

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ  
УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО  
ГОСПОДАРСТВА**

**В.П.ШПАЧУК, М.С.ЗОЛОТОВ, В.О.СКЛЯРОВ**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

з курсу

**ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА**

Розділ II

***РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ ПОВІТРЯНИХ ЛІНІЙ  
ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ***

*(для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом  
6.050701 «Електротехніка та електротехнології»)*

**ХАРКІВ  
ХНАМГ  
2011**

УДК 351.1

**Шпачук В. П.** Конспект лекцій з курсу «Технічна механіка». Розділ II. Розрахунок на міцність повітряних ліній електропередач (для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом 6.050701 «Електротехніка та електротехнології») / В.П. Шпачук, М.С. Золотов, В.О. Склярів; за заг. ред. В.П. Шпачука; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2011. – 151 с.

***Рецензенти:***

*О. К. Морачковський*, д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри теоретичної механіки Національного технічного університету «ХПІ»;

*В. Г. Солодов*, д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри теоретичної механіки та гідравліки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Цей конспект лекцій складено з метою допомоги студентам електротехнічних спеціальностей вузів при підготовці до занять, заліків та іспитів з розділу «Кінетостатика повітряних ліній електропередач» курсу технічної механіки.

Він містить такі основні питання: статика твердого тіла, довіljena система сил, кінематика точки та твердого тіла, динаміки точки та твердого тіла, як закони динаміки, диференціальні рівняння динаміки точки твердого тіла. У кожному розділі наведено приклади задач, методику їх розв'язання та контрольні питання.

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки, протокол № 12 від 27.06.2011 р.

© Шпачук В. П., Золотов М. С.,  
Склярів В. О., ХНАМГ, 2011

## ЗМІСТ

|   |    |
|---|----|
| 1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ .....  | 5  |
| 1.1. Задачі .....   | 5  |
| 1.2. Класифікація навантажень .....   | 8  |
| 1.3. Основні допущення .....  | 9  |
| 1.4. Метод перетинів. Види навантаження .....                               | 11 |
| 1.5. Напруги .....  | 16 |
| Питання для самоперевірки .....   | 18 |
| 2. РОЗТЯГАННЯ І СТИСК .....   | 19 |
| 2.1. Нормальні сили і напруги в поперечному перерізі бруса ...              | 19 |
| 2.2. Переміщення і деформації. Закон Гука .....                             | 24 |
| 2.3. Напружений стан при одноосьовому розтяганні .....                      | 28 |
| 2.4. Статичні іспити матеріалів. Основні механічні<br>характеристики .....  | 31 |
| 2.5. Розрахунки на міцність .....   | 36 |
| 2.6. Статично невизначені системи .....                                     | 38 |
| Питання для самоперевірки .....   | 41 |
| 3. ПРАКТИЧНІ РОЗРАХУНКИ НА ЗРІЗ І ЗМИНАННЯ .....                            | 42 |
| 3.1. Основні розрахункові передумови і формули .....                        | 42 |
| Питання для самоперевірки .....   | 46 |
| 4. КРУТІННЯ .....   | 47 |
| 4.1. Чисте зрушення. Закон Гука при зрушенні .....                          | 47 |
| 4.2. Крутіння. Побудова епюр крутильних моментів .....                      | 48 |
| 4.3. Крутіння круглого прямого бруса. Основні передумови і<br>формули ..... | 51 |
| 4.4. Розрахунки на міцність і твердість .....                               | 57 |
| Питання для самоперевірки .....   | 59 |
| 5. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ ПЕРЕТИНІВ ..                          | 60 |
| 5.1. Момент інерції перетинів .....   | 60 |
| 5.2. Поняття про головні центральні моменти інерції .....                   | 63 |
| 5.3. Осьові моменти інерції найпростіших перетинів .....                    | 65 |
| Питання для самоперевірки .....   | 70 |
| 6. ВИГІН ПРЯМОГО БРУСА .....  | 71 |
| 6.1. Прямий вигин чистий і поперечний .....                                 | 71 |
| 6.2. Побудова епюр поперечних сил і згинальних моментів .....               | 74 |
| 6.3. Основні розрахункові передумови і формули при вигині ...               | 83 |
| 6.4. Розрахунки на міцність .....   | 88 |

|   |           |
|---|-----------|
| 6.5. Дотичні напруження при поперечному вигині .....                                | 91        |
| Питання для самоперевірки .....   | 97        |
| <b>7. ПОВІТРЯНІ ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ .....</b>                                      | <b>98</b> |
| 7.1. Класифікація й режими роботи ПЛ .....  | 99        |
| 7.2. Основні елементи ПЛ .....  | 101       |
| 7.3. Загальні відомості про опори .....   | 103       |
| 7.4. Проводи і троси .....  | 111       |
| 7.5. Ізолятори й арматура .....   | 118       |
| 7.6. Розрахунок проводу .....   | 121       |
| 7.6.1. Крива провисання проводу .....   | 121       |
| 7.6.2. Рівняння стану проводу. Критичні прольоти .....                              | 127       |
| 7.6.3. Порядок розрахунку проводу (троса) .....                                     | 129       |
| 7.7. Прольоти повітряних ліній .....  | 131       |
| 7.8. Навантаження на елементи ПЛ. Розрахунок опор,<br>ізоляторів, арматури ПЛ ..... | 132       |
| 7.9. Проектування повітряних ліній .....  | 137       |
| 7.10. Великі переходи .....   | 142       |
| 7.11. Розрахунок тяжіння проводів і тросів в аварійних<br>режимах .....             | 143       |
| Список літератури .....   | 149       |

# 1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ

## 1.1. Задачі

Будь-яка машина або будівля являє собою більш-менш складну матеріальну конструкцію, що, зберігаючи форму і розміри окремих елементів, повинна витримувати визначені, іноді дуже значні, навантаження. У теоретичній механіці при визначенні реакцій опор не виникало проблеми збереження форми і розмірів, розглянутих у задачах елементів конструкцій, тому що вони вважалися абсолютно твердими – незмінними. Насправді під дією зовнішніх сил усі тверді матеріальні тіла деформуються, тобто їх форма і розміри змінюються.

Уявимо собі балку  $AB$  (рис. 1.1,а), один кінець якої шарнірно закріплений на нерухомій опорі, а другий також шарнірно спирається на вертикальний стрижень  $BC$ .

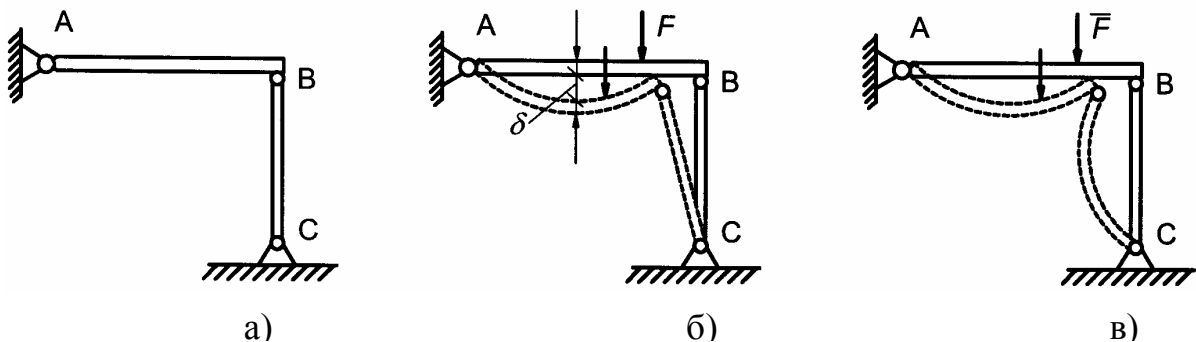


Рис. 1.1

Якщо конструкцію навантажити силою  $F$  (рис. 1.1,б), то вона деформується: балка згинається, а стрижень коротшає і відхиляється від первісного вертикального положення, як показано штрихованими лініями на рис. 1.1,б. Після зняття навантаження  $F$  (за умови, що під дією сили  $F$  не відбудеться руйнування) конструкція або цілком відновлює первісну форму, показану на рис. 1.1,а, або залишається деформованою, хоча й у трохи меншому ступені, чим на рис. 1.1,б.

У першому випадку під дією сили  $F$  в елементах конструкції виникали пружні деформації, а в другому крім пружних з'явилися залишкові (пластичні) деформації. Виникнення залишкових деформацій може привести до порушення нормальної роботи конструкції, і тому вони неприпустимі.

*Здатність конструкції (або окремого її елемента) витримувати задане навантаження не руйнуючи без появи залишкових деформацій називається міцністю.*

З рис. 1.1,б видно, що під дією сили  $F$  балка  $AB$  прогинається на величину  $\delta$ , названу стрілою прогину. Якщо при пружній деформації стріла прогину перевищила визначене припустиме значення, то також може порушитися нормальна робота конструкції.

*Здатність конструкції (або окремого її елемента) пручатися пружним деформаціям називається твердістю.*

Стрижень  $BC$ , що підтримує балку, при деякому значенні сили  $F$ , що діє на конструкцію, може зігнутися як показано штриховими лініями на рис. 1.1,в. У цьому випадку стиснутий стрижень утрачає свій первісний прямолінійний стан рівноваги.

*Здатність конструкції (або окремого її елемента) зберігати первісну форму пружної рівноваги називають стійкістю.*

У машинобудуванні або будівництві при проектуванні і виготовленні якої-небудь механічної конструкції необхідно виходити з неминучості виникнення пружних деформацій, пред'являючи при цьому до кожного елемента визначені вимоги у відношенні міцності, твердості і стійкості. Опір матеріалів, спираючись на закони і положення теоретичної механіки і математики, а також на результати, одержувані при іспитах конкретних матеріалів, розробляє прийоми і методи розрахунків на міцність, твердість і стійкість з метою забезпечення працездатності конструкції при мінімальній витраті матеріалів.

В опорі матеріалів, як і в теоретичній механіці рішення задач починається з виявлення істотних факторів і відкидання несуттєвих, котрі не впливають помітним образом на роботу конструкції в цілому. Реальний об'єкт, звільнений від несуттєвих особливостей, зветься розрахунковою схемою. Вибір розрахункової схеми зводиться в основному до схематизації геометрії реального об'єкта, системи сил, прикладених до елемента конструкції, і властивостей матеріалу. В опорі матеріалів усе різноманіття форм елементів конструкцій зведено в основному до трьох геометричних схем: брус, балка, оболонка і масив.

*Брусом (балкою) називається тіло, один з вимірів якого (довжина) значно більше двох інших. У найпростішому випадку брус як геометричне тіло може бути отриманий переміщенням плоскої фігури уздовж деякої лінії (рис. 1.2) таким чином, щоб центр ваги фігури залишався на цій лінії, а площина була нормальна до неї. Лінія, уздовж якої переміщається центр ваги плоскої фігури, називається *віссю бруса*, а плоска фігура – його поперечним перерізом. У залежності від форми осі брус може бути прямим, кривим або просторово вигнутим. Прикладом останнього може служити гвинтова пружина. Крім брусів з незмінним поперечним перерізом уздовж всієї осі можуть бути бруси з безупинно змінюючимися перетинами (рис. 1.3,а) або з перетинами, форма і площа яких міняється стрибками (рис. 1.3,б), останні називаються східчастими брусами.*

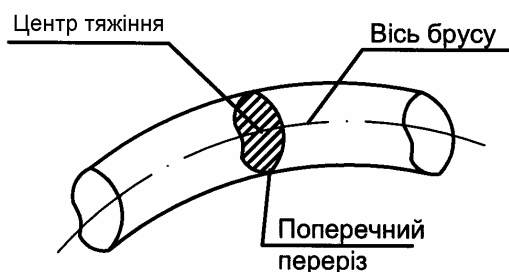


Рис. 1.2

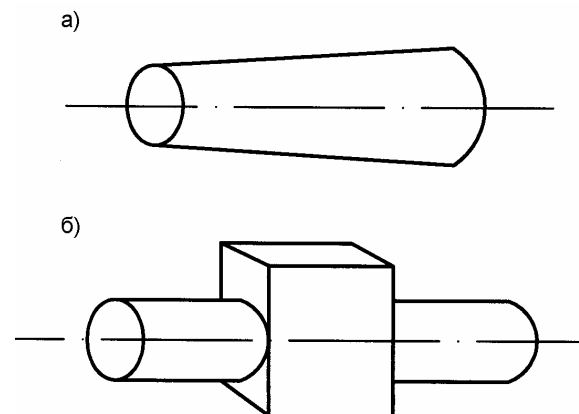


Рис. 1.3

До *оболонок* відносять тіла, один з вимірів яких (товщина) у багато разів менше двох інших розмірів. Прикладом оболонок можуть служити стінки баків, цистерн, корпусу ракет і т.п.

*Масивом* вважається тіло, усі три розміри якого мають один порядок (будівельний камінь, модульна цегла і т.д.).

## **1.2. Класифікація навантажень**

Вище говорилося про те, що деформування елементів конструкції відбувається внаслідок дії на них зовнішніх сил. З теоретичної механіки відомо, що рівноважна система зовнішніх сил складається з активних сил і реакцій зв'язків. Таку систему сил прийнято називати навантаженням. Навантаження класифікують по двох ознаках – способові їхнього додатка до елемента конструкції і характерові дії на нього.

За способом їхнього додатка до тіла навантаження поділяються на *поверхневі* й *об'ємні*. *Поверхневі сили* прикладені до ділянок поверхні і характеризують безпосередню контактну взаємодію розглянутого елемента конструкції з навколишніми тілами. У свою чергу, *поверхневі сили* поділяються на розподілені і зосереджені. Вважаючи силу зосередженою, умовно зневажають розмірами площі взаємодії дотичних тіл. Сили, розподілені по обсязі тіла, такі, як сили ваги, магнітні сили і сили інерції, відносяться до *об'ємних сил*.

За характером дії на тіло навантаження поділяються на статичні, змінні і динамічні (ударні).

До статичних навантажень відносяться такі, котрі повільно зростають від нуля і, досягнувши деякого кінцевого значення, далі залишаються незмінними. Прикладом статичного об'ємного навантаження може служити система відцентрових сил інерції, що діє на ротор



електродвигуна в період його розгону і при подальшому рівномірному обертанні.

До повторно-перемінного (циклічного) відносяться навантаження, що багаторазово змінюються в часі по якому-небудь періодичному закону. До таких навантажень, зокрема, відносяться сили, що діють на зуби зубчастого колеса.

До динамічного (ударного) відносяться навантаження, що прикладаються раптово або навіть з деякою швидкістю в момент контакту. Прикладом такого навантаження може служити сила, прикладена до тіла в момент падіння на нього іншого тіла (забивання паль за допомогою копра і т.д.).

### **1.3. Основні допущення**

Для того, щоб наука про опір матеріалів могла рекомендувати загальні теоретичні основи розрахунку елементів конструкцій, виконуваних з різних матеріалів, необхідно виходити з ряду допущень про їхні властивості, а також з допущень про характер деформацій.

*Допущення про властивості матеріалів:*

1. Матеріал *однорідний*, тобто його властивості не залежать від розмірів виділеного з тіла обсягу. У дійсності однорідних матеріалів у природі немає. Наприклад, структура металів складається з безлічі хаотично розташованих мікроскопічно дрібних кристалів (зерен). Розміри елементів конструкцій, що розраховуються ж, як правило, незмірно перевищують розміри кристалів, тому допущення про однорідність матеріалу тут цілком застосовно.

2. Матеріал являє собою *суцільне середовище* і безупинно заповнює весь обсяг елемента конструкції. Це допущення впливає безпосередньо з

першого про однорідність матеріалу – і дозволяє застосовувати математичний аналіз.

3. Матеріал *ізотропен*, тобто фізико-механічні властивості однакові в усіх напрямках. Таким чином, виділений із суцільного середовища елемент не залежить від орієнтації щодо обраної системи координат. Метали завдяки своїй дрібнозернистій структурі вважаються ізотропними. Але є багато неізотропних – анізотропних – матеріалів. До них відносяться деревина, тканини, фанера, багато пластмас. В опорі матеріалів розглядаються в основному матеріали ізотропні.

4. Матеріал у визначених межах навантаження тіла має ідеальну пружність, тобто після зняття навантаження тіло цілком відновлює первісні форми і розміри.

*Допущення про характер деформування елементів конструкцій:*

1. Переміщення крапок елемента конструкції, обумовлені його пружними деформаціями, незначні в порівнянні з розмірами самого тіла. Відповідно до цього допущення, деформований елемент конструкції (або вся конструкція цілком) несуттєво відрізняється від недеформованого. Тому при складанні рівнянь рівноваги сил, що діють на деформоване тіло, можна зневажати тими змінами, що відбулися після додатка зовнішніх сил (див. рис. 1.1,а,б), тобто варто виходити з первісної форми тіла (елемента конструкції) і його початкових розмірів. Це положення коротко називається принципом початкових розмірів.

2. Переміщення крапок пружного тіла у відомих межах навантаження прямо пропорційні силам, що викликають ці переміщення. Наприклад, якщо сила  $F$  викликала переміщення точки  $B$  на відстань  $\delta$  (рис. 1.4,а), то сила  $2F$  викликає переміщення точки  $B$  на відстань  $2\delta$  (рис. 1.4,б). Конструкції, для яких справедливо це допущення, називаються лінійно-деформуємими.

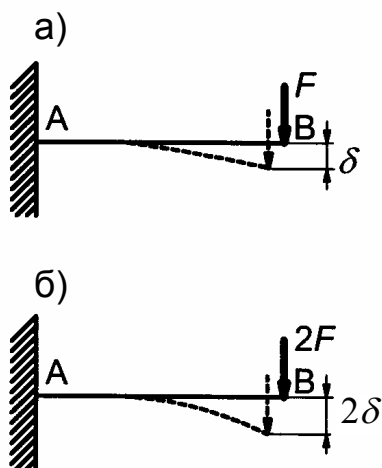


Рис. 1.4

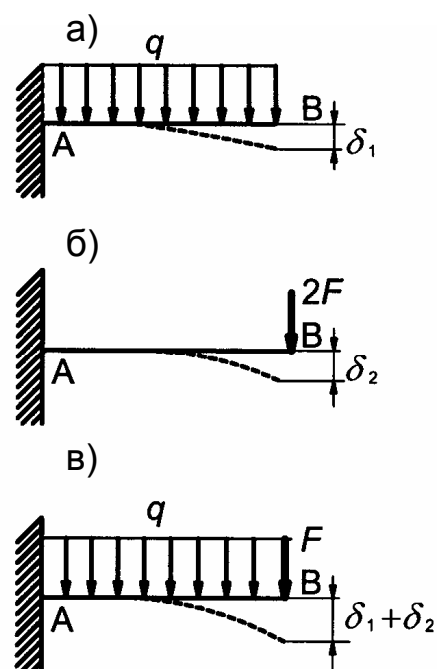


Рис. 1.5

3. Для лінійно-деформуємих конструкцій справедливий відомий з теоретичної механіки *принцип незалежності дії сил* – результат дії декількох сил не залежить від послідовності навантаження ними даної конструкції і дорівнює сумі результатів дії кожної сили окремо. Отже, якщо під дією рівномірно розподіленого навантаження точка  $B$  бруса (рис. 1.5,а) переміститься на відстань  $\delta_1$ , а під дією зосередженої сили (рис. 1.5,б) – на відстань  $\delta_2$ , то при одночасній дії обох сил переміщення точки  $B$  дорівнює сумі переміщень  $\delta_1$  і  $\delta_2$  (рис. 1.5,в).

#### 1.4. Метод перетинів. Види навантаження

Розтягуючи руками гумовий джгут або згинаючи товстий сталевий дріт ми відчуваємо опір цих тіл, іноді сили наших рук виявляється недостатньо, щоб ще більш розтягти джгут або зігнути дріт. Здатність тіла пручатися зміні первісної форми визначається силами зчеплення між усіма суміжними частками тіла, що на відміну від зовнішніх сил, прикладених до

тіла, називаються внутрішніми силами. Внутрішні сили (іноді них називають силами пружності), як показують досвіди, зростають разом зі збільшенням навантажень, але до відомої межі, після чого зчеплення між частками тіла припиняється і тіло руйнується.

Щоб правильно розрахувати конструкцію на міцність або на твердість, необхідно уміти визначати внутрішні сили по заданому навантаженню. Для виявлення внутрішніх сил в опорі матеріалів застосовується метод перетинів, суть якого полягає в наступному.

Розсічемо думкою брус, навантажений урівноваженою системою сил  $F_k$  (рис. 1.6,а), поперечним перерізом  $A$  на частині  $I$  і  $II$  і відкинемо одну з них, наприклад частину  $II$ . Щоб зберегти рівновагу частини бруса, що залишився, (рис. 1.6,б), замінимо дію на неї відкинutoї частини системою сил, що є внутрішніми для цілого бруса і зовнішніми стосовно відсіченої частини. У результаті приведення цієї системи сил до центра ваги перетину одержимо головний вектор  $F_{zl}$  і головний момент  $M_{zl}$  (рис. 1.6,в).

Виберемо систему координатних осей  $x, y, z$  таким чином, щоб вісь  $z$  була спрямована перпендикулярно перетині, тобто збігалася з віссю бруса, а осі  $x$  і  $y$  розташовувалися в площині перетину, причому одна з осей (вісь  $y$ ) збігалася з її віссю симетрії (рис. 1.6,г). Розклавши головний вектор і головний момент на складові по обраних осях, одержимо три сили  $N, Q_x, Q_y$  і три моменти  $M_x, M_y, M_z$ , які називаються внутрішніми силовими факторами.

Шість внутрішніх силових факторів разом з відомими зовнішніми силами на частині бруса, що залишилася, утворять урівноважену систему сил, для якої можна скласти шість рівнянь рівноваги. Легко бачити, що в кожне з цих рівнянь входить один з невідомих внутрішніх силових факторів. Тому, вирішуючи рівняння, знайдемо

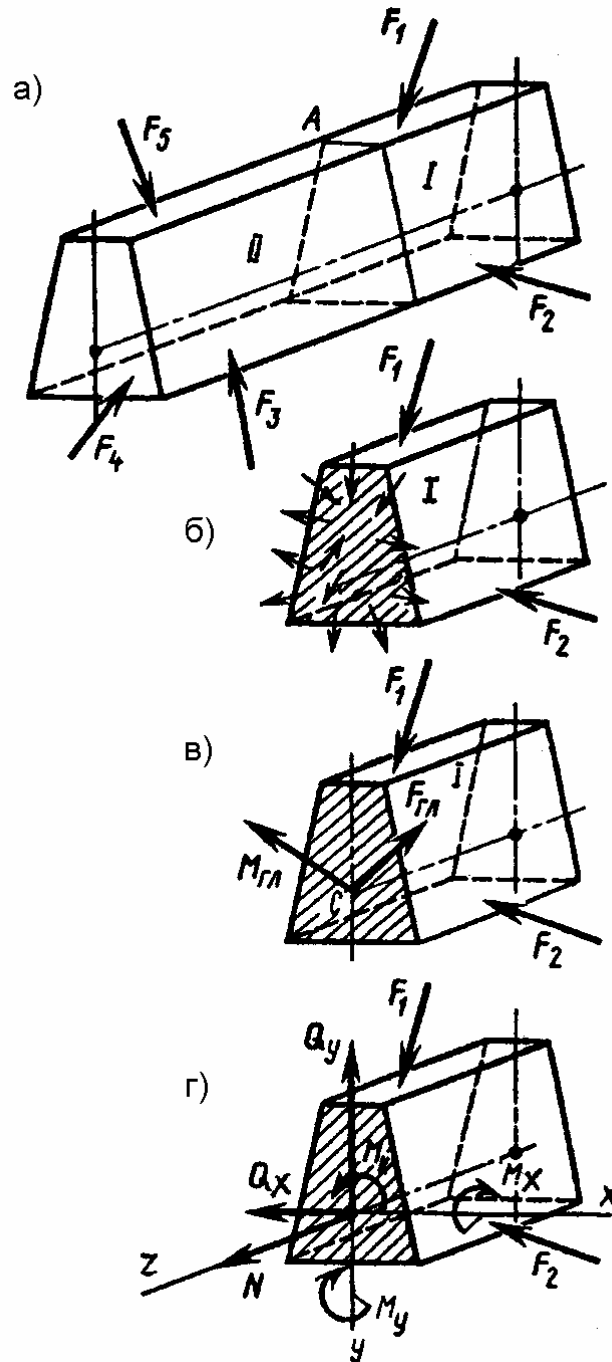


Рис. 1.6

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \sum F_{xx}; & M_x &= \sum M_x(F_k); \\ Q_y &= \sum F_{xy}; & M_y &= \sum M_y(F_k); \\ N &= \sum F_{xz}; & M_k &= \sum M_z(F_k). \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Складова –  $N$  головного вектора внутрішніх сил, спрямована перпендикулярно площини поперечного переріза бруса, називається

нормальною (подовжньою) силою. Складові  $Q_x$ ,  $Q_y$ , лежачі в площині поперечного переріза, називаються *перцевими силами*. Складового головного моменту внутрішніх сил момент  $M_k$ , що виникає в площині поперечного переріза бруса, називається *крутильним моментом*. Складові моменти  $M_y$  і  $M_z$ , що виникають у площинах, перпендикулярних поперечному перерізу бруса, називаються *згинальними моментами*.

З рівності (1.1) випливає, що нормальна сила  $N$  дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на вісь  $z$  зовнішніх сил, що діють на частину бруса, що залишилася; кожна з поперечних сил ( $Q_x$  і  $Q_y$ ) дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на відповідну вісь зовнішніх сил, що діють на частину бруса, що залишилася; *крутильний момент*  $M_k$  дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх сил, що діють на розглянуту частину бруса, щодо нормальної до перетину осі  $z$ ; кожний зі згинальних моментів  $M_x$  і  $M_y$  дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх сил, що діють на частину бруса, що залишилася, щодо *осей  $x$  або  $y$*  відповідно.

Правила визначення знаків проєкцій або моментів зовнішніх сил при їхньому алгебраїчному підсумовуванні сформульовані далі у відповідних главах.

За аналогією з приведеними найменуваннями внутрішніх силових факторів наводиться класифікація видів навантаження бруса. Так, якщо в поперечних перерізах бруса виникає тільки нормальна сила  $N$ , то брус розтягнутий (сила  $N$  спрямована від перетину) або стиснутий (сила  $N$  спрямована до перетину). Якщо в поперечному перерізі виникає тільки момент  $M_k$ , то брус у даному перетині працює на *крутіння*. Якщо в поперечних перерізах виникає тільки згинальний момент  $M_x$  (або  $M_y$ ), то відбувається *чистий вигин*. Якщо в поперечних перерізах поряд зі згинальним моментом (наприклад,  $M_x$ ) виникає і поперечна сила  $Q_y$ , то це *поперечний вигин*. Можливі випадки, коли брус працює на крутіння і вигин або розтягання одночасно.

Таким чином, метод перетинів дозволяє визначити внутрішні силові фактори і види навантаження. Практично метод перетинів зводиться до виконання наступних операцій:

- 1) розрізаємо брус на дві частини;
- 2) відкидаємо одну з частин (доцільно відкинути частину, на яку діє більше число зовнішніх сил, або частину, що містить закладення);
- 3) замінюємо дію відкинutoї частини на залишену шістьма внутрішніми силовими факторами;
- 4) визначаємо значення внутрішніх силових факторів з умов рівноваги для відсіченої частини бруса;
- 5) установлюємо вид навантаження.

Як говорилося вище, внутрішні сили визначають взаємодію між частинами бруса, причому ця взаємодія підкоряється аксіомі статички про рівність дії і протидії. Тому внутрішні силові фактори, що виникають у перетині праворуч, рівні внутрішнім силовим факторам у перетині ліворуч, але спрямовані в протилежні сторони (рис. 1.7).

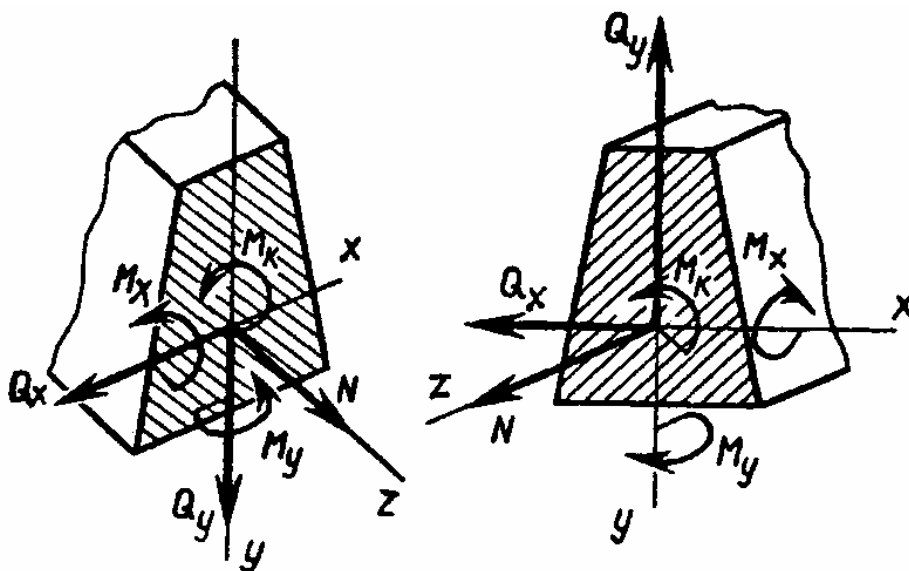


Рис. 1.7

## 1.5. Напруги

Метод перетинів дозволяє розрахувати внутрішні силові фактори. Але для оцінки міцності необхідно уміти визначати внутрішні сили в будь-якій крапці перетину розглянутого бруса. Тому введемо числову міру інтенсивності внутрішніх сил – *напругу*.

Розглянемо брус, до якого прикладене деяке навантаження. Брус під дією навантаження знаходиться в рівновазі. Застосовуючи метод перетинів, розсічемо брус поперечною площиною, відкинемо ліву частину бруса, замінимо дію відкинutoї частини на розглянуту системою внутрішніх сил. Виділимо навколо довільної точки малу площадку  $\Delta A$  (рис. 1.8,а). Рівнодіючу внутрішніх сил у межах цієї площадки позначимо  $\Delta F$ . Відношення

$$\frac{\Delta F}{\Delta A} = p_{cp}, \quad (1.2)$$

називається середньою напругою по площадці  $\Delta A$ . Вектор середньої напруги збігається по напрямку з вектором рівнодіючої  $\Delta F$ .

При поступовому зменшенні площадки  $\Delta A$  змінюються як модуль, так і напрямок рівнодіючої внутрішніх сил  $\Delta F$ , а отже, вектор  $p_{cp}$  поступово наближається до щирого значення напруги  $p$  у заданій крапці (рис. 1.8,б).

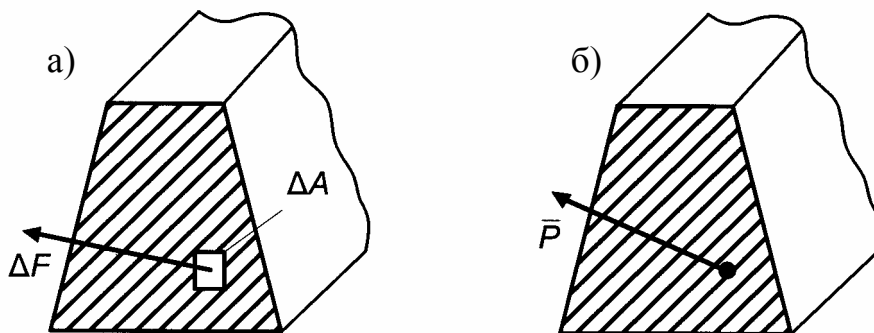


Рис. 1.8



Числове значення цієї напруги виражається рівністю

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}. \quad (1.3)$$

Відповідно до формул (1.2) і (1.3), одиницею виміру напруги служить одиниця сили, ділена на одиницю виміру площі. У Міжнародній системі одиниць (СИ) одиниця сили –  $H$ , одиниця площі –  $m^2$ , значить одиниця напруги в цій системі –  $H/m^2$  названа паскалем, тобто  $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ . Паскаль – дуже мала одиниця напруги, тому більш уживаною є величина – мегапаскаль:

$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$ , що чисельно дорівнює  $1 \text{ Н/мм}^2$ .

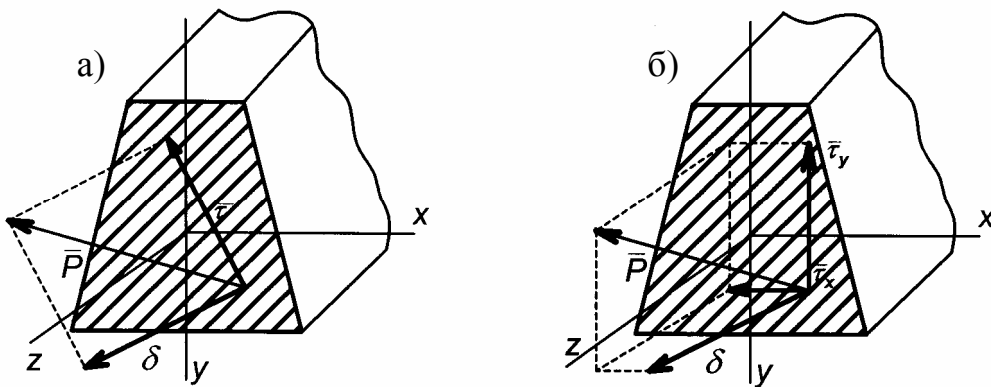


Рис. 1.9

Вектор  $p$  повної напруги в крапці перетину можна розкласти на два складові вектори:  $\sigma$  і  $\tau$  (рис. 1.9,а). Вектор  $\sigma$ , спрямований перпендикулярно перетині, називається *нормальною напругою*. Вектор  $\tau$ , що лежить у площині перетину, називається *дотичним напруженням*. Оскільки вектори  $\sigma$  і  $\tau$  взаємно перпендикулярні, залежність між числовими значеннями напруг  $p$ ,  $\sigma$  і  $\tau$  виражається формулою

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}. \quad (1.4)$$

Частіше виявляється доцільним, відповідно з обраними осями координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (рис. 1.9,б), розкласти вектор  $p$  не на два, а на три складові

вектори:  $\sigma$  (нормальна напруга), рівнобіжний осі  $Z$ ,  $\tau_x$  і  $\tau_y$  (дотичні напруження), рівнобіжні відповідно осям  $x$  та  $y$ . У цьому випадку

$$\rho = \sqrt{\sigma^2 + \tau_x^2 + \tau_y^2}. \quad (1.5)$$

Між внутрішніми силовими факторами і напруженнями  $\sigma$ ,  $\tau_x$  і  $\tau_y$  існують визначені залежності, до встановлення яких ми перейдемо в наступних главах. Тут же помітимо наступне: наявність нормальної напруги  $\sigma$  у будь-якій крапці поперечного переріза обумовлено виникненням у цьому перетині нормальної сили  $N$  або згинальних моментів  $M_x$  і  $M_y$ . Наявність дотичних напружень  $\tau$  або  $\tau_x$  і  $\tau_y$  обумовлено внутрішніми силовими факторами, що виникають у площині перетину, тобто поперечними силами  $Q_x$ ,  $Q_y$  або крутильним моментом  $M_k$ .

### *Питання для самоперевірки*

1. Що називається міцністю, твердістю і стійкістю деталі (конструкції)?
2. По яких ознаках і як класифікуються навантаження в опорі матеріалів?
3. Яка мета застосування методу перетинів? Вкажіть у процесі застосування цього методу послідовність операцій.
4. З якими внутрішніми силовими факторами зв'язане виникнення в поперечних перерізах бруса нормальних напружень і з якими – дотичних напружень?
5. Формула і розмірність напруги  $p$ .

## 2. РОЗТЯГАННЯ І СТИСК

### 2.1. Нормальні сили і напруги в поперечному перерізі бруса

Вид навантаження бруса, при якому в його поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор – нормальна сила  $N$ , називається *розтяганням* або *стиском*. Прямий брус, що працює тільки на розтягання (стиск), називають *стрижнем*.

Брус розтягнуть, якщо зовнішні сили  $F$ , прикладені до його кінців, діють уздовж осі бруса і спрямовані в сторони від бруса (рис. 2.1,а). При дії осьових навантажень  $F$ , спрямованих до бруса, він стиснутий (рис. 2.1,б).

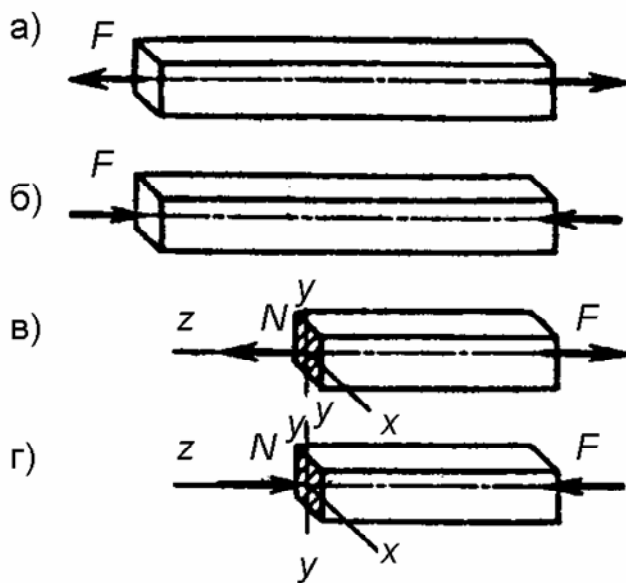


Рис. 2.1

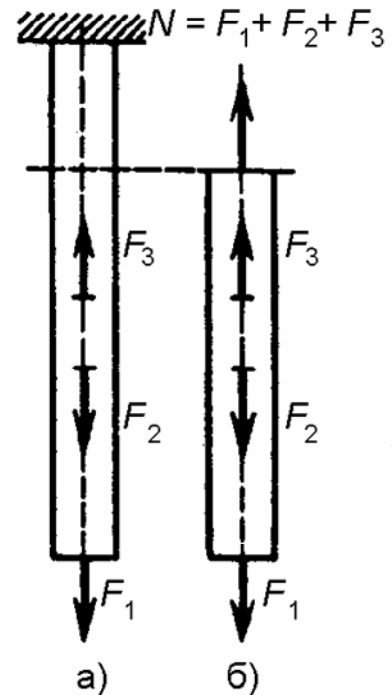


Рис. 2.2

При таких навантаженнях у поперечних перерізах виникає тільки подовжня сила  $N$ . Дійсно, якщо відповідно до методу перетинів розрізати розтягнутий брус і відкинути, наприклад, його ліву частину (рис. 2.1,в), то для зрівноважування зовнішньої сили  $F$  досить у перетині прикласти

тільки один внутрішній силовий фактор – нормальну силу  $N$ , направивши її по осі  $Z$  від перетину. Відповідно до першого з рівнянь (1.1)

$$N = F.$$

Інші внутрішні силові фактори в даному випадку дорівнюють нулеві (проекції сили  $F$  на вісь  $v$  і на вісь  $x$  дорівнюють нулеві і моменти сили  $F$  щодо кожної з осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  також дорівнюють нулеві). Тому нормальна сила  $N$  є рівнодіюча внутрішніх сил у даному перетині. Аналогічний результат одержимо, розрізавши стиснутий брус (рис. 2.1,г), з тією лише різницею, що в останньому випадку нормальна сила  $N$  спрямована до перетину.

Якщо брус навантажений не двома, як на рис. 2.1,а, а великим числом осьових сил (рис. 2.2,а) і по одну сторону від обраного перетину маютья сили, спрямовані в протилежні сторони (рис. 2.2,б), то доцільно визначитися з правилом знаків для проекцій зовнішніх сил при визначенні нормальної сили в перетині: *проекції зовнішніх сил, спрямованих від перетину, позитивні і, навпаки, проекції зовнішніх сил, спрямованих до перетину, негативні.*

Це правило справедливе для будь-якої залишеної частини бруса – правої або лівої (при горизонтальному положенні бруса), нижньої або верхньої (при вертикальному розташуванні бруса).

Якщо в результаті алгебраїчного додавання проекцій зовнішніх сил вийшло, що  $N > 0$ , то нормальна сила спрямована від перетину і брус у цьому перетині випробує розтягання; при значенні  $N < 0$  нормальна сила спрямована до перетину і брус випробує стиск. У тих випадках, коли при переході від одного перетину до іншого нормальна сила змінюється, будують графіки зміни значень нормальної сили  $N$  по довжині бруса. Такі графіки називаються епюрами (рис. 2.3).

Епюра  $N$  зображується у виді ліній рівнобіжних базової і вилучених від неї на величину відповідному значенню нормальної сили даної ділянки бруса.

Переходимо тепер до визначення напружень у поперечних перерізах бруса.

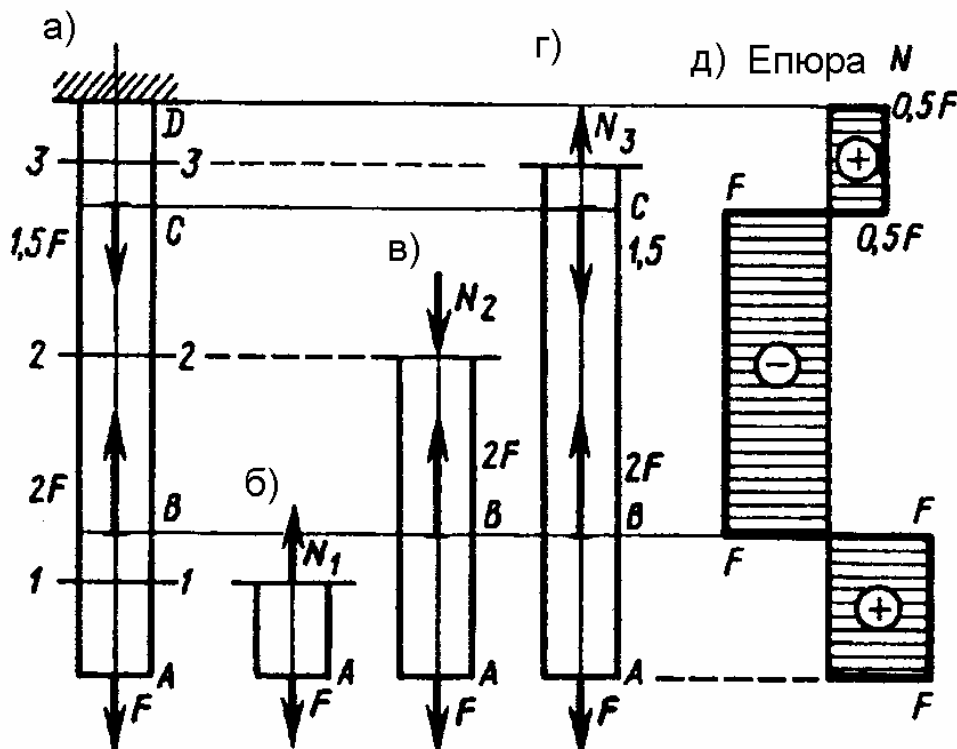


Рис. 2.3

Ця задача вирішується на основі *гіпотези плоских перетинів*, (Я. Бернуллі старший (1654-1705 рр.)). Стосовно до розглянутого виду навантаження гіпотеза говорить: перпендикулярний осі недеформованого бруса плоский перетин  $A$  (рис. 2.4,а) залишається також плоским і перпендикулярним осі і при розтяганні (стиску) бруса (рис. 2.4,б).

Виходячи з того, що в розтягнутому (стиснутому) брусі поперечні перерізи залишаються рівнобіжними один одному, природно припустити, що внутрішні сили розподілені по перетині рівномірно (рис. 2.4,в). Нормальна сила  $N$  є рівнодіючою внутрішніх сил у поперечному перерізі, тоді нормальна напруга в будь-якій точці перетину

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (2.1)$$

де  $A$  – площа поперечного переріза бруса. Нормальна напруга спрямована так само, як і нормальна сила: при розтяганні бруса – від перетину, при стиску – до перетину.

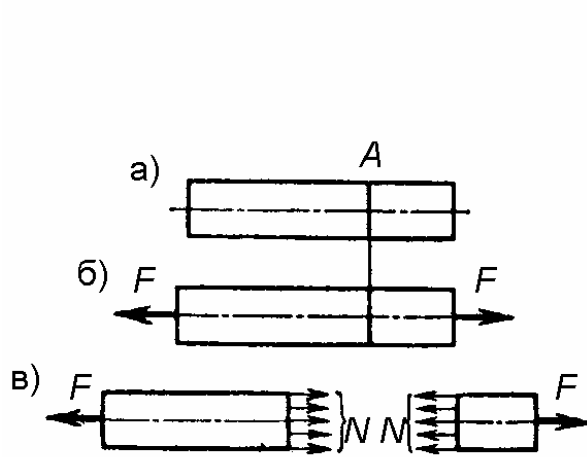


Рис. 2.4

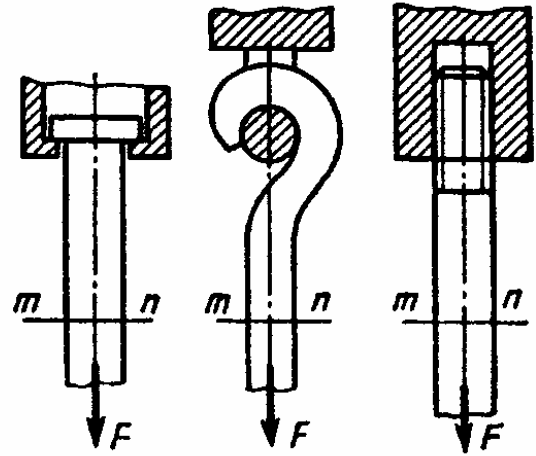


Рис. 2.5

Розглядаючи розтягання бруса осьовими силами, прикладеними до його торців, ми не торкалися питання про те, яким способом сили, що розтягують, прикладені до бруса. При кожнім зі способів (рис. 2.5) поблизу закріплень брус випробує більш складний вид навантаження, чим просте розтягання. Разом з тим експериментальні дослідження показують, що особливості додатка зовнішніх сил до розтягнутого бруса впливають на розподіл напруження у його поперечних перерізах тільки поблизу місць навантаження і закріплення.

*У поперечних перерізах  $m-n$  (рис. 2.5) на відстані, що перевищує їхній найбільший розмір, при визначенні нормальних навантажень досить брати до уваги тільки значення заданої осьової сили  $F$  і площі  $A$ .*

Це положення відоме як *принцип Сен-Венана* в застосуванні до розтягання (стиску) бруса.

Застосовуючи цей принцип надалі, ми не будемо брати до уваги конкретний спосіб додатка до бруса зовнішніх сил.

Якщо нормальні напруги в різних перетинах бруса не однакові або через зміну нормальних сил уздовж осі бруса, або через зміну площі поперечних перерізів (рис. 2.6,а), то будують епюри нормальних напруг (епюра  $\sigma$ ), що наочно характеризує напружений стан бруса по всій його довжині (рис. 2.6,в).

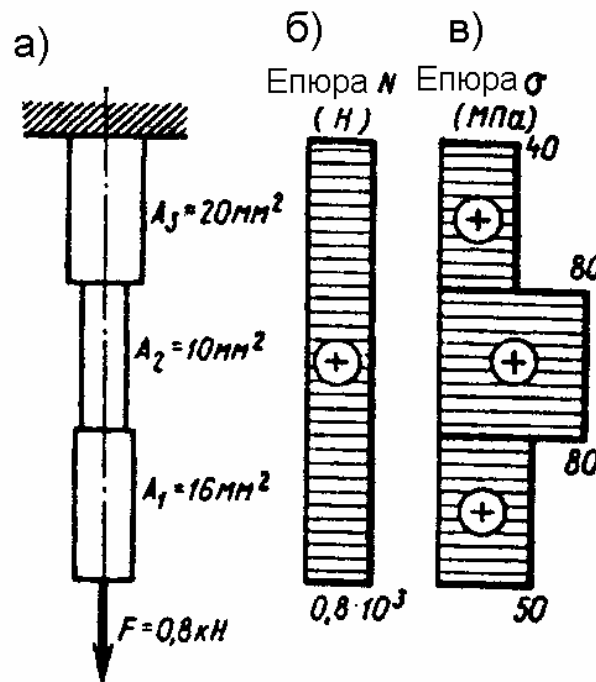


Рис. 2.6

**Приклад 1.** Триступінчастий брус із площами поперечних перерізів ступіней  $A_1 = 16 \text{ мм}^2$ ,  $A_2 = 10 \text{ мм}^2$  і  $A_3 = 20 \text{ мм}^2$  навантажений силою  $F = 0,8 \text{ кН}$ , як показано на рис. 2.6. Визначити подовжні сили  $N$  і нормальні напруги в поперечних перерізах бруса, побудувати епюри  $N$  і  $\sigma$ .

1. Будуємо епюри подовжньої сили.

Брус розтягнуть силою  $F = 0,8 \text{ кН} = 0,8 \times 10^3 \text{ Н}$ . Застосовуючи метод перетинів, визначаємо, що в будь-якому перетині бруса  $N = F = 0,8 \cdot 10^3 \text{ Н}$ . Епюра  $N$  зображена на рис. 2.6,б.

2. Будуємо епюри нормального напруження.

Площі поперечних перерізів ступіней задані. Підставляючи їхнє значення у формулу (2.1), знаходимо нормальні напруги:

у поперечному перерізі нижньої ступіні

$$\sigma = \frac{N}{A_1} = \frac{0,8 \cdot 10^3}{16} = 50 \text{ Н/мм}^2;$$

у поперечному перерізі середньої ступіні

$$\sigma = \frac{N}{A_2} = \frac{0,8 \cdot 10^3}{10} = 80 \text{ Н/мм}^2;$$

у поперечному перерізі верхньої ступіні

$$\sigma = \frac{N}{A_3} = \frac{0,8 \cdot 10^3}{20} = 40 \text{ Н/мм}^2.$$

Епюра нормальних напруг по всій довжині бруса зображена на рис. 2.6,в.

Нормальні напруги в поперечних перерізах однієї ступіні не змінюються. Тому епюра  $\sigma$  для кожної ступіні зображується відрізком, рівнобіжним (ліворуч або праворуч у залежності від знака «+» або «-») базової лінії; відстані між цими відрізками і базовою лінією пропорційні нормальним напругам у перетинах ступіней.

## 2.2. Переміщення і деформації. Закон Гука

При розтяганні прямолінійного бруса круглого перетину його первісна довжина  $l$  збільшиться на величину  $\Delta l$  (рис. 2.7,а), а первісний поперечний розмір (діаметр  $d$ ) зменшиться на  $\Delta d$  (рис. 2.7,б).

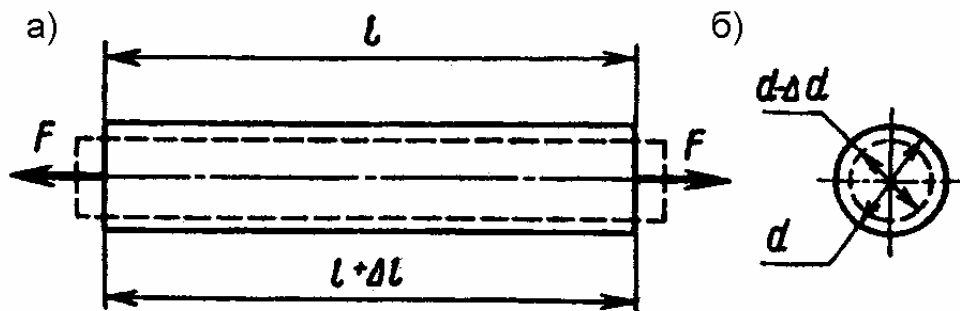


Рис. 2.7



Величина  $\Delta l$  називається *абсолютним подовженням бруса*, а величина  $\Delta d$  – *абсолютним поперечним звуженням*. При стиску бруса його довжина відповідно коротшає на  $\Delta l$ , а поперечний розмір збільшується на  $\Delta d$ . Розглядаючи кожен з цих величин як різницю між початковим (до навантаження) і кінцевим (після навантаження) розмірами, їм варто приписувати протилежні знаки: при розтяганні бруса  $\Delta l > 0$ ,  $\Delta d < 0$ , при стиску  $\Delta l < 0$ ,  $\Delta d > 0$ .

Про ступінь деформування бруса не можна судити за значеннями  $\Delta l$  або  $\Delta d$ , тому що останні залежать не тільки від зовнішніх сил, але і від початкових розмірів бруса. Деформування бруса при розтяганні (стиску) характеризують величини

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta l}{l}, \quad (2.2)$$

і

$$\varepsilon' = \pm \frac{\Delta d}{d}. \quad (2.3)$$

де  $\varepsilon$  – подовжня деформація;  $\varepsilon'$  – поперечна деформація бруса. З формул (2.2) і (2.3) видно, що  $\varepsilon$  і  $\varepsilon'$  – величини безрозмірні.

Експериментально доведено, що подовжня і поперечна деформації пропорційно один одному, тобто

$$|\varepsilon'| = \mu |\varepsilon|, \quad (2.4)$$

де коефіцієнт пропорційності  $\mu$ , що залежить від матеріалу, називається *коефіцієнтом Пуассона*. Експериментально встановлено, що його значення для різних матеріалів коливається в межах 0...0,5. Наприклад, у пробки  $\mu = 0$  (при розтяганні або стиску пробочного брусочка його поперечні розміри практично не змінюються), у каучуку (гуми) значення  $\mu$  близько до 0,5; для сталі  $\mu = 0,25...0,3$ .

У межах пружних деформацій між нормальною напругою і подовжньою деформацією існує прямо пропорційна залежність, що носить назву *закону Гука*:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.5)$$

Коефіцієнт пропорційності  $E$  називається модулем пружності, і його значення виражається в одиницях напруги, тому що  $\varepsilon$  – величина без розмірна.

Значення модуля пружності  $E$  для деяких матеріалів:

|                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| стали всіх марок   | $2,1 \times 10^5$ МПа; |
| мідь технічна      | $1,2 \times 10^5$ МПа; |
| бронза олов'яниста | $1 \times 10^5$ МПа;   |
| алюмінієві сплави  | $0,7 \times 10^5$ МПа; |
| каучук (гума)      | 7,85 МПа.              |

Модуль пружності характеризує твердість матеріалу, тобто здатність пручатися деформаціям. Відповідно до закону Гука [10], при тих самих значеннях нормальної напруги в поперечних перерізах бруса його подовжні деформації  $\varepsilon$  тим менше, чим більше модуль пружності  $E$ .

Якщо в рівності (2.5) замінити  $\varepsilon$  вираженням з формули (2.2)

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l},$$

то одержимо вираження

$$\Delta l = \frac{\sigma l}{E}. \quad (2.6)$$

Замінивши тут  $\sigma$  його вираженням з формули (2.1), одержимо

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}. \quad (2.7)$$

Тут вираження  $AE/l$  називається *твердістю бруса або окремої його ділянки при розтяганні (стиску)*.

При рішенні деяких практичних задач виникає необхідність поряд з подовженнями при розтяганні (стиску) враховувати також і його

температурні подовження  $\Delta l_i = \alpha_t l$ , де  $\alpha_t$  – коефіцієнт лінійного розширення матеріалу. У цьому випадку

$$\varepsilon = \frac{\sigma l}{E} + \alpha t,$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE} + \alpha t l. \quad (2.8)$$

**Приклад 2.** Визначити повне подовження бруса, розглянутого в прикладі 1 (див. рис. 2.6), якщо довжини ступіней бруса  $l_1 = l_2 = l_3 = 200$  мм,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

**Рішення.** При рішенні задачі в прикладі 2 побудована епюра нормальних напруг (див. рис. 2.6,в), з якої видно, що в поперечному перерізі верхньої ступіні  $\sigma_3 = 40$  Н/мм<sup>2</sup>, середньої ступіні  $\sigma_2 = 80$  Н/мм<sup>2</sup> і нижньої  $\sigma_1 = 50$  Н/мм<sup>2</sup>. Довжини ступіней і модуль пружності відомі. Тому для визначення подовження ступіней бруса доцільно скористатися формулою (2.6).

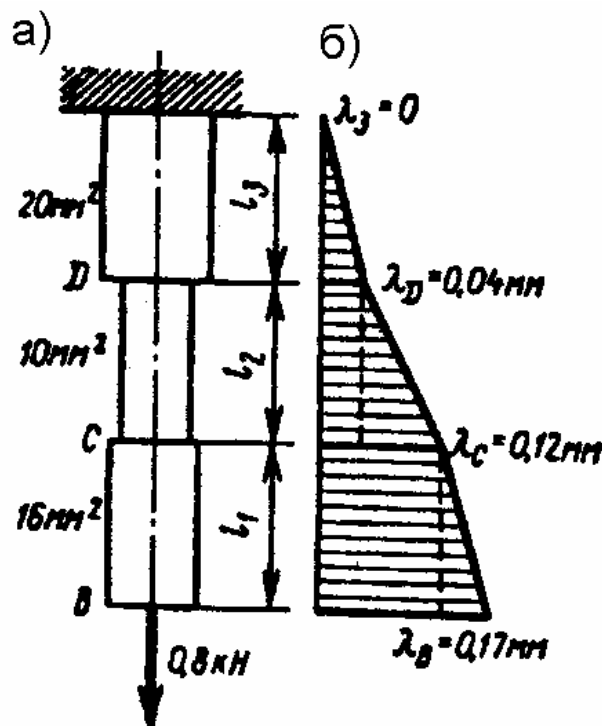


Рис. 2.8

У результаті одержимо:

Верхня ступінь

$$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 l_3}{E} = \frac{40 \cdot 200}{2 \cdot 10^5} = 0,04 \text{ мм};$$

середня ступінь

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 l_2}{E} = \frac{80 \cdot 200}{2 \cdot 10^5} = 0,08 \text{ мм};$$

нижня ступінь

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 l_1}{E} = \frac{50 \cdot 200}{2 \cdot 10^5} = 0,05 \text{ мм}.$$

Визначивши подовження ступіней, можна побудувати епюри переміщень  $\lambda$  перетинів. Для цього поруч із кресленням бруса (рис. 2.8,а) паралельно його осі проводимо базову лінію, а переміщення перетинів зображуємо перпендикулярними до неї відрізками, узятими у визначеному масштабі.

Переміщення перетину в закладенні дорівнює нулеві, тобто  $\lambda_3 = 0$ ; переміщення перетину  $D$  дорівнює подовженню верхньої ступіні бруса, тобто  $\lambda_D = \Delta l_3 = 0,04$  мм; переміщення перетину  $3$  дорівнює сумі подовжень верхньої і середньої ступіней бруса, тобто  $\lambda_C = \Delta l_3 + \Delta l_2 = 0,04 + 0,08 = 0,12$  мм; переміщення перетину  $B$  дорівнює сумі подовжень усіх трьох ступіней, інакше кажучи, повному подовженню бруса  $\Delta l$ , тобто

$$\lambda_B = \Delta l = \Delta l_3 + \Delta l_2 + \Delta l_1 = 0,04 + 0,08 + 0,05 = 0,17 \text{ мм}.$$

З'єднавши кінці відрізків, що зображують переміщення розглянутих перетинів прямими, одержимо епюри переміщень по всій довжині бруса (рис. 2.8,б).

### 2.3. Напружений стан при одноосьовому розтяганні

*Напружений стан у крапці характеризується незліченною безліччю нормальних і дотичних напружень, що виникають на площадках, які можна провести через цю крапку.*

Для дослідження напруженого стану бруса з поперечним перерізом  $A$  при розтяганні силами  $F$ , що діють уздовж його осі (одноосьове розтягання), виберемо яку-небудь точку  $B$  (рис. 2.9,а) і зобразимо її у виді малого елемента у формі прямокутного паралелепіпеда з площею бічної грані  $d$  окремо від бруса (рис. 2.9,б).

Якщо припустити, що брус складається з нескінченно великого числа дуже тонких подовжніх волокон і вважати, що всі ці волокна не надавлюють один на одного, а тільки розтягуються (гіпотеза про ненависнення волокон), то можна зробити висновок, що на гранях паралелепіпеда, рівнобіжних поперечним перерізам бруса, виникають тільки нормальні напруги  $\sigma$ , а на інших гранях напруги дорівнюють нулеві.

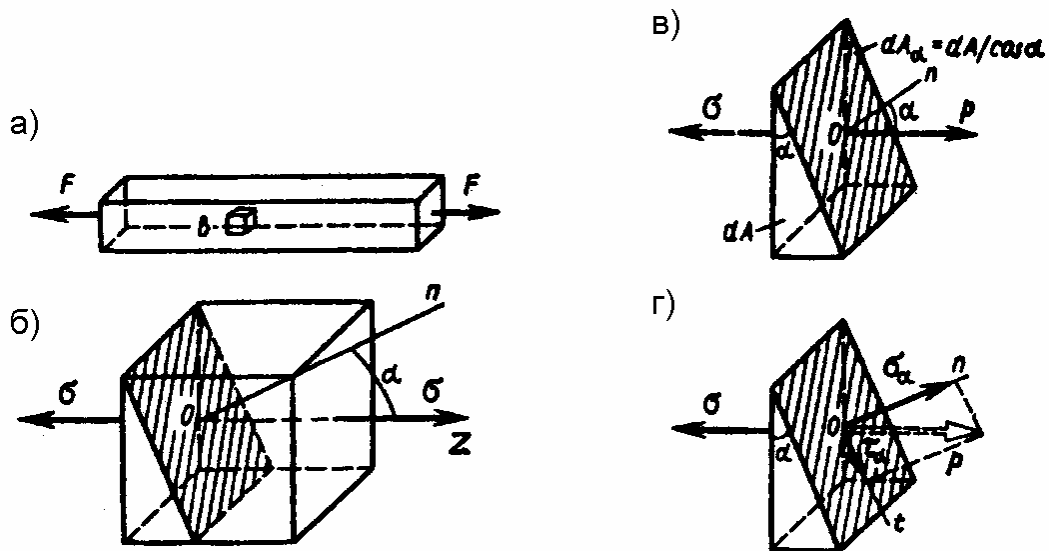


Рис. 2.9

Розріжемо виділений елемент по перетині (на рис. 2.9,б воно заштриховано), нормаль  $On$  до якого утворить з віссю  $z$  кут  $\alpha$ , і відкинемо частину елемента правіше перетину. Залишена ліва частина (рис. 2.9,в) зберігає рівновагу, тому що сила  $\sigma d$ , що діє на перпендикулярну осі  $z$  площадку  $d$ , врівноважується силою  $p d A \alpha$ , що діє на нахилену до осі  $z$  площадку  $d_\alpha = d / \cos \alpha$ , тобто

$$\sigma d = p d A / \cos \alpha.$$

Розкладемо вектор  $p$  повної напруги на площадці  $d_\alpha$  на складові  $\sigma_\alpha$  і  $\tau_\alpha$ .

Отже, виникла на похилій площадці повна напруга

$$p = \sigma \cos \alpha. \quad (2.9)$$

Розклавши напругу  $p$  на дві складові по нормалі  $O_n$  і дотичної  $O_t$  до похилої площадки (рис. 2.9,г), знаходимо

$$\sigma_\alpha = p \cos \alpha \quad \text{і} \quad \tau_\alpha = p \sin \alpha.$$

Підставимо сюди замість  $p$  його значення з рівняння (2.9) і враховуючи, що  $\sin \alpha \cos \alpha = 0,5 \sin 2\alpha$ , одержимо

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha \quad (2.10)$$

$$\tau_\alpha = 0,5 \sigma \sin 2\alpha \quad (2.11)$$

Таким чином, знаючи нормальну напругу  $\sigma$  у поперечному перерізі розтягнутого (стиснутого) бруса, можна по формулах (2.10) і (2.11) визначити нормальне  $\sigma_\alpha$  і дотичне  $\tau_\alpha$  напруги в перетині бруса, нахиленому до осі бруса під будь-яким кутом  $\alpha$ .

З формул (2.10) і (2.11) випливає:

а) при  $\alpha = 0^\circ$  (перетин бруса перпендикулярно осі  $z$   $\cos^2 \alpha = \cos^2 0^\circ = 1$ ;  $\sin 2\alpha = \sin 0^\circ = 0$ ),  $\sigma_0 = \sigma$ ,  $\tau_0 = 0$ ;

б) при  $\alpha = 90^\circ$  (поздовжній перетин бруса  $\cos^2 \alpha = \cos^2 90^\circ = 0$ ;  $\sin 2\alpha = \sin 180^\circ = 0$ ),  $\sigma_{90} = 0$ ,  $\tau_{90} = 0$ ;

в) при  $\alpha = 45^\circ$  ( $\cos^2 \alpha = \cos^2 45^\circ = (\sqrt{2}/2)^2 = 1/2$ ;  $\sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1$ ),  $\sigma_{45} = \sigma/2$ ,  $\tau_{45} = \sigma/2$ .

У такий спосіб встановлено, що при одноосьовому розтяганні максимальна нормальна напруга  $\sigma_{\max} = \sigma = F/A$  виникає в поперечних перерізах бруса ( $\alpha=0$ ); максимальне дотичне напруження  $\tau_{\max} = \tau_{45} = \sigma/2$  виникає в перетинах, нахилених до осі бруса під кутом  $45^\circ$ .

Крім того, з рівності (2.11) випливає, що перехід від довільної площадки з нахилом  $\alpha$  до площадки з нахилом  $\alpha+90^0$  (рис. 2.10) ніяк не відбиває на абсолютному значенні дотичних напружень. Дійсно, якщо

$$|\tau_\alpha| = \left| \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \right|, \text{ те } |\tau_{\alpha+90}| = \left| \frac{\sigma}{2} \sin 2(\alpha + 90) \right| = \left| \frac{\sigma}{2} \sin(2\alpha + 180) \right| = \left| \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \right| = |\tau_\alpha|.$$

Отже,

$$|\tau_\alpha| = |\tau_{\alpha+90}|.$$

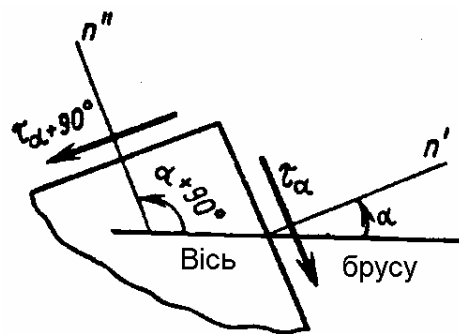


Рис. 2.10

Ця рівність виражає **закон парності дотичних напружень**: дотичні напруження, що виникають у двох взаємно перпендикулярних площадках, рівні один одному по модулі і спрямовані або від ребра, або до ребра, утвореному площадками.

#### 2.4. Статичні іспити матеріалів. Основні механічні характеристики

При виборі матеріалу для якого-небудь елемента конструкції в розрахунках необхідно знати механічні властивості матеріалу, що визначають його міцність, пружність, твердість і пластичність. Необхідні зведення про різні механічні властивості матеріалів одержують експериментально в процесі механічних іспитів на розтягання, стиск, зріз, крутіння і вигин.

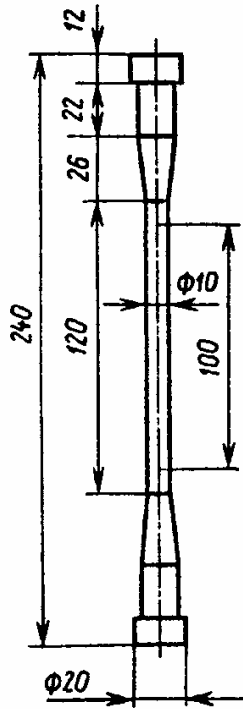


Рис. 2.11

Найпоширенішими є іспити на розтягання. Для них з випробуваного матеріалу виготовляють стандартні зразки, один із яких зображений на рис. 2.11. Зразки випробують на розривних машинах, де осьові навантаження розтягують їх і доводять до розриву. Поводження зразків у міру росту навантаження фіксується за допомогою записуючого пристрою.

На рис. 2.12 зображена зразкова діаграма, записана при іспиті зразка з низьковуглеродистої сталі. По осі абсцис у визначеному масштабі зафіксований ріст подовження  $\Delta l$  зразка, а по осі

ординат – виникаюча в його поперечному перерізі нормальна сила  $N$ , чисельно рівна осьовому навантаженню  $F$ , прикладеної до зразка. Характерні точки на діаграмі відзначені цифрами 1, 2, 3 і 4.

На початку іспиту (до оцінки  $l$  з ординатою  $N_{m1}$ ) подовження  $\Delta l$  росте пропорційно силі  $N$ , тим самим підтверджується справедливність закону Гука. Далі подовження  $\Delta l$  зростає непропорційно силі  $N$ . При деякому значенні нормальної сили  $N_m$  (оцінка 2) зразок подовжується без збільшення навантаження. Це явище називається *плинністю матеріалу*.

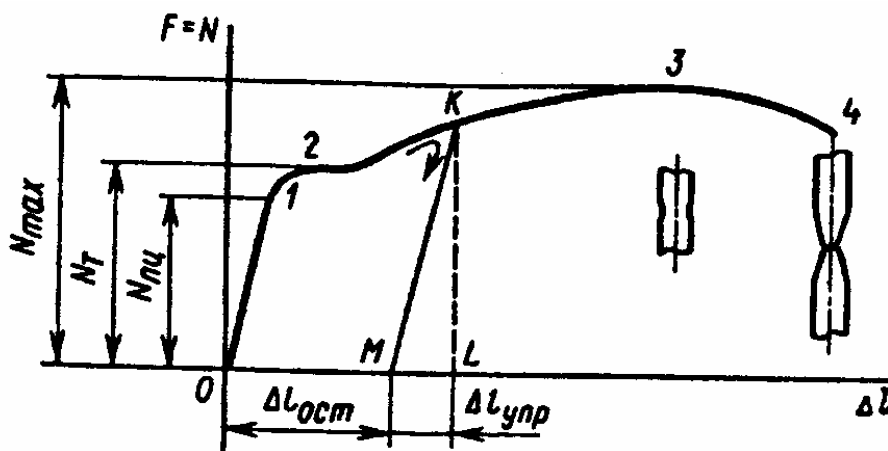


Рис. 2.12



По закінченню стадії плинності матеріал зразка знову починає пручатися навантаженню до оцінки 3 з ординатою  $N_{max}$ , після якої спостерігається зниження опірності зразка навантаженню. Ця обставина обгрунтовується тим, що на зразку починає утворюватися місцеве звуження (шейка) і надалі діаграма фіксує вже розтягання не всього зразка, а тільки його ділянки в зоні шийки, що утворилася. Момент остаточного руйнування зразка відзначений цифрою 4.

Якщо після переходу через стадію плинності, наприклад у момент, відзначений на діаграмі точкою 2 (рис. 2.12), зразок розвантажити, то процес розвантаження зобразиться відрізком КМ, рівнобіжним відрізкові на початку іспиту. Як бачимо, після розвантаження залишкове подовження  $\Delta l_{ост}$  не стало рівним подовженню зразка, вираженому відрізком  $OL$ , а зменшилося на значення пружного подовження  $\Delta l_{упр}$ . Тепер, якщо цей же зразок піддати повторному навантаженню, то виявиться, що лінія навантаження збіжиться з лінією  $MK$ , тобто частина діаграми лівіш цієї лінії не повториться. Отже, після попередньої витяжки зразка за стадію плинності його матеріал здатний сприймати великі навантаження без залишкових деформацій. Явище підвищення пружних властивостей матеріалу в результаті попередньої витяжки вище границі текучості називається *наклепом*.

Нормальні сили, що виникають у зразку, і його подовження не можуть служити об'єктивними критеріями для оцінки властивостей матеріалу, тому що залежать від абсолютних розмірів самого зразка.

Щоб одержати механічні характеристики матеріалу, діаграму (рис. 2.12), зняту при іспиті зразка, потрібно перешикувати в *діаграму розтягання* в координатах  $(\varepsilon, \sigma)$ , що не залежать від абсолютних розмірів зразка (рис. 2.13). Для цього всі абсциси й ординати на діаграмі в координатах  $(\Delta l, N)$  необхідно розділити відповідно на початкову

розрахункову довжину  $l_0$  і на початкову площу поперечного переріза  $A_0$  зразка (рис. 2.14,а).

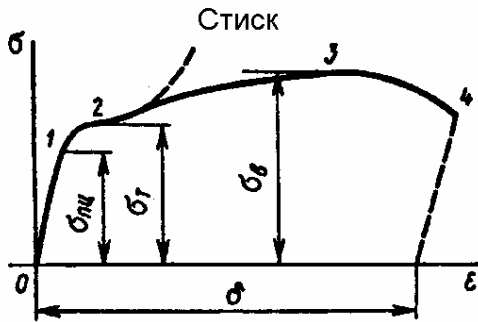


Рис. 2.13

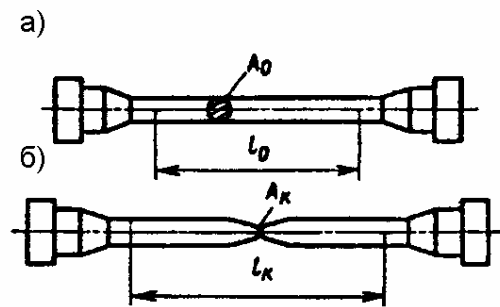


Рис. 2.14

Розділивши ординату  $N_{пц}$  на  $A_0$  одержимо *межу пропорційності*  $\sigma_{пц} = N_{пц}/A_0$ , тобто найбільша напруга, до якої справедливий закон Гука; розділивши ординату  $N_T$  на  $A_0$  одержимо *границю плинності*  $\sigma_T = N_T/A_0$ , тобто напруга, при якій відбувається ріст пластичної деформації при незмінному навантаженні; розділивши  $N_{max}$  на  $A_0$  одержимо *межу міцності (тимчасовий опір)*  $\sigma_B = N_{max} / A_0$ , тобто напруга, що відповідає найбільшому навантаженню, що витримується зразком до руйнування.

Для маловуглеродистої сталі, що має площадку плинності, наприклад, для сталі Ст2, ці характеристики наступні:  $\sigma_{пц} = 200$  МПа,  $\sigma_T = 220 - 260$  МПа,  $\sigma_B = 340-420$  МПа.

При іспиті деяких пластичних матеріалів (середньовуглеродиста сталь, мідь, свинець, алюміній) на діаграмі розтягання не утвориться ясно вираженої площадки плинності (рис. 2.15). Для таких матеріалів вводиться умовна границя плинності, що дорівнює напрузі, при якій подовжня деформація зразка  $\varepsilon = 0,002$ , тобто 0,2%. Умовна границя плинності позначається  $\sigma_{0,2}$ .

Пластичні властивості матеріалу оцінюються залишковою деформацією при розриві

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} 100\%,$$

де  $l_k$  і  $l_0$  – довжини розрахункової частини зразка після розриву і до початку іспиту (див. рис. 2.14,б,а). Наприклад, для сталі Ст2 відносно подовження після розриву  $\delta = 31\%$ .

При іспиті на стиск пластичні матеріали до границі плинності поводяться так само, як і при розтяганні, але далі пластична деформація росте повільніше. Зразок поступово сплющується. На рис. 2.13 і 2.15 залежність між  $\sigma$  і  $\epsilon$  при стиску зразків показана штриховою лінією.

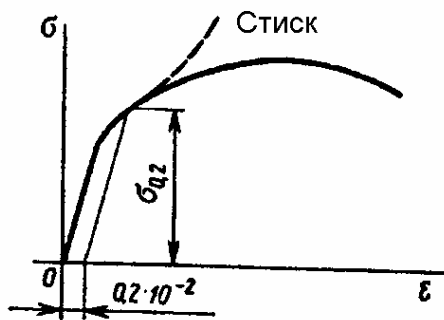


Рис. 2.15

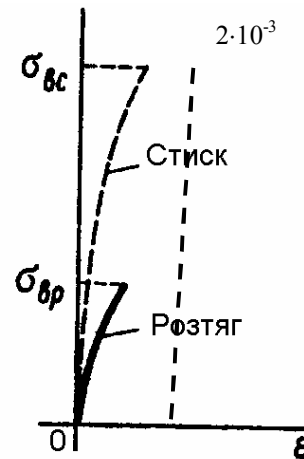


Рис. 2.16

При іспиті крихких матеріалів (загартована сталь, чавун, скло, бетон і ін.) установлено, що вони здатні витримувати набагато великі навантаження при стиску, чим при розтяганні. Вид діаграм при іспиті чавунних зразків показаний на рис. 2.16. Суцільною лінією зображена залежність між  $\sigma$  і  $\epsilon$  при розтяганні, штриховою лінією – при стиску. По цих діаграмах визначають межі міцності при розтяганні ( $\sigma_{вр}$ ) і при стиску ( $\sigma_{вс}$ ) для крихких матеріалів

$$\sigma_{вр} < \sigma_{вс}$$

Наприклад, для сірого звичайного чавуна тимчасовий опір при розтяганні і стиску складає:  $\sigma_{вр} = (0,55 - 0,65)\sigma_{вс}$  МПа;  $\sigma_{вс} = 800-1000$  МПа.

Аналогічна діаграма, але з більш високими ординатами виходить для загартованих сталей.

## 2.5. Розрахунки на міцність

При проектуванні елемента конструкції необхідно визначити розміри, що забезпечують його безпечну роботу при заданих навантаженнях. Для успішного рішення цієї задачі необхідно виходити з того, щоб найбільша розрахункова напруга в поперечному перерізі елемента конструкції, що виникла при заданому навантаженні, була менше тієї граничної напруги, при якій виникає небезпека появи пластичної деформації або небезпека руйнування.

Відношення граничної напруги  $\sigma_{пред}$  до розрахункової  $\sigma$  називається *коефіцієнтом запасу міцності*  $s$ :

$$s = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma}. \quad (2.12)$$

При розрахунку елемента конструкції коефіцієнт запасу міцності задається заздалегідь і називається *нормативним або необхідним* і позначається  $[s]$ .

Міцність елемента конструкції забезпечується, якщо дійсний коефіцієнт запасу міцності не нижче необхідного, тобто

$$s \geq [s]. \quad (2.13)$$

Нерівність (2.13) виражає умову міцності елемента конструкції.

Розділивши граничну напругу на нормативний коефіцієнт запасу, одержимо *напругу, що допускається*,  $[\sigma]$ :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[s]}. \quad (2.14)$$

Тоді умову міцності можна виразити нерівністю

$$\sigma \leq [\sigma], \quad (2.15)$$

тобто міцність елемента конструкції забезпечується, якщо найбільша напруга, що виникає в ньому, не перевищує тій, що допускається.

Для пластичних матеріалів як при розтяганні, так і при стиску граничною напругою є границя плинності  $\sigma_T$ . Тому для них напругу, що допускається, одержують виходячи з границі плинності  $\sigma_T$ :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{S_T}. \quad (2.16)$$

У практиці конструювання, розрахунку й експлуатації машин і споруджень величину запасу міцності  $S_T$  приймають рівної:  $[S_T] = 1,4 \dots 2$ .

Для крихких матеріалів напругу розтягання, що допускається,  $[\sigma_p]$  і напругу стиску, що допускається,  $[\sigma_c]$  одержують виходячи з меж міцності  $\sigma_{ep}$  або  $\sigma_{ec}$ :

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{ep}}{S_e} \text{ та } [\sigma_c] = \frac{\sigma_{ec}}{S_e} \quad (2.17)$$

У цьому випадку приймають, що запас міцності  $[S_B] = 2,5 \dots 5$ , а іноді і вище.

Умова міцності (2.15) стосовно до розрахунків на міцність при розтяганні (стиску) записується у виді:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]. \quad (2.18)$$

Виходячи з цієї умови роблять три види розрахунків.

**Проектувальний розрахунок.** При цьому розрахунку відомі навантаження, що діють на брус, задані  $\sigma_e$  або обраний матеріал та заданий нормативний запас міцності  $[S]$ . Розміри поперечного переріза бруса, що забезпечують необхідну міцність, визначаємо в такий спосіб: вважають  $\sigma = [\sigma]$ , площу перетину, з огляду на (2.18), визначають по формулі

$$\frac{N}{[\sigma]} \leq A. \quad (2.19)$$

Визначивши з цієї формули необхідну площу поперечного переріза, у залежності від форми (коло, квадрат і ін.) знаходять його розміри.

**Визначення навантаження, що допускається.** У цьому випадку відомі розміри бруса і його матеріал, а потрібно визначити максимально припустиме навантаження. Для цього, прийнявши  $\sigma = [\sigma]$ , з умови (2.18) одержуємо

$$[N] \leq A[\sigma]. \quad (2.20)$$

Потім за допомогою методу перетину по знайденому значенню подовжньої сили, що допускається,  $[N]$  визначаємо значення навантаження, що допускається.

**Перевірочний розрахунок.** При цьому розрахунку навантаження бруса, його матеріал і розміри відомі і потрібно перевірити, чи виконується умова (2.18). Для цього визначають найбільшу розрахункову напругу  $\sigma = N/A$  у поперечному перерізі бруса і порівнюють із тією, що допускається. Найбільша розрахункова напруга не повинна бути більше тієї, що допускається. Розрахункову напругу вважають безпечною, якщо вона перевищує ту, що допускається не більш ніж на 5%. Поперечний переріз бруса, у якому виникає найбільша розрахункова напруга при розтяганні (стиску), називається *небезпечним*.

## 2.6. Статично невизначені системи

Механічна система, для якої реакції зв'язків і внутрішніх силових факторів не можуть бути визначені за допомогою рівнянь рівноваги статички і методу перетинів, називається *статично невизначеною*. Статично невизначені системи відрізняються від статично визначених великим числом накладених зв'язків.

На рис. 2.17 показані статично визначені системи, нормальні сили  $N$  у яких визначаються за допомогою одного рівняння проєкцій на вісь  $x(a)$ ,

двох рівнянь проєкцій на осі  $x$  і  $y$  (б), одного рівняння моментів щодо нерухомого шарніра (в).

На рис. 2.18 показані статично невизначені системи. Нормальна сила  $N$  у поперечному перерізі бруса, жорстко забитого з обох кінців (рис. 2.18,а), не може бути визначена з рівняння проєкцій на вісь  $x$ , тому що в нього входять дві невідомі величини – нормальна сила  $N$  і реакція  $R$ . Системи з числом невідомих сил, на одиницю перевищуючими число рівнянь статички, які можна скласти для цієї системи, називаються один раз статично невизначеними. Щоб вирішити задачу, необхідно скласти додаткове рівняння переміщень з умови, що загальна довжина бруса залишається незмінною.

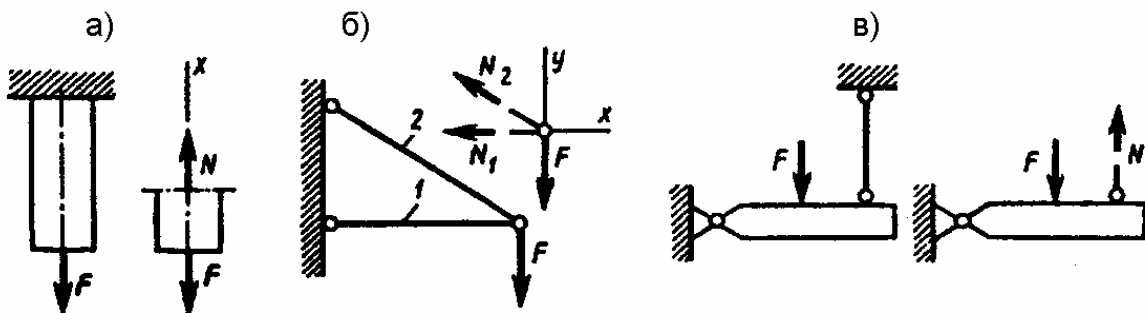


Рис. 2.17

Система на рис. 2.18,б також один раз статично невизначена, тому що в два рівняння проєкцій сил, які можна скласти в даному випадку, входять три невідомі величини:  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ .

Система на рис. 2.18,в два рази статично невизначена – у ті ж два рівняння статички входять чотири невідомі. Для рішення цих задач у першому випадку потрібно скласти одне додаткове рівняння переміщень, а в другому – два, виходячи з умови, що при зміні довжини стержнів вузол  $A$  залишається для них загальним.

Система на рис. 2.18,г один раз статично невизначена і до рівняння моментів сил щодо точки  $A$ , що містить дві невідомі сили ( $N_1$  і  $N_2$ ), потрібно додатково скласти одне рівняння переміщень. На рис. 2.18,д зображена два рази статично невизначена система і додаткових рівнянь

переміщень необхідно скласти два. У подібних випадках рівняння переміщень складають з умови, що місця закріплення стержнів на твердій балці  $AB$  залишаються на одній прямій.

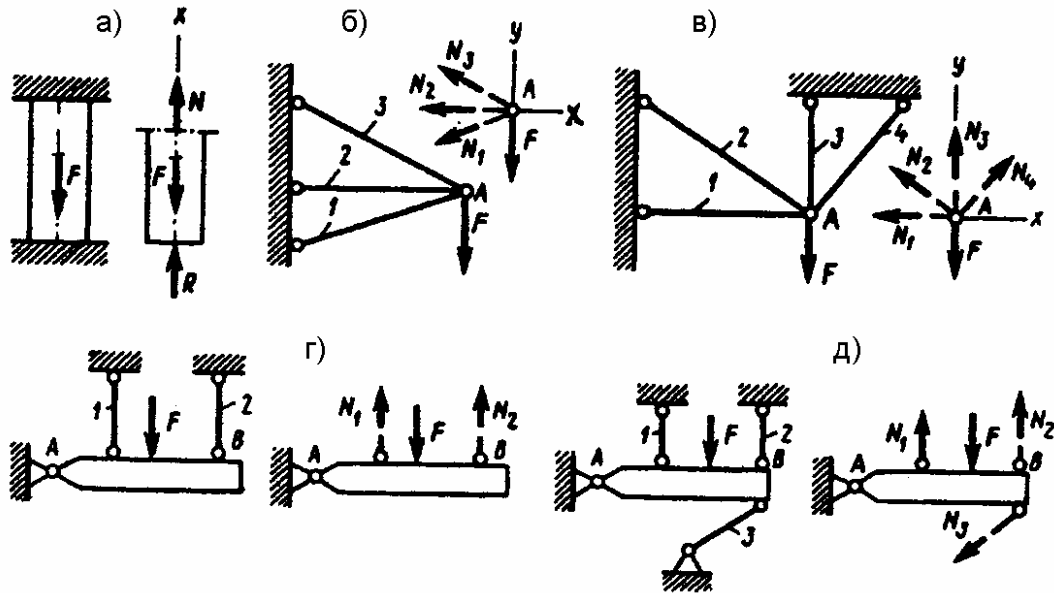


Рис. 2.18

Узагалі говорячи, якщо число невідомих сил системи на  $n$  перевищує число рівнянь статки, які можна скласти для неї, то система називається  $n$  раз статично невизначеною і для рішення задачі необхідно скласти  $n$  рівнянь переміщень.

У статично невизначених системах іноді необхідно враховувати напруги, що виникають при зміні температури системи в цілому або окремих її елементах. Так, наприклад, у стержні, жорстко забитому з обох кінців у непіддатливих стінках (рис. 2.19,а), при нагріванні виникають напруги стиску (рис. 2.19,б), а при охолодженні – напруги розтягання (рис. 2.19,в).



Рис. 2.19



### *Питання для самоперевірки*

1. Як потрібно навантажити прямий брус, щоб він працював тільки на розтягання (стиск)?
2. Сформулюйте закон Гука. Який фізичний зміст модуля подовжньої пружності  $E$ ?
3. Круглий брус діаметром  $d$  і довжиною  $l$ , навантажений подовжньою силою  $P$  подовжувався на  $\Delta l$ . Яке подовження одержить виготовлений з того ж матеріалу і навантажений силоміць  $P$  брус:  
а) довжиною  $l_1 = 2l$  і діаметром  $d_1 = d/2$ ; б) довжиною  $l_2 = 2l$  і  $d_2 = 2d$  діаметром?
4. Що таке «гранична напруга» і що таке «розрахункова напруга»?
5. Що таке напруга, що допускається, і як вона вибирається в залежності від властивостей матеріалів?
6. На якому-небудь прикладі пояснить, як можна дану статично визначену систему перетворити в статично невизначену?
7. Чому при нагріванні одного зі стержнів кронштейна (див. рис. 2.17,б) в обох стержнях не виникне додаткова (температурна) напруга, а при нагріванні, наприклад, стержня 2 (див. рис. 2.18,б) у всіх стержнях виникають ці напруги?

### 3. ПРАКТИЧНІ РОЗРАХУНКИ НА ЗРІЗ І ЗМИНАННЯ

#### 3.1. Основні розрахункові передумови і формули

Якщо два бруси з'єднати між собою штифтом, а потім навантажити спрямованими в протилежні сторони силами  $F$  (рис. 3.1), то при значних силах або невеликому діаметрі штифта він може бути зруйнований по перетині, розташованому в площині стикування поверхонь брусків, що з'єднуються, (рис. 3.1,б). Таке руйнування сполучних деталей (штифта, болта, шпильки, заклепки, шпонки), що відбувається під дією навантажень, перпендикулярних їхнім власним осям (поперечні навантаження), називається *зрізом*.

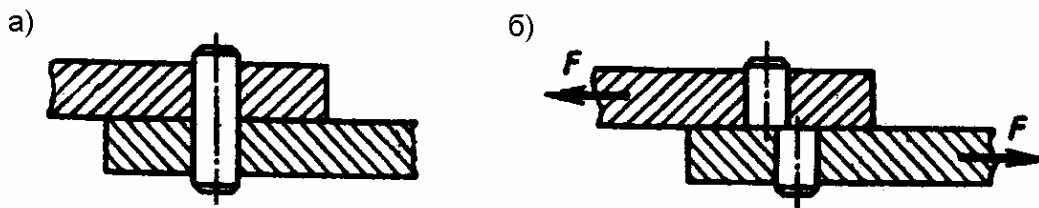


Рис. 3.1

Практичні розрахунки сполучних деталей на зріз носять умовний характер і ґрунтуються на трьох допущеннях: у поперечному перерізі можливого зрізу деталі виникає тільки один внутрішній силовий фактор – поперечна сила  $Q$ ; дотичні напруження, що виникають у поперечному перерізі, розподілені по перетині рівномірно; якщо з'єднання здійснене декількома однаковими деталями (болтами, заклепками й ін.), то вважається, що усі вони навантажені однаково. Виходячи з цих допущень умова міцності при розрахунку на зріз запишеться у виді:

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} \leq [\tau_{cp}], \quad (3.1)$$

де  $\tau_{cp}$  – розрахункова напруга зрізу в поперечному перерізі деталі;  $Q=F/i$  – поперечна сила, що виникає в цьому перетині;  $A_{cp}$  – площа поперечного перерізу деталі, що зрізується, (площа зрізу);  $i$  – число сполучних деталей;  $[\tau_{cp}]$  – напруга, що допускається, при розрахунках на зріз, що залежить від матеріалу сполучної деталі й умов роботи конструкції.

При розрахунку болтів, штифтів, шпонок і іншого приймають  $[\tau_{cp}] = (0,25 \dots 0,35)\sigma_m$  або  $[\tau_{cp}] = (0,55 \dots 0,60)[\sigma]$ .

З умови міцності (3.1) роблять три види розрахунків: а) перевірочний; б) проектний (визначають число сполучних деталей при заданих розмірах або визначають розміри деталей при заданому їхньому числі); в) визначають навантаження, що допускається.

При невеликій товщині брусів, що з'єднуються, (аркушів) і значному навантаженню між поверхнею сполучної деталі і стінками отвору виникає великий взаємний тиск, у результаті якого стінка отвору може обім'ятися, форма отвору зміниться і з'єднання зруйнується.

Тиск, що виник між поверхнями сполучної деталі й отвору, називається *напругою зминання*  $\sigma_{cm}$ .

Розрахунки на зминання, так само як і розрахунки на зріз, носять умовний характер. Вважають, що сили тиску розподілені по поверхні зминання рівномірно і перпендикулярні їй. Звідси умова міцності на зминання має такий вигляд:

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{iA_{cm}} \leq [\sigma_{cm}], \quad (3.2)$$

де  $F/i$  – навантаження на один сполучний елемент ( $i$  – число елементів);  $A_{cm}$  – площа зминання;  $[\sigma_{cm}]$  – напруга зминання, що допускається. Для низьковуглеродистої сталі  $[\sigma_{cm}] = 60 \dots 120$  Н/мм.

Якщо поверхня змінання плоска, як, наприклад, при з'єднанні вала 1 і втулки 2 призматичною шпонкою 3 (рис. 3.2), то площа змінання буде визначатися як:

$$A_{см1} = t_1 a \text{ і } A_{см2} = t_2 a.$$

Якщо поверхня змінання циліндрична, то в розрахункову формулу (3.2) підставляється умовна площа змінання, рівна площі проекції поверхні на діаметральну площину. На рис. 3.2 умовна площа змінання  $A_{см1} = dh$ .

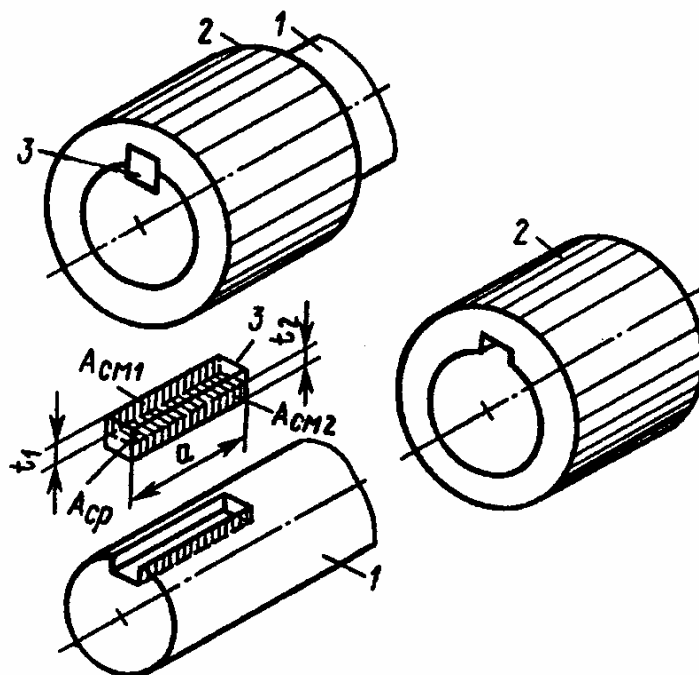


Рис. 3.2

Крім перевірки деталей на змінання при відносно невеликій ширині аркушів, що з'єднуються, або пластин їх перевіряють на розрив по поперечному перерізі, ослабленому отворами. На рис. 3.3 площа ослабленого поперечного переріза (площа «нетто»)  $A = (a - d)h$ .

Розглянемо зварене з'єднання двох аркушів кутовими швами (рис. 3.4). Зварені з'єднання не дають ослаблення елементів, менш трудомісткі, чим інші види з'єднань, і тому більш економічні.

Руйнування швів у з'єднанні, що розглядається, відбувається внаслідок зрізу по найменшій можливій площі зрізу, розташованої в

бісекторній площині кута, де наплавляється шов (рис. 3.4,б). При цьому площа зрізу на два шви буде  $A_{cp} = 2lh_{шв}\beta$ , де  $\beta$  – коефіцієнт форми кутового шва. Він залежить від виду зварювання: для однопрохідного автоматичного  $\beta = 1$ ; одно-прохідного напівавтоматичного ручного  $\beta = 0,8$ ; багатопрохідного авто- і напівавтоматичного  $\beta = 0,7$ ;  $h_{шв}$  – висота катета кутового шва.

Припускаючи рівномірний розподіл дотичних напружень по площі зрізу шва, умову міцності представимо у виді

$$\tau = \frac{N}{A_{cp}} = \frac{N}{2l\beta h_{шв}} \leq R_{cp}, \quad (3.3)$$

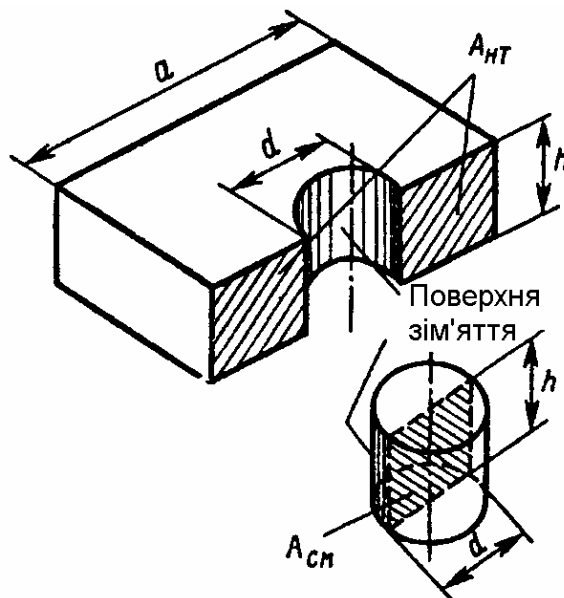


Рис. 3.3

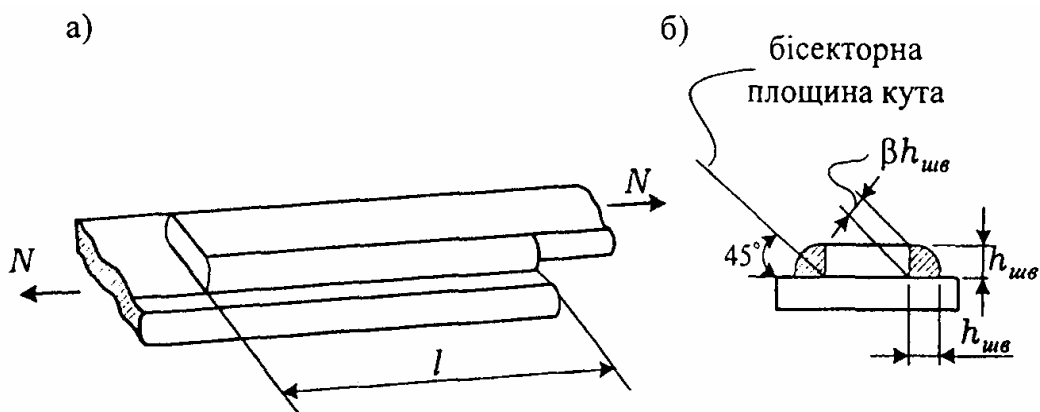


Рис. 3.4. Зварене з'єднання кутовими швами

де  $R_{cp}$  – розрахунковий опір матеріалу кутового звареного шва на зріз;  $l$  – розрахункова довжина шва, що береться на 10мм менше фактичній через можливе погіршення якості зварювання по кінцях шва. Щоб не припускати надмірної нерівномірності розподілу напруг по довжині шва, вводяться обмеження на його довжину  $l \leq 60h_{ш}$ . По формулі (3.3), якщо задати який-небудь один розмір шва, наприклад  $h_{ш}$ , можна визначити довжину шва  $l$ .

### ***Питання для самоперевірки***

1. На яких допущеннях засновані розрахунки на зріз і зминання?
2. Як визначається площа зминання, якщо поверхня зминання:  
а) плоска; б) циліндрична?

## 4. КРУТІННЯ

### 4.1. Чисте зрушення. Закон Гука при зрушенні

Як приклад напруженого стану в крапці бруса розглядався (див. гл. 2) одноосьовий напружений стан і в зв'язку з цим був установлений закон парності дотичних напружень. Розглянемо ще один напружений стан, що носить назву *чисте зрушення* (рис. 4.1,а). При чистому зрушенні на чотирьох гранях виділеного елемента виникають тільки дотичні напруження, а дві грані вільні від напруг.

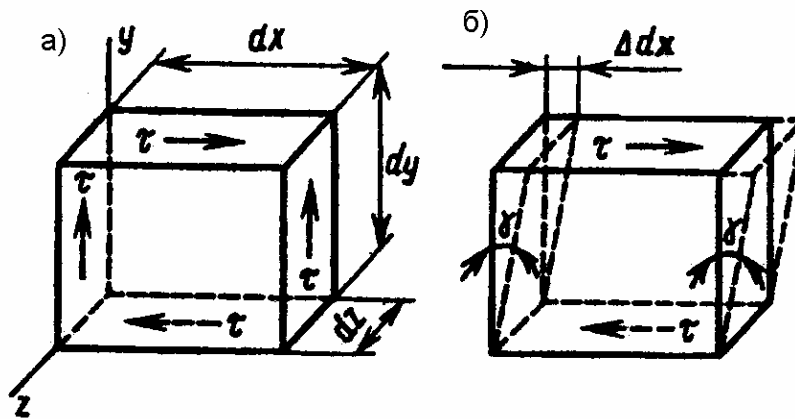


Рис. 4.1

Відповідно до закону парності, дотичні напруження  $\tau$  на всіх чотирьох площях рівні по абсолютній величині, але спрямовані по суміжних гранях або від ребра, або до ребра. Легко довести, що виділений елемент при зрушенні знаходиться в рівновазі (рис. 4.1,а).

На вертикальних площадках  $dA_v = dz \cdot dy$  діють сили  $\tau(dz \cdot dy)$ , що утворюють пари з моментом щодо осі  $z$ :

$$\tau (dz \cdot dy) \cdot dx.$$

На горизонтальних площадках  $dA_h = dx \cdot dz$  діють сили  $\tau(dx \cdot dz)$  утворюючої пари з моментом щодо осі  $z$ :

$$-\tau (dx \cdot dz) \cdot dy,$$

а алгебраїчна сума моментів пар щодо осі  $z$ :

$$\tau (dz dy)dx - \tau (dx dz)dy = 0.$$

Явище зрушення полягає в тому, що під дією зовнішніх сил первісна форма виділеного елемента спотворюється (рис. 4.1,б), тобто, наприклад, горизонтальні площадки зрушуються відносно один одного на відстань  $\Delta dx$ , яка називається *абсолютним зрушенням*, і прямий кут  $\pi/2$  між суміжними площадками змінюється на величину  $\gamma$ . Цей кут не залежить від розмірів виділеного елемента, тому він є мірою деформації зрушення і називається *кутом зрушення* або *кутовою деформацією*. Установлено, що дотичні напруження і кут зрушення в межах пружних деформацій зв'язані між собою прямою пропорційною залежністю

$$\tau = G\gamma, \quad (4.1)$$

яка називається *законом Гука при зрушенні*. Коефіцієнт пропорційності  $G$  називається *модулем пружності при зрушенні* і характеризує *твердість матеріалу при зрушенні*.

Для того самого матеріалу між модулем пружності  $E$ , модулем зрушення  $G$  і коефіцієнтом Пуассона  $\mu$  існує наступна залежність:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (4.2)$$

По цій формулі, знаючи  $E$  та  $\mu$ , легко знайти  $G$ . Наприклад, для сталі  $\mu = 0,25$  і тоді одержимо  $G = 0,4E$ .

## 4.2. Крутіння. Побудова епюр крутильних моментів

Крутінням називається такий вид навантаження бруса, при якому в його поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор – крутильний момент. Щоб одержати такий вид навантаження в найпростішому випадку, брус необхідно навантажити діючими в



площинах, перпендикулярних його осі, і в протилежних напрямках двома парами сил (рис. 4.2,а), моменти  $T_1$  і  $T_2$  яких називаються зовнішніми скручуючими моментами. Надалі будемо вважати, що алгебраїчна сума зовнішніх моментів, прикладених до бруса, дорівнює нулеві, тобто брус знаходиться в рівновазі (у стані спокою або рівномірного обертання).

Розріжемо брус по перетині  $A$  на частині I і II (рис. 4.2,а) і, відкинувши частину I, розглянемо рівновагу залишеної частини II. З рис. 4.2,б бачимо, що рівновага забезпечується виникненням у перетині тільки крутильного моменту  $M_k$ . При цьому алгебраїчні суми проекцій зовнішніх сил, що утворюють пари, на кожному з осей дорівнюють нулеві, дорівнюють нулеві і моменти пар сил щодо осей  $x$  та  $y$ . Отже, одержимо, що

$$N = 0; \quad Q_x = 0; \quad Q_y = 0; \quad M_x = 0; \quad M_y = 0; \quad M_k = T_2.$$

Якщо ж відкинути частину II бруса (рис. 4.2,в), то одержимо, що в перетині  $A$ , крутильний момент,  $M_k = T_1$  не зміниться ні по величині, ні по напрямку, тому що за умови рівноваги бруса  $T_1 = T_2$ .

У тих випадках, коли на брус діють не два, а кілька скручуючих моментів, доцільно при обчисленні крутильних моментів, прийняти таке правило знаків: при розгляді кожної з залишених частин бруса з боку перетину зовнішні моменти, що діють по ходу годинної стрілки, вважаємо позитивними, діючі проти ходу годинної стрілки – негативними.

Для одержання наочної картини зміни крутильних моментів, у різних перетинах будують їх епюри по всій довжині бруса. Порядок побудови епюри крутильних моментів,  $M_k$  розглянемо на прикладі.

На рис. 4.3,а зображений брус, навантажений чотирма моментами. З умови рівноваги бруса випливає, що  $T_1 + T_2 + T_3 + T_0 = 0$ . Перетинами, у яких прикладені скручуючі моменти, брус розділений на чотири ділянки: I, II, III і IV. Розсічемо брус на ділянці I, і відкинувши частину бруса правіше перетину, бачимо (рис. 4.3,б), що залишена ліва частина не навантажена. Виходить,  $M_{kI} = 0$ . Розсічемо брус на ділянці II, відкинемо праву частину

бруса і розглянемо ліву частину з боку перетину. З рис. 4.3,в побачимо, що  $M_{кII} = T_1$  (якщо дивитися з боку перетину, то момент  $T_1$  діє по ходу годинної стрілки). Розглядаючи далі ліву частину бруса з боку перетину на ділянці III (рис. 4.3,г), бачимо, що  $M_{кIII} = T_1 + T_2$ . З розгляду лівої частини бруса з боку перетину на ділянці IV (рис. 4.3,д) впливає  $M_{кi} = T_1 + T_2 - T_0$ . З умови рівноваги всіх скручуючих чотирьох моментів ( $T_0 = T_1 + T_2 + T_3$ ) ясно, що  $-T_0 + T_1 + T_2 < 0$ . Тому  $M_{кi} < 0$ .

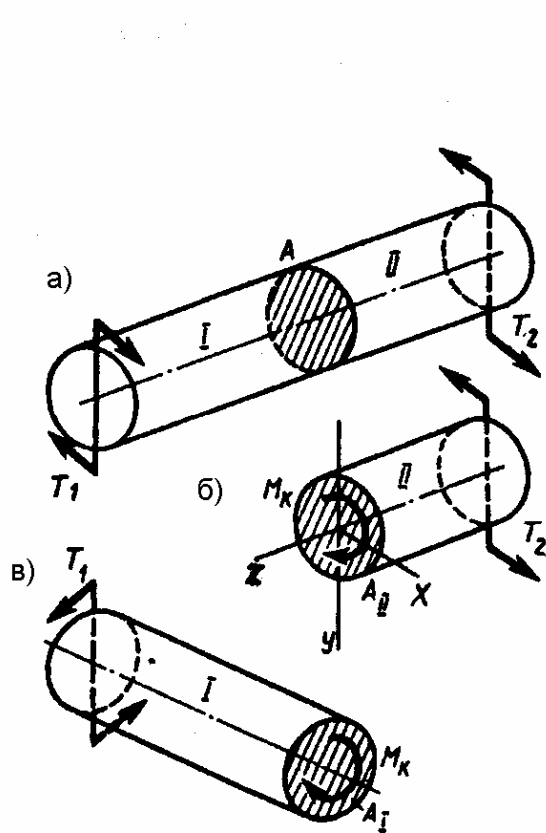


Рис. 4.2

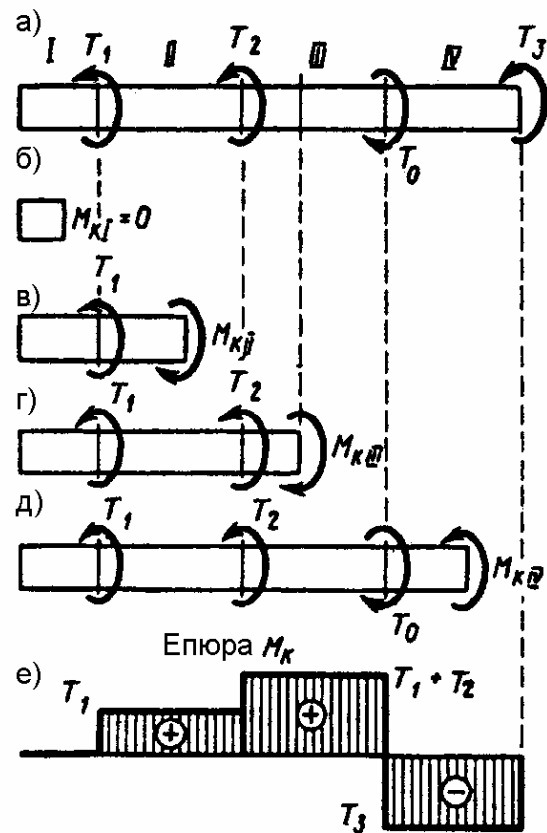


Рис. 4.3

На рис. 4.3,е результати обчислень зображені у виді епюри. На будь-якій ділянці між перетинами бруса, навантаженими скручуючими моментами, крутильні моменти залишаються постійними. При переході від однієї ділянки до іншої на епюрі виникають стрибки, чисельно рівні моментам зовнішніх пар, що скручують.

Епюри  $M_k$  можна було б будувати і праворуч, і ліворуч. Тоді, відкидаючи щораз ліву частину бруса, ми одержали б для ділянки IV  $M_I = -T_3$  (з умови рівноваги зовнішніх моментів випливає, що  $T_3 = -T_0 + T_1 + T_2$ ), для ділянки III  $M_{кIII} = -T_3 + T_0$  (легко бачити, що  $-T_3 + T_0 = T_1 + T_2$ ) і т.д.

### 4.3. Крутіння круглого прямого бруса. Основні передумови і формули

Залежності між величинами, що характеризують крутіння бруса, представляються в найбільш простому виді при круглому поперечному перерізі бруса. Розглядаючи крутіння круглого прямого бруса, виходимо з трьох допущень: обраний в брусі до навантаження поперечний переріз залишається плоским і перпендикулярним осі і після навантаження (гіпотеза Я.Бернуллі); відстані між поперечними перерізами при навантаженні бруса не змінюються; радіуси поперечних перерізів бруса не викривляються.

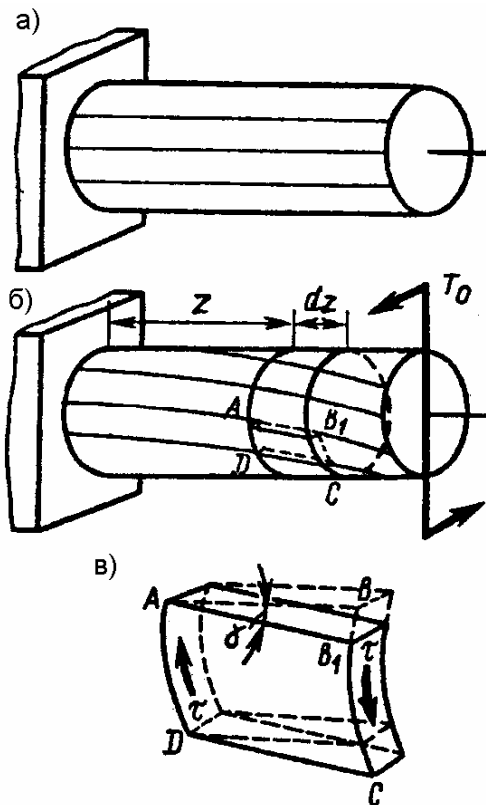


Рис. 4.4

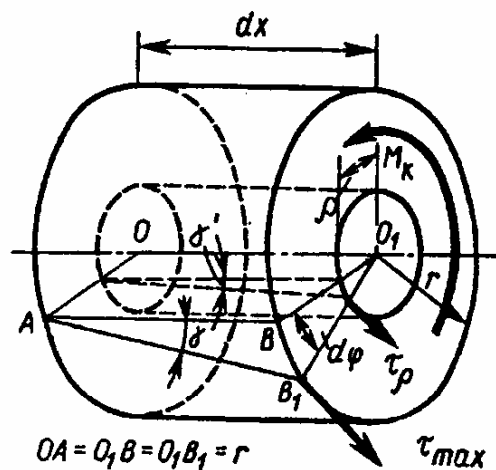


Рис. 4.5

Уявимо собі забитий одним кінцем у непіддатливій стінці брус круглого поперечного перерізу радіуса  $r$ , на циліндричній поверхні якого уздовж утворюючих нанесені прямі лінії (рис. 4.4,а). Якщо вільний кінець бруса навантажити моментом  $T_0$ , то брус деформується (скручується) і лінії на циліндричній поверхні приймають вид гвинтових ліній (рис. 4.4,б). Для того щоб досліджувати деформований стан бруса, виділимо з нього на відстані  $x$  від закладення елемент довжиною  $dx$  і зобразимо цей елемент окремо в збільшеному виді (рис. 4.5).

Припустимо, що лівий перетин виділеного елемента повернувся на деякий кут  $\varphi$ , тоді правий перетин, розташований трохи далі від нерухомого перетину бруса в закладенні, повернувся на кут  $\varphi + d\varphi$ . Кут  $d\varphi = \sphericalangle BO_1B_1$  називається *кутом закручування* виділеного елемента. Цей кут залежить від довжини елемента  $dx$ , тому при тому самому деформованому стані може бути різним.

Деформація бруса при крутінні характеризується величиною

$$\varphi_0 = \frac{d\varphi}{dx}, \quad (4.3)$$

що називається відносним кутом закручування. Це кут взаємного повороту двох перетинів, віднесений до відстані між ними.

Якщо в поверхні виділеного елемента вирізати шар  $AB_1CD$  (див. рис. 4.4,б,в), що через малість розмірів можна вважати призмою, то цей призматичний елемент знаходиться в стані чистого зрушення, тобто  $\sphericalangle BAB_1$  на циліндричній поверхні елемента (рис. 4.5) є кутом зрушення  $\gamma$ . Наближено можна вважати  $BB_1 = d\varphi \cdot r = \gamma \cdot dx$ , звідси з урахуванням рівності (4.3)

$$\gamma = \left( \frac{d\varphi}{dx} \right) r = \varphi_0 r. \quad (4.4)$$

Щоб виразити максимальні дотичні напруження  $\tau_{\max}$  в крайніх точках поперечного переріза бруса, знайдене значення  $\gamma$  підставимо у

вираження (4.1):

$$\tau_{\max} = G\varphi_0 r. \quad (4.5)$$

Якщо думкою вирізати призматичний елемент на відстані  $\rho$  від осі бруса, то кут зрушення в цього елемента  $\gamma' < \gamma$  (рис. 4.4) і тоді в будь-якій крапці поперечного переріза на відстані  $\rho$  від центра

$$\tau_\rho = G\varphi_0 \rho. \quad (4.6)$$

Рівність (4.6) виражає лінійний закон зваді розподілу дотичних напружень по поперечному перерізі при крутінні. Розподіл дотичних напружень по перетині відповідно до цього закону показано на рис. 4.6,а, максимальні дотичні напруження крутіння  $\tau_{\max}$  виникають у краю перетину, а в міру наближення до центра убувають до нуля. Таким чином, у більшому ступені пручаються крутінню ті частини бруса, що розташовані ближче до його поверхні. Тому для економії матеріалу бруси, що працюють на крутіння, іноді виготовляють пустотілими. Поперечний переріз такого бруса для порожнього вала має форму плоского кругового кільця, розподіл дотичних напружень у ньому показано на рис. 4.6,б. Дотичні напруження внаслідок закону парності виникають і в поздовжніх перетинах бруса (рис. 4.7).

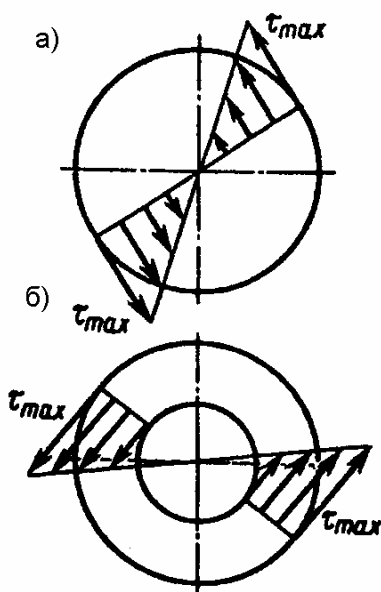


Рис. 4.6

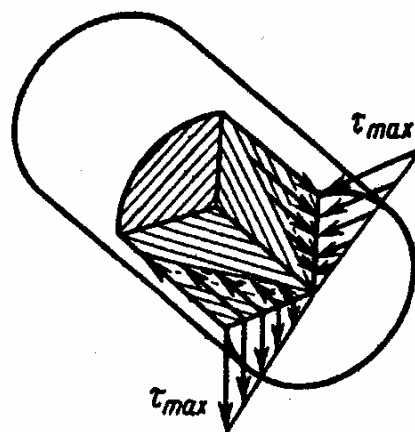


Рис. 4.7

Знаючи закон розподілу дотичних напружень по перетині, установимо залежність між виниклим у ньому крутильним моментом  $M_k$ , відносним кутом  $\varphi_0$  закручування і максимальним дотичним напруженням  $\tau_{\max}$ .

Нехай у деякому перетині (рис. 4.8,а) виник крутильний момент  $M_k$  який, як відомо з попереднього пункту, можна визначити через зовнішні моменти. На деякій відстані  $\rho$  від центра виберемо в перетині нескінченно малу площадку  $dA$  і допустимо, що напруга по цій площадці  $\tau_\rho$ . Тоді з урахуванням рівності (4.6) елементарний крутильний момент

$$dM_k = \tau_\rho dA \rho = G \varphi_0 \rho^2 dA.$$

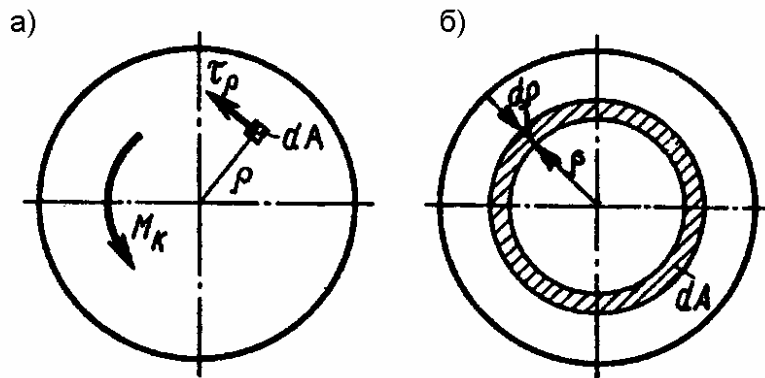


Рис. 4.8

Підсумовуючи елементарні крутильні моменти  $dM_k$  по всій площі і з огляду на те, що  $G \varphi_0$  і – величини постійні, одержуємо  $M_k = G \varphi_0 \int_A \rho^2 dA$ .

Позначивши  $J_\rho$  вираженням  $\int_A \rho^2 dA$ , одержимо

$$M_k = G \varphi_0 J_\rho. \quad (4.7)$$

Величина

$$\int_A \rho^2 dA = J_\rho, \quad (4.8)$$

тобто сума добутків всіх елементарних площадок поперечного переріза на квадрати їхніх відстаней від центра називається *полярним моментом інерції перетину*.

У рівнянні (4.8)  $\rho$  виражається в м, см або мм, а  $d$  – у  $\text{м}^2$ ,  $\text{см}^2$ , або  $\text{мм}^2$  отже, полярний момент інерції виражається в  $\text{м}^4$ ,  $\text{см}^4$ , або  $\text{мм}^4$ .

З рівності (4.7) одержуємо вираження відносного кута закручування

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{GJ_\rho}. \quad (4.9)$$

Повний кут закручування бруса (значення кутового переміщення при крутінні)

$$\varphi = \frac{M_k l}{GJ_\rho} \quad (4.10)$$

Легко бачити, що ця формула в принципі аналогічна формулі (2.1) для подовження  $\Delta l$ . Добуток  $GJ_\rho$  називається *твердістю перетину бруса при крутінні*.

У формулі (4.9)  $\varphi_0$  виражається в рад/м або радий/мм, у формулі (4.10)  $\varphi$  виражається в рад.

Замінивши в рівності (4.7) добуток  $G\varphi_0$  його вираженням з формули (4.5) ( $G\varphi_0 = \tau_{\max}/r$ ) одержимо  $M_k = \frac{\tau_{\max} J_\rho}{r}$ . Відкіля максимальні дотичні напруження

$$\tau_{\max} = \frac{M_k r}{J_\rho}. \quad (4.11)$$

Відношення полярного моменту інерції круглого перетину до його радіуса називається *полярним моментом опору* і позначається  $W_p$ :

$$W_p = \frac{J_\rho}{r}, \quad (4.12)$$

де  $W_p$  виражається в  $\text{м}^3$ ,  $\text{см}^3$  або  $\text{мм}^3$ . Таким чином,

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p}. \quad (4.13)$$

Максимальне дотичне напруження в поперечному перерізі бруса дорівнює частці від розподілу крутильного моменту на полярний момент опору.

При обчисленні значень  $\varphi_0, \varphi$  і  $\tau_{\max}$  відповідно по формулах (4.9), (4.10) і (4.11) крім крутильного моменту  $M_{\kappa}$ , модуля зрушення  $G$ , довжини  $l$  потрібно знати значення полярного моменту інерції  $J_p$  або полярного моменту опору  $W_p$ , що залежать від форми і розмірів перетину.

Щоб одержати формулу полярного моменту інерції кола, виділимо в його площі на відстані  $\rho$  від центра елемент  $dA$  у виді плоского кільця шириною  $d\rho$  (рис. 4.8,б). Якщо зневажити різницю між довжинами зовнішнього і внутрішнього контурів кільцевого елемента, то його площа  $dA=2\pi\rho d\rho$ . Підставляючи значення  $dA$  у вираження (4.8) і приймаючи до уваги, що при інтегруванні по всій площі  $\rho$  змінюється від 0 до  $d/2$  (де  $d$  – діаметр круглого перетину), одержуємо

$$J_p = \int_A \rho^2 dA = \int_0^{d/2} \rho^3 d\rho = 2\pi \left. \frac{\rho^4}{4} \right|_0^{d/2}.$$

Звідси

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}. \quad (4.14)$$

Аналогічно, для кільцевого перетину

$$J_p = \frac{\pi}{32}(d^4 - d_0^4) = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4), \quad (4.15)$$

де  $d$  – зовнішній, а  $d_0$  – внутрішній діаметри кільця,  $c = d_0/d$ .

Підставляючи у формулу (4.12) значення  $J_p$  з рівностей (4.14) і (4.15) і маючи, що  $r = d/2$  одержуємо полярні моменти опору круглого перетину

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}, \quad (4.16)$$

і кільцевого перетину

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}(1 - c^4). \quad (4.17)$$



#### 4.4. Розрахунки на міцність і твердість

Умова міцності при крутінні має вигляд:

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k] \quad (4.18)$$

Границя плинності при крутінні зв'язана із границею плинності при розтяганні залежністю  $\tau_T \approx (0,55 \dots 0,60)[\sigma_T]$ , для пластичних матеріалів приймають  $\tau_k \approx (0,55 \dots 0,60)[\sigma_p]$ .

За умовою міцності при крутінні (4.18) виконують три види розрахунків.

**Проектувальний розрахунок.** Визначивши крутильний момент у перетині бруса і прийнявши  $\tau_{\max} = [\tau_k]$ , знаходимо необхідне значення полярного моменту опору:

$$W_p = \frac{M_k}{[\tau_k]} \quad (4.19)$$

Потім, виходячи з формули поперечного переріза (коло або кільце), знаходимо діаметр бруса з формули (4.16) або (4.17). Отримане значення діаметра в міліметрах варто округлити до найближчого більшого парного числа або числа, що закінчується на 5.

**Розрахунок навантаження, що допускається.** Визначивши полярний момент опору перетину бруса і прийнявши  $\tau_{\max} = [\tau_k]$  знаходимо значення крутильного моменту, що допускається:

$$[M_k] = W_p [\tau_k] \quad (4.20)$$

Потім, виходячи зі схеми навантаження, знаходимо навантаження, що максимально допускається.

**Перевірочний розрахунок.** Визначивши максимальний крутильний момент у поперечному перерізі бруса і полярний момент опору перетину,

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p} \quad \text{знаходимо і порівнюємо його з } [\tau_k].$$

Умова твердості бруса при крутінні полягає в тому, щоб відносний кут закручування  $\varphi_0$  не перевершував деякого заданого значення, що допускається  $[\varphi_0]$  тобто

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{GJ_p} \leq [\varphi_0]. \quad (4.21)$$

У Міжнародній системі одиниць (СИ) кут закручування, що допускається  $[\varphi_0]$  виражається в рад/м, але в практиці розрахунку на закручування часто кут, що допускається, задається в град/м. Тоді це значення потрібно перевести в одиниці СИ, помноживши на відношення  $\pi/180$ , тобто

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{180^\circ} [\varphi_0^\circ]. \quad (4.22)$$

Застосовувані в машинобудуванні значення кутів, що допускаються, закручування коливаються в досить широких межах: найчастіше приймають  $[\varphi_0] = (4,38 \dots 17 \dots 17,5) 10^{-3}$  рад/м =  $(4,38 \dots 17 \dots 17,5) \cdot 10^{-6}$  рад/мм або  $[\varphi_0^\circ] = (0,25 \dots 1 \dots 1,0)$  град/м =  $(0,25 \dots 1 \dots 1,0) 10^{-3}$  град/мм.

За умовою твердості (4.21) виконують теж три види розрахунків: **перевірочний** – безпосередньо по розрахунковій формулі (4.21); **проектувальний** – по розрахунковій формулі:

$$J_p = \frac{M_k}{G[\varphi_0]}. \quad (4.23)$$

Далі, у залежності від форми перетину (коло або кільце) за знайденим значенням з формул (4.14) або (4.15) визначають діаметр або діаметри  $d$  і  $d_0$ .

**Розрахунок навантаження, що допускається**, виконують по формулі

$$[M_k] = GJ_p [\varphi_0]. \quad (4.24)$$

Об'єктом розрахунків на міцність або твердість часто стає брус, що називається валом. На вал при передачі потужності завжди діють принаймні два скручуючих момента (іноді три і більше). При розрахунку валів необхідно пам'ятати відому з теоретичної механіки формулу, що виражає залежність між обертаючим (скручуючим) моментом  $T_{ep}$ , переданою потужністю  $P$  і кутовою швидкістю  $\omega$ :

$$T_{ep} = \frac{P}{\omega}, \quad (4.25)$$

а також формулу, що виражає залежність між кутовою швидкістю  $\omega$  ( $c^{-1}$ ) і частотою обертання  $n$  ( $xв^{-1}$ ):

$$\omega = \frac{\pi n}{30}. \quad (4.26)$$

### *Питання для самоперевірки*

1. Сформулюйте закон Гука при зрушенні. Який фізичний зміст модуля зрушення  $G$ ?
2. Як потрібно навантажити брус, щоб він працював тільки на крутіння?
3. Брус навантажений системою трьох пар у площинах поперечних перерізів, причому дія двох з них врівноважується дією третьої. Як варто розташувати уздовж бруса ці три пари, щоб крутильний момент у будь-якому перетині бруса був за абсолютним значенням менше найбільшого з трьох прикладених?
4. Від яких геометричних характеристик перетину залежить при крутінні міцність бруса, а від яких – його твердість? Чому міцність і твердість при крутінні залежать від цих характеристик, а не від площі поперечного переріза?
5. Два круглих бруси мають рівні площі поперечних перерізів, але один з цих перетинів суцільне коло, а інше – кругове кільце. Який із брусів має: а) велику міцність; б) велику твердість?
6. У чи однаковому ступені змінюється твердість і міцність бруса круглого поперечного переріза при зміні його діаметра?

## 5. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ ПЕРЕТИНІВ

### 5.1. Момент інерції перетинів

З деякими геометричними характеристиками перетинів ми знайомі. Кожний перетин бруса має визначену геометричну форму і площу. У формули для визначення координат центра ваги перетину входить алгебраїчна сума добутків елементарних площ на координати їхніх центрів ваги; ця величина називається *статичним моментом перетину*. В інтегральній формі статичні моменти перетину  $S_x$  і  $S_y$  щодо осей  $x$  та  $y$  можна представити так:

$$S_x = \int_A y dA \text{ і } S_y = \int_A x dA \quad (5.1)$$

З формул статки випливає:

$$S_x = Ay_c \text{ і } S_y = Ax_c, \quad (5.2)$$

де  $A$  – площа перетину;  $x_c$  і  $y_c$  – координати центра ваги перетину. Легко помітити, що при  $y_c=0$ , коли вісь  $x$  проходить через центр ваги перетину,  $S_x = 0$ : *статичні моменти перетину щодо центральних осей дорівнюють нулеві*.

При дослідженні залежності між крутильним моментом і дотичними напруженнями виникла ще одна геометрична характеристика – *полярний момент інерції перетину*  $J_p$ . Поява цієї величини обумовлена нерівномірністю розподілу дотичних напружень по перетині при крутінні.

Познайомимося з новими геометричними характеристиками перетину – *осьовими і відцентровими моментами інерції* щодо координатних осей (рис. 5.1).

Уявимо собі, що перетин розділений на безліч елементарних площадок  $dA$  (на рис. 5.1 зображена одна з них), координати яких  $x$  та  $y$ . Тоді інтеграли

$$J_x = \int_A y^2 dA \quad \text{і} \quad J_y = \int_A x^2 dA \quad (5.3)$$

називаються *моментами інерції перетину* щодо осей  $x$  або  $y$ , а інтеграл

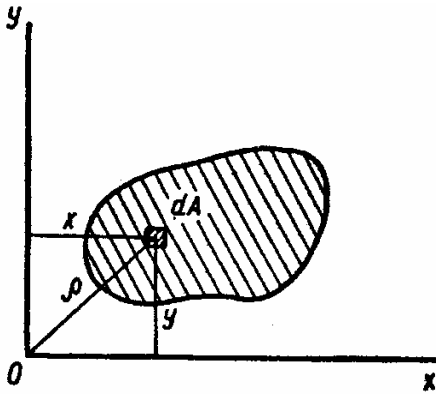


Рис. 5.1

$$J_{xy} = \int_A xy dA \quad (5.4)$$

прийнято називати *відцентровим моментом інерції* перетину щодо осей  $x$  та  $y$ .

Так само як і полярний момент інерції, осьові і відцентрові моменти інерції виражаються в  $\text{м}^4$ ,  $\text{см}^4$  і  $\text{мм}^4$ .

Величина площадки  $dA$  позитивна, тому незалежно від знака координати,  $x$  або  $y$  осьові моменти інерції завжди позитивні, а відцентровий момент інерції може бути як позитивним, так і негативним у залежності від розташування перетину щодо осей  $x$  або  $y$ .

Відстань  $\rho$  між елементарною площиною  $dA$  і початком координат зв'язана з координатами площадки очевидною залежністю (рис. 5.1)  $\rho^2 = x^2 + y^2$ .

Помноживши на  $dA$  обидві частини цієї рівності, а потім проінтегрувавши їх по всій площі перетину:

$$\int_A \rho^2 dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA,$$

одержимо важливу залежність між осьовими і полярними моментами інерції

$$J_p = J_x + J_y. \quad (5.5)$$

Сума осьових моментів інерції перетину – відносно взаємно перпендикулярних осей дорівнює полярному моменту інерції щодо точки перетинання цих осей. Моменти інерції щодо осей, що проходять через центр ваги перетину, називаються центральними.

Між моментами інерції перетину щодо рівнобіжних осей, з яких одна центральна, існує важлива залежність, використувана далі в розрахунках. Розташуємо перетин в осях координат  $x_1Oy_1$ , а потім через центр ваги з перетину проведемо осі  $Cx \parallel Ox_1$  і  $Cy \parallel Oy_1$  (рис. 5.2). Координати елементарної площадки  $dA$  перетину в осях  $x_1Oy_1$  зв'язані з координатами в центральних осях рівностями

$$y_1 = y + a \text{ і } x_1 = x + e,$$

де  $a$  і  $e$  – відстані між осями.

Зведемо обидві частини першої рівності в другий ступінь:

$$y_1^2 = y^2 + a^2 + 2ay.$$

Помножимо обидві частини цієї рівності на  $dA$  і проінтегруємо по всій площі перетину:

$$\int_A y_1^2 dA = \int_A y^2 dA + a^2 \int_A dA + 2a \int_A y dA.$$

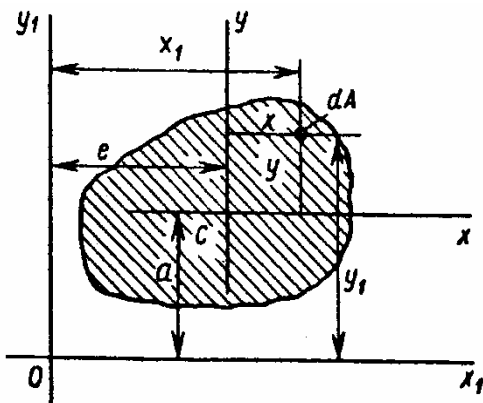


Рис. 5.2

Розглядаючи кожен інтеграл окремо, бачимо:  $\int_A y_1^2 dA = J_{x_1}$  – момент інерції перетину відносно осі, рівнобіжної центральній;  $\int_A y^2 dA = J_x$  – центральний момент інерції перетину;  $\int_A dA$  – площа

перетину;  $\int_A y dA = S_x = 0$  – статичний момент перетину щодо центральної осі, як відомо, дорівнює нулеві.

Отже, в остаточному виді остання рівність запишеться так:

$$J_{x_1} = J_x + a^2 A. \quad (5.6)$$

Аналогічно, з рівності  $x_1 = x + e$  одержимо

$$J_{y_1} = J_y + e^2 A. \quad (5.7)$$

Таким чином, момент інерції перетину щодо осі, рівнобіжної центральній, завжди більше центрального моменту інерції на добуток квадрата відстані між осями на площу перетину.

## 5.2. Поняття про головні центральні моменти інерції

Осі, щодо яких осьові моменти інерції перетину приймають екстремальні значення, а відцентровий момент дорівнює нулеві, називаються *головними*.

Допустимо, що деякий перетин розташований в осях  $x_1Oy_1$  як показано на рис. 5.3,а. Ясно, що відцентровий момент інерції  $J_{x_1y_1} > 0$ , тому що при такому положенні перетину всі елементарні відцентрові моменти інерції  $x_i y_i dA > 0$ . При поступовому повороті осей (рис. 5.3,б) значення  $J_{x_1y_1}$  стане зменшуватися, тому що для площадок  $dA_i$  над віссю  $x_1$  елементарні відцентрові моменти інерції  $x_i y_i dA_i > 0$ , а для площадок  $dA_k$  нижче осі  $x_1 - x_k y_k dA_k < 0$ , оскільки в цих площадок  $y_k < 0$ . Нарешті, при визначеному положенні осей відцентровий момент інерції  $J_{x_1y_1} = 0$ . Осі  $x_1Oy_1$  у цей момент займають положення головних осей (рис. 5.3,б).

Практичне значення мають не будь-які головні осі, а тільки головні центральні осі. Положення головних центральних осей зовсім просто знаходити для симетричних перетинів. Центр ваги симетричного перетину обов'язково лежить на осі симетрії. Тому, якщо сполучити з віссю симетрії одну з осей координат, а іншу провести до неї перпендикулярно через центр ваги, одержимо систему *головних центральних осей* (рис. 5.4). По одну сторону осі симетрії мається площадка  $dA$  з елементарним відцентровим моментом інерції  $+xy dA$ , по іншу сторону осі симетрії мається площадка  $dA$  з елементарним відцентровим моментом  $-xy dA$  і при підсумовуванні їх по всьому перетині  $J_{xy} = 0$ .

Щодо однієї з головних центральних осей момент інерції перетину максимальний, а щодо другій – мінімальний. Для перетину на рис. 5.4  $J_{\max} = J_x$  і  $J_{\min} = J_y$ .

Якщо перетин має двох осей симетрії (наприклад, прямокутник), то обидві вони є головними центральними, тому що їхнє перетинання визначає положення центра ваги перетину. Багато перетинів мають по дві, три (і більш) пари осей симетрії, які можна приймати за головні центральні осі.

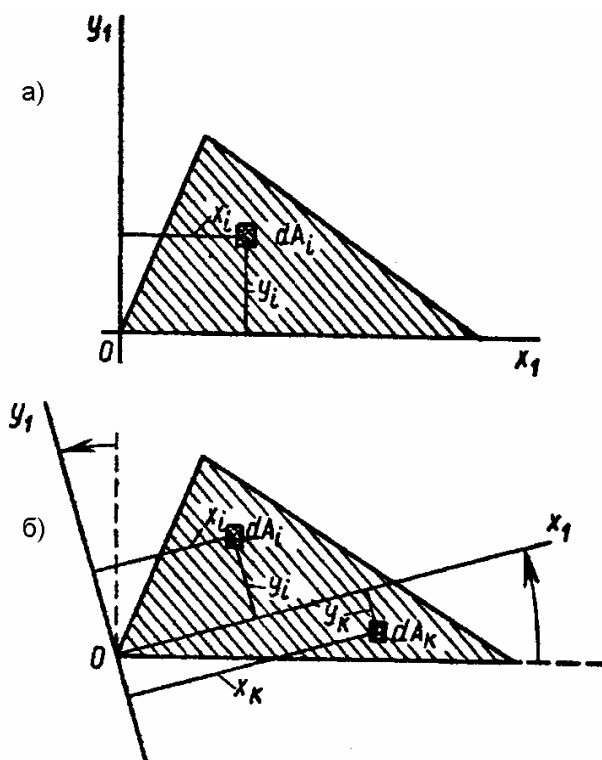


Рис. 5.3

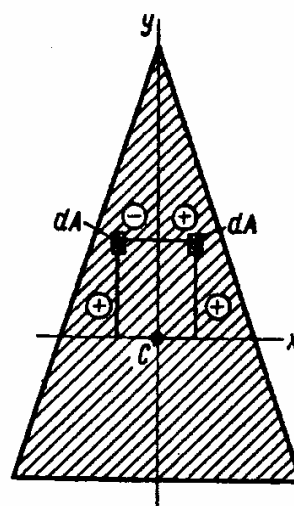


Рис. 5.4

Наприклад, у квадрата (рис. 5.5) таких осей симетрії дві пари, у правильного шестикутника – три пари, а в кола – незліченна безліч пар.

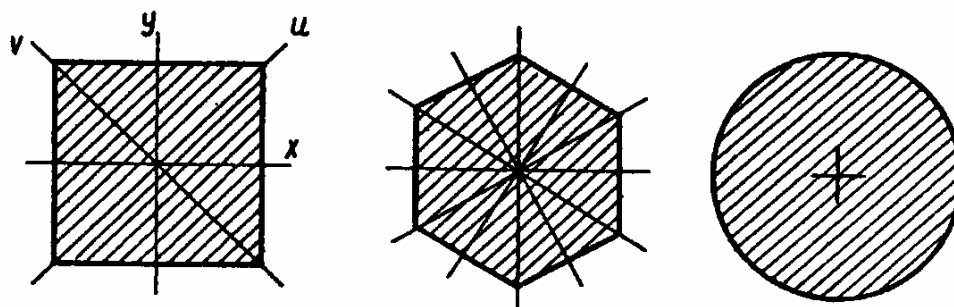


Рис. 5.5



Моменти інерції перетину щодо головних центральних осей називаються *головними центральними моментами інерції*. Площини, проведені через вісь бруса і головні осі інерції його поперечного переріза, називаються *головними площинами*.

### 5.3. Осьові моменти інерції найпростіших перетинів

**Прямокутник.** Прямокутний перетин має двох осей симетрії, а головні центральні осі  $C_x$  і  $C_y$  проходять через середини рівнобіжних сторін (рис. 5.6). Головний центральний момент інерції щодо осі  $x$

$$J_x = \int_A y^2 dA$$

Елементарну площадку  $d$  у цьому випадку можна представити у виді смужки у всю ширину перетину і товщиною, значить  $dA = b \cdot dy$ . Підставивши під знак інтеграла значення  $dA$  і проінтегрував по всій площі, тобто в межах зміни ординати  $y$  від  $-h/2$  до  $+h/2$ , одержимо

$$J_x = \int_A y^2 dA = \int_{-h/2}^{+h/2} y^2 b dy = b \int_{-h/2}^{+h/2} y^2 dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-h/2}^{+h/2} = \frac{bh^3}{24} - \left( \frac{bh^3}{24} \right).$$

Остаточо

$$J_x = \frac{bh^3}{12}. \quad (5.8)$$

Аналогічно одержимо формулу головного центрального моменту інерції прямокутника щодо осі  $y$ :

$$J_y = \frac{bh^3}{12} \quad (5.9)$$

Іноді необхідно знати моменти інерції прямокутника щодо осей  $x$  та  $y$ , рівнобіжних головним центральним. Для одержання цих значень скористаємося формулами (5.6) і (5.7):

$$J_{x_1} = J_x + a^2 A = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh$$

$$J_{y_1} = J_y + e^2 A = \frac{b^3 h}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh$$

тобто

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{3} \text{ і } J_{y_1} = \frac{b^3 h}{3} \quad (5.10)$$

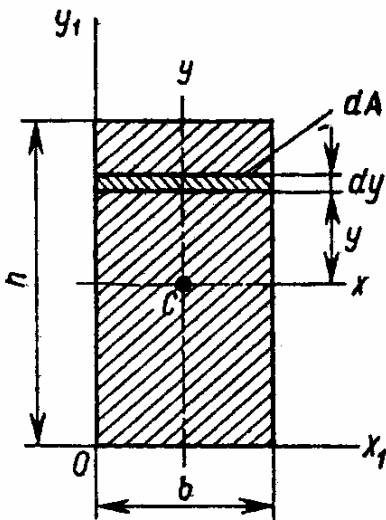


Рис. 5.6

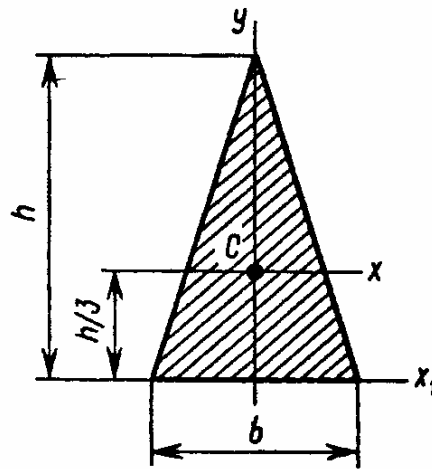


Рис. 5.7

Легко зрозуміти, що для квадрата, тобто при  $h = b$ , формули (5.8) і (5.9) приймуть вид

$$J_x = J_y = \frac{b^4}{12}, \quad (5.11)$$

а формули (5.10) – вид

$$J_{x_1} = J_{y_1} = \frac{b^4}{3}. \quad (5.12)$$

**Рівнобедрений трикутник.** Центр ваги рівнобедреного трикутника лежить на його осі симетрії на відстані  $y_c = h/3$  від підстави (рис. 5.7). Головні центральні моменти інерції перетину, що має форму рівнобедреного трикутника, такі:

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; J_{y1} = \frac{b^3h}{48}. \quad (5.13)$$

Момент інерції трикутного перетину щодо осі  $x_1$  минаючої уздовж підстави  $b$ ,

$$J_{x1} = \frac{bh^3}{12}. \quad (5.14)$$

**Коло, кільце.** Для кола або кільця (рис. 5.8) головні центральні моменти інерції щодо осей  $x$  та  $y$  рівні між собою. Тому з рівності (5.5), що виражає залежність між осьовими і полярними моментами інерції, одержуємо

$$J_p = 2J_x = 2J_y \text{ або } J = J_x = J_y = \frac{J_p}{2}.$$

Підставивши значення  $J_p$ , з формули (5.14), одержимо для круглого перетину

$$J = \frac{\pi d^4}{64}. \quad (5.15)$$

Для кільцевого перетину після підстановки з формули (5.15) одержимо

$$J = \frac{\pi d^4}{64}(1 - c^4), \quad (5.16)$$

де

$$c = d_0/d.$$

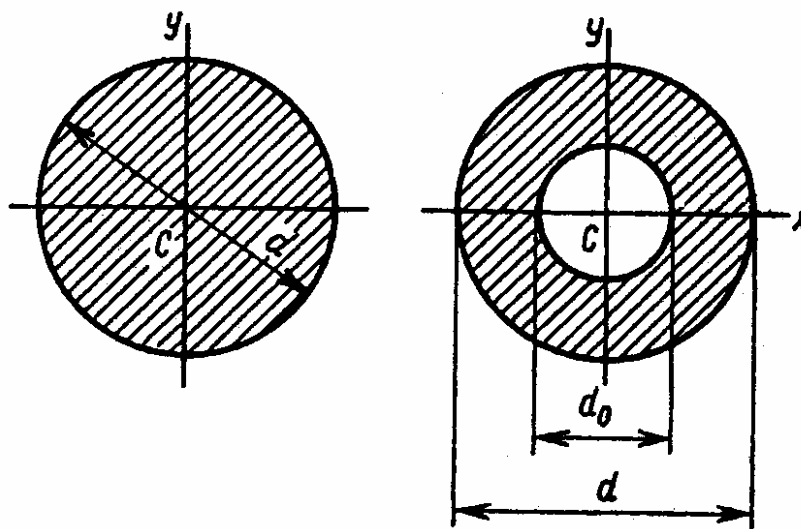


Рис. 5.8

Варто помітити, що якщо в перетину два головних центральних моменти інерції рівні між собою (до таких перетинів відносяться коло, кільце, квадрат і т.п.), то у цих перетинів будь-яка центральна вісь – головна і всі центральні моменти інерції однакові.

У багатьох конструкціях для окремих елементів використовують сталевий прокат, форма і розміри якого передбачені відповідними ГОСТами. Для прокату з поперечними перерізами, відмінними від таких простих геометричних фігур, як прямокутник або коло, розроблені таблиці, що містять усі необхідні для розрахунків характеристики.

Для сталі прокатної кутової равнополочної (ДСТ 8509-86) (рис. 5.9) у таблиці зазначені: розміри (мм)  $b$ ,  $d$ ,  $R$  і  $r$ ; площа поперечного переріза ( $\text{см}^2$ ); маса 1 м довжини прокату (кг);  $J_x$  і  $J_{x_1}$  – моменти інерції площ перетинів щодо осей  $x$  та  $x_1$ ;  $J_{x_0\text{max}}$  і  $J_{y_0\text{min}}$  – моменти інерції щодо головних центральних осей ( $\text{см}^4$ ); значення  $z_0$  (см), що визначає положення центра ваги профілю щодо осі  $x_1$ , сполученої з зовнішньою гранню полиці профілю.

Для сталі прокатної неравнополочної (ДСТ 8510-86) (рис. 5.10) крім розмірів  $B$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $R$  і  $r$ , площі поперечного переріза і маси 1 м прокату приведені моменти інерції щодо осей  $x$ ,  $y$ ,  $x_1$  і  $B_1$  ( $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_{x_1}$  і  $J_{y_1}$ ), а також значення  $X_0$  і  $B_0$ , що визначають положення центра ваги перетину в осях  $x_1$  і  $y_1$ .

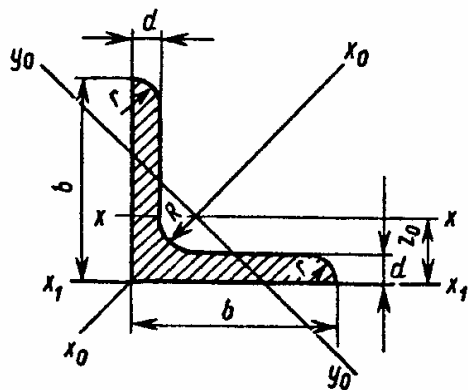


Рис. 5.9

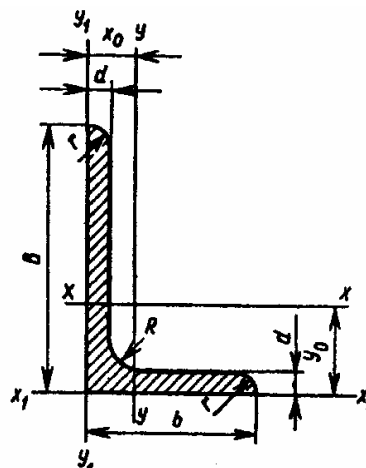


Рис. 5.10

ГОСТ 8239-89\* на сталеві двотаврові балки (рис. 5.11) містить дані про всі розміри, площу перетину і масу 1 м балки; значення  $J_x$  і  $J_y$  – моментів інерції щодо осей  $x$  та  $y$ , що для цього перетину – головні центральні осі, а також значення  $W_x$  і  $W_y$  – моментів опору перетину щодо тих же осей (см<sup>3</sup>).

ГОСТ 8240-89\* на сталеві швелери з ухилом внутрішніх граней полиць (рис. 5.12) містить дані про розміри  $h$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $t$ ,  $R$  і  $r$ , площі, маси,  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $W_x$  і  $W_y$ , а також значення визначальне положення центра ваги щодо осі  $y_1$ . У кожному з чотирьох ГОСТів нумерація профілів відповідає основному розмірові, вираженому в сантиметрах. Так, №7,5 рівнополочного куточка відноситься до профілю, у якого  $b = 75$  мм; № 6,3/4,0 неравнополочного куточка відноситься до профілю з розмірами полиць  $B = 63$  мм і  $b = 40$  мм, № 20 двотавру відноситься до профілю висотою  $h = 200$  мм, аналогічна і нумерація швелерів.

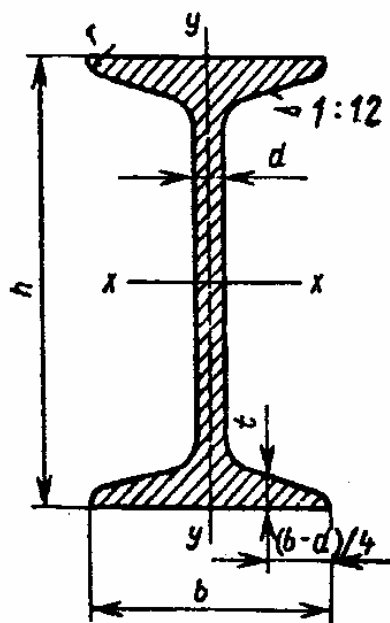


Рис. 5.11

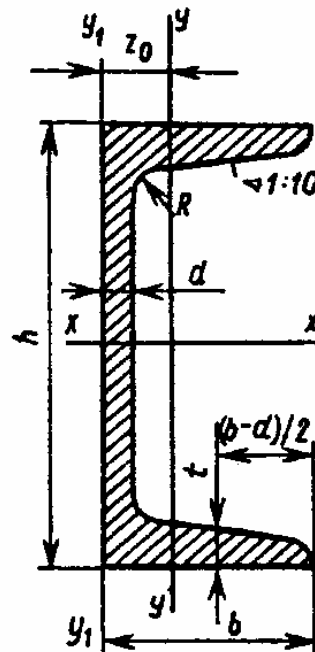


Рис. 5.12

### *Питання для самоперевірки*

1. Чому статичний момент будь-якого перетину щодо центральної осі дорівнює нулеві?

2. Чому дорівнює полярний момент інерції прямокутного перетину зі сторонами 4 і 5 см: а) щодо його центра ваги; б) щодо однієї з вершин перетину? (Відповідь: а)  $120 \text{ см}^4$ ; б)  $416 \text{ см}^4$ .)

3. В скільки разів момент інерції трикутника щодо осі, що проходить уздовж його підстави, менше моменту інерції щодо осі, що проходить через вершину паралельно підставі? (Відповідь у 3 рази.)

## 6. ВИГІН ПРЯМОГО БРУСА

### 6.1. Прямий вигин чистий і поперечний

*Прямим чистим вигином* називають такий вид навантаження бруса, при якому в його поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор згинальний момент. Якщо крім згинаючого моменту виникає поперечна сила, то має місце *прямий поперечний вигин*. Усі зовнішні сили при прямому вигині бруса діють у його головній площині (рис. 6.1), скривлення осі бруса відбувається в тій же площині.

Бруси, що працюють на вигин, називають *балками*. На розрахунковій схемі балку прийнято замінити її віссю. При цьому всі сили повинні бути приведені до осі балки, а силова площина (площина дії навантаження) збігатися з площиною креслення.

Додавши балці, представленій на рис. 6.1, умовне зображення (рис. 6.2,а), визначимо внутрішні силові фактори в її поперечних перерізах. Відповідно до місця додатка навантажень – пари сил з моментом  $T_0$ , зосередженої сили  $F$  і рівномірно розподіленого навантаження інтенсивністю  $q$  – розділимо балку на три ділянки: I, II і III. Розсічемо балку на ділянці I перетином, розташованим на відстані  $z$  від місця додатка моменту  $T_0$  і відкинемо праву частину балки (рис. 6.2,б). Тоді на підставі рівняння (1.1)

$$Q_{y1} = 0.$$

Оскільки проекції сил, що утворюють пари, на вісь  $z$  дорівнюють нулеві і рівновага частини балки, що залишилася, забезпечується одним згинальним моментом  $M_x$ . При зміні  $z$  від 0 до  $a$ , тобто в будь-якому перетині на ділянці I (при  $0 \leq z \leq a$ ), згинальний момент

$$M_{x1} = T_0.$$

Отже, ділянка I балки знаходиться в стані чистого вигину.

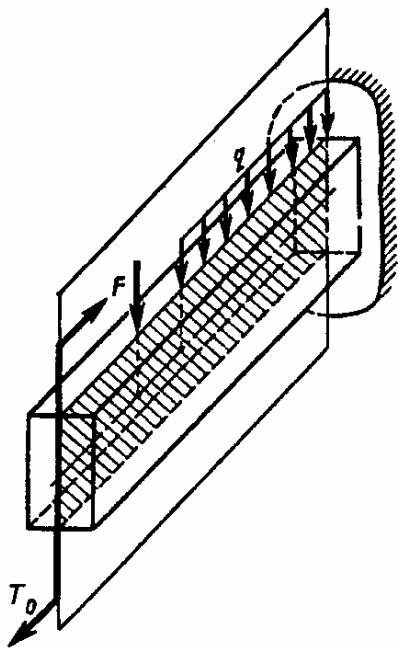


Рис. 6.1

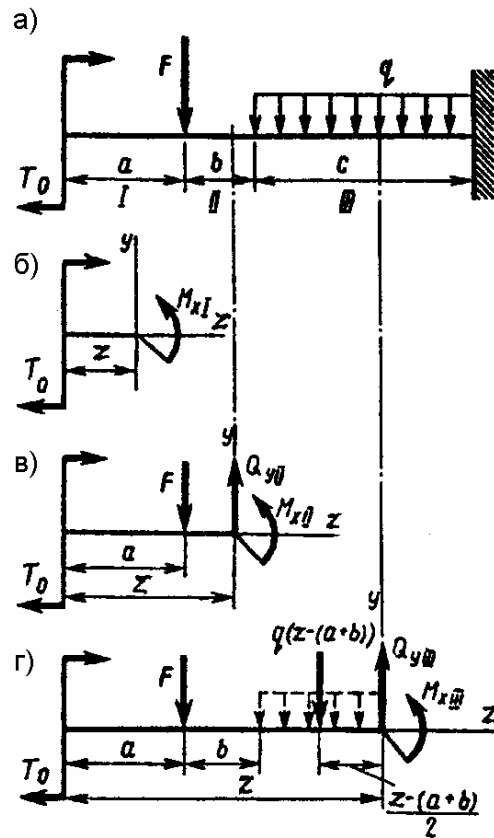


Рис. 6.2

Розсічемо балку на ділянці II перетином, розташованим на відстані  $z$  [тепер  $a \leq z \leq (a + b)$ ] від лівого кінця балки, і, відкинувши її праву частину (рис. 6.2,в) знайдемо, що поперечна сила дорівнює проекції зовнішньої сили на вісь  $y$ , тобто

$$Q_{yII} = -F,$$

а згинальний момент дорівнює алгебраїчній сумі моменту пари і моменту сили  $F$  щодо центра ваги перетину:

$$M_{zII} = T_0 - F(z-a).$$

Дія моменту  $F(z-a)$  протилежна дії моменту  $T_0$ , тому він узятий зі знаком мінус. Балка на ділянці II знаходиться в стані поперечного вигину, тому що в перетинах цієї ділянки виникають поперечна сила і згинальний момент. Помітимо, що в даному випадку значення поперечної сили  $Q_{yII}$  на ділянці II не залежить від  $z$ , тобто в будь-якому перетині  $Q_{yII} = -F = \text{const.}$



Числове значення згинаючого моменту знаходиться в лінійній залежності від  $z$ , тобто змінюється при переході від одного перетину до іншого.

Розсічемо балку на ділянці III перетином на відстані  $z$   $[(a+b) \leq z \leq (a+b+c)]$  від лівого її кінця і, відкинувши праву частину (рис. 6.2,г) знайдемо поперечну силу

$$Q_{yIII} = -Fq[z - (a+b)]$$

і згинальний момент

$$M_{xIII} = M_0 - F(z-a) - q \frac{[z - (a+b)]^2}{2}.$$

На цій ділянці виникає теж поперечний вигин. Причому через наявність тут рівномірно розподіленого навантаження поперечна сила залежить від місця перетину на ділянці: у міру пересування перетину вправо (при зростанні  $z$ ) збільшується абсолютне значення другого, що складається  $q[x - (a+b)]$ ; згинальний момент міняється в залежності від  $z$  по параболічному закону.

Між згинальним моментом  $M_x$ , поперечною силою й інтенсивністю  $q$  рівномірно розподіленого навантаження існують наступні диференціальні залежності:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q \quad (6.1)$$

- похідна від згинаючого моменту по довжині балки дорівнює поперечній силі;

$$\frac{dQ}{dz} = -q \quad (6.2)$$

- похідна від поперечної сили по довжині балки дорівнює інтенсивності рівномірно розподіленого навантаження узятій зі зворотним знаком.

Справедливість залежностей можна перевірити для значень  $M_x$  і  $Q_y$ , знайдених, наприклад, для ділянки III балки (рис. 6.2,г), яким можна додати такий вид:

$$M_{xIII} = T_0 - F_x + Fa - \frac{qx^2}{2} + xq(a+b) - \frac{q(a+b)^2}{2};$$

$$Q_{yIII} = -F - qx + q(a+b).$$

Продиференціював перше вираження по  $x$ , маючи на увазі, що  $T_0$ ,  $F$ ,  $a$ ,  $b$  і  $q$  – величини постійні:

$$\frac{dM_x}{dx} = -F - qx + q(a+b) = Q_{yIII}.$$

Продиференціював вираз поперечної сили, одержимо

$$\frac{dQ_y}{dx} = -q \text{ або } \frac{dQ_y}{dx} = q.$$

З диференціальних залежностей (6.1) і (6.2) випливає: 1) якщо  $M_x = const$ , то  $Q = 0$ ; 2) якщо  $Q = const$ , то  $q = 0$ , а  $M_x$  змінюється по лінійному закону, причому при  $Q > 0$   $M_x$  зростає, а при  $Q < 0$  убуває; 3) якщо  $Q$  змінюється по лінійному закону, то  $M_x$  змінюється по параболічному закону.

## 6.2. Побудова епюр поперечних сил і згинальних моментів

Визначаючи поперечну силу і згинальний момент у різних перетинах балки (рис. 6.2), ми бачимо, що їхні значення змінюються по довжині балки в залежності від виду навантажень і місця їхнього додатка. При розрахунках часто буває важливо знати зміну  $Q$  і  $M_x$  у перетинах по всій довжині балки, а цього можна досягти побудовою епюр.

Виходячи з того, що при поперечному вигині напрямок зовнішніх сил перпендикулярний осі балки, а при її розсіченні можна відкинути будь-

яку частину – праві або ліву, сформулюємо наступні правила визначення значень  $Q$  і  $M_x$ .

Поперечна сила  $Q_y$  в довільному поперечному перерізі балки чисельно дорівнює алгебраїчній сумі значень зовнішніх сил, прикладених до балки по одну сторону від перетину, при цьому силам, що повертають щодо перетину залишену частину балки по ходу годинної стрілки, приписується знак «плюс» (рис. 6.3,а), а силам, що повертають щодо перетину залишену частину балки проти ходу годинної стрілки, приписується знак «мінус» (рис. 6.3,б).

Згинальний момент  $M_x$  у довільному поперечному перерізі балки чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх сил, що діють по одну сторону від перетину, щодо тієї точки осі бруса, через яку проходить перетин, при цьому зовнішнім моментам, що згинають вісь балки опуклістю вниз, приписується знак «плюс» (рис. 6.4,а), а моментам, що згинають вісь балки опуклістю нагору, знак «мінус» (рис. 6.4,б).

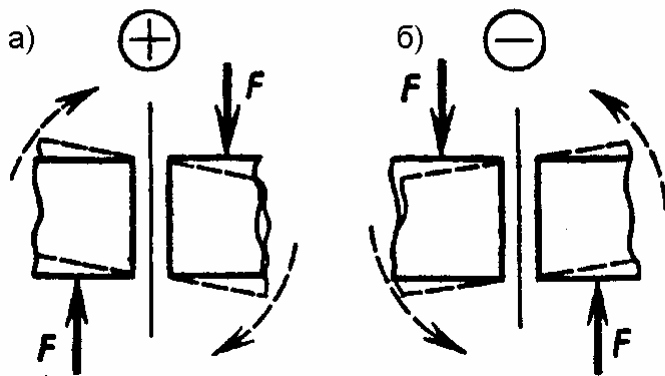


Рис. 6.3

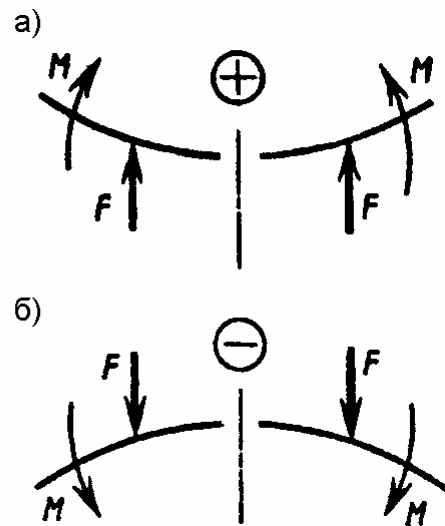


Рис. 6.4

Розглянемо кілька прикладів побудови епюр  $Q$  і  $M_x$  при типових навантаженнях балки.

**Балка, затиснена одним кінцем (консоль) і навантажена двома чисельно рівними силами**, як показано на рис. 6.5,а, має ділянки I і II. Застосовуючи метод перетинів і використовуючи правило знаків (див. рис. 6.3 і 6.4), знаходимо, що на ділянці I (рис. 6.5,б) поперечна сила

$$Q_y = F$$

тобто не залежить від  $x$ . Отже, епюра  $Q_y$  на ділянці I зобразиться відрізком прямої, рівнобіжної базової лінії.

На ділянці II (рис. 6.5,в) поперечна сила

$$Q_{yII} = F - F = 0$$

Епюра  $Q_y$  по всій балки зображена на рис. 6.5,г.

Згинальний момент на ділянці I (рис. 6.5,б)

$$M_{xI} = Fz,$$

тобто при зміні  $z$  від 0 до  $(0 \leq z < a)$  значення  $M_x$  рівномірно збільшується від 0 до  $Fa$ , тобто  $M_{OXU} = 0$ ,  $M_{XB} = Fa$ .

На ділянці II (рис. 6.5,в) значення згинаючого моменту

$$M_{xII} = Fz - F(z - a) = Fa$$

Епюра по всій довжині балки зображена на рис. 6.5,д. Як бачимо, у поперечних перерізах балки на ділянці II виникає тільки один внутрішній силовий фактор – згинальний момент; отже, ділянка II знаходиться в стані чистого вигину. Епюри  $Q_y$  і  $M_x$  на рис. 6.5 ілюструють справедливість наслідків 6.2 і 6.1: на ділянці I  $Q_y = F = const$ , причому  $Q_y > 0$ , а  $M_{xI}$  зростає лінійному закономі; на ділянці II  $Q_{yII} = 0$  і значення  $M_{xII} = Fa = const$ .

Двухопорна балка навантажена між опорами A і B силою  $F$  (рис. 6.6,а). На відміну від попереднього випадку тут попередньо необхідно визначити реакції  $R_A$  і  $R_B$  опор балки. З рівняння моментів щодо опори B знаходимо  $R_A = Fb/(a+b)$ , а з рівняння моментів щодо опори A знаходимо  $R_B = Fa/(a+b)$ .

Балка має дві ділянки. Розсікаючи балку на ділянці I і відкидаючи частину балки правіше перетину, знаходимо:

$$Q_{yI} = R_A = \frac{Fb}{a+b} \text{ і } M_{xI} = R_A z = \frac{Fbz}{a+b}.$$

У такий спосіб на ділянці I поперечна сила постійна і дорівнює  $Fb/(a+b)$  (рис. 6.6,б), а згинальний момент при зміні  $z$  від 0 до  $a$  ( $0 \leq z < a$ ) збільшується від 0 до  $Fab/(a+b)$  (рис. 6.6,в).

Розсікаючи балку на ділянці II і відкидаючи частину балки правіше перетину, знаходимо:

$$Q_{yII} = R_A - F = \frac{Fb}{a+b} - F = \frac{-F_a}{a+b};$$

$$M_{xII} = R_A z - F(z-a) = \frac{Fbz}{a+b} - F(z-a).$$

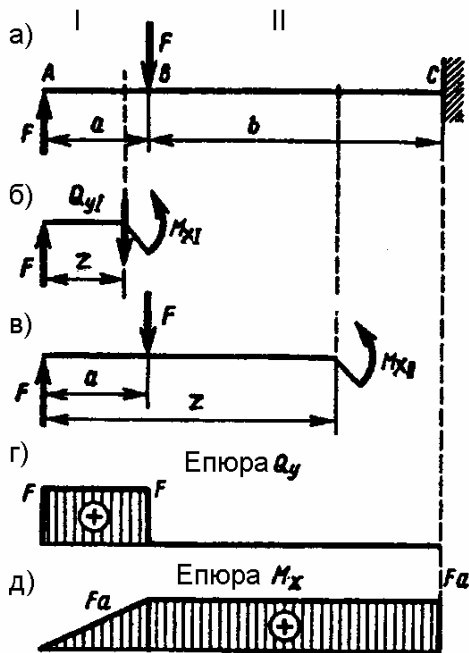


Рис. 6.5

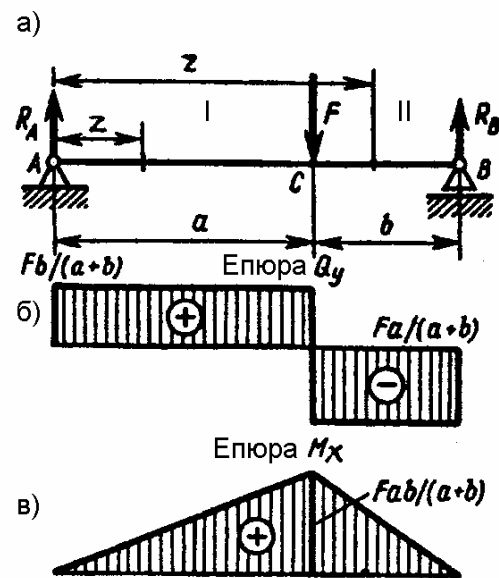


Рис. 6.6

Поперечна сила на ділянці II має значення, рівне  $-Fa/(a+b) = -R_B$  (рис. 6.6,б). На ділянці II  $z$  змінюється в межах  $a \leq z \leq (a+b)$ . Тому при  $z = a$  згинальний момент  $M_x = Fab/(a+b)$ , а при  $z = a + b$

$$M_{xB} = \frac{Fb(a+b)}{a+b} - F(a+b-a) = 0,$$

тобто при зміні  $z$  від 0 до  $(a - b)$  згинальний момент убуває від  $Fab/(a+b)$  до 0 (рис. 6.6,в).

Епюри  $Q$  і  $M_x$  на рис. 6.6 ілюструють справедливість наслідку 6.2 (див. п. 6.1): рівномірно розподілених навантажень на балці немає ( $q = 0$ ) і на кожній з обох ділянок балки  $Q_y$  зберігає постійне значення, тому  $M_x$  на тій і на іншій ділянці змінюється по лінійному закону, але  $Q_y > 0$  і на ділянці I  $M_x$  зростає, а  $Q_{yII} < 0$  і на ділянці II  $M_x$  убуває.

**Двухопорна балка навантажена між опорами парою сил**, момент якої  $T$  (рис. 6.7,а). Діючі на балку пари сил можна зрівноважити тільки парою. Тому реакції опор утворять пари сил ( $R_A, R_B$ ) і  $R_A = R_B = T/(a+b)$ .

Розсікаючи балку на ділянці I, а потім на ділянці II і відкидаючи в обох випадках праву частину балки, одержуємо

$$Q_{yI} = Q_{yII} = R_A = T/(a+b),$$

тобто значення поперечної сили  $Q_y$  по всій довжині балки постійно (рис. 6.7, б). Згинальний момент на ділянці I

$$M_{xI} = R_A z = Tz/a+b$$

і при зміні  $z$  від 0 до  $a$  ( $0 \leq z < a$ ) значення згинаючого моменту збільшується від 0 до  $Ta/a+b$ .

Згинальний момент на ділянці II

$$M_{xII} = R_A z - T = Tz/a+b - T.$$

При  $z = a$  одержимо  $M_{xсII} = Ta/(a+b) - T = -Tb/(a+b)$ ;

при  $z = a+b$   $M_{xсII} = T(a+b)/(a+b) - T = 0$ .

Отже, при зміні  $z$  у бокових вівтарях  $a \leq z < (a+b)$  значення  $M_{xII}$  збільшується від  $-Tb/(a+b)$  до 0.

Таким чином, у перетині балки, де прикладена пара сил з моментом  $T$ , на епюрі  $M_x$  виникає стрибок від  $Ta/(a+b)$  до  $-Tb/(a+b)$  (рис. 6.7,в), тобто на значення моменту прикладеної пари.

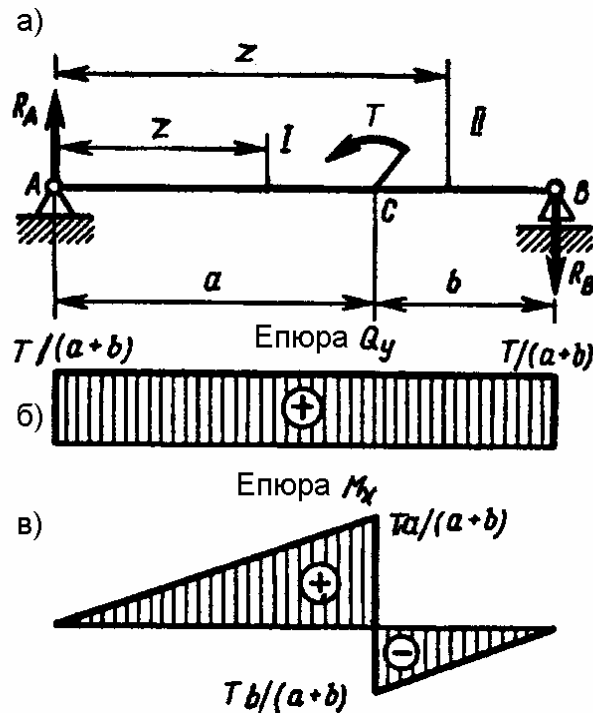


Рис. 6.7

Епюри на рис. 6.7 ще раз ілюструють справедливність положення, що при  $Q = const$  і  $Q > 0$  згинальний момент  $M_x$  зростає по лінійному закону (див. п. 6.1, наслідок 6.2).

**Двухопорна балка навантажена рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності  $q$** , як показано на рис. 6.8,а. Реакції опор  $A$  і  $B$  цієї балки:  $R_A = \frac{2qa}{3}$  і  $R_B = \frac{4qa}{3}$ . Як і в попередніх випадках, балка має дві ділянки.

$$\text{На ділянці I } Q_{yI} = R_A = \frac{2qa}{3} = const;$$

$$M_x = R_A z = \frac{2qaz}{3}$$

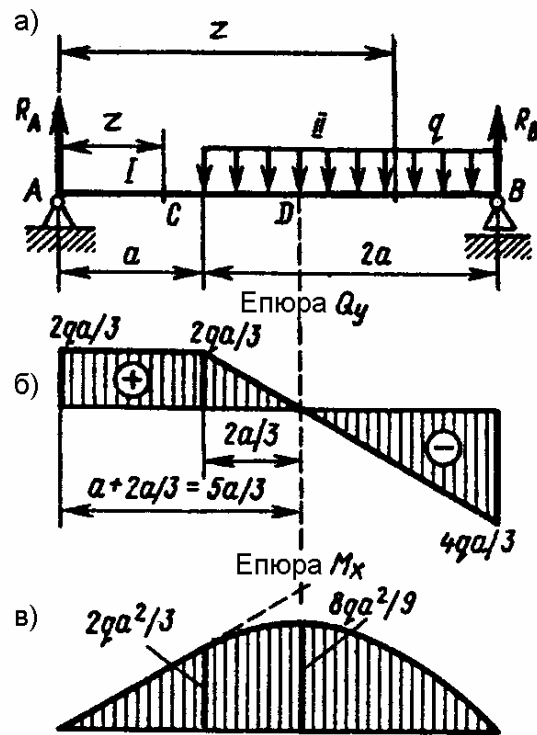


Рис. 6.8

і при зміні  $z$  у межах  $0 \leq z < a$  згинальний момент збільшується по лінійному закону від  $M_{ox} = 0$  у перетині над опорою  $A$  до  $M_{xc} = 2q^{2/3}$  у перетині, що проходить через крапку  $C$ .

$$\text{На ділянці II } Q_{yII} = R_A - q(z - a) = \frac{2}{3}qa - q(z - a);$$

$$M_{xII} = R_A z - \frac{q(z - a)(z - a)}{2} = \frac{2}{3}qaz - \frac{q(z - a)^2}{2}.$$

Як бачимо, на ділянці  $II$  і поперечна сила? і згинальний момент змінюються в залежності від  $z$ . При зміні  $z$  в інтервалі  $a \leq z < 3a$  поперечна сила змінюється по лінійному закону від  $Q_{yC} = 2qa/3$  в перетині, проведеному через крапку  $C$ , до  $Q_{yB} = (2/3)qa - q(3a - a) = -4qa/3$  у перетині над опорою  $B$ , проходячи в деякому перетині балки через нульове значення (рис. 6.8,б). Положення перетину, де  $Q_y = 0$ , необхідно визначити, так як виходячи з диференціальної залежності (6.1) у перетині, де поперечна сила змінює знак, переходячи від  $Q_y > 0$  до  $Q_y < 0$ , згинальний момент досягає максимального значення.



З рівняння  $Q_{yII} = 2qa/3 - q(z - a) = 0$  випливає, що перетин  $D$ , у якому  $Q_y = 0$  (рис. 6.8,а,б), відстоїть від лівої опори  $A$  на відстані

$$z = a + \frac{2a}{3} = \frac{5a}{3}.$$

Згинальний момент, як видно з приведеної вище рівності, є квадратична функція від  $z$ , тому на ділянці, навантаженій рівномірно розподіленим навантаженням, еюра згинаючого моменту зображується

параболою: при  $z = a$  у перетині  $M_{xC} = \frac{2}{3}qa^2$ ;

$$\text{при } z = \frac{5}{3}a \text{ у перетині } D \quad M_{xD} = \frac{2qa}{3} \times \frac{5a}{3} \times \frac{q}{2} \left( \frac{5a}{3} - a \right)^2 = \frac{8qa^2}{9};$$

$$\text{при } z = 3a \text{ у перетині } B \quad M_{xB} = \frac{2qa}{3} \times 3a - \frac{q}{2}(3a - a)^2 = 2qa^2 - 2qa^2 = 0$$

(рис. 6.8,в).

Побудова еюри ілюструє справедливість наслідків 6.1 і 6.2 з п. 6.1, що впливають з диференціальних залежностей між  $M_x$ ,  $Q_y$ , і  $q$ .

Сформулюємо основні правила побудови еюр поперечних сил і згинальних моментів, що є як наслідками диференціальних залежностей  $q$ ,  $Q_y$  і  $M_x$ , так і впливають безпосередньо з методу перетинів.

1. На ділянці балки без рівномірно розподіленого навантаження ( $q = 0$ ) поперечна сила  $Q = const$  і її еюра зображується відрізком прямої, рівнобіжним базової лінії, а згинальний момент змінюється по лінійному закону та еюра  $M_x$  зображується нахиленим до базової лінії відрізком прямій.

2. На ділянці балки, що несе рівномірно розподілене навантаження, поперечна сила  $Q$  змінюється по лінійному закону і її еюра зображується похилій прямій, а згинальний момент змінюється по квадратичному закону і його еюра зображується дугою параболи, опуклість якої звернена убік, протилежну напрямкові дії навантаження.

3. Якщо на ділянках, зазначених у п.1 і 2,  $Q > 0$ , то згинальний момент зростає; якщо  $Q < 0$ , то згинальний момент убиває; якщо  $Q = 0$ , то згинальний момент постійний.

4. Якщо поперечна сила, змінюючись по лінійному закону, проходить через нульове значення, то в перетині, де  $Q = 0$ , згинальний момент досягає екстремального значення: максимального – при переході ліворуч праворуч від  $Q > 0$  до  $Q < 0$  і мінімального – при переході також ліворуч праворуч від  $Q < 0$  до  $Q > 0$ .

5. Якщо границею ділянки балки служить точка додатка зосередженої сили  $F$ , то епюра  $Q$  у цьому місці змінюється стрибкоподібно на значення  $F$ , а на епюрі  $M_z$  виникає злам, тобто відбувається різка зміна кута нахилу відрізка прямої або дуги параболи.

6. Якщо границею ділянки балки служить точка додатка зосередженої пари сил, то на епюрі  $Q$  це не відбиває, а на епюрі  $M_z$  виникає стрибок, дорівнює значенню моменту пари.

7. Якщо границею ділянки служить початок або закінчення дії рівномірно розподіленого навантаження, то на епюрі  $Q$  виникає злам (перехід від рівнобіжного до базової лінії відрізка до похилого або, навпаки, від похилого до рівнобіжного), а на епюрі  $M_z$  прямолінійна і параболічна ділянки сполучаються плавно (прямолінійна ділянка є дотичним до дуги параболи в їхній загальній крапці).

8. У перетині на вільному або шарнірно обпертому кінці балки згинальний момент дорівнює нулеві, якщо в цьому місці не прикладена зосереджена пара сил.

Поперечна сила в цьому перетині дорівнює зовнішній зосередженій силі.

9. У перетині, що збігається з закладенням, значення  $Q$  і  $M_x$ , що вийшли на епюрах, рівні відповідно опорній реакції і реактивному моменту.

При побудові епюр  $Q$  і  $M_x$  рекомендується дотримуватися такої послідовності:

- 1) знайти опорні реакції (для консолі їх можна не знаходити);
- 2) розбити брус на ділянки, границями яких є перетини, у яких прикладені зосереджені сили і пари, і починається або закінчується розподілене навантаження. Такі перетини прийнято називати характерними;
- 3) застосовуючи метод перетинів, побудувати епюри поперечних сил. Якщо поперечна сила, змінюючись безупинно, проходить через нульове значення, то необхідно визначити абсцису перетину, де  $Q$  звертається в нуль;
- 4) обчислити в характерних перетинах значення згинальних моментів і по знайдених ординатах побудувати епюри  $M_x$ .

### **6.3. Основні розрахункові передумови і формули при вигині**

Вище встановлено, що при чистому вигині в поперечних перерізах виникають тільки нормальні напруги. Для з'ясування закону їхнього розподілу по поперечному перерізі балки і висновку формули, що визначає напругу в довільній крапці поперечного переріза, уведемо наступні допущення:

- 1) *перпендикулярний осі недеформованого бруса плоский перетин залишається і після вигину плоским і нормальним до вигнутої осі бруса (гіпотеза плоских перетинів);*
- 2) *подовжні волокна бруса при його деформації не надавлюють один на одного.*

Картина деформованого стану при чистому вигині, що підтверджує гіпотезу плоских перетинів, добре видна на гумовій моделі бруса прямокутного перетину з нанесеної на бічній грані сіткою з подовжніх і

поперечних ліній (рис. 6.9,а), що імітують подовжні шари і поперечний переріз бруса. При навантаженні обох кінців бруса протилежно спрямованими парами сил подовжні лінії викривляються, утворюючи дуги окружності, а поперечні, залишаючись прямими, лише повертаються на деякий кут (рис. 6.9,б).

Таким чином, при чистому вигині поперечні перерізи повертаються і подовжні шари бруса на опуклій частині бруса подовжуються, а на увігнутої – коротшають. Очевидно, що десь повинен знаходитися шар, первісна довжина якого не змінилася. Цей шар називається *нейтральним* (НС на рис. 6.9,б). Його положення поки не відомо.

Візьмемо в брусі (рис. 6.9) два суміжних поперечний переріза, розташованих одне від іншого на відстані  $dz$ , і допустимо, що при вигині між ними утворився кут  $d\theta$  (рис. 6.10), вершина якого лежить у центрі кривизни нейтрального шару.

Кривизна нейтрального шару

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dz} \quad (6.3)$$

З рис. 6.9 ясно, що відрізок  $AB$  довільного шару вигнутого бруса одержав подовження  $\Delta dz = \cup B'B = d\theta y$ , де  $y$  – відстань від цього шару до нейтрального. Тоді по формулі (6.3) знаходимо

$$\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{d\theta}{dz} y$$

або з урахуванням рівності (6.3)

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad (6.4)$$

Для переходу від деформацій до напруг застосуємо закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{Ey}{\rho} \quad (6.5)$$

Можливість застосування закону Гука в розглянутій формі обумовлена прийнятим допущенням про ненатиснення волокон балки один на одного, тобто припущенням, що кожне з них знаходиться в стані одноосьового розтягання або стиску.

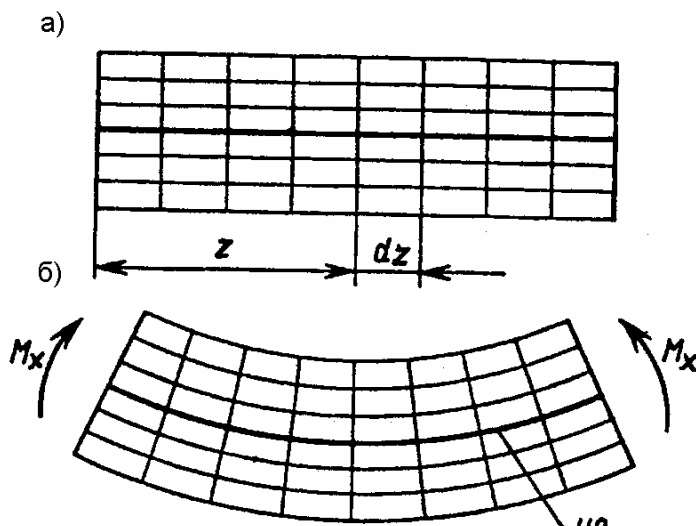


Рис. 6.9

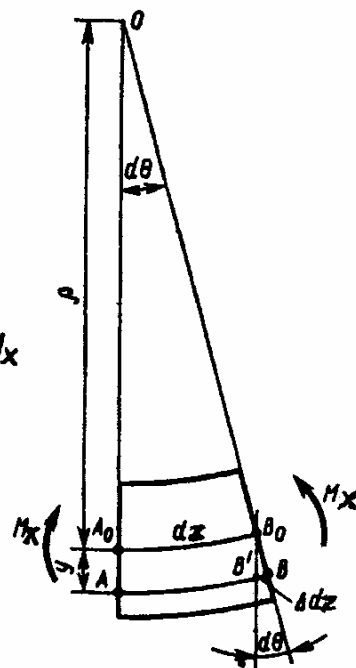


Рис. 6.10

Виразження (6.5) показує, що нормальна напруга в довільній крапці поперечного перерізу прямо пропорційно її відстані  $y$  від нейтральної осі. Графічне тлумачення формули (6.5) показано на рис. 6.11. Лінія перетинання нейтрального шару з поперечним перерізом називається *нейтральною віссю* (НО). У точках, розташованих на нейтральній осі,  $\sigma = 0$  (оскільки для цих точок  $y = 0$ ) і в будь-яких інших точках перетину нормальні напруги пропорційні їхній відстані від нейтрального шару, тобто вони змінюються по лінійному закону. Якщо, як звичайно, напругу розтягання направити від перетину, а напругу стиску – до перетину, то одержимо картину розподілу напруження, показану на рис. 6.11.

Положення нейтральної осі визначимо з умови, що нормальна сила в поперечному перерізі при чистому вигині дорівнює нулеві. Розбивши

поперечний переріз на безліч елементарних площадок  $dA$  (рис. 6.12) підсумував елементарні подовжні сили

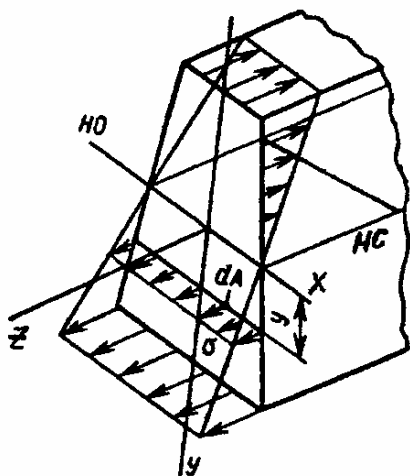


Рис. 6.11

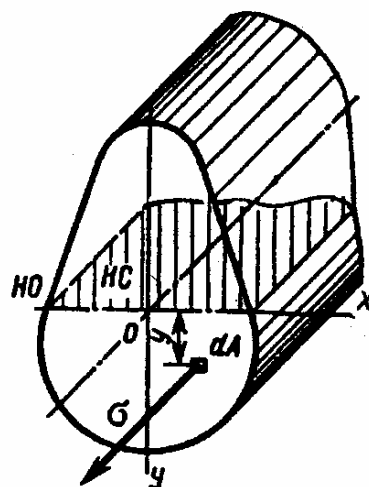


Рис. 6.12

$$dN = \sigma \cdot dA = \frac{E y dA}{\rho}$$

по всій площі перетину, одержимо

$$N = \int_A \frac{E}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0.$$

Винесена за знак інтеграла постійна величина  $E/\rho \neq 0$ , оскільки радіус кривизни деформованого бруса не дорівнює нескінченності. Отже, ця рівність має сенс лише при

$$\int_A y dA = 0.$$

Цей інтеграл являє собою статичний момент поперечного перерізу щодо нейтральної осі. З п. 5.1 відомо, що статичний момент перетину дорівнює нулеві лише щодо центральної осі. Отже, *нейтральна вісь збігається з центральною віссю  $x$* . У розглянутому випадку (рис. 6.11) силова лінія (вісь  $Oy$ ) збігається з віссю симетрії перетину, тобто є однією з головних центральних осей. Нейтральна вісь їй перпендикулярна і проходить, як ми установили, через центр ваги, тобто це друга головна

центральна вісь. Опускаючи доказ, можна стверджувати, що *при прямому вигині, тобто у випадку, коли силова площина збігається з головною площиною, нейтральна вісь збігається з головною центральною віссю.*

Для визначення радіуса кривизни нейтрального шару використовуємо залежність між згинальним моментом і нормальними напругами:

$$M_x = \int_A \sigma y dA$$

де  $dA$  – елементарна площадка поперечного переріза (рис. 6.12);  $\sigma dA$  – елементарна нормальна сила;  $\sigma dA y = \sigma y dA$  елементарний момент внутрішніх сил щодо осі  $x$ . Підставивши замість  $\sigma$  його вираження з (6.5), знаходимо

$$M_x = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA$$

де  $\int_A y^2 dA = J_x$  – момент інерції перетину щодо осі  $x$  (див. формулу (5.3)).

Таким чином,  $M_x = \frac{1}{\rho} E J_x$ . Звідси  $\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E J_x}$ .

По цій формулі визначається *кривизна вигнутої осі бруса, що характеризує деформацію вигину.* Тут величина  $E J_x$  називається *твердістю перетину бруса при вигині.*

Виключивши  $\rho$  з рівностей (6.4) і (6.5), одержимо формулу для визначення нормальної напруги в довільній крапці поперечного переріза

$$\sigma = \frac{M_x y}{J_x}. \quad (6.6)$$

Формула (6.6), виведена з розгляду прямого чистого вигину, як показують дослідження, цілком прийнятна і для визначення нормальних напруг при поперечному вигині.

#### 6.4. Розрахунки на міцність

Балки розраховують на міцність по найбільших нормальних напругах, що виникають в їхніх поперечних перерізах. При поперечному вигині балок поряд з нормальними виникають і дотичні напруження, обумовлені наявністю поперечної сили, але вони в переважній більшості випадків невеликі і при розрахунках на міцність не враховуються.

Міцність балки забезпечена, якщо найбільші за абсолютним значенням нормальні напруги, що виникають у небезпечному перерізі, не перевищують припустимих. Для балки, поперечні розміри якої по всій довжині постійні, небезпечний переріз той, у якому виникає найбільший по модулю згинальний момент. Найбільші нормальні напруги виникають у точках небезпечного поперечного переріза, максимально вилучених від нейтральної осі. Ці точки прийнято називати *небезпечними*. Значення максимальних напруг у небезпечних точках знайдемо по формулі (6.6):

$$\max \sigma_p = \frac{M_x y_1}{J_x}; \quad \max \sigma_c = \frac{M_x y_2}{J_x};$$

де  $y_1$  і  $y_2$  – відстані від нейтральної осі до найбільш вилучених крапок відповідно в розтягнутій і стиснутій зонах перетину.

Якщо матеріал балки крихкий, наприклад загартована сталь, чавун, текстоліт і ін., то розрахунок на міцність при вигині проводять по напругах розтягання і стиску. У крихких матеріалів межа міцності при стиску вище межі міцності при розтяганні ( $\sigma_{sc} > \sigma_{sp}$ ). Отже, поперечним перерізам балок з крихких матеріалів доцільно додавати асиметричну форму щодо нейтральної осі (рис. 6.13) і розташовувати балки так, щоб велика частина матеріалу знаходилася в розтягнутій зоні.

Таким чином, при розрахунках балок з крихкого матеріалу використовують дві умови міцності:

для розтягнутої зони



$$\max \sigma_p = \frac{M_x y_1}{J_x} \leq [\sigma_p]$$

для стиснутої зони

$$\max \sigma_c = \frac{M_x y_2}{J_x} \leq [\sigma_c]$$

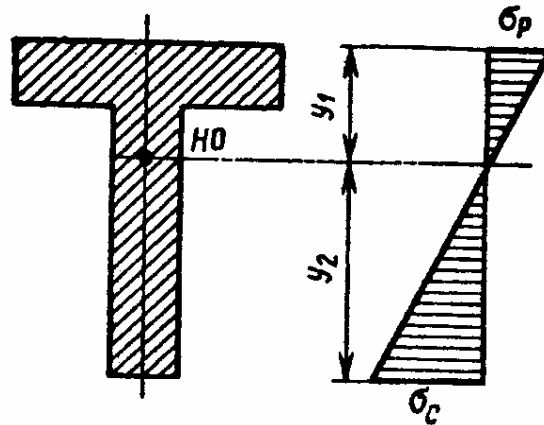


Рис. 6.13

Причому найкраще використання матеріалу відбувається при формі перетину, що задовольняє умові  $y_1/y_2 = \sigma_p/\sigma_c$ .

При розрахунку балок із пластичних матеріалів, наприклад з низьковуглеродистої сталі або кольорових металів, напруги, що допускаються на розтяг і стиск однакові:  $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$ . Тому для таких балок доцільними є перетини, симетричні щодо нейтральної осі (рис. 6.14), тому що в цьому випадку найбільш вилучені точки в розтягнутій і стиснутій зонах перетину розташовуються на однаковій відстані  $v = h/2$  від нейтральної осі. І, отже,

$$\max \sigma_p = \max \sigma_c = \sigma_{\max} = \frac{M_x}{J_x} \cdot \frac{h}{2}$$

Розділимо чисельник і знаменник правої частини цієї рівності на  $h/2$ :

$$\sigma_{\max} = M_x \cdot \frac{J_x}{\frac{h}{2}}$$

Величина  $\frac{J_x}{\frac{h}{2}} = W_x$ , що виражається в м<sup>3</sup>, см<sup>3</sup> або мм<sup>3</sup>, називається

моментом опору перетину при вигині.

Для прямокутного перетину (рис. 6.14), розміри якого  $d \times h$ , момент опору

$$W_x = \frac{J_x}{\frac{h}{2}} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}. \quad (6.7)$$

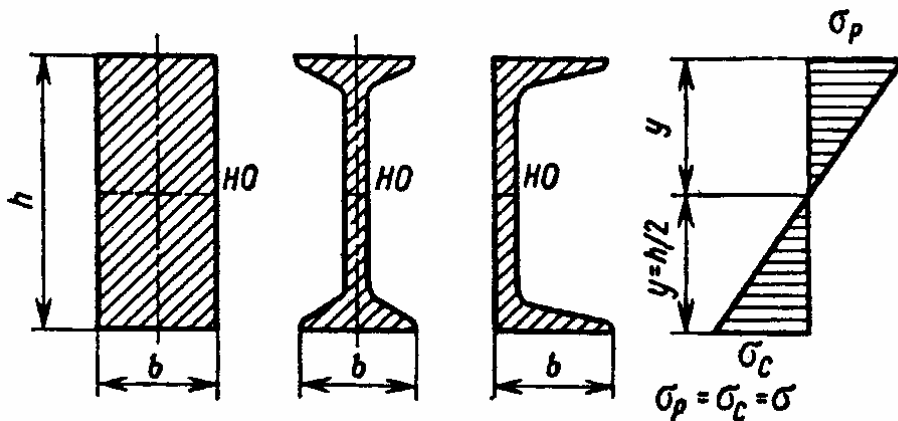


Рис. 6.14

Для круглого перетину

$$W_x = \frac{J_x}{\frac{d}{2}} = \frac{\frac{\pi d^4}{32}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{32}. \quad (6.8)$$

Найбільш економічні при вигині такі форми перетину, при яких матеріал бруса розташований якнайдалі від нейтральної осі. У таких брусів при найменшій витраті матеріалів виходить найбільший момент опору  $W_x$ . Тому і виникли профілі стандартного прокату (рис. 6.14), усі необхідні геометричні характеристики яких містяться в ДСТ 8239-89 «Двотаври сталеві гарячевальцьовані. Сортамент», ДСТ 8240-89 «Швелери сталеві гарячевальцьовані. Сортамент».

Таким чином, найбільші напруги розтягання або стиску в симетричному щодо нейтральної осі перетині знаходять по формулі

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$$

і умова міцності балки з пластичного матеріалу має вигляд

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \quad (6.9)$$

виходячи з якого виконують три види розрахунків.

**Проектувальний розрахунок.** Приймавши  $\sigma_{\max} = [\sigma]$ , по згинальному моменту  $M_x$  у небезпечному перерізі знаходять необхідне значення моменту опору

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]}.$$

Потім, виходячи з прийнятої для балки форми поперечного переріза, знаходять його розміри.

**Розрахунок навантаження, що допускається,** виконується при  $\sigma_{\max} = [\sigma]$  по формулі

$$[M_x] = W_x [\sigma]. \quad (6.10)$$

Потім, виходячи зі схеми навантаження балки, знаходять значення навантаження, що допускається.

**Перевірочний розрахунок.** Визначивши максимальний згинальний момент і момент опору перетину, знаходять по формулі (6.9) значення  $\sigma$  і порівнюють його з  $[\sigma]$ .

Аналогічно виконують розрахунки балок з умови міцності (6.9).

## 6.5. Дотичні напруження при поперечному вигині

При поперечному вигині крім нормальних напруг у поперечному перерізі бруса виникають дотичні напруження, а відповідно до закону парності, такі ж напруги з'являються й у поздовжніх перетинах бруса. Виникнення дотичних напружень у поздовжніх перетинах можна проілюструвати таким прикладом. Якщо брус прямокутного перетину

висотою  $2h$  навантажити силою  $F$ , він зігнеться, як показано на рис. 6.15,а. Якщо з такого ж матеріалу виготовити два бруси висотою  $h$  кожний, то при навантаженні їх силою  $P$  і відсутності тертя між ними вони зігнуться кожен сам по собі (рис. 6.15,б). Звідси видно, що при вигині цілого бруса висотою  $2h$  між частинами бруса, розділеними подовжніми шарами, виникає взаємодія, у результаті якої і виникають дотичні напруження (рис. 6.15, в).

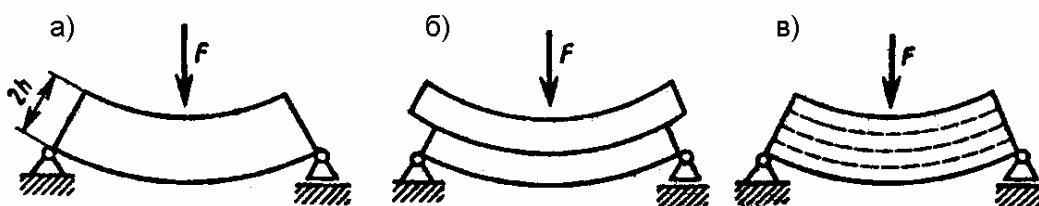


Рис. 6.15

Числові значення дотичних напружень у поперечних перерізах визначають, використовуючи закон парності, через напруги, що виникають у поздовжніх перетинах.

При поперечному вигині, згинальний момент, при переході від одного перетину до іншого уздовж осі бруса змінюється. Тому якщо в брусі виділити елемент довжиною  $dz$  (рис. 6.16,а), то в його перетині, наприклад, праворуч згинальний момент відрізняється від згинаючого моменту ліворуч на  $dM_x$ . Відповідно максимальні нормальні напруги в перетині праворуч на  $d\sigma$  більше, ніж ліворуч (рис. 6.16,б). Поздовжнім перетином, проведеним на відстані  $y$  від осі  $z$  (рис. 6.16,б,в), відокремимо від елемента його верхню частину і переконаємося в тім, що її рівновага можлива лише при наявності дотичних напружень у поздовжньому перетині.

Рівнодіюча елементарних нормальних сил у перетині ліворуч

$$N_{омс} = \int_A \sigma \cdot dA.$$

Підставивши сюди значення  $\sigma$  з формули (6.6), одержимо

$$N_{omc} = \int_A \frac{M_x}{J_x} y_i dA = \frac{M_x}{J_x} \int_A y_i dA$$

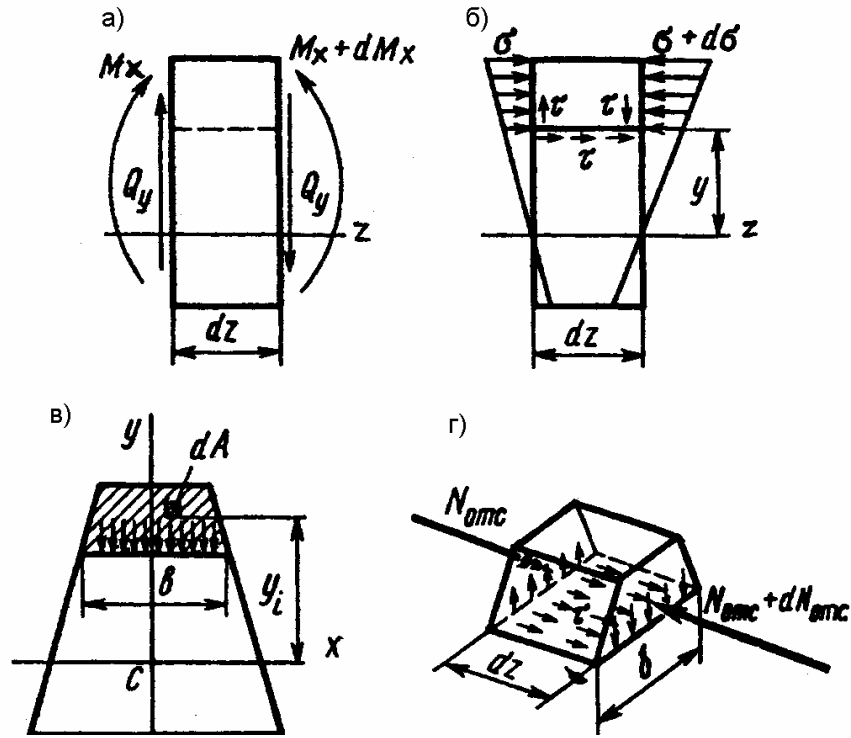


Рис. 6.16

де  $\int_A y_i dA = S_{xomc}$  — статичний момент щодо осі  $x$  площі поперечного переріза відсіченої частини. Отже,

$$N_{omc} = \frac{M_x S_{xomc}}{J_x}$$

Аналогічним образом знаходимо значення нормальної сили в правому перетині

$$N_{omc} + dN_{omc} = \frac{(M_x + dM_x) S_{xomc}}{J_x}$$

Як бачимо, нормальні сили, що виникають праворуч і ліворуч відсіченої частини елемента, не врівноважують один одного, а тим часом розглянута частина елемента бруса знаходиться в рівновазі. Отже, різниця нормальних сил

$$dN_{омс.} = \frac{dM_x S_{хомс.}}{J_x}$$

повинна врівноважуватися дотичними силами, що виникають у поздовжньому перетині відділеного елемента (рис. 6.16,г). Вважаючи, що дотичні напруження по ширині  $b$  перетину розподілені рівномірно, одержимо

$$\frac{dM_x S_{хомс.}}{J_x} = \tau b dz \quad \text{або} \quad \frac{dM_x S_{хомс.}}{dz J_x} = \tau b .$$

Відкіля, пам'ятаючи, що  $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$ , [див. (6.1)], одержимо формулу

Журавського

$$\tau = \frac{Q_y S_{хомс.}}{J_x b} \quad (6.11)$$

Визначаючи по цій формулі значення дотичних напружень у поздовжніх перетинах бруса, знаходимо рівні їм за законом парності дотичні напруження й у поперечному перерізі.

Застосуємо формулу Журавського до прямокутного поперечного переріза бруса (рис. 6.17,а), у якому виникла поперечна сила  $Q_y$ . Момент інерції прямокутного перетину  $J_x = bh^3/12$ , ширина перетину  $b = const$  по усій висоті. Отже, дотичні напруження  $\tau$  у точках перетину, розташованих на відстані  $y$  від центральної осі, залежать від зміни статичного моменту  $S_{омс.}$  заштрихованої частини перетину вище рівня  $v$ .

Статичний момент заштрихованої частини перетину

$$S_{x омс.} = A_{омс.} \cdot y_1,$$

де заштрихована площа

$$A_{омс.} = b (h/2 - y),$$

а ордината центра ваги цієї площі

$$y_1 = 1/2(h/2 + y).$$

Отже,

$$S_{x\text{ омс.}} = A_{\text{омс.}} \cdot y_1 = b(h/2 - y)1/2(h/2 + y) = b/2(h^2/4 - y^2).$$

Підставляючи знайдені значення  $J_x$ ,  $S_{\text{омс.}}$  у формулу (6.11), одержимо

$$\tau = \frac{6Q_y}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right).$$

Як бачимо, епюра дотичних напружень по висоті перетину (рис. 6.17,б) зображується квадратичною параболою. Максимальна напруга виникає в точках перетину, розташованих на центральній осі (при  $b = 0$ ):

$$\tau_{\text{max}} = \frac{3Q_y}{2bh}.$$

Таким чином, максимальне дотичне напруження в 1,5 рази перевищує середнє значення напруги

$$\tau_{\text{cp}} = \frac{Q_y}{A} = \frac{Q_y}{dh}$$

у верхньої і нижньої крайки перетину (при  $y = H/2$ )  $\tau = 0$ .

У балці прямокутного, а також круглого перетинів максимальні дотичні напруження виникають у тих точках, де нормальні напруги дорівнюють нулевi, і, навпаки, у крайніх точках перетину, де нормальні напруги максимальні, дотичні напруження дорівнюють нулевi. Тому за небезпечні можна прийняти точки, найбільш вилучені від нейтральної осі, що підтверджується практикою експлуатації балок, що працюють на вигин. Однак у випадку тонкостінних профілів (наприклад, двотавру) необхідно перевірити міцність балки й у точках, де полку зчленовується зі стінкою, оскільки тут виникають значні як нормальні, так і дотичні напруження.

Якщо поперечний переріз двотаврової балки спрощено представити складеним з трьох прямокутників (рис. 6.18,а), то епюри дотичних напружень у стінці балки (рис. 6.18,б) одержимо в такий спосіб.

Напруги у верхній (і нижній) точці стінки знаходимо, підставивши у формулу Журавського (6.11) статичний момент полиці  $S_{xII}$  щодо осі  $x$  і

приймавши ширину перетину  $b$  рівній товщині стінки двотавру  $d$  (див. рис. 6.2):

$$\tau_K = \frac{Q_y S_{xII}}{J_x d}$$

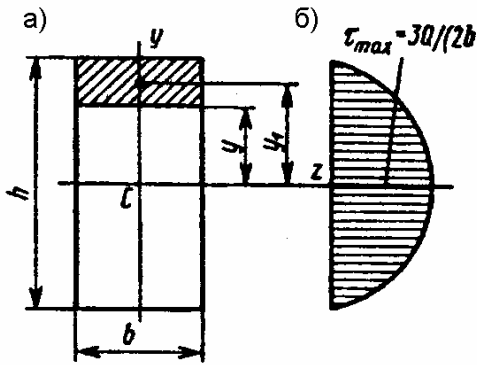


Рис. 6.17

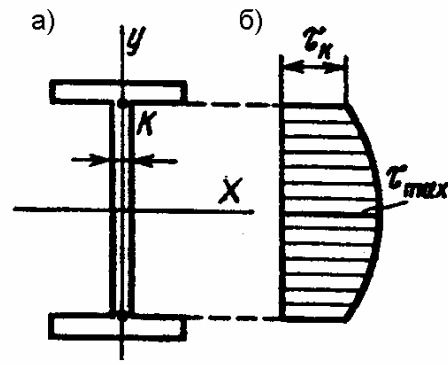


Рис. 6.18

Максимальні дотичні напруження, що виникають у точках на нейтральній осі  $x$ , знаходимо з формули

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y S_x}{J_x d},$$

де  $S_x$  – статичний момент напівперетину щодо осі  $x$ . Величина  $S_x$  береться з таблиць ДСТ 8239-89.

У коротких двотаврових балках великої висоти дотичні напруження можуть досягати великих значень у випадках значних навантажень, прикладених поблизу опор. У таких випадках крім основного розрахунку на міцність по нормальних напругах варто визначати максимальні дотичні напруження в тій перетині, де виникла найбільша поперечна сила, і порівняти їх із тими, що допускаються. Звичайно для сталевих балок приймають  $[\tau] = 0,6[\sigma]$ .



### *Питання для самоперевірки*

1. Виникненням яких внутрішніх факторів характеризується прямий чистий вигин і прямий поперечний вигин?

Наведіть приклади навантаження бруса зосередженими силами, при яких на ділянці (ділянках) бруса в поперечних перерізах виникає тільки згинальний момент?

2. Як визначити напругу в будь-якій точці даного поперечного переріза при прямому вигині?

3. В скільки разів зменшиться міцність балки прямокутного перетину з підставою  $b$  і висотою  $h$ , якщо балку покласти пліском (тобто щоб висота стала основою, а підстава висотою)?

4. Які особливості розрахунку балок з крихких матеріалів?

5. Чому при вигині в поздовжніх перетинах балок виникають дотичні напруження?

6. В скільки разів збільшиться прогин:

а) двухопорної,

б) консольної балки, якщо рівномірно розподілене навантаження по всій довжині балки замінити зосередженим, у першому випадку прикладеним посередині між опорами, а в другому – на кінці консолі?

(Відповідь: а) у 4 рази; б) у 1,6 рази.)

## 7. ПОВІТРЯНІ ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

Пристрій для передачі або розподілу електроенергії по проводам, які закріплені за допомогою траверс, ізоляторів й арматури до опор або інженерних споруджень (мостам, шляхопроводам і ін.), що перебувають на відкритому повітрі, називають *повітряною лінією електропередачі* (ПЛ).

Проектування конструкцій, спорудження, монтаж ПЛ повинні відповідати нормам ПУЕ (Правила улаштування електроустановок) і СНіП (Будівельні норми й правила). Вимоги ПУЕ є обов'язковими для всіх ліній електропередач, крім спеціальних - наприклад, контактних мереж трамвая, тролейбуса, залізниці й ін.

*По напрузі ПЛ діляться ПУЕ на дві групи: напругою до 1 кВ і вище 1 кВ. Для кожної із цих груп установлені технічні вимоги до їхнього пристрою.*

Електростанції, трансформаторні підстанції, ПЛ, електродвигуни – тобто всілякі електроустановки для виробництва, перетворення й споживання електроенергії також повинні відповідати нормам і вимогам ПУЕ. При будівництві й монтажі електроустановок необхідно керуватися нормами й правилами СНіПа.

Основні вимоги до постачання енергії електроприймачам це *надійність й безперебійність*.

Установлено такі ступені номінальної напруги електропостачання: 0,22; 0,38; 0,66; 3; 6; 10; 20; 35; 110; 220; 330; 500; 750 кВ.

*По призначенню ПЛ діляться на:*

- *Наддалекі, напругою 500 кВ і вище* – в основному для зв'язку окремих енергосистем.

- *Магістральні, напругою 220 й 330 кВ* – для передачі енергії від потужних електростанцій, а також для зв'язку окремих енергосистем й

об'єднання електростанцій усередині енергосистем (з'єднання електростанцій з розподільними пунктами).

- *Розподільні, напругою 35, 110 й 150 кВ* – для електропостачання підприємств і населених пунктів великих районів, які з'єднують розподільні пункти зі споживачами і являють собою розгалужені мережі із трансформаторними підстанціями;

- *Лінії електропередачі 20 кВ і нижче* для передачі енергії на невеликі відстані до споживачів.

Безпосередньо до електроприймачів живлення, звичайно, підводять підземними кабельними лініями низької напруги. Електростанції й споживачі об'єднані в одну загальну мережу – енергетична система. Енергетична система - це комплекс споруджень, що складається з електростанцій, ліній електропередачі, підстанцій і приймачів енергії. В енергетичну систему входять також теплові мережі зі споживачами.

Потужність ПЛ залежить від сили струму й напруги. Для зниження втрат при передаванні енергії необхідно зменшувати силу струму й збільшувати напругу, тому що втрати енергії пропорційні квадрату струму, а пропускна здатність пропорційна квадрату напруги. Для зменшення сили струму й збільшення напруги споруджують на початку ПЛ підвищувальні, а наприкінці лінії понижуючі підстанції. Основою ПЛ є лінії високої напруги. Повітряні лінії електропередачі і трансформаторні підстанції напругою 220 кВ і більше вважаються магістральними.

*Траса ПЛ* – це смуга землі, на якій споруджена лінія.

### **7.1. Класифікація й режими роботи ПЛ**

*По роду струму ПЛ можуть бути постійного й змінного струму.* Як правило вздовж повітряних ліній передають змінний струм. Лінії постійного струму використовують лише в окремих випадках (наприклад,

для зв'язку між енергосистемами, живлення контактної мережі залізничних шляхів, трамвая, тролейбуса). У цьому курсі розглядається тільки ПЛ змінного струму.

Залежно від механічного стану ПЛ розрізняють такі режими:

*Нормальний* – проводи й троси змонтовані й не обірвані;

*Аварійний* – при повному або частковому обриві проводів і тросів;

*Монтажний* – при монтажі опор, проводів і тросів.

*Механічні навантаження на елементи ПЛ* у великому ступені залежать від кліматичних умов району й характеру місцевості, по якій проходить лінія. Вся територія країни залежно від швидкості вітру й максимально можливої товщини стінки ожеледі розподілена ПУЕ на райони кліматичних умов.

При цьому за основу беруть найвищу швидкість вітру й товщину стінки ожеледі при спостереженні в даному районі один раз у 15, 10 і 5 років відповідно для ПЛ 500, 6–330 і до 3 кВ.

Зміна температури повітря викликає збільшення або зменшення довжини проводу, відповідно змінюється стріла прогину, механічна напруга й тяжіння його. Ожеледь, що викликає додаткове навантаження на проводи, утворюється, звичайно, при температурі повітря від 0 до  $-5^{\circ}$  С. Навантаження від ожеледі й паморозі разом з відповідними вітровими навантаженнями істотно впливають на напруження й погіршують роботу проводу.

*Залежно від доступності* для людей, транспорту й сільськогосподарських машин місцевість, по якій проходить ПЛ, ділиться згідно ПУЕ на три категорії.

*До населеної* місцевості відносять територію міст і селищ у границях міст.

*До ненаселеної* – відносять незабудовану територію, частково відвідувану людьми, і доступну для транспорту й машин.

До важкодоступної – територію, недоступну для транспорту й машин.

## 7.2. Основні елементи ПЛ

Лінія передач включає такі конструктивні елементи:

Опорні конструкції різноманітних типів для закріплення проводів і грозозахисних тросів;

Фундаменти опор;

Проводи різноманітних конструкцій і перерізу для передачі електричного струму;

Грозозахисні троси для захисту лінії від грозових розрядів;

Ізолятори або гірлянди ізоляторів для ізоляції проводу від опори;

Лінійна арматура для закріплення проводів й тросів до ізоляторів і опор, а також для з'єднання проводів й тросів;

Заземлюючих пристроїв для відводу току блискавки або току замикання в землю.

До складу ПЛ входять також пристрої, що забезпечують безперебійне електропостачання споживачів і нормальну роботу лінії.

Для підтримки проводів ПЛ на заданій відстані друг від друга й від землі використовують опори (рис. 7.1).

Конструкцію, яка встановлена в ґрунт, або яка спирається на його й передає на ґрунт навантаження від опори з ізоляторами й проводами (тросами) і зовнішніх впливів (ожеледь, вітер), називають фундаментом опори.

Вертикальна відстань між нижчою точкою проводу в прольоті й прямій, що з'єднує точки його кріплення на опорах, називають *стрілою прогину проводу  $f$* .

На рис. 7.1 позначено: 1 – фундамент опори; 2 – анкерно-кутова опора (А-К); 3 – шлейф; 4 – натяжна гірлянда ізоляторів; 5 – грозозахисний трос; 6 – провід; 7 – підтримуюча гірлянда ізоляторів; 8 – проміжна опора (П); 9 – поверхня землі.

Вертикальна відстань  $h$  від нижньої точки проводу в прольоті до пересічних споруджень, поверхні землі чи води називають *габаритом проводу*. Визначають габарит для найважчих кліматичних умов. Такими випадками є найвища температура повітря (звичайно,  $+40^{\circ}\text{C}$ ) чи максимальна ожеледь. Габаритні відстані нормуються для різної місцевості й напруги мережі.



Рис. 7.1

Відрізок проводу, який з'єднує на анкерній опорі проводи суміжних анкерних прольотів, називають шлейфом або петлею.

Горизонтальна відстань між центрами двох сусідніх опор, на яких підвішені проводи, називають *прольотом*.

*Анкерна ділянка (прольот)* обмежена анкерними опорами (рис. 7.1) і складається з декількох *проміжних прольотів* (іноді це один прольот). Анкерний чи проміжний прольот, що перетинає будь-яке спорудження або природну перешкоду (залізниця, яр, ріка та інше), називають *перехідним прольотом*.

Кут  $\alpha$  або  $\alpha_1$  між напрямками траси ПЛ називають *кутом повороту лінії* (рис. 7.1).

Періодичну зміну розташування проводу різних фаз називають *транспозицією проводів*. Транспозицію виконують, звичайно, на опорах, а іноді в прольоті для зниження несиметричності напруги і токів в електричній системі.

Зусилля, з яким натягнуто провід чи трос, називають *тяжінням проводу*. У залежності від сили вітру, температури повітря, товщини стінки ожеледі тяжіння змінюється.

### 7.3. Загальні відомості про опори

#### Типи опор

По призначенню опори поділяють на проміжні (П), анкерні (А), кутові (К) (рис. 7.1), кінцеві (Кц) і спеціальні (С).

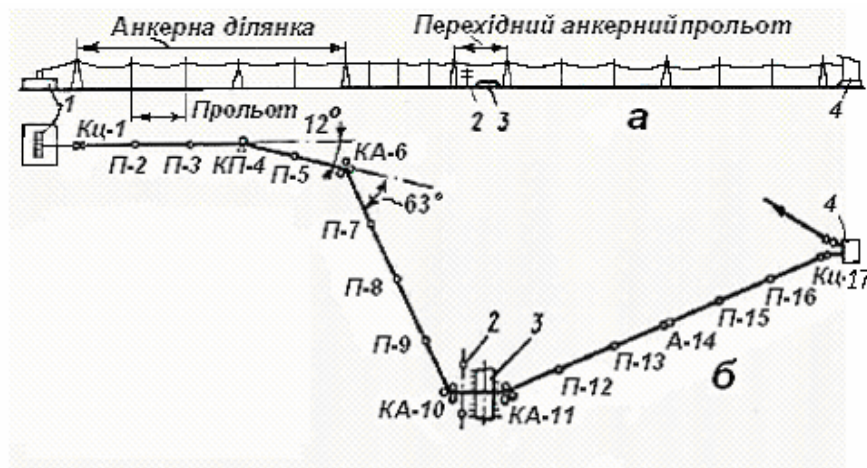


Рис. 7.2

На рис. 7.2 дано профіль (а) і план (б) ділянки траси ПЛ. Тут позначено: 1 – розподільний пункт; 2 – лінія зв'язку; 3 – шосе; 4 – понижуючий трансформатор; Кц-1 і Кц-17 – кінцеві опори; П-2, П-3, П-5, П-7, П-8, П-9, П-12, П-13, П-15, П-16 – проміжні опори; КП-4 – кутова

проміжна опора; КА-6, КА-10, КА-11 – кутові анкерні опори; А-14 – анкерна опора;  $12^{\circ}$  і  $63^{\circ}$  – кути повороту траси.

- *Проміжні опори* – розташовані на прямих ділянках траси (рис. 7.2), і призначені для підтримки проводів. Гірлянди ізоляторів 7 на цих опорах розташовані вертикально (рис. 7.1). Ці опори й гірлянди ізоляторів не розраховуються на навантаження від тяжіння проводів. Проміжні опори в нормальному режимі сприймають вертикальне й горизонтальне навантаження від ваги проводів, ожеледі, ізоляторів, арматури й тиску вітру. В аварійному режимі (при обриві одного чи декількох проводів або троса) проміжні опори сприймають навантаження від тяжіння проводів, що залишилися, і піддаються крученню й згину. На ПЛ 80-90% – проміжні опори.

- *Анкерні опори* – обмежують деякі ділянки траси. Ці опори використовують для натягу проводів і тросів. Гірлянди ізоляторів 4 на цих опорах розташовані вдовж проводу (рис. 7.1). Такі опори сприймають навантаження від різниці тяжінь проводів і тросів у суміжних прольотах і вагу проводів, ожеледі, ізоляторів, арматури й тиск вітру. При монтажі лінії анкерні опори сприймають навантаження від тяжіння проводів, які підвішені з однієї сторони. Конструкція анкерних опор повинна бути міцна й жорстка. Анкерні опори використовують також для переходу ПЛ через інженерні споруди (рис. 7.1 – перехід лінії через лінію зв'язку, шосе – опори КА-10, КА-11) або природні перешкоди (шляхи сполучень, яри, ріки та ін.).

- *Кутові опори* – ставлять на кутах повороту траси (рис. 7.2 – опори КП-4, КА-6, КА-10, КА-11). При нормальних режимах вони сприймають рівнодіючу сил тяжіння проводів і тросів суміжних прольотів і вагу проводів, ізоляторів, арматури й тиск вітру. У якості кутових опор при малих кутах  $\alpha$  використовують проміжні опори (до  $15^{\circ}$  – рис. 7.2 опора КП-



4, кут повороту лінії  $12^\circ$ ), а при великих кутах повороту траси – анкерні опори (рис. 7.2 – опори КА-6, КА-10, КА-11).

- *Кінцеві опори* є різновидом анкерних опор і встановлюються наприкінці чи спочатку лінії (рис. 7.2 – опори Кц-1 і Кц-17).

- *Спеціальні опори:*

- транспозиційні* – для періодичній зміни порядку розташування проводів різних фаз на опорах;

- відгалуженні* – для пристрою відгалужень від магістральної лінії;

- перехресні* – для перетинання ПЛ двох перехресних напрямків;

- перехідні* – для перетинання ПЛ через деякі спорудження і природні перешкоди.

**По конструкції** опори поділяють на опори, які розташовані *вільно* (рис. 7.3,а), і з *відтягненнями* (рис. 7.3,б). Обоє типи опор можуть бути *одностоякові й порталними*. На рис. 7.3: 1 – стояк опори, 2 – провід, 3 – гірлянда ізоляторів, 4 – відтягнення.

Опори, які розташовані вільно, передають навантаження безпосередньо через стояки на ґрунт чи фундамент. Стояки опор з відтягненням передають на ґрунт тільки вертикальні навантаження, поперечні й подовжні (щодо осі ПЛ) навантаження передаються на відтягнення, які закріплюють за анкерні плити.

**По кількості проводів** як опори, так і ПЛ можуть бути *одно-, дво- і багатоколовими*.

Одноколова ПЛ складається із трьох фазних проводів, тобто одного кола (рис. 7.3,а). На опорах двоколових ПЛ (рис. 7.3,б) підвішують два рівнобіжні кола – тобто шість проводів. Споруджують також ПЛ *із розщепленими фазами*, на яких замість одного фазного проводу великого перерізу підвішують декілька проводів меншого перерізу – так на ПЛ 330 кВ – два горизонтальних проводи, ПЛ 500 кВ – три проводи, які розташовані по вершинах трикутника. Розщеплені фази дозволяють збіль-

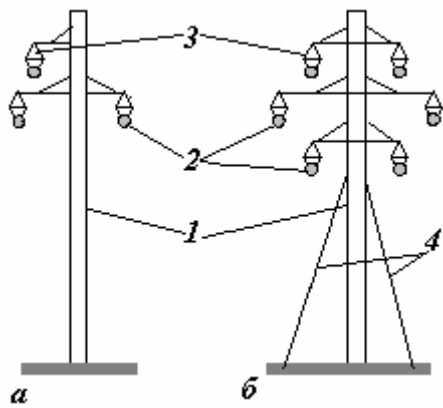


Рис. 7.3

шити передану потужність і зменшить втрати при рівній площі перерізу проводів фази.

Розташування проводів на опорах може бути горизонтальним (один ярус), вертикальним (два яруси) і змішаним, при якому вертикально розташовані проводи зміщені по горизонталі (рис. 7.3,а,б). На

одноколових опорах проводи часто розташовують «трикутником» (рис. 7.3,а), а на двоколових – «бочкою» (рис. 7.3,б).

**Згідно матеріалу** опори бувають *металеві* (звичайно, сталеві іноді дюралеві) і *залізобетонні*.

При виготовленні металевих опор використовуються прокатні профілі зі звичайної вуглецевої сталі Ст. 3 або низьколегованої високоміцної сталі різних марок. Основний недолік сталевих опор є корозія. При корозії знижується міцність конструкції, що може привести до аварії. Для захисту опор від корозії використовується гаряча оцинковка деталей ПЛ або фарбування.

Для споруди ПЛ напругою до 500 кВ включно широко застосовуються залізобетонні опори. Для їх виготовлення потрібно значно менше металу, вони не схильні до корозії й не потребують великих витрат на обслуговування при експлуатації. Залізобетонні опори мають високу механічну міцність, вони довговічні. Витрати праці на їхню зборку значно нижче, ніж на зборку металевих. Недоліком залізобетонних опор є велика маса, що здорожує транспортні витрати і при споруді лінії викликає необхідність застосування кранів великої вантажопідйомності. На ПЛ частка залізобетонних опор, звичайно, складає близько 80-90% від усієї кількості опор.

**Уніфікація та позначення опор.** За результатами практики будівництва, проектування та експлуатації ПЛ визначають найбільш доцільні й економічні типи й конструкції опор для відповідних кліматичних районів, напруги ПЛ і марок проводів і проводять їхню уніфікацію. При цьому скорочується кількість типів лінійної арматури й інших деталей.

Прийнята наступна система позначень металевих і залізобетонних опор ПЛ 35-330 кВ.

Літерами позначається:

П – проміжні опори,

К – кутові й анкерно-кутові,

С – спеціальні (транспозиційні, відгалуженні, перехресні, перехідні та ін.).

Літерою Б позначають залізобетонні опори.

Відсутність літери Б указує, що опори металеві.

Цифри 35, 110, 220 і т. ін., що розташовують після букв, указують напругу ПЛ (кВ), а цифри за ними – порядковий номер опор, де одноколові опори позначаються непарними цифрами, а двоколові – парними.

Наприклад, шифр ПБ110-1 расшифровують так: проміжна, залізобетонна, одноколова опора ПЛ 110 кВ;

КБ35-3 – анкерно-кутова, залізобетонна, одноколова опора на напругу 35 кВ;

ПКС220-1 – проміжна-кутова, спеціальна, сталева, одноколова опора на напругу 220 кВ;

ПСБ220-1 – проміжна, спеціальна, залізобетонна, одноколова опора на напругу 220 кВ;

П110-6 – проміжна, сталева, двоколова опора ПЛ 110 кВ.

Уніфікація опор дозволяє застосовувати індустриальні методи їх виготовлення, зборки і монтажу, а також організувати масове виробництво елементів і арматури на заводах. Це скорочує час будівництва ПЛ.

На ПЛ 35-220 кВ у якості проміжних встановлюють залізобетонні одностоякові вільностоячі одне й двоколові опори, а на ПЛ 330-500 кВ – одноколові з металевими траверсами порталні опори.

В якості кутових анкерних опор на ПЛ 35-110 кВ використовують одностоякові залізобетонні опори з відтягненнями, а на лініях більш високої напруги – металеві.

Металеві опори встановлюють на ПЛ всіх напруг, що проходять у районах з важкими кліматичними умовами району місцевості, по якій проходить лінія (у тому числі й у гірській місцевості). При необхідності застосовують опори з відтягненнями. Кутові й анкерні металеві опори використовують на ПЛ 110-500 кВ сумісно з проміжними залізобетонними, а також, як перехідні опори для великих переходів.

**Залізобетонні уніфіковані опори.** На ПЛ 35 – 500 кВ застосовують опори, які розташовані вільно (рис. 7.3,а; рис. 7.4), і з відтягненнями (рис. 7.3,б), а також порталні (рис. 7.4,в). Основними елементами залізобетонних опор є: стояк 1, траверси (кронштейни) 2 і тросостійка 3 (рис. 7.4). У середині уздовж стояка прокладений дрiт, що заземлює опору. Траверси закріплюють до стояка хомутами (рис. 7.5,б) чи наскрізними болтами (рис. 7.5,а). У траверсах і тросостійках роблять отвори для установки скоб, хомутів, до яких кріплять деталі зчiпної арматури. Тросостійки мають зварену металеву конструкцію і кріпляться до стояка хомутами (рис. 7.5). В якості кутових і анкерних опор на ПЛ 35 – 110 кВ використовують одностоякові залізобетонні опори з відтягненнями, а на лініях більш високої напруги – металеві опори. Стояки армовані арматурою і при навантаженні на розтяг зусилля сприймається арматурою, а при стиску – бетоном.

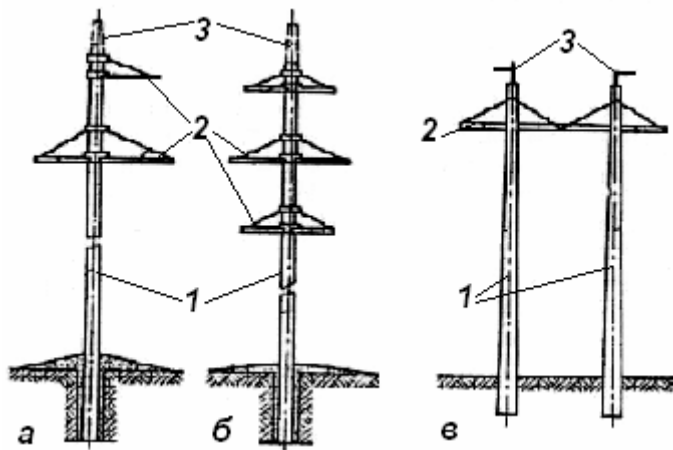


Рис. 7.4

Залізобетонні стояки виготовляють на спеціальних відцентрових машинах, які формують й ущільнюють бетон. Стояки прямокутного перерізу виготовляють способом вібрування. У траверсах і тросостійках виконують

отвори для установки скоб, хомутів, валиків, до яких кріплять деталі зчпної арматури.

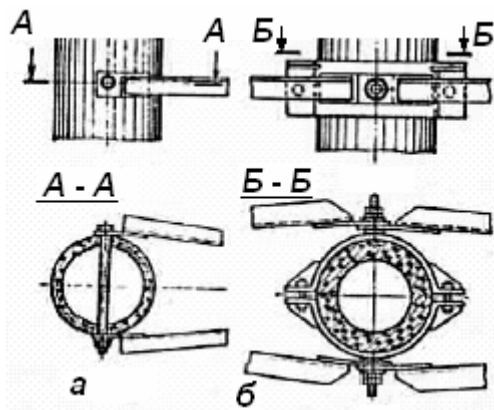


Рис. 7.5

**Металеві опори** (рис. 7.6), звичайно, виготовляють зі сталі, а іноді з алюмінієвих сплавів. Металеві опори витримують великі механічні навантаження, але вони значно дорожче залізобетонних. Область застосування металевих опор не обмежена.

Їх установлюють на лініях усіх напруг, що проходять у районах з важкими кліматичними умовами, на важкодоступних трасах і в гірських місцевостях.

Кутові й анкерні металеві опори встановлюють на ПЛ 110 – 500кВ разом із проміжними залізобетонними, а також у якості перехідних на переходах великої довжини. Сталеві опори можуть бути одностояковими (баштовими) (рис. 7.6) і порталними, а по закріпленню на фундаментах – опори, які розташовані вільно (рис. 7.6,а,б), і з відтягненнями – 7 (рис. 7.6,в).

Основними елементами металевих опор (рис. 7.6) є стовбур 1, траверси 2 і тросостійка 3. Стовбур 1, звичайно, виконується у вигляді чотиригранної решітчастої піраміди з діафрагмами 5. Опора виготовляється зі сталевого прокату – кутики. Грані піраміди – це пояса 6, решітка 8, відтягнення 7, анкерні плити 9, фундаменти 10.

По способу з'єднання елементів опори поділяють на зварені і болтові. Останні виготовляють у виді окремих просторових секцій чи плоских оцинкованих елементів з отворами для наступної зборки на трасі ПЛ. При транспортуванні зварених опор у край низько використовується вантажопідйомність транспорту. Болтові опори економічні в перевезенні, але вимагають великих працевитрат на зборку ( у 1,5 – 2 рази).

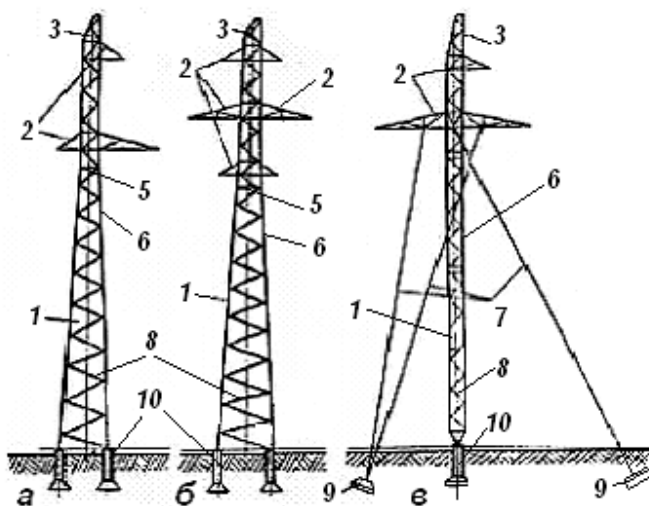


Рис. 7.6

#### **Закріплення опор у**

**грунті.** У залежності від конструкції опор закріплення (закладення) їх у ґрунт може бути виконане по різному. Сталеві опори, які розташовані вільно, мають фундаменти – 10 (рис. 7.6) у виді бетонних блоків. Стойки металевих і

залізобетонних опор з відтягненнями (рис. 7.6,в) встановлюють на залізобетонні фундаменти, а відтягнення кріплять за анкерні плити – 9 (рис. 7.6,в). Проміжні опори, які розташовані вільно, для ПЛ 1кВ – 220кВ (крім металевих), а також анкерні – кутові залізобетонні опори ПЛ до 35кВ зі штировими ізоляторами встановлюють безпосередньо в ґрунт без фундаменту (рис. 7.7). Котловани для цих опор виконують буровими машинами на 5-10 см більше діаметра опори.

Таким чином, стоек 1 закріплюють у практично непорушеному ґрунті, що володіє більш високими механічними характеристиками, ніж порушений ґрунт. Для посилення закладення у верхній частині котловану встановлюють один чи два ригелі – 2 (рис. 7.7,б).

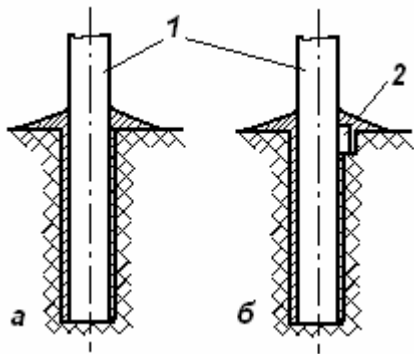


Рис. 7.7

Для опор ПЛ застосовують монолітні, збірні і пальові фундаменти. Найбільше часто під металеві опори використовують збірні фундаменти – підніжки, які встановлюють під опорні башмаки стовбурів (рис. 7.8). Такі фундаменти мають опорну плиту – 1, на яку спирається стійка – 2 з анкерними болтами 3.

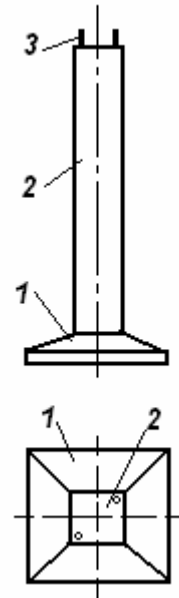


Рис. 7.8

#### 7.4. Проводи і троси

Проводи ПЛ призначені для передачі енергії від джерела до споживачів.

Основна вимога до матеріалу проводів – малий електричний опір. Чим вище провідність проводу, тим менше втрати енергії при передачі. Крім того, матеріал проводів повинний володіти достатньою механічною міцністю, бути стійким до впливу вологи і хімічних речовин у повітрі, а також бути дешевим. Зараз проводи виготовляють, звичайно, з алюмінію й сталі. Іноді використовують бронзу і сплави алюмінію.

**Матеріал проводів.** Мідь має високу провідність і достатню механічну міцність, добре протистоїть шкідливим впливам.

Алюміній уступає міді по провідності й механічній міцності. Однак, для передачі на ту саму відстань однакової потужності при однаковій

напрузі й утратах алюмінієві проводи важать приблизно в 2 рази менше мідних. Алюміній досить стійкий до дії хімічно активних речовин, за винятком лугів, соляної кислоти і солей, що містяться в морській воді. Усе це обумовило широке застосування алюмінію для виготовлення проводів ПЛ. Однак, невелика механічна міцність алюмінію приводить до зменшення довжини прольотів і тому алюмінієві проводи використовують для ліній напруг 6 кВ – 10кВ, де довжина прольотів не перевищує 100-120 м.

*Сталь* має низьку електричну провідність і високу механічну міцність. Тому сталеві проводи застосовують для передачі невеликих потужностей на короткі відстані і як грозозахисні троси.

*Бронза* – сплав міді й олова й інших речовин. Бронзові проводи мають достатню міцність і стійкість до різних впливів.

**Конструкція проводів.** Для ПЛ застосовують неізольовані одно- і багато дротові проводи, дроти яких можуть бути виконані з одного (монометалічні) (рис. 7.9,а) чи двох різних (біметалічні) (рис. 7.9,б) металів.

Однодротові монометалічні мідні й сталеві проводи виготовляють відповідно перерізом 4-10 і 10-16мм<sup>2</sup>, а біметалічні – перерізом 10-25 мм<sup>2</sup> зі сталевого дроту, покритого шаром міді або алюмінію.

Багатодротовий провід (рис. 7.9,в,г) виготовляють скруткою окремих дротів. Звичайно, провід має один центральний дріт і наступні повіві (ряди).

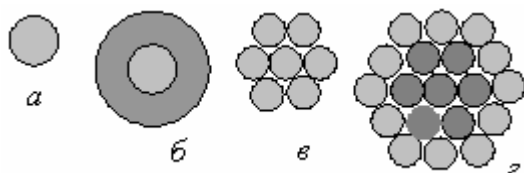


Рис. 7.9

Проводи такої конструкції виготовляють, звичайно, з алюмінію чи алюмінієвих сплавів (рідше з міді). Виготовляють також багатодротові комбіновані проводи із двох металів,

які мають сердечник зі сталевих дротів великої механічної міцності, на які



накладають повіви дротів з металу, котрі мають гарну провідність. Найбільше поширення одержали комбіновані сталеалюмінієві проводи. Виготовляють сталеалюмінієві проводи з різним співвідношенням площ перерізів алюмінієвої й сталеві частин: для проводів нормальної міцності – приблизно 6:1, для посилених – 4:1 і для особливо посилених – 1,5:1.

Провід з полегшеними сердечниками мають співвідношення близько 8:1, а особливо полегшені – (12-18):1. Для великих переходів (км і більш) застосовують сталебронзові проводи, які мають значно більшу механічну міцність, чим сталеалюмінієві.

За умовами механічної міцності на ПЛ використовують тільки багато дротові проводи. Виключення допускається тільки для ПЛ 1-10кВ, для яких іноді використовуються однодротові проводи. Для збільшення терміна служби проводи покривають захисним мастилом.

**Маркірування проводів.** У маркірування проводів входять букви й цифри, що вказують їхній матеріал і площу поперечного переріза. Так, мідний провід перерізом  $120 \text{ мм}^2$  позначається М-120, алюмінієвий перерізом  $95 \text{ мм}^2$  – А-95, сталевий перерізом  $25 \text{ мм}^2$  – ПС-25. Провід зі звичайного алюмінієвого сплаву позначають літерами АН (наприклад, АН-25), а з термостійкого – АЖ (АЖ-50).

Однодротові сталеві оцинковані проводи позначають літерами ПСО й цифрами, що вказують діаметр у міліметрах (ПСО-4).

У позначення комбінованих проводів входять букви й цифри. Наприклад, АС-70/11 – сталеалюмінієвий провід з алюмінієвими повівами перерізом  $70 \text{ мм}^2$  і сталевим сердечником перерізом  $11 \text{ мм}^2$ .

**Умови роботи проводів.** Вибір проводів для конкретної ПЛ залежить не тільки від переданої потужності, але й від очікуваних при експлуатації механічних навантажень. Крім постійних навантажень ПЛ зазнають впливу перемінних навантажень, що виникають при зміні температури навколишнього повітря, намерзання ожеледі, вітру, а також

вібрації й «танцю» проводів. Вплив цих факторів залежить від кліматичних умов району де розташована траса.

*Зміна температури повітря* викликає збільшення чи зменшення довжини проводу, відповідно змінюється його стріла прогину, напруження й тяжіння.

*Ожеледь, що* викликає додаткове навантаження на проводи, утворюється при температурі повітря від 0 до  $-5^{\circ}\text{C}$ . Крім того, у морозну погоду при температурі біля  $-5^{\circ}\text{C}$  на проводах може з'явитися паморозь. Такі навантаження істотно впливають на роботу ПЛ.

*Вітрове навантаження* на провід залежить від швидкості вітру, напрямку його щодо траси, а також навітряної площі поверхні. Чим більше діаметр проводу, тим більше тиск вітру на нього. Найбільше значення тиску – при поперечному напрямку вітру до осі ПЛ. Вплив вітру залежить від кліматичного району: на узбережжі морів і водойм тиск вище, у лісі тиск падає. На висоті тиск також більше, ніж у низині. Особливо небезпечний вітер при ожеледі, тому що розміри проводу значно збільшуються. Навантаження від ожеледі й паморозі разом з вітровими навантаженнями на площу ожеледі істотно впливають на роботу проводу.

*Вібрація проводів* виникає при рівному вітрі зі швидкістю не менш  $0,5\text{ м/с}$  і найбільш інтенсивна при швидкості  $3 - 5\text{ м/с}$ . При зриві завихрень повітряного потоку виникають поштовхи на проводи й при збігу (резонансі) власних частот проводу й частоти поштовхів він починає коливатися. Такі коливання мають довжину хвилі до  $10\text{ м}$  з амплітудою до 2-3 розміру діаметра проводу. Частота вібрації залежить від швидкості вітру, довжини прольоту, діаметра проводу і його тяжіння. При вібрації провід ушкоджується в місцях виходу із затискача на опорах - відбувається злам дротів. Для зменшення амплітуди коливань проводів установлюють так звані гасителі коливань (рис. 7.10). Гасителі коливань (рис. 7.10,а) закріплюють за допомогою захвату 3 до проводу 2. Вони включають

відрізок сталевго тросу 4, на якій закріплені чавунні вантажі 1. Вібрація проводу викликає коливання вантажів, які запізнюються за часом від коливань проводу. Зустрічні коливання проводу і вантажів взаємно компенсують один одного і амплітуда вібрацій значно зменшується.

Для захисту проводів перерізом не більш  $95 \text{ мм}^2$  на ПЛ 6-35 кВ з підвісними ізоляторами іноді застосовують гасителі коливань (рис. 7.10,б) у вигляді петлі. У цьому випадку петля із проводу 8 закріплюється дротом 7 до проводу 2 лінії під підтримуючим захватом 6 гірлянди ізоляторів 5. Гасителі можуть значно знижувати амплітуду вібрацій (до 0,1-0,2 мм).

«Танець» проводів іноді виникає в районах, схильних до ожеледі, при сильному рвучкому вітрі і являє собою коливання з великою амплітудою (до 5-6 м) і малою частотою. Довжина хвилі при цьому може досягати декількох сотень метрів. При «танці» проводів може бути зруйнована арматура, розірвана гірлянда ізоляторів чи зламана опора. Однією з мір захисту проводів від «танцю» є плавка ожеледі електричним струмом або застосування гасителів «танцю».

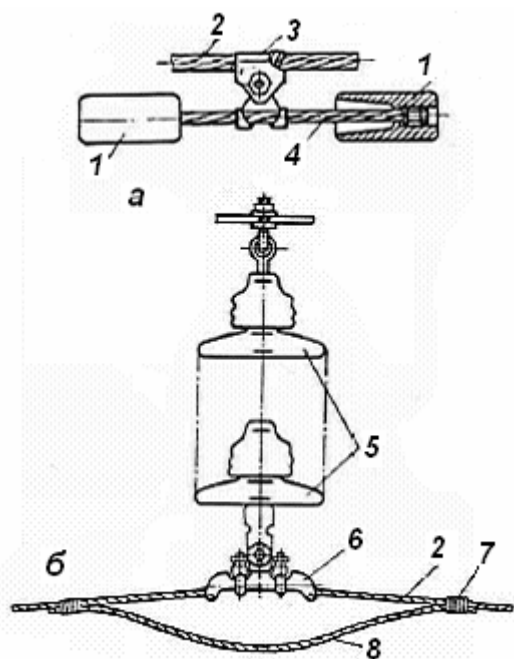


Рис. 7.10

**Приведене навантаження на провід.** При розрахунку ПЛ визначаються так зване приведенне навантаження або питома вага проводу (тросу). Приведене навантаження позначається  $\gamma$  з відповідним індексом від 1 до 7; це погонне навантаження, яке припадає на одиницю ( $\text{мм}^2$ ) площі перерізу проводу або тросу. Розмірність приведенного навантаження –  $\text{Н}/(\text{м}\cdot\text{мм}^2)$ .

- Приведене навантаження від власної ваги проводу  $\gamma_1$ . Для алюмінієвих, сталевих і сталюалюмінієвих проводів наведені в ПУЕ.

- Приведене навантаження від ожеледі

$$\gamma_2 = 2,83 \cdot b \cdot (d + b) \cdot 10^{-2} / F,$$

де  $b$  – товщина стінки ожеледі для відповідного району по ожеледі (мм);  $d$  – діаметр проводу (мм),  $F$  – площа перерізу проводу (мм<sup>2</sup>). Це вага шару ожеледі, товщина стінки якого  $b$  на проводі діаметром  $d$ .

- Приведене навантаження проводу покритого ожеледдю

$$\gamma_3 = \gamma_1 + \gamma_2.$$

- Приведене вітрове навантаження на провід без ожеледі

$$\gamma_4 = \alpha_v \cdot k_e \cdot c_x \cdot q \cdot d \cdot 10^{-3} / F,$$

де  $q$  – максимальний нормативний швидкісний напір вітру для відповідного кліматичного району (Н/м<sup>2</sup>);  $\alpha_v$  – коефіцієнт нерівномірності тиску вітру, який залежить від значення  $q$ ;  $k_e$  – коефіцієнт впливу довжини прольоту  $l$ ;  $c_x$  – коефіцієнт лобового опору, який залежить від діаметра проводу  $d$ .

- Приведене вітрове навантаження на провід, покритий ожеледдю,

$$\gamma_5 = \alpha_v \cdot k_e \cdot c_x \cdot q_o \cdot (d + 2b) \cdot 10^{-3} / F,$$

де  $q_o = 0,25 \cdot q$  – вітрове навантаження при ожеледі; але в районах із товщиною стінки ожеледі  $b \geq 15$  мм приймати не менше 140 Н/м<sup>2</sup>,  $\alpha_v$  залежно від  $q_o$ ,  $k_e$  залежно від  $l$ ; коефіцієнт  $c_x = 1,2$  для проводів, покритих ожеледдю,  $d$  – діаметр проводу;  $b$  – товщина стінки ожеледі.

- Приведене навантаження від ваги проводу і вітрового навантаження на провід без ожеледі

$$\gamma_6 = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_4^2}.$$

- Приведене вагове навантаження від ваги проводу, покритого ожеледдю, і вітрового навантаження на провід, покритий ожеледдю,

$$\gamma_7 = \sqrt{\gamma_3^2 + \gamma_5^2}.$$

*Примітка:* Значення коефіцієнтів  $\alpha_v$ ,  $k_e$ ,  $c_x$ , а також величини  $b$  (товщина стінки ожеледі) і  $q$  (максимальний нормативний швидкісний напір вітру) знаходяться за довідковими таблицями ПУЕ.

**Грозозахисні троси** являють собою протяжні блискавковідводи, натягнуті уздовж ПЛ над проводами. Під дією зовнішніх (атмосферних) або внутрішніх (комутаційних) факторів напруга мережі може значно перевищити номінальну. Це може викликати пошкодження ізоляції й апаратури. Такі перенапруження лінії також загрожують безпеці людей. По заземленню струм розтікається навколо опори. Різке падіння потенціалу поблизу опори небезпечно для життя людей і тварин. Щоб обмежити перенапруги й забезпечити безпеку людей, опір розтіканню зменшують, для чого влаштовують захисне заземлення.

Грозозахисні троси можуть бути підвішені на опорах таким чином.

а. Трос заземлений на всіх проміжних опорах (без ізоляторів ) і кріпиться за допомогою ізоляторів тільки на металевих й залізобетонних анкерних опорах.

б. Трос на всіх опорах кріпиться на ізоляторах, які шунтуються іскровими проміжками. Кожна анкерна ділянка заземлена в одній точці. Така підвіска усуває втрати потужності, що викликані індукованими струмами в тросі, і дає можливість застосувати плавку ожеледі на тросі і дозволяє контролювати опір заземлення на кожній опорі.

с. Трос повністю ізолюється на всій лінії або на окремих ділянках. Ізолятори шунтуються іскровими проміжками.

Згідно ПУЕ, на лініях 150 кВ і нижче кріплення троса виконується по способу «а». Другий спосіб («б») застосовується на лініях 220-550 кВ.

У випадку використання троса для високочастотного зв'язку застосовується третій спосіб («с»).

Повітряні лінії 110 кВ і більше на металевих і залізобетонних опорах захищають тросом по усій лінії, а ПЛ 35 кВ – тільки поблизу підстанцій.

Для ліній 110-330 кВ допускається не встановлювати троси в районах з малою інтенсивністю гроз (кількість грозових годин у році менш 20).

Як грозозахисні троси застосовують:

ПЛ 35 кВ – канат 8,0-Н-1200-1-СС ДЕРЖСТАНДАРТ 3062-69;

ПЛ 110 кВ і 150 кВ – канат 9,1-Г-1-СС-Н-1400 ДЕРЖСТАНДАРТ 3063-66;

ПЛ 220 кВ і вище - канат 11,0-Г-1-СС-Н-1400 ДЕРЖСТАНДАРТ 3063-66.

Пояснення позначень: 8,0; 9,1; 11,0 – діаметр каната; Г - вантажний; 1 - першої марки; СС - дріт оцинкований; Н – трос, що не розкручується; 1200; 1400 - межа міцності (МПа).

## **7.5. Ізолятори й арматура**

Лінійні ізолятори служать для ізоляції проводів і кріплення їх до опор ПЛ. Ізолятори знаходяться під електричною напругою й одночасно сприймають механічне навантаження від ваги проводів, ожеледі, напору вітру, вібрації. Тому ізолятори повинні забезпечити як електричну, так і механічну міцність.

Виготовляють ізолятори з електротехнічної порцеляни, а також зі спеціального загартованого скла. Механічна міцність скляних ізоляторів вище, ніж порцелянових, вони мають менші розміри й масу і старіють значно повільніше.

Залежно від засобу кріплення на опорах ізолятори поділяються на штирові, що кріпляться на штирях, і підвісні, котрі збирають у гірлянди і кріплять до опори спеціальною арматурою.

*Штирові ізолятори* (рис. 7.11) застосовують на ПЛ до 35кВ включно. На ПЛ до 1кВ згідно рис. 7.11,а,б; на ПЛ 6 – 10кВ – рис. 19.11,в,г; ПЛ 10 – 20кВ – рис. 7.11,д; на ПЛ 35кВ – рис. 7.11,е. Їх позначають літерами, що вказують конструкцію (Ш – штирові), матеріал



Рис. 7.11

(Ф – порцеляна, С – скло) типорозмір (А, Б, В, Г), призначення (Т – телеграфні, Н – невеликої напруги), а також цифри, що вказують номінальну напругу. Наприклад, ізолятори для ПЛ 35 кВ позначають ШФ35-Б.

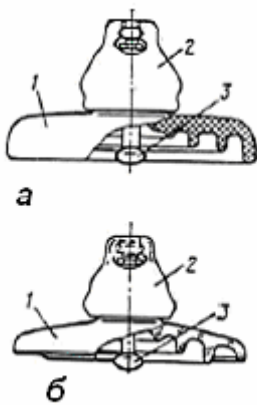


Рис. 7.12

*Підвісні ізолятори* (рис. 7.12) застосовують на ПЛ 35кВ і вище, а також на ПЛ 6-10кВ, якщо механічне навантаження перевищує механічну міцність штирових ізоляторів. В позначенні підвісних ізоляторів входять букви (П – підвісний, Ф – порцеляновий, С – скляний, Г – брудостійкий), а також цифри і букви А, Б, В, що указують відповідно гарантовану механічну міцність і типорозмір. На рис. 7.11,а – порцеляновий ізолятор

ПФ6-В, гарантована механічна міцність 60кН, а на рис. 7.2,б – скляний ПС22-А. На рис. 7.12 позначено: 1 – ізолююча деталь, 2 – шапка, 3 – стержень.

Найбільш поширені підвісні ізолятори із загартованого скла. Щоб забезпечити необхідну ізоляцію проводів, підвісні ізолятори збирають у гірлянди, що закріплюють до траверсів опор (рис. 7.12).

Розрізняють підтримуючі гірлянди (рис. 7.12,а), що несуть тільки масу проводу, ожеледі й тиск вітру, і натяжні гірлянди (рис. 7.12,б), що сприймають додатково тяжіння проводів і кріплять проводи до анкерних і кутових опор. На рис. 7.13 позначено: 1 – вузол кріплення до траверси; 2, 3, 4, 5 – зчіпна арматура; 6 – ізолятори; 7, 10 – підтримуючий і натяжний затискач; 8 – провід.

*Арматура* – спеціальні деталі, призначені для з'єднання ізоляторів у гірлянди, кріплення до них проводів, закріплення гірлянд на опорах, з'єднання проводів і т. ін. Арматура повинна мати високу механічну міцність, низький коефіцієнт тертя (для зменшення механічних навантажень), високу корозійну стійкість.

*Зчипна арматура* призначена для з'єднання елементів гірлянд підвісних ізоляторів і кріплення їх до опор. Деталі зчипної арматури з'єднуються рухливо і при цьому використовуються шарніри трьох типів.

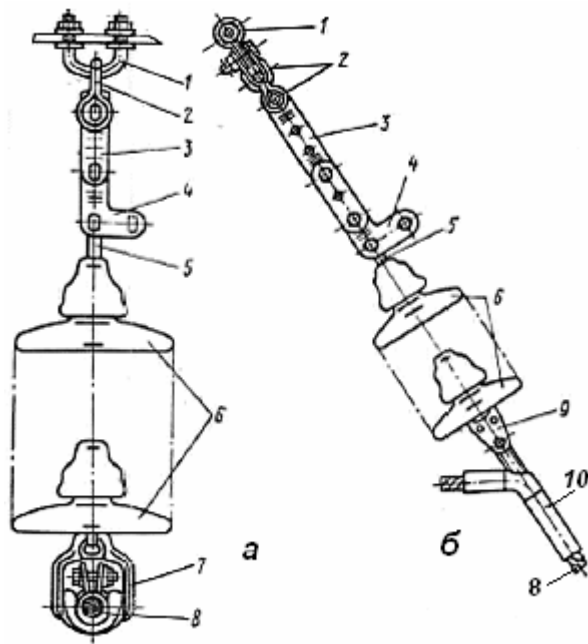


Рис. 7.13

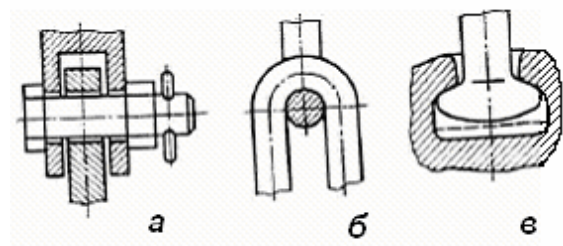


Рис. 7.14

Шарнірне з'єднання палець – вушко дозволяє рух тільки у одній площині (рис. 7.14,а). Ланцюгове з'єднання (рис. 7.14,б) дозволяє рух у двох площинах, а сферичний шарнір (рис. 7.14,в) – в якій завгодно площині.

Підтримуючі затиски (рис. 7.15) і роликові підвіси призначені для кріплення проводів до гірлянд ізоляторів на проміжних опорах. На рис. 7.15,а – затискач для одного проводу, а на рис. 7.15,б для трьох проводів у фазі. Тут позначено: 1 – «човник», 2 – болт, 3 – підвіска до траверси, 4 – провід, 5 – затискач, 6 – «коромисло».

*Натяжна арматура* (рис. 7.16) – це натяжні затиски, призначені для кріплення на анкерних опорах проводів і тросів. Клиновий затискач (рис. 7.16,а) призначений для монтажу проводів перерізом до 95 мм<sup>2</sup>, а



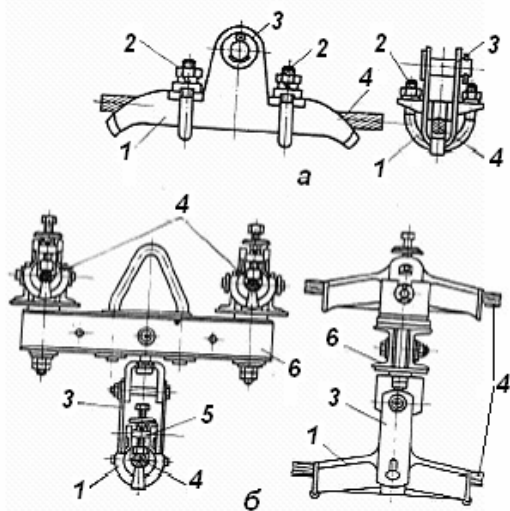


Рис. 7.15

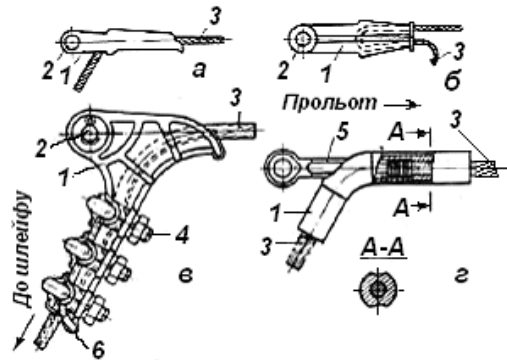


Рис. 7.16

затискач (рис. 7.16,б) – проводів і тросів перерізом до 50 мм<sup>2</sup>. Болтові натяжні затиски (рис. 7.16,в) призначені для кріплення проводів перерізом від 70 мм<sup>2</sup> до 240 мм<sup>2</sup>, а затиски (рис. 7.16,г) для пресування проводів перерізом більше 240 мм<sup>2</sup>. На рис. 7.16: 1 – корпус, 2 – палець, 3 – провід, 4 – болт, 5 – анкер, 6 – прокладка.

*Захисною арматурою* є дистанційні розпірки, гасителі вібрації й інші деталі, призначені для захисту проводів і підвісок від механічних і електричних ушкоджень.

*Сполучною арматурою* є різні затиски, призначені для з'єднання проводів і тросів.

## 7.6. Розрахунок проводу

### 7.6.1. Крива провисання проводу

Для визначення кривої провисання проводу розглянемо спочатку провід (або трос) у прольоті, коли точки закріплення проводу *A*, *B* розташовані на одній висоті (рис. 7.17,а). Уведемо позначення:

*p* – погонне навантаження (вага одного метра проводу),

*γ* – приведенне (питоме) навантаження,

$$\gamma = p / F, \quad (7.1)$$

$F$  – площа поперечного переріза проводу,

$T$  – повне тяжіння проводу,

$H, V$  – складові повного тяжіння,

$l$  – довжина прольоту (прогону),

$f$  – стріла провисання проводу,

$$\sigma = T / F - \quad (7.2)$$

напруження розтягу проводу.

Припускаємо, що погонне навантаження рівномірно розподілене по довжині прольоту.

Розглядаємо рівновагу частини проводу  $OD$  (рис. 7.17,б). Вага цієї частки  $P_x = px$ . Рівняння рівноваги:

$$\Sigma F_{kx} = H_x - H = 0,$$

$$\Sigma F_{ky} = V_x - P_x = 0,$$

$$\Sigma m_D = P_x \cdot x/2 - H_y = 0.$$

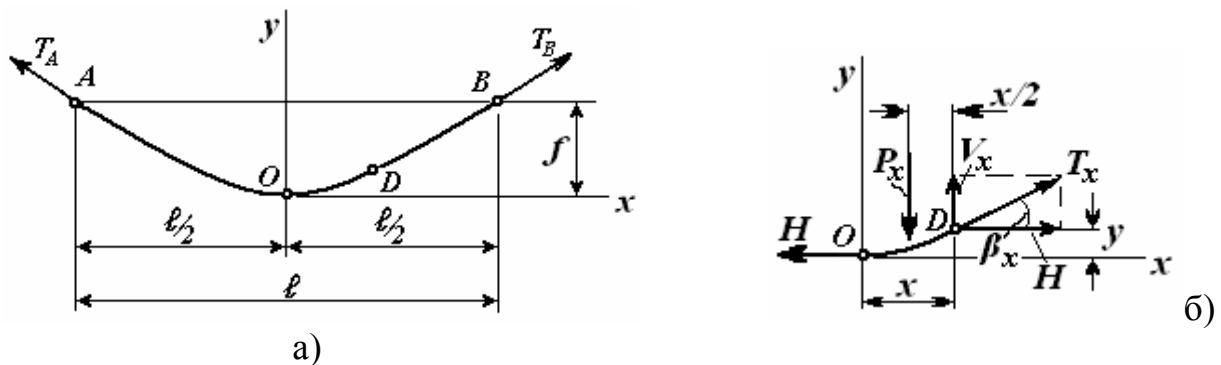


Рис. 7.17

З цих рівнянь знаходимо

$$H_x = H, \quad (7.3)$$

$$V_x = p \cdot x, \quad (7.4)$$

$$y = px^2 / (2H). \quad (7.5)$$

Таким чином, *горизонтальна складова тяжіння однакова в усіх точках проводу.*

Крива провисання проводу – парабола з вершиною в початку координат, яку можна записати також такою формулою

$$\gamma = \gamma x^2 / (2 \sigma_0), \quad (7.6)$$

де  $\sigma_0 = H/F$  – напруження в перерізу  $O$ ,  $\gamma = p/F$ .

Стріла провисання проводу

$$f = \gamma l^2 / (8 \sigma_0). \quad (7.7)$$

Якщо прийняти, що вага розподілена по довжині проводу, а не по горизонталі, то крива провисання буде

$$y = h_0 [ch(x/h_0) - 1], \quad (7.8)$$

де  $h_0 = H/p = \sigma_0 / \gamma$ ,  $ch(x/h_0)$  – гіперболічний косинус.

При великих прольотах (800-1000 м) похибка визначення стріли провисання, що визначається за формулою (7.7), може бути занадто великою. У такому разі необхідно використовувати формулу, яка отримана при розкладенні (7.8) у ряд Маклорена:

$$f = \gamma l^2 / (8 \sigma_0) + \gamma^3 l^4 / (384 \sigma_0^3) \quad (7.9)$$

**Приклад:** Визначити стрілу провисання проводу в прольоті  $\ell = 800$  м, при  $\sigma_0 = 130$  МПа, для двох значень приведенного навантаження:

$$\gamma_1 = 0,035 \text{ Н/м.мм}^2 \text{ і } \gamma_2 = 0,099 \text{ Н/м.мм}^2.$$

Обчислюємо: (для  $\gamma_1 = 0,035 \text{ Н/м.мм}^2$ )

$$f_1 = 0,035 \cdot 800^2 / (8 \cdot 130) + 0,035^3 \cdot 800^4 / (384 \cdot 130^3) = 21,54 + 0,02 = 21,56 \text{ м};$$

(для  $\gamma_2 = 0,099 \text{ Н/м.мм}^2$ )

$$f_2 = 0,099 \cdot 800^2 / (8 \cdot 130) + 0,099^3 \cdot 800^4 / (384 \cdot 130^3) = 60,92 + 0,47 = 61,39 \text{ м}.$$

Похибка при нехтуванні другим доданком становить відповідно 0,02 м і 0,47 м. Тобто необхідно для другого випадку використовувати точну формулу (7.9).

Далі розглянемо випадок, коли точки А і В розташовані на різних відмітках (рис. 7.18).

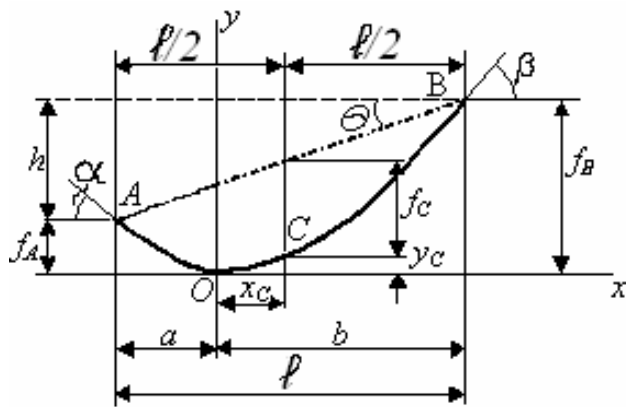


Рис. 7.18

Крива провисання проводу (7.6) – парабола з вершиною в початку координат

$$y = \gamma x^2 / (2 \sigma_0).$$

Для визначення  $a$  і  $b$  підставимо в (6.6)  $x = -a$  і  $x = b$ :

$$f_A = \gamma a^2 / (2 \sigma_0), \quad (7.10)$$

$$f_B = \gamma b^2 / (2 \sigma_0). \quad (7.11)$$

Крім того, маємо

$$h = f_B - f_A, \quad a + b = l \quad \text{або} \quad b = l - a.$$

Тобто 
$$h = f_B - f_A = [\gamma l / (2 \sigma_0)](l - 2a). \quad (7.12)$$

З цього рівняння і рівності  $b = l - a$  знаходимо

$$a = l / 2 - \sigma_0 h / (\gamma l) \quad (7.13)$$

$$b = l / 2 + \sigma_0 h / (\gamma l). \quad (7.14)$$

Таким чином обчислюються значення  $a$  і  $b$ , які визначають положення точки  $O$ .

Стріла провисання проводу в середині прольоту  $f_C$  знаходиться так

$$f_C = f_B - h/2 - y_C = \gamma l^2 / (8 \sigma_0), \quad (7.15)$$

де 
$$y_C = \gamma x_C^2 / (2 \sigma_0) = \sigma_0 (h/l)^2 / (2 \gamma), \quad (7.16)$$

$$x_C = b - l/2 = \sigma_0 h / (\gamma l). \quad (7.17)$$

Формула (7.15) для  $f_C$  в середині прольоту співпадає з формулою (7.7) для стріли провисання в середині прольоту при однаковій висоті точок закріплення проводу  $A, B$ .

Іноді необхідно визначити вертикальну відстань від проводу до деяких перетинаємих споруд або до природних перешкод (лінії зв'язку, залізниця, яр, ріка та інше). У таких розрахунках доцільно прийняти систему координат, яка дана на рис. 7.19.

Тоді використовуються такі залежності:

$$y = \gamma x(l-x)/(2\sigma_0) + xh/l, \quad (7.18)$$

$$f_x = \gamma x(l-x)/(2\sigma_0). \quad (7.19)$$

Знайдемо тяжіння у точках закріплення (рис. 7.19) проводу.

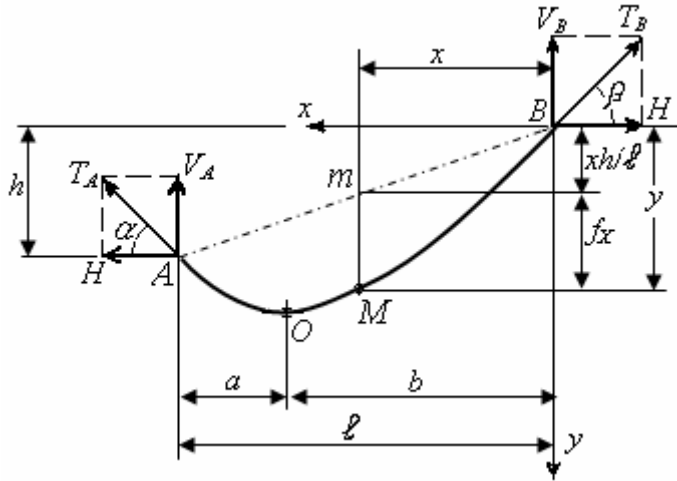


Рис. 7.19

За рис. 7.17,б записуємо

рівняння рівноваги:

$$\Sigma F_{kx} = T_x \cos \beta_x - H = 0,$$

$$\Sigma F_{ky} = T_x \sin \beta_x - px = 0,$$

звідки

$$H = T_x \cos \beta_x$$

$$V_x = T_x \sin \beta_x = px. \quad (7.20)$$

Тобто, горизонтальна складова тяжіння постійна

(7.3) і дорівнює тяжінню у нижчій точці кривій провисання. Вертикальна складова дорівнює ваги проводу від нижчій точці O до точки M, яка розглядається (рис. 7.19).

Повне тяжіння проводу

$$T_x = \sqrt{H^2 + V_x^2} = \sqrt{H^2 + (px)^2}. \quad (7.21)$$

Тяжіння також можна знайти по горизонтальній складовій H:

$$T_x = H/\cos \beta_x, \quad (7.22)$$

де 
$$\cos \beta_x = H/T_x = H/\sqrt{H^2 + (px)^2}. \quad (7.23)$$

Формулу (7.20), враховуючи розкладення згідно бінома Ньютона і залежність  $p = \gamma F$ , можна записати так

$$T_x = H + \gamma F y. \quad (7.24)$$

При не однакої висоті точок закріплення проводу (рис. 7.19) знаходимо:

$$T_B = H + \gamma F f_B, \quad (7.25)$$

$$T_A = H + \gamma F f_A, \quad (7.26)$$

Якщо поділити останні формули на площу перерізу  $F$  проводу, то отримаємо відповідні напруження

$$\sigma_A = \sigma_0 + \gamma f_A; \sigma_B = \sigma_0 + \gamma f_B. \quad (7.27)$$

Розрахунки проводів ПЛ виконуються по напруженням у нижчій точці кривій провисання проводу. Згідно ПУЕ напруження в точках закріплення проводу можуть перевищувати допустимі напруження не більш, ніж на 10%. Тому при великих прольотах необхідно перевіряти напруження в точках закріплення проводу по формулам (7.27) і при необхідності зменшувати напруження в нижчій точці.

Вертикальні складові тяжіння при не однаковій висоті точок закріплення проводу знаходяться з (7.20) з урахуванням (7.13) і (7.14) зі співвідношень:

$$V_A = p \cdot (l/2 - H h / pl), \quad (7.28)$$

$$V_B = p \cdot (l/2 - H h / pl). \quad (7.29)$$

Значення тяжіння (7.25), (7.26) необхідні для розрахунків гірлянд ізоляторів, величина напружень  $\sigma_A, \sigma_B$  – формули (7.27) – для розрахунків проводу при великих прольотах. Для розрахунків опор необхідні значення горизонтальних  $H$  й вертикальних  $V$  складових тяжіння.

Довжина проводу в прольоті  $L$  (рис. 7.19) знаходиться згідно формули довжини дузі параболи:

$$L = l + 8f^2 / (3l). \quad (7.30)$$

Іноді зручно використовувати таку формулу довжини проводу

$$L = l + \gamma^2 f^3 / (24\sigma_0). \quad (7.31)$$

Формули (7.30), (7.31) дійсні приблизно й для прольотів, якщо точки кріплення проводу розташовані на різній висоті. Однак, при значній величині відношення  $h/l$  (рис. 7.19) необхідно множити довжину  $L$  на величину  $h^2/l$ .

### 7.6.2. Рівняння стану проводу. Критичні прольоти

Напруження й стріли провисання проводу змінюються в залежності від температури й навантаження. При підвищенні температури довжина проводу збільшується, стріла провисання також збільшується, а напруження зменшується. При зниженні температури довжина проводу зменшується – стріла провисання буде також зменшуватися, а напруження збільшуватись.

При намерзанні ожеледі вага проводу збільшується й також збільшується стріла провисання. Під впливом вітрових навантажень, які діють у горизонтальній площині, провід відхиляється й стріла провисання розташовується в похилій площині. При проектуванні ПЛ необхідно визначати напруження й стріли провисання в різних режимах роботи ПЛ. Для рішення цих завдань залежність напружень від навантаження й температури виражають рівнянням, яке називають *рівнянням стану проводу*.

Якщо визначити й порівняти зміну довжини проводу  $L$  (7.23) для різних значень приведенного навантаження  $\gamma$  з урахуванням впливу зміни напруження й температури, то можна одержати рівняння стану проводу, яке зв'язує напруження, навантаження і температуру в двох режимах:

$$\sigma - \gamma^2 El^2 / (24\sigma_0^2) = \sigma_{ex} - \gamma_{ex}^2 El^2 / (24\sigma_{ex}^2) - \alpha_t E(t - t_{ex}), \quad (7.32)$$

де  $\sigma, \gamma, t$  – відповідно напруження, приведенне навантаження і температура в шуканому режимі;  $\sigma_{ex}, \gamma_{ex}, t_{ex}$  – напруження, приведенне навантаження і температура у вихідному стані;  $E, l, \alpha_t$  – модуль пружності матеріалу проводу, прольот, коефіцієнт температурного подовження.

За допомогою рівняння (7.32) можна визначити напруження у проводі в будь-яких умовах, якщо відомі напруження, приведенне навантаження і температура у вихідному стані. Рівняння стану проводу можна записати так

$$\sigma^2 = D / (\sigma - B). \quad (7.33)$$

$$\text{Тут } B = \sigma_{\text{ex}} - \gamma_{\text{ex}}^2 El^2 / (24\sigma_{\text{ex}}^2) - \alpha_t E(t - t_{\text{ex}}) \quad (7.34)$$

$$D = \gamma^2 El^2 / 24. \quad (7.35)$$

ПУЕ встановлює для сталевалюмінієвих проводів допустимі напруження при найбільшому навантаженні, нижчій або середньорічній температурі.

Напруження, які діють у проводах і тросах при експлуатації ПЛ, повинні дорівнювати або бути менше допустимих напружень для цих режимів.

При обмежуванні напружень допустимими напруженнями для трьох вихідних режимів: найбільше навантаження, нижча або середньорічна температура, постає питання, який з цих режимів необхідно прийняти в якості вихідного при розрахунку проводів і тросів. Це питання вирішується шляхом обчислення так званих *критичних прольотів*.

*Критичний прольот* – це прольот, який обчислено з рівняння стану проводу (7.32) при умові, що напруження у проводі або тросі досягли значень допустимих напружень для двох з трьох вихідних режимів – найбільше навантаження, нижча або середньорічна температура.

Загальна формула для критичного прольоту для двох режимів I і II, які характеризуються допустимими напруженнями в проводі  $[\sigma]_I$ ,  $[\sigma]_{II}$ , приведеним навантаженням  $\gamma_I$ ,  $\gamma_{II}$  і температурою  $t_I$ ,  $t_{II}$  має вигляд:

$$l_k = \frac{\sigma_{II}}{\gamma_I} \sqrt{\frac{24[(\sigma_{II} - [\sigma]_I) / E + \alpha_t(t_{II} - t_I)]}{(\gamma_{II} / \gamma_I)^2 - (\sigma_{II} / \sigma_I)^2}}. \quad (7.36)$$

Таким чином, вихідний стан визначається за допомогою критичних прольотів, які шукаються для сталевалюмінієвих проводів і грозозахисних тросів з трьох режимів:

- режим нижчої температури (індекс “ – “; допустиме напруження  $[\sigma]$  – приведенне навантаження  $\gamma_1$ ; нижча температура  $t_-$ ),



- режим найбільшого навантаження ( $\gamma_7$  або  $\gamma_6$ ) при температурі ожеледі  $t_0$  (індекс «0»; допустиме напруження при ожеледі  $[\sigma]_0$ ; приведенне навантаження  $\gamma_{\max} - \gamma_7$  або  $\gamma_6$ ; температура ожеледі  $t_0$ ),

- режим середньорічної температури (індекс “E”; допустиме напруження  $[\sigma]_E$ ; приведенне навантаження  $\gamma_1$ ; середньорічна температура  $t_E$ ).

Критичні прольоти для сталевалюмінієвих проводів обчислюються за такими формулами:

$$\left. \begin{aligned} l_{1k} &= \frac{1}{\gamma_1} \sqrt{\frac{24[(\sigma]_0 - [\sigma]_E) / E + \alpha(t_0 - t_E)]}{1/[\sigma]_0^2 - 1/[\sigma]_E^2}} \\ l_{2k} &= [\sigma]_0 \sqrt{\frac{24\alpha_t(t_0 - t_E)}{\gamma_{\max}^2 - \gamma_1^2}} \\ l_{3k} &= \sqrt{\frac{24[(\sigma]_0 - [\sigma]_E) / E + \alpha_t(t_0 - t_E)]}{\gamma_{\max}^2 / [\sigma]_0^2 - \gamma_1^2 / [\sigma]_E^2}} \end{aligned} \right\} \quad (7.37)$$

Вихідний режим знаходиться зі співвідношення між критичними прольотами й заданим прольотом. Вибір вихідного режиму виконується за табл. 7.1.

### 7.6.3. Порядок розрахунку проводу (троса)

Розрахунки сталевалюмінієвих проводів і грозозахисного троса виконують за методом допустимих напружень у такий послідовності.

1) Обчислюємо приведенне навантаження (див. пункт 4) на провід (трос)  $\gamma_1 - \gamma_7$ .

2) Розраховуємо критичні прольоти (7.37).

3) По співвідношенню між критичними прольотами й заданим прольотом (таблиця 7.1) обираємо вихідний режим розрахунку – найбільш важкий режим, при якому напруження в нижніх точках провисання проводу дорівнюють допустимому напруженню.

4) З рівняння стану проводу обчислюємо у всіх необхідних режимах напруження в нижчих точках проводу (7.32-7.35) у прольоті й стрілу провисання (7.7-7.9).

5) Обчислюємо найбільше напруження в точках закріплення проводу на опорі:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{ex}} + \gamma_{\text{ex}} f_{\max} \cdot \quad (7.38)$$

Таблиця 7.1

| Співвідношення критичних прольотів   | Співвідношення заданого і критичних прольотів | Вихідний режим розрахунку        |
|--|---|----------------------------------|
| $l_{1к} < l_{2к} < l_{3к}$   | $l < l_{1к}$                                  | $[\sigma]_-; \gamma_1; t_-$      |
|  | $l_{1к} < l < l_{3к}$                         | $[\sigma]_E; \gamma_1; t_E$      |
|  | $l > l_{3к}$                                  | $[\sigma]_o; \gamma_{\max}; t_o$ |
| $l_{1к} > l_{2к} > l_{3к}$   | $l < l_{2к}$                                  | $[\sigma]_-; \gamma_1; t_-$      |
|  | $l > l_{2к}$                                  | $[\sigma]_o; \gamma_{\max}; t_o$ |
| $l_{1к} < l_{2к}$<br>$l_{3к} - \text{мнімий або}$<br>$l_{3к} \rightarrow \infty$ | $l < l_{1к}$                                  | $[\sigma]_-; \gamma_1; t_-$      |
|  | $l > l_{1к}$                                  | $[\sigma]_E; \gamma_1; t_E$      |
| $l_{2к} < l_{3к}$<br>$l_{1к} - \text{мнімий}$                                    | $l < l_{3к}$                                  | $[\sigma]_E; \gamma_1; t_E$      |
|  | $l > l_{3к}$                                  | $[\sigma]_o; \gamma_{\max}; t_o$ |

де  $f_{\max}$  – найбільше значення  $f_A$  або  $f_B$  з (3.7; 3.8),  $\sigma_{\text{ex}}$ ;  $\gamma_{\text{ex}}$  – напруження у нижчих точках проводу й відповідне приведенне навантаження у вихідному режиму.

Розрахунки проводів виконують завжди по напруженню в нижчих точках проводу, але найбільші напруження будуть у точках закріплення проводу. Згідно з ПУЕ перевищення напружень у точці підвісу в порівнянні з допустимим напруженням не повинні перевищувати 110% для сталевалюмінієвих проводів і 105% для алюмінієвих і сталевих проводів.

## 7.7. Прольоти повітряних ліній

Навантаження на конструкції ПЛ визначаються кліматичними умовами, до яких відносяться вітрові навантаження й навантаження при ожеледі, навантаження від ваги проводів, ізоляторів, арматури, тросів й ін.

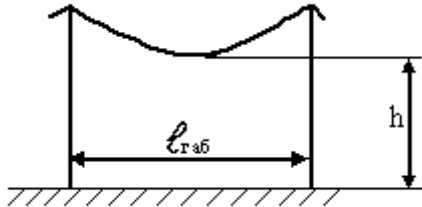


Рис. 7.20

Для розрахунку навантажень на опори та інші конструкції ПЛ використовують значення габаритних, вітрових і вагових прольотів.

*Габаритний прольот* ( $l_{габ}$ ) – прольот, довжина якого визначається найбільшою стрілою провисання проводу при забезпеченні габариту  $h$  – найменшої допустимої відстані до поверхні землі від нижчої точки проводу при розташуванні опор на ідеальній гладенькій поверхні (рис. 7.20). Якщо траса ПЛ проходить по рівній поверхні, то опори можна розміщувати на відстані не більше ніж значення габаритного прольоту.

*Вітровим прольотом* ( $l_{віпр(i)}$ ) – для „ $i$ ” опори зветься довжина ділянки ПЛ, з якої навантаження від вітру на проводи або троси переймається опорою (рис. 7.21):

$$l_{віпр(i)} = \left( l_{(i-1)} + l_{(i)} / 2 + [l_{(i-1)} (h_{(i-1)} / l_{(i-1)})^2 + l_{(i)} (h_{(i)} / l_{(i)})^2] / 4 \right). \quad (7.39)$$

Якщо опори розташовані на мало пересіченій місцевості, то можна приймати, що вітровий прольот дорівнює полусумі суміжних прольотів:

$$l_{віпр(i)} = l_{(i-1)} + l_{(i)} / 2. \quad (7.40)$$

*Ваговим прольотом* ( $l_{ваз(i)}$ ) зветься довжина ділянки ПЛ, з якого навантаження від ваги проводів й тросів переймається опорою:

$$l_{ваз(i)} = l_{(i-1)} + l_{(i)} / 2 + (\pm h_{(i-1)} / l_{(i-1)} \pm h_{(i)} / l_{(i)}) \sigma / \gamma, \quad (7.40a)$$

де  $h_{(i-1)}$ ,  $h_{(i)}$  – різниця висот суміжних опор – відповідно  $(i)^{й}$  і  $(i-1)^{й}$  та  $(i+1)^{й}$  і  $(i)^{й}$  опор; якщо суміжна опора розташована нижче, ніж опора для якої знаходиться ваговий прольот, то в (7.3) приймається знак „+”, а якщо

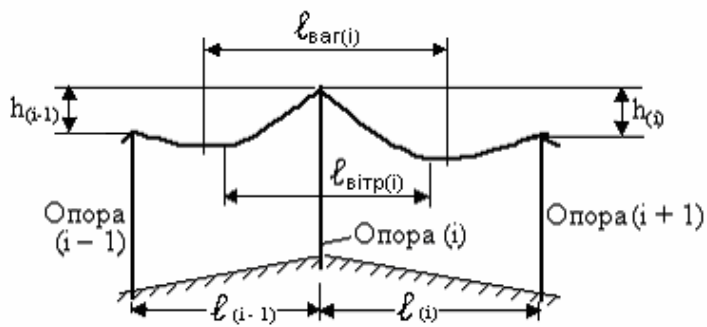


Рис. 7.21

### 7.8. Навантаження на елементи ПЛ. Розрахунок опор, ізоляторів, арматури ПЛ

Навантаження від власної ваги конструкцій, проводів, тросів й гірлянд ізоляторів, а також від тяжіння проводів і тросів при середньорічній температурі відносяться до *постійних навантажень*.

Навантаження від ваги ожеледі, тиску вітру, тяжіння проводу, троса понад їх значень при середньорічній температурі, а також монтажні навантаження відносяться до *короткочасних навантажень*.

Навантаження, які виникають при обриві проводів і тросів, а також навантаження при сейсмічних впливах відносяться до *особливих тимчасових навантажень*.

Навантаження на опори, ізолятори та арматуру ПЛ визначаються за допомогою вітрового (7.39), (7.40) і вагового (7.40,а) прольотів ПЛ і відповідних приведених навантажень.

Опори і фундаменти ПЛ розраховуються на сполучення навантажень, які діють в нормальних, аварійних і монтажних режимах роботи. Сполучення кліматичних і інших факторів при різних режимах роботи ПЛ ( дія вітру, вага ожеледі, зміна температури й ін.) визначаються згідно ПУЕ.

Нормативне вагове навантаження:

$$\text{вага проводу (тросу)} \quad G_1^H = \gamma_1 F l_{\text{ваг}}, \quad (7.41)$$

вище – то знак „-“;  $l_{(i-1)}$ ,  $l_{(i)}$  – суміжні прольоти до „і-ї“ опори;  $\sigma, \gamma$  – напруження й приведені навантаження проводу.

$$\text{вага проводу (тросу) з ожеледдю } G_3^H = \gamma_3 Fl_{ваз}, \quad (7.42)$$

Нормативне вітрове навантаження:

$$\text{на провід (трос) без ожеледі } P_4^H = \gamma_4 Fl_{вiмр}, \quad (7.43)$$

$$\text{на провід (трос) з ожеледдю } P_5^H = \gamma_5 Fl_{вiмр}. \quad (7.44)$$

Розрахункове навантаження визначається добутком нормативних навантажень на відповідні коефіцієнти перевантаження  $n$  (ПУЕ), які наведені в табл. 7.2.

Таблиця 7.2

| Найменування навантажень  | Коефіцієнти перевантаження |
|---|----------------------------|
| Від власної ваги будівельних конструкцій, проводів, тросів й устаткування ПЛ                                  | 1,1 (0,9)*                 |
| Від ваги ожеледі на проводах і тросах   | 2,0                        |
| Від ваги ожеледі на конструкції опори   | 1,3                        |
| Від тиску вітру на конструкції опори:<br>без ожеледі на проводах і тросах<br>при ожеледі на проводах і тросах | 1,2<br>1,0 (1,2)**         |
| Від тиску вітру на проводи й троси:<br>без ожеледі<br>при ожеледі   | 1,2<br>1,4                 |
| Горизонтальні навантаження від тяжіння проводів і тросів, які вільні від ожеледі або з ожеледдю               | 1,3                        |

\* Значення, котре вказано в дужках, використовується у випадках, коли зменшення вертикального постійного навантаження погіршує умови роботи конструкції.

\*\* Значення, котре вказано в дужках, використовується у випадках урахування ожеледі на конструкціях опори.

### ***Розрахунок опор***

Нормативні навантаження на опори від проводів і тросів обчислюються згідно (7.41) – (7.44). Нормативні вертикальні навантаження від власної ваги опор приймаються по конструктивним розмірам елементів опор за їх кресленнями. Також ураховуються навантаження від ваги

монтера з монтажними пристроями. Нормативний тиск вітру знаходиться як сума статичної й динамічної складових навантаження.

Нормативне значення повного навантаження з урахуванням статичної й динамічної складових навантаження дорівнює:

$$P^H = c_x \cdot q_0 \cdot \beta S, \quad (7.45)$$

де  $c_x$  – коефіцієнт лобового опору (таблиці СНіПа),  $q_0$  – нормативний швидкісний напір вітру для даного кліматичного району (ПУЕ);  $\beta$  – коефіцієнт динамічності, який для сталевих вільно розташованих опор дорівнює 1,5, для опор з відтягненнями 1,65, для вільно стоячих порталних опор 1,6, для залізобетонних опор  $\beta = 1$ ;  $S$  – площа проекції конструкції на площу, яка перпендикулярна напрямку вітру.

Далі визначаються розрахункові навантаження на елементи ПЛ у відповідному режимі і згідно розрахункової схеми перевіряється міцність опори.

Усі одне стоякові опори без відтягнення – це консолі, які закріплені у ґрунті. Під дією системи горизонтальних і вертикальних навантажень  $G_i$ ,  $P_i$  опора деформується (рис. 7.22) – відхиляється від вертикалі. Розрахунковий згинаючий момент  $M_{pi}$ , який діє в перерізі стійки з координатами  $x$ ,  $y$ , обчислюється з урахуванням вертикальних  $G_i$ , горизонтальних  $P_i$  сил і моментів  $M_i$  вертикальних сил, прикладених з ексцентриситетом.

Розроблена спрощена методика розрахунку уніфікованих залізобетонних опор. Згідно цієї методики обирається тип опори по відповідним параметрам. При цьому, враховується напруга мережі, район по ожеледі, марка проводу, вид опори – проміжна, анкерна або анкерна – кутова.

Обчислюється розрахункове навантаження на опору – вагове й вітрове і складається розрахункова схема.

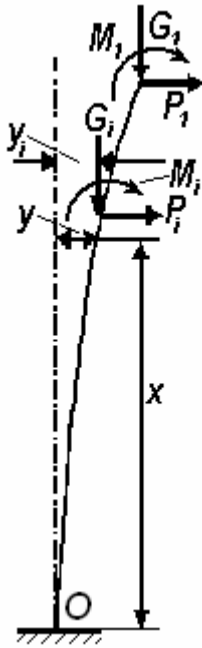


Рис. 7.22

Розраховується найбільший розрахунковий згинаючий момент  $M_p$  у защемлені опори методом послідовних наближень з урахуванням деформації опори.

Перевіряється для прийнятої опори виконання умови міцності:

$$[n] \cdot M_p \leq M_{мц}, \quad (7.46)$$

де  $[n] = 1,25$  – допустимий коефіцієнт запасу міцності,  $M_{мц}$  – граничний момент міцності опори, який знаходять з каталогу опор.

При виконанні умови міцності опора застосовується у проєкті, а в разі коли умова міцності не виконується приймаються необхідні заходи – обирається інша опора, або зменшуються прольоти (при цьому також зменшуються вагові й вітрові навантаження).

### ***Перевірка міцності підвісних ізоляторів і лінійної арматури***

По напруженню мережі обирається тип ізоляторів або відповідної арматури.

Розраховується нормативне навантаження на ізолятори або на арматуру:

- для підтримуючих гірлянд на проміжних опорах, що несуть тільки масу проводу, ожеледі й тиск вітру, нормативне навантаження знаходиться згідно з формулами (7.42), (7.44) і для підтримуючих гірлянд і відповідної арматури враховується також вага гірлянди ізоляторів;

- для натяжних гірлянд на анкерних і кутових опорах, що сприймають додатково тяжіння проводів, нормативне навантаження знаходиться згідно з формулами (7.25) і для гірлянд і відповідної арматури враховується вага гірлянди ізоляторів.

Визначається найбільше розрахункове навантаження  $P_{\max}$  у відповідному режимі – нормальному, режиму середньорічної температури й аварійному режимі.

Перевіряється виконання умови міцності

$$n = P_P / P_{\max} \geq [n], \quad (7.47)$$

де  $P_P$  – руйнуюче навантаження для обраного типу ізоляторів згідно з каталогом;  $n$ ,  $[n]$  – коефіцієнти запасу міцності й допустимий коефіцієнт запасу міцності згідно ПУЕ.

### ***Перевірка міцності елементів траверс***

Визначаються розрахункове навантаження на траверси у відповідному режимі. При розрахунку в нормальному режимі враховується вагове ( власна вага й вага ожеледі), вітрове навантаження на провід і на провід з ожеледдю й тяжіння проводу для анкерних і кутових опор. В аварійному режимі (обірвано один або кілька проводів – розглядається гірший варіант) і навантаження, відповідно ПУЕ, приймається для режиму середньорічної температури. Ураховується тяжіння проводу, який залишився, для усіх опор, або нормальний режим для анкерних і кутових опор.

Згідно з розрахунковою схемою обчислюються внутрішні силові фактори в елементах траверси: при розтягу – стиску - поздовжня сила  $N$ ; при згині - згинальні моменти  $M$ .

З умов міцності визначаються розміри перерізу елемента:

$$\text{при розтягу } \sigma = N_{\max} / F \leq [\sigma], \quad (7.48)$$

$$\text{при стиску } \sigma = N_{\max} / (\phi F) \leq [\sigma], \quad (7.49)$$

$$\text{при згині } \sigma = N_{\max} / W_X \leq [\sigma], \quad (7.50)$$

де  $F$  – площа перерізу елемента;  $[\sigma]$  – допустиме напруження;  $\phi$  – коефіцієнт повздовжнього згину, який залежить від гнучкості елемента  $\lambda$ ;  $W_X$  – осьовий момент опору перерізу.



## 7.9. Проектування повітряних ліній

Проектування ПЛ виконується у такий послідовності.

*Першим етапом* виконуються електричні розрахунки енергопостачання й обґрунтовується необхідність спорудження ПЛ. При цьому визначається напруга лінії й необхідний переріз проводів (у даному курсі не розглядається).

*Наступний етап* – вишукування, при яких вибирається траса ПЛ, уточнюються кліматичні умови в районі траси, роблять топографічну зйомку, знімають поздовжній профіль траси ПЛ і визначають геологічні умови для закріплення опор у ґрунті й вибору фундаментів. Вибір оптимальної траси, що забезпечує найбільшу економічність спорудження ПЛ – один з відповідальних етапів проекту.

Для ліній від 1 до 20 кВ, що споруджують із невеликими прольотами, профіль траси ПЛ, як правило, не складається.

Для ліній на рівній місцевості можна проектувати й лінії більш високих напруг без складання поздовжнього профілю траси.

Спочатку виконується вибір траси на карті, потім огляд траси ПЛ на місцевості. При виборі траси ПЛ повинні бути враховані умови доставки матеріалів на трасу ПЛ і звертається увага на перетинання й зближення ПЛ із дорогами, іншими ПЛ, лініями зв'язку й ін.

Звичайно, розглядається два або більше варіанти траси ПЛ. З досвіду відомо, що питома вартість 1 км лінії в гірських умовах приблизно в два рази, а на болотистих ґрунтах в 1,5 рази вище, ніж на мало пересіченій місцевості. Особлива увага повинна бути звернена на вибір зручних місць переходів через ріки, трубопроводи, інженерні спорудження, залізниці, шосе й великі водні перешкоди. Так, питома вартість переходу через ріку може бути більше вартості 10 км звичайної лінії.

Сполучення кута повороту траси із точкою установки перехідної опори вкрай небажано, тому що в цьому випадку необхідно встановлювати високу анкерно-кутову опору великої маси (і великої вартості).

Переходи через залізниці, шосе 1-й категорії повинні бути обмежені анкерними опорами. У цьому випадку доцільне сполучення кута повороту траси із точкою установки перехідної анкерної опори.

Перетинання й зближення двох ПЛ бажано виконувати ближче до середини пересічного прольоту – 2, а опору верхньої лінії 1, встановлювати ближче до нижньої пересічної ПЛ – 2 (рис. 7.23).

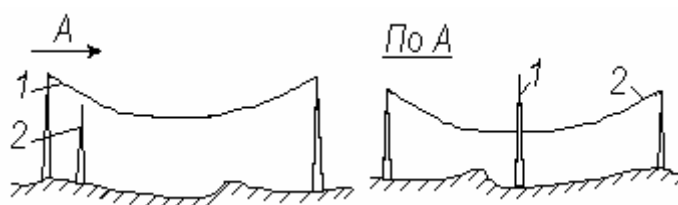


Рис. 7.23

Лінії більше високої напруги 1 повинні бути вище ніж лінії більш низької напруги 2. При цьому повинні бути витримані

нормовані відстані між проводами згідно ПУЕ.

### ***Профіль траси***

На поздовжньому профілі траси ПЛ позначають пересічні перешкоди й інженерні спорудження – указують відмітку полотна доріг, для пересічних ПЛ і ліній зв'язку – число проводів і їхні відмітки; для рік – відмітку рівня води.

Тут же показують геологічний розріз по трасі – залягання різних ґрунтів, підземних вод і їхньої відмітки.

### ***Вимоги до проекту ПЛ***

*При проектуванні повинні бути враховані:*

1) Відстані від проводів до землі, перешкод й інженерних споруд, які повинні відповідати ПУЕ. Тобто, повинні бути витримані найменші габаритні відстані до поверхні землі від нижчої точки проводу, які нормовані ПУЕ для відповідної місцевості й заданої напруги лінії (див. рис. 7.1).

2) Навантаження, яке сприймають опори, не повинно перевищувати значень, прийнятих у розрахунках опор відповідних типів.

Варто уникати розташування опор на місцях, що вимагають складних фундаментів – наприклад, болотиста місцевість.

На рівній поверхні траси опори можна встановлювати на відстані габаритного прольоту не виконуючи перевірку габаритної відстані до поверхні землі від нижчої точки проводу (див. рис. 7.20). Для пересіченої і гірській місцевості розташування опор виконується за допомогою шаблону.

При проектуванні рекомендується застосовувати уніфіковані опори, для яких установлена область застосування: напруга лінії, кількість кіл, райони по ожеледі, діапазон марок проводів, марки грозозахисних тросів.

При виборі опори враховується розташування проводів на опорі.

З погляду електричних процесів бажано мати симетричне розташування проводів (у кутах рівностороннього трикутника). Однак, на лініях з підвісними ізоляторами доводиться розташовувати один провід над іншими. Це дає ймовірність замикання проводів при «танці». За цих міркувань зручно застосовувати горизонтальне розташування проводів (портальні опори – рис. 7.4,в). Однак такі опори значно дорожчі, тому що мають два стояки. Тому, звичайно, застосовують однеколові опори, які мають розташування проводів у кутах нерівностороннього трикутника, а на двухколові у вигляді бочки (рис. 7.4,а,б).

Кріплення проводів і тросів до підвісних ізоляторів виконується за допомогою підтримуючих або натяжних затискачів. Підтримуючі затискачі для підвіски проводів можуть бути глухими або з обмеженим защемленням. Рекомендується використання глухих затискачів. Підвіску грозозахисних тросів на опорах необхідно виконувати тільки за допомогою глухих затискачів.

Механічний розрахунок проводів і грозозахисних тросів ПЛ напругою вище 1000 В повинен виконуватися згідно ПУЕ при наступних умовах:

- 1) при найбільшому навантаженні,
- 2) при нижчій температурі й відсутності тимчасових навантажень,
- 3) при середньорічній температурі й відсутності тимчасових навантажень.

Напруження, що виникають у точках закріплення алюмінієвих і сталевих проводів не повинні перевищувати 105% значень напружень, що допускаються.

Для сталеалюмінієвих проводів напруження в точках закріплення проводів повинні становити не більше 110% напружень, що допускаються.

На ПЛ із підвісними ізоляторами повинні бути захищені від вібрації:

- одиночні алюмінієві й сталеалюмінієві проводи та проводи з алюмінієвого сплаву:

- перерізом до 95 мм<sup>2</sup> у прольотах більше 80 м;
- перерізом до 120-240 мм<sup>2</sup> у прольотах більше 100 м;
- перерізом 300 мм<sup>2</sup> і більше в прольотах більше 120 м;
- сталеві проводи й троси в прольотах більше 120 м.

- При проходженні ПЛ по відкритій рівній місцевості, якщо механічні напруження при середньорічній температурі становить більше:

- для алюмінієвих проводів – 35 МПа;
- для сталеалюмінієвих проводів – 40 МПа;
- для сталевих проводів і грозозахисних тросів – 180 МПа.

При проходженні ПЛ по сильно пересіченій місцевості, а також по рідко або низькорослому (нижче висоти підвіски проводів) лісу довжина прольотів і значення напруг, при перевищенні яких необхідний захист від вібрації, збільшується на 20% .

- проводи розщепленої фази, що складаються з двох проводів у фазі при прольотах більше 150 м;

- При проходженні ПЛ по відкритій рівній місцевості, якщо механічні напруження при середньорічній температурі становить більше:

- для алюмінієвих проводів 40 МПа;
- для сталелегалюмінієвих проводів 45 МПа.

При проходженні ПЛ по сильно пересіченій місцевості, а також по рідко або низькорослому (нижче висоти підвіски проводів) лісу довжина прольотів і значення напруг, при перевищенні яких необхідний захист від вібрації, збільшується на 10%.

- Проводи й грозозахисні троси при перетинанні рік, водоймищ із прольотами більше 500 м. При цьому захисту від вібрації підлягають всі прольоти ділянки переходу.

ПЛ 110-500кВ повинні бути захищені від прямих ударів блискавки по всій довжині.

Припускається спорудження ПЛ 110-500 кВ без тросів:

- 1) У районах із числом грозових днів у році менш 20.
- 2) На окремих ділянках ПЛ у районах з погано провідними ґрунтами ( $\rho \geq 10^3$  ом/м).
- 3) На ділянках траси ПЛ у районах, де товщина стінки ожеледі більше 20 мм.

На ПЛ повинні бути заземлені:

- опори, що мають грозозахисний трос або інші пристрої грозозахисту;
- залізобетонні й металеві опори напругою 3-35кВ;
- опори, що мають силові трансформатори, роз'єднувачі й інші апарати;
- залізобетонні й металеві опори напругою 110-500кВ без тросів й інших пристроїв грозозахисту.

## 7.10. Великі переходи

ПЛ звичайно, має безліч перетинань із різними об'єктами – шляхами, іншими ПЛ, лініями зв'язку, трубопроводами й великими водними перешкодами. Найчастіше перетинання з різними об'єктами здійснюється із застосуванням уніфікованих опор. Для перетинання з великими водними перешкодами найчастіше потрібне проектування, розробка й спорудження спеціальних перехідних конструкцій.

У ПУЕ великі переходи визначаються як перетинання судноплавних рік, проток, каналів, на яких устанавлюються опори висотою більше 50 м, а також перетинання будь-яких водних просторів із прольотом більше 700 м незалежно від висоти опор. Великі переходи можуть бути однопрогоновими й багатопрогоновими.

Опори й фундаменти великих переходів є значними інженерними спорудженнями, а ізоляція й арматура для підвіски проводів – складними комплексами з ізоляторів і сполучних деталей. Особливу складність представляє спорудження опор і фундаментів опор, які можна зрівняти з будівництвом мостових опор. Вартість 1 км переходу в кілька раз (іноді в десятки раз) більше вартості 1 км самої лінії. Особливо ця різниця велика для ліній 35-220 кВ. Тому вибір схеми й конструкції великих переходів дуже важливі.

Насамперед вартість великих переходів залежить від правильного вибору створу переходу. Часто найкраще місце виявляється осторонь від траси ПЛ, але воно може забезпечити найбільшу економічність рішення, незважаючи на деяке подовження ПЛ. Згідно ПУЕ на великих переходах з регулярним судноплавством повинні встановлюватися опори анкерного типу (кінцеві опори). Тому міцність ділянки переходу не залежить від міцності інших ділянок лінії.

**Однопрогоновий перехід через р. Ангару ПЛ 110 кВ (рис. 7.24).**

Перехід збудовано за схемою К – К – дві кінцеві опори, які обмежують прольот. Довжина прольоту 1100м.

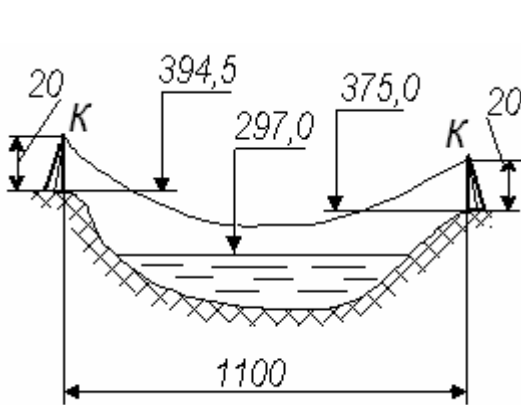


Рис. 7.24

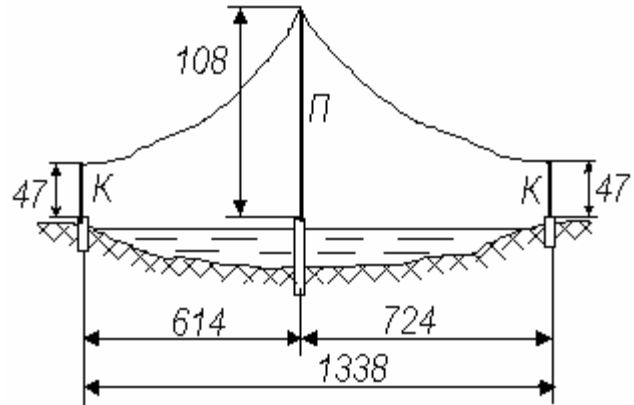


Рис. 7.25

Проводи сталеві С-300. Висота кінцевих опор 20 м, маса кожної опори 40 т. Відносно невелика вартість переходу пояснюється вдалим вибором створу переходу з великою висотою берегів.

**Двопрогінний перехід через р. Даугава (рис. 7.25)** побудовано за схемою К – П – К – дві кінцеві і одна проміжна опори. Перехідна опора встановлена в заплаві ріки.

Довжина прольотів 614 і 724 м. Проводи АС-300/204, маса перехідної проміжної опори 192 т, висота 108м.

**7.11. Розрахунок тяжіння проводів і тросів в аварійних режимах**

*Під аварійним режимом розуміють стан ПЛ при повністю або частково обірваних проводах і тросах. Ушкодження лінії може відбутися при дії зовнішніх навантажень, що перевершують розрахункові – наприклад, намерзання ожеледі, вага якої значно перевищує розрахункові значення, ушкодження проводів у затискачах при монтажі, при вібрації проводів та ін.*

Якщо анкерна ділянка складається з одного прольоту, то з боку проводів у суміжних прольотах на опори діють зусилля, які дорівнюють повному тяжінню проводів, що залишилися. У цьому випадку анкерна опора розраховується на ці розрахункові зусилля.

Якщо ж анкерна ділянка складається з декількох прольотів, то при обриві проводу в одному із цих проміжних прольотів на проміжні опори передаються зусилля, рівні тяжінню проводів, що залишилися. Однобічне тяжіння викликає відхилення гірлянди ізоляторів, що приводить до ослаблення тяжіння по проводам, що залишилися цілими.

Відбувається також відхилення опор у бік тяжіння проводів, що залишилися. Зміна тяжіння проводів зветься редукацією, а нове тяжіння *редукованим*.

Метою розрахунку аварійного режиму ПЛ є визначення редукованого тяжіння. Це тяжіння дозволяє визначити нормативні навантаження на проміжну опору в аварійному режимі й використовується при розрахунку проміжної опори. При конструюванні нових опор величина редукованого тяжіння використовується в якості вихідних даних по навантаженнях на опору. Якщо використовуються уніфіковані опори, то редуковане тяжіння порівнюють із найбільшим, по якому виконувався розрахунок обраного типу уніфікованих опор.

Крім того, по редукованому тяжінню визначають стріли прогину й перевіряють габарит проводу до землі й пересічних споруджень.

Редуковане тяжіння залежить від матеріалу й конструкції опори, типу ізоляторів, навантаження на провід і величини прольоту.

Розрахунок проводів в аварійному режимі виконується для таких кліматичних умов (табл. 7.3).

За режимами 1 і 2 знаходять найбільше навантаження, що діє на анкерні опори при обриві проводу. Таке навантаження може виникнути при ожеледі або при найменшій температурі. Режим 3 використовують для



розрахунку проміжних опор, визначення стріл прогину й перевірки габариту проводу до землі й пересічних споруджень.

Таблиця 7.3

| Сполучення кліматичних умов |                                 |                      |   |
|-----------------------------|---------------------------------|----------------------|---|
| №                           | Температура $t^{\circ}\text{C}$ | Вітрові навантаження | Навантаження від ожеледі  |
| 1                           | Ожеледі $t_0 = -5^{\circ}$      | Відсутні             | Провід та троси покриті ожеледдю ( $\gamma_3 = \gamma_1 + \gamma_2$ ) |
| 2                           | Найменша $t_{\text{н}}$         | Відсутні             | Відсутні ( $\gamma_2 = 0$ )   |
| 3                           | Середньорічна $t_E$             | Відсутні             | Відсутні ( $\gamma_2 = 0$ )   |

Проміжні опори з підвісними ізоляторами розраховуються на умовні зусилля при обриві тих проводів і тросів, які дають найбільший згинаючий або крутний момент на опорі.

Розрахунок проміжних опор виконується при середньорічній температурі й при обліку власної ваги ( $t_E, \gamma_1$ ) для наступних умов:

- Обірвано один провід, а троси не обірвані.
- Обірвано один трос, проводи не обірвані.

Для уніфікованих опор перевірка зводиться до порівняння знайденого при проектуванні лінії редукованого тяжіння з нормативним тяжінням при обриві проводу, на яке була розрахована уніфікована опора.

Величина найбільшого тяжіння проводу

$$T_{\max} = [\sigma] \cdot F, \quad (7.51)$$

де  $[\sigma]$  – найбільше напруження, що допускається, для даної марки проводу,  $F$  – найбільший переріз проводу з усього діапазону перерізів, для якого може бути застосована дана уніфікована опора.

Редуковане тяжіння

$$T_{\text{ред}} = K \cdot T_{\max}, \quad (7.52)$$

де  $K = 0,25 \dots 0,5$  – коефіцієнт редукації, що є залежним від числа проміжних прольотів анкерованої ділянки, що залишилися цілими.

При перетинанні ПЛ із залізницями, шосе, іншими лініями ПЛ, лініями зв'язку й ін. перевіряється відстань від нижніх проводів до пересічного спорудження й порівняння цих відстаней із відстанями, що допускає ПУЕ.

Відстань від проводу (рис. 7.26) до пересічної споруди

$$h = h_0 - h_c - f_1, \quad (7.53)$$

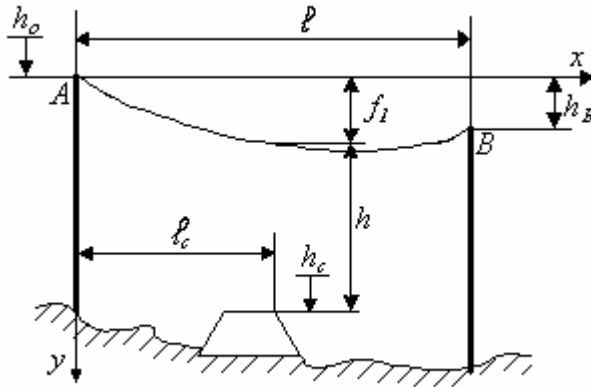


Рис. 7.26

де  $h_0$  – висотна оцінка точки підвісу нижнього проводу;  $h_c$  – висотна оцінка верхньої частини інженерної споруди на профілі траси;  $f_1$  – стріла прогину проводу в місці перетинання, що визначається з рівняння провисання проводу в системі координат  $xAy$  (рис. 7.26):

$$f_1 = \gamma l_c \cdot (l - l_c) / (2\sigma) + l_c \cdot h_B / l, \quad (7.54)$$

$\gamma, \sigma$  – у **нормальному режимі** це приведенне навантаження й напруження у проводу, що відповідають режиму найбільшої стріли прогину – це режим вищої температури ( $t_{\max}, \gamma_1$ ) або режим ожеледі без вітру ( $t_0, \gamma_3$ );  $l_c$  – координата місця перетинання;  $h_B$  – вертикальна координата точки підвісу нижнього проводу на наступній опорі В;  $l$  – проліт.

В **аварійному режимі** стрілу прогину  $f_1$  у місці перетинання ПЛ визначають для режиму середньорічної температури  $t_E$  при відсутності вітру й ожеледі ( $\gamma_1$ ) з використанням редукованого тяжіння. При цьому

$$\sigma_{ред} = \sigma_E K, \quad (7.55)$$

де  $\sigma_E$  – напруження проводу для середньорічної температури  $t_E$ ,  $K$  – коефіцієнт редуції, що є залежним від числа проміжних прольотів анкерованої ділянки, що залишилися цілими.

При обриві проводу в суміжному з перетинанням прольоті при одному прольоті, що залишився цілим, коефіцієнт редуції визначається таким чином (рис. 7.27;  $A$  – анкерна опора;  $\Pi$  – проміжна опора;  $C$  – споруда або перешкода):

$$K_1 = [1 / \sqrt{1 + 0,375 \lambda_{cip} (l_1 + l_{np}) / (2f_E^2)}] + 0,01. \quad (7.56)$$

При обриві проводу в суміжному з перетинанням прольоті при шести цілих прольотах, що залишилися, коефіцієнт редуції визначається формулою (рис. 7.28):

$$K_6 = [1 / \sqrt{1 + (\lambda_{cip} / f_E) (\sqrt[3]{l_{np} / f_E})} - 0,1. \quad (7.57)$$

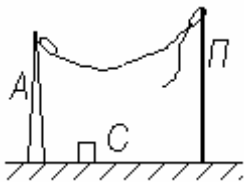


Рис. 7.27

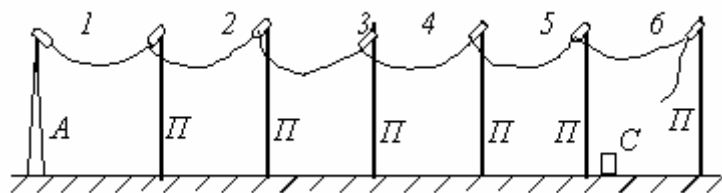


Рис. 7.28

При двох, трьох, чотирьох і п'яти цілих прольотах, що залишилися, коефіцієнт редуції відповідно визначається так:

$$\begin{aligned} K_2 &= (K_1 + K_6) / 2, & K_3 &= (K_1 + 3K_6) / 4, \\ K_4 &= (K_1 + 7K_6) / 8, & K_5 &= (K_1 + 15K_6) / 16, \end{aligned} \quad (7.58)$$

де  $\lambda_{cip}$  – довжина гірлянди ізоляторів;  $l_1$  – фактична довжина першого прольоту;  $l_{np}$  – приведена довжина прольоту анкерної ділянки,

$$l_{np} = \sqrt{(\sum l_i^3) / (\sum l_i)}. \quad (7.59)$$

$f_E$  – стріла прогину при середньорічній температурі  $t_E$  при відсутності вітру та ожеледі, тобто приведене навантаження –  $\gamma_1$ .

Найменше редуковане тяжіння, а отже, і найбільша зміна стріли прогину, виникає тоді, коли між місцем обриву й анкерною опорою залишається один уцілілий проліт.

Для розрахунку переходу в **аварійному режимі важливо правильно вибрати розрахункову схему**. Для знаходження найбільшої стріли прогину

треба приймати розрахункову схему, у якій обрив проводу перебуває в прольоті, сусідньому із прольотом перетинання. Якщо перехід перебуває в п'ятому прольоті від анкерної опори й більше, то можна приймати розрахункову схему, що складається з п'яти вцілілих прольотів. При меншому числі прольотів до анкерної опори розрахункова схема приймається з фактичною кількістю прольотів. Якщо один проліт перетинається з декількома інженерними спорудами, то перевірка габаритів повинна виконуватися до кожного з них.

При обраній висоті опор ПЛ відстані до пересічних інженерних споруджень можуть виявитися менше припустимих. У цьому випадку повинні бути розроблені відповідні заходи. Насамперед варто спробувати збільшити габарити шляхом переміщення опори проєктованій лінії ближче до місця перетинання й за рахунок цього зменшити стрілу прогину над інженерним спорудженням.

У ряді випадків допускається перебудова пересічних ПЛ і ліній зв'язку шляхом зниження опор або прокладки цих ПЛ у підземні кабелі. Може виявитися доцільно застосування підвищених опор проєктованої лінії в місці перетинання.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бать М.И., Джанилидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1. – М.: Наука, 1984. – 504 с.
2. Бугаєнко Г.О. Курс теоретичної механіки. – К.: Вища школа, 1968. – 409 с.
3. Бутенин Н.В. Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – Т. 1. – М.: Наука, 1985. – 240 с.
4. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч. 1. – М.: Наука, 1967. – 468 с.
5. Воронков И.М. Курс теоретической механики. – М.: Наука, 1966. – 596 с.
6. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. – М.: Наука, 1966. – 300 с.
7. Гернет М.М. Курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1981. – 303 с.
8. Глонь О.А. Основы теоретической механики. – К.: ВКЦ «Софія», 1997. – 144 с.
9. Добронравов В.В., Никитин Н.Н., Дворников А.Л. Курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1974. – 528 с.
10. Кильчевский Н.А., Ремизова Н.И., Кильчевская Е.Н. Основы теоретической механики. – К.: Вища школа, 1986. – 296 с.
11. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Т. 1. – М.: Наука, 1977. – 456 с.
12. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Т. 1. – М.: Наука, 1984. – 352 с.
13. Павловский М.А. Теоретична механіка. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
14. Павловский М.А., Акинфиева Л.Ю., Бойчук О.Ф. Теоретическая механика. – Ч. 1. – К.: Вища школа, 1985. – 351 с.
15. Попов М.В. Теоретическая механика. – М.: Наука, 1986. – 335 с.
16. Савин Г.Н., Путята Т.В., Фрадлин Б.Н. Курс теоретической механики. – К.: Вища школа, 1973. – 359 с.
17. Старжинский В.М. Теоретическая механика. – М.: Наука, 1980. – 464 с.
18. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механки. – М.: Высш. шк., 2001. – 416 с.
19. Романенко Л.Г. Теоретична механіка: навч. пос. для технічних ВУЗів / Л.Г. Романенко, В.Г. Солодов. – Харків: ХДАДТУ, 2000. – 268 с.
20. Турбін Б.І. Теоретична механіка. – К.: Держсільгоспвидав УРСР, 1962. – 373 с.
21. Шпачук В.П., Золотов М.С., Рубаненко О.І., Гарбуз А.О.

Теоретична механіка: Навчально-методичний посібник для студентів технічних спеціальностей і завдання для контрольних робіт студентів факультету післядипломної освіти. – Харків: ХДАМГ, 2001. – 124 с.

22. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. – Ч. 1. – М.: Высш. шк., 1984. – 344 с.

23. Шпачук В.П., Жуков В.Ф. Методичні вказівки до курсового проекту “Механічний розрахунок повітряних ліній електропередач”. – Харків: ХДАМГ, 2002.

24. Сірий О.М., Шестеренко В.Е. Розрахунки при проектуванні та реконструкції систем електропостачання промислових підприємств. – К., 1993.

25. Правила технічної експлуатації електроустановок споживачів. – К., 2007.

26. Прикладна механіка. – К., 2004.

27. Правила безпечної експлуатації електроустановок споживачів. ДНАОП 0.00-1.21-98. – К., 2004.

28. Справочник по проектированию линий электропередачи/ Вяземский М.Б. и др. Под ред. Реута М.А. – М.: Энергия, 1980.

29. Крюков К.П., Новгородцев Б.П. Конструкции и механический расчет линий электропередач. – М.: Энергия, 1979.

30. Кесельман Л.М. Основы механики воздушных линий электропередачи. – М.: Энергоатомиздат, 1992.

31. Правило устройства электроустановок. Разд. II. Канализация электроэнергетики. – 5 изд. – М.: Атомиздат, 1978.

32. Правила устройства электроустановок. – 6 изд. – М.: Энергоатомиздат, 1986.

33. Жуков В.Ф., Бакуменко П.В. К вопросу упрощенного расчета унифицированных железобетонных свободностоящих опор // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2001. – Вип. 30.

Навчальне видання

**ШПАЧУК** Володимир Петрович,  
**ЗОЛОТОВ** Михайло Сергійович,  
**СКЛЯРОВ** В'ячеслав Олександрович

Конспект лекцій з курсу «Технічна механіка». Розділ II. Розрахунок на міцність повітряних ліній електропередач (для студентів денної і заочної форм навчання бакалаврів за напрямом 6.050701 «Електротехніка та електротехнології»)

*В авторській редакції*

Комп'ютерний набір та верстання *О. В. Мамаєва*

План 2011, поз. 115Л

---

Підп. до друку 04.08.11 р.  
Друк на ризографі.  
Зам. №

Формат 60x84 1/16  
Ум. друк. арк. 8,88  
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:  
Харківська національна академія міського господарства,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи: ДК № 4064 від 12.05.2011