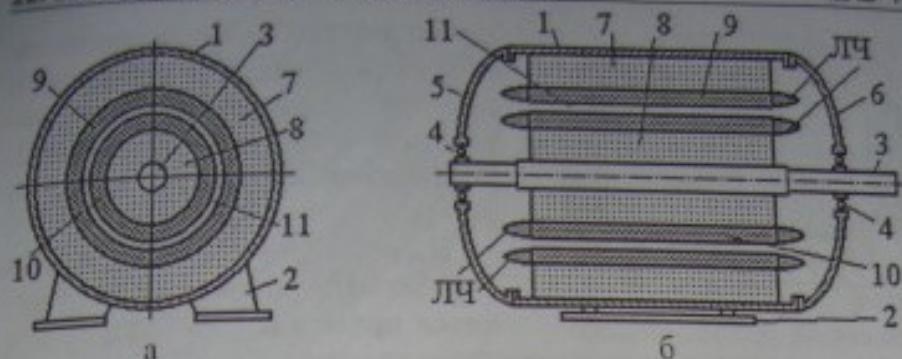


Рис. 12.1

Нерухома частина машини — *статор*, обертова — *ротор*, а їх розділяє *повітряний проміжок*.

Механічною основою статора є корпус 1, який за допомогою лап 2 жорстко і надійно кріпиться до якого-небудь фундаменту. Механічна основа ротора — вал 3, який передає обертальний момент на ротор або з ротора. Вал встановлено в підшипниках 4 (найчастіше це підшипники котіння, але можуть бути і підшипники ковзання), які, в свою чергу, фіксуються в тарілкоподібних підшипникових щитах 5 і 6. Ці щити кріпляться з торців до корпусу машини і, таким чином, ротор і статор утворюють взаємопов'язану механічну систему.

У корпус статора вставляється і кріпиться осердя статора 7, на вал насаджується і закріплюється осердя ротора 8. Як правило, ці осердя є шихтованими, тобто набираються з окремих тонколистових елементів з електротехнічної сталі. Кругоподібна форма цих елементів відповідає формі поперечного перерізу осердя (рис. 12.1, а). Осердя ротора і статора утворюють магнітопровід електричної машини, загальна роль якого відповідає представленому в розділі 8. Як виняток, при постійному магнітному потоці осердя може бути не шихтованим, а, наприклад, литим, кованим або зварним із гнучого сталевих листа.

Зони на поверхнях осердь, звернутих до проміжку 11, є місцями розміщення обмотки статора 9 і обмотки ротора 10. У даному випадку на рис. 12.1 ці зони умовно подані кільцеподібними підобластями. У дійсності провідники, з яких створюються обмотки, розміщуються на полюсах, як показано на рис. 12.2, або в пазах осердь, як зображено на рис. 12.3.

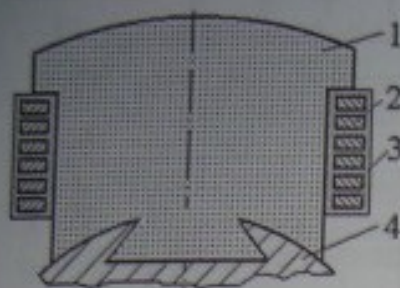


Рис. 12.2

На рис. 12.2 на феромагнітному полюсному осердді 1 закріплена котушка із провідників 2, що знаходяться в ізоляційній обоймі 3. Весь полюс закріплюється на осердді ротора 4.

На рис. 12.3 на поверхні осердя 1 зроблено пази, в яких розташовуються провідники 2 в ізоляції 3, а

вміст паза утримується ізоляційним клином 4. Елементи осердя 1, що знаходяться між пазами, називаються зубцями.

Провідники 2, показані на рис. 12.2, утворюють котушку, подану на рис. 12.4. Ті частини котушки, які з'єднують провідники в торцевій частині (див. на рис. 12.1, б — ЛЧ), називають лобовими частинами, а ті, які лежать на довжині осердя — прямолінійними частинами (ПЧ).

Провідники 2 різних пазів (на рис. 12.3), які знаходяться на відстані визначеної кількості пазових поділок один від одного, поєднуються один з одним також за допомогою лобових частин. Так створюються секції (одно- або багатовиткові), форма яких може бути різною, наприклад, такою, як показано на рис. 12.5.

Котушки всіх полюсів або всі секції електричної машини об'єднуються в єдине електричне коло за визначеною схемою і в цілому створюють обмотку. Залежно від місця розміщення це буде обмотка статора або обмотка ротора (див. рис. 12.1). Причому будь-яка з них, у залежності від типу електричної машини, може мати як котушкову (рис. 12.2 і рис. 12.4), так і секційну структуру (рис. 12.3 і 12.5).

Таким чином, для більшості електричних машин характерною є наявність двох основних обмоток і відповідно двох електричних кіл. Одне з них призначене для збудження в машині магнітного поля, корисна частина якого утворює основний магнітний потік Φ (це та частина, яка доходить до другої обмотки, пронизуючи її витки).

В іншій обмотці відбувається безпосереднє перетворення енергії за участю магнітного поля: механічної



Рис. 12.3

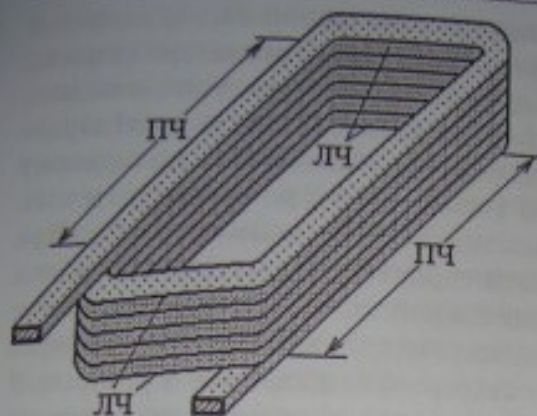


Рис. 12.4

якорем. Причому, якщо в одних випадках якір відповідає ротору, а індуктор — статору, в інших — навпаки.

За функціональним призначенням елементи машини можна підрозділити на *конструктивні* і *активні електромагнітні*. Активні частини забезпечують електромагнітний процес перетворення енергії і містять у собі електричні кола, створені обмотками, і магнітне коло, створене магнітопроводом, до якого належать осердя статора і ротора.

Конструктивні елементи утворюють механічну основу машини, утримуючи активні елементи і забезпечуючи її кріплення на фундаменті та механічний зв'язок із приєднуваними пристроями і механізмами.

Поряд з активними та конструктивними матеріалами в електричних машинах та інших електротехнічних пристроях окрему роль відіграють електроізоляційні матеріали. Вони відділяють елементи, які знаходяться під напругою, від решти частини машини і забезпечують надійну її роботу та безпечні умови експлуатації.

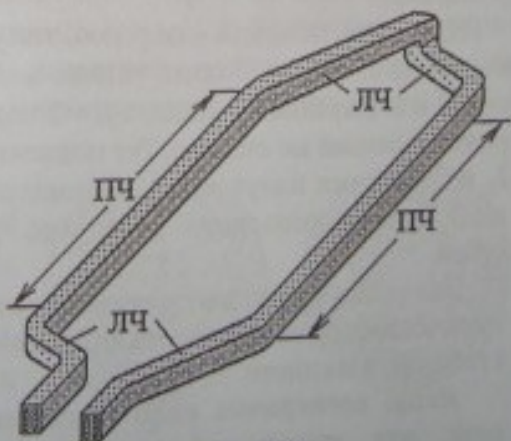


Рис. 12.5

в електричну у відповідності до закону електромагнітної індукції або електричної в механічну відповідно до закону Ампера (див. підрозділ 8.4).

Підкреслюючи роль обмоток, місце, де знаходиться обмотка збудження, називають *індуктором*, а де знаходиться перетворююча обмотка —

12.3. Магнітні поля в електричних машинах

В електричних машинах передача енергії зі статора на ротор (або навпаки) та її перетворення відбувається за допомогою магнітного поля. Походження магнітного поля, його величини і характеристики, закони й основи розрахунку відповідають викладеному в розділі 8. Тут представимо типові структури і види магнітних полів, що відповідають класичним електричним машинам. При цьому будемо використовувати спрощену структуру машин, яка складається тільки з активних елементів.

На рис. 12.6 зображено варіанти машин з явнополюсним індуктором, який: а) збігається зі статором; б) збігається з ротором. У даному випадку це двополюсні структури і на кожному з полюсів є своя котушка. Тут котушки умовно подані одновитковими,

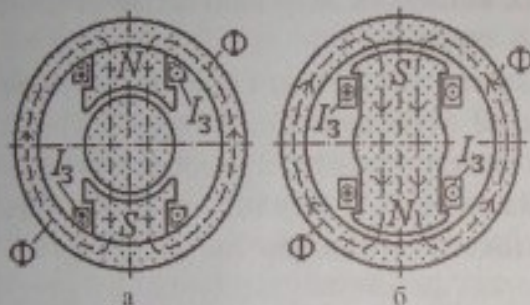


Рис. 12.6

реально ж вони складаються із множини витків (нараховують одиниці, десятки і навіть більше) і можуть виглядати як на рис. 12.2 і 12.4. Напрямки струму I_3 в котушках узгоджені й обидві вони створюють єдину структуру магнітного поля, яка показана силовими лініями

магнітного потоку Φ . У відповідності з прийнятим позначенням на рис. 8.1, один із полюсів на рис. 12.6 є північним N , інший – південним S .

Кількість полюсів є парною, тому їх так і рахують: p – кількість пар полюсів. Таким чином, машини на рис. 12.6 відповідають $p = 1$. Варіант машини з $p = 2$ подано на рис. 12.7, де індуктор розташований на статорі. Тут показана система напрямків струму I_3 в полюсних котушках і відповідні силові лінії чотириполюсного поля, що збуджується.

Звичайно кількість полюсів дорівнює $2p$ і вона збільшується зі зростанням потужності і габаритів машини.

Якщо електричне коло полюсних котушок, яке зветься обмоткою збудження,



Рис. 12.7

живиться постійним струмом, то отримаємо структуру постійного магнітного поля, нерухомого тільки відносно індуктора. Для іншої складової частини машини магнітне поле є змінним у зв'язку з обертанням ротора. Так, на рис. 12.6, б відносно статора воно обертається з частотою обертання ротора; на рис. 12.6, а в просторі поле є нерухомим, але відносно ротора обертається з тією ж частотою, але у протилежний бік.

Якщо обмотку збудження живити змінним струмом, наприклад, синусоїдним, то картина магнітного поля і його переміщення відносно протилежної частини машини зберігається, але величини магнітного поля (потік, індукція) також будуть змінюватися за відповідним часовим законом. Таке поле відносно індуктора називають пульсуючим, а для іншої частини машини воно буде обертовим і одночасно пульсуючим.

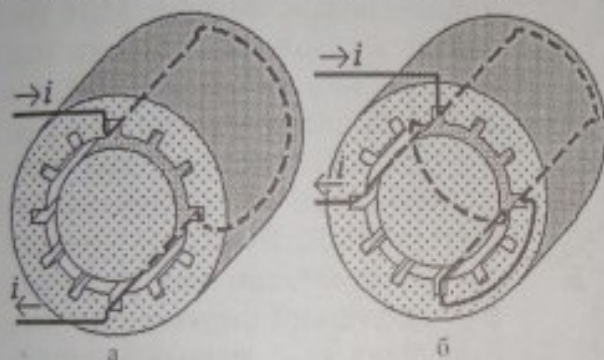


Рис. 12.8

Неявнополюсний індуктор з обмоткою з однієї секції, суміщений зі статором, зображено на рис. 12.8, а, а відповідне магнітне поле — на рис. 12.9, а. У цьому випадку магнітне поле має двокопюсну структуру ($p = 1$). Аналогічний індуктор, але з обмоткою з двох послідовно з'єднаних секцій (рис. 12.8, б), створює чотирикопюсну ($p = 2$) структуру магнітного поля, що подана на рис. 12.9, б. Природно, що в електричних машинах може бути і більше пар полюсів.

На рис. 12.8 на кожну пару полюсів припадає по одній секції. У реальних умовах на кожну пару полюсів може припадати декілька секцій, розташованих у сусідніх пазах, до того ж кожна секція може бути багатовитковою.

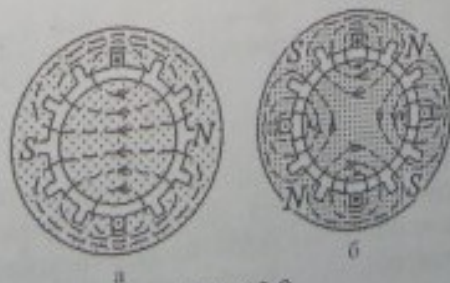


Рис. 12.9

Ті ж самі структури магнітних полів, як і на рис. 12.9, можна отримати, якщо обмотку розташувати подібним чином у пазах осердя ротора. І тоді ці структури будуть разом з ротором обертатися відносно статора.

Аналогічне обертання магнітного поля, як і обертовим індуктором, можна отримати нерухомою трифазною обмоткою, розташованою на статорі. Таке обертове магнітне поле має вирішальне значення для електродвигунів змінного струму, тому розглянемо це окремо і докладніше.

12.4. Створення обертового магнітного поля трифазною обмоткою

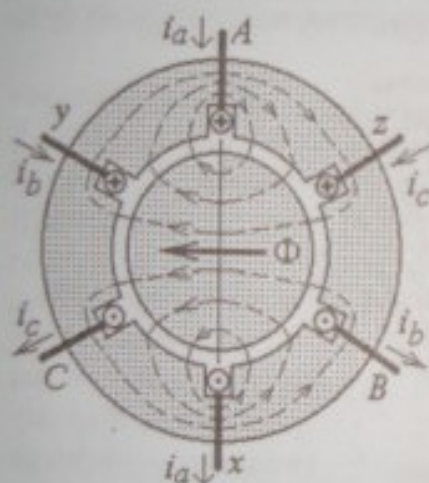


Рис. 12.10

Розташування трифазної обмотки на статорі електричної машини показано на рис. 12.10. Тут кожна з трьох фаз обмотки має одну секцію, як на рис. 12.8, а і 12.9, а. Ці фазні обмотки А-х, В-у, С-з однакові, але повернуті одна відносно одної на третину окружності (на 120°). Як відомо з теорії і практики електричних кіл, трифазні обмотки можуть з'єднатися, наприклад, за схемою «зірка» (рис. 12.11) і вмикатися у трифазну мережу змінного струму – в

даному випадку вони утворюють симетричне трифазне навантаження. Тоді в фазах виникає симетрична система змінних струмів:

$$\begin{aligned} i_a &= I_m \cos \omega t; \quad i_b = I_m \cos \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right); \\ i_c &= I_m \cos \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi \right), \end{aligned} \quad (12.1)$$

які зсунуті в часі один відносно одного на третину періоду T , як це показано на рис. 12.12; $\omega = 2\pi f$ – кутова частота; $f = \frac{1}{T}$ – частота.

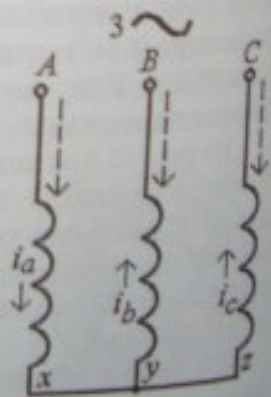


Рис. 12.11

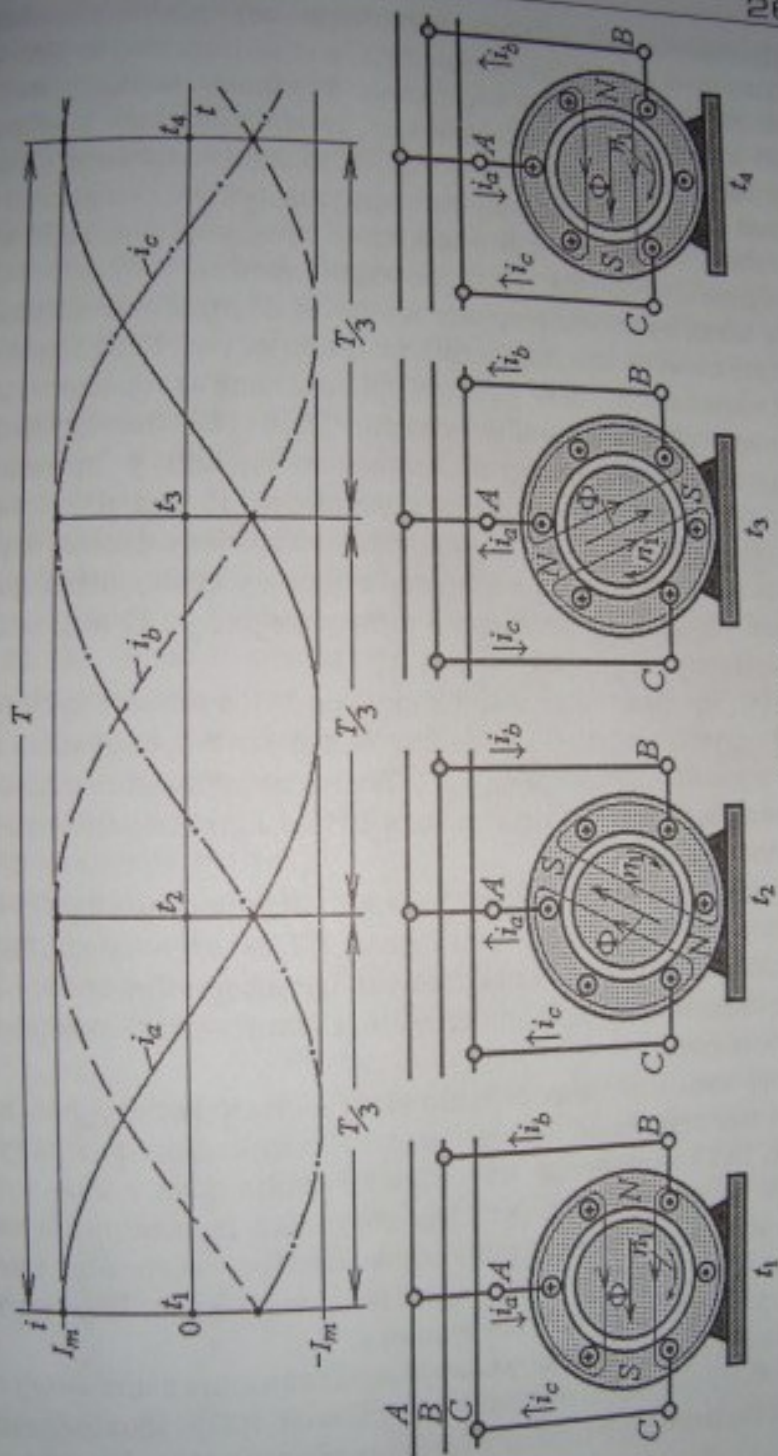


Рис. 12.12

Прийmemo умовний позитивний напрямок струмів фаз обмотки від їхніх початків (A, B, C) до кінців (x, y, z), як показано на рис. 12.11 жирними пунктирними стрілками. У такому випадку, якщо в даний момент часу $t = 0$ струм $i_a > 0$, то він збігається з вибраним напрямком, а якщо струми $i_b < 0$ і $i_c < 0$, то вони направлені у протилежний бік. Відповідні напрямки струмів вказані і на рис. 12.10. У результаті маємо, що у верхніх провідниках на рис. 12.10 струм іде «від нас», у нижніх — направлений «до нас».

За таких напрямків струмів трифазна обмотка статора утворює магнітне поле, силові лінії якого показані на рис. 12.10, і результуючий магнітний потік Φ у роторі орієнтований за горизонталлю.

Використовуючи прийняту на рис. 12.10 і 12.11 систему напрямків, розглянемо конкретні напрямки струмів у провідниках обмотки і напрямок магнітного поля на рис. 12.12 для фіксованих моментів часу t_1, t_2, t_3 і t_4 , відзначених на графіку фазних струмів.

Для моменту часу t_1 напрямки струмів у провідниках фазних обмоток і напрямок магнітного потоку на рис. 12.12 відповідають розглянутому на рис. 12.10 і рис. 12.11.

Через інтервал часу, який дорівнює $T/3$, в момент часу t_2 значення струмів $i_a < 0, i_b > 0$ і $i_c < 0$ і їхні напрямки в провідниках показані в нижній частині рис. 12.12. Тут же подана відповідна структура силових ліній магнітного поля. Видно, що це поле повернулося на третину оберту.

Здійснюючи подібні побудовання для моментів часу t_3 і t_4 , що віддалені на той же часовий інтервал $T/3$, переконуємося, що магнітне поле кожний раз повертається ще на третину оберту. Від t_1 до t_4 проходить період зміни струмів, а магнітне поле повертається на один оберт.

Природно, що зміна струмів відбувається безперервно, відповідно і магнітне поле безперервно змінюється між розглянутими на рис. 12.12 моментами часу. Конфігурація поля в міру того, як змінюються струми в нерухомих котушках, практично не змінюється, відбувається лише рівномірне однобічне обертання навколо осі машини всього спектра магнітних ліній поля. Таке магнітне поле прийнято називати **обертним**.

Можна визначити дві **умови**, виконання яких дасть змогу створити обертове магнітне поле нерухомою трифазною обмоткою:

- 1) просторовий зсув (поворот) фазних обмоток одна відносно одної;

2) часові фазові зсуви змінних струмів, що проходять по фазним обмоткам.

Якщо змінити чергування фаз, тобто поміняти місцями входні затискачі будь-яких двох котушок (див. рис. 12.10 і 12.11), то легко встановити, що напрямок обертання поля змінюється на протилежний.

На рис. 12.10 і 12.12 результуюче магнітне поле є двокопюсним. Частота обертання поля ν_1 для двокопюсного поля дорівнює частоті зміни напруги в мережі f і виражається в об/с (оберти за секунду). Якщо частоту обертання виразити в об/хв (оберти за хвилину), то буде:

$$n_1 = 60\nu_1 = 60f. \quad (12.2)$$

Тепер розглянемо структуру (рис. 12.13) і схему (рис. 12.14) обмотки статора, що створює чотирикопюсне магнітне поле ($p = 2$). Фактично шість провідників трьох котушок тут (рис. 12.13) розміщуються на половині дуги окружності статора, тоді як на рис. 12.10 вони розміщувалися рівномірно по всій окружності. На другій половині дуги окружності (рис. 12.13) розташовується аналогічна структура.

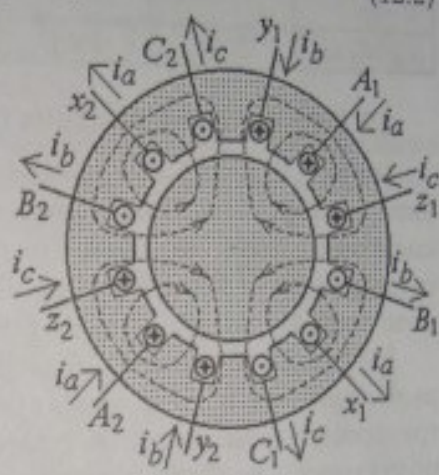


Рис. 12.13

Як розглянуто на рис. 12.12, за період T зміни струмів магнітне поле проходило зону розташування трьох фазних котушок і робило, відповідно, один оберт. Тепер при $p = 2$ магнітне поле також за період T буде проходити зону розташування трьох фазних котушок, але при цьому воно зробить половину оберту, тобто буде обертатися з частотою в два рази меншою:

$$n_1 = \frac{60f}{2} = 30f \text{ об/хв.} \quad (12.3)$$

У загальному випадку, при визначенні кількості пар полюсів p магнітного поля, крок котушок по дузі окружності у

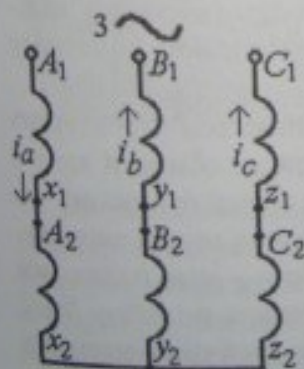


Рис. 12.14

порівнянні з рис. 12.10 зменшується в p разів. І для багатополюсних електричних машин маємо класичну формулу частоти обертання магнітного поля

$$n_1 = \frac{60f}{p} \quad (12.4)$$

При відомому значенні частоти електроенергетичної системи $f = 50$ Гц і з урахуванням того, що кількість пар полюсів p – ціле число, отримуємо визначений ряд значень синхронної частоти обертання, що подано в табл. 12.1 (цей ряд можна продовжити).

Таблиця 12.1

p	1	2	3	4	5
n_1 , об/хв.	3000	1500	1000	750	600

12.5. Приклади магнітних полів в електричних машинах

На рис. 12.6, 12.7, 12.9, 12.10 і 12.13 були подані спрощені варіанти електромагнітних систем електричних машин, а картини магнітних полів показані одиночними лініями на головних напрямках їхнього замикання. Для повнішого уявлення про магнітні поля покажемо їх на тлі реалістичних конструкцій машин.

На рис. 12.15 і рис. 12.16 зображено поперечні перерізи чотирьохполюсних ($2p = 4$) машин постійного струму (їхніми симетричними половинами). Тут статор виконує роль індуктора у явнополюсному варіанті, тобто котушки обмотки збудження розташовані на осердях головних полюсів. Картини магнітних полів відповідають напрямкам струмів, позначених у боках котушок. Корисною частиною магнітного поля є та, що пронизує якір (він тут збігається з ротором), інша частина замикається у міжполюсному проміжку – це є поле розсіювання, яке у певному сенсі є некорисним баластом.

Машини на рис. 12.15 і рис. 12.16 відрізняються структурою поверхні якоря. У першому випадку провідники обмотки якоря закріплені в немагнітному шарі на гладкому осерді, у другому – в пазах осердя з зубцями. Завдяки зубцям значною мірою зменшується основний немагнітний проміжок машини – між полюсами статора й осердям ротора. Це відповідно зменшує потрібну МДС обмотки збудження, яка повинна забезпечити необхідну магнітну індукцію у згаданому проміжку.

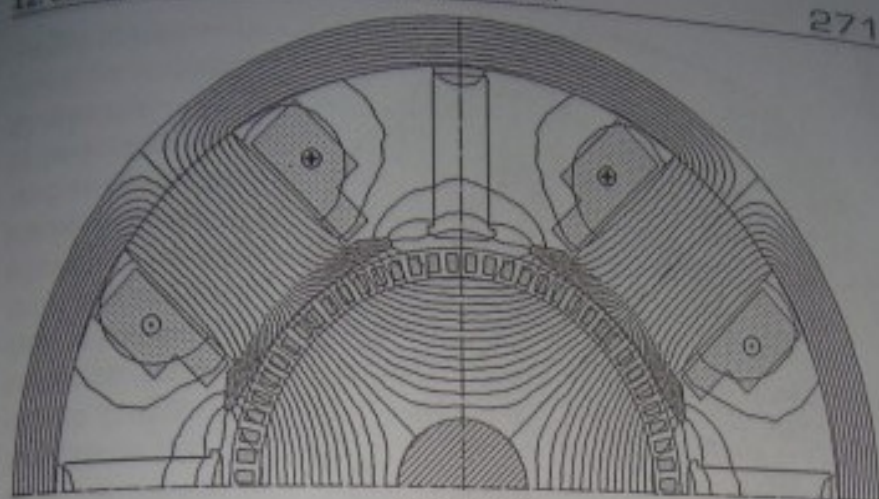


Рис. 12.15

Звичайно середнє значення індукції у проміжку під головними полюсами $B_{\delta} = 0,9 \dots 1,1$ Тл. Варіант зубчастого якоря є загальноприйнятим в електромашинобудуванні.

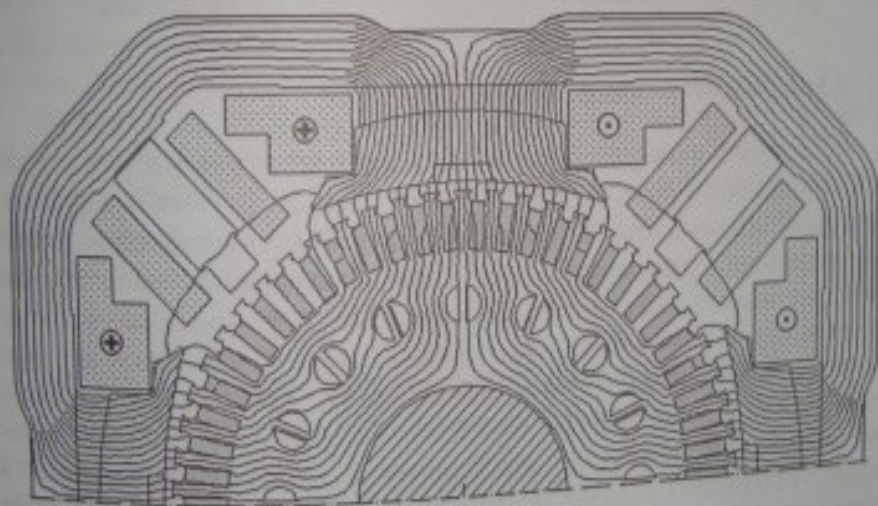


Рис. 12.16

На рис. 12.17 представлено магнітне поле в поперечному перерізі турбогенератора — синхронної машини змінного струму. Тут роль індуктора виконує ротор, в пазах осердя якого розташована обмотка збудження. Таким чином ротор є неявнополюсним. Він і його магнітне поле у даному варіанті є двополюсним ($2p = 2$) і відповідають позначеним напрямкам струму у провідниках

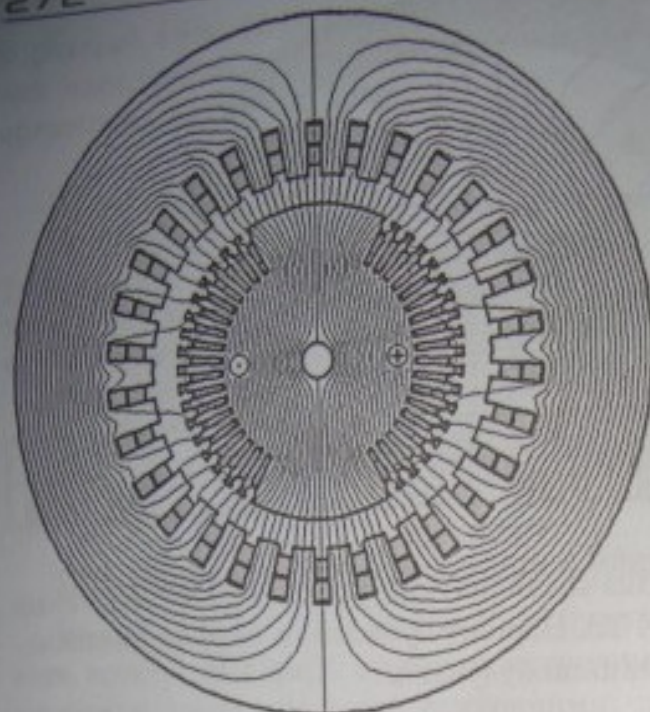


Рис. 12.17

12.6. Поняття про реакцію якоря

Розглянуті загальні аспекти, притаманні структурі конструкцій і магнітних полів, дозволяють перейти до вивчення побудови, принципу дії, характеристик і робочих властивостей конкретних типів електричних машин. Але перед цим відзначимо ще одне загальне явище, що стосується їхніх магнітних полів.

Розглядаючи магнітні поля в електричних машинах, ми уявляли їх як результат дії якої-небудь однієї обмотки, що розташована на статорі або роторі. Цю обмотку вважасмо, як було встановлено вище, обмоткою збудження а місце її розташування (статор або ротор) — індуктором. Однак у робочому режимі струми проходять і по обмотці якоря. Тоді магнітне поле в електричній машині є результатом дії обох обмоток. Вплив магнітного поля обмотки якоря на основне магнітне поле, створене обмоткою збудження машини, прийнято називати **реакцією якоря**. Реакція якоря спотворює картину магнітного поля збудження і може приводити до ослаблення або підсилення основного магнітного потоку машини.

обмотки збудження.

На статорі в пазах його осердя двома шарами розміщені провідникові обмотки якоря (статора). У цілому ця обмотка є трифазною, однак на кожну фазу припадає не по одному витку, як на рис. 12.10, а по десять одновиткових секцій типу, показаного на рис. 12.8, а.

Як приклад розглянемо той самий турбогенератор, що і на рис. 12.17, але на рис. 12.18 подано магнітне поле, що збуджується спільною дією обмоток ротора (індуктора) і статора (якоря).

На рис. 12.18 напрямок дії МДС обмотки ротора F_R такий, як і на рис. 12.17. Струми у фазних обмотках статора є такими, що результуюча МДС обмотки якоря F_S має вказаний напрямок.

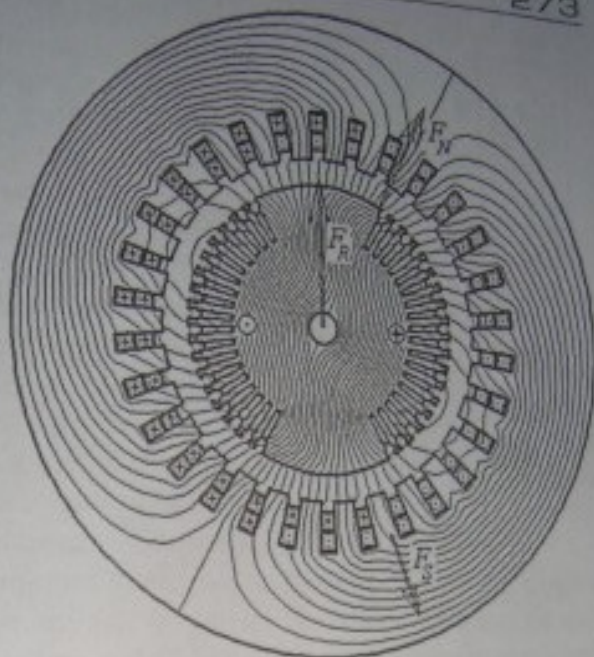


Рис. 12.18

Сумарне магнітне поле турбогенератора в режимі навантаження в цілому спрямоване за стрілкою МДС F_N .

Порівнюючи картини полів на рис. 12.17 і рис. 12.18, можна чітко простежити вплив реакції якоря. У цілому структура поля зберігається, але воно вже не має осі симетрії і повернене відносно поздовжньої осі ротора.

12.7. Зауваження щодо застосування законів електромагнітної індукції і Ампера

Принцип дії електричних машин звичайно пояснюється на підставі законів електромагнітної індукції і Ампера, поданих формулами (В.12) і (В.14) і проілюстрованих на рис. В.8 і рис. В.9. Однак безпосереднє визначення ЕРС провідників і обмоток та силової взаємодії ротора і статора на основі цього можливо тільки у разі розташування провідників на поверхні беззубцевого осердя, як на рис. 12.15. Тут провідники повною мірою сприймають дію магнітного поля, що характеризується магнітною індукцією.

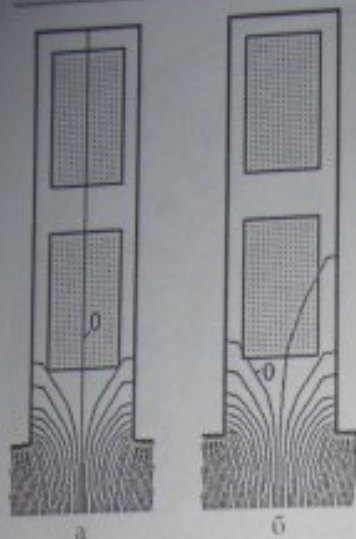


Рис. 12.19

ротора ліворуч на $1/18$ частку кутової ширини паза. Очевидно, що силова лінія з позначкою 0 в пазу пройшла значно більший шлях, ніж у проміжку за межами паза. Тобто при значно меншій густині силових ліній в пазу (а значить меншій магнітній індукції) їхня швидкість руху більша, ніж у проміжку. У цілому має місце рівність:

$$B_{\delta} V_{\delta} \sin \alpha_{\delta} = B_{\Pi} V_{\Pi} \sin \alpha_{\Pi}, \quad (12.5)$$

де величини відповідають (В.12), але індекс «п» означає – паз, індекс δ – проміжок. Тому в теорії електричних машин прийнято оперувати середніми значеннями магнітної індукції і швидкості відносного переміщення силових ліній в основному проміжку машини, які значно простіше визначаються і дають правильні результати при обчисленні ЕРС.

Силова взаємодія статора і ротора виникає за рахунок їхнього спільного магнітного поля і приводить до створення обертового електромагнітного моменту. При його визначенні зручно використовувати закон Ампера (В.14): при цьому беруть магнітне поле індуктора і струм якоря. Але провідники зі струмом знаходяться в пазах, де магнітне поле невелике і їхня силова взаємодія дуже слабка.

Проте, реально сили діють не тільки і не стільки на провідники, але й на зубці осердь. Тут спрацьовує електромагнітна сила, визначена формулою (8.13). За відсутності струмів на протилежні

У випадку зубців значна частина магнітного поля концентрується саме в них, що показано на рис. 12.16–12.18 згущенням його силових ліній. Тому провідники в пазах знаходяться в дуже послабленому магнітному полі, але це не означає, що ефективність його дії зменшується у порівнянні з випадком розташування провідників у немагнітному проміжку. І справа тут ось у чому.

Візьмемо на рис. 12.17 верхній паз осердя статора і на рис. 12.19, а подамо більш докладно картину силових ліній поля в ньому. Поряд на рис. 12.19, б картина отримана після повороту

боки зубців діють у середньому однакові сили і в цілому електромагнітний момент між ротором і статором відсутній. За наявності рис. 12.18, спотворюється, і в багатьох пазах напрямки поля наближається до поперечного. Аналогічно в повітряному проміжку між осердями ротора і статора силові лінії поля спотворюються, і виникає переважно однобокове магнітне тяжіння. У підсумку й виникає електромагнітний обертальний момент електричної машини.

Розрахунок окремих дій за законом Ампера й електромагнітних сил зубців вельми складний. Але доведено, що правильний результат їхньої спільної дії щодо створення електромагнітного моменту можна отримати, якщо, використовуючи тільки закон Ампера, брати реальні струми в пазах осердя і середнє значення магнітної індукції в основному повітряному проміжку машини. Фактично реальні провідники зі струмами умовно виносять на поверхню осердя.

Запитання для самоконтролю

1. Що називають електричними машинами і які Ви знаєте їхні основні типи?
2. Наведіть загальну компоновку електричної машини та назвіть її основні складові.
3. Наведіть приклади конструкції основних елементів, з яких складаються обмотки та магнітопровід електричних машин.
4. Яким чином створюється магнітне поле в електричних машинах?
5. Наведіть приклади двополюсної та чотириполюсної структури магнітного поля електричної машини.
6. Назвіть умови, які сприяють утворенню обертового магнітного поля електричної машини її трифазною обмоткою.
7. Чим визначається частота обертання магнітного поля, створеного трифазною обмоткою?
8. Що називають реакцією якоря в електричних машинах?

13. ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

13.1. Загальні визначення

Машина постійного струму (МПС) — це оборотний електро-механічний перетворювач енергії, який може використовуватися як у генераторному, так і в двигунному режимах. Зовнішнє електричне коло цієї машини є колом постійних струму і напруги, що і є підставою її назви.

На практиці склалося так, що МПС використовуються переважно як двигуни, хоча вони в загальному парку електродвигунів за сумарною потужністю займають частку, не більшу 5...6%.

Двигуни постійного струму (ДПС) мають наступні переваги: легко керуються (тобто простими засобами ефективно регулюється частота обертання), можуть розвивати великий пусковий момент (обертальний момент при включенні). Унаслідок цього ДПС переважно використовуються на транспорті, в підйомно-крановому обладнанні, на прокатних станах тощо. Мікродвигуни постійного струму широко використовуються в пристроях автоматичного керування.

Обмежене розповсюдження ДПС пов'язано з їхніми недоліками: у порівнянні з двигунами змінного струму при однаковій потужності ДПС мають більші габарити, масу, ціну, їхня конструкція складніша, вони менш надійні, бо мають ковзні електричні контакти. Крім того, для ДПС необхідні джерела живлення постійного струму, в той час як всюди поширені електромережі змінного струму.

Генератори постійного струму (ГПС) мають ще більш обмежене застосування, наприклад, в автономному електрообладнанні на транспорті, в установках електроживлення ДПС, в системах автоматичного регулювання та ін. Як стаціонарні джерела постійного струму і напруги ГПС програють за техніко-економічними показниками напівпровідниковим випрямлячам, що живляться від мереж змінного струму.

МПС можуть бути виконані на потужність від одиниць ватт до порядку десяти тисяч кіловатт. Їхня частота обертання може знаходитися в діапазоні від одиниць об/хв до тисяч об/хв. На малі і

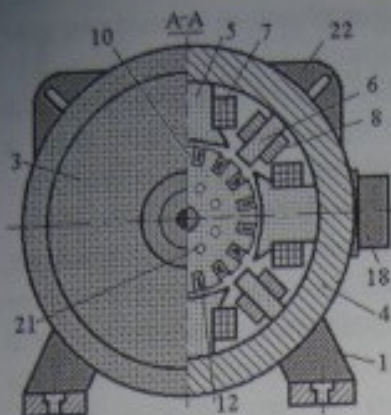


Рис. 13.2

Котушки 7, надіті на головні полюси, об'єднані в одне коло і створюють обмотку збудження; котушки 8 додаткових полюсів створюють свою обмотку. Представлений варіант МПС є чотирьохполюсним, тобто $2p = 4$, де p — кількість пар полюсів. Значення p може бути від 1 до 9 і більше, зростаючи разом з потужністю і габаритами машин.

Механічною основою якоря є вал 9, вільний кінець якого може за допомогою муфти з'єднуватися з приводним двигуном або виконавчим механізмом. На валу закріплені шихтоване феромагнітне осердя 10 і циліндричний колектор 11. У пазах на поверхні осердя якоря розташовані ізолювані провідники 12, попарно з'єднані лобовими частинами 13 і утворюють секції, кінці яких 14 припаяні до колекторних пластин 11. Ці пластини виконуються з міді або її сплаву і відділені одна від одної ізоляційними прокладками. Створене таким чином складне електричне коло називається обмоткою якоря, її зв'язок із зовнішньою мережею здійснюється через ковзні контакти, створені щітками 15 і поверхнею колектора 11.

Щітки та їхня система кріплення відносяться до статора. Кількість комплектів щіток відповідає кількості головних полюсів, і вони на однаковій відстані розподілені по окружності колектора. Щіткотримачі 16, об'єднані в бракети, встановлені на щіткових траверсах 17, що прикріплюються до підшипникового щита.

Обмотка якоря, а також інші обмотки виконуються з мідних ізолюваних проводів. Вхідні затискачі всіх обмоток зосереджені в коробці виводів 18. І тут обмотки можуть бути з'єднані одна з одною або із зовнішньою мережею.

Інтенсивне охолодження машини забезпечується вентилятором 19, закріпленим на валу; для потоку повітря передбачені жалюзі 20, а також вентиляційні канали 21 в осерді якоря. Для переміщення МПС має транспортні вушка 22.

Додатково компонування основних елементів якоря схематично подано на рис. 13.3. Щоб не ускладнювати сприйняття

конструкції, тут на поверхні осердя якоря 10 в пази вкрито всього декілька секцій обмотки якоря 12. Показано, що кінці 14 однієї секції приєднані до двох сусідніх колекторних пластин через відводи від них, що називаються півниками — 23. Оскільки колекторні пластини 11 ізолювані одна від одної, то й кінці секції розімкнені.

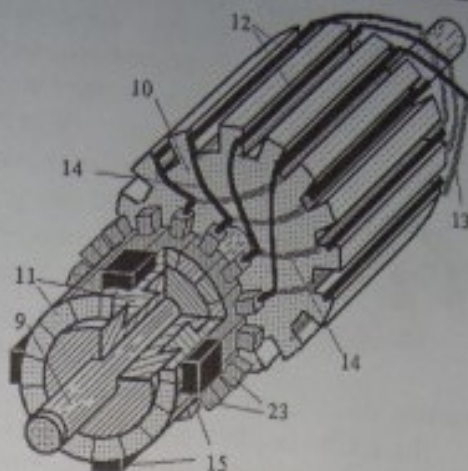


Рис. 13.3

Початок кожної чергової секції з'єднано з кінцем попередньої секції і з відповідною колекторною пластиною. Таким чином секції створюють єдине кільцеве послідовне коло, назване обмоткою якоря. Із зовнішнім електричним колом обмотка якоря з'єднується через колектор і щітки 15, що примикають до його поверхні.

Щітки нерухомі, колектор обертається разом із якорем — так ними створюються ковзні електричні контакти. Для оптимального співвідношення електричних і механічних властивостей ковзного контакту колекторні пластини виконують із міді з полірованою поверхнею, електрографітовані щітки — у вигляді пресованих брикетиків із мідно-графітового порошку.

Щітка з елементами її кріплення окремо показана на рис. 13.4, де 1 — щіткотримач, 2 — щітка, 3 — пружина, 4 — натискний палець, 5 — провідниковий канатик, 6 — кабельний наконечник.

Один елемент колектора зображено на рис. 13.5, де 1 — колекторна пластина, 2 — півник, 3 — заклепка.

Щітко-колекторний вузол МПС — її найменш надійна частина, оскільки в ньому можливе іскріння, яке в

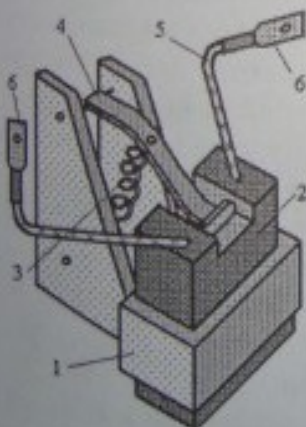


Рис. 13.4

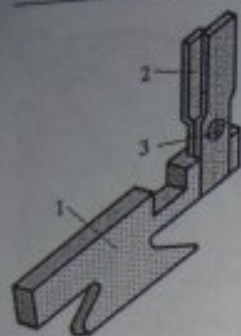


Рис. 13.5

сукупності зі шкідливим впливом навколишнього середовища призводить до ерозії поверхні колектора і погіршення властивостей ковзного контакту.

Якщо обмотки МПС утворюють електричні кола, то феромагнітні станина, осердя головних полюсів і осердя якоря утворюють головне магнітне коло — магнітопровід. Магнітопровід проводить і підсилює основний магнітний потік машини, що створюється обмоткою збудження, котушки якої, як вже показано, розта-

шовані на головних полюсах.

Додаткові полюси і їхня обмотка відіграють специфічну роль, не пов'язану з реалізацією принципу дії МПС. Ця роль, у загальних рисах, спрямована на розв'язання так званої проблеми комутації МПС, зовнішнім негативним проявом якої є згадане вже іскріння в ковзному контакті між щітками і колектором. У МПС середньої і великої потужності з тією ж метою застосовують ще так звану *компенсаційну обмотку*, яка розташовується в пазах, зроблених у наконечниках осердь головних полюсів. Обмотки компенсаційна і додаткових полюсів вмикаються послідовно в електричне коло обмотки якоря.

13.3. Основи принципу дії МПС

13.3.1. Модель МПС

І в генераторному, і в двигунному режимах роботи МПС її принцип дії і супутні характеристики визначаються двома основними величинами: *ЕРС*, що індукується в обмотці якоря і *обертальним електромагнітним моментом*, який виникає в якорі. Тому попередньо розглянемо ці величини, кожен окремо, а потім вже перейдемо до принципу дії МПС в конкретних режимах.

Для ілюстрацій скористаємося двохополюсною моделлю МПС (кількість пар полюсів $p = 1$), що показана на рис. 13.6, де 1 — осердя якоря, 2 — провідники обмотки якоря; 3 — станина; 4 — осердя головних полюсів; 5 — провідники обмотки збудження; 6 — щітки; 7 — колектор (на передньому плані).

У будь-яких режимах роботи МПС для створення в її якорі ЕРС і електромагнітного моменту необхідно мати магнітне поле,

що пронизує якір. Таке магнітне поле створюється обмоткою збудження, котушки якої розташовуються на осердді головних полюсів. По цій обмотці пропускається постійний струм збудження I_z з узгодженням його напрямком у всіх котушках головних полюсів, як показано на рис. 13.6 і раніше на рис. 12.6, а і 12.7. У результаті обмотка збудження створює основний магнітний потік Φ , контури замикання якого по магнітопроводу МПС на рис. 13.6 проведені пунктиром.



Рис. 13.6

Для розуміння принципу дії МПС важливим є уявлення єдиної структури обмотки якоря, колектора і щіток, за допомогою яких утворюється електричне коло якоря. Для моделі МПС, зображеної на рис. 13.6, ця структура представлена на рис. 13.7 і рис. 13.8.

На рис. 13.7, а показана одна секція обмотки якоря і на ній виділені прямолінійні активні частини провідників довжиною l_a . На рис. 13.7, б проілюстровано, як активні частини провідників, що лежать в пазах осердя якоря, з'єднуються в секції і як ці секції приєднані до колекторних пластин. Щоб не ускладнювати зображення, це показано на прикладі чотирьох секцій (С1, С4, С7 і С10) з дванадцяти, що складають повний набір для даної моделі МПС. Так контур секції С1 починається з колекторної пластини К1, проходить по провіднику у верхньому шарі паза П1, за допомогою лобової частини переходить у провідник нижнього шару паза П7 і

завершується на колекторній пластині К2. Повністю реальна форма секції С1 показана на рис. 13.7, а.

Аналогічно створюються і решта одинадцять секцій. Так, наприклад, секції С4, С7 і С10 на рис. 13.7, б

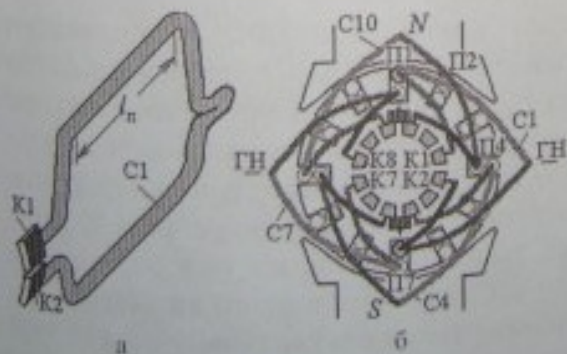


Рис. 13.7

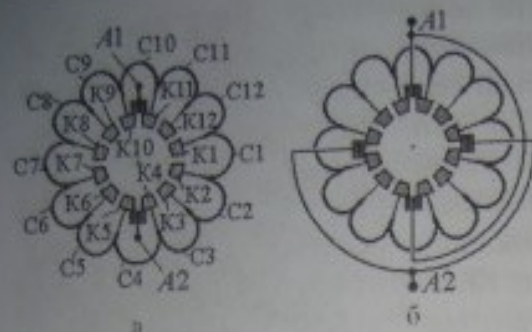


Рис. 13.8

повторюють структуру секції С1, тільки повернуті на 90° , 180° і 270° відносно неї. Відзначимо, що сторони секцій С1 і С7 знаходяться під різноіменними (N і S) головними полюсами, сторони секцій С4 і С10 — на геометричній нейтралі ГН між полюсами, де магнітне

поле на поверхні осердя якоря практично відсутнє. При обертанні якоря всі секції по чергово попадають як у ці позиції, так і у всі проміжні.

Важливо, що щітки завжди контактують з колекторними пластинами, до яких приєднані секції, що розташовуються в даний момент на геометричній нейтралі.

Повне електричне коло якоря подано на рис. 13.8, а, де показані всі секції С1-С12 у вигляді умовних дугоподібних елементів, а також показані колекторні пластини і щітки. Електричне коло якоря від затискача А1 на одній зі щіток до затискача А2 на іншій щітці створює дві паралельні вітки, що проходять по відповідним секціям обмотки якоря. Якщо б машина була чотириполюсною ($p = 2$, як на рис. 13.2), то відповідно на колекторі були б розташовані чотири щітки і в обмотці якоря створювалися би чотири паралельні вітки, що проілюстровано на рис. 13.8, б.

13.3.2. ЕРС в обмотці якоря МПС

Для пояснення принципу виникнення ЕРС скористаємося спрощеною двохполюсною моделлю МПС, зображеною на рис. 13.9, де на відміну від рис. 13.6 провідники обмотки якоря розподілені по його поверхні і розташовані в пазах в один шар.

Для збудження ЕРС в обмотці якоря необхідно забезпечити дві умови: 1) створити магнітне поле, що пронизує якір; 2) привести якір до руху. Перше забезпечується, як уже розглянуто, обмоткою збудження, а для забезпечення другого вважаємо, що якір обертається з частотою обертання n в указаному на рис. 13.9 напрямку.



Рис. 13.9

180°). І якщо в даний момент одна половина секції знаходиться під полюсом N , то друга — під полюсом S (рис. 13.9). Лінійні швидкості V провідників секції спрямовані по дотичній до окружності. І ці провідники знаходяться в магнітному полі з магнітною індукцією B , що направлена відносно V під кутом $\alpha = 90^\circ$.

Відповідно до закону електромагнітної індукції (В.12) у провідниках секції індукуються ЕРС

$$e = VBl_n \sin \alpha \approx VBl_n \sin 90^\circ = VBl_n, \quad (13.1)$$

напрямки яких підпорядковані правилу правої руки (див. рис. В.8).

У контурі секції ЕРС двох провідників додаються (рис. 13.10) і для всієї секції ЕРС:

$$e_a = 2e = 2VBl_n = \frac{pn\Phi}{15}, \quad (13.2)$$

де враховано, що лінійна швидкість на діаметрі якоря D_a при частоті обертання n в [об/хв] складає

$$V = \frac{n\pi D_a}{60}, \quad (13.3)$$

а на поверхні якоря, що має під одним полюсом площу S_n , середнє значення магнітної індукції

$$B = \frac{\Phi}{S_n} = \frac{\Phi}{\pi D_a l_n} = \frac{2p\Phi}{\pi D_a l_n} \quad (13.4)$$

Секції створюють електричне коло обмотки якоря, умовно показане на рис. 13.11 (це вже подавалося на рис. 13.8, а).

Розглянемо одну із секцій обмотки якоря. Перерізи двох її сторін на рис. 13.9 виділені більш жирно, а окремо вона зображена на рис. 13.10.

У двохполюсній МПС прямолінійні частини секції довжиною l_n повинні розташовуватися в діаметрально протилежних пазах (по окружності зміщення приблизно на 180°, хоча реально секції звичайно виконують укороченими, тобто роблять крок по пазах меншим за

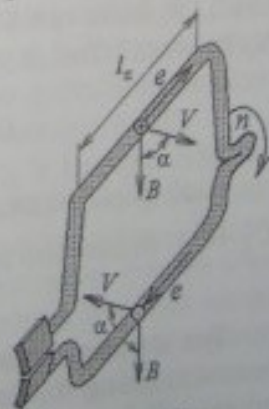


Рис. 13.10

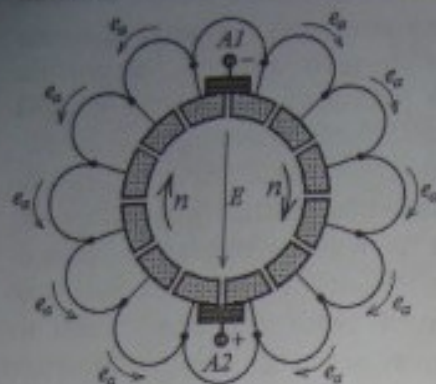


Рис. 13.11

колектор із секціями обертається, то, після проходження пари його пластин через щітку, ЕРС e_a в секції, приєднаній до цих пластин, змінює напрямок.

Розташування щіток на колекторі (рис. 13.11), дозволяє отримати найбільшу суму ЕРС секцій. Тоді від однієї щітки до іншої обмотка якоря, що має загальну кількість секцій N_c , створює дві паралельні вітки. У кожній з них кількість секцій з ЕРС e_a завжди приблизно однакова, і сумарна ЕРС в кожній паралельній вітці

$$E = \frac{N_c}{2} e_a. \quad (13.5)$$

Ця ЕРС є практично постійною і вона прикладена до пари щіток і їхніх електричних виводів $A1$ «-» і $A2$ «+».

Якщо, в загальному випадку, МПС має p пар полюсів, то по колектору розташовані p пар щіток, що було проілюстровано на рис. 13.8. Між сусідніми різнополярними щітками є приблизно $N_c/2p$ секцій. Тоді, з урахуванням (13.2), ЕРС обмотки якоря

$$E = \frac{N_c}{2p} e_a = \frac{N_c}{2p} \cdot \frac{pn\Phi}{15} = \frac{n\Phi N_c}{30}. \quad (13.6)$$

У цій формулі введемо конструктивну постійну машини для ЕРС $C_E = \frac{N_c}{30}$ і отримуємо зручну для практичного використання формулу

$$E = C_E n \Phi. \quad (13.7)$$

Тут очевидно виявляється роль магнітного поля головних полюсів (потік Φ) і обертання якоря (частота обертання n). Саме ці дві величини можуть змінюватися в процесі роботи МПС.

13.3.3. Обертальний електромагнітний момент

Для ілюстрацій скористасмося двохолюсною моделлю МПС, зображеною на рис. 13.12 і яка відповідає рис. 13.9 і рис. 13.6.

Для отримання електромагнітного моменту якоря необхідно забезпечити дві умови: 1) створити магнітне поле, що пронизує якір (це вже розглянуто в підрозд. 13.3.1 і 13.3.2); 2) забезпечити проходження струму по провідниках обмотки якоря (докладніше про виникнення цього струму – при розгляді режимів роботи МПС).

Отже, нехай по секціях обмотки якоря проходить струм i_a в напрямку, що показаний на рис. 13.12, а також на рис. 13.13 для окремої секції. Боки секцій знаходяться в магнітному полі головних полюсів із середнім значенням магнітної індукції B (13.4).

У відповідності з законом Ампера (В.14) на провідники секції діють сили (рис. 13.13)

$$F_A = B i_a l_n \sin \beta, \quad (13.8)$$

де β – кут між напрямками B і i_a , причому $\beta \approx 90^\circ$ і $\sin \beta = 1$.

Напрямки сил відповідають правилу лівої руки (див. рис. В.9) і вони, діючи узгоджено, створюють обертальний електромагнітний момент секції

$$m_{EM} = F_A D_a. \quad (13.9)$$

Напрямки i_a , B і F_A , показані на рис. 13.13, подані і на рис. 13.12, де боки даної секції лежать в діаметрально протилежних пазах під різноіменними полюсами N і S .

Розподіл струмів i_a в секціях обмотки якоря подано на рис. 13.14 з використанням спрощеної моделі обмотки якоря і колектора, на якому розташовані щітки. Очевидно, що сумарний струм обмотки якоря I_a , проходячи по ній від електричного виводу $A1$ до виводу $A2$ на щітках, розходиться на дві паралельні вітки, тобто $i_a = I_a/2$.



Рис. 13.12

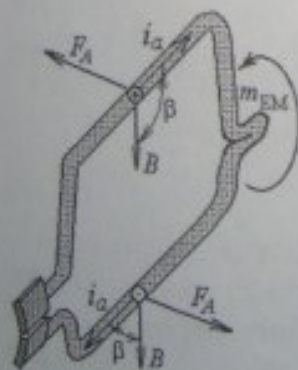


Рис. 13.13

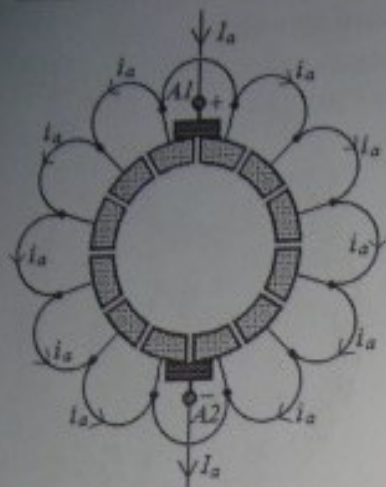


Рис. 13.14

А в загальному випадку, якщо МПС має p пар полюсів, то в ній звичайно є i пар щіток різної полярності (див. рис. 13.8). Вони розташовані по окружності колектора рівномірно і чергуються за знаком: «+» і «-». Тоді в обмотці якоря буде p пар паралельних віток і струм секцій

$$i_a = \frac{I_a}{2p}. \quad (13.10)$$

Для секцій, розташованих на рис. 13.14 з різних боків щіток (що на рис. 13.12 відповідає розподілу секцій геометричною нейтраллю ГН), і напрямом струмів різний. Якщо пара

пластин обертового колектора пройде щітку, то в секції, яка з'єднана з цією парою, струм i_a змінює напрямок. Таким чином, секції на рис. 13.14 переходять з однієї паралельної вітки в іншу – виникає їхня «комутація», або перемикання. Тому на рис. 13.12 розподіл струму i_a у провідниках стабільний: під полюсом N – в один бік, під полюсом S – в інший.

Завдяки цьому, сили Ампера всіх N_c секцій діють узгоджено і їхні моменти (13.9) в сумі створюють електромагнітний момент якоря

$$M_{EM} = m_{EM} \cdot N_c. \quad (13.11)$$

Сюди підставимо вираз (13.9), потім – (13.8), у свою чергу замість i_a – (13.10), а замість B – середнє значення магнітної індукції (13.4), тобто:

$$M_{EM} = F_A D_a N_c = B i_a l_n D_a N_c = \frac{2p\Phi}{\pi D_a l_n} \cdot \frac{I_a}{2p} \cdot l_n D_a N_c. \quad (13.12)$$

Після скорочень маємо електромагнітний момент

$$M_{EM} = \frac{N_c}{\pi} \cdot \Phi I_a. \quad (13.13)$$

Ця формула явно показує: M_{EM} створюється струмом якоря I_a і магнітним потоком Φ головних полюсів. Саме ці дві величини можуть змінюватися в процесі роботи МПС. Тому формулу (13.13) прийнято подавати у вигляді

$$M_{EM} = C_M \Phi I_a. \quad (13.14)$$

де $C_M = \frac{N_c}{\pi}$ — конструктивна постійна для моменту.

Завершуючи основи принципу дії МПС, повернімося до формули (13.6). Замінімо частоту обертання n [об/хв] кутовою швидкістю якоря $\Omega = \frac{2\pi n}{60}$ [рад/с] і отримаємо вираз $E = \frac{\Omega \Phi N_c}{\pi}$. Тоді замість формули (13.7) маємо для ЕРС обмотки якоря модифіковану формулу

$$E = C_E \Omega \Phi, \quad (13.15)$$

де конструктивна стала та ж сама, що і в формулі (13.14) для моменту, тобто тепер $C_E = C_M = \frac{N_c}{\pi}$.

Ця стала отримана для конкретного варіанта обмотки якоря (рис. 13.10, 13.11, 13.13 і 13.14), коли її секції є одновитковими, а кількість пар паралельних віток a обмотки збігається з кількістю пар полюсів p . У загальному випадку конструктивна стала в формулах (13.14) і (13.15) має вигляд:

$$C_E = C_M = \frac{pN}{2\pi a}, \quad (13.16)$$

де N — загальна кількість простих провідників обмотки якоря.

Розглянуті основи дозволяють безпосередньо перейти до основних режимів роботи МПС: генераторного і двигунного.

13.4. Генераторний режим роботи МПС

У генераторному режимі роботи МПС перетворює механічну енергію, що підводиться до вала якоря, в електричну енергію, що знімається із затискачів якірного кола. Розглянемо цей режим на прикладі найпростішої моделі МПС з кількістю полюсів $2p = 2$, зображеної на рис. 13.15.

Приводний двигун, механічно з'єднаний з валом генератора, розвиває обертальний момент M і приводить якір генератора до обертання з частотою n .

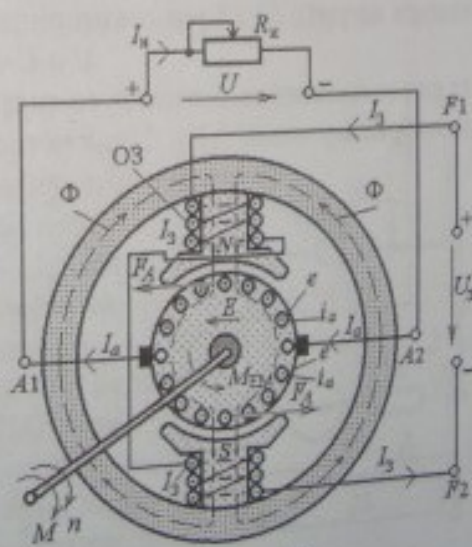


Рис. 13.15

До затискачів $F1$ і $F2$ обмотки збудження (ОЗ) прикладена постійна напруга U_3 і в ній протікає струм збудження $I_3 = \frac{U_3}{R_3}$, де R_3 — опір цієї обмотки. Напрямок I_3 в витках ОЗ показано на рис. 13.15 позначками «+» і «-». Так у генераторі створюється основний магнітний потік Φ , напрямок магнітних силових ліній визначається правилом буравчика (див. рис. 8.4).

За законом електромагнітної індукції у провідниках обмотки якоря, що перетинають при обертанні магнітні силові лінії, наводяться ЕРС e . Їхній напрямок відповідає правилу правої руки (див. рис. В.8). Сумарна ЕРС обмотки якоря $E = C_e n \Phi$, як визначено (13.7), є постійною.

Ця ЕРС прикладена до щіток, встановлених на колекторі (він показаний на рис. 13.11), і створює на затискачах якірного кола $A1$ і $A2$ напругу U . Якщо до цих затискачів підключено навантаження з опором R_n , то по провідниках обмотки якоря будуть протікати струми i_a , що створюють сумарний струм якоря I_a . Він у даному випадку є струмом навантаження, тобто $I_a = I_n$. У підсумку генератор виробляє електричну енергію з потужністю $P_T = UI_a$ і віддає її навантаженню.

Для МПС у генераторному режимі можна зобразити електричну схему заміщення (рис. 13.16). Тут у колі обмотки якоря ідеальний елемент E зображає ЕРС (13.7), елемент R_a — опір кола обмотки якоря. У відповідності з другим законом Кірхгофа для схеми за рис. 13.16 рівняння рівноваги напруг

$$U = E - I_a R_a, \quad (13.17)$$

із якого випливає, що напруга якоря U менше ЕРС E на спад напруги в якірному колі $I_a R_a$. Практично в реальних генераторах існує наступне орієнтувальне співвідношення: якщо U прийняти за 100%, то тоді на E прийдеться 105%, на $R_a I_a$ — 5%.

Коло обмотки збудження на рис. 13.16 подано одним резистивним елементом, що заміщує її опір R_3 .

Робота МПС у генераторному режимі супроводжується рядом супутніх явищ. До основних з них належить виникнення електромагнітного моменту (13.14). Дійсно, для цього моменту M_{EM} забезпечені обидві умови: струм

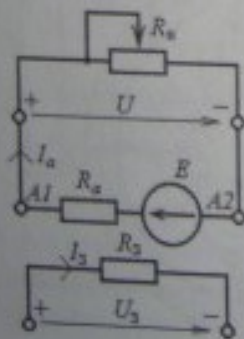


Рис. 13.16

I_a в обмотці якоря й основний магнітний потік Φ . Напрямок дії M_{EM} (рис. 13.15) відповідає напрямку сил Ампера F_A . Ці напрямки, як і на рис. 13.12 і 13.13, визначаються за правилом лівої руки (див. рис. В.9). Ураховано, що на рис. 13.15 напрямки струмів i_a в генераторі збігається з напрямком ЕРС e , як збігаються і напрямки сумарних струму I_a і ЕРС E (рис. 13.16).

Порівняння напрямків моментів на рис. 13.15 показує, що в генераторному режимі електромагнітний момент M_{EM} є гальмовим моментом по відношенню до обертового моменту M приводного двигуна. При усталеній частоті обертання, має місце співвідношення моментів

$$M = M_{EM} + \Delta M, \quad (13.18)$$

де ΔM – відносно мала втрата моменту всередині генератора.

13.5. Двигунний режим роботи МПС

У двигунному режимі роботи МПС перетворює електричну енергію постійного струму на механічну енергію, приводячи до руху різні машини і механізми. Розглянемо цей режим на прикладі найпростішої моделі МПС (рис. 13.17) з кількістю полюсів $2p = 2$.

У цьому режимі, як і в генераторному, обмотка збудження створює в МПС магнітний потік Φ , що вже показано на рис. 13.6 і 13.15.

Постійна напруга U подається на затискачі $A1$ і $A2$ і через щітки і колектор – на обмотку якоря, викликаючи в її колі сумарний струм I_a , а в окремих провідниках струми i_a (рис. 13.17), що відповідає рис. 13.14.

Взаємодія магнітного поля збудження і струмів у провідниках обмотки якоря приводить до виникнення обертового електромагнітного моменту $M_{EM} = C_M I_a \Phi$, вже визначеного формулою (13.14) і на рис. 13.12. А напрямки дії M_{EM} на рис. 13.17, як і напрямки сил Ампера F_A , відповідають правилу лівої руки (див. рис. В.9)

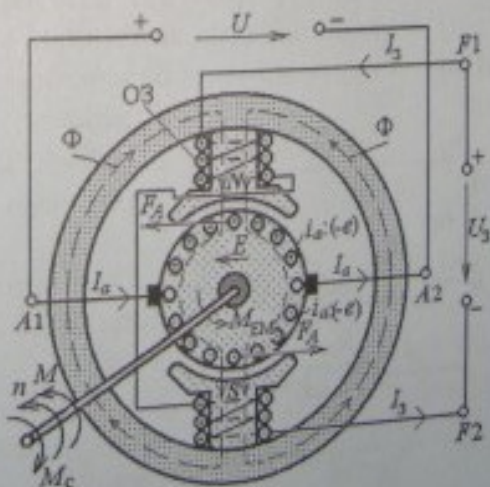


Рис. 13.17

Тепер електромагнітний момент у ДПС є рушійним і він приводить до обертання його якір і рухомі частини механізмів, що стикаються з валом якоря. Вони обертаються з частотою обертання n туди ж, куди діє M_{EM} , і з вала якоря механізм передається обертальний момент M . При усталеній частоті обертання в двигунному режимі має місце співвідношення моментів

$$M = M_{EM} - \Delta M, \quad (13.18)$$

де ΔM – те ж, що і в формулі (13.18).

З боку механічного навантаження до якоря прикладений протидіючий момент опору M_c , який у даному випадку є гальмовим: $M = M_c$.

У підсумку двигун виробляє механічну енергію з потужністю $P_D = \frac{Mn}{9,55}$ і віддає її з валу навантаженню (тут n – об/хв; M – Н·м; P_D – Вт).

Розглянутий процес приведення до руху якоря ДПС супроводжує низка явищ, основним із яких є виникнення ЕРС в обмотці якоря. Для цієї ЕРС забезпечені обидві умови: магнітний потік збудження Φ і обертання з частотою n , а відповідна формула ЕРС (13.7) для обмотки якоря вже визначена раніше.

Для виявлення ролі ЕРС на рис. 13.17 за правилом правої руки (див. рис. В.8) визначається напрямок ЕРС e у провідниках, як це робилося на рис. 13.9 і 13.10. Очевидно, що на рис. 13.17 у провідниках ЕРС e спрямовані скрізь проти струмів i_a . Тому і результуюча ЕРС E діє проти струму I_a і напруги U і її називають «проти-ЕРС».

Електрична схема заміщення кола обмотки якоря для МПС у двигунному режимі зображена на рис. 13.18. Тут суть елементів E і R_a така ж, як на рис. 13.16. У відповідності з другим законом Кірхгофа за рис. 13.18 отримуємо рівняння рівноваги напруг

$$U = E + I_a R_a, \quad (13.20)$$

звідки випливає, що напруга якоря U більше ЕРС E на спад напруги $I_a R_a$ в його колі.

У реальних двигунах існує наступне орієнтувальне співвідношення: якщо U прийняти за 100%, то вона розподілиться

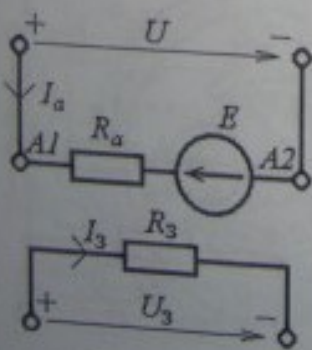


Рис. 13.18

13.6. Потужності і втрати потужності в МПС

У генераторному режимі (рис. 13.19, а) МПС споживає механічну енергію, яка поступає на вал з потужністю

$$P_{1Г} = \frac{Mn}{9,55}, \quad (13.21)$$

і віддає в мережу електричну енергію з потужністю

$$P_{2Г} = UI_a. \quad (13.22)$$

У двигунному режимі (рис. 13.19, б) МПС споживає електричну енергію із живильної мережі з потужністю

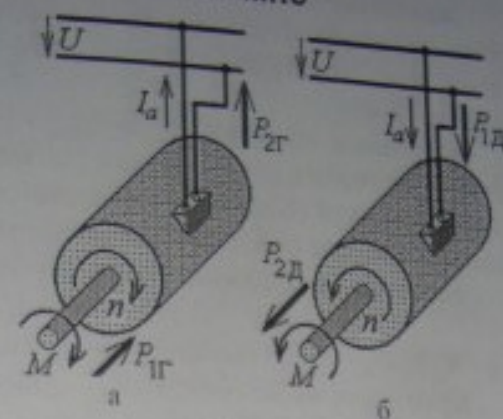


Рис. 13.19

і віддає з валу механічну енергію з потужністю

$$P_{1Д} = UI_a. \quad (13.23)$$

$$P_{2Д} = \frac{Mn}{9,55}. \quad (13.24)$$

У формулах (13.21) і (13.24) коефіцієнтом 9,55 враховується співвідношення одиниць вимірювання величин: $P_{1Г}$ і $P_{2Д}$ у Вт; M у Н·м; n в об/хв.

У генераторному і двигунному режимах існують такі співвідношення:

$$P_{2Г} = P_{1Г} - \Delta P; \quad P_{2Д} = P_{1Д} - \Delta P, \quad (13.25)$$

оскільки процес корисного перетворення енергії в МПС супроводжується втратами потужності ΔP , які, в залежності від габаритів і якості виготовлення машини, можуть складати від 5 до 35% корисної потужності $P_{2Г}$ і $P_{2Д}$ відповідно.

Природа втрат потужності ΔP і в генераторах, і в двигунах однакова, і в ці втрати входять наступні складові:

$$\text{електричні втрати в колі струму якоря} \\ P_E = P_{E\text{оя}} + P_{E\text{одп}} + P_{E\text{ещ}} = R_a I_a^2 + R_{\text{одп}} I_a^2 + 2 \Delta U_{\text{щ}} I_a, \quad (13.26)$$

де $P_{E\text{оя}}$, $P_{E\text{одп}}$, $P_{E\text{ещ}}$ — відповідно втрати, котрі виникають при проходженні струму в обмотках якоря і додаткових полюсів, що мають опори R_a і $R_{\text{одп}}$, а також у щітково-колекторних контактах, на яких виникають спади напруги $\Delta U_{\text{щ}}$ (останні складають приблизно 0,5..1 В);

магнітні втрати P_M в осерді якоря, які спричиняються його перемагнічуванням при обертанні в нерухомому магнітному полі: їхня природа відповідає розглянутому раніше за формулою (8.49);

механічні втрати $P_{\text{мех}} = P_{\text{підш}} + P_{\text{щік}} + P_{\text{вент}} + P_{\text{п}}'$, де $P_{\text{підш}}$ – втрати на тертя в підшипниках і щіток об колектор; $P_{\text{щік}}$ – щітково-колекторні втрати (споживана потужність вентилятора, який продуває повітря для охолодження машини), $P_{\text{п}}'$ – тертя об повітря;

втрати на збудження – в обмотці збудження

$$P_3 = R_3 I_3^2 = U_3 I_3, \quad (13.27)$$

де R_3, I_3, U_3 – опір обмотки збудження, її струм і напруга.

Крім того, через менш очевидних причин існують додаткові втрати потужності $P_{\text{дод}}$, які можуть складати до 0,5% від корисної потужності.

Усе перелічене і об'єднується у втрати потужності МПС

$$\Delta P = P_E + P_M + P_{\text{мех}} + P_3 + P_{\text{дод}}. \quad (13.28)$$

Енергія, що перетворюється безпосередньо в обмотці якоря, характеризується електромагнітною потужністю

$$P_{EM} = EI_a. \quad (13.29)$$

Тоді електромагнітний момент може бути визначений не тільки за формулою (13.14), але і виразом

$$M_{EM} = 9,55 \frac{P_{EM}}{n}, \quad (13.30)$$

де співвідношення одиниць вимірювань відповідає (13.21) і (13.24), тобто M_{EM} – Н·м, P_{EM} – Вт, n – об/хв.

Співвідношення корисної і витраченої потужностей в МПС, як і в інших пристроях, це коефіцієнт корисної дії (ККД). Для ГПС і ДПС він визначається виразами:

$$\eta = \frac{P_{2Г}}{P_{1Г}}; \quad \eta = \frac{P_{2Д}}{P_{1Д}}. \quad (13.31)$$

При зміні навантаження машини ККД також змінюється (приблизно як і в трансформаторах – див. рис. 9.11). У паспортних даних МПС приводяться значення корисної номінальної потужності $P_{\text{ном}}$ і значення ККД $\eta_{\text{ном}}$ при цій потужності. Для ГПС і ДПС корисні потужності – це, відповідно, $P_{2Г}$ за (13.22) і $P_{2Д}$ за (13.24). Номінальне значення ККД $\eta_{\text{ном}}$ може знаходитися в межах 0,65..0,95, причому більші значення відповідають більшим і потужнішим МПС.

13.7. Класифікація машин за способом збудження

Найважливішою класифікаційною ознакою МПС є спосіб збудження головного магнітного потоку, що проходить крізь якорь.

Збудження МПС може бути електромагнітним або від постійних магнітів.

Збудження постійними магнітами (умовне позначення МПС на рис. 13.20) застосовується відносно рідко і, головним чином, у мікромашинах. Недоліком цього способу є неможливість регулювання магнітного потоку Φ , а також відносно низькі значення магнітної індукції на поверхні осердя якоря (близько 0,3...0,5 Тл).

При електромагнітному збудженні магнітний потік створюється струмом, що проходить по обмотці збудження, яка розташована на осерді головних полюсів. Цей спосіб позбавлений вказаних недоліків, але потребує наявності цієї обмотки і витрат потужності на збудження — близько 1...5% від номінальної потужності $P_{\text{ном}}$.

Експлуатаційні і регулювальні характеристики МПС при роботі як у режимі генератора, так і в режимі двигуна залежать від способу вмикання кола збудження по відношенню до кола обмотки якоря (ОЯ). При електромагнітному збудженні можливі наступні схеми вмикання обмотки збудження (ОЗ), подані на рис. 13.21.

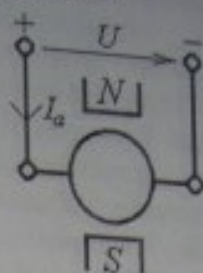


Рис. 13.20

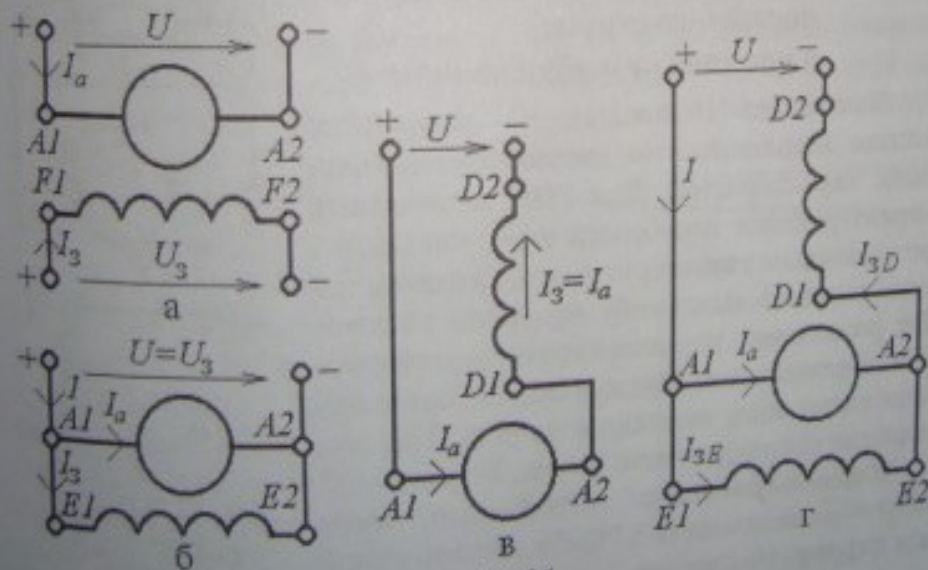


Рис. 13.21

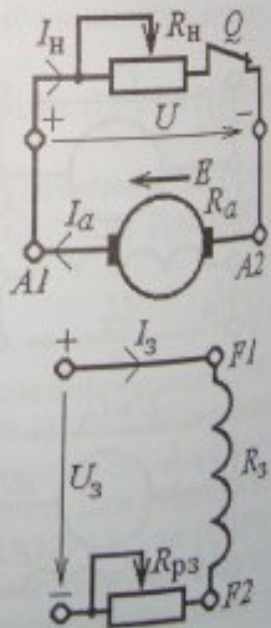
1. У машинах *незалежного збудження* (див. рис. 13.21, а) ОЗ отримує струм I_f від окремого джерела, тому I_f не залежить від напруги U на затискачах якоря машини, а магнітний потік практично не залежить від струму ОЯ I_a .
2. У машин *паралельного збудження* (рис. 13.21, б) напруга U на затискачах ОЗ і ОЯ одна і та ж з впливаючими звідси взаємозалежностями.
3. У машин *послідовного збудження* (рис. 13.21, в) повний струм ОЯ проходить по ОЗ, тому, на відміну від попередніх варіантів, вона виконана із проводів великого перерізу при меншій кількості її витків. Магнітний потік змінюється в широких межах при змінюванні струму ОЯ I_a .
4. У машинах *змішаного збудження* (рис. 13.21, г) на кожному полюсному осерді є дві котушки, одна входить в обмотку паралельного збудження, інша — послідовного збудження — це щось середнє між випадками б і в.

На рис. 13.21 використані прийняті стандартні умовні графічні позначення ОЗ і якоря, а також позначення їхніх затискачів. З метою спрощення на схемах не показана обмотка додаткових полюсів, яка в реальних машинах присутня і вмикається послідовно в електричне коло обмотки якоря.

13.8. Характеристики генератора постійного струму з незалежним збудженням

Властивості і можливості електричних машин виявляються за допомогою вивчення їхніх характеристик. Для ГПС основними є характеристика неробочого ходу, зовнішня і регульовальна характеристики. Ці характеристики залежать від способу збудження машини. Тут розглянемо характеристики на прикладі ГПС з незалежним збудженням, використовуючи схему його вмикання на рис. 13.22, яка первісно відповідає схемі на рис. 13.21, а.

Характеристика неробочого ходу $E(I_f)$ — це залежність ЕРС E в обмотці якоря від струму збудження I_f при струмі якоря



$I_a = 0$ (вимикач Q розімкнений) і постійній частоті обертання $n = n_{ном}$ ($n_{ном}$ — номінальна частота обертання якоря).

При експериментальному вимірюванні характеристики сила струму збудження I_z регулюється зміною опору реостата $R_{рз}$. ЕРС отримують вимірюванням напруги U на затискачах якоря, тому що при $I_a = 0$ із (13.17) маємо $E = U$.

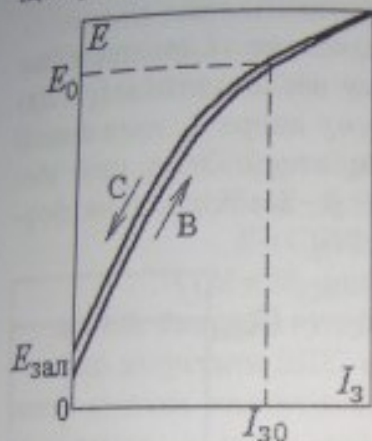


Рис. 13.23

Характер залежності $E(I_z)$ показаний на рис. 13.23 і пояснюється наступним. Оскільки за (13.7) $E = C_E \Phi n$, то залежність $E(I_z)$ визначається через залежність $\Phi(I_z)$, яка для магнітного кола МПС подібна розглянутим на рис. 8.32 магнітним характеристикам. Зі зростанням струму збудження I_z магнітний потік Φ і, відповідно, ЕРС E спочатку зростають за лінійним законом, а потім, зі збільшенням I_z , їхнє зростання сповільнюється через насичення феромагнітних ділянок магнітного кола генератора. Початкова величина ЕРС $E_{зэл}$ визначається залишковим потоком $\Phi_{зэл}$. Різниця величин ЕРС E при однакових значеннях струму збудження I_z на висхідній В і спадній С вітках характеристики обумовлена явищем гістерезису (перемагнічування).

Зовнішня характеристика $U(I_n)$ — це залежність напруги на затискачах якоря U від струму навантаження I_n при постійних значеннях струму збудження $I_z = I_{з ном}$ і частоти обертання якоря $n = n_{ном}$, рівних їхнім номінальним значенням. Зі зростанням струму якоря (при незалежному збудженні $I_n = I_a$) напруга U за (13.17) зменшується в результаті впливу наступних факторів: а) збільшення спаду напруги в якірному колі $I_a R_a$; б) розмагнічувальної дії реакції якоря (див. підрозділ 12.6), яка виявляється в зменшенні потоку Φ , і, як наслідок (див. формулу (13.7)), у зменшенні ЕРС E . Характер кривої $U(I_n)$ показано на рис. 13.24.

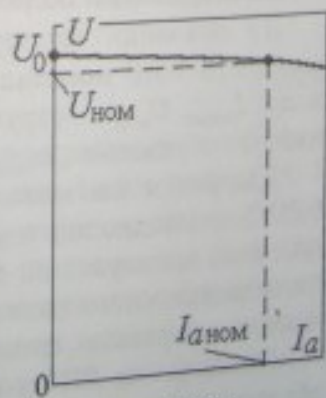


Рис. 13.24

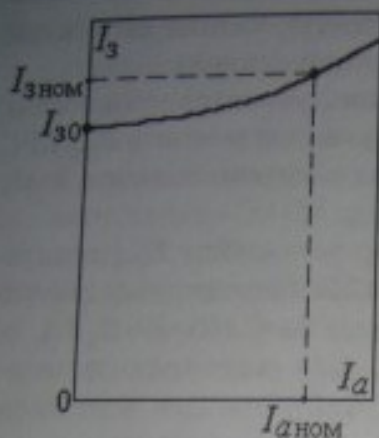


Рис. 13.25

при зростанні струму I_a синхронно збільшувати E за рахунок підвищення струму збудження I_3 (див. рис. 13.23).

Регулювання струму збудження у відповідності з кривою $I_3(I_a)$ на рис. 13.25 забезпечить ідеальну зовнішню характеристику ГПС, зображену на рис. 13.26.

Примітка: на рис. 13.23–13.26 індексом «ном» позначені номінальні значення величин, індексом «0» — значення в режимі неробочого ходу.

13.9. Робота МПС як двигуна

13.9.1. Вихідні положення

До основних експлуатаційних параметрів будь-якого ДПС належать його номінальні дані: $P_{\text{ном}}$ — корисна потужність на валу; $I_{\text{ном}}$, $U_{\text{ном}}$ — струм і напруга якоря; $I_{\text{зном}}$, $U_{\text{зном}}$ — струм і напруга збудження; $n_{\text{ном}}$ — частота обертання; $\eta_{\text{ном}}$ — ККД.

Для розуміння можливостей будь-якого двигуна, в тому числі і ДПС, необхідно вивчення різних режимів, що виникають у процесі його експлуатації: способів пуску, реагування на зміну величини механічного навантаження на валу, способів регулювання частоти обертання, способів швидкої зупинки або гальмування.

Поводження ДПС у різних режимах залежить від схеми його збудження (див. рис. 13.21). Щоб конкретизувати подальший аналіз

Регулювальна характеристика $I_3(I_a)$ (рис. 13.25) отримується при $n = n_{\text{ном}}$, $U = U_{\text{ном}} = \text{const}$ і показує, як належить змінювати струм збудження I_3 , щоб при зміні струму навантаження I_a напруга на затискачах якоря U не змінювалася.

Як витікає з рис. 13.24, при збільшенні струму навантаження I_a і відповідно струму якоря I_a , величина U прагне зменшитися. Отже, щоб зберегти $U = \text{const}$, необхідно (див. формулу (13.17))

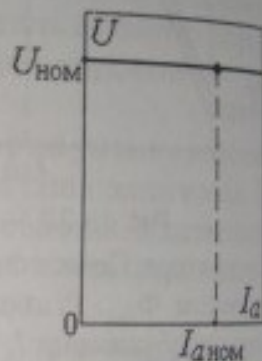


Рис. 13.26

режимів роботи ДПС, можливості його керування і його основні характеристики – розглянемо їх, використовуючи схему незалежного збудження (рис. 13.21, а). Принципова електрична схема включення такого ДПС подана на рис. 13.27.

Аналіз режимів роботи ДПС можливий на основі основних рівнянь (13.14), (13.20), (13.7) і (13.19), які наведемо тут разом:

$$M_{EM} = C_M \Phi I_a; \quad (13.32)$$

$$U = E + I_a R_a; \quad (13.33)$$

$$E = C_E n \Phi; \quad (13.34)$$

$$M = M_{EM} - \Delta M. \quad (13.35)$$

13.9.2. Способи пуску ДПС

Щоб запустити ДПС, спочатку належить подати напругу U_3 на обмотку збудження, а потім – напругу U на затискачі якірного кола (саме в такій послідовності!). Далі процес розвивається так, як це описано в підрозділі 13.5, і в результаті якір двигуна починає обертатися з деякою частотою n під дією електромагнітного моменту M_{EM} (13.32). Розвинутий обертальний момент M (13.35) зрівноважується моментом опору M_c з боку пристроїв і механізмів, що приводяться до руху (рис. 13.27).

Якщо на якір відразу подається номінальна напруга $U = U_{ном}$, то такий пуск називається прямим.

Прямий пуск ДПС спряжений із серйозними проблемами через великий пусковий струм якоря

$$I_{a\text{пуск}} = \frac{U_{ном}}{R_a}. \quad (13.36)$$

Ця формула отримана із (13.33) з урахуванням того, що в початковий момент часу частота обертання $n = 0$ і отже ЕРС E (13.34) в обмотці якоря відсутня. У зв'язку з відносно малим власним опором якірного кола R_a пусковий струм може досягнути $20 \dots 30 I_{ном}$ і в результаті двигун може зіпсуватися (виникають велике іскріння і навіть вогонь на колекторі, великі механічні і теплові перевантаження), а також неможливо не враховувати загального дестабілізуючого впливу на живильну мережу.

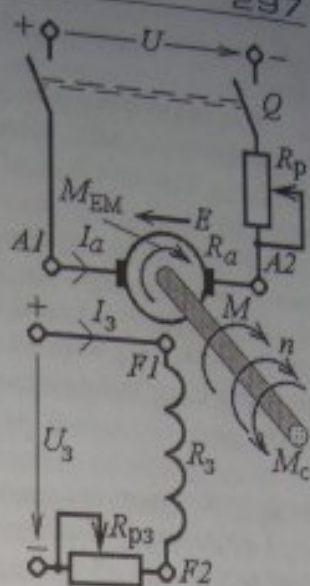


Рис. 13.27

Для вирішення проблем пуску ДПС застосовують спеціальні методи.

Реостатний пуск. Реостат з опором R_p (див. рис. 13.27) використовується для обмеження допустимого пускового струму $I_{a \text{ пуск доп}}$ до рівня $2 \dots 2,5 I_{a \text{ ном}}$ і вибирається на основі формули

$$I_{a \text{ пуск}} = \frac{U_{\text{ном}}}{(R_p + R_a)} < I_{a \text{ пуск доп}} \quad (13.37)$$

Пуск при зниженій напрузі. Для такого пуску належить мати регульовальне джерело живлення якірної кола. Його вихідна напруга $U_{\text{пуск}}$ вибирається так, щоб пусковий струм

$$I_{a \text{ пуск}} = \frac{U_{\text{пуск}}}{R_a} \quad (13.38)$$

не перевищував вказаного рівня $2 \dots 2,5 I_{a \text{ ном}}$.

І в одному, і в іншому випадках по мірі розгону ДПС і збільшення частоти обертання ЕРС в якорі зростає і тоді струм якоря

$$I_{a \text{ пуск}} = \frac{(U_{\text{пуск}} - E)}{(R_p + R_a)}, \quad (13.39)$$

виражений із симбіозу формул (13.33), (13.37) і (13.38), починає зменшуватися. Відповідно, при реостатному пуску можна зменшувати опір R_p аж до нуля, а при пуску напругою — збільшувати цю напругу аж до номінального значення $U_{\text{ном}}$.

У підсумку встановлюється певна сила струму якоря

$$I_a = \frac{(U_{\text{ном}} - E)}{R_a}, \quad (13.40)$$

яка повинна забезпечити обертальний момент M (13.35), який відповідає моменту опору M_c на валу з боку механізму.

13.9.3. Властивість саморегулювання ДПС

Під саморегулюванням двигунів розуміють їхню здатність автоматично виробляти обертальний момент M , який дорівнює протидіючому моменту M_c на його валу. Розглянемо, як це відбувається.

Нехай встановилася рівновага обертальних моментів (див. рис. 13.27). Тоді двигун працює в сталому режимі: частота його обертання постійна, тобто $n_{\text{ном}} = \text{const}$. Обертальний момент, що роз-

Нехай момент опору змінився — зріс і став більше обертального моменту: $M < M_c$. При цьому частота обертання якоря n буде зменшуватися, отже зменшиться ЕРС E в обмотці якоря (13.34), а його струм I_a (13.40) зросте. Автоматично збільшиться електромагнітний момент (13.32) і обертальний момент на валу (13.35). Цей процес буде продовжуватись до того часу, поки знову не зрівняються обертальний момент з моментом опору, але вже на більш високому рівні: $M' = M'_c$. Частота обертання якоря знову стане усталеною, але вже на дещо нижчому рівні $n_{\text{квн}} < n_{\text{ном}}$. Двигун знову буде працювати в сталому режимі.

Таким чином очевидно, що саморегулювання ДПС відбувається за рахунок автоматичної зміни струму якоря і частоти обертання, зв'язок між якими показує наступна характеристика.

13.9.4. Електромеханічна (швидкісна) характеристика ДПС

Залежність частоти обертання від струму якоря $n(I_a)$ при зміні навантаження на валу ДПС і за умови $U = U_{\text{ном}}$, $I_z = I_{z\text{ном}}$ називається *електромеханічною (швидкісною) характеристикою*. Отримуємо вираз цієї залежності із сукупності формул (13.33) і (13.34). Конкретно, із (13.34) виразимо n і в результат підставимо вираз ЕРС E із (13.33). У підсумку вихідна залежність має вигляд

$$n = \frac{U - I_a R_a}{C_E \Phi}, \quad (13.41)$$

що графічно відповідає для $n(I_a)$ спадній прямій лінії.

Реальна ж електромеханічна характеристика дещо відрізняється від прямої лінії і має типовий вигляд, поданий на рис. 13.28. Тут поряд із точкою номінального режиму «НОМ» позначені точки реального неробочого ходу (НХ) ($n = n_{\text{нх}}$; $I_a = I_{a\text{нх}}$) й ідеального неробочого ходу (ІНХ) ($n = n_0$; $I_a = 0$).

У відповідності з формулою (13.41) вигляд електромеханічної характеристики пояснюється впливом двох факторів: зміною спаду напруги $I_a R_a$, а також зміною потоку Φ через реакцію якоря (потік зменшується при

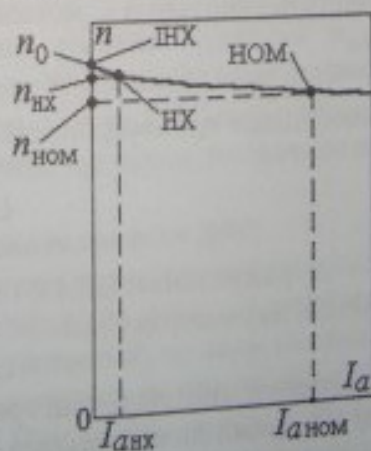


Рис. 13.28

збільшенні струму якоря). Перший фактор явно переважає і характеристика виявляється «спадною».

Можливості регулювання частоти обертання ДПС очевидні з формули (13.41). Керування можна здійснювати за допомогою наступних факторів (див. рис. 13.27): зміною магнітного потоку Φ , що досягається регулюванням струму збудження I_f ; зміною напруги U , підведеної до обмотки якоря; зміною опору R_p регулювального реостата в колі обмотки якоря, який у формулі (13.41) буде додаватися до R_a .

Проте ці можливості регулювання частоти обертання більш конкретно виявляє наступна характеристика ДПС.

13.9.5. Механічна характеристика ДПС

Найбільш важливою для ДПС є механічна характеристика $n(M)$, яка показує залежність частоти обертання якоря від обертового моменту на валу за умови $U = \text{const}$ і $I_f = \text{const}$.

Щоб отримати явний вираз механічної характеристики, приймемо для спрощення в (13.35) $M = M_{EM}$ і об'єднаємо формули (13.41) і (13.32). Тоді отримаємо формулу механічної характеристики:

$$n = \frac{U}{C_E \Phi} - \frac{R_a}{C_E C_M \Phi^2} M, \quad (13.42)$$

де обертовий момент M вважається незалежною змінною – він повинен встановлюватись автоматично рівним моменту опору на валу, який створюється механізмом, що приводиться до руху.

Для складових частин формули (13.42) введемо позначення: частота обертання в режимі ідеального неробочого ходу

$$n_0 = \frac{U}{(C_E \Phi)}; \quad (13.43)$$

коефіцієнт пропорційності

$$C = \frac{R_a}{(C_E C_M \Phi^2)}. \quad (13.44)$$

З урахуванням (13.43) і (13.44) із (13.42) отримуємо вираз механічної характеристики

$$n = n_0 - CM, \quad (13.45)$$

як прямої лінії, типовий графік якої зображено на рис. 13.29. При $M = 0$ пряма починається з точки $n = n_0$, а кут її нахилу α безпосередньо пов'язаний із коефіцієнтом пропорційності C .

На відміну від «теоретичної», реальна механічна характеристика дещо відрізняється від прямої лінії (як і швидкісна характеристика), оскільки магнітний потік дещо змінюється через реакцію якоря.

За умов $U = U_{\text{ном}}$, $I_a = I_{a \text{ ном}}$ і $R_p = 0$ (див. рис. 13.27) механічна характеристика, що виражається формулами (13.42) і (13.45) і подана рис. 13.29, називається *природною*. У ДПС незалежного збудження при зміні обертового моменту M частота обертання n змінюється відносно мало; така характеристика вважається *жорсткою*.

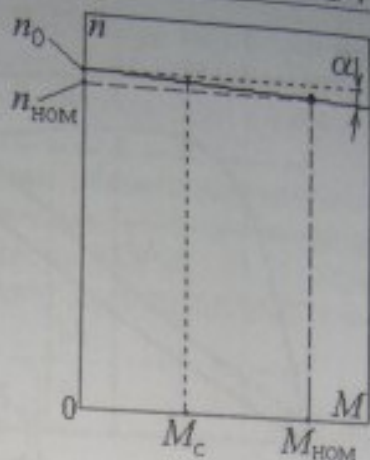


Рис. 13.29

Якщо у схемі на рис. 13.27 і відповідно у формулі (13.42) прийняти інші значення U , I_a і R_p , тобто застосувати керуючу дію, то отримані залежності $n(M)$ являтимуть собою сім'ю *штучних механічних характеристик*. І якщо за якою-небудь із цих характеристик при зміні обертового моменту частота обертання змінюватиметься значно сильніше, ніж на рис. 13.29, то така характеристика буде належати до *м'яких характеристик*.

Механічна характеристика за суттю виражає потенційні можливості двигуна: він може працювати при таких комбінаціях M і n , яким відповідають певні точки на її графіку. Так, наприклад, якщо на валу двигуна обертовий момент дорівнює номінальному значенню $M_{\text{ном}}$, то і частота обертання матиме значення $n_{\text{ном}}$ (рис. 13.29). Якщо ж обертовий момент M відповідатиме іншому значенню моменту опору M_c на валу, то роботу ДПС виражатиме інша точка на механічній характеристиці, що також позначено на рис. 13.29.

13.9.6. Експлуатаційні (робочі) характеристики ДПС

Під *експлуатаційними характеристиками*, які називаються ще *робочими характеристиками*, розуміють залежності величин, супутних роботі ДПС, від корисної потужності P_2 на валу. Остання є механічною потужністю $P_{2д}$ (13.24) і змінюється при зміні механічного навантаження на валу ДПС. При цьому припускається, що під

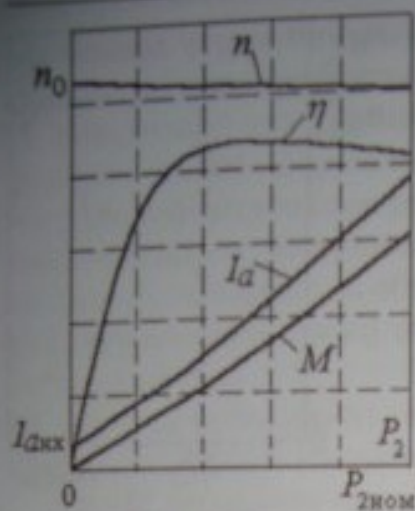


Рис. 13.30

($U = U_{ном}$) і струм збудження ($I_f = I_{f, ном}$), а також буде відсутнім додатковий опір у колі якоря ($R_p = 0$).

Типові експлуатаційні характеристики ДПС з незалежним збудженням (див. рис. 13.27) подані на рис. 13.30 в діапазоні зміни навантаження ДПС від неробочого ходу ($P_2 = 0$) до номінального ($P_2 = P_{2, ном}$). Прокоментуємо їх.

1. Графік частоти обертання n починається зі значення n_0 , що відповідає режимові неробочого ходу, а при збільшенні потужності P_2 величина n дещо зменшується, так, як і при збільшенні обертального моменту M на валу (див. рис. 13.29).
2. Обертальний момент M у відповідності з (13.24) прямопропорційний потужності P_2 , а загин графіка $M(P_2)$ угору пояснюється тим, що у вказаній формулі зі зростанням P_2 величина n дещо зменшується, як це представлено в пункті 1 і на рис. 13.30.
3. Струм якоря I_a в режимі неробочого ходу має значення $I_{зкх}$ необхідне для створення електромагнітного моменту, що переборює момент опору ΔM (13.19) від сил тертя. Далі, зі зростанням потужності, струм якоря I_a збільшується майже так само, як і обертальний момент M , що пояснюється сукупністю формул (13.32) і (13.34).
4. Графік ККД $\eta(P_2)$, значення якого завжди менше 1, пояснюється сукупністю формул (13.25)-(13.31). У принципі цей типовий графік схожий і на графік для ККД трансформатора (див. рис. 9.8).

13.9.7. Способи регулювання частоти обертання ДПС

Вираз механічної характеристики (13.42) показує, якими способами можна керувати роботою ДПС. Ці способи вже перелічені в підрозділі 13.9.4 і далі використаємо їх для пояснення способів регулювання частоти обертання якоря ДПС і відповідно частини механізму, що приводиться до руху. При аналізі цих способів слід розуміти, що обертальний момент M у формулі (13.42) є

незалежно від двигуна змінною. Ця величина виробляється двигуном у відповідності з моментом опору M_c на валу, який створюється механізмом, що вже розглянуто в підрозділі 13.9.3 як властивість саморегулювання.

1. **Реостатне регулювання частоти обертання** здійснюється за допомогою зміни опору R_p регульовального реостата, який вмикається послідовно в коло обмотки якоря (див. рис. 13.27). При цьому вихідна формула (13.42) механічної характеристики приводиться до вигляду

$$n = \frac{U}{C_E \Phi} - \frac{R_a + R_p}{C_E C_M \Phi^2} M. \quad (13.46)$$

Очевидно, що якщо опір реостата R_p збільшиться, то частота обертання n зменшиться і навпаки. При цьому маємо на увазі, що напруга якоря U і магнітний потік збудження Φ не змінюються.

Зміни, що відбуваються з механічною характеристикою при введенні R_p , показані на рис. 13.31. Для порівняння вихідною тут є природна механічна характеристика при $R_p = 0$, яка відповідає рис. 13.29. Штучні механічні характеристики, наприклад, при $R_p = 5R_a$ і $R_p = 10R_a$ починаються з тієї ж точки $n = n_0$, оскільки n_0 (13.43) не залежить від R_p . Але їхній кут нахилу α виявляється пропорційно більшим, тому що тепер коефіцієнт C замість виразу (13.44) для формули (13.46) має вигляд

$$C = \frac{(R_a + R_p)}{(C_E C_M \Phi^2)} \quad (13.47)$$

і збільшиться у порівнянні з (13.44) в 6 і 11 разів, відповідно.

Припустимо, що регулювання відбувається при $M = M_{ном}$. Тоді на рис. 13.31 робоча точка 1 переміститься в точку 2, а потім в точку 3 з відповідними зменшеннями частоти обертання. Якщо регулювання відбувається при $M = M_c$, то отримуються відповідні переміщення робочої точки і зміни частоти обертання, також подані на рис. 13.31

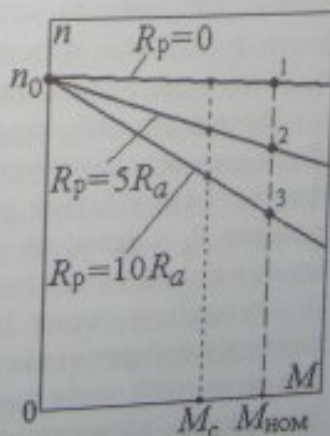


рис. 13.31

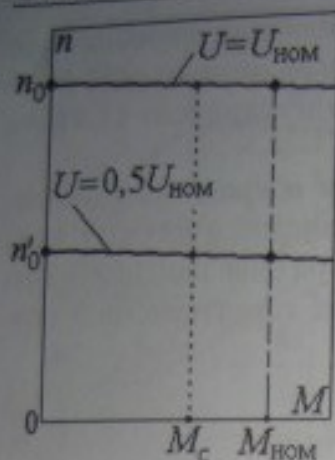


Рис. 13.32

показані на рис. 13.32. Для порівняння тут знову вихідною є природна механічна характеристика при $U = U_{\text{ном}}$, яка вже представлена на рис. 13.29. Штучна механічна характеристика, наприклад, при $U = 0,5U_{\text{ном}}$, починається з точки $n'_0 = 0,5n_0$, тому що величина n_0 (13.43) пропорційна U . Кут нахилу α штучної характеристики такий, як і у природній, адже коефіцієнт C (13.44) не залежить від U .

Як і раніше на рис. 13.31, на рис. 13.32 показано переміщення робочих точок, якщо регулювання напругою відбувається при $M = M_{\text{ном}}$ або при $M = M_c$.

3. Полюсне регулювання частоти обертання — це регулювання за допомогою зміни магнітного потоку Φ , що створюється головними полюсами. Цей потік, у свою чергу, змінюють за допомогою регулювання струму збудження, змінюючи опір $R_{\text{рз}}$ реостата в колі обмотки збудження або змінюючи напругу U_z , що подається на цю обмотку (див. рис. 13.27).

Проаналізуємо, що відбувається при зміні магнітного потоку Φ , за допомогою побудови механічних характеристик на підставі формули (13.42). При цьому мається на увазі, що регульовальний реостат R_p у схемі на рис. 13.27 відсутній і напруга U не змінюється на затискачах якоря.

За вихідну на рис. 13.33 взяли вже відому (див. рис. 13.29) природну механічну характеристику при $\Phi = \Phi_{\text{ном}}$. Тепер припустимо, що магнітний потік зменшили до $\Phi = 0,5\Phi_{\text{ном}}$. Відповідна штучна механічна характеристика (рис. 13.33) починається з точки $n'_0 = 2n_0$, оскільки величина n_0 (13.43) оберненопропорційна Φ . Кут

2. Регулювання частоти обертання зміною напруги на якорі можливо, якщо напруга U (див. рис. 13.27) подається від регульовального джерела живлення.

Як впливає із формули (13.42), при зменшенні напруги U частота обертання n зменшується і навпаки. При цьому мається на увазі, що регульовальний реостат R_p у схемі на рис. 13.27 відсутній і не змінюється магнітний потік збудження Φ .

Зміни, які відбуваються з механічною характеристикою при зміні напруги U ,

же нахилу α штучної характеристики збільшиться з урахуванням того, що коефіцієнт C (13.44) оберненопропорційний Φ^2 і, отже, збільшиться в 4 рази.

Як і раніше на рис. 13.31 і 13.32, на рис. 13.33 показано переміщення робочих точок, якщо полюсне регулювання відбувається при $M = M_{\text{ном}}$ або при $M = M_c$. Тепер очевидно, що зі зменшенням струму збудження I_z і магнітного потоку Φ частота обертання n зростає.

Належить додати, що при заданому обертальному моменті зменшення струму збудження I_z і магнітного потоку Φ автоматично веде до зростання струму якоря I_a , що випливає із формули (13.32) і підтверджується властивістю саморегулювання ДПС.

Підсумовуючи способи регулювання, відзначимо наступне.

Реально опір R_p , напругу U та струм збудження I_z можна змінювати плавно і в широких межах, тому і частота обертання може змінюватися плавно і в широкому діапазоні. Але штучні механічні характеристики при введенні R_p виявляються нижчими за природну механічну характеристику, на якій знаходиться точка $n = n_{\text{ном}}$. Тому розглянутий спосіб регулювання частоти обертання характеризують як «униз від номіналу», як і регулювання за допомогою напруги, тому що перевищувати номінальну напругу не дозволяється, зважаючи на можливі серйозні проблеми для ДПС. Проте струм збудження I_z підвищити більше номінального значення проблематично, та і магнітний потік зменшити простіше, ніж збільшити, через насичення феромагнітного магнітопроводу МПС (останнє ілюструє типові характеристики магнітних кіл на рис. 8.32). Тому останній спосіб відповідає регулюванню частоти обертання «вгору від номіналу».

Належить пам'ятати, що надмірне підвищення частоти обертання може призвести до руйнування якоря через зростання відцентрових сил.

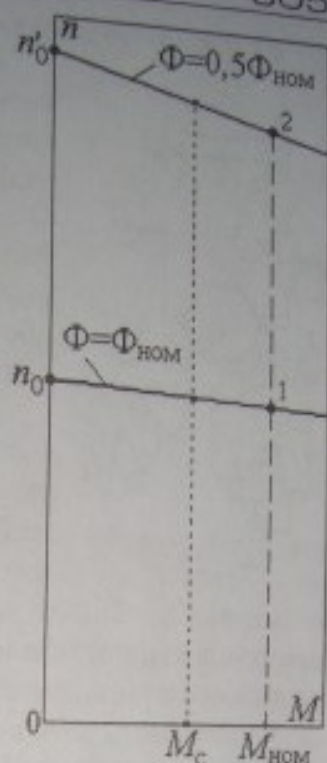


Рис. 13.33

13.9.8. Способи електричного гальмування ДПС

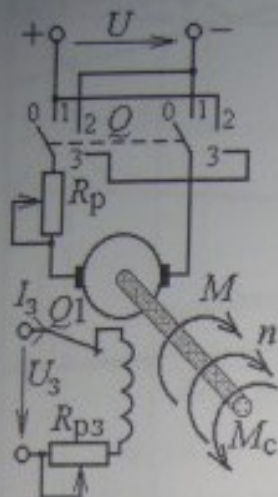


Рис. 13.34

Щоб вимкнути ДПС (рис. 13.34), необхідно спочатку перемикач Q поставити в положення 0, тим самим вимкнувши живлення якірного кола. А потім належить вимикачем $Q1$ виключити живлення обмотки збудження (тільки в такому порядку, а не навпаки!). Під дією гальмового моменту M_c з боку механізму, або просто за рахунок сил тертя частота обертання ДПС поступово зведеться до нуля.

У низці механізмів і в транспортних засобах, що приводяться до руху електродвигуном, може бути передбачений не тільки швидкий пуск, але і швидкий зупинник або зменшення частоти обертання за допомогою

гальмування. Гальмування можна здійснювати безпосередньо самою електричною машиною. Для цього двигун переводять або в режим електромагнітного гальма, або в режим генератора.

Розрізняють чотири види гальмування: 1) генераторне рекуперативне гальмування; 2) режим електромагнітного гальма; 3) гальмування противімкненням; 4) генераторне динамічне гальмування. В усіх цих випадках, як і в двигунному режимі, коло обмотки збудження повинно бути замкненим, тобто наявність магнітного потоку збудження необхідна.

Працюючи в двигунному режимі, коли перемикач Q знаходиться в положенні 1 (рис. 13.34), МПС може сама перейти в перші два види гальмування в залежності від величини і напрямку обертального моменту M_c на валу, який діє з боку механізму.

Припустимо, що МПС знаходиться в двигунному режимі і обертальний M та протидіючий M_c моменти спрямовані так, як було показано на рис. 13.27 і 13.34. Цьому режиму відповідає ділянка ab на механічній характеристиці 1 (рис. 13.35).

Якщо обертальний момент з боку механізму M_c змінить напрям (наприклад, транспортний засіб пішов під уклін), то спочатку момент двигуна M і момент з боку механізму M_c будуть діяти узгоджено, що приведе до зростання частоти обертання n . Робоча точка на механічній характеристиці 1 (рис. 13.35) пройде точку n .

зросте до рівня, коли $E > U$. Тоді, у відповідності з (13.33) і (13.40), струм якоря змінить свій напрямок, також змінить свій напрямок і стане гальмувальним електромагнітний момент (13.32). МПС із двигунного режиму перейшла в режим генераторного рекуперативного гальмування з віддачею (рекуперацією)

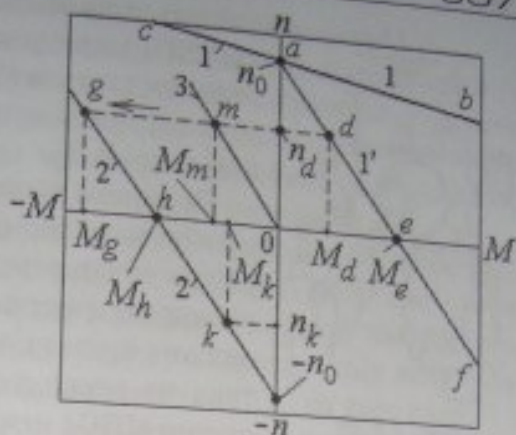


Рис. 13.35

енергії до мережі. Це застосовується, наприклад, при гальмуванні електропоїзда, що йде під уклін. Співвідношення напрямків електричних і механічних величин ілюструє рис. 13.36.

Для наступного виду гальмування припустимо, що двигун працював у точці d на механічній характеристиці $1'$, що відрізняється від попередньої відключенням в коло якоря реостата з регульовальним опором R_p . Якщо протидіючий момент продовжує зростати, то робоча точка перейде на ділянку ef , де напрямок обертання зміниться на протилежний (рис. 13.37). Тепер МПС переходить в режим електромагнітного гальма, тобто рушійним є момент M_c , що діє з боку механізму, а момент МПС стає гальмовим. Таке можливо, наприклад, у приводі підйомного крана при опусканні вантажу.

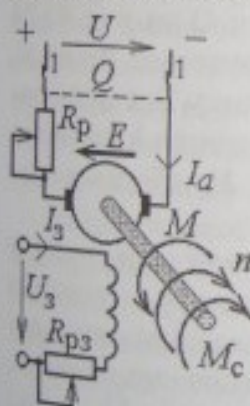


Рис. 13.36

Аналізуючи режим **протидіючого**, знову припустимо, що робота ДПС відповідає точці d (рис. 13.35) на механічній характеристиці $1'$. Перемикач Q (рис. 13.34) із положення 1 переводиться в положення 2 і на затискачах якоря напруга U змінює свою полярність. Вона тепер діє узгоджено з ЕРС і напрямок струму в колі якоря

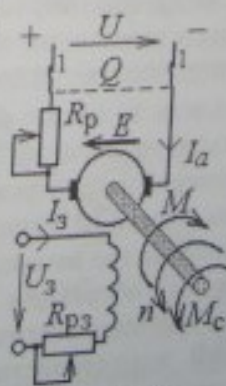


Рис. 13.37

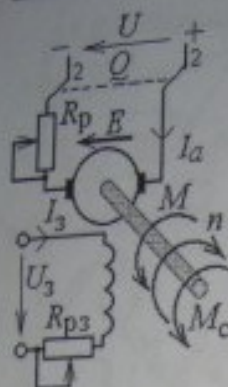


Рис. 13.38

напруги U ДПС відповідає механічна характеристика 2, симетрична характеристиці 1' (див. рис. 13.35).

Виникає ситуація, як на рис. 13.38. Тепер у точці g (див. рис. 13.35) машинний M_{EM} і протидіючий M_c моменти спрямовані проти руху – обидва є гальмовими і МПС швидко сповільнює хід. Робоча точка із g переміщується по характеристиці 2 в точку h .

Якщо в цю мить МПС вимкнути (перемикач Q на рис. 13.34 перевести в положення 0), то якір МПС стане нерухомим. Якщо ні, то якір почне обертатися в протилежному напрямку. Так здійснюється **реверс** машини. Робоча точка займе положення k на механічній характеристиці 2, відповідне значенню M_k обертового моменту опору з боку механізму.

При **генераторному динамічному гальмуванні** перемикач Q (див. рис. 13.34) із положення 1 відразу переводиться в положення 3. Якір, що обертається, відключається від мережі і він виявляється замкненим на реостат з опором R_p . Ситуацію, що виникла, ілюструє рис. 13.39, а на рис. 13.35 МПС переходить із точки d в точку m на механічній характеристиці 3. МПС опиняється в звичному генераторному режимі, який вже був поданий на рис. 13.22. Генераторний електромагнітний момент, що виникає, а також сили тертя гальмують обертання якоря, зменшуючись разом із частотою обертання. У підсумку по механічній характеристиці 3 (див. рис. 13.35) МПС «сходить» у точку 0 і її якір зупиняється.

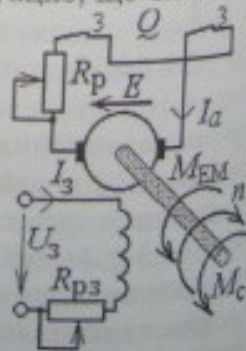


Рис. 13.39

зміниться на зворотний (збігається з напрямком ЕРС і напругою). Щоб уникнути надмірно великих струмів (13.40) в колі якоря повинен знаходитися реостат зі спеціально розрахованим опором R_p .

Зі зміною напрямку струму зміниться знак електромагнітного моменту (13.32). І із точки d робоча точка переходить в точку g на механічній характеристиці 2 (див. рис. 13.35), оскільки вихідна частота обертання n_d миттєво зміниться не може через інерційність обертових частин МПС і механізму. При зміні полярності

13.10. Особливості ДПС з послідовним збудженням

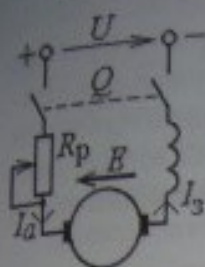


Рис. 13.40

Схема вмикання ДПС з послідовним збудженням відповідає рис. 13.21, а і зображена також на рис. 13.40 з додаванням у коло обмотки якоря, яке тут є, до того ж, колом обмотки збудження регулювального реостата з опором R_p .

Рівняння, що описують роботу цього двигуна, залишаються тими ж (13.32)–(13.35), але треба враховувати, що магнітний потік Φ змінюється разом зі зміною струму якоря I_a . Тому величина Φ , як і струм I_a , залежить від навантаження ДПС на його валу.

Механічна характеристика $n(M)$ також описується відомою формулою (13.42), але її вигляд відрізняється від представленого на рис. 13.29–13.32 для ДПС з незалежним збудженням.

Типовий вигляд природної (при $R_p = 0$) і штучної (при $R_p > 0$) механічних характеристик для ДПС з послідовним збудженням поданий на рис. 13.41. Ці характеристики відносять до м'яких, на відміну від жорсткої характеристики (див. рис. 13.29). Досить помітна зміна частоти обертання n на рис. 13.41 при збільшенні обертового моменту M пояснюється тим, що при цьому в формулі (13.42) відповідно зростає магнітний потік Φ . Конкретний розрахунок механічних характеристик вигляду рис. 13.41 подано далі в числовому прикладі.

Завдяки особливостям механічних характеристик ДПС з послідовним збудженням (рис. 13.41) його використовують як тяговий двигун на транспорті і в кранових установках, де важливим є великий пусковий момент при малих частотах обертання.

Способи пуску і регулювання частоти обертання відповідають принципам, розглянутим у підрозділах 13.9.2 і 13.9.7. Тобто тут використовується регулювання реостатне і зміною напруги на затискачах двигуна, а також зміною потоку збудження.

Зміна опору реостата R_p в колі якоря (рис. 13.40) фактично і приводить до зміни напруги U на затискачах якоря. Тому зменшення напруги U , так само як і збільшення опору реостата R_p , приводить до

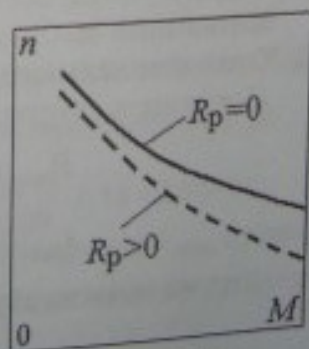


Рис. 13.41

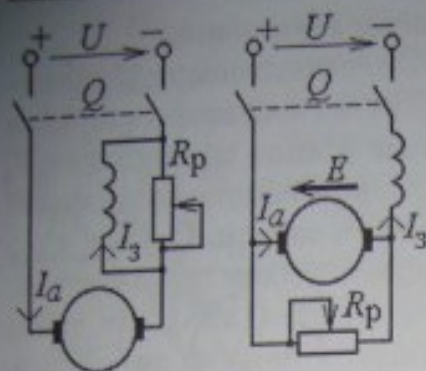


Рис. 13.42

зменшення частоти обертання якоря ДПС (і навпаки).

Регулювання частоти обертання «вгору» зміною потоку полюсів здійснюється шунтуванням обмотки збудження (рис. 13.42, а), регулювання «вниз» — шунтуванням якоря (рис. 13.42, б).

Можлива також зміна кількості витків обмотки збудження, якщо є виводи з її проміжних частин.

На закінчення зауважимо, що робочі властивості і механічні характеристики ДПС з паралельним збудженням (див. рис. 13.21, б) близькі до аналогічних властивостей і характеристик для ДПС з незалежним збудженням, що буде далі представлено в числових прикладах. Робочі властивості і механічні характеристики ДПС зі змішаним збудженням (рис. 13.21, з) є чимось середнім між аналогічними параметрами ДПС з паралельним і послідовним збудженням. Хоча в обох випадках виникають свої характерні особливості.

13.11. Приклади розрахунку параметрів і характеристик ДПС

13.11.1. Параметри і характеристики ДПС з паралельним і незалежним збудженням

Приклад 1. ДПС з паралельним збудженням (рис. 13.43) має номінальні дані: потужність $P_{2\text{ном}} = 90$ кВт; напруга $U_{\text{ном}} = 220$ В; частота обертання $n_{\text{ном}} = 1060$ об/хв; ККД $\eta_{\text{ном}} = 0,892$. Опір якорного кола $R_a = 0,03$ Ом; опір обмотки збудження $R_a = 25,6$ Ом.

Визначимо на основі заданих величин наступні параметри ДПС для номінального режиму його роботи:

Потужність і струм, що споживаються з мережі,

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{90}{0,892} = 100,9 \text{ кВт};$$

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{1\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{100,9 \cdot 10^3}{220} = 458,6 \text{ А}.$$

Струми обмотки збудження і якоря

$$I_{3\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_3} = \frac{220}{25,6} = 8,6 \text{ А};$$

$$I_{a \text{ ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{д ном}} = 458,6 - 8,6 = 450 \text{ А.}$$

Сумарні втрати потужності в ДПС

$$\Delta P_{\text{ном}} = P_{1 \text{ ном}} - P_{2 \text{ ном}} = 100,9 - 90 = 10,9 \text{ кВт.}$$

ЕРС якоря

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{a \text{ ном}} R_a =$$

$$= 220 - 450 \cdot 0,03 = 206,5 \text{ В.}$$

Електромагнітна потужність

$$P_{EM \text{ ном}} = E_{\text{ном}} I_{a \text{ ном}} = 206,5 \cdot 450 = 92925 \text{ Вт.}$$

Обертальні електромагнітний і корисний моменти

$$M_{EM \text{ ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{EM \text{ ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{92925}{1060} =$$

$$= 837,2 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{2 \text{ ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{90 \cdot 10^3}{1060} =$$

$$= 810,8 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

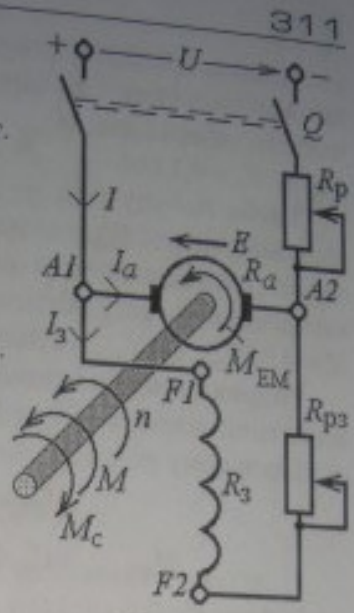


Рис. 13.43

Втрата обертального моменту в двигуні

$$\Delta M = M_{EM \text{ ном}} - M_{\text{ном}} = 26,4 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Приклад 2. ДПС з незалежним збудженням (див. рис. 13.27)

має номінальну напругу $U_{\text{ном}} = 440 \text{ В}$ і струм якоря $I_{a \text{ ном}} = 200 \text{ А}$; опір електричного кола його якоря $R_a = 0,15 \text{ Ом}$.

Визначимо опір регульовального реостата R_p , який необхідно

установити в колі якоря для обмеження пускового струму якоря до $I_{a \text{ пуск}} = 2,2 I_{a \text{ ном}}$, якщо двигун вмикається відразу на номінальну напругу $U_{\text{ном}}$, а також знайдемо вихідне значення напруги живлення $U_{\text{пуск}}$, щоб пусковий струм якоря $I_{a \text{ пуск}}$ не перевищував значення $I_{a \text{ пуск}} = 2,5 I_{a \text{ ном}}$ у разі відсутності регульовального реостата.

Розрахунок. При реостатному пуску з вихідною напругою $U_{\text{ном}}$

струм якоря $I_{a \text{ пуск}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_a + R_p} = 2,2 I_{a \text{ ном}}$. Звідси необхідний опір регульовального реостата $R_p = \frac{U_{\text{ном}}}{2,2 I_{a \text{ ном}}} - R_a = \frac{440}{2,2 \cdot 200} - 0,15 = 0,85 \text{ Ом}$.

При безреостатному пуску з пониженою напругою $U_{\text{пуск}}$ пусковий струм $I_{a \text{ пуск}} = \frac{U_{\text{пуск}}}{R_a} = 2,5 I_{a \text{ ном}}$. Звідси пускове значення напруги $U_{\text{пуск}} = 2,5 \cdot I_{a \text{ ном}} \cdot R_a = 2,5 \cdot 200 \cdot 0,15 = 75 \text{ В}$.

Приклад 3. ДПС з паралельним збудженням (див. рис. 13.43) має номінальні дані: напруга $U_{\text{ном}} = 220$ В; струм якоря $I_a_{\text{ном}} = 130$ А; частота обертання $n_{\text{ном}} = 1000$ об/хв. Опір електричного кола якоря $R_a = 0,1$ Ом.

Треба побудувати механічні характеристики $n(M)$ при номінальній нарузі $U_{\text{ном}}$: а) природну; б) штучну при вмиканні в коло якоря регулювального реостата з опором $R_p = 1$ Ом, а також **визначити** частоту обертання якоря n при обертальному моменті $M = 0,5M_{\text{ном}}$, де $M_{\text{ном}}$ — його номінальне значення.

Розрахунок. На основі формул (13.32) і (13.34) в ДПС електромагнітний момент $M_{\text{ЕМ}}$ і ЕРС якоря E , а також їхні значення в номінальному режимі

$$M_{\text{ЕМ}} = C_M \Phi I_a; \quad E = C_E \Phi n; \quad (13.48)$$

$$M_{\text{ЕМном}} = C_M \Phi_{\text{ном}} I_a_{\text{ном}}; \quad E_{\text{ном}} = C_E \Phi_{\text{ном}} n_{\text{ном}}. \quad (13.49)$$

Із формул (13.48) і (13.49) складаємо пропорції

$$\frac{M_{\text{ЕМ}}}{M_{\text{ЕМном}}} = \frac{\Phi I_a}{\Phi_{\text{ном}} I_a_{\text{ном}}}; \quad \frac{E}{E_{\text{ном}}} = \frac{\Phi n}{\Phi_{\text{ном}} n_{\text{ном}}} \quad (13.50)$$

і виражаємо струм обмотки якоря і частоту обертання якоря

$$I_a = I_a_{\text{ном}} \frac{M_{\text{ЕМ}}}{M_{\text{ЕМном}}} \cdot \frac{\Phi_{\text{ном}}}{\Phi}; \quad n = n_{\text{ном}} \frac{E}{E_{\text{ном}}} \cdot \frac{\Phi_{\text{ном}}}{\Phi}. \quad (13.51)$$

У ДПС із паралельним збудженням при незмінному значенні напруги живлення U магнітний потік Φ можна вважати незмінним навіть при зміні навантаження на валу, якщо *реакцію якоря знехтувати*. Тому при $U = U_{\text{ном}}$ буде $\Phi = \Phi_{\text{ном}}$ і формули (13.51) спрощуються до

$$I_a = I_a_{\text{ном}} \frac{M_{\text{ЕМ}}}{M_{\text{ЕМном}}}; \quad (13.52)$$

$$n = n_{\text{ном}} \frac{E}{E_{\text{ном}}}. \quad (13.53)$$

Із формули (13.33) ЕРС можна ще визначити таким чином: (13.54)

$$E = U - I_a R_a.$$

Вираз струму із (13.52) підставляємо в (13.54) і маємо при $U = U_{\text{ном}}$

$$E = U_{\text{ном}} - I_a_{\text{ном}} R_a \frac{M_{\text{ЕМ}}}{M_{\text{ЕМном}}}. \quad (13.55)$$

Підставляючи в формулу (13.53) цей вираз E , маємо базову формулу для розрахунку частоти обертання при номінальній напрузі

$$n = n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}}}{E_{\text{ном}}} - \frac{I_{\text{а ном}} n_{\text{ном}} R_{\text{а}}}{E_{\text{ном}} M_{\text{ЕМ ном}}} \cdot M_{\text{ЕМ}}. \quad (13.56)$$

Для чисельного подання цього виразу стосовно до конкретного ДПС із заданими параметрами додатково визначаються:

номінальна ЕРС

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{\text{а ном}} R_{\text{а}} = 220 - 130 \cdot 0,1 = 207 \text{ В};$$

номінальна електромагнітна потужність

$$P_{\text{ЕМ ном}} = E_{\text{ном}} I_{\text{а ном}} = 207 \cdot 130 = 26910 \text{ Вт};$$

номінальний електромагнітний момент

$$M_{\text{ЕМ ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{ЕМ ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{26910}{1000} = 257 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Тепер у формулі (13.56) визначимо її складові елементи: частота обертання якоря при ідеальному неробочому ході, тобто при $M_{\text{ЕМ}} = 0$

$$n_0 = n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}}}{E_{\text{ном}}} = 1000 \cdot \frac{220}{207} = 1063 \text{ об/хв}; \quad (13.57)$$

стала двигуна

$$C = \frac{I_{\text{а ном}} n_{\text{ном}} R_{\text{а}}}{E_{\text{ном}} M_{\text{ЕМ ном}}} = \frac{130 \cdot 1000 \cdot 0,1}{207 \cdot 257} = 0,2444 \frac{\text{об}}{\text{хв} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}. \quad (13.58)$$

Ці значення n_0 і C фактично відповідають (13.43) і (13.44), і з їхнім урахуванням замість розгорнутої формули (13.56) отримуємо за аналогією з (13.45) розрахункову формулу частоти обертання якоря

$$n = n_0 - C M_{\text{ЕМ}}. \quad (13.59)$$

Механічна характеристика двигуна $n(M)$ — це залежність частоти обертання від обертового моменту на валу. Щоб її отримати, в формулі (13.55) знехтують відносно малою величиною ΔM і вважають, що $M = M_{\text{ЕМ}}$.

У підсумку розрахунку і побудови механічних характеристик проводяться за приблизною формулою

$$n = n_0 - C M. \quad (13.60)$$

Природна механічна характеристика — це залежність $n(M)$ при $U = U_{\text{ном}}$ і $R_{\text{р}} = 0$. Її графік є прямою лінією, яку можна побудувати за двома точками: за точкою a з координатами ($M = 0; n = n_0 = 1063 \text{ об/хв}$) і точкою b з координатами ($M = M_{\text{ном}} = M_{\text{ЕМ ном}} = 257 \text{ Н} \cdot \text{м}$;

$n = n_0 - C \cdot M = 1063 - 0,2444 \cdot 257 = 1000$ об/хв) (рис. 13.44). При $M = M_{\text{ном}}$, як і передбачалося, отримали $n = n_{\text{ном}} = 1000$ об/хв.

Штучна механічна характеристика $n(M)$ при вмиканні регульовального реостата з опором $R_p = 1$ Ом і при збереженні $U = U_{\text{ном}}$ визначається тією ж формулою (13.60), але в ній змінюється значення C . А саме, вираз (13.58) змінюємо, як і (13.44) на (13.47), і маємо

$$C = \frac{I_{\text{а ном}} n_{\text{ном}} (R_{\text{в}} + R_p)}{E_{\text{ном}} M_{\text{ЕМ ном}}} = \frac{130 \cdot 1000 \cdot (0,1 + 1)}{207 \cdot 257} = 2,688 \frac{\text{об}}{\text{хв} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}$$

Штучна механічна характеристика при $R_p = 1$ Ом

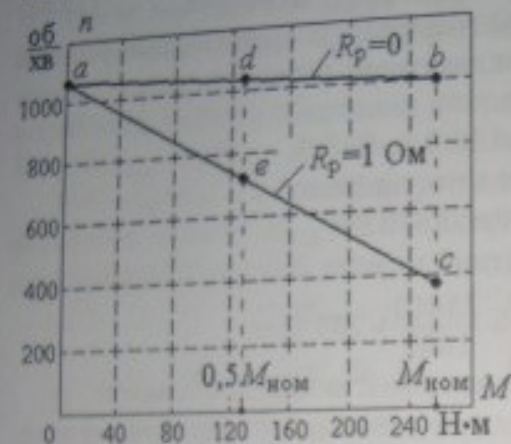


Рис. 13.44

також є прямою лінією (рис. 13.44), яка знову будується за двома точками. Вихідною знову є точка a з координатами ($M = 0$; $n = n_0 = 1063$ об/хв).

Для іншої точки c при номінальному обертальному моменті $M = M_{\text{ном}} = M_{\text{ЕМ ном}} = 257$ Н·м розрахуємо частоту обертання

$$n = n_0 - C \cdot M = 1063 - 2,688 \cdot 257 = 372 \text{ об/хв.}$$

Частоти обертання при $M = 0,5 M_{\text{ном}} = 0,5 M_{\text{ЕМ ном}} = 128,5$ Н·м визначаються загальною формулою (13.60) при відповідних значеннях коефіцієнта C : при $R_p = 0$ $n_d = 1063 - 0,2444 \cdot 128,5 = 1032$ об/хв; при $R_p = 1$ Ом $n_e = 1063 - 2,688 \cdot 128,5 = 718$ об/хв.

Такі ж результати отримуються графічно за механічними характеристиками на рис. 13.44 шляхом знаходження точок d і e при $M = 0,5 M_{\text{ном}}$.

13.11.2. Параметри і характеристики двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Приклад 4. ДПС з послідовним збудженням (див. рис. 13.40) має номінальні дані: потужність $P_{2\text{ном}} = 12$ кВт; напруга $U_{\text{ном}} = 220$ В; частота обертання $n_{\text{ном}} = 600$ об/хв; ККД $\eta = 0,83$. Опір якорного кола з урахуванням опору щіткового контакту становить $R_{\text{я}} = 0,1$ Ом.

Визначимо на цій основі для номінального режиму роботи: потужність і струм, які двигун споживає з мережі,

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{12}{0,83} = 14,46 \text{ кВт}; \quad I_{\text{ном}} = \frac{P_{1\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{14,46 \cdot 10^3}{220} = 65,7 \text{ А};$$

струм якоря $I_{a\text{ном}} = I_{\text{ном}} = 65,7 \text{ А};$

сумарні втрати потужності в двигуні

$$\Delta P_{\text{ном}} = P_{1\text{ном}} - P_{2\text{ном}} = 14,46 - 12 = 2,46 \text{ кВт};$$

ЕРС якоря

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{a\text{ном}} R_a = 220 - 65,7 \cdot 0,2 = 207 \text{ В};$$

електромагнітну потужність

$$P_{\text{ЕМном}} = E_{\text{ном}} I_{a\text{ном}} = 207 \cdot 65,7 = 13600 \text{ Вт};$$

обертальні електромагнітний і корисний моменти

$$M_{\text{ЕМном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{ЕМном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{13600}{600} = 216,5 \text{ Н·м};$$

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{12 \cdot 10^3}{600} = 191 \text{ Н·м};$$

втрату обертального моменту в двигуні

$$\Delta M = M_{\text{ЕМном}} - M_{\text{ном}} = 25,5 \text{ Н·м}.$$

Приклад 5. ДПС із послідовним збудженням (див. рис. 13.40) має номінальні дані: напруга $U_{\text{ном}} = 110 \text{ В};$ струм $I_{\text{ном}} = 100 \text{ А};$ частота обертання $n_{\text{ном}} = 750 \text{ об/хв.}$ Опір якорного кола з урахуванням обмотки збудження складає $R_a = 0,2 \text{ Ом.}$ Характеристика намагнічування ДПС $\Phi(I)$ у відносних одиницях $k_{\Phi}(k_i)$ зображена на рис. 13.45, де $k_I = I/I_{\text{ном}}$ – кратність струму збудження (він одночасно є і струмом якоря); $k_{\Phi} = \Phi/\Phi_{\text{ном}}$ – кратність магнітного потоку збудження ($I_{\text{ном}}, \Phi_{\text{ном}}$ – номінальні значення відповідних величин).

Необхідно побудувати механічні характеристики $n(M)$ ДПС при $U_{\text{ном}}:$ а) природну; б) штучну при вмиканні в коло якоря регульовального реостата з опором $R_p = 0,2 \text{ Ом.}$

Визначити частоту обертання якоря двигуна при зниженні обертального моменту M на 50%, а також при збільшенні його на 20% від номінального значення $M_{\text{ном}}.$ Це слід зробити використовуючи побудовані природну і штучну механічні характеристики, тобто як при відсутності регульовального реостата, так і при його наявності.

Визначити частоту обертання якоря при номінальному обертальному моменті $M_{\text{ном}},$ але якщо напруга живлення двигуна знизилася на 20% від номінального значення $U_{\text{ном}}$ і при цьому $R_p = 0.$

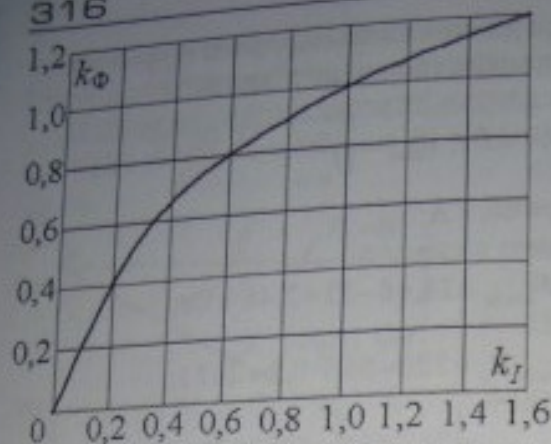


Рис. 13.45

потік збудження Φ залежить від струму якоря I_a , як показано на рис. 13.45 у відносних одиницях $k_\Phi(k_I)$, і змінюється разом з ним ($I_a = I = I_s$), де I, I_s – струм, що споживається двигуном із мережі, і струм обмотки збудження відповідно.

Тому вихідною в даному випадку буде формула (13.41), а саме

$$n = \frac{U - R_a I_a}{C_E \Phi} \quad (13.62)$$

Для цієї формули виразимо струм якоря і магнітний потік з використанням відносних значень k_I і k_Φ :

$$I_a = k_I I_{a \text{ ном}}, \quad \Phi = k_\Phi \Phi_{\text{ном}} \quad (13.63)$$

Підставимо це у формулу (13.62), і тоді

$$n = \frac{U - k_I I_{a \text{ ном}} R_a}{C_E k_\Phi \Phi_{\text{ном}}} \quad (13.64)$$

У номінальному режимі ЕРС якоря $E_{\text{ном}} = C_E n_{\text{ном}} \Phi_{\text{ном}}$, звідси $\Phi_{\text{ном}} = \frac{E_{\text{ном}}}{C_E n_{\text{ном}}}$, а з урахуванням цього із (13.64) отримуємо формулу для розрахунку частоти обертання якоря

$$n = n_{\text{ном}} \frac{U - k_I I_{a \text{ ном}} R_a}{k_\Phi E_{\text{ном}}} \quad (13.65)$$

Крім того, на основі формули обертового моменту $M = M_{\text{ЕМ}} = C_M \Phi I_a$, з урахуванням (13.63) маємо $M = C_M k_\Phi k_I \Phi_{\text{ном}} I_{a \text{ ном}}$. Оскільки $M_{\text{ном}} = C_M \Phi_{\text{ном}} I_{a \text{ ном}}$, то отримуємо формулу для розрахунку обертового моменту

$$M = k_I k_\Phi M_{\text{ном}} \quad (13.66)$$

Розрахунок.

Для побудови механічних характеристик $n(M)$ ДПС з послідовним збудженням не можна безпосередньо скористатися формулою (13.56), яка була отримана для ДПС з паралельним збудженням (див. приклад 3). Справа в тому, що тепер у ДПС з послідовним збудженням магнітний

Для побудови механічних характеристик знайдемо такі дані:

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{\text{а ном}} R_a = 110 - 100 \cdot 0,2 = 90 \text{ В};$$

номінальну електромагнітну потужність

$$P_{\text{ЕМ ном}} = E_{\text{ном}} I_{\text{ном}} = 90 \cdot 100 = 9000 \text{ Вт};$$

номінальний обертальний момент приймаємо приблизно рівним номінальному електромагнітному моменту

$$M_{\text{ном}} = M_{\text{ЕМ ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{ЕМ ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{9000}{750} = 114,6 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для побудови природної механічної характеристики $n(M)$ скористася формулою (13.65), яка при номінальній напрузі $U = U_{\text{ном}}$ має вигляд

$$n = n_{\text{ном}} \cdot \frac{U_{\text{ном}} - k_I I_{\text{а ном}} R_a}{k_{\Phi} E_{\text{ном}}}, \quad (13.67)$$

а також формулою (13.66) і ще кривою намагнічування $k_{\Phi}(k_I)$ у відносних одиницях, яка зображена на рис. 13.45.

Таблиця 13.1

k_I	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
k_{Φ}	0,65	0,8	0,91	1,0	1,08
$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	29,8	55,0	83,4	114,6	148,5
$n, \text{об/хв при } R_p = 0$	1308	1021	861	750	664
$n, \text{об/хв при } R_p = 0,2 \text{ Ом}$	1205	896	714	583	478

За заданими значеннями k_I визначаємо k_{Φ} за рис. 13.45, а потім і величини M і n за формулами (13.66) і (13.67). Дані всіх розрахунків зводимо до табл. 13.1. За результатами розрахунку на рис. 13.46 зображена природна механічна характеристика при $R_p = 0$.

Для побудови штучної механічної характеристики $n(M)$ знову при $U_{\text{ном}}$, але з додатковим опором у колі якоря $R_p = 0,2 \text{ Ом}$ із формули (13.67) отримуємо модифіковану формулу

$$n = n_{\text{ном}} \cdot \frac{U_{\text{ном}} - k_I I_{\text{а ном}} (R_a + R_p)}{k_{\Phi} E_{\text{ном}}} \quad (13.68)$$

Інше залишається, як і в попередньому випадку. А саме, за заданими значеннями k_I визначаємо k_{Φ} за рис. 13.45, а потім і

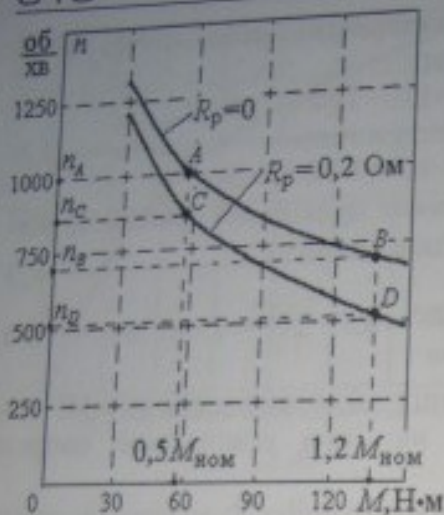


Рис. 13.46

величини M і n за формулами (13.66) і (13.68). Усі результати розрахунків зводимо в ту ж табл.13.1 і за ними на рис. 13.46 зображена штучна механічна характеристика при $R_p = 0,2$ Ом.

Користуючись природною механічною характеристикою, визначаємо частоти обертання якоря: при $M = 0,5 \cdot M_{\text{ном}} = 57,3 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – $n_A = 1000$ об/хв (точка А), при $M = 1,2 \cdot M_{\text{ном}} = 137,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – $n_B = 685$ об/хв (точка В).

Користуючись штучною механічною характеристикою, визначаємо частоти обертання якоря: при $M = 0,5 \cdot M_{\text{ном}} = 57,3 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – $n_C = 875$ об/хв (точка С), при $M = 1,2 \cdot M_{\text{ном}} = 137,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – $n_D = 510$ об/хв (точка D).

При зниженні напруги живлення на 20%, у порівнянні з його номінальним значенням, частота обертання якоря при $M_{\text{ном}}$ і $R_p = 0$ визначається таким чином.

Щоб за формулою (13.66) отримати $M = M_{\text{ном}}$, належить взяти $k_I = 1$; $k_\Phi = 1$. Тоді, за формулою (13.65), з урахуванням того, що в даному випадку $U = 0,8 \cdot U_{\text{ном}}$, маємо

$$n = n_{\text{ном}} \frac{0,8U_{\text{ном}} - I_{\text{а ном}} R_{\text{а}}}{E_{\text{ном}}} = 750 \frac{0,8 \cdot 110 - 100 \cdot 0,2}{90} = 567 \text{ об/хв.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Як побудована машина постійного струму? Поясніть призначення основних її елементів.
2. Як створюється ЕРС в обмотці якоря машини постійного струму і якою загальною формулою визначається ця ЕРС?
3. Як створюється електромагнітний момент машини постійного струму і якою загальною формулою визначається цей момент?
4. Поясніть принцип дії генератора постійного струму.

5. Поясніть принцип дії двигуна постійного струму.
6. Запишіть формули рівноваги ЕРС та напруг для якірного кола генератора постійного струму, двигуна постійного струму.
7. Як визначаються корисна та витрачена потужності МПС у генераторному та двигунному режимах?
8. Які втрати потужності виникають у машинах постійного струму?
9. Які способи збудження застосовують у МПС?
10. За якими основними характеристиками подаються властивості ГПС з незалежним збудженням? Поясніть їхній характер.
11. У чому полягає проблема пуску ДПС і якими способами вирішується ця проблема?
12. У чому полягає властивість саморегулювання ДПС?
13. Зобразіть та поясніть характер природних механічних характеристик ДПС незалежного збудження і паралельного збудження.
14. Як змінюються механічні характеристики ДПС при: зміні напруги живлення; включенні реостата у коло якоря; зміні струму збудження?
15. Як регулюють частоту обертання ДПС?
16. Які способи електричного гальмування ДПС Ви знаєте і в чому їхня сутність?

14. ТРИФАЗНІ АСИНХРОННІ ДВИГУНИ

14.1. Загальні поняття

Асинхронна електрична машина винайдена М.О. Доливо-Добровольським у 1889 р. Машина цього типу належать до машин змінного струму. У них при роботі збуджується обертове магнітне поле, яке приводить до руху ротор, але останній обертається асинхронно, тобто з кутовою швидкістю, що відрізняється від кутової швидкості обертання поля.

Асинхронні електричні машини застосовуються головним чином для перетворення електричної енергії в механічну, тобто як двигуни, хоча можуть працювати також у режимі генератора, перетворювача частоти, електромагнітного гальма і в інших режимах.

В електроприводі промислових установок найбільшого розповсюдження набули *трифазні асинхронні двигуни* (ТАД). Одно- і двофазні двигуни малої потужності використовують в установках автоматичного керування, приладобудування, в електрифікованому інструменті, побутових приладах та ін. ТАД – це машини масового виготовлення і застосування. Причини виятково широкого розповсюдження ТАД (а разом з ними і трифазної системи змінного струму) – простота їхньої будови та відносно мала собівартість виробництва. У таких машинах відсутні електричні та механічні частини, які легко пошкоджуються або швидко зношуються.

ТАД можуть бути створені на номінальні потужності від частки ватту до десятків тисяч кіловатт. ТАД загальнопромислового призначення об'єднані в серії А2 і АО2 (потужність 0,6...100 кВт), 4 А (0,06...400 кВт). Одно- і двофазні асинхронні мікродвигуни виконуються потужністю до 500 Вт.

14.2. Будова трифазного асинхронного двигуна

Конструкція ТАД подана на рис. 14.1 у поздовжньому і на рис. 14.2 у поперечному розрізах. Нерухома частина ТАД – статор установлюється лапами 1 на фундамент; обертова частина – ротор утримується підшипниками 2, закріпленими в підшипникових щитах 3 статора й оточеними лабіринтними кільцями.

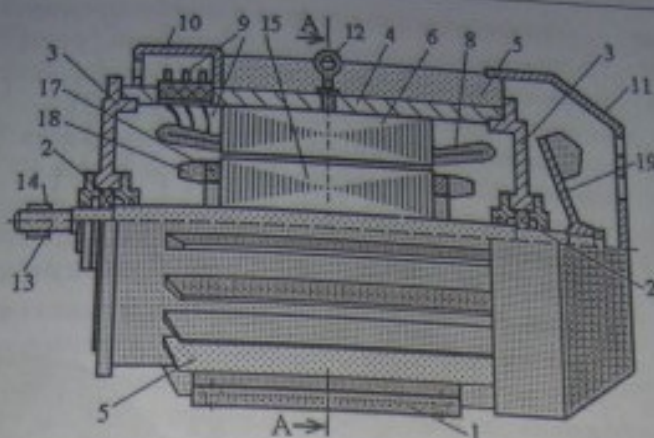


Рис. 14.1

Механічною основою статора слугує корпус 4 з алюмінієвого сплаву, який має ребра 5, що сприяють охолодженню ТАД і збільшують жорсткість конструкції. Безпосередньо в корпусі закріплено шихтоване феромагнітне осердя статора 6 з листів електротехнічної сталі. На його внутрішній поверхні в пази вкладені мідні ізолявані провідники 7, які з'єднуються лобовими частинами 8 і створюють в цілому трифазну обмотку статора. Її кінці 9 проведені в коробку електричних виводів 10 і можуть бути далі увімкнуті в трифазне електричне коло. На статорі також є захисний кожух 11 з вентиляційними отворами і рим-болт 12 для транспортування ТАД.

Механічною основою ротора є вал 13, вільний кінець якого може за допомогою шпонок 14 і муфти з'єднуватися з виконавчим механізмом. На вал насаджено шихтоване феромагнітне осердя ротора 15. У пазах на його поверхні розташовані стрижневі провідники 16, які в торцях з'єднані короткозамикальними кільцями 17 в єдину обмотку ротора. Виступи на кільцях є вентиляційними лопаточками 18. До ротора належить ще вентилятор 19, закріплений на кінці вала.

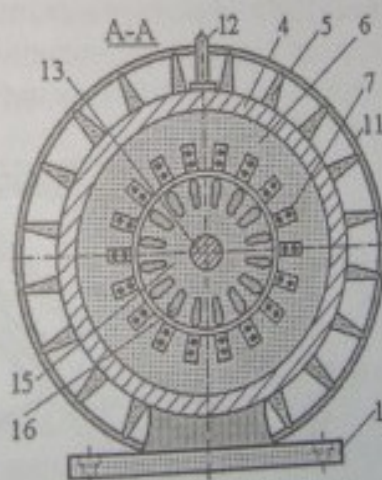


Рис. 14.2



Рис. 14.3

Осердя статора і ротора є магнітопроводом ТАД — це його магнітне коло. Обмотки статора і ротора можна розглядати як їхні електричні кола. Розглянемо останні більш докладно.

Схематично три фазні обмотки статора і позначення їхніх початків U_1 , V_1 і W_1 та кінців U_2 , V_2 і W_2 подані на рис. 14.3. Їхнє розташування в осердді статора показано на рис. 14.4. Тут фазні зони А-Х, В-У і С-З займають по три пази з кожного боку статора, а в кожному пазі є по два провідники.

Просторова структура однієї фазної

обмотки зображена на рис. 14.5 — вона вийшла шестивитковою, а в реальних машинах кількість витків на котушку, на паз і на обмотку в цілому може бути значно більшою. Інші фазні обмотки виконуються аналогічно, тільки всі вони зсунуті одна відносно одної на кут 120° . Така схема трифазної обмотки статора відповідає двохполюсному компонентуванню — вона може збуджувати магнітне поле з

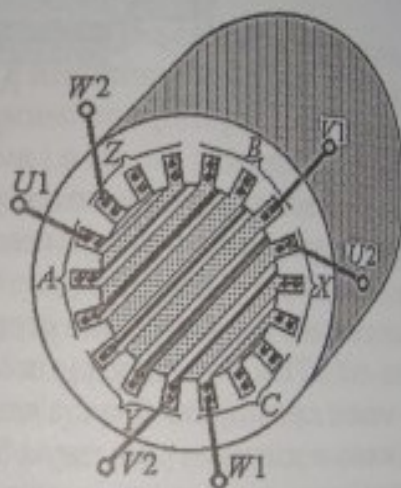


Рис. 14.4

однією парою полюсів ($p = 1$), яке аналогічне представлено на рис. 12.10. Можливо виконання обмотки статора і на більшу кількість p . Наприклад, чотирьохполюсна структура поля ($p = 2$), подана на рис. 12.13, може бути забезпечена такими змінами в схемі кож-

ної фази обмотки статора (рис. 14.4), які зроблені в простішому варіанті однофазної обмотки на рис. 12.8.

Три фази обмотки статора (рис. 14.3) можуть бути з'єднані за схемами «зірка» або «трикутник» (рис. 14.6), а на три вхідних затискача при роботі

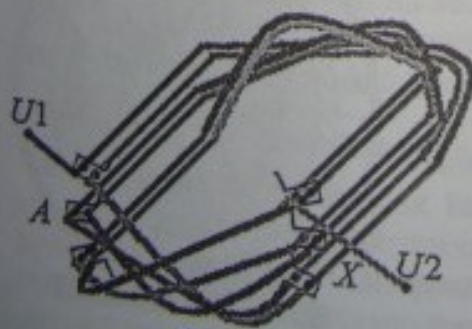


Рис. 14.5

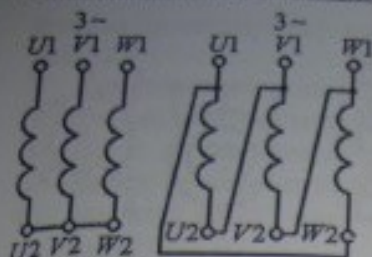


Рис. 14.6

стрижнів із замикальними кільцями.

Застосовується й інший тип обмотки ротора — котушкова трифазна обмотка, яка подібна тій, що і на статорі. Конструкція фазного ротора подана на рис. 14.8, де 1 — вал; 2 — контактні кільця, закріплені на валу через ізолюючу втулку; 3 — осердя ротора; 4 — пазові частини обмотки; 5 — лобові частини обмотки; 6 — вентиляційні канали; К, L, М — вивідні кінці фазних обмоток.

Три фази обмотки ротора з'єднані в «зірку», а їхні вільні кінці приєднані до контактних кілець 2, що схематично показано на рис. 14.9. На кільцях встановлено щітки 7, закріплені на статорі. Таким чином, за допомогою ковзних контактів у контури фазних обмоток вмикаються додаткові регульовальні опори R_p трифазного реостата.

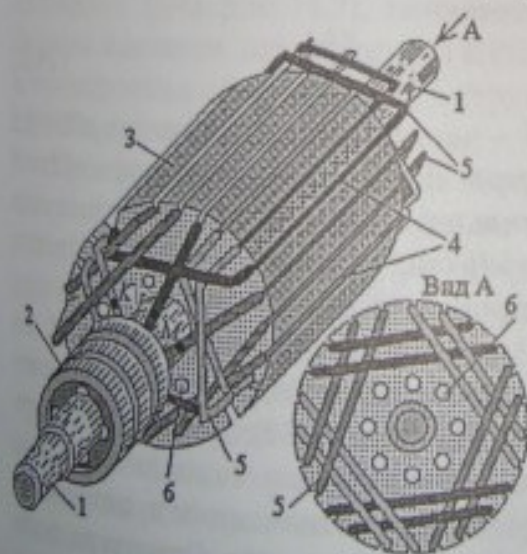


Рис. 14.8

трифазна система напруг із живильної електромережі.

Обмотка ротора, що відповідає ТАД на рис. 14.1 і рис. 14.2, зі збереженням тих же позиційних позначень окремо показана на рис. 14.7. Така обмотка називається короткозамкнутою і може виконуватися повністю з алюмінієвого лиття або з мідних

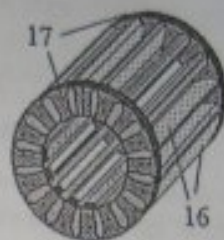


Рис. 14.7

Відзначимо, що кількість пар полюсів ротора за рис. 14.8 повинна відповідати кількості пар полюсів статора.

Тепер можна констатувати, що можливі два варіанти ТАД: 1) ТАД з короткозамкнутим ротором; 2) ТАД з фазним ротором. Умовні позначення таких двигунів подані на рис. 14.10, а, б відповідно.

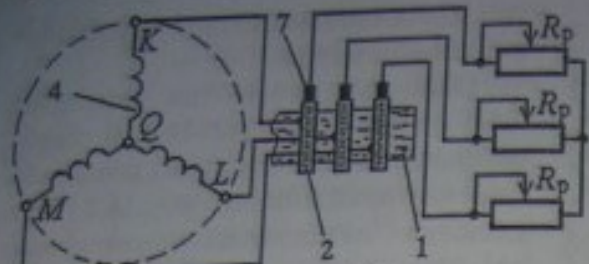


Рис. 14.9

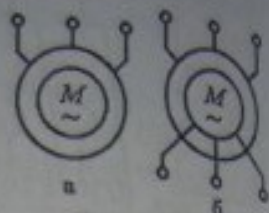


Рис. 14.10

У першому обмотка надійніше, дешевше і він має масове застосування. У другому фазна обмотка ротора з регульовальним опором дає можливість керування асинхронним двигуном, що використовується в спеціальних випадках регульовального електропривода.

14.3. Принцип дії трифазного асинхронного двигуна

Щоб привести ТАД до дії, необхідно подати на вихідні застоски трифазної обмотки статора трифазну систему напруг, що показано в схемі на рис. 14.11. Унаслідок цього в обмотці статора встановиться трифазна система змінних струмів i_a, i_b, i_c , яка розглядалася вже на рис. 12.12.

Завдяки просторовому зсуву фазних обмоток статора одна відносно одної на 120° і часовим фазовим зсувам змінних струмів цих обмоток на третину періоду, в ТАД збуджується обертове магнітне поле. Воно обертається, як було вже розглянуто в підрозділі 12.4 і подано формулою (12.4), з частотою

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p}, \quad (14.1)$$

де $f_1 = f$ — частота напруг і струмів в обмотці статора [Гц], яка дорівнює частоті живильної мережі f ; p — кількість пар полюсів цієї обмотки; 60 — коефіцієнт, що приводить n_1 до об/хв.

Що відбувається далі, розглянемо на двополюсній моделі ТАД з короткозамкненим ротором (рис. 14.12). Тут магнітне поле показано пунктирними силовими лініями Φ , а стрілками з позначенням n_1 показаний напрямок його обертання. Структура поля

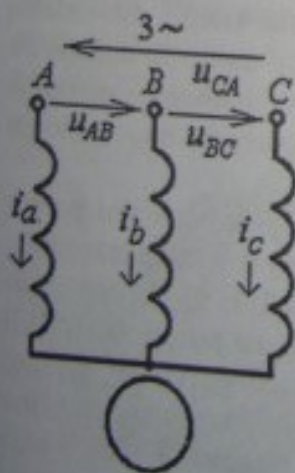


Рис. 14.11

подібна розглянутому на рис. 12.10.

При перетині лініями поля провідників обмотки ротора в них відповідно до закону електромагнітної індукції (В.12) наводяться ЕРС

$$e_2 = V_S B_1 l_p \sin \alpha, \quad (14.2)$$

де l_p — довжина ротора і його провідників; B_1 — індукція магнітного поля обмотки статора; $\alpha = 90^\circ$.

Напрямки ЕРС визна-

чаються за правилом правої руки (див. рис. В.8). Але в даному випадку на рис. 14.12 належить розглядати відносну швидкість V_S переміщення провідників обмотки обертового ротора по відношенню до силових ліній поля, а не просторову швидкість провідників.

На рис. 14.12 показана картина миттєвого розподілу напрямків ЕРС e_2 . Ця картина безперервно змінюється, обертаючись синхронно з магнітним полем обмотки статора (незалежно від руху ротора). У підсумку в кожному провіднику ЕРС e_2 є змінною.

Під дією ЕРС e_2 у провідниках обмотки ротора, що замкнені кільцями (див. рис. 14.7), виникають змінні струми i_2 . Тут поки будемо вважати, що струми i_2 і ЕРС e_2 збігаються за фазою. Отже, в провідниках обмотки ротора струми i_2 мають ті ж напрямки, що і ЕРС e_2 (рис. 14.12).

Провідники обмотки ротора зі струмами i_2 знаходяться в магнітному полі і на них, відповідно до закону Ампера (В.14), діють сили

$$F_A = i_2 B_1 l_p \sin \beta, \quad (14.3)$$

причому між напрямками B_1 і i_2 кут $\beta \approx 90^\circ$ і, отже, $\sin \beta \approx 1$.

Напрямки сил Ампера F_A визначаються правилом лівої руки (див. рис. В.9). На рис. 14.12 напрямки цих сил показані для двох провідників обмотки ротора. Приблизно такі ж сили діють і на решту провідників ротора. Злагоджений напрямок сил (в один бік по окружності) приводить до створення обертового електромагнітного моменту M_{EM} , що діє на ротор. Цей момент спричинює

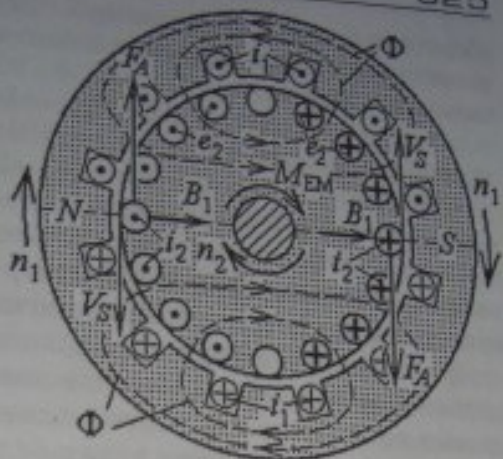


Рис. 14.12

обертання ротора з частотою n_2 . У підсумку ТАД діє на механічне навантаження, яке стикнується з його валом, за допомогою обертового моменту

$$M = M_{EM} - \Delta M, \quad (14.4)$$

де смисл складових той же, як і у ДПС (13.19).

Очевидно, що електромагнітний момент, як і сили F_A , спрямовані в той же бік, куди первісно обертається магнітне поле. Тому в той же бік обертається і ротор. Усталене значення частоти обертання n_2 досягається при $M = M_c$, де M_c — гальмовий момент опору, який діє на вал ротора з боку механічного навантаження.

В асинхронних двигунах виявляється $n_2 < n_1$, тобто ротор обертається повільніше, ніж магнітне поле. Вони обертаються асинхронно, що і послужило основою для назви таких двигунів.

Дійсно, із наближенням n_2 до n_1 відносна швидкість провідників V_s зменшується, ЕРС e_2 (14.2) також зменшується, отже зменшуються струми i_2 , сили Ампера (14.3) й електромагнітний момент M_{EM} . І якщо припустити, що $n_2 = n_1$, то названі величини стануть нульовими, під дією M_c і внутрішнього гальмуючого моменту ΔM ротор сповільнює хід і відновиться неминуча умова $n_2 < n_1$.

Відставання ротора від обертового поля характеризується безрозмірною величиною s , що називається **ковзанням** і визначається відношенням

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}. \quad (14.5)$$

Із формули (14.5) отримується частота обертання ротора

$$n_2 = n_1(1 - s), \quad (14.6)$$

що графічно проілюстровано на рис. 14.13.

При вмиканні ТАД магнітне поле практично миттєво починає обертатися з частотою n_1 , а в ротора через механічну інерцію первісно буде $n_2 = 0$. Тому при пуску ТАД за (14.5) отримуємо $s = 1$. У міру розгону ротора величина n_2 наближається до n_1 і при $n_2 \rightarrow n_1$ маємо $s \rightarrow 0$.

Таким чином, у двигунному режимі асинхронна машина характеризується діапазоном $0 < s \leq 1$.

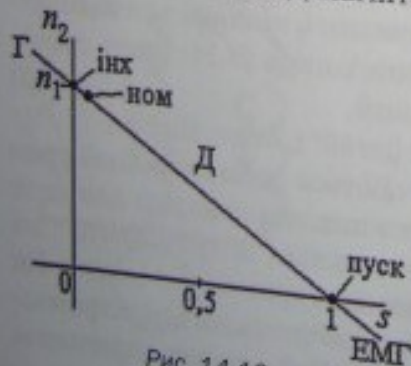


Рис. 14.13

14. Трива
що відобра
с точкою
відповідає
Номіналь
ковзання з

виявляю
(див. табл
Якщо,
ративний
режим еле
щип, відп
Магні
(14.1) і й
поле відн
якій буде
чити цю

тобто в
роторі су

14.4.

Вихо
електром
сприяння
На ри
діаметра
площина
зчепленн
паралель
міцність
магнітний
На ри
N силові
ним нап

що відображено на рис. 14.13 ділянкою «Д». Точка, що відповідає n_1 , є точкою «інх» — ідеального неробочого ходу, оскільки при $M_c = 0$ відповідає ідеальній умові $\Delta M = 0$. Точка «пуск» при $s = 1$ — пускова. Номінальному режимові «ном» в ТАД відповідають достатньо малі ковзання $s_{\text{ном}} = 0,02 \dots 0,08$. Тому номінальні частоти обертання ТАД

$$n_{\text{ном}} = n_1(1 - s_{\text{ном}}) = n_1(0,92 \dots 0,98) \quad (14.7)$$

виявляються близькими (знизу) до встановленого ряду значень n_1 (див. табл. 12.1).

Якщо, за певних умов, має місце $s < 0$, то ТАД переходить у рекупераційний генераторний режим (ділянка «Г» на рис. 14.13), при $s > 1$ — в режим електромагнітного гальма (ділянка «ЕМГ»). Ці режими, в принципі, відповідають аналогічним режимам ДПС (див. підрозділ. 13.9.8).

Магнітне поле обертається відносно статора з частотою n_1 (14.1) і їй відповідає частота напруги і струму статора f_1 . Магнітне поле відносно ротора обертається з частотою ковзання

$$n_s = n_1 - n_2 = n_1 - n_1(1 - s) = n_1 s, \quad (14.8)$$

якій буде відповідати частота ЕРС і струмів ротора f_2 . Щоб визначити цю частоту, складемо пропорцію $\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_s}{n_1}$, з якої отримусмо

$$f_2 = f_1 \frac{n_s}{n_1} = f_1 \frac{n_1 - n_2}{n_1} = s f_1, \quad (14.9)$$

тобто в робочому режимі ТАД частота електричних величин у роторі суттєво менше, ніж у статорі.

14.4. Електромагнітний момент у ТАД

Виходячи із принципу дії ТАД, виведемо математичний вираз його електромагнітного моменту. І оскільки все за (14.2) і (14.3) виникає за сприяння магнітного поля (див. рис. 14.12), то з нього і почнемо.

На рис. 14.12 розглянемо в обмотці ротора контури, створені діаметрально розташованими її провідниками. Тоді з контуром, площина якого перпендикулярна силовим лініям магнітного поля, зчеплений максимальний потік Φ_m , а для контура, площина якого паралельна силовим лініям, потік $\Phi = 0$. Відносно поля ротор перемищується з частотою обертання n_s (14.8), тому у всіх контурах магнітний потік змінюється від $-\Phi_m$ до $+\Phi_m$ з частотою f_2 (14.9).

На рис. 14.12 магнітне поле має одну пару полюсів: під полюсом N силові лінії входять у ротор (це будемо вважати їхнім позитивним напрямком), під полюсом S виходять (негативний напрямком).

У загальному випадку за наявності p пар полюсів величина

$$\tau = \frac{\pi D_p}{2p} \quad (14.10)$$

називається полюсним поділом — це довжина дуги окружності на діаметрі поверхні ротора D_p , що припадає на один полюс.

Тоді середнє значення магнітної індукції на поверхні ротора, виходячи з формули (8.3),

$$B_{1cp} = \frac{\Phi_m}{(\tau \cdot l_p)}, \quad (14.11)$$

а конкретний розподіл магнітної індукції на поверхні ротора показано на рис. 14.14 векторами B_1 . Щоб показати це графічно, розгорнемо кругову лінію поверхні ротора в пряму лінію, її початок візьмемо в точці 0, а напрямок задамо координатою x проти руху стрілок годинника.

Розподіл магнітної індукції $B_1(x)$ уздовж лінії x на її довжині 2τ зображено на рис. 14.15. Ця функція в ТАД вважається синусоїдною і її в даному випадку можна записати так

$$B_1 = B_m \sin \frac{\pi}{\tau} x, \quad (14.12)$$

де, з урахуванням відомого для синусоїд співвідношення $B_{1cp} = \frac{2}{\pi} B_m$, і з урахуванням (14.11), амплітуда магнітної індукції

$$B_m = \frac{\pi \cdot \Phi_m}{2\tau \cdot l_p}. \quad (14.13)$$

Нехай система координат на рис. 14.15 разом із кривою $B_1(x)$ рухається зі швидкістю V_1 , що відповідає частоті обертання n_1 . Туди ж зі швидкістю V_2 , що відповідає частоті обертання ротора

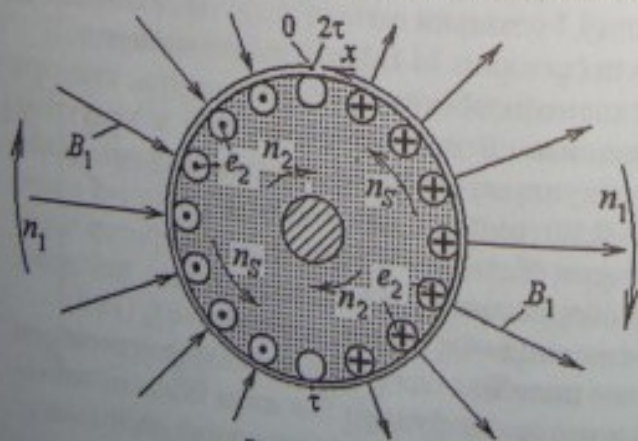


Рис. 14.14

n_2 , рухаються провідники його обмотки. Тоді відносно осі x ці провідники переміщуються з відносною швидкістю V_s , що відповідає частоті ковзання s (14.8). З урахуванням (14.8), (14.1), (14.9) і (14.10)

$$V_s = \frac{n_s}{60} \pi D_p = \frac{n_s s}{60} \pi D_p = \frac{60 f_s}{p \cdot 60} \pi D_p = f_s \frac{\pi D_p}{p} = 2\tau f_s \quad (14.14)$$

Будемо вважати, що на рис. 14.15 зображено миттєве положення провідників для моменту часу $t = 0$. Тоді з плином часу провідники змінюють своє розташування відносно осі x . І для провідника k з початковим положенням $x_{k,0} = \frac{2\tau p k}{N_p}$, де N_p — кількість провідників обмотки ротора, отримується поточна координата

$$x_k = V_s t + x_{k,0} = 2\tau f_s t + \frac{2\tau p}{N_p} k \quad (14.15)$$

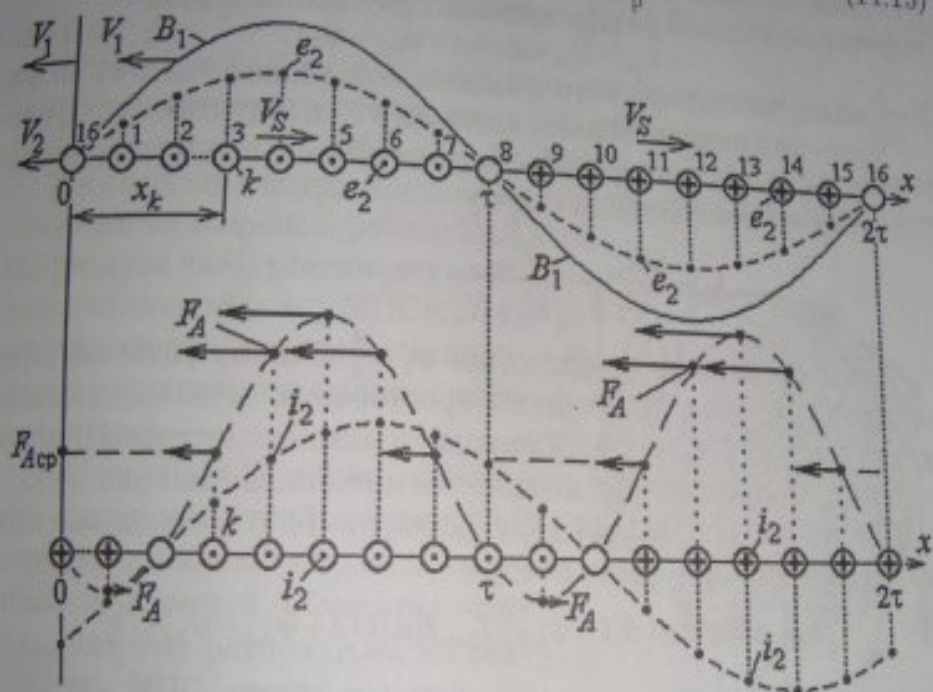


Рис. 14.15

З урахуванням переміщення провідників відносно хвиль кривої $B_1(x)$, можна записати миттєві значення магнітної індукції для провідника з номером k як функцію часу, підставивши (14.15) в (14.12), а саме:

$$B_{1,k} = B_m \sin \frac{\pi}{\tau} \left(2\tau f_s t + \frac{2\tau p}{N_p} k \right) = B_m \sin \left(2\pi f_s t + \frac{2p\pi}{N_p} k \right) \quad (14.16)$$

$$= B_m \sin(\omega_2 t + \psi_{k,0}),$$

де $\omega_2 = 2\pi f_s$ — кутова частота; $\psi_{k,0} = \frac{2p\pi k}{N_p}$ — початкова фаза.

За (14.2) в k -тому провіднику ротора миттєве значення ЕРС

$$e_{2,k} = V_S l_p B_{l,k} = 2\tau f_2 l_p B_m \sin(\omega_2 t + \psi_{k,0}) = E_{2m} \sin(\omega_2 t + \psi_{k,0}) \quad (14.17)$$

є синусоїдною функцією часу з частотою f_2 і амплітудою $E_{2m} = 2\tau f_2 l_p B_m$.

Відповідний розподіл миттєвих значень ЕРС e_2 по всіх провідниках показано на рис. 14.15 точками. Обвідна крива $e_2(x)$ просторово подібна до кривої $B_1(x)$ і вони рухаються синхронно.

В інших провідниках обмотки ротора все буде аналогічно, але з певним часовим зсувом. І під дією ЕРС e_2 в кожному провіднику короткозамкненого ротора виникає синусоїдний струм

$$i_{2,k} = I_{2m} \sin(\omega_2 t + \psi_{k,0} - \psi_2), \quad (14.18)$$

де амплітуда струму і його фазовий зсув відносно ЕРС e_2 визначаються з використанням активного R_2 й індуктивного X_2 опорів фази обмотки ротора за звичайними правилами розрахунку кін синусоїдного струму:

$$I_{2m} = \frac{E_{2m}}{Z_2} = \frac{E_{2m}}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}}; \quad \psi_2 = \arctg \frac{X_2}{R_2}. \quad (14.19)$$

Для ілюстрації припустимо, що $\psi_2 = \frac{\pi}{4}$. Такому фазовому зсуву на рис. 14.15 буде відповідати просторовий зсув (відставання) струму i_2 від ЕРС e_2 на $\tau/4$. Відповідний розподіл миттєвих значень струмів i_2 по провідниках показано в нижній частині рис. 14.15.

Підставимо (14.16) і (14.18) у формулу (14.3) й отримаємо силу, що діє на k -тий провідник ротора

$$F_{A,k} = B_m \sin(\omega_2 t + \psi_{k,0}) \cdot I_{2m} \sin(\omega_2 t + \psi_{k,0} - \psi_2) \cdot l_p = \quad (14.20)$$

$$= \frac{B_m I_{2m} l_p}{2} [\cos \psi_2 - \cos(2\omega_2 t + 2\psi_{k,0} - \psi_2)].$$

Миттєвий розподіл сил по провідниках при $t = 0$ показано на рис. 14.15 у взаємозв'язку з розподілами B_1 , e_2 і i_2 .

За період $T_2 = \frac{1}{f_2}$ зміни цих величин середнє значення сили для k -того провідника

$$F_{A,k,ср} = \frac{1}{T_2} \int_0^{T_2} F_{A,k} dt = \quad (14.21)$$

$$= \frac{1}{T_2} \frac{B_m I_{2m} l_p}{2} \int_0^{T_2} [\cos \psi_2 - \cos(2\omega_2 t + 2\psi_{k,0} - \psi_2)] dt = \frac{B_m I_{2m} l_p}{2} \cos \psi_2$$

Це середнє значення сили за період дає середнє значення моменту обертання для одного провідника $m_{\text{кр.кр}} = \frac{F_{A,k,\text{кр}} D_p}{2}$. А з урахуванням усіх провідників отримуємо обертальний електромагнітний момент, що діє на ротор,

$$M_{EM} = N_p F_{A,k,\text{кр}} \frac{D_p}{2} = \frac{N_p B_m I_{2m} l_p D_p}{4} \cos \psi_2. \quad (14.22)$$

Якщо підставити B_m за (14.13) і виразити амплітуду струму $I_{2m} = \sqrt{2} I_2$ через його діюче значення I_2 , то з урахуванням (14.10)

$$M_{EM} = \frac{\pi \Phi_m}{2\tau l_p} \sqrt{2} I_2 \frac{l_p N_p D_p}{4} \cos \psi_2 = \frac{p}{2\sqrt{2}} N_p \Phi_m I_2 \cos \psi_2. \quad (14.23)$$

Параметри ТАД в (14.23) виразимо коефіцієнтом $C_{EM} = \frac{p}{2\sqrt{2}} N_p$ і подамо електромагнітний момент у формі

$$M_{EM} = C_{EM} \Phi_m I_2 \cos \psi_2. \quad (14.24)$$

Тут у явному вигляді залишилися величини Φ_m, I_2, ψ_2 , які можуть змінюватися в процесі роботи ТАД. Ця формула нагадує формулу електромагнітного моменту МПС (13.14), але з суттєвим додатком $\cos \psi_2$, породженого специфікою машини змінного струму.

Формула (14.24) явно показує, що електромагнітний момент ТАД породжений взаємодією магнітного поля, збудженого обмоткою статора, і струму ротора. Але, на відміну від МПС, струм у ротор не треба підводити через щітки і колектор – він індукується обертовим магнітним полем. Це і стало суттєвою перевагою ТАД над ДПС.

Вплив фазового зсуву ψ_2 (14.19) на M_{EM} (14.24) показано на рис. 14.16 розподілом сил $F_{A,k}$ по провідниках ротора для двох крайніх випадків. При $R_2 \gg X_2$ за (14.19) $\psi_2 \rightarrow 0$ і всі сили F_A за (14.20) діють погоджено,

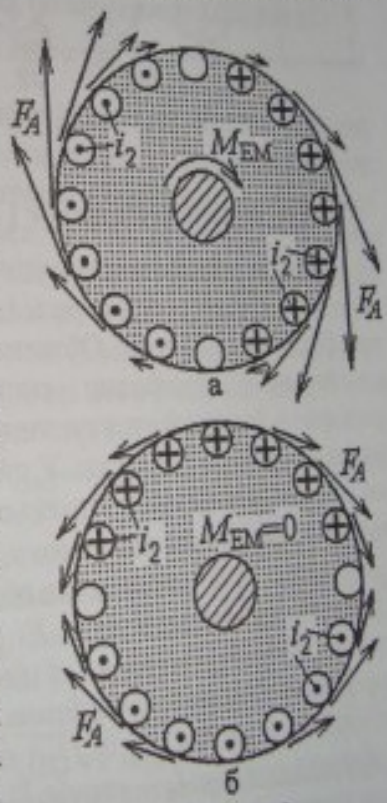


Рис. 14.16

створюючи найбільше значення M_{EM} (рис. 14.16, а). При $R_2 \ll X_2$ отримується $\psi_2 \rightarrow \pi/2$ і за (14.20) створюється баланс позитивних і негативних значень сил F_A , а сумарний $M_{EM} = 0$ (рис. 14.16, б).

Формула M_{EM} (14.24) й інші формули отримані в припущенні короткозамкненої обмотки ротора. Проте вираз (14.24) справедливий і для обмотки фазного ротора, тільки за (14.17) і (14.18) будуть отримані ЕРС і струм однієї фазної обмотки з урахуванням всіх ω_2 її витків, а в (14.19) треба використовувати опори не одного провідника, а знову ж таки, всієї фазної обмотки.

Так, наприклад, для фазного ротора амплітуда ЕРС

$$E_{2m} = 2\tau f_2 l_p B_m \cdot 2\omega_2 k_{OB2} \quad (14.25)$$

отримується помноженням амплітуди ЕРС одного провідника із (14.17) на кількість провідників фазної обмотки $N_\Phi = 2\omega_2$ і на k_{OB2} – обмотковий коефіцієнт. Останнім урахується, що ЕРС окремих провідників зсунуті одна відносно одної за фазою і сума таких ЕРС менше їхньої арифметичної суми ($k_{OB2} < 1$).

Із (14.25) отримується і діюче значення ЕРС фазної обмотки

$$E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = 4,44 f_2 \omega_2 \Phi_m k_{OB2}, \quad (14.26)$$

де спрощення досягнуті підстановкою величин τ за (14.10) і B_m за (14.13).

14.5. Рівняння напруг і струмів в обмотках ТАД

Обмотки ТАД можна подати умовно електричною схемою заміщення, зображеною на рис. 14.17. Обмотка статора є симетричною трифазною системою. Обмотка фазного ротора також являє собою симетричну трифазну систему, обмотка короткозамкненого ротора – багатофазну систему з кількістю фаз, що дорівнює кількості стрижнів обмотки. У симетричних багатофазних системах, як відомо, рівняння достатньо записати для однієї із фазних обмоток, для решти фаз все повторюється з певним часовим зсувом.

На рис. 14.17 позначені в обмотці статора: U_1, I_1 – фазні напруга і струм; R_1 – активний опір; $X_{L1\text{роз}}$ – індуктивний опір, що спричиняється потоком розсіяння цієї обмотки; E_1 – ЕРС, індукована основним магнітним потоком (це частина повного потоку, що проходить і крізь ротор); $U_{L1\text{роз}} = X_{L1\text{роз}} I_1$, $R_1 I_1$ – спади напруги на відповідних опорах в обмотці ротора; I_2 – струм; E_2 – ЕРС, індукована основним магнітним потоком; R_2, X_2 – активний і індуктивний опори.

У відповідності до другого закону Кірхгофа для фази обмотки статора має місце рівняння рівноваги напруг

$$\underline{U}_1 = -E_1 + \underline{U}_{L1\text{роз}} + R_1 I_1, \quad (14.27)$$

подібне вже розглянутим рівнянням для котушки з осердям (8.45) і первинної обмотки трансформатора (9.8).

Як і в попередніх випадках (8.45), (9.8), у формулі (14.27) величини $U_{L1\text{роз}}$ і $R_1 I_1$ суттєво менші, ніж E_1 . Тому, вводячи коефіцієнт $k_E = 1,01 \dots 1,05$, можна записати для діючих значень

$$U_1 \approx k_E \cdot E_1. \quad (14.28)$$

ЕРС E_1 подібна трансформаторній ЕРС (8.40) і її можна записати

$$E_1 = 4,44 f_1 \omega_1 \Phi_m k_{\text{ОВБ1}}, \quad (14.29)$$

де ω_1 — кількість витків фази обмотки статора; Φ_m — амплітуда основного магнітного потоку обертового поля; $k_{\text{ОВБ1}}$ — обмотковий коефіцієнт, яким ураховується, що не всі витки обмотки рівною мірою пронизуються магнітним полем (див. рис. 14.12), на відміну від трансформатора (див. рис. 9.2).

ЕРС в обмотці ротора вже визначена (14.26) і має аналогічний (14.29) вигляд, але в роторі всі електричні величини змінюються з частотою f_2 , яка визначається формулою (14.9), і тоді ця ЕРС

$$E_2 = 4,44 f_1 s \omega_2 \Phi_m k_{\text{ОВБ2}} = s E_{20}, \quad (14.30)$$

де E_{20} — ЕРС нерухомого ротора при $s = 1$.

Обмотка ротора знаходиться в режимі короткого замикання, що природно для короткозамкненої обмотки (рис. 14.7), а для фазового ротора — при $R_p = 0$ (рис. 14.9). Тоді на підставі закону Ома значення струму в фазі обмотки ротора

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{E_{20} s}{\sqrt{R_2^2 + s^2 X_{20}^2}}. \quad (14.31)$$

Тут ураховано, що індуктивний опір обмотки ротора за відомою з теорії електричних кіл формулою

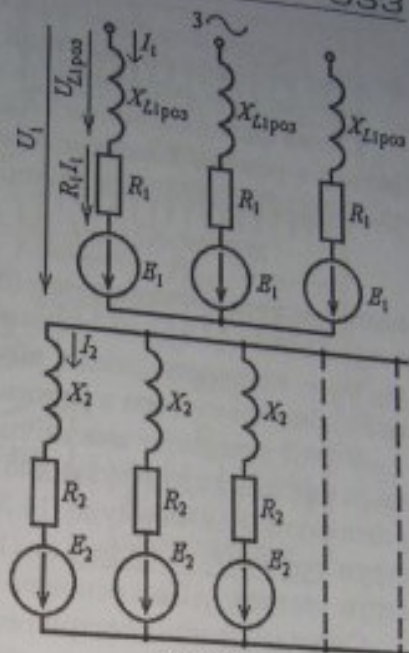


Рис. 14.17

$$X_2 = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi f_1 s L_2 = s X_{20}, \quad (14.32)$$

де $X_{20} = 2\pi f_1 L_2$ — індуктивний опір фазної обмотки нерухомого ротора; L_2 — індуктивність цієї обмотки.

Схема фазних обмоток ТАД подібна до схеми трансформатора (хоча і в режимі короткого замикання), тому скористаємося для зв'язку струмів обмоток статора і ротора рівнянням

$$I_1 = I_{10} + \left(-I_2 \frac{\omega_2 k_{\text{ОБ}2} m_2}{\omega_1 k_{\text{ОБ}1} m_1} \right), \quad (14.33)$$

подібним до рівняння струмів (9.16), в яке введені згадані обмоткові коефіцієнти $k_{\text{ОБ}1}$ і $k_{\text{ОБ}2}$, значення яких дорівнюють приблизно 0,92...0,96; m_1, m_2 — кількості фазних обмоток статора і ротора; I_{10} — струм фази обмотки статора в режимі неробочого ходу ТАД (при $M = 0$).

У ТАД при зміні механічного навантаження на валу змінюється ковзання s , що очевидно з опису принципу дії ТАД і ще буде розглянуто далі. Формула (14.31) показує, що при цьому зміниться струм ротора I_2 , а формула (14.33) — що відповідно зміниться і струм статора I_1 . Це є основою саморегулювання ТАД.

Співвідношення електричних величин у ТАД можна, в принципі, проілюструвати векторною діаграмою, аналогічною до векторної діаграми трансформатора (див. рис. 9.9), якщо в ній прийняти $U_2 = 0$.

Слід також відзначити, що в підрозділі 14.4 і тут фігурує магнітний потік, створений обмоткою статора. Однак реально це буде потік, створений спільно обмотками ротора і статора, оскільки і в обмотці ротора є струм. Однак, як уже відзначено, збільшення струму ротора викликає відповідне збільшення струму статора. А в результаті при зміні навантаження основний магнітний потік Φ_m залишається практично таким же, як і в режимі неробочого ходу. Таке явище відповідає розглянутому вже при вивченні трансформатора в підрозділі 9.4.

14.6. Потужності і втрати потужності в ТАД

Процес передачі електричної енергії в ТАД ілюструється діаграмою потужностей (рис. 14.18).

Із живильної мережі на трифазну обмотку статора постуває електрична енергія з активною потужністю

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos \phi_1, \quad (14.34)$$

де U_1 і I_1 — діючі значення фазних напруги і струму; ϕ_1 — фазовий зсув між ними; $\cos \phi_1$ — коефіцієнтом потужності ТАД.

При з'єднанні обмотки статора за схемою «зірка» (рис. 14.6, а):

$$U_1 = \frac{U_{\Delta}}{\sqrt{3}}; I_1 = I_{\Delta}, \quad (14.35)$$

за схемою «трикутник» (рис. 14.6, б):

$$U_1 = U_{\Delta}; I_1 = \frac{I_{\Delta}}{\sqrt{3}}. \quad (14.36)$$

Тому потужність P_1 (14.34) можна в обох випадках виразити однаково через лінійні напругу U_{Δ} і струм I_{Δ} :

$$P_1 = \sqrt{3} U_{\Delta} I_{\Delta} \cos \phi_1. \quad (14.37)$$

Механічна потужність, що віддається з вала ТАД якому-небудь механізму, вважається корисною потужністю

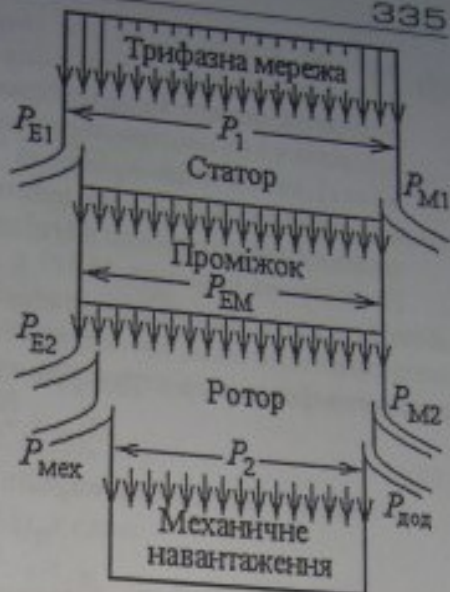


Рис. 14.18

$$P_2 = \frac{Mn}{9,55}, \quad (14.38)$$

де M — обертальний момент на валу; $n = n_2$ — частота обертання ротора (індекс «2» опускають, розглядаючи частоту обертання як вихідну величину ТАД). Співвідношення одиниць вимірювання в (14.38) відповідає (13.24).

Різниця витраченої і корисної потужностей — втрати потужності

$$\Delta P = P_1 - P_2, \quad (14.39)$$

які підсумовуються зі складових, в основному подібних до втрат потужності в МПС (див. підрозділ 13.6).

У ТАД існують такі складові втрат потужності:

електричні втрати потужності в обмотці статора

$$P_{E1} = 3R_1 I_1^2; \quad (14.40)$$

магнітні втрати в осерді статора, що спричиняються магнітним потоком, який змінюється з частотою f_1 , і мають відому природу (див. підрозділ 8.9), тобто

$$P_{M1} = P_{ВХ} + P_{ГС}; \quad (14.41)$$

електричні втрати в обмотці ротора

$$P_{E2} = m_2 R_2 I_2^2; \quad (14.42)$$

магнітні втрати P_{M2} є і в осерді ротора, але вони відносно малі – тут магнітне поле змінюється з меншою частотою f_2 ; механічні втрати P_{MEK} складаються із втрат від тертя в підшипниках і об повітря, тертя щіток об контактні кільця (якщо вони є), вентиляційних втрат;

додаткові втрати $P_{ДОД}$, що виникають у зубцях статора і ротора, через зубцеві пульсації магнітного поля.

На діаграмі (див. рис. 14.18) є також електромагнітна потужність P_{EM} , що передається зі статора на ротор за допомогою обертового магнітного поля. Ця потужність пов'язана з електромагнітним моментом формулою, структура якої відповідає (14.38), а саме:

$$P_{EM} = \frac{M_{EM} n_1}{9,55} \quad (14.43)$$

У ТАД, як і в інших пристроях (див. рис. 9.11 і рис. 13.30), ККД

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (14.44)$$

змінюється зі зміною його навантаження. Номінальне значення ККД $\eta_{ном}$ може складати 0,65...0,9, де більші значення забезпечуються в більш потужних і великих ТАД.

14.7. Механічна характеристика ТАД

Для ТАД, як і інших двигунів, механічна характеристика – це залежність частоти обертання від обертового моменту на валу, тобто $n(M)$.

Щоб отримати цю залежність у найпростішій, хоча і приблизній формі, в формулі (14.4) знехтуємо внутрішньою втратою моменту ΔM і при $M \approx M_{EM}$ на основі (14.24) отримуюмо вихідний вираз

$$M = C_{EM} \Phi_m I_2 \cos \psi_2 \quad (14.45)$$

Далі скористаємося взаємозв'язками електричних величин для обмоток ТАД із підрозділу 14.5.

Для фази обмотки ротора (див. рис. 14.17) з трикутника опорів (рис. 14.19)

$$\cos \psi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (X_{20} \cdot s)^2}} \quad (14.46)$$

Із (14.29) виразимо амплітуду магнітного потоку і з урахуванням (14.28) подамо її у вигляді

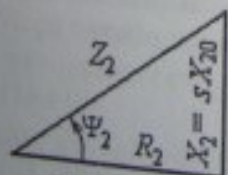


Рис. 14.19

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4,44f_1\omega_1 k_{OB1}} = \frac{U_1}{4,44f_1\omega_1 k_{OB1} k_E} \quad (14.47)$$

У такому разі діюче значення ЕРС фази ротора за (14.30)

$$E_2 = U_1 s \frac{k_{OE2}\omega_2}{k_{OB1}\omega_1 k_E} \quad (14.48)$$

Підставимо (14.46), (14.47) і C_{EM} із (14.24) в (14.45), а також (14.48) в (14.31) і отримане також в (14.45). У результаті маємо

$$M = \frac{pN_p k_{OE2}\omega_2}{4\pi f_1 \omega_1^2 k_{OB1}^2 k_E} \cdot \frac{U_1^2 s R_2}{R_2^2 + X_{20}^2 \cdot s^2} \quad (14.49)$$

де сукупність величин, що стоять попереду, позначимо коефіцієнтом

$$C_M = \frac{pN_p k_{OE2}\omega_2}{4\pi f_1 \omega_1^2 k_{OB1}^2 k_E} \quad (14.50)$$

і отримусмо явну залежність $M(s)$, а саме

$$M = C_M \cdot \frac{U_1^2 s R_2}{R_2^2 + X_{20}^2 \cdot s^2} \quad (14.51)$$

що дає основу для механічної характеристики.

Для наочного уявлення залежності $M(s)$ у формулу (14.51) належить підставити конкретні значення C_M , U_1 , R_2 і X_{20} . У підсумку для більшості реальних ТАД графік $M(s)$ буде мати типовий вигляд, показаний на рис. 14.20 при зміні s у відомому діапазоні (див. рис. 14.13).

Початкова точка $s = 0$ відповідає ідеальному неробочому коду «інх»: тут $M = 0$, а величину ΔM знехтували. Далі йде практично лінійна ділянка: при малих значеннях s у формулі (14.51) знаменник $R_2^2 + X_{20}^2 \cdot s^2 = R_2^2$. При великих значеннях ($s \rightarrow 1$) знаменник близький до $X_{20}^2 s^2$ і ділянка графіка за (14.51) нагадує гіперболу.

При середніх значеннях s віданки в знаменнику приблизно рівнозначні і крива

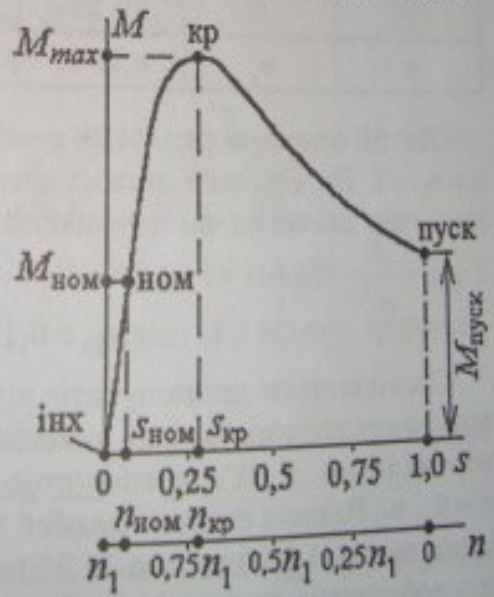


Рис. 14.20

$M(s)$ проходить через екстремум — це критична точка «кр», яка характеризується максимальним значенням обертового моменту M_{\max} і критичним ковзанням $s_{\text{кр}}$.

Щоб визначити $s_{\text{кр}}$, вираз $M(s)$ за (14.51) піддається відповідній математичній обробці. А саме, знаходиться похідна M за s і зрівнюється з нулем, тобто $\frac{dM}{ds} = 0$. Отримане рівняння відносно s має розв'язок $s = \pm \frac{R_2}{X_{20}}$.

Це і є точка екстремуму і, одночасно, для двигунного режиму критичне ковзання —

$$s_{\text{кр}} = \frac{R_2}{X_{20}} \quad (14.52)$$

На рис. 14.20, як і на рис. 14.13, ще позначені точки: «ном» — номінальний і «пуск» — пусковий режими. Їм відповідають певні значення: номінальні ковзання $s_{\text{ном}}$ і обертовий момент $M_{\text{ном}}$; пускові ковзання $s = 1$ і обертовий момент $M_{\text{пуск}}$.

Частота обертання вала — це одночасно і частота обертання ротора: $n = n_2$. Тому за формулою (14.6) маємо

$$n = n_1(1 - s) \quad (14.53)$$

Для діапазону $s = 0..1$ за цією формулою можна визначити значення n в долях від n_1 , частина яких наведена в табл. 14.1.

Таблиця 14.1

s	0	0,25	0,5	0,75	1,0
n	n_1	$0,75 \cdot n_1$	$0,5 \cdot n_1$	$0,25 \cdot n_1$	0

На цій основі на рис. 14.20 поєднаємо зі шкалою $s = 0..1$ шкалу $n = n_1..0$. На останній можна позначити відповідні номінальне і критичне значення частоти обертання, що мають вирази за (14.53):

$$n_{\text{ном}} = n_1(1 - s_{\text{ном}}); \quad (14.54)$$

$$n_{\text{кр}} = n_1(1 - s_{\text{кр}}). \quad (14.55)$$

Залишається розташувати вісь обертового моменту M , як аргументу, горизонтально, вісь частоти обертання n , як функції — вертикально з її перевертанням за зростаючими значеннями $n = 0..n_1$. Разом з поворотом осей повернеться і графік, який тепер із залежності $M(s)$ за рис. 14.20 перетвориться в залежність $n(M)$, що зображена на рис. 14.21. Це і є графічний вигляд механічної

характеристики, яку ми отримали об'єднанням формул (14.51) і (14.53).

Для практичних розрахунків формула (14.51) не зовсім зручна — в неї входять величини, які не визначаються за паспортними даними ТАД. Щоб усунути цей недолік, зробимо наступні перетворення.

У формулу (14.51) замість s підставимо вираз $s_{кр}$ за (14.52) і отримаємо вираз максимального обертового моменту

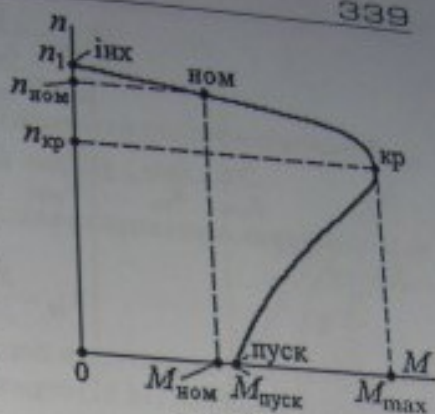


Рис. 14.21

$$M_{\max} = C_M \frac{U_1^2 \left(\frac{R_2}{X_{20}} \right) R_2}{R_2^2 + \left(\frac{R_2}{X_{20}} \right)^2 X_{20}^2} = C_M \frac{U_1^2}{2X_{20}} \quad (14.56)$$

Формулу (14.51) помножимо на $\frac{2X_{20}}{2X_{20}}$ і перегрупуємо, щоб виділити в ній частину, яка відповідає M_{\max} за (14.56), тобто

$$M = C_M \cdot \frac{U_1^2}{2X_{20}} \cdot \frac{sR_2 \cdot 2X_{20}}{R_2^2 + X_{20}^2 s^2} \quad (14.57)$$

Перетворимо частину цієї формули

$$\frac{sR_2 X_{20}}{R_2^2 + X_{20}^2 s^2} = \frac{1}{\frac{R_2^2}{sR_2 X_{20}} + \frac{X_{20}^2 s^2}{sR_2 X_{20}}} = \frac{1}{\frac{R_2}{sX_{20}} + \frac{X_{20} s}{R_2}} \quad (14.58)$$

Тепер з урахуванням (14.56) і (14.58), де за (14.52) $\frac{R_2}{X_{20}} = s_{кр}$ і $\frac{X_{20}}{R_2} = \frac{1}{s_{кр}}$, зробимо заміни в (14.57) і отримуємо відому формулу Кюсса:

$$M = \frac{2M_{\max}}{s_{кр} + \frac{s}{s_{кр}}} \quad (14.59)$$

У цю формулу підставимо замість s значення $s_{ном}$ і отримуємо, відповідно, номінальний обертовий момент

$$M_{\text{ном}} = \frac{2M_{\text{мах}}}{\frac{s_{\text{кр}} + s_{\text{ном}}}{s_{\text{ном}}} + \frac{s_{\text{ном}}}{s_{\text{кр}}}} \quad (14.60)$$

Перекомпонування формули (14.60) приводить до

$$\frac{s_{\text{кр}} + s_{\text{ном}}}{s_{\text{ном}}} + \frac{s_{\text{ном}}}{s_{\text{кр}}} = 2 \cdot \frac{M_{\text{мах}}}{M_{\text{ном}}} \quad \text{або} \quad \frac{s_{\text{кр}}}{s_{\text{ном}}} + \frac{s_{\text{ном}}}{s_{\text{кр}}} = 2\lambda_M, \quad (14.61)$$

де використана переважувальна здатність ТАД з обертового моменту

$$\lambda_M = \frac{M_{\text{мах}}}{M_{\text{ном}}}, \quad (14.62)$$

значення якої λ_M задаються в його паспортних даних.

Із другої формули (14.61) отримується квадратне рівняння відносно $s_{\text{кр}}$

$$s_{\text{кр}}^2 - 2\lambda_M s_{\text{ном}} s_{\text{кр}} + s_{\text{ном}}^2 = 0. \quad (14.63)$$

Його розв'язок дає критичне ковзання

$$s_{\text{кр}} = s_{\text{ном}} \left(\lambda_M \pm \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right), \quad (14.64)$$

де для двигунного режиму правильне співвідношення $s_{\text{ном}} < s_{\text{кр}}$, як на рис. 14.20, дає знак «+».

Таким чином, параметри $s_{\text{ном}}$, $M_{\text{ном}}$ і λ_M , що задаються в паспортних даних або визначаються з них за відомими формулами, дають параметри $s_{\text{кр}}$ і $M_{\text{мах}}$ за (14.64) і (14.62).

Далі залишається задати ряд значень s в діапазоні від 0 до 1, і за формулами (14.53) та (14.59) розрахувати значення n і M . Об'єднання n і M дає безпосередньо графік механічної характеристики $n(M)$, яка вже зображена на рис. 14.21, де також відмічені особливі точки, що відповідають точкам, виділеним раніше на рис. 14.13 і рис. 14.20.

Додамо, що на механічній характеристиці (рис. 14.21) ділянка від «пуск» до «кр» відповідає нестійкій роботі (при розгоні її ТАД проскакує), ділянка від «кр» до «інх» — стійкій роботі.

Треба відзначити, що формула Клосса (14.59) дає на практиці задовільні результати в діапазоні малих ковзань, що на рис. 14.22, де зображені механічні характеристики, відповідає ділянці від n_1 до $n_{\text{кр}}$. На решті частини показана неоднаковість характеристик: 1 — розрахункова за формулою Клосса; 2 — реальна для ТАД загальнопромислового виконання; 3 — реальна для ТАД спеціального виконання з глибокими пазами для обмотки ротора.

Справа в тому, що в реальних умовах при підвищених значеннях ковзання i , отже, частоти f_2 (14.9), виникає витіснення струму в провідниках ротора до поверхні його осердя. Це приводить до ефекту самовільного збільшення опору R_2 обмотки ротора. Останнє, відповідно до формули (14.51), веде до зміни (збільшення) значень обертового моменту M при підвищених ковзаннях i , отже, низьких частотах обертання (рис. 14.22).

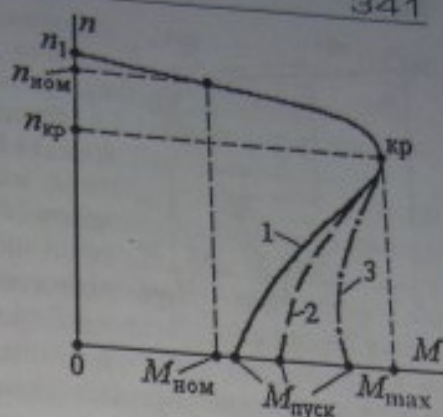


Рис. 14.22

Силові властивості ТАД оцінюють:

перевантажувальною здатністю λ_M за (14.62);
кратністю пускового моменту

$$k_{\text{пуск}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{ном}}} \quad (14.65)$$

У серійних двигунів ці параметри знаходяться в межах:

$$\lambda_M = 1,8..2,6; \quad k_{\text{пуск}} = 1,1..1,8. \quad (14.66)$$

14.8. Робота ТАД і керування ним

14.8.1. Пуск і способи пуску ТАД

Щоб запустити ТАД, достатньо замкнути перемикач Q (рис. 14.23) і подати із трифазної мережі на обмотку статора напругу.

Як вже розглядалося і ще раз показано на механічній характеристиці на рис. 14.24, на початку пуску при частоті обертання $n = 0$ ТАД розвиває пусковий момент $M_{\text{пуск}}$. Розгін двигуна можливий за умови $M_{\text{пуск}} > M_c$ (M_c — момент опору механізму, який приводиться до руху). Зі збільшенням частоти обертання, в міру розгону, точка роботи ТАД p переміщується по механічній характеристиці, як показано на рис. 14.24. Миттєві положення точки p показують (на осі M) обертальний момент, що розвивається. Розгін

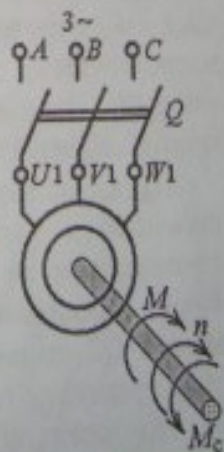


Рис. 14.23

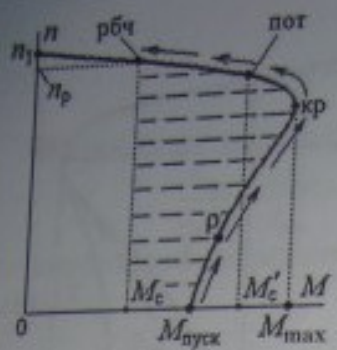


Рис. 14.24

продовжуватися, доки $M > M_c$, і завершитися усталеною частотою обертання n_p в робочій точці «рбч», де $M = M_c$.

Якщо вихідне значення $M_c' > M_{пуск}$ (рис. 14.24), то ТАД не зможе розігнатися, хоча має потенційну можливість для цього ($M_{max} > M_c'$) і наступної роботи в точці «пот». Тому один із недоліків ТАД – відносно мала величина $M_{пуск}$.

Якщо при вмиканні ТАД (14.23) відразу подається номінальна напруга $U_{1ном}$

то пуск називається **прямим**. При такому пуску в обмотці статора пусковий струм $I_{пуск}$ значно перевищує номінальне значення струму $I_{1ном}$ ТАД. Кратність пускового струму

$$k_{I_{пуск}} = \frac{I_{пуск}}{I_{1ном}} \quad (14.67)$$

може досягати 5...7, і це друга проблема пуску ТАД.

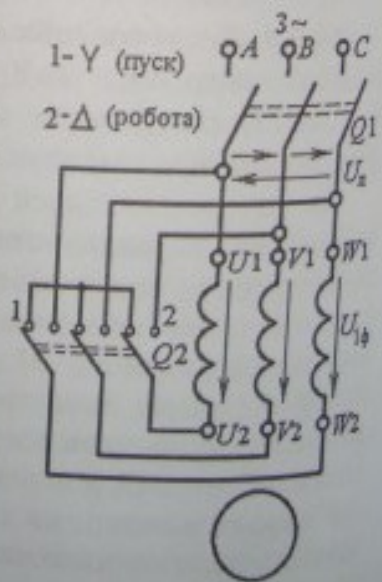
Справа в тому, що при пуску ковзання є максимальним (див. рис. 14.13), тому виходять великими ЕРС E_2 (14.30), струм ротора I_2 (14.31) і струм статора I_1 (14.33), що споживається з мережі, хоча дещо знижує проблему збільшення індуктивного опору X_2 (14.32).

Ударний пусковий струм негативно впливає на живильну електромережу, викликає значні перевантаження ТАД силами (6.3), що діють на провідники.

Для зниження пускових струмів у ТАД з короткозамкненим ротором застосовують пуск при зниженій напрузі. Два варіанта такого пуску подані на рис. 14.25 і 14.26.

Пуск із перемиканням обмотки статора з «зірки» на «трикутник» проводиться за схемою на рис. 14.25. Перед вмиканням ТАД у мережу перемикач Q2 ставиться в положення 1 і так отримуємо схему У.

При замиканні вимикача Q1 на фазу обмотки статора подається напруга



$$U_{1\phi} = \frac{U_{\Delta}}{\sqrt{3}} \quad (14.58)$$

Після розгону двигуна перемикач Q2 ставиться в положення 2 і обмотка статора перетворюється в схему Δ . При цьому

$$U_{1\phi} = U_{\Delta} \quad (14.69)$$

що відповідає нормальному робочому режиму даного ТАД.

Як відомо з розрахунку електричних кіл (див. приклад у підрозд. 4), при інших рівних умовах, у схемі «зірка» лінійні струми I_{Δ} в три рази менші, ніж у схемі «трикутник» I_{Δ} . Таким чином, пускові струми зменшуються в три рази.

Автотрансформаторний пуск ілюструє схема на рис. 14.26. У даному випадку вимикачем Q напруга з мережі U_{Δ} подається на три-

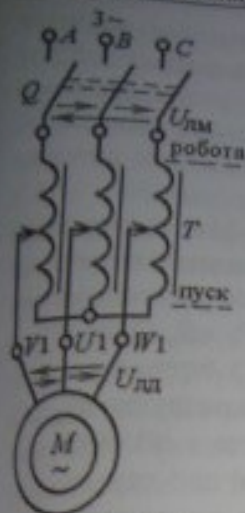


Рис. 14.26

фазний автотрансформатор T, а вже з нього $U_{\Delta\Delta}$ — на обмотку статора ТАД. Вихідне положення движків автотрансформатора — «пуск» забезпечує мінімальні напругу і відповідно пусковий струм ТАД. Переміщуючи движки в робоче положення «робота», плавно підвищують напругу ТАД і тим самим уникають ударних пускових струмів. Адже в міру розгону ковзання зменшується й автоматично знижує ЕРС E_2 і струми I_2 та I_1 .

Пуск при зниженій напрузі вирішує проблему пускового струму. Але при цьому проблема пускового моменту навіть посилюється, що ілюструє рис. 14.27. Тут подано природну механічну характеристику при номінальній напрузі $U_{ном}$, а також дві штучні механічні характеристики при знижених значеннях напруги живлення. У них однакові n_c і $n_{кр}$, оскільки частота обертання поля (14.1), критичне ковзання (14.52) і критична частота обертання (14.55) не залежать від U_1 . Але величина M_{max} за (14.56) пропорційна U_1^2 і через це всі значення M за (14.59) при однакових значеннях s (а отже і значеннях n) зменшуються в цій пропорції. Відповідно зменшується і пусковий момент $M_{пуск}$ (див. рис. 14.27). Тому

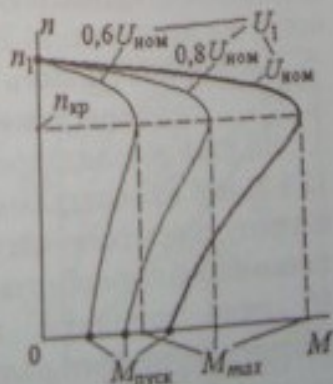


Рис. 14.27



Рис. 14.28

тільки місце критичної точки на графіках механічної характеристики зміниться, тому що нове значення критичного ковзання

$$s_{кр} = \frac{R_2 + R_p}{X_{20}} \quad (13.70)$$

збільшиться, а величина $n_{кр}$ (14.55) зменшиться.

Природна (при $R_p = 0$) і штучні (при $R_p' > 0$ і $R_p'' > R_p'$) механічні характеристики показані на рис. 14.29. У них збереглися спільна точка n_1 і рівень M_{max} , але графіки за тією ж формулою (14.59) зі збільшенням R_p «нахиляються», відповідно збільшується $M_{пуск}$.

При певному значенні R_p , яке за (14.70) дає $s_{кр} = 1$, отримаємо $M_{пуск} = M_{max}$. Тому вибір вихідного значення пускового опору R_p' є оптимальним. У міру розгону ТАД опір R_p зменшують і в кінцевому положенні движків реостата «робота» на рис. 14.28 при $R_p = 0$ ТАД переходить на природну механічну характеристику і працює в точці, яка відповідає M_c — моменту опору на валу (рис. 14.29).

14.8.2. Властивість саморегулювання ТАД

Як уже розглядалося в підрозділі 13.9.3, під саморегулюванням двигунів розуміють їхню здатність автоматично виробляти обертальний момент M , який дорівнює протидіючому моменту M_c на його валу. Розглянемо, як це відбувається в ТАД.

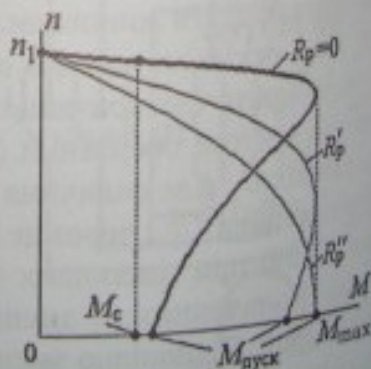


Рис. 14.29

Якщо встановилася рівновага моментів $M = M_c$ (див. рис. 14.23), то ТАД працює в усталеному режимі при сталій частоті обертання $n_{\text{ном}} = \text{const}$.

Нехай момент опору змінився — зріс, так що $M_c' > M$. При цьому частота обертання ротора n стане зменшуватися, а ковзання з (14.5) — збільшуватися. Отже збільшаться ЕРС E_2 в обмотці ротора (14.30) і його струм I_2 (14.31). Автоматично збільшиться електромагнітний момент (14.24) і обертальний момент на валу (14.4). При цьому магнітний потік, що входить у (14.24), практично не змінюється, оскільки зі зміною струму ротора автоматично збільшується струм статора I_1 (14.33) і баланс магнітних полів обмоток ротора і статора зберігається практично таким, як і в режимі неробочого ходу ТАД. Процес нарощування обертального моменту M буде продовжуватися до того часу, поки він знову не зрівняється з моментом опору, але вже на більш високому рівні: $M' = M_c'$. Частота обертання якоря знову стане сталою, але на дещо нижчому рівні $n_{\text{кін}} < n_{\text{ном}}$. Двигун знову буде працювати в усталеному режимі.

Таким чином, саморегулювання ТАД відбувається за рахунок автоматичної зміни струмів ротора і статора та частоти обертання, а весь процес ілюструє причинно-наслідковий ланцюжок:

$$M = M_c \Rightarrow n_{\text{ном}} = \text{const} \Rightarrow M_c \uparrow \Rightarrow n \downarrow \Rightarrow s \uparrow \Rightarrow E_2 \uparrow \Rightarrow I_2 \uparrow \Rightarrow M \uparrow \Rightarrow M' = M_c' \Rightarrow n_{\text{кін}} = \text{const}.$$

Таким чином, уявлення про саморегулювання ТАД — ключ до його характеристик.

14.8.3. Експлуатаційні (робочі) характеристики ТАД

Як вже відзначалося для ДПС (див. підрозділ 13.9.6), так і для ТАД під експлуатаційними (робочими) характеристиками розуміють залежності величин, супутніх його роботі, від корисної потужності P_2 на валу. Остання є механічною потужністю P_2 (14.38) і змінюється при зміні механічного навантаження на валу ТАД. При цьому мається на увазі, що підтримується номінальна напруга на обмотці статора ($U_1 = U_{\text{ном}}$) і відсутні інші керуючі впливи на ТАД.

Типові експлуатаційні характеристики ТАД подані у відносних одиницях на рис. 14.30 в діапазоні зміни навантаження

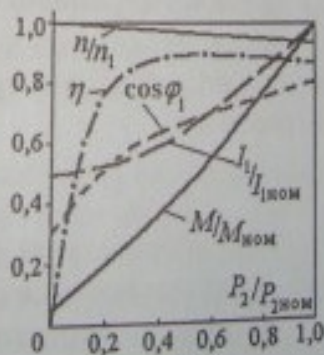


Рис. 14.30

від неробочого ходу ($P_2 = 0$) до номінального ($P_2 = P_{2ном}$). Прокоментуємо їх.

1. Графік частоти обертання n починається зі значення, майже рівного n_1 і відповідного режиму неробочого ходу, а при збільшенні потужності P_2 дещо зменшується, так само, як і при збільшенні обертового моменту M на валу (див. рис. 14.21).

2. Обертовий момент M за (14.38) прямопропорційний потужності P_2 , а деякий згин графіка $M(P_2)$ вгору спричинений тим, що в указаній формулі величина n дещо зменшується, як це представлено в пункті 1 і на рис. 14.30.

3. Струм обмотки статора I_1 , що споживається з мережі, в режимі неробочого ходу має значення I_{10} (14.33), необхідне для створення основного магнітного поля ТАД, а також електромагнітного моменту, який переборює внутрішній момент опору ΔM (14.4). Далі, зі зростанням потужності, струм I_1 збільшується у відповідності з процесом саморегулювання, описаним у підрозділі 14.8.2.

4. Графік ККД η (14.44) пояснюється сукупністю формул (14.37)-(14.42). У принципі цей типовий графік схожий на графіки для ККД трансформатора (див. рис. 9.8) і ДПС (див. рис. 13.30).

5. Графік коефіцієнта потужності ТАД $\cos\phi_1$ із (14.34) виражає, по суті, співвідношення активної і повної потужностей у ньому. А повна потужність, як відомо (3.60), містить у собі активну і реактивну потужності. Реактивна потужність пов'язана зі збудженням основного магнітного потоку в ТАД і практично зберігається такою, як і при неробочому ході (для збудження поля фактично споживається струм I_{10} , що входить до (14.33)). А активна потужність (14.34) зростає зі збільшенням корисної потужності (14.38). У підсумку зростає і $\cos\phi_1$, як це зображено на рис. 14.30.

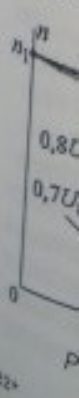
14.8.4. Регулювання частоти обертання ТАД

Можливості регулювання частоти обертання ТАД виявляються на основі формули (14.53), в яку підставимо n_1 за (14.1) й отримаємо

$$n = \frac{60f_1}{p} (1-s). \quad (14.71)$$

Можливі наступні способи регулювання:

- 1) впливом на ковзання s ;
- 2) зміною частоти f_1 напруги, яка подається на обмотку статора;



3) зміною кількості пар полюсів p обмотки статора.

Розглянемо варіанти реалізації цих способів. При цьому будемо мати на увазі, що обертальний момент M на валу ТАД є незалежною змінною. Його величина встановлюється автоматично відповідно до моменту опору M_c , який диктується навантаженим, як це показано при розгляді властивості саморегулювання ТАД.

Щоб змінилося ковзання s при заданому обертальному моменті, можна, за формулою (14.51), використовувати регулювання напруги U , або регулювання активного опору в колі обмотки ротора, додаючи до R_2 опір R_p (див. рис. 14.9).

Регулювання напругою можливе за наявності регулятора напруги РН (рис. 14.31). Він, у принципі, може бути виконаний за тими ж схемами, які використовувались при пуску ТАД (див. рис. 14.25 і рис. 14.26). Зміна механічних характеристик, що виникають зі зміною напруги U_{1per} на обмотці статора, вже пояснювалися на прикладі рис. 14.27.

Аналогічний набір механічних характеристик подано і на рис. 14.32, де регулювання можливе при заданому обертальному моменті $M = M_c$. Очевидно, що при зменшенні напруги U_1 робоча точка p переміщується разом із характеристиками. Так отримується діапазон регулювання частоти обертання Δn . Проте цей діапазон відносно невеликий, та ще й супроводжується зниженням перевантажувальної здатності (14.62) ТАД. Тому цей спосіб регулювання вважається недостатньо ефективним.

Реостатне регулювання введенням додаткових опорів R_p в коло обмотки ротора можливе в ТАД з фазним ротором, схема якого вже подавалася на рис. 14.28. Зміни, що відбуваються з механічними характеристиками при зміні R_p , були пояснені на прикладі рис. 14.29.

Аналогічні характеристики подано на рис. 14.33, де очевидні переміщення робочої точки p . Діапазон регулювання частоти обертання Δn є досить широким (глибоке регулювання). Недоліками способу вважається необхідність використання фазного

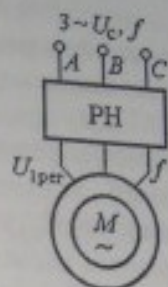


Рис. 14.31

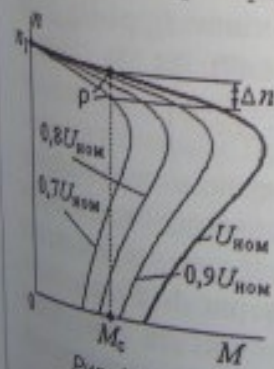


Рис. 14.32

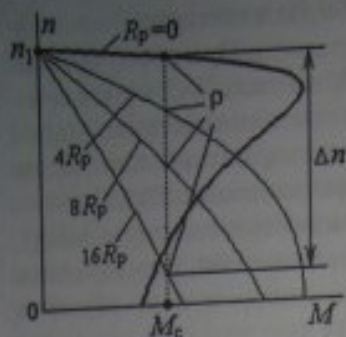


Рис. 14.33

напряга з регульованою частотою $f_{1\text{рег}}$, яка задається за допомогою блока керування БК.

Щоб при цьому збереглася величина магнітного потоку в ТАД (14.47), необхідно при зміні частоти $f_{1\text{рег}}$ пропорційно змінювати напругу $U_{1\text{рег}}$. Це також реалізовано в перетворювачі частоти з регулюванням напруги (ПЧ і РН), який за суттю є досить складним пристроєм на основі керованих напівпровідникових вентилів (тиристорів).

Сім'я механічних характеристик ТАД при частотному регулюванні подана на рис. 14.35. Оскільки частота обертання магнітного поля n_1 (14.1) пропорційна f_1 , то початок характеристики на вертикальній осі n відповідно переміщується. При цьому форма характеристики, зумовлена формулою (14.59), приблизно зберігається, як і

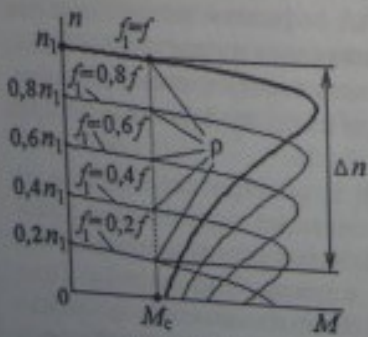


Рис. 14.35

ротора, а також збільшення електричних втрат потужності (тепер у формулі (14.42) замість R_2 належить підставити $R_2 + R_p$).

Частотне регулювання ТАД можливе при його живленні (рис. 14.34) через перетворювач частоти ПЧ. Цей перетворювач вмикається в трифазну мережу з напругою U_M і частотою f (наприклад, 50 Гц). А на його виході отримується змінна

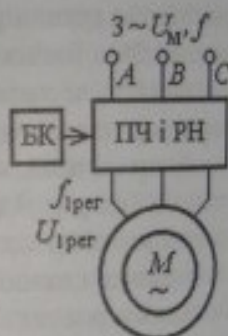


Рис. 14.34

величина M_{max} , що досягається узгодженою зміною $f_{1\text{рег}}$ і $U_{1\text{рег}}$ які входять до (14.47), (14.50), (14.32) і (14.51) $\left(\frac{U_{1\text{рег}}}{f_{1\text{рег}}} = \text{const}\right)$.

Якщо регулювання відбувається при заданому обертальному моменті $M = M_c$, то отримується очевидний із рис. 14.35 діапазон регулювання частоти обертання ТАД Δn . Цей спосіб регулювання

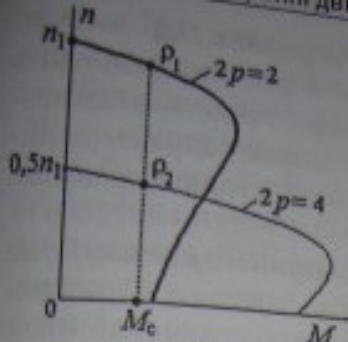


Рис. 14.36

забезпечує плавну зміну частоти обертання n в широкому діапазоні, але для нього потрібно додаткове обладнання, вже згадуване на рис. 14.34.

Полюсне регулювання реалізується у так званих *багатошвидкісних* ТАД шляхом зміни кількості пар полюсів p обмотки статора за допомогою спеціального перемикача.

Якщо, наприклад, число p змінювати з 1 на 2, то при цьому частота обертання магнітного поля n_1 (14.1) змінюється в два рази. Супутні механічні характеристики ТАД подані на рис. 14.36. Якщо зміна кількості пар полюсів відбувається при заданому обертальному моменті $M = M_c$, то стан ТАД відповідає робочим точкам ρ_1 або ρ_2 . Проміжних положень немає, тому регулювання є дискретним (стрибокподібним).

Як змінюється кількість пар полюсів обмотки статора, показано на рис. 14.37 на прикладі однієї з трьох її фаз.

У конкретному положенні перемикача Q на рис. 14.37, а, б отримуються такі напрямки струмів в обмотці статора, при яких

магнітне поле має одну пару полюсів ($p = 1$), при іншому положенні вимикача Q (рис. 14.37, в, г) отримуються напрямки струмів, що забезпечують дві пари полюсів ($p = 2$).

Існують багатошвидкісні ТАД двоступеневого регулювання, як на рис. 14.37, а також три- і чотириступеневого регулювання. При цьому схема обмотки статора і перемикач значно ускладнюються, але ще додаткового обладнання не потребують, на відміну від інших способів регулювання.

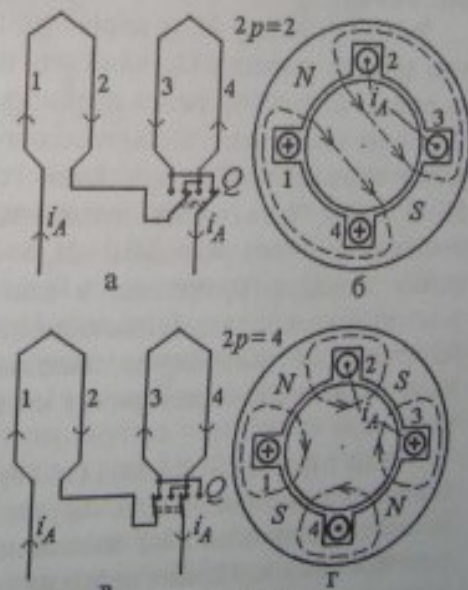


Рис. 14.37

14.8.5. Електричне гальмування і реверсування ТАД

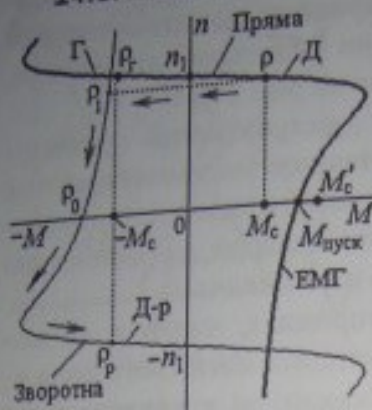


Рис. 14.38

Розглядаючи аспекти, винесені в заголовок, скористаємося розширеними механічними характеристиками асинхронної машини, поданими на рис. 14.38.

Ділянка *двигунного режиму* Д уже неодноразово подавалася. Співвідношення напрямків обертання магнітного поля $-n_1$, обертового моменту $-M$ обертання вала $-n$ і моменту опору $-M_c$ показано на рис. 14.39. Останній створюється на шківі вантажем G_1 , що піднімається (V — напрямок руху), і

при $M = M_c$ отримується робоча точка p (рис. 14.38).

Якщо в формули (14.53) і (14.59) підставити значення ковзання $s < 0$ (відповідну ділянку див. на рис. 14.13), то отримуємо продовження механічної характеристики при $n > n_1$ (рис. 14.38) — це ділянка *рекуперативного генераторного гальмування* Г. Сполучення напрямків n_1 , n , M і M_c подано для цього режиму на рис. 14.40, а.

Зміна напрямку M_c (у порівнянні з рис. 14.39) відбулося з появою другого вантажу G_2 , який має перевагу над першим G_1 . Тому на рис. 14.38 робоча точка пройшла положення $n = n_1$, де момент M змінив свій знак і з обертового перетворився на гальмовий, а рушійним став момент M_c . У новому усталеному положенні (точка p_r) виконалась умова рівноваги $-M_c = -M$ і асинхронна машина, працюючи в генераторному режимі, протидіє гальмовим моментом подальшому розгону і вільному падінню вантажу. При цьому вона віддає електричну енергію $W_{\text{ЕЛ}}$ в мережу.

Якщо в формули (14.53) і (14.59) підставити значення ковзання $s > 1$, то на рис. 14.38 отримаємо продовження ЕМГ механічної характеристики при $n < 0$ (зміна напрямку обертання), відповідне *режиму електромагнітного*

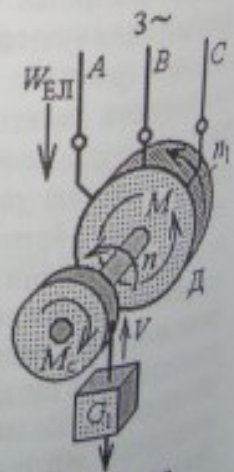


Рис. 14.39

гальма. Цей режим вже подавався на рис. 14.13 і для нього мають місце напрямки величин, показані на рис. 14.40, б. Тут припустили, що при вмиканні двигуна його пусковий момент $M_{\text{пуск}} < M'_c$, де M'_c — обертальний момент, діючий зі сторони звільненого вантажу G_2 . У такій ситуації переважаючий момент M'_c є рушійним, а асинхронна машина своїм моментом M здійснює електромагнітне гальмування. Електрична енергія споживається з мережі, як і в двигунному режимі, але тепер машина не змогла перейти в цей режим через недостатній обертальний момент.

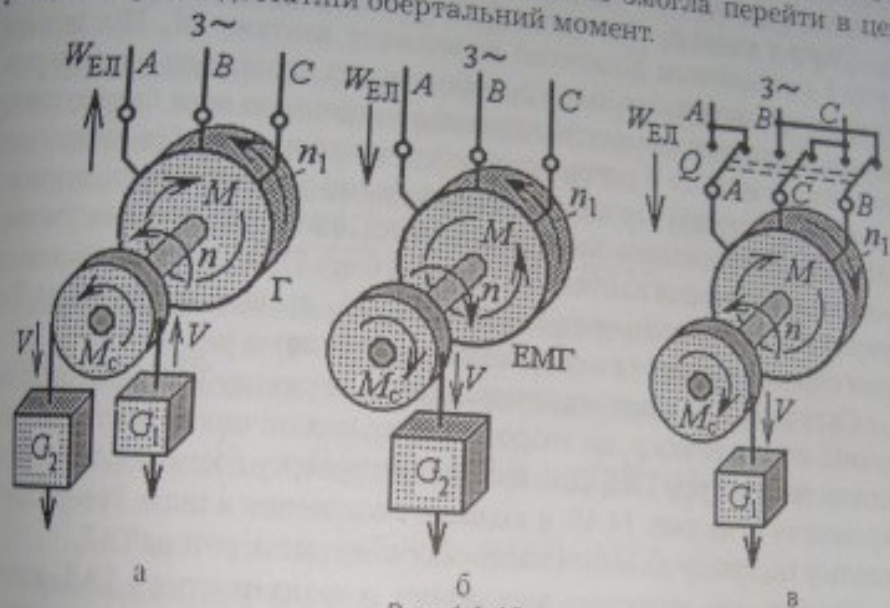


Рис. 14.40

Ще одним варіантом електричного гальмування, причому найбільш інтенсивного, є *гальмування противвмікненням*. Розглядаючи цей варіант, припустимо, що ТАД працював за схемою на рис. 14.39. І нехай на механічній характеристиці (рис. 14.38) це відповідає точці p на двигунній ділянці D .

Противвмікнення ТАД виконується переводом перемикача Q в положення, що показано на рис. 14.40, в. При цьому замість чергування фаз A, B, C (рис. 14.39) отримуємо чергування A, C, B . За допомогою побудовань, аналогічних рис. 12.12, можна уявити, що при зміні виводів будь-яких двох фаз змінюється напрямок обертаючого магнітного поля n_1 . І, як витикає із принципу дії ТАД (див. підрозділ. 14.3), обертальний момент M буде діяти на ротор у той же бік, куди обертається поле.

Приклад 1. ТАД має такі дані: номінальна напруга 220/380 В (фазна/лінійна) при частоті $f_1 = 50$ Гц; номінальне ковзання $s_{ном} = 0,05$; кількість пар полюсів $p = 6$; перевантажувальна здатність з обертового моменту $\lambda_M = 1,8$. Схема з'єднання обмотки статора — «зірка» (див. рис. 14.6, а). Вибрати лінійну напругу живильної мережі U_M і визначити синхронну частоту обертання n_1 поля статора, номінальну $n_{ном}$ і критичну $n_{кр}$ частоту обертання ротора.

Розрахунок. При з'єднанні обмоток статора «зіркою» $U_\Delta = \sqrt{3}U_\Phi$, де U_Δ і U_Φ — відповідно лінійна і фазна напруги обмотки статора. Тому лінійна напруга мережі $U_M = U_\Delta = 380$ В.

Синхронна частота обертання поля статора (14.1)

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{6} = 500 \text{ об/хв.}$$

Номінальна частота обертання ротора (14.54)

$$n_{ном} = n_1 (1 - s_{ном}) = 500(1 - 0,05) = 475 \text{ об/хв.}$$

Критичні ковзання (14.64) і частота обертання ротора (14.55)

$$s_{кр} = s_{ном} (\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1}) = 0,05 (1,8 + \sqrt{1,8^2 - 1}) = 0,165;$$

$$n_{кр} = n_1 (1 - s_{кр}) = 500(1 - 0,165) = 417,5 \text{ об/хв.}$$

Приклад 2. ТАД має такі дані в номінальному режимі: потужність на валу $P_{2ном} = 22$ кВт; напруга 220/380 В (фазна/лінійна); ККД $\eta_{ном} = 0,9$; коефіцієнт потужності $\cos \varphi_{1ном} = 0,88$. Кратність пускового струму $k_{пуск} = 5,5$. Схема з'єднання обмоток статора — трикутник (див. рис. 14.6, б). Вибрати лінійну напругу живильної мережі U_M і визначити номінальні і пускові струми обмотки статора.

Розрахунок. При з'єднанні обмотки статора «трикутником» $U_\Delta = U_\Phi$, тому лінійна напруга мережі $U_M = U_\Delta = U_\Phi = 220$ В.

Номінальна потужність, що споживається двигуном із мережі, має на основі (14.37) і (14.44) два вирази: $P_{1ном} = \sqrt{3}U_\Delta I_{ном} \cos \varphi_{1ном}$ і

$P_{1ном} = \frac{P_{2ном}}{\eta_{ном}}$. Зрівнюючи їх, отримасмо номінальні лінійний і фазний струми обмотки статора

$$I_{л ном} = \frac{P_{2ном}}{\sqrt{3}U_\Delta \eta_{ном} \cos \varphi_{1ном}} = \frac{22 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,9 \cdot 0,88} = 72,9 \text{ А;}$$

$$I_{\text{ф ном}} = \frac{I_{\text{л ном}}}{\sqrt{3}} = \frac{72,9}{\sqrt{3}} = 41,7 \text{ А.}$$

Пускові лінійний і фазний струми обмотки статора двигуна

$$I_{\text{л пуск}} = k_{I \text{ пуск}} I_{\text{л ном}} = 5,5 \cdot 72,9 = 401 \text{ А;}$$

$$I_{\text{ф пуск}} = k_{I \text{ пуск}} I_{\text{ф ном}} = 5,5 \cdot 41,7 = 229 \text{ А.}$$

Приклад 3. ТАД вмикається в мережу з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ і має такі дані в номінальному режимі: потужність на валу $P_{2 \text{ ном}} = 45 \text{ кВт}$; напруга 220/380 В (фазна/лінійна); частота обертання ротора $n_{\text{ном}} = 580 \text{ об/хв}$; ККД $\eta_{\text{ном}} = 0,9$; коефіцієнт потужності $\cos \varphi_{1 \text{ ном}} = 0,81$. Крім того, двигун має кратність пускового струму $k_{I \text{ пуск}} = 5,0$, а також перевантажувальну здатність з обертового моменту $\lambda_{\text{М}} = 1,8$. Визначити номінальну споживану потужність двигуна $P_{1 \text{ ном}}$; суму всіх втрат потужності в двигуні $\Delta P_{\text{ном}}$; номінальний і пусковий струми обмотки статора; номінальний $M_{\text{ном}}$ і максимальний $M_{\text{мах}}$ обертальні моменти.

Розрахунок. Номінальна потужність, що споживається ТАД із мережі,

$$P_{1 \text{ ном}} = \frac{P_{2 \text{ ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{45}{0,9} = 50 \text{ кВт.}$$

Сума всіх втрат у двигуні $\Delta P_{\text{ном}} = P_{1 \text{ ном}} - P_{2 \text{ ном}} = 50 - 45 = 5 \text{ кВт}$.

При заданій напрузі мережі $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ фази обмотки статора з'єднуються «зіркою» (рис. 14.6, а). Тоді лінійний і фазний струми:

$$I_{\text{л ном}} = I_{\text{ф ном}} = \frac{P_{2 \text{ ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{л}} \eta_{\text{ном}} \cos \varphi_{1 \text{ ном}}} = \frac{45 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9 \cdot 0,81} = 93,8 \text{ А.}$$

Пускові струми: $I_{\text{л пуск}} = I_{\text{ф пуск}} = k_{I \text{ пуск}} I_{\text{л ном}} = 5,0 \cdot 93,8 = 469 \text{ А}$.

Номінальний і максимальний обертальні моменти із (14.38) і (14.62):

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{2 \text{ ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{45 \cdot 10^3}{580} = 741 \text{ Н} \cdot \text{м;}$$

$$M_{\text{мах}} = \lambda_{\text{М}} M_{\text{ном}} = 1,8 \cdot 741 = 1334 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Приклад 4. ТАД має такі дані в номінальному режимі: потужність на валу $P_{2 \text{ ном}} = 15 \text{ кВт}$; частота обертання поля статора $n_1 = 1500 \text{ об/хв}$; ковзання $s_{\text{ном}} = 0,05$. Перевантажувальна здатність з обертового моменту $\lambda_{\text{М}} = 2,5$. Розрахувати і побудувати залежність обертового моменту від ковзання $M(s)$, визначити пусковий обертальний момент $M_{\text{пуск}}$ і його кратність $k_{I \text{ пуск}}$ відносно номінального моменту.

Розрахунок. Для практичних розрахунків залежність $M(s)$ при $U_M = \text{const}$ визначається формулою Клосса (14.59):

$$M = \frac{2 \cdot M_{\text{max}}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}} = \frac{2 \cdot 250}{0,24 + \frac{0,24}{s}} = \frac{500}{0,24 + \frac{0,24}{s}} \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для цієї формули були попередньо обчислені наступні величини: критичне ковзання (14.64)

$$s_{\text{кр}} = s_{\text{ном}} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,05 \left(2,5 + \sqrt{2,5^2 - 1} \right) = 0,24;$$

номінальна частота обертання двигуна (14.54)

$$n_{\text{ном}} = n_1 (1 - s_{\text{ном}}) = 1500 (1 - 0,05) = 1425 \text{ об/хв};$$

номінальний і максимальний обертальні моменти із (14.38) і (14.62)

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{15 \cdot 10^3}{1425} = 100 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{\text{max}} = \lambda_M M_{\text{ном}} = 2,5 \cdot 100 = 250 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Задаючи значення s від 0 до 1, необхідно визначити значення обертального моменту за формулою Клосса. При цьому на ділянці зі стійким режимом роботи двигуна ($0 \leq s \leq s_{\text{кр}}$), достатньо мати чотири точки при

$$s = 0; s = s_{\text{ном}}; s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{кр}}; s = s_{\text{кр}}.$$

На ділянці залежності $M(s)$ з нестійкими режимами роботи ТАД $s_{\text{кр}} < s \leq 1$ можна задати значення ковзання s : 0,3; 0,4; 0,6; 0,8; 1.

Результати розрахунку зведені в табл. 14.2.

Таблиця 14.2

s	0	$s_{\text{ном}} = 0,05$	0,1	$s_{\text{кр}} = 0,24$	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	0	100	178	250	244	221	172	137	113

Пусковий момент двигуна $M_{\text{пуск}} = 113 \text{ Н}\cdot\text{м}$ визначається при $s=1$, тоді кратність цього моменту (14.65)

$$k_{\text{пуск}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{ном}}} = \frac{113}{100} = 1,13.$$

За даними табл. 14.2 на рис. 14.42 зображена залежність $M(s)$.

Приклад 5. ТАД має такі номінальні дані: потужність на валу $P_{\text{ном}} = 11 \text{ кВт}$; частота обертання ротора $n_{\text{ном}} = 940 \text{ об/хв}$. Перемикавальна здатність з обертального моменту $\lambda_M = 2,5$.

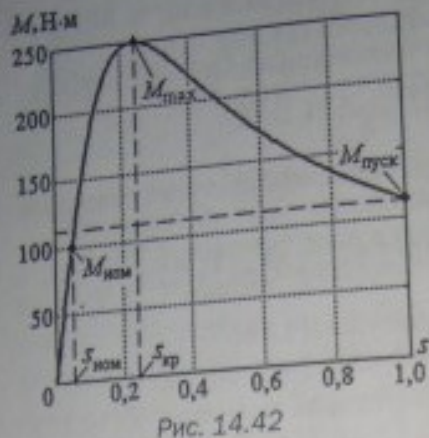


Рис. 14.42

Розрахувати і побудувати в одній координатній системі три механічні характеристики — залежності частоти обертання ротора від обертового моменту $n(M)$ за таких умов:

а) природну механічну характеристику при напрузі мережі $U_n = 380$ В, а також визначити з неї діапазон частот обертання ротора, при яких можлива стійка робота двигуна;

б) штучну механічну характеристику при зниженні напруги живильної мережі на 10%, тобто при $U = 0,9U_n$;

в) штучну механічну характеристику, якщо сумарний активний опір у кожній фазі обмотки ротора стає вдвічі більшим, ніж у двигуна, для якого розраховано попередні характеристики, тобто $R'_2 = 2R_2$ (це можливо, якщо даний двигун є двигуном з фазним ротором (див. рис. 14.9) і тоді у фазу обмотки ротора можна увімкнути регульовальні реостати з опорами R_p , рівними R_2); при цьому індуктивний опір фаз обмотки ротора X_{20} із (14.32) не змінюється, напругу мережі вважати рівною U_n .

Розрахунок. Із відомого ряду значень (див. табл. 12.1), беремо найближче згори до заданого $n_{ном} = 940$ об/хв значення частоти обертання магнітного поля $n_1 = 1000$ об/хв.

Тоді номінальне ковзання за (14.5)

$$s_{ном} = \frac{n_1 - n_{ном}}{n_1} = \frac{1000 - 940}{1000} = 0,06.$$

Критичне ковзання (14.64)

$$s_{кр} = s_{ном} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,06 \left(2,5 + \sqrt{2,5^2 - 1} \right) = 0,288.$$

Номінальний і максимальний обертові моменти із (14.38) і (14.62)

$$M_{ном} = 9,55 \frac{P_{2ном}}{n_{ном}} = 9,55 \cdot \frac{11 \cdot 10^3}{940} = 112 \text{ Н·м};$$

$$M_{max} = \lambda_M \cdot M_{ном} = 2,5 \cdot 112 = 280 \text{ Н·м}.$$

Природну механічну характеристику $n(M)$ при $U_m = \text{const}$ отримуюмо шляхом окремих розрахунків частоти обертання і обертового моменту на основі виразів, у які входить один аргумент ковзання s :

$$n = n_1(1-s) = 1000(1-s) \text{ об/хв};$$

$$M = \frac{2 \cdot M_{\text{max}}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}} = \frac{2 \cdot 280}{\frac{s}{0,288} + \frac{0,288}{s}} = \frac{560}{\frac{s}{0,288} + \frac{0,288}{s}} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Тепер, щоб отримати природну механічну характеристику, достатньо задати ряд значень s від 0 до 1 і виконати розрахунки за наведеними формулами. Значення ковзання s для механічної характеристики вибираються таким же чином, як і в прикладі 4. До того ж, завжди треба робити розрахунок для значень ковзання $s_{\text{ном}}$ і $s_{\text{кр}}$.

Результати розрахунку зведені до табл. 14.3, де ще

додано значення $s'_{\text{кр}} = 0,576$, яке визначимо далі ($s'_{\text{кр}}$ важливо для однієї із штучних характеристик).

За даними табл. 14.3 на рис. 14.43 побудована природна механічна характеристика $n(M)$ при $U = U_m$ і $R_p = 0$.

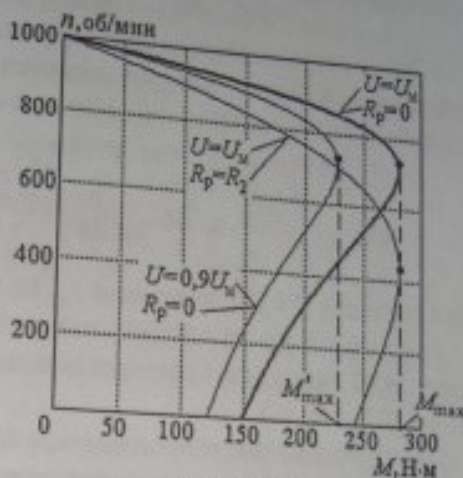


Рис. 14.43

Таблиця 14.3

s	0	0,06	0,1	0,2	0,288	0,4	0,576	0,6	0,8	1,0
$n, \text{ об/хв}$	1000	940	900	800	712	600	434	400	200	0
$M, \text{ Н} \cdot \text{ м}$ при $U = U_m; R_p = 0$	0	112	173	262	280	265	223	218	178	149
$M, \text{ Н} \cdot \text{ м}$ при $U = 0,9U_m; R_p = 0$	0	90	140	212	227	215	201	177	144	120
$M, \text{ Н} \cdot \text{ м}$ при $U = U_m; R_p = R_2$	0	58	94	173	223	262	280	278	265	242

Щоб отримати штучну механічну характеристику при зниженні напруги живильної мережі на 10%, тобто при $U = 0,9U_m$, скористасмося такими ж формулами, що і в попередньому випадку для природної механічної характеристики. Але при цьому треба ураховувати те, що максимальний обертальний момент змінюється в залежності від цієї напруги таким чином (14.56):

$$M'_{\max} = \left(\frac{U}{U_m}\right)^2 \cdot M_{\max} = \left(\frac{0,9U_m}{U_m}\right)^2 \cdot M_{\max} = 0,81 \cdot M_{\max} = 0,81 \cdot 280 = 227 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Тобто штучна механічна характеристика за таких умов визначається для тих же значень ковзання s і частоти обертання n розрахунком обертового моменту за формулою

$$M = \frac{2 \cdot M'_{\max}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}} = \frac{2 \cdot 227}{0,288 + \frac{s}{s_{\text{кр}}}} = \frac{454}{0,288 + \frac{s}{s_{\text{кр}}}}$$

(як відомо з (14.52), значення $s_{\text{кр}}$ не залежить від напруги).

Результати розрахунків зведені в табл. 14.3. За її даними на рис. 14.43 зображена штучна механічна характеристика $n(M)$ при $U = 0,9U_m$ і $R_p = 0$.

Ця і попередня механічна характеристики отримані за умови, що фази обмотки ротора мають тільки свій активний опір R_2 , тобто немає ніяких додаткових опорів ($R_p = 0$).

Щоб отримати штучну механічну характеристику при введенні в фази обмотки ротора регулювальних реостатів з опором $R_p = R_2$, скористасмося такими ж формулами, як і у випадку для природної механічної характеристики. Але при цьому треба враховувати те, що змінюється критичне ковзання, яке тепер визначається за відомою формулою (14.70).

Тому, при додаванні до R_2 опору регулювального реостата $R_p = R_2$ і збереженні індуктивного опору фази обмотки статора X_{20} складемо пропорцію

$$\frac{s'_{\text{кр}}}{s_{\text{кр}}} = \frac{\left(\frac{R_2 + R_p}{X_{20}}\right)}{\left(\frac{R_2}{X_{20}}\right)}$$

і отримаємо нове значення критичного ковзання для даної штучної механічної характеристики, тобто

$$s'_{кр} = \frac{R_2 + R_p}{R_2} \cdot s_{кр} = \frac{R_2 + R_2}{R_2} \cdot s_{кр} = 2 \cdot s_{кр} = 2 \cdot 0,288 = 0,576.$$

При цьому максимальний обертальний момент M_{max} (14.56) не залежить від R_2 та R_p і зберігається таким, як і для природної механічної характеристики (йому тепер буде відповідати нове значення критичного ковзання $s'_{кр}$). Відзначимо, що ця штучна механічна характеристика розраховується при напрузі живлення $U = U_w$.

Таким чином, штучну механічну характеристику при визначених умовах ($R_p = R_2$, $U = U_w$) отримуємо для тих же значень ковзання s і частоти обертання n , що і в попередніх випадках, розраховуючи обертальний момент за модифікованою формулою

$$M = \frac{2 \cdot M_{max}}{\frac{s}{s'_{кр}} + \frac{s'_{кр}}{s}} = \frac{2 \cdot 280}{\frac{s}{0,576} + \frac{0,576}{s}} = \frac{560}{\frac{s}{0,576} + \frac{0,576}{s}} \text{ Н м.}$$

Результати розрахунків зведені в табл. 14.3 і за її даними на рис. 14.43 зображена штучна механічна характеристика $n(M)$ при $U = U_w$ і $R_p = R_2$.

Відзначимо, що на рис. 14.43 виникли такі самі зміни в характеристиках, які раніше були показані на рис. 14.27, 14.29, 14.31 і 14.32.

Запитання для самоконтролю

1. Зобразіть конструкцію ТАД і поясніть призначення його елементів.
2. Які основні два типи виконання обмотки ротора притаманні ТАД?
3. Як створюється обертове магнітне поле в ТАД?
4. У чому полягає принцип дії ТАД?
5. Що називають ковзанням асинхронної машини і які його значення притаманні різним режимам роботи цієї машини?
6. Яким чином створюється електромагнітний момент у ТАД і від яких параметрів він залежить?
7. Запишіть рівняння рівноваги напруг і струмів в обмотках ТАД і поясніть фізичний зміст складових цих рівнянь.

8. Як визначаються корисна та витрачена потужності ТАД?
9. Які втрати потужності виникають в асинхронному двигуні при його роботі?
10. Зобразіть природну механічну характеристику асинхронного двигуна і зазначте на ній точки, які відповідають неробочому ходу, пуску, номінальному режиму та максимальному навантаженню.
11. Вкажіть на механічній характеристиці ТАД ділянки, які відповідають стійкій та нестійкій роботи двигуна, а також ділянку допустимих навантажень.
12. Якими параметрами визначаються критичне ковзання та максимальний момент ТАД?
13. Як змінюється механічна характеристика ТАД при зміні напруги живильної мережі, а також при введенні додаткового опору в фази обмотки ротора?
14. У чому полягає проблема пуску ТАД і які способи пуску використовуються для асинхронних двигунів з короткозамкненим і фазним роторами?
15. Зобразіть робочі характеристики ТАД та поясніть їхній характер.
16. Якими способами можна регулювати частоту обертання ротора двигуна з короткозамкненим і фазним роторами?
17. Які способи електричного гальмування ТАД Ви знаєте і в чому полягає їхня суть?
18. Яким способом змінюють напрямок обертання ротора трифазного асинхронного двигуна?

15. ТРИФАЗНІ СИНХРОННІ МАШИНИ

15.1. Загальні поняття

Синхронна машина (СМ) — машина змінного струму, принцип дії якої побудований на взаємодії магнітних полів ротора і статора, що обертаються з однаковою частотою (синхронно).

Застосовують СМ головним чином для перетворення механічної енергії первинних двигунів в електричну, тобто як генератори електричної енергії змінного струму. Трифазні синхронні генератори, встановлені на різних електростанціях, виробляють практично всю електроенергію, яка надходить до електроенергетичних систем усього світу. Порівняно невелика частка електроенергії виробляється синхронними й іншими генераторами, встановленими на мобільних установках (локомотивах, автомобілях, літаках, кораблях та ін.).

СМ використовують і як електродвигуни, хоча і меншою мірою, ніж електродвигуни інших типів. У синхронних двигунах частота обертання ротора при постійній частоті струму в обмотці статора зберігається постійною поза залежністю від навантаження на їхньому валу. СМ мають також специфічне застосування як компенсатори реактивної потужності в електроенергетичних системах.

СМ можуть бути як однофазними, так і багатофазними. На електростанціях і в промислових установках найбільшого розповсюдження набули трифазні синхронні машини — генератори і двигуни. СМ з більшою кількістю фаз також використовуються, але значно рідше.

Однофазні синхронні двигуни належать, як правило, до мікродвигунів і знаходять застосування в електричних годинниках, автоматичних самозаписуючих приборах, пристроях програмування тощо.

Синхронні генератори виконуються як на відносно малі, так і на великі потужності — до тисячі МВт (мегаватт). Діапазон можливих потужностей синхронних двигунів також дуже широкий, але практично обмежений через обмежені вимоги механізмів та пристроїв, що приводяться до руху.

15.2. Будова трифазної синхронної машини

Як і інші електричні машини, трифазна синхронна машина оборотна, тобто один і той же її екземпляр може працювати в різних режимах. Її конструкція досить універсальна і, перш за все, залежить від рівня потужності і частоти обертання ротора. Конструкція СМ подана на рис. 15.1 і рис. 15.2 у поздовжньому і поперечному розрізах.

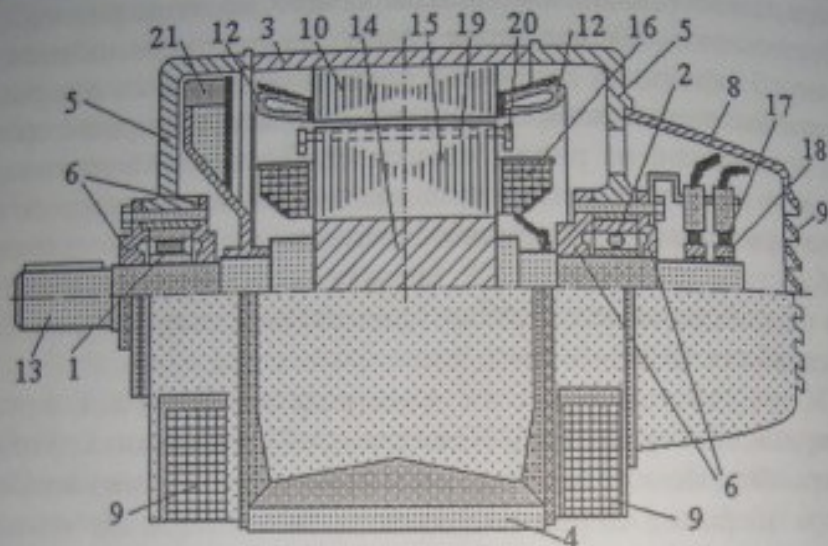


Рис. 15.1

СМ складається з нерухомого статора і обертового ротора всередині першого. Ротор і статор механічно взаємопов'язані підшипниками 1 і 2, а в активній частині їх розділяє повітряний проміжок.

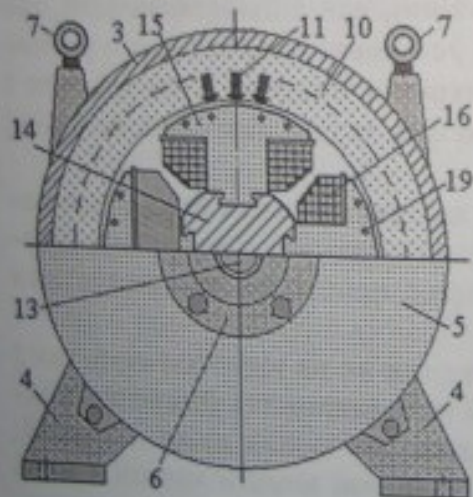


Рис. 15.2

Механічна основа статора — корпус 3 у вигляді полого циліндру. У нижній частині до корпусу приварені лапи 4, що слугують для кріплення машини на фундаменті. З торців до корпусу прилягають і кріпляться болтами підшипникові щити 5, що утримують під-

шипники за допомогою підшипникових кришок 6. Для транспортування машини на корпусі є рим-болти 7. Для проходу крізь неї охолоджувального повітря на підшипникових щитах і захисному ковпаку 8 встановлено жалюзі 9.

У корпусі закріплено шихтоване осердя статора 10. У його пазах розташовані мідні ізольовані провідники 11 обмотки статора, які з'єднуються лобовими частинами 12 в секції (як на рис. 12.5). Секції у свою чергу з'єднуються одна з одною і створюють фазні обмотки (як на рис. 14.5). У трифазній СМ кількість фазних обмоток дорівнює відповідно трьом, ці обмотки просто-риво розташовані по дузі окружності статора зі зсувом на 120 електричних градусів (кут у цих градусах отримують помноженням реального кута в звичайних градусах на кількість пар полюсів, тобто $\alpha_{ел} = \alpha_p \cdot p$).

Фазні обмотки з'єднуються одна з одною, наприклад, за схемою «зірка» (рис. 15.3) і їхні зовнішні виводи U, V, W вмикаються в трифазну мережу. Можлива наявність і нейтрального проводу N .

Таким чином, можна констатувати, що активна електромагнітна частина статора, до якої належить осердя й обмотка, аналогічна активній частині статора трифазного асинхронного двигуна. Складові цієї частини можна простежити на рис. 14.1, 14.2, 14.4 і 14.5.

Обмотка статора може бути двохполюсною ($p=1$, як на рис. 12.8, а і рис. 12.10), чотириполюсною ($p=2$ — рис. 12.8, б і рис. 12.13) та з більшою кількістю пар полюсів.

Ротор СМ являє собою електромагнітну систему постійного струму з обмоткою, що має ту ж кількість полюсів, що і трифазна обмотка статора. Конструкція ротора може бути неявно- або явнополюсною.

На рис. 15.1 і 15.2 ротор є явнополюсним і має $2p = 4$ полюсів. Механічна основа ротора —

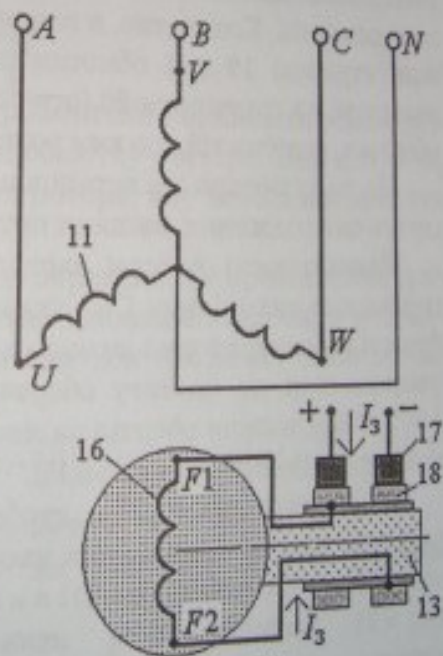


Рис. 15.3

вал 13. В активній частині він утворює масивне ядро 14, на якому кріпляться масивні або шихтовані сталеві полюси 15, що мають прямокутний переріз і закінчуються наконечниками. На полюсах закріплюються багатовиткові котушки 16 з мідного ізоляованого проводу. Ці котушки з'єднані одна з одною послідовно і створюють обмотку збудження. Щітки 17, закріплені на статорі, і контактні кільця 18, встановлені на валу, створюють ковзні електричні контакти. Через них обмотка збудження $F1-F2$ живиться постійним струмом I_3 від якого-небудь зовнішнього джерела, що схематично показано на рис. 15.3.

Обмотка збудження створює в СМ основний магнітний потік. У СМ можливе і безщіткове збудження (в машинах малої потужності полюса ротора є постійними магнітами, в крупних машинах обмотка збудження живиться від спеціальної системи збудження, встановленої на роторі). Структура силових ліній цього потоку, наприклад, для двохполюсного варіанта аналогічна представленому на рис. 12.6, б, для чотириполюсного — на рис. 12.7.

У багатьох синхронних машин на роторі, крім обмотки збудження, є ще мідна або латунна заспокійлива (демпферна) обмотка, що сприяє загасанню коливань ротора при неусталених режимах синхронної машини, а також забезпечує асинхронний пуск синхронних двигунів. Конкретно, в наконечниках полюсів ротора розташовані стрижні 19 цієї обмотки (див. рис. 15.1 і 15.2), які в торцях замкнені на перемички 20 (отримується своєрідна короткозамкнена обмотка, подібна тій, що вже розглядалася в асинхронних двигунах).

На валу ротора ще встановлюється вентилятор 21, який забезпечує охолодження машини потоком повітря.

Явнополюсні ротори застосовують у порівняно тихохідних СМ, якими можуть бути гідрогенератори і дизель-генератори, розраховані на частоту обертання 1500, 1000, 750 і нижче обертів за хвилину при частоті змінного струму 50 Гц.

У швидкохідних СМ — турбогенераторах при високих значеннях частоти обертання $n = 1500$ об/хв ($2p = 4$) і $n = 3000$ об/хв ($2p = 2$) застосовуються неявнополюсні ротори.

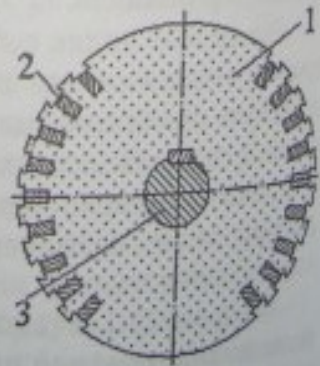


Рис. 15.4

Неявнополюсний ротор подано на рис. 15.4 і в даному випадку він відповідає дво полюсній СМ (див. рис. 12.17 і 12.18). Це циліндр 1 з вуглецевої або легваної сталі з пазами 2, які профрезеровані на його поверхні. У ці пази укладені і надійно закріплені клинними провідники обмотки збудження, яка живиться за тією ж схемою, що і явнополюсний ротор. Вал 3 неявнополюсного ротора може бути основою осердя 1 або бути частиною єдиної його конструкції.

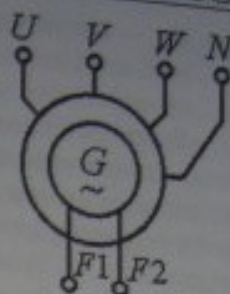


Рис. 15.5

Приклад умовного позначення СМ як трифазного синхронного генератора з чотирма виводами обмотки статора і неявнополюсним ротором подано на рис. 15.5.

15.3. Робота трифазної синхронної машини в режимі генератора

Щоб вироблялася електроенергія змінного струму з частотою f , ротор СМ, що має p пар полюсів, необхідно обертати первинним двигуном з кутовою швидкістю $\Omega_0 = \frac{2\pi f}{p}$ або з частотою обертання в об/хв

$$n = \frac{60f}{p}. \quad (15.1)$$

Другою обов'язковою умовою роботи СМ є наявність основного магнітного потоку, який пронизує обмотку статора. Цей потік Φ_0 створюється обмоткою збудження ротора, яку необхідно живити постійним струмом I_3 .

Обертання ротора приводить до перетинання провідників трифазної обмотки статора магнітними силовими лініями, в результаті чого в фазах цієї обмотки наводиться трифазна симетрична система ЕРС:

$$e_A = E_m \sin \omega t; \quad e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad e_C = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right), \quad (15.2)$$

де E_m — амплітуда ЕРС; $\omega = 2\pi f$ — кутова частота.

Діюче значення фазної ЕРС, як і в асинхронній машині (14.29)

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f \omega k_{об} \Phi_m, \quad (15.3)$$

де Φ_m – амплітуда основного магнітного потоку; $k_{об}$ – обмотковий коефіцієнт; w – кількість витків кожної фази обмотки статора.

У випадку, коли до виводів обмотки статора не підключене навантаження і вони розімкнуті, синхронний генератор (СГ) знаходиться в режимі неробочого ходу (НХ). Якщо при цьому змінювати струм збудження I_3 , буде змінюватися магнітний потік Φ_m і відповідно (15.3) змінюється ЕРС, яку при НХ позначимо через E_0 . Залежність $E_0(I_3)$ при незмінній частоті обертання ротора називається характеристикою неробочого ходу, яка подана на рис. 15.6. Її типовий вигляд пояснюється тими ж причинами, що і в генератора постійного струму (див. рис. 13.23), тобто $E_{зал}$ відповідає залишковому намагнічуванню осердя ротора, нелінійність спричинена насиченням сталі магнітопроводу, до якого належать осердя статора і ротора.

Якщо до обмотки статора приєднати симетричне трифазне навантаження, то у фазах цієї обмотки встановиться трифазна симетрична система змінних струмів

$$i_A = I_m \sin(\omega t - \psi); \quad (15.4)$$

$$i_B = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \psi\right); \quad i_C = I_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \psi\right),$$

які по відношенню до ЕРС (15.2) зсунуті за фазою на кут ψ через наявність реактивних опорів у навантаженні і самих фазних обмотках статора.

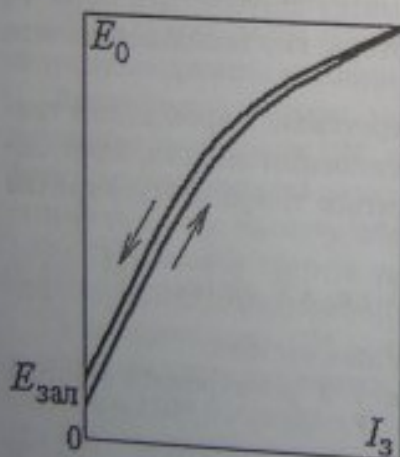


Рис. 15.6

Обмотка статора з системою струмів (15.4) збуджує магнітне поле статора. Це поле, у відповідності з розглянутими в підрозділі 12.4 явищами, буде обертатися з частотою n_1 (12.4), яка збігається з частотою обертання ротора (15.1). Тобто магнітні поля статора і ротора обертаються синхронно, звідки й виникла назва – синхронна машина. А в підсумку в СГ обертається єдине магнітне поле з синхронною частотою

$$n_0 = \frac{60f}{p} \quad (15.5)$$

Вплив магнітного поля статора на магнітне поле машини, як відмічено в підрозділі 12.6, прийнято називати *реакцією якоря*. Реакція якоря спотворює картину магнітного поля у порівнянні з її виглядом при неробочому ході генератора, що приводить до ослаблення або посилення збудження машини в залежності від величини і характеру присданого навантаження. Тому, при зміні струму навантаження СГ, для підтримання на затискачах обмотки статора заданої напруги необхідно змінювати магнітний потік обмотки збудження за допомогою регулювання її струму.

При активно-індуктивному навантаженні (R, L) поле реакції якоря ослаблює основний потік і ЕРС машини. При визначеній величині активно-смісного навантаження (R, C) можливо збільшення результуючого магнітного поля і, отже, ЕРС синхронної машини.

15.4. Рівняння електричного стану, схема заміщення і векторна діаграма синхронного генератора

Основний магнітний потік Φ_0 ротора, як уже відзначено, створює в фазній обмотці статора ЕРС E_0 (15.3). На тій же основі повний потік самої обмотки статора Φ_a , який пронизує її фазну обмотку і має амплітуду $\Phi_{ам}$, створює в ній свою ЕРС з діючим значенням

$$E_a = 4,44fw\Phi_{ам}k_{об} \quad (15.6)$$

Ця ЕРС пропорційна струму обмотки статора I і її можна подати як еквівалентний спад напруги

$$U_a = X_c I \quad (15.7)$$

на індуктивному опорі X_c . Останній називається синхронним опором обмотки статора і породжується магнітним потоком Φ_a , причому, як це прийнято (див. підрозділ 8.9.4), у векторній формі $\underline{U}_a = -\underline{E}_a$.

Крім цих ЕРС в обмотці, що розглядається, є спад напруги RI на активному опорі її фази, а на вихідних затискачах отримується напруга U , прикладена до фазного навантаження з опором Z_H .

Сукупність представлених величин відображена на рис. 15.7 в електричній схемі заміщення фазної обмотки статора і її відповідас рівняння рівноваги напруг

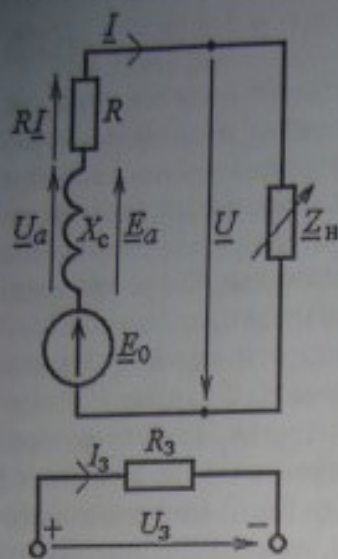


Рис. 15.7

$$\underline{U} = \underline{E}_0 + \underline{E}_a - R\underline{I}. \quad (15.8)$$

Фазові співвідношення струму, напруги, ЕРС і магнітних потоків фазної обмотки статора ілюструє векторна діаграма на рис. 15.8, загальні правила побудови якої відповідають рис. 8.39. Конкретно, вектори \underline{U} і \underline{I} проведені під фазовим зсувом φ , який задає характер навантаження Z_H ; вектор $R\underline{I}$ паралельний \underline{I} , так само, як і вектор магнітного потоку $\underline{\Phi}_s$ (тут знехтуємо явище гістерезису); вектор ЕРС \underline{E}_a відстає за фазою від $\underline{\Phi}_a$ на $\frac{\pi}{2}$ (відповідно вектор \underline{U}_a випереджає \underline{I} на такий кут). Стиковка векторів \underline{U} , $R\underline{I}$ і \underline{E}_a на основі (15.8) дає вектор ЕРС \underline{E}_0 , а вектор магнітного потоку $\underline{\Phi}_0$ проведено так, щоб

вектор \underline{E}_0 відставав від нього за фазою на $\frac{\pi}{2}$;

Сума потоків дає результуючий магнітний потік синхронного генератора в режимі навантаження

$$\underline{\Phi}_s = \underline{\Phi}_0 + \underline{\Phi}_a. \quad (15.9)$$

Фазовий зсув між $\underline{\Phi}_s$ і $\underline{\Phi}_0$ називається кутом навантаження θ , а якщо знехтувати звичайно мале значення $R\underline{I}$, то такий же кут буде між векторами \underline{E}_0 і \underline{U} . Між векторами \underline{E}_0 і \underline{I} утворився фазовий зсув ψ , який визначається сукупністю активних і реактивних опорів навантаження й обмотки статора генератора та входить до виразу струмів (15.4).

На векторній діаграмі за умови $\varphi > 0$, що відповідає активно-індуктивному характеру навантаження, магнітний потік $\underline{\Phi}_a$ вийшов розмагнічуючим, у результаті чого $\underline{\Phi}_s < \underline{\Phi}_0$. При $\varphi < 0$ і визначеному співвідношенні опорів навантаження і генератора потік $\underline{\Phi}_a$ може стати підмагнічуючим.

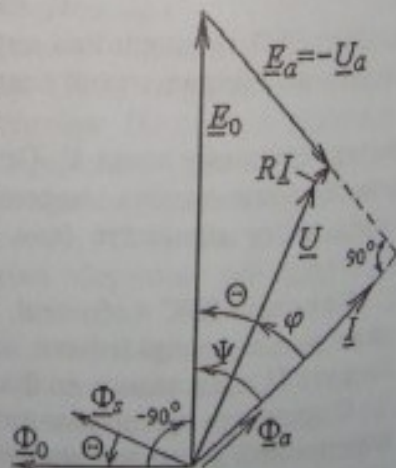


Рис. 15.8

Часовим зсувам потоків на рис. 15.8 відповідають їхні просторові зсуви, що проілюстровано на прикладі простішої моделі двохполюсного генератора з одновітковими фазними обмотками статора (рис. 15.9). У цих обмотках вказані миттєві напрямки струмів і відповідний їм напрямок потоку Φ_a . Розташування ротора і напрямок струму в його обмотці встановлені такими, щоб його вісь намагнічування, по якій направлений потік Φ_r , була зсунута на той же кут, що і за рис. 15.8 між Φ_a і Φ_b . Відповідний напрямок на рис. 15.9 має і результуючий за (15.9) потік Φ_s у статорі.

Через зсув Φ_r і Φ_s силові лінії магнітного поля в проміжку витягнулись (рис. 15.9), як при зміщенні полюсів магнітів. Ротор генератора обертається у напрямку n під дією оберտального моменту M , що прикладений з боку первинного рушія, наприклад, парової турбіни. У тому ж напрямку обертається магнітне поле обмотки статора з частотою n_1 , причому в усталеному режимі і поле, і ротор мають спільну синхронну частоту обертання (15.5).

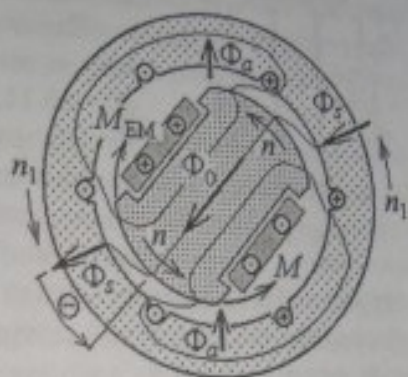


Рис. 15.9

Через «натяг» силових ліній магнітного поля між статором і ротором виникає електромагнітний обертальний момент M_{EM} , який для ротора в генераторному режимі є гальмовим, що вже було подано формулою (13.18).

15.5. Робота трифазної синхронної машини в режимі двигуна

У двигунному режимі обмотка статора повинна бути підключеною до трифазної мережі змінного струму, забезпечуючи збудження магнітного поля, що обертається з частотою n_1 , яка визначена в підрозділі 12.4 формулою (12.4). Для існування електромагнітного обертального моменту, що діє на ротор, його обмотка збудження повинна живитися від джерела постійного струму і збуджувати магнітне поле, силові лінії якого зчеплені з обмоткою статора. Схема вмикання трифазного синхронного двигуна зображена на рис. 15.10, де умовне позначення ротора

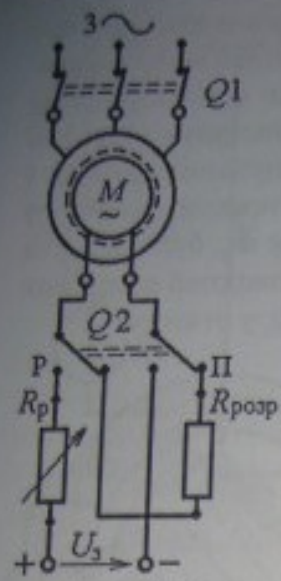


Рис. 15.10

відповідає явнополюсному варіанту. Тут у робочому режимі перемикач $Q2$ знаходиться в положенні «Р».

Взаємодія магнітних полів статора і ротора приводить до створення електромагнітного моменту. Тяжіння різнойменних полюсів полів статора і ротора забезпечує їхню жорстку силову зв'язку, тому ротор вимушено обертається з частотою n синхронно з магнітним полем статора.

Такий принцип дії проілюструємо за допомогою моделі СМ у двигунному режимі на рис. 15.11, яка аналогічна моделі на рис. 15.9. Тут на рис. 15.11 при зазначених миттєвих напрямках струмів в обмотці статора отримується позначений напрямок створеного нею магнітного потоку Φ_0 . При подальшій зміні

струмів (15.4) магнітне поле статора обертається в указаному напрямку n_1 . Магнітний потік ротора Φ_0 , створений його обмоткою, спрямований за віссю ротора і для обмотки статора отримується результуючий магнітний потік Φ_s .

Через зсув потоків Φ_s і Φ_0 на кут навантаження θ у проміжку машини відбувається витягування силових ліній магнітного поля. Їхній «натяг» приводить до виникнення електромагнітного моменту M_{EM} , що діє на ротор у тому ж напрямку, куди обертається поле. Природно, що ротор обертається слідом за полем і вони мають в усталеному режимі загальну синхронну частоту обертання n_0 (15.5).

Під дією моменту M_{EM} з вала двигуна механізму передається обертальний момент M і їхнє співвідношення відповідає (13.19). Рушійний обертальний момент M урівноважується гальмовим моментом опору M_c з боку механізму.

Незважаючи на порівняну простоту принципу дії синхронного двигуна, його запуск спряжений з

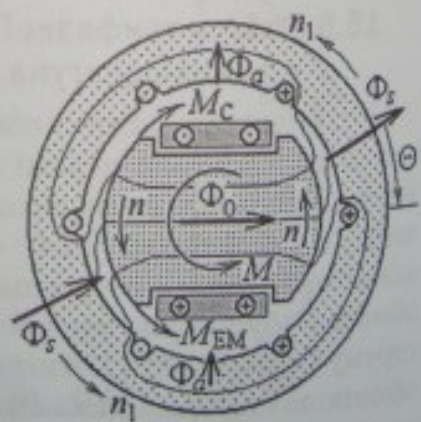


Рис. 15.11

проблемами. Справа в тому, що при вмиканні обмотки статора в мережу (рис. 15.10) її магнітне поле практично миттєво набуває частоти обертання n_0 (15.5). Ротор же, внаслідок механічної інерції, не може миттєво набрати таку ж частоту обертання. Тому безперервна зміна взаємних позицій полюсів магнітного поля статора і полюсів ротора приводить до «смикання» останнього то в один, то в інший бік.

Щоб запустити ротор до нормального обертання, йому необхідно надати початкову кутову швидкість, близьку до кутової швидкості обертання поля статора. Розгін здійснюється частіше за все як у асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором і при цьому працює заспокійлива обмотка, розташована в наконечниках полюсів ротора.

Після розгону обмотка збудження підключається до джерела живлення, в результаті чого ротор «доходить» до **синхронної швидкості**, долаючи лише незначне відставання, властиве асинхронному руху (див. підрозділ 14.3). У момент пуску, уникаючи перенапруження в обмотці ротора (в ній буде індукуватися ЕРС), її замикають на розрядний резистор (на рис. 15.10 перемикач Q2 знаходиться в положенні «П»), з опором $R_{\text{розр}} = 6 \dots 12R_2$, де R_2 — опір обмотки ротора.

Можливий первісний розгін ротора при пуску СМ і за допомогою малопотужного допоміжного електродвигуна іншого типу.

Для синхронного двигуна рівняння напруг і векторна діаграма аналогічні розглянутому для генератора (формула (15.8) і рис. 15.8), але з їхнім коригуванням у зв'язку зі зміною напрямку струму в схемі заміщення на рис. 15.7 (відсутній опір Z_n і напруга U подається з мережі).

15.6. Потужності й обертальний момент синхронної машини

Будемо розглядати СМ при симетричних системах ЕРС (15.2) і струмів (15.4), що природно для двигуна, а для генератора має місце при симетричному навантаженні.

Електрична потужність виражається через фазні напругу і струм

$$P = 3UI \cos \varphi \quad (15.10)$$

і в генераторному режимі вона віддається — P_2 , а в двигунному — споживається із трифазної мережі — P_1 .

У генераторному режимі споживається $-P_1$, а в двигунному віддається $-P_2$ з валу механічна потужність

$$P_{\text{мех}} = \Omega_0 M = \frac{Mn}{9,55}, \quad (15.11)$$

де M – обертальний момент на валу (Н·м); Ω_0 – кутова швидкість (рад/с) і n – частота обертання (об/хв) ротора.

В обох режимах різниця між цими потужностями P_1 і P_2 – це втрати потужності ΔP , які за визначенням і походженням практично відповідають втратам потужності в асинхронному двигуні, які розглянуті в підрозділі 14.6 (за винятком магнітних втрат у роторі).

ККД СМ у номінальному режимі може знаходитися в діапазоні 0,85..0,95, а в генераторах граничної потужності досягає 0,99.

Нехтуючи в першому наближенні втрати потужності і прирівнюючи потужності за (15.10) і (15.11), отримуємо оціночний вираз обертального моменту

$$M = \frac{3UI \cos \varphi}{\Omega_0}. \quad (15.12)$$

Відповідно в схемі на рис. 15.7 і в рівнянні 15.8 не враховується R . Тоді з векторної діаграми на рис. 15.8 отримується спрощена діаграма, яка дана частково на рис. 15.12. Тут спільна сторона bc трикутників bcd і abc дає рівність

$$U_a \cos \varphi = E_0 \sin \Theta, \quad (15.13)$$

звідки, з урахуванням (15.7), отримується $X_c I \cos \varphi = E_0 \sin \Theta$ і вира-

жається комбінація $I \cos \varphi = \frac{E_0 \sin \Theta}{X_c}$.

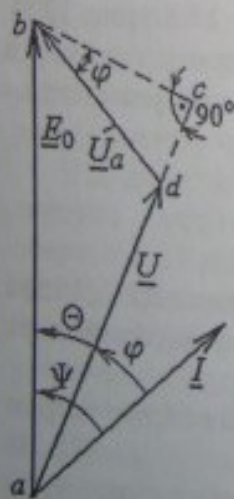
Підставляючи останнє в (15.12), отримуємо обертальний момент і його максимальну величину

$$M = \frac{3UE_0 \sin \Theta}{\Omega_0 X_c} = M_{\text{max}} \sin \Theta; \quad (15.14)$$

$$M_{\text{max}} = \frac{3}{\Omega_0} \cdot \frac{UE_0}{X_c} = \frac{3}{\Omega_0} UI_k, \quad (15.15)$$

де введено поняття струму короткого замикання $I_k = \frac{E_0}{X_c}$.

У відповідності з (15.14) на рис. 15.13 побудована залежність $M(\Theta)$, яка називається **куто-**



Область при $\Theta > 0$ належить до генераторного режиму Г, на прикладі якого виведена формула (15.14). Оскільки СМ оборотна, то ця формула і рис. 15.13 справедливі і для двигунного режиму Д, але при $\Theta < 0$, що підтверджується різними напрямками кута Θ на рис. 15.9 і рис. 15.11.

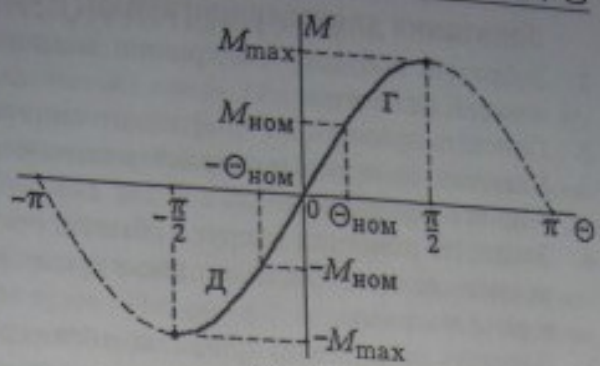


Рис. 15.13

На рис. 15.13 ділянка характеристики в межах $-\frac{\pi}{2} < \Theta < \frac{\pi}{2}$ відповідає стійкій роботі СМ, за її межами — нестійкій. У точці номінального навантаження при $M = M_{\text{ном}}$ кут Θ складає приблизно 20..30 ел. град. Це дає за формулою, аналогічною (14.62), перевантажувальну здатність СМ з обертального моменту в діапазоні 2...2,9.

У синхронних двигунах при зміні навантажувального моменту опору M_c на валу частота обертання n не змінюється, а змінюється кут навантаження Θ . При моменті M_c , що перевищує $M_{\text{мах}}$, тобто коли Θ переходить через значення в 90 ел.град., відбувається зрив роботи двигуна. Магнітне поле продовжує обертатися, а ротор «смикається» то в один, то в інший бік, що в підсумку може призвести до його руйнування.

З урахуванням усіх відзначених обставин, на рис. 15.14 зображена механічна характеристика синхронного двигуна — це, як відомо, залежність $n(M)$. Ця характеристика є абсолютно жорсткою, тобто $n = \text{const}$ в діапазоні допустимих навантажень.

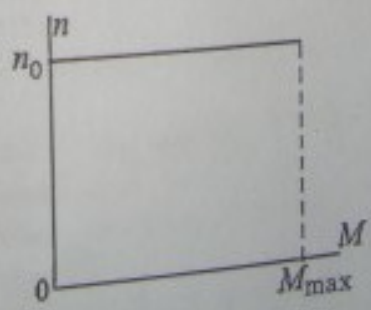


Рис. 15.14

Представлену механічну характеристику можна порівняти з менш жорсткими і м'якими характеристиками двигунів постійного струму (див. рис. 13.29 і рис. 13.41) та трифазного асинхронного двигуна (див. рис. 14.21).

Запитання для самоконтролю

1. Зобразіть побудову синхронної машини і поясніть призначення її елементів.
2. Поясніть принцип дії трифазного синхронного генератора.
3. Наведіть та поясніть характеристику неробочого ходу синхронного генератора.
4. Запишіть рівняння напруг в обмотці статора трифазного синхронного генератора та проілюструйте його за допомогою векторної діаграми.
5. Поясніть принцип дії трифазного синхронного двигуна.
6. Як здійснити пуск синхронних двигунів?
7. Що називають кутом навантаження синхронної машини?
8. Який вигляд має кутова характеристика синхронної машини?
9. Зобразіть механічну характеристику трифазного синхронного двигуна та порівняйте її з аналогічними характеристиками двигунів постійного струму та трифазних асинхронних двигунів.

1. Физический энциклопедический словарь. / Гл. ред. А. М. Прохоров. — М.: Советская энциклопедия, 1984. — 944 с.
2. Электротехнический справочник: В 3 т. Общие вопросы. Электротехнические материалы / Под общ. ред. В. Г. Герасимова и др. — Т. 1. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 488 с.
3. Блажкин А. Т., Бессекерский В. А., Фролов Б. В. и др. Общая электротехника: Учеб. пособие для вузов / Под ред. А. Т. Блажкина. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1979. — 472 с.
4. Герасимов В. Г., Зайдель Х. Э., Коген-Далин В. В. и др. Электротехника: Программир. учеб. пособие для неэлектротехнич. спец. вузов / Под ред. В. Г. Герасимова. — М.: Высш. шк., 1983. — 480 с.
5. Трегуб А. П. Электротехника / Под ред. Е. В. Кузнецова. — К.: Вища шк., 1987. — 600 с.
6. Касаткин А. С., Немцов В. М. Электротехника. — М.: Энергоатомиздат, 1993. — 440 с.
7. Данько В. Г., Мильх В. И., Черкасов А. К. Расчет электрических цепей. Учеб. пособие. — К.: УМК ВО, 1992. — 124 с.
8. Мильх В. И. Электрические цепи. Учебное пособие. — Х.: НТУ «ХПИ», 2002. — 158 с.
9. Данько В. Г., Мільх В. І., Черкасов А. К. та ін. Електротехніка: Навч. посібник для самостійної роботи студентів. — К.: УМК ВО, 1990. — 264 с.
10. Данько В. Г., Мильх В. И., Черкасов А. К. и др. Магнитные цепи и электротехнические устройства: Учеб. пособие. — К.: УМК ВО, 1991. — 116 с.
11. Мильх В. И. Магнитные цепи и электротехнические устройства: Учеб. пособие. — Х.: НТУ «ХПИ», 2003. — 184 с.
12. Таев И. С., Буль Б. К., Годжелло А. Г. и др. Основы теории электрических аппаратов: Учеб. для вузов по спец. «Электрические аппараты» / Под ред. И. С. Таева. — М.: Высш. шк., 1987. — 352 с.
13. Пиотровский Л. М. Электрические машины. Учебник для техникумов. — Л.: Энергия, 1974. — 504 с.
14. Справочник по электрическим машинам: В 2 т. / Под общ. ред. И. П. Копылова и Б. К. Клокова. — Т. 1. — М.: Энергоатомиздат, 1988. — 456 с.
15. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. В. Г. Герасимова. — М.: Высшая школа, 1987. — 288 с.
16. Данько В. Г., Мільх В. І., Карпенко Ф. Т., Марков В. С. Збірник задач з електротехніки: Навч. посіб. — Х., НТУ «ХПИ», 2004. — 119 с.