Міністерство освіти і науки України Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара

О. О. Дробахін, В. В. Гнатушенко, В. Д. Рябчій, Д. Ю. Салтиков

# НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК ДО ВИВЧЕННЯ КУРСУ "ТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОНІКА НВЧ"

# ОСНОВИ ТЕОРІЇ МІКРОХВИЛЬОВИХ КІЛ

Дніпропетровськ РВВ ДНУ 2011 УДК 621.396 Рецензенти: д-р техн. наук, проф. В. М. Корчинський H 15 д-р фіз.-мат. наук, старш. наук. співроб. С.В.Плаксін

Н 15 Навчальний посібник до вивчення курсу "Техніка та електроніка НВЧ". Основи теорії мікрохвильових кіл [Текст] / О. О. Дробахін, В. В. Гнатушенко, В. Д. Рябчій, Д. Ю. Салтиков. – Д.: РВВ ДНУ, 2011.– 76 с.

Наведено відомості з теорії мікрохвильових кіл. Розглянуто методи теорії довгих ліній і багатополюсників НВЧ для аналізу й синтезу мікрохвильових ліній передачі. До кожної теми запропоновано тести для самостійної роботи.

Для студентів ДНУ, які навчаються за напрямком підготовки "Прикладна фізика". Видання також може бути корисне для всіх, хто цікавиться технікою НВЧ діапазону.

Темплан 2011, поз. 10

Навчальне видання

Олег Олегович Дробахін Володимир Володимирович Гнатушенко Володимир Денисович Рябчій Дмитро Юрійович Салтиков

### Навчальний посібник до вивчення курсу "Техніка та електроніка НВЧ" Основи теорії мікрохвильових кіл

Редактор А. Я. Пащенко Техредактор Л.П. Замятіна Коректор Н. В. Казанцева

Підписано до друку 27.01.11. Формат 60×80/16. Папір друкарський. Друк плоский. Ум. друк. арк. 4,4. Обл. - вид. арк. 3,7. Ум. фарбовідб. 4,4. Тираж 200 пр. Зам. №

РВВ ДНУ, просп. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010. Друкарня ДНУ, вул. Наукова, 5, м. Дніпропетровськ, 49050

> © Дробахін О. О., Гнатушенко В.В., Рябчій В. Д., Салтиков Д. Ю., 2011

Сучасному стану розвитку телекомунікацій характерне широке впровадження бездротових технологій. У мобільному радіозв'язку, радіолокації, радіонавігації, радіометрії, бездротових комп'ютерних мережах тощо передачу інформації здійснюють за допомогою електромагнітних хвиль, які належать практично всьому діапазону мікрохвильового випромінювання, тобто відповідні довжини хвиль мають межі від дециметрів до міліметрів, а частоти – від 3 до 300 ГГц.

Перехід телекомунікаційних радіосистем до мікрохвильового діапазону пов'язаний із такими перевагами. Зі збільшенням частоти з'являється можливість концентрації електромагнітного випромінювання у вузький спрямований промінь. Якщо довжина хвилі значно менша за геометричні розміри антенно-фідерних пристроїв, то застосування гостроспрямованого випромінювання забезпечує зменшення взаємних завад радіосистем, які працюють одночасно. Крім того, мікрохвильового діапазону обумовлене високим завантаженням освоєння діапазонів більш довгих хвиль, у яких постійно збільшуються обсяги переданої Значна перевага мікрохвильового інформації. діапазону є його велика інформаційна місткість. У системах телекомунікацій цей факт дозволяє збільшити число передаваних каналів телефонного зв'язку і телерадіомовлення, організувати багатоканальну передачу широкосмугових сигналів із одночасним поліпшенням якості зв'язку.

Впровадження мікрохвильових технологій дозволяє уникнути ряду завад, притаманних випромінюванню низьких частот, оскільки зі зростанням частоти генерації зменшується спектральна щільність потужності всіх видів завад. Завдяки цьому в мікрохвильовому діапазоні можна приймати сигнали гранично низького рівня потужності.

Подальший розвиток бездротових телекомунікацій передбачає розробку та введення нових і вдосконалення вже існуючих мікрохвильових пристроїв і систем передачі інформації.

Основи побудови будь-яких пристроїв мікрохвильового діапазону грунтуються на теорії надвисокочастотних кіл, що й обумовлює актуальність її вивчення.

#### 1. Лінії передачі

*Лінією передачі* називають пристрій, який обмежує простір поширення електромагнітних хвиль і спрямовує потік електромагнітної енергії в заданому напрямку від джерела до навантаження. За допомогою неї відбувається передача потужності від генераторів до навантажень, перетворюються величини повних опорів навантажень, утворюються резонансні системи — об'ємні резонатори й коливальні контури з розподіленими параметрами. Відрізки ліній передачі застосовують для об'єднання окремих мікрохвильових пристроїв у єдину схему.

Лінію передачі називають *регулярною*, якщо вона прямолінійна й у поздовжньому напрямку не змінюються її поперечний переріз і електромагнітні властивості середовищ, які її заповнюють. Лінію передачі характеризують комплексною сталою поширення  $\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$ . Залежність електромагнітної хвилі, що біжить уздовж лінії передачі в напрямку збільшення координати z, описують виразом  $\exp(-\dot{\gamma} z)$ , якщо залежність від часу має вигляд  $\exp(j\omega t)$ . Коефіцієнт загасання  $\alpha$  (Нп/м) – величина, обернена відстані, яку повинна пройти хвиля вздовж регулярної лінії, щоб її амплітуда зменшилась у *е* разів. Такому загасанню відповідає 1 Нп (8,686 дБ). Стала поширення (фазова стала, хвильове число)  $\beta$  (1/м) чисельно дорівнює фазовому зсуву, якого зазнає хвиля під час проходження в регулярній лінії відстані одиничної довжини  $\beta = \frac{\omega}{v_{\pm}} = \frac{2\pi}{\Lambda}$ .

*Довжина хвилі* в лінії  $\Lambda$  дорівнює відстані, яку повинна пройти хвиля вздовж регулярної лінії, щоб її фаза змінилася на 360° (2 $\pi$  рад),  $\Lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_{\phi}}{f}$ .

Фазова швидкість  $v_{\phi}$ - швидкість переміщення фазового фронту хвилі (поверхні рівних фаз) у напрямку поздовжньої осі *z* регулярної лінії,  $v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta} = \Lambda f$ .

Лінію передачі називають *однорідною*, якщо поперечний переріз заповнений однорідним середовищем. У противному разі лінія *неоднорідна* (прикладом такої є лінія, яка складається з декількох поздовжніх шарів різних діелектриків). Фазова швидкість для неоднорідної регулярної лінії передачі єдина в усіх шарах. Для ліній передачі з *TEM*-хвилею вводять поняття ефективної діелектричної проникності є<sub>еф</sub>, яка чисельно дорівнює відношенню квадрата

швидкості світла у вакуумі до квадрата фазової швидкості в лінії  $\varepsilon_{e\phi} = \frac{c^2}{v_{\phi}^2}$ . Якщо

лінія заповнена поздовжньо-шаруватим діелектриком, а в ній поширюється *ТЕМ*хвиля, то  $\varepsilon_{r\min} < \varepsilon_{e\phi} < \varepsilon_{r\max} (\mu_r \equiv 1)$ , де  $\varepsilon_{r\min}$ ,  $\varepsilon_{r\max}$  відносні діелектричні проникності матеріалів шарів відповідно з найменшим та найбільшим значеннями. *Нерегулярна лінія передачі* – це лінія, у якій геометричні та(або) електромагнітні параметри являють собою функцію поздовжньої координати. До таких належать лінії з гофрованими поверхнями, лінії, перерізи яких заповнені поперечно діелектричними шарами.

Як правило, передача електромагнітної потужності по лінії відбувається хвилею одного типу. Найчастіше це – *хвиля основного типу* (основна хвиля), яка має найменшу критичну частоту в даній лінії передачі. Проте в деяких випадках перевагу надають хвилям вищих типів із критичною частотою, що перевищує частоту основної хвилі.

*Критичній частоті* в регулярних повністю екранованих лініях передачі відповідає частота, на якій стала поширення β дорівнює нулю. У регулярних лініях із частковим екрануванням, де можливе випромінювання, під критичною розуміють частоту, для якої рівні між собою сталі поширення хвилі в лінії і будьякої хвилі в оточуючому лінію просторі.

Під чіс добору лінії передачі необхідно врахувати структуру полів у джерелі та навантаженні, вимоги, що стосуються узгодження опорів джерела та навантаження, мінімального загасання в лінії (тобто ККД має бути близький до одиниці), відсутності електричного пробою та теплових деформацій, невикривленості форми спектра сигналу, який треба передати.

## 2. Основи теорії довгих ліній

Повний аналіз будь-яких електромагнітних систем повинен зводитися до розрахунку векторів електромагнітного поля, наприклад E і H, у кожній точці простору й у будь-який момент часу. Однак довести до кінця розв'язок системи рівнянь Максвелла вдається лише для систем із досить простою геометричною конфігурацією.

У ряді випадків усі необхідні для практики відомості про властивості електромагнітних систем і пристроїв уміщені в оцінках потужності, яка передається між окремими точками системи. Таку інформацію можна отримати не застосовуючи методи електродинаміки.

Якщо в складі системи можна виділити ті області простору, у яких сконцентрований переважно один із видів енергії, у разі наближеного розгляду кіл виділяють клас квазістаціонарних електричних кіл. Наприклад, конденсатор концентрує енергію електричного поля, а котушка – магнітного, у резисторі відбувається процес перетворення електромагнітної енергії на теплову, у джерелах (генераторах) енергія неелектромагнітного походження трансформується на енергію електромагнітного поля.

Електромагнітні системи, щодо яких неможливо застосувати умови квазістаціонарності, називають хвильовими (або системами з розподіленими параметрами).

Історично першим об'єктом вивчення стала лінія передачі, утворена двома паралельними провідниками, за умови, що довжина лінії порівнянна з довжиною хвилі. Такі лінії передачі назвали довгими.

Відрізок лінії передачі будемо розглядати як квазістаціонарний чотириполюсник. Його внутрішню структуру вибираємо таку, щоб можна було врахувати:

- накопичення енергії електричного й магнітного полів;
- перетворення частини енергії на тепло, викликане опором провідників і провідністю ізоляції.



У разі такого підходу кількісними характеристиками є погонна індуктивність  $L_1$  (Гн/м), погонна ємність  $C_1$  (Ф/м), погонний опір провідників  $R_1$  (Ом/м) і погонна провідність ізоляції  $G_1$  (См/м) (індекс "1" означає, що ці величини описують відрізок лінії одиничної довжини).

телеграфних рівнянь

Виведемо рівняння стану регулярної лінії передачі, застосовуючи комплексні амплітуди поздовжньою координатою. Будемо вважати, що

напруги  $\dot{U}(z)$  і струму  $\dot{I}(z)$  за поздовжньою координатою. Будемо вважати, що залежність від часу має вигляд  $\exp(j\omega t)$ . Подамо лінію як послідовне з'єднання відрізків довжиною  $\Delta z$  кожен, за умови  $\Delta z \rightarrow 0$  такі чотириполюсники можуть бути описані методами теорії електричних кіл. Виходячи з даних у вигляді параметрів лінії передачі  $L_1$ ,  $C_1$ ,  $R_1$ ,  $G_1$  можна ввести погонний комплексний опір  $Z_1 = R_1 + j\omega L_1$  і погонну комплексну провідність  $Y_1 = G_1 + j\omega C_1$ .

За другим законом Кірхгофа, обходячи контур згідно з рис.2.1, одержимо:

$$\dot{U}(z+\Delta z)-\dot{U}(z)+Z_1\dot{I}(z)\Delta z=0.$$
(2.1)

За першим законом

$$\dot{I}(z) = \dot{I}(z + \Delta z) + Y_1 \Delta z \dot{U}(z + \Delta z).$$
(2.2)

Різницеві рівняння (2.1) і (2.2) перетворюємо на таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\dot{U}(z + \Delta z) - \dot{U}(z)}{\Delta z} = -Z_1 \dot{I}(z) \\ \frac{\dot{I}(z + \Delta z) - \dot{I}(z)}{\Delta z} = -Y_1 \dot{U}(z + \Delta z) \end{cases}$$
(2.3)

Здійснимо тепер операцію граничного переходу  $\Delta z \rightarrow 0$ , у результаті чого рівняння (2.3) перейдуть у систему двох звичайних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами:

$$\begin{cases} \frac{d\dot{U}}{dz} = -Z_1\dot{I} \\ \frac{d\dot{I}}{dz} = -Y_1\dot{U} \end{cases}$$

(2.4)

Ця система диференціальних рівнянь отримала назву телеграфних рівнянь. Із неї можна легко одержати рівняння Гельмгольца відносно  $\dot{U}$  або  $\dot{I}$ , якщо обидві частини одного з рівнянь продиференціювати за z, а потім друге рівняння підставити в отриманий вираз. Тоді матимемо

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dz^2} - Z_1 Y_1 \dot{U} = 0.$$
 (2.5)

Загальний розв'язок цього рівняння має вигляд

$$\dot{U}(z) = \dot{U}^+ e^{-\dot{\gamma} z} + \dot{U}^- e^{\dot{\gamma} z},$$
 (2.6)

де  $\dot{U}^+, \dot{U}^-$  – комплексні амплітуди прямої і зворотної хвиль, які поширюються відповідно в напрямку збільшення й зменшення координати z;  $\dot{\gamma}$  – стала поширення, яка дорівнює  $\dot{\gamma} = \sqrt{Z_1 Y_1}$ .

Кожен із доданків описує суто біжучу хвилю. У певних ситуаціях із прямою асоціюється падаюча хвиля, а зі зворотною — відбита хвиля, зумовлена відбиттям від навантаження.

Із першого рівняння в системі (2.4) і явного вигляду виразу для напруги (2.6) випливає вираз для струму:

$$\dot{I}(z) = \dot{I}^{+}e^{-\dot{\gamma}z} + \dot{I}^{-}e^{\dot{\gamma}z} = \frac{\dot{U}^{+}\dot{\gamma}}{Z_{1}}e^{-\dot{\gamma}z} - \frac{\dot{U}^{-}\dot{\gamma}}{Z_{1}}e^{\dot{\gamma}z} = \frac{\dot{\gamma}}{Z_{1}}(\dot{U}^{+}e^{-\dot{\gamma}z} - \dot{U}^{-}e^{\dot{\gamma}z}).$$
(2.7)

Згідно з виразом (2.7) струм для зворотної хвилі на відміну від струму прямої хвилі має знак мінус, тобто спрямований у протилежному напрямку, при цьому вважають, що напруги для прямої і зворотної хвиль спрямовані однаково.

Величину  $W = \frac{\dot{U}^+}{\dot{I}^+} = \frac{Z_1}{\dot{\gamma}}$  (Ом), яку визначають відношенням комплексних

амплітуд напруги та струму в біжучій хвилі, називають хвильовим опором лінії передачі. Для зворотної хвилі визначення хвильового опору має відповідати  $W = -\frac{\dot{U}^-}{\dot{I}^-}$ , необхідність знака мінус обумовлена тим, що струми прямої і зворотної хвиль спрямовані в протилежні сторони. Тоді рівняння (2.7) набуває вигляду

$$\dot{I}(z) = \frac{1}{W} \Big( \dot{U}^+ e^{-\dot{\gamma}z} - \dot{U}^- e^{\dot{\gamma}z} \Big).$$
(2.8)

У лінії передачі поширюється згасаюча хвиля, швидкість зміни амплітуди якої визначена дійсною частиною, а фази – уявною частиною сталої поширення.

Переходячи від комплексної амплітуди до миттєвого значення напруги, для прямої та зворотної хвиль матимемо

$$U(z,t) = \operatorname{Re}\left\{\dot{U}(z)e^{j\omega t}\right\} = U^{+}e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \beta z),$$
  

$$U(z,t) = \operatorname{Re}\left\{\dot{U}(z)e^{j\omega t}\right\} = U^{-}e^{+\alpha z}\cos(\omega t + \beta z).$$
(2.9)

Тут  $\omega t - \beta z$  та  $\omega t + \beta z$  – повні фази відповідно для прямої та зворотної хвиль. Умова  $\omega t - \beta z = \text{const}$  визначає положення фазового фронту для прямої хвилі. Фазова швидкість, що характеризує швидкість поширення фазового фронту, дорівнює

$$v_{\phi} = \frac{dz}{dt} = \frac{d\left\{\frac{\omega t - \text{const}}{\beta}\right\}}{dt} = \frac{\omega}{\beta}.$$
 (2.10)

Відповідно для зворотної хвилі  $v_{\phi} = -\frac{\omega}{\beta}$ , тобто фазові швидкості для прямої і зворотної хвиль однакові за модулем, але спрямовані в різні сторони.

Для випадку відсутності втрат  $\alpha = 0$ ,  $\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}$ ,  $v_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$  ( $v_{\phi}$  не

залежить від частоти),  $W = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ .

## 3. Основні типи ліній передачі надвисокочастотного діапазону

#### Коаксіальна лінія передачі

Регулярна коаксіальна лінія (рис.3.1) – це система двох коаксіальних провідних металевих циліндрів, простір між якими заповнений твердим



діелектриком із відносною проникністю  $\varepsilon_r$ . Найбільш поширені гнучкі коаксіальні кабелі, у яких внутрішній провідник являє собою одно- або багатожильний провід, а зовнішній провідник має вигляд обплетення, зробленого з тонкого проводу. Як діелектрик для коаксіальних кабелів звичайно використовують поліетилен ( $\varepsilon_r = 2,25$ ) або фторопласт ( $\varepsilon_r = 2,08$ ). Вони мають високі діелектричні якості. Під час передачі великих рівнів потужності застосовують повітряні жорсткі коаксіальні лінії, у яких внутрішній провідник підтримують діелектричні шайби.

Параметри коаксіальної лінії можуть бути визначені за наведеними нижче формулами.

1. Погонна ємність

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}{\ln(b/a)} , \Phi/M, \qquad (3.1)$$

де *a* і *b* – радіуси внутрішнього й зовнішнього провідників;  $\varepsilon_r$  – відносна діелектрична проникність заповнення;  $\varepsilon_0 \approx 8,842 \cdot 10^{-12} \Phi/M$  – електрична стала вакууму.

2. Погонна індуктивність

$$L_{\rm I} = \frac{\mu_r \mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \, \Gamma_{\rm H/M},\tag{3.2}$$

де  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \Gamma H/M$  — магнітна стала вакууму, відносна магнітна проникність звичайно для діелектриків  $\mu_r = 1$ .

3. Погонний опір втрат

$$R_{1} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega \mu_{m} \mu_{0}}{2\sigma}} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right), \text{ OM/M}, \qquad (3.3)$$

 $\omega$  – колова частота;  $\mu_m$  – відносна магнітна проникність металу стінок лінії;  $\sigma$  – питома об'ємна провідність (См/м). Дана формула має наближений характер у зв'язку з тим, що питома провідність суттєво залежить від мікроструктури поверхні провідників.

4. Погонна провідність втрат

$$G_1 = \omega C_1 \operatorname{tg} \delta, \operatorname{CM/M}, \qquad (3.4)$$

де tg $\delta$  – тангенс кута діелектричних втрат, який для якісних діелектриків дорівнює  $10^{-3} - 10^{-4}$ .

5. Хвильовий опір. Коаксіальні лінії передачі мають малі втрати, тому хвильовий опір можна одержати за формулою для лінії без втрат:

$$W = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \text{ Om.}$$
(3.5)

Коаксіальні кабелі мають стандартні хвильові опори 50, 75, 100, 150, 200 Ом.

6. Погонні втрати. Для розрахунку омічних втрат можна застосовувати наближені формули для ліній із малими втратами:

$$\alpha = 0.0115 \sqrt{\frac{\omega \varepsilon_r \mu_m \mu_0}{2\sigma}} \left( \frac{1/a - 1/b}{\ln(b/a)} \right) + 1.448 \cdot 10^{-8} \omega \sqrt{\varepsilon_r} \operatorname{tg} \delta, \, \mathrm{d} \mathrm{E/M.} \quad (3.6)$$

Перший доданок враховує втрати, обумовлені неідеальністю струмонесучих поверхонь, другий – неідеальністю діелектрика.

#### Двопровідна лінія передачі

Двопровідна лінія утворена двома паралельними круглими провідниками діаметром 2*d*, відстань між центрами яких – *D* (рис.3.2). Найчастіше таку лінію виготовлюють із повітряним діелектриком ( $\varepsilon_r = 1$ ), для збереження відстані між провідниками використовують ізолюючі розпірки з високоякісного діелектрика.



Рис.3.2. Поперечний

переріз двопровідної лінії передачі

Для розрахунку первинних параметрів двопровідної лінії за D >> d можна застосувати такі наближені формули.

1. Погонна ємність

$$C_1 = \frac{\pi \varepsilon_r \varepsilon_0}{\ln(D/d)}, \Phi/M.$$
(3.7)

2. Погонна індуктивність

$$L_1 = \frac{\mu\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right), \Gamma_{\rm H/M}.$$
 (3.8)

- -
- 3. Погонний активний опір

$$R_1 = \frac{1}{\pi a} \sqrt{\frac{\omega \mu \mu_0}{2\sigma}}, \text{ Om/m.}$$
(3.9)

Погонну шунтувальну провідність двопровідної лінії зазвичай не враховують, оскільки повітряне заповнення має виключно малі втрати.

4. Хвильовий опір двопровідної лінії

$$W = \frac{120\pi}{\pi\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\left(\frac{D}{d}\right), \text{ Om.}$$
(3.10)

5. Погонне загасання двопровідної лінії

$$\alpha = 8,13 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{\omega \mu_r \mu_0}{2\sigma}} / a \ln\left(\frac{D}{d}\right). \tag{3.11}$$

Широке використання повітряної двопровідної лінії обмежене на практиці у зв'зку з тим, що частина потужності в процесі передачі випромінюється в навколишне середовище.

#### Buma napa

Зменшити втрати на випромінювання вдається в лінії передачі типу «вита пара». Це різновид двопровідної лінії, у якій провідники в діелектричній ізоляції



Рис.3.3. Поперечний переріз витої пари

скручені між собою (рис.3.3). Хвильовий опір для такої лінії може бути розрахований за формулою для двопровідної лінії, у якій замість відносної діелектричної проникності середовища  $\varepsilon_r$  підставляють ефективну діелектричну проникність лінії  $\varepsilon_{e\phi}$ , що залежить від кількості витків на одиницю довжини лінії.

$$W = \frac{120\pi}{\pi\sqrt{\varepsilon_{e\phi}}} \ln\left(\frac{D}{d}\right), \text{ OM}, \qquad (3.12)$$

де  $\varepsilon_{e\phi} = 1 + q(\varepsilon_r - 1); q = 0.25 + 0.0004 \operatorname{arctg}^2 \pi DN;$ N – кількість витків на одиницю довжини.

#### Прямокутний хвилевід

Регулярний хвилевід являє собою порожнисту металеву трубу з постійним поперечним перерізом. На практиці найбільш поширені хвилеводи із прямокутним перерізом (рис.3.4,*a*). Звичайно вважають, що внутрішні поверхні стінок хвилеводу ідеально провідні.

Для більш наочного розгляду процесів поширення хвилі будемо вважати, що хвиля поводить себе аналогічно до струменя світла, який послідовно відбивається від стінок хвилеводу. На рис.3.4,6 зображений двовимірний випадок, коли хвиля під час поширення відбивається лише від бокових стінок хвилеводу. У такому разі час, який витрачає хвиля на проходження хвилеводу, більший, ніж за звичайного прямолінійного поширення без відбиття від стінок. Тому довжина хвилі  $\Lambda = \lambda/\sin \varphi$ , виміряна вздовж осі хвилеводу, більша довжини хвилі  $\lambda$  у вільному просторі, а фазова швидкість більша швидкості світла в даному середовищі. Кут падіння хвилі під час поширення у хвилеводі, тобто кут відбиття від стінок хвилеводу, залежить від частоти й розмірів стінок *a* і *b*.



**Рис.3.4. Прямокутний хвилевід:** *а* – поперечний переріз; *б* – поширення хвиль

Пояснити описаний випадок можна тим, що в разі ідеальної провідності стінок на їх поверхнях тангенціальні складові електричного поля повинні перетворюватися на нуль, тобто вздовж широкої та вузької стінок хвилеводу виникають стоячі хвилі з вузлами електричного поля на стінках. У випадку високих частот  $\lambda \ll a$  кут падіння  $\phi \approx \pi/2$ , хвиля поширюється практично прямолінійно. Зі зниженням частоти кут падіння хвилі на стінки хвилеводу  $\phi$  зменшується, тобто чим нижча частота, тим із більшою кількістю відбиттів хвиля проходить певний відрізок хвилеводу. Якщо й далі зменшувати частоту, то знайдеться така частота, на якій  $\phi=0$ , тобто для проходження якого завгодно малого відрізка хвилеводу хвиля повинна буде відбитися від його стінок нескінченне число разів. Довжину хвилі в такому разі називають критичною  $(\lambda_{\rm kp})$ . За умов  $\lambda = \lambda_{\rm kp}$  перенесення енергії по хвилеводу припиняється.

Таким чином, електромагнітне поле поширюється у хвилеводі, багатократно відбиваючись від його стінок. Унаслідок цього в результаті інтерференції падаючих і відбитих хвиль виникає поле, яке має вигляд плоскої неоднорідної хвилі, що поширюється вздовж осі z із фазовою швидкістю  $v_{\phi} = c/\sin \phi$ . Остання більша швидкості світла c у середовищі, яке заповнює хвилевід (такі хвилі називають швидкими), і стоячої хвилі вздовж поперечних координат x та y. Передача енергії у хвилеводі відбувається в напрямку поздовжньої осі z із груповою швидкістю  $v_{rp} = c\sin\phi$ , яка завжди менша швидкості світла. Якщо втрати у хвилеводі відсутні або незначні, то правдивий такий вираз:  $v_{rp}v_{\phi} = c^2$ .

У хвилеводах можуть збуджуватись електромагнітні поля різних типів, які відрізняються одне від одного структурою, критичною частотою, фазовою швидкістю. Для класифікації цих полів вводять поняття типів хвилі, або хвилевідних мод, під якими розуміють конкретні структури поля у хвилеводі.

У порожнистих металевих хвилеводах не може поширюватись *TEM*-хвиля. Електромагнітне поле у хвилеводі завжди має поздовжні компоненти або електричного, або магнітного вектора. Хвилі, у яких  $E_z = 0, H_z \neq 0$ , називають поперечними електричними (*TE*), або магнітними (*H*). Хвилі, у яких  $H_z = 0, E_z \neq 0$ , називають поперечними магнітними (*TM*), або електричними (*E*). У хвилеводах може збуджуватись нескінченна кількість  $TE_{mn}(H_{mn})$  або

У хвилеводах може збуджуватись нескінченна кількість  $TE_{mn}(H_{mn})$  або  $TM_{mn}$  ( $E_{mn}$ ) типів хвиль, які відрізняються значеннями індексів m, n, що описують структуру поля в поперечній площині хвилеводу. Для прямокутного хвилеводу індекс m указує кількість півхвиль, що вкладаються вздовж широкої стінки хвилеводу (осі x), n – уздовж вузької стінки (осі y). Різні типи хвиль мають різні фазові швидкості й критичні частоти. Хвилю з найнижчою критичною частотою називають основною, усі інші – вищими. Для основного типу хвиль найпростіше реалізувати важливий для практичного використання одномодовий режим, коли у хвилеводі поширюється лише один (основний) тип хвилі.



Рис.3.5. Структура поля хвилі  $H_{10}$  прямокутного хвилеводу: *a* – поперечний переріз; *б* – поздовжній переріз

Для прямокутного хвилеводу основною є хвиля типу  $H_{10}$  (m=1, n=0). Електричне поле в даному випадку максимальне в середині хвилеводу і спадає до нуля на його бокових стінках (рис.3.5). Критична довжина основної хвилі  $\lambda_{\rm kp}^{10} = 2a$ . Перший вищий тип хвилі  $H_{20}$ , його критична частота  $\lambda_{\rm kp}^{20} = a$ , таким чином, теоретична умова одномодовості для прямокутного хвилеводу –  $a < \lambda < 2a$ .

На відміну від *TEM*-хвиль для *H*- і *E*- хвиль у хвилеводах характерна частотна дисперсія, тобто залежність від частоти фазової швидкості, а внаслідок цього – й інших параметрів хвилеводів.

Для ідеальних порожнистих хвилеводів правдиві такі вирази.

1. Фазова швидкість

$$v_{\rm p} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\rm kp})^2}}.$$
(3.13)

2. Групова швидкість

$$v_{\rm rp} = \frac{d\omega}{d\beta} = c \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\rm kp})^2} . \qquad (3.14)$$

3. Довжина хвилі у хвилеводі

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\kappa p})^2}}.$$
(3.15)

4. Критична довжина хвилі

$$\lambda_{\rm kp} = 2 / \sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2} \,. \tag{3.16}$$

5. Критична частота прямокутного хвилеводу

$$f_{\rm kp} = \frac{c}{2} \sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2} \,. \tag{3.17}$$

Поняття напруги U і струму I у хвилеводі не мають явного фізичного змісту. Тому щодо хвилеводів замість хвильового опору застосовують поняття характеристичного опору для певного типу хвилі, який дорівнює відношенню поперечної компоненти електричного поля до поперечної компоненти магнітного поля. Відповідно для H- та E- хвиль маємо такі залежності:

$$W_{H} = W_{0} / \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon_{r} \mu_{r}} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\kappa p}}\right)^{2}}, \qquad (3.18)$$

$$W_E = W_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon_r \mu_r} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\rm kp}}\right)^2}, \qquad (3.19)$$

де  $W_0 = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}$  – хвильовий опір вільного простору;  $\varepsilon_r$ ,  $\mu_r$  – відносні

діелектрична та магнітна проникності середовища, що заповнює хвилевід; λ<sub>кр</sub>– критична довжина хвилі; λ– довжина хвилі у вільному просторі на заданій частоті.

Для типу хвилі  $H_{10}$ , найпоширенішого в разі використання прямокутного хвилеводу, відповідний опір задають виразом

$$W_H = W_0 / \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon_r \mu_r} \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \,. \tag{3.20}$$

Із цього виразу випливає, що опір не залежить від розміру вузької стінки b. Але експеримент свідчить про те, що в разі сполучення хвилеводів, поперечні розміри яких відрізняються саме за цією величиною, має місце відбиття від такого сполучення, а це доводить нерівність хвильових опорів таких хвилеводів. Експеримент підтвердив, що у випадку рівності еквівалентних опорів

$$W_{\rm e} = \frac{b}{a} \cdot W_0 / \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon_r \mu_r} \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$$
(3.21)

для відповідних хвилеводів відбиття від з'єднання практично відсутнє. Це означає, що в разі використання прямокутних хвилеводів, які працюють на хвилі  $H_{10}$ , саме ця величина може відігравати роль хвильового опору у відповідних виразах для коефіцієнта відбиття. На практиці, як правило, застосовують не саме значення опору, а відношення опорів для суміжних відрізків хвилеводу. У деяких випадках використовують хвилеводи з однаковим перерізом, але заповнені різними діелектриками. Щодо діелектрика з досить великим значенням  $\varepsilon_r$  за умови, що  $\mu_r = 1$  і довжина хвилі далека від критичної (типове значення  $(\lambda/2a)^2$  становить 0,42), можна приблизно вважати, що опір пропорційний  $1/\sqrt{\varepsilon_r}$ .

## 4. Нормовані значення напруги

Знайдені вирази для хвиль напруги та струму дозволяють визначити потоки потужності, які переносять біжучі хвилі. Зафіксуємо певну точку в регулярній лінії передачі  $z = z_0$  будемо вважати, що комплексні амплітуди напруги й струму для біжучої хвилі відомі й становлять відповідно  $\dot{U}(z_0)$ та  $\dot{I}(z_0)$ . Це дозволяє визначити повну середню потужність *S* згідно з виразом

$$S(z_0) = \frac{1}{2} \dot{U}(z_0) \dot{I}^*(z_0).$$
(4.1)

Зрозуміло, що у виразі (4.1) застосовані амплітудні значення напруги та струму. Якщо перейти до комплексних діючих значень, то відповідний вираз набуде вигляду

$$S(z_0) = \dot{u}(z_0)\dot{i}^*(z_0).$$
(4.2)

У загальному випадку повна потужність S = P + jQ є комплексна величина. Її дійсну частину P називають середньою активною потужністю, а уявну частину Q – реактивною потужністю гармонічного електромагнітного процесу.

Нехай уздовж лінії поширюється пряма хвиля в бік зростання координати *z*. При цьому

$$U_{\rm np}(z) = I_{\rm np}(z)W ,$$

таким чином,

$$P_{\rm np}(z_0) = \frac{1}{2} I_{\rm np}^2(z_0) \operatorname{Re}(W) = i_{\rm np}^2(z_0) \operatorname{Re}(W)$$
(4.3)

(у правій частині наявний квадрат модуля комплексної амплітуди струму). Якщо розглядати зворотну хвилю, для якої

$$\dot{U}_{_{3B}}(z) = -\dot{I}_{_{3B}}(z)W$$
,

то

$$P_{_{3B}}(z_0) = -\frac{1}{2}I_{_{3B}}^2(z_0)\operatorname{Re}(W) = -i_{_{3B}}^2(z_0)\operatorname{Re}(W).$$
(4.4)

Для пасивних елементів, тобто для ліній передачі, завжди справджується  $\operatorname{Re}(W) > 0$ , тому активна потужність, що відповідає прямій хвилі, завжди додатна, а активна потужність зворотної хвилі від'ємна. Різниця в знаках потужності пов'язана з протилежністю напрямів струмів прямої та зворотної хвиль. Таким чином, у регулярній лінії передачі напрями потоків енергії та фазової швидкості збігаються.

Для потужності, що переноситься в лінії, маємо такий вираз:

$$P(z_{0}) = P_{\Pi p}(z_{0}) - P_{3B}(z_{0}) = \frac{1}{2} I_{\Pi p}^{2}(z_{0}) \operatorname{Re}(W) - \frac{1}{2} I_{3B}^{2}(z_{0}) \operatorname{Re}(W) =$$

$$= \frac{1}{2 \operatorname{Re}(W)} U_{\Pi p}^{2}(z_{0}) - \frac{1}{2 \operatorname{Re}(W)} U_{3B}^{2}(z_{0}) =$$

$$= i_{\Pi p}^{2}(z_{0}) \operatorname{Re}(W) - i_{3B}^{2}(z_{0}) \operatorname{Re}(W) = \frac{1}{\operatorname{Re}(W)} u_{\Pi p}^{2}(z_{0}) - \frac{1}{\operatorname{Re}(W)} u_{3B}^{2}(z_{0}).$$
(4.5)

Застосувавши відому алгебричну тотожність, можна записати

$$P(z_{0}) = \frac{1}{2 \operatorname{Re}(W)} (U_{\Pi p}^{2}(z_{0}) - U_{3B}^{2}(z_{0})) =$$

$$= \frac{1}{2 \operatorname{Re}(W)} (U_{\Pi p}(z_{0}) + U_{3B}(z_{0})) (U_{\Pi p}(z_{0}) - U_{3B}(z_{0})) =$$

$$= \frac{1}{2} (U_{\Pi p}(z_{0}) + U_{3B}(z_{0})) (I_{\Pi p}(z_{0}) + I_{3B}(z_{0})) =$$

$$= (u_{\Pi p}(z_{0}) + u_{3B}(z_{0})) (i_{\Pi p}(z_{0}) + i_{3B}(z_{0})).$$
(4.6)

Для трактів, у яких можна знехтувати втратами, у виразах (4.3) – (4.6) замість Re(W) можна просто застосовувати W, оскільки для вказаного випадку ця величина є дійсна.

У хвилевідні тракти НВЧ неможливо ввести традиційні напругу та струм, такі величини мають фізичний зміст тільки в лініях передачі, у яких поширюються *TEM*-хвилі. У багатьох задачах проектування НВЧ схем непотрібна інформація про структуру поля, достатньо даних про потужність, що передається, чи співвідношення між потужностями падаючої (прямої) та відбитої (зворотної) хвиль, фазовим зсувом і загасанням на відрізках лінії передачі або в елементах НВЧ тракту. Відповідну інформацію можна отримати на основі побудови моделі будь-якого типу лінії передачі у вигляді еквівалентної довгої лінії. Для такої лінії вводять нормовані напруги прямої та зворотної хвиль за виразами

$$\dot{u}_{\rm np}(z) = \sqrt{P_{\rm np}} e^{j\phi_{\rm np}} e^{-\dot{\gamma}z} = \dot{u}_{\rm np}(0) e^{-\dot{\gamma}z},$$
  
$$\dot{u}_{\rm 3B}(z) = \sqrt{P_{\rm 3B}} e^{j\phi_{\rm 3B}} e^{\dot{\gamma}z} = \dot{u}_{\rm 3B}(0) e^{\dot{\gamma}z}.$$
(4.7)

Згідно з виразами (4.7) модулі нормованої напруги прямої та зворотної хвиль є квадратні корені з відповідних потужностей і тому мають розмірність корінь квадратний із Ватт ( $\sqrt{BT}$ ). Фази нормованої напруги прямої  $\varphi_{np}$  і зворотної  $\varphi_{3B}$  хвиль вважають рівними фазам поперечних компонент електричного поля для відповідних хвиль у певному перерізі.

## 5. Коефіцієнт відбиття

Розглянемо лінію передачі з неоднорідністю, у якій поширюється падаюча (пряма) хвиля (рис.5.1). У неоднорідності виникають струми, що породжують

	Ū <sub>m</sub> →
<u>_ l</u>	

Рис.5.1. Неоднорідність у лінії передачі

хвилі різних типів. Припустимо, лінія передачі однохвильовому (одномодовому) працює В відстані режимі. достатній Тоді на від неоднорідності існують тільки три хвилі: падаюча (пряма), відбита (зворотна) і та, що пройшла за неоднорідність.

Якщо вважати, що падаюча хвиля поширюється в напрямку додатних значень z, а відстань l до неоднорідності відраховувати

відповідно у від'ємному напрямку значень z, причому початок координат l=0 розмістити в перерізі, де розташована неоднорідність, то для l>0 повна нормована напруга в лінії передачі в точці з координатою l дорівнюватиме

$$\dot{u}(l) = \dot{u}_{\Pi p}(l) + \dot{u}_{3B}(l) = \dot{u}_{\Pi p}(0)e^{\dot{\gamma}l} + \dot{u}_{3B}(0)e^{-\dot{\gamma}l} = \dot{u}_{\Pi ad}(0)e^{\dot{\gamma}l} + \dot{u}_{Bid}(0)e^{-\dot{\gamma}l}, \quad (5.1)$$

де  $\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$  – комплексна стала поширення хвилі в лінії;  $\dot{u}_{\rm np}(0) = \dot{u}_{\rm nad}(0)$ ,  $\dot{u}_{\rm 3B}(0) = \dot{u}_{\rm Bid}(0)$  – комплексні амплітуди падаючої (прямої) та відбитої (зворотної) хвиль у перерізі, де розташована неоднорідність, тобто для l = 0.

Комплексний коефіцієнт відбиття за напругою Г визначають як відношення комплексних амплітуд напруг відбитої і падаючої хвиль:

$$\dot{\Gamma}(l) = \frac{\dot{u}_{\rm Big}(l)}{\dot{u}_{\rm mag}(l)} = \frac{\dot{u}_{\rm Big}(0)}{\dot{u}_{\rm mag}(0)} e^{-2\dot{\gamma}l}.$$
(5.2)

Коефіцієнт відбиття – комплексне число. Він може бути поданий у вигляді  $\dot{\Gamma} = |\dot{\Gamma}| e^{j\phi_{\Gamma}}$ , де  $|\dot{\Gamma}|$ ,  $\phi_{\Gamma}$  – відповідно модуль та фаза коефіцієнта відбиття, перша величина несе інформацію про відношення амплітуди відбитої хвилі до амплітуди падаючої хвилі, а друга – дорівнює фазовому зсуву між відбитою та падаючою хвилями. Зрозуміло, що амплітуда відбитої хвилі для пасивного кола не може

перевищувати амплітуду падаючої хвилі, тому модуль коефіцієнта відбиття не може бути більшим одиниці, |Ѓ|≤1. Часто коефіцієнт відбиття вимірюють у децибелах згідно зі співвідношенням 201g

Відношення поперечних компонент електричного поля для падаючої та відбитої хвиль в одній і тій самій точці поперечного перерізу лінії передачі має назву коефіцієнта відбиття за електричним полем. Оскільки нормовані напруги падаючої і відбитої хвиль згідно з виразами (4.7) фактично пропорційні поперечним компонентам відповідних електричних полів і мають однакові з ними фази, то коефіцієнт відбиття за нормованою напругою збігається з коефіцієнтом відбиття за електричним полем. Згідно з прийнятим формалізмом нормовані напруги для прямої і зворотної хвиль мають однаковий напрямок в еквівалентній довгій лінії на відміну від струмів, напрямлених протилежно. Це обумовлює різницю знаків коефіцієнта відбиття за струмом і коефіцієнта відбиття за напругою аналогічно до коефіцієнтів відбиття за електричним і магнітним полями.

Значення коефіцієнта відбиття  $\dot{\Gamma}(0)$  для l = 0, яка залежить тільки від властивостей неоднорідності, будемо виражати  $\dot{\Gamma}(0) = \dot{\Gamma}_{\rm H}$ . Причому  $\dot{\Gamma}_{\rm H}$  називають коефіцієнтом відбиття неоднорідності (коефіцієнтом відбиття навантаження). Тоді



Рис.5.2. Комплексна площина коефіцієнта відбиття

$$\dot{\Gamma}(0) = \dot{\Gamma}_{\rm H} = \frac{\dot{u}_{\rm Big}(0)}{\dot{u}_{\rm Hau}(0)};$$
 (5.3)

$$\dot{\Gamma}(l) = \dot{\Gamma}_{\rm H} e^{-2\dot{\gamma}l} = \dot{\Gamma}_{\rm H} e^{-2\alpha l} e^{-2j\beta l}.$$
 (5.4)

На комплексній площині  $\dot{\Gamma}(l)$  можна подати у вигляді вектора. За наявності втрат у лінії передачі ( $\alpha \neq 0$ ) у ході руху вздовж лінії передачі кінець вектора  $\dot{\Gamma}(l)$  описує спіраль (рис.5.2). Обертання за годинниковою стрілкою відповідає переміщенню до генератора, а проти – до навантаження. Поворот на 360° відповідає переміщенню на відстань  $\Delta l$ :

$$2\pi = 2\beta \Delta l = 4\pi \Delta l / \Lambda, \qquad (5.5)$$

звідки  $\Delta l = \Lambda / 2$ .

Під час руху в напрямку до генератора  $|\dot{\Gamma}|$  зменшується, тому що амплітуда  $\dot{u}_{\rm np}(l)$  збільшується, а  $\dot{u}_{\rm 3B}(l)$  – зменшується. Період зміни фази дорівнює половині довжини хвилі.

У лінії передачі без втрат ( $\alpha$ =0) вектор  $\dot{\Gamma}(l)$  описує коло. Для пасивної лінії (яка не збільшує енергію хвилі) усі можливі значення  $\dot{\Gamma}$  лежать усередині одиничного кола.

У разі одночасного існування падаючої і відбитої хвиль потужність, яка переноситься в певному перерізі, визначають за виразом (3.5), тоді з урахуванням введених нормованих напруг і коефіцієнта відбиття можна записати

$$P = P_{\Pi p} - P_{3B} = P_{\Pi a \pi} - P_{Bi\pi} = \left| \dot{u}_{\Pi a \pi} \right|^2 - \left| \dot{u}_{Bi\pi} \right|^2 = \left| \dot{u}_{\Pi a \pi} \right|^2 (1 - \left| \dot{\Gamma} \right|^2).$$
(5.6)

У виразі (5.6) є наявний коефіцієнт відбиття за потужністю  $\Gamma_P = |\dot{\Gamma}|^2$ . Активну потужність можна подати в дещо іншому вигляді:

$$P = \operatorname{Re}(\dot{u}^{*}) = \operatorname{Re}\left\{ [\dot{u}_{\Pi a \pi} + \dot{u}_{B i \pi}] [\dot{u}_{\Pi a \pi}^{*} - \dot{u}_{B i \pi}^{*}] \right\} =$$
  
= 
$$\operatorname{Re}\left\{ [\dot{u}_{\Pi a \pi}(1 + \dot{\Gamma})] [\dot{u}_{\Pi a \pi}^{*}(1 - \dot{\Gamma}^{*})] \right\} = \left| \dot{u}_{\Pi a \pi} \right|^{2} \operatorname{Re}\left\{ 1 - \left| \dot{\Gamma} \right|^{2} + (\dot{\Gamma} - \dot{\Gamma}^{*}) \right\},$$
(5.7)

де \*-комплексне спряження.

Таке подання правильне, оскільки вираз ( $\dot{\Gamma} - \dot{\Gamma}^*$ ) є уявний. Усе це дозволяє формально ввести повну нормовану напругу  $\dot{u}$  ( $\sqrt{BT}$ ) у вигляді суми нормованих напруг падаючої та відбитої хвиль:

$$\dot{u} = \dot{u}_{\text{пад}} + \dot{u}_{\text{від}} = \dot{u}_{\text{пад}}(1 + \dot{\Gamma}).$$
(5.8)

Тоді еквівалентний нормований струм доцільно визначити у формі

$$\dot{i} = \dot{i}_{\text{пад}} + \dot{i}_{\text{від}} = \dot{u}_{\text{пад}} - \dot{u}_{\text{від}} = \dot{u}_{\text{пад}} (1 - \Gamma).$$
 (5.9)

Згідно з виразом (5.8) нормована напруга в лінії передачі пропорційна напруженості повного поперечного електричного поля в лінії передачі в разі суперпозиції падаючої та відбитої хвиль. Як було зазначено, коефіцієнт відбиття за нормованою напругою  $\dot{\Gamma}$  збігається з коефіцієнтом відбиття за електричним полем  $\dot{\Gamma}_E$ . Коефіцієнт відбиття за магнітним полем  $\dot{\Gamma}_H$  має протилежний знак щодо коефіцієнта відбиття за електричним полем, це відповідає протилежним напрямам векторів Пойнтинга для падаючої і відбитої хвиль. Так само в довгій лінії коефіцієнти відбиття за струмом і напругою мають протилежні знаки. Таким чином, повний нормований струм (5.9) може бути поданий у вигляді  $\dot{i} = \dot{u}_{\text{пад}}(1+\dot{\Gamma}_H)$ . Він пропорційний повному магнітному полю. Дана обставина й дозволяє розглядати цю величину як струм.

## 6. Нормовані опір і провідність

Відношення повної нормованої напруги *и* в еквівалентній довгій лінії до повного нормованого струму *і* визначає повний нормований (безрозмірний) опір:

$$\dot{z} = r + jx = \frac{\dot{u}}{\dot{i}} = \frac{1 + \dot{\Gamma}}{1 - \dot{\Gamma}}.$$
 (6.1)

Обернена величина визначає повну нормовану (безрозмірну) провідність:

$$\dot{y} = g + jb = \frac{\dot{i}}{\dot{u}} = \frac{1 - \dot{\Gamma}}{1 + \dot{\Gamma}} = \frac{1}{\dot{z}}.$$
 (6.2)

За допомогою нормованих опору й провідності потужність, що поширюється по лінії передачі, може мати вигляд ще двох форм, притаманних теорії низькочастотних електричних кіл:

$$P = |\dot{u}|^2 g = |\dot{i}|^2 r.$$
 (6.3)

Із формули (6.1) випливає, що за умови  $\dot{\Gamma} = 0$ , тобто для випадку, коли відбитої хвилі не існує і в лінії встановлюється режим суто біжучої хвилі, відношення нормованих напруги й струму дорівнює одиниці. Це означає, що в еквівалентній довгій лінії прийнятий одиничний безрозмірний хвильовий опір.

У загальному випадку лінії передачі НВЧ неможливо визначити точки, між якими існує напруга, або виділити провідники, уздовж яких тече струм, тому поняття про нормовані напругу та струм мають цілком умовний характер. Але для ліній передачі, де поширюється *ТЕМ*-хвиля, можна отримати зв'язок між нормованими напругою, струмом і опором та дійсно існуючими напругою  $\dot{U}$  (В), струмом  $\dot{I}$  (А) і хвильовим опором W (Ом). Останній визначають як відношення напруги до струму в біжучій хвилі:  $\dot{U}_{\rm пад}/\dot{I}_{\rm пад}$ .

За допомогою описаних ненормованих величин процеси в довгій лінії з *ТЕМ*-хвилею можуть бути описані відомими співвідношеннями для напруги  $\dot{U}$ , струму  $\dot{I}$ , опору  $\dot{Z}$ :

$$\dot{U} = \dot{U}_{\Pi a \mu} + \dot{U}_{B i \mu} = \dot{U}_{\Pi a \mu} (1 + \dot{\Gamma}), \quad \dot{I} = \dot{I}_{\Pi a \mu} + \dot{I}_{B i \mu} = \dot{I}_{\Pi a \mu} (1 - \dot{\Gamma}),$$
$$\dot{Z} = R + jX = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = W \frac{1 + \dot{\Gamma}}{1 - \dot{\Gamma}} = \frac{1}{G + jB}.$$
(6.4)

Активну потужність, що переноситься вздовж довгої лінії з *TEM*-хвилею, визначають згідно з формулою

$$P = \frac{\left|\dot{U}_{\text{пад}}\right|^2}{W} (1 - \left|\dot{\Gamma}\right|^2) = \text{Re}(\dot{U}\dot{I}^*) = \left|\dot{U}\right|^2 G = \left|\dot{I}\right|^2 R.$$
(6.5)

Зіставляючи формули (6.4), (6.5) із формулою (5.6), одержимо співвідношення для нормування напруги та струму в лінії передачі з *TEM*-хвилею:

$$\dot{u} = \frac{\dot{U}}{\sqrt{W}}, \quad \dot{i} = \dot{I}\sqrt{W}. \tag{6.6}$$

У свою чергу, із (6.6) випливає формула для нормування повних опорів:

$$\dot{z} = \frac{\dot{u}}{\dot{i}} = \frac{\dot{U}}{\sqrt{W}\dot{I}\sqrt{W}} = \frac{\dot{Z}}{W} = \frac{1+\dot{\Gamma}}{1-\dot{\Gamma}}.$$
(6.7)

Якщо розглянути переріз увімкнення навантаження, то вираз (6.7) можна переписати у вигляді

$$\dot{z}_{\rm H} = \frac{\dot{Z}_{\rm H}}{W} = \frac{1 + \dot{\Gamma}_{\rm H}}{1 - \dot{\Gamma}_{\rm H}},$$
(6.8)

де  $\dot{z}_{\rm H}$  і  $\dot{Z}_{\rm H}$  – відповідно нормований і ненормований опори навантаження.

Останній вираз дозволяє встановити зв'язок коефіцієнта відбиття навантаження з опором навантаження:

$$\dot{\Gamma}_{\rm H} = \frac{\dot{z}_{\rm H} - 1}{\dot{z}_{\rm H} + 1} = \frac{\dot{Z}_{\rm H} - W}{\dot{Z}_{\rm H} + W}.$$
(6.9)

Із цього виразу випливає, що в разі збігу опору навантаження і хвильового опору коефіцієнт відбиття дорівнює нулю. Такий висновок правильний для ліній із *TEM*-хвилею. Щодо порожнистих хвилеводів приєднання до їх кінця омічного опору, рівного хвильовому, не забезпечує узгодження і не обумовлює зникнення відбитої хвилі. Останню усувають, використовуючи узгоджене навантаження.

Відомими типовими навантаженнями є випадки  $\dot{z}_{\rm H} = 0$  (режим короткого замикання) та  $\dot{z}_{\rm H} = \infty$  (режим холостого ходу). Із виразу (6.9) ясно, що коефіцієнт відбиття в цих випадках дорівнює відповідно  $\dot{\Gamma}_{\rm H} = -1$  та  $\dot{\Gamma}_{\rm H} = 1$ . У хвилевідних лініях передачі режим короткого замикання забезпечує навантаження спеціальної конструкції. Приблизно режим холостого ходу в коаксіальній лінії передачі забезпечується в разі обриву лінії (якщо ефектами випромінювання можна знехтувати) і  $\dot{\Gamma}_{\rm H} \approx 1$ . Обрив хвилеводу (відкритий кінець хвилеводу) не забезпечує режим холостого ходу, оскільки випромінюванням у цьому випадку нехтувати не можна, а його коефіцієнт відбиття в робочій смузі частот є частотно залежний і дорівнює за модулем приблизно 0,25 – 0,16.

# 7. Інтерференція падаючої та відбитої хвиль у навантаженій лінії

Довільне навантаження в загальному випадку обумовлює появу відбитої хвилі. Розглянемо інтерференцію падаючої та відбитої хвиль на прикладі лінії передачі без втрат (α=0). Повну нормовану напругу визначають як суму напруг падаючої та відбитої хвиль:

$$\dot{u}(l) = \dot{u}_{\text{пад}} + \dot{u}_{\text{від}} = \dot{u}^+ e^{j\beta l} + \dot{u}^- e^{-j\beta l} = u^+ e^{j\beta l} \left( 1 + \dot{\Gamma} e^{-2j\beta l} \right).$$
(7.1)

Тоді після ділення виразу (6.1) на амплітудне значення  $\dot{u}^+$  наведене значення повної нормованої напруги дорівнює

$$\dot{u}_{H}(l) = \frac{\dot{u}(l)}{\dot{u}^{+}} = e^{j\beta l} \left( 1 + \left| \dot{\Gamma} \right| e^{-j(2\beta l - \phi_{\Gamma})} \right), \tag{7.2}$$

а відповідна амплітуда напруги залежить від *l* таким чином:

$$|\dot{u}_{H}(l)| = \sqrt{1 + |\dot{\Gamma}|^{2} + 2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta l - \varphi_{\Gamma})}.$$
 (7.3)

Аналогічно можна одержати вираз для наведеної нормованої амплітуди струму:

$$|\dot{i}_{H}(l)| = \sqrt{1 + |\dot{\Gamma}|^{2} - 2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta l - \phi_{\Gamma})},$$
(7.4)

де  $\dot{i}_H(l) = \dot{i}(l) / \dot{i}^+$ .

Із виразів (7.3) і (7.4) видно, що це періодичні функції поздовжньої координати. Далі (рис.7.1) наведені просторові розподіли в лінії передачі залежно

від електричної довжини β*l* нормованих амплітуд напруги і струму. Наявність інтерференції падаючої та відбитої хвиль формує в поздовжньому розподілі амплітуд нормованих напруги та струму систему максимумів і мінімумів, що періодично повторюються, таким чином утворюється *стояча хвиля*, задана



виразом (7.3) для напруги та виразом (7.4) для струму. Період стоячої хвилі дорівнює Л/2. Мінімуми стоячої хвилі називаються вузлами, а максимуми – Пучностям пучностями. амплітуди напруги відповідають вузли амплітуди струму і навпаки, фазовий зсув між напругою і струмом дорівнює  $\pi/2$ . Вузли більш виразні, що суттєво для вимірювань. Якщо практики  $|\Gamma| = 1$ . значення напруги та струму у вузлах нулю. дорівнює цьому випадку У

формується суто стояча хвиля. Таким чином, під суто стоячою хвилею за умови, що втратами можна знехтувати, розуміють процес, який має такі особливості:

- амплітуди напруги та струму в будь-якій точці (для певного значення координати z) залежать від положення цієї точки;
- фази напруги та струму в будь-якій точці не залежать від положення цієї точки і стрибком змінюються на π у вузлах;
- напруга та струм зсунуті за фазою в часі на кут  $\pi/2$ .

У режимі стоячої хвилі потік потужності вздовж лінії передачі дорівнює нулю, передача потужності в навантаження не відбувається, хоча коливання потужності, тобто перехід енергії з електричної в магнітну і навпаки, мають місце. Ці особливості й обумовлюють назву *стояча хвиля*. Коли хвильовий процес формується із сукупності суто стоячої та біжучої хвиль, говорять про змішаний режим або стоячу хвилю на відміну від суто стоячої. Із виразів (7.3), (7.4) випливає, що режим біжучої хвилі формується за умови  $|\dot{\Gamma}| = 0$ , відповідно режим суто стоячої хвилі — за умови  $|\dot{\Gamma}| = 1$  (потоки потужності падаючої та відбитої хвиль дорівнюють один одному і спрямовані протилежно). Випадок  $0 < |\dot{\Gamma}| < 1$  відповідає режиму змішаних хвиль.

Максимальне значення стоячої хвилі напруги має місце, коли  $\cos(2\beta l - \varphi_{\Gamma}) = 1$ , тобто  $2\beta l - \varphi_{\Gamma} = 2\pi n$ , n - ціле. Максимальне наведене значення дорівнює  $1 + |\dot{\Gamma}|$ , відповідне максимальне значення модуля нормованої напруги в лінії передачі становить

$$u_{\max} = \left| \dot{u}_{\max} \right| + \left| \dot{u}_{\text{Big}} \right|. \tag{7.5}$$

Умови для мінімумів стоячої хвилі –  $\cos(2\beta l - \phi_{\Gamma}) = -1$ ,  $2\beta l - \phi_{\Gamma} = 2\pi n + \pi$ . Мінімальне наведе значення дорівнює  $1 - |\dot{\Gamma}|$ , відповідне мінімальне значення модуля нормованої напруги в лінії передачі становить

$$u_{\min} = \left| \dot{u}_{\max} \right| - \left| \dot{u}_{\text{Big}} \right|. \tag{7.6}$$

Режим стоячої хвилі прийнято характеризувати коефіцієнтом стоячої хвилі (КСХ), який являє собою відношення максимального значення амплітуди повної нормованої напруги (струму, напруженості поля) до мінімального значення амплітуди повної нормованої напруги (струму, напруженості поля):

$$K_{\rm cr} = \frac{u_{\rm max}}{u_{\rm min}} = \frac{|\dot{u}_{\rm mad}| + |\dot{u}_{\rm Bid}|}{|\dot{u}_{\rm mad}| - |\dot{u}_{\rm Bid}|} = \frac{1 + |\dot{\Gamma}|}{1 - |\dot{\Gamma}|}.$$
(7.7)

Часто застосовують обернену величину, яка має назву коефіцієнта біжучої хвилі (КБХ):

$$K_{\text{for}U} = \frac{1}{K_{\text{cT}U}} = \frac{u_{\min}}{u_{\max}} = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\dot{\Gamma}|}.$$
 (7.8)

За умови  $|\dot{\Gamma}| = 0$   $K_{ctU} = 1$ , а  $K_{dxU} = 1$ ; за умови  $|\dot{\Gamma}| = 1$   $K_{ctU} = \infty$ , а  $K_{dxU} = 0$ .

Із формул (7.7), (7.8) випливають формули зв'язку модуля коефіцієнта відбиття та  $K_{ctU}$ ,  $K_{dxU}$ :

$$\left|\dot{\Gamma}\right| = \frac{K_{\text{cT}U} - 1}{K_{\text{cT}U} + 1} = \frac{1 - K_{\text{fox}U}}{1 + K_{\text{fox}U}}.$$
(7.9)

За умови відсутності омічних втрат модуль коефіцієнта відбиття не залежить від поздовжньої координати, тому всі мінімуми й максимуми поздовжнього розподілу поля в лінії однакові й КСХ незмінний уздовж лінії. У лінії зі втратами модуль коефіцієнта відбиття в разі віддалення від навантаження на відстань *l* у напрямку до генератора зменшується за законом

$$\left|\dot{\Gamma}(l)\right| = \left|\dot{\Gamma}_{\rm H}\right| e^{-2\alpha l},\tag{7.10}$$

де  $\dot{\Gamma}_{\rm H}$  – коефіцієнт відбиття навантаження в перерізі l = 0. Унаслідок зміни модуля коефіцієнта відбиття КСХ у лінії передачі зі втратами необхідно визначати обов'язково як відношення сусідніх максимуму й мінімуму поздовжнього розподілу напруги. Із віддаленням від навантаження КСХ у регулярній лінії зі втратами зменшується. Режим роботи лінії передачі зі втратами часто характеризують двома значеннями КСХ: біля навантаження  $K_{\rm crU}^{\rm H}$  та біля генератора  $K_{\rm crU}^{\Gamma}$ . Для відрізка регулярної лінії передачі довжиною L ці коефіцієнти пов'язані співвідношенням, яке легко одержати за формулами (7.7), (7.9), (7.10):

$$K_{\rm crU}^{\rm r} = \frac{1 + \left|\dot{\Gamma}_{\rm r}\right|}{1 - \left|\dot{\Gamma}_{\rm r}\right|} = \frac{1 + \left|\dot{\Gamma}_{\rm H}\right| e^{-2\alpha L}}{1 - \left|\dot{\Gamma}_{\rm H}\right| e^{-2\alpha L}} = \frac{1 + \left[\left(K_{\rm crU}^{\rm H} - 1\right) / \left(K_{\rm crU}^{\rm H} + 1\right)\right] e^{-2\alpha L}}{1 - \left[\left(K_{\rm crU}^{\rm H} - 1\right) / \left(K_{\rm crU}^{\rm H} + 1\right)\right] e^{-2\alpha L}} = \frac{\left(K_{\rm crU}^{\rm H} + 1\right) + \left(K_{\rm crU}^{\rm H} - 1\right) e^{-2\alpha L}}{\left(K_{\rm crU}^{\rm H} + 1\right) - \left(K_{\rm crU}^{\rm H} - 1\right) e^{-2\alpha L}}.$$

$$(7.11)$$

Ефективність передачі потужності в навантаження прийнято характеризувати коефіцієнтом корисної дії (ККД), який дорівнює відношенню потужності  $P_{\rm H}$ , що виділяється на навантаженні, до потужності  $P_{\rm n}$ , поданої на вхід лінії передачі. Під час проходження відрізка лінії передачі зі втратами довжиною L унаслідок загасання губиться частина потужності, вона зменшується в  $\eta_{\alpha} = e^{-2\alpha L}$  разів, тому до навантаження доходить потужність  $P_{\rm n}\eta_{\alpha} = P_{\rm n}e^{-2\alpha L}$ . Відбиття падаючої хвилі від навантаження обумовлює додаткове зменшення в  $\eta_r = (1 - |\dot{\Gamma}_{\rm H}|^2)$  разів потужності, що передається в навантаження. Таким чином, застосовуючи співвідношення (7.9), ККД лінії можна подати у вигляді

$$\eta = \frac{P_{\rm H}}{P_{\rm II}} = \eta_{\alpha} \eta_r = e^{-2\alpha L} (1 - \left|\dot{\Gamma}_{\rm H}\right|^2) = e^{-2\alpha L} \left[ 1 - \left(\frac{K_{\rm cTU}^{\rm H} - 1}{K_{\rm cTU}^{\rm H} + 1}\right)^2 \right] = e^{-2\alpha L} \frac{4K_{\rm cTU}^{\rm H}}{\left(K_{\rm cTU}^{\rm H} + 1\right)^2}.$$
 (7.12)

Із цього виразу випливає, що найбільша потужність передається в навантаження за  $K_{ctU}^{H} = 1$ , тобто за умов повного узгодження.

Узгоджений режим лінії передачі найбільш сприятливий із позиції досягнення максимальної електричної міцності. Пробій у неузгодженій лінії передачі може виникнути в разі, коли амплітуда падаючої хвилі досягла свого критичного значення  $|\dot{u}_{\rm nad.kp}|$ , за якого нормована напруга в пучності поздовжнього розподілу  $|\dot{u}_{\rm nad.kp}|(1+|\dot{\Gamma}|)$  досягне певного критичного значення  $u_{\rm kp}$ . Це значення дорівнює квадратному кореню з критичної потужності  $P_{\rm kp}$ , за якої починається пробій у суто біжучій хвилі. Математично цей факт може бути відображений формулою

$$\left|\dot{u}_{\mathrm{пад. кр}}\right|\left(1+\left|\dot{\Gamma}\right|\right)=u_{\mathrm{ kp}}.$$
(7.13)

Після піднесення обох частин рівності до квадрата одержимо

$$P_{\text{пад.кр.}} = \left| \dot{u}_{\text{пад.кр}} \right|^2 = \frac{P_{\text{кр}}}{\left( 1 + \left| \dot{\Gamma} \right| \right)^2}.$$
 (7.14)

Із наведеного виразу випливає, коли  $|\dot{\Gamma}| = 1$ , лінія передачі може бути пробита за потужності падаючої хвилі, яка становить тільки 25% від потужності, що спричиняє пробій у біжучій хвилі. Часто максимальну потужність, що може бути передана в навантаження, характеризують виразом

$$P = |\dot{u}_{\text{пад}}|^{2} (1 - |\Gamma|^{2}) = |\dot{u}_{\text{пад}}|^{2} (1 + |\dot{\Gamma}|) (1 - |\dot{\Gamma}|) =$$
$$= |\dot{u}_{\text{пад}}|^{2} (1 + |\dot{\Gamma}|) (1 - |\dot{\Gamma}|) = |\dot{u}_{\text{пад}}|^{2} (1 + |\dot{\Gamma}|)^{2} \frac{(1 - |\dot{\Gamma}|)}{(1 + |\dot{\Gamma}|)} = \frac{|\dot{u}_{\text{кр}}|^{2}}{K_{\text{ст}U}^{\text{H}}} = \frac{P_{\text{кр}}}{K_{\text{ст}U}^{\text{H}}}.$$
(7.15)

Оцінка ККД та електроміцності лінії передачі свідчать, що найбільш доцільний узгоджений режим  $K_{cTU}^{H} = 1$ . У реальних мікрохвильових трактах унаслідок частотної залежності характеристик елементів, додаткового відбиття в місцях з'єднання елементів режим ідеального узгодження тракту недосяжний. У процесі проектування трактів задають максимальне допустиме значення КСХ навантаження і всього тракту. Типове значення КСХ лежить у межах 1,2 – 1,5, у деяких випадках допустиме значення досягає 2,5.

#### 8. Вхідний опір лінії передачі з навантаженням

Вхідний опір лінії передачі з навантаженням (неоднорідністю), розміщеної за l = 0, визначають як відношення еквівалентної напруги до еквівалентного струму в даному вхідному перерізі лінії для певного значення l:

$$\dot{Z}_{\rm BX}(l) = \frac{\dot{U}(l)}{\dot{I}(l)} = W \frac{1 + \dot{\Gamma}(l)}{1 - \dot{\Gamma}(l)},$$
(8.1)

або

$$\dot{z}_{\rm BX}(l) = \frac{1 + \dot{\Gamma}(l)}{1 - \dot{\Gamma}(l)},\tag{8.2}$$

де  $\dot{z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{Z}_{\text{вх}}}{W}$  – нормований вхідний опір.

Враховуючи формулу (7.10), вираз (8.2) можна записати у вигляді

$$\dot{z}_{\rm BX}(l) = \frac{1 + \dot{\Gamma}(0)e^{-2\dot{\gamma}l}}{1 - \dot{\Gamma}(0)e^{-2\dot{\gamma}l}} = \frac{1 + \dot{\Gamma}(0)e^{-2\alpha l}e^{-j2\beta l}}{1 - \dot{\Gamma}(0)e^{-2\alpha l}e^{-j2\beta l}} = \frac{1 + |\dot{\Gamma}(l)|e^{-j2\beta l + j\varphi_{\Gamma}}}{1 - |\dot{\Gamma}(l)|e^{-j2\beta l + j\varphi_{\Gamma}}}$$

де  $\phi_{\Gamma}$  – фаза коефіцієнта відбиття навантаження  $\dot{\Gamma}(0)$ . Застосовуючи умови спостереження максимумів і мінімумів стоячої хвилі  $2\beta l - \phi_{\Gamma} = 2\pi n$  та  $2\beta l - \phi_{\Gamma} = 2\pi n + \pi$  відповідно, одержимо значення нормованого опору в цих точках:

$$\dot{z}_{_{\mathrm{BX}}}^{\max}(l) = \frac{1 + |\dot{\Gamma}(l)|}{1 - |\dot{\Gamma}(l)|}$$
 ta  $\dot{z}_{_{\mathrm{BX}}}^{\min}(l) = \frac{1 - |\dot{\Gamma}(l)|}{1 + |\dot{\Gamma}(l)|}.$ 

Таким чином, зі співвідношень між КСХ, КБХ і модулем коефіцієнта відбиття (7.7) та (7.8) випливає, що нормований опір у пучності стоячої хвилі дорівнює КСХ, а у вузлі – КБХ. За умови, що l = 0 зв'язок опору навантаження й відповідного коефіцієнта відбиття задають формулами (6.8), (6.9). Застосовуючи їх і формулу (7.10), яка описує залежність коефіцієнта відбиття вздовж лінії передачі, знайдемо зв'язок між вхідним опором  $\dot{z}_{\rm BX}$  і опором навантаження  $\dot{z}_{\rm H}$ :

$$\dot{z}_{\rm BX}(l) = \frac{1 + \dot{\Gamma}(l)}{1 - \dot{\Gamma}(l)} = \frac{1 + \dot{\Gamma}_{\rm H} e^{-2\dot{\gamma}l}}{1 - \dot{\Gamma}_{\rm H} e^{-2\dot{\gamma}l}} = \frac{1 + \left[(\dot{z}_{\rm H} - 1)/(\dot{z}_{\rm H} + 1)\right]e^{-2\dot{\gamma}l}}{1 - \left[(\dot{z}_{\rm H} - 1)/(\dot{z}_{\rm H} + 1)\right]e^{-2\dot{\gamma}l}} = \frac{\dot{z}_{\rm H} + 1 + (\dot{z}_{\rm H} - 1)e^{-2\dot{\gamma}l}}{\dot{z}_{\rm H} + 1 - (\dot{z}_{\rm H} - 1)e^{-2\dot{\gamma}l}} \cdot \frac{e^{\dot{\gamma}l}}{e^{\dot{\gamma}l}} = \frac{\dot{z}_{\rm H} + th\dot{\gamma}l}{1 + \dot{z}_{\rm H} th\dot{\gamma}l},$$
(8.3)

де th $\gamma l$  – гіперболічний тангенс, який за визначенням дорівнює  $\frac{e^{\dot{\gamma}l} - e^{-\dot{\gamma}l}}{e^{\dot{\gamma}l} + e^{-\dot{\gamma}l}}$ . У випадку, коли втратами в лінії передачі можна знехтувати ( $\alpha = 0$ ), формула (8.3) трансформується до вигляду

$$\dot{z}_{\rm BX}(l) = \frac{\dot{z}_{\rm H} + j {\rm tg}\beta l}{1 + j \dot{z}_{\rm H} {\rm tg}\beta l}.$$
(8.4)

У дану формулу входить величина  $\vartheta = \beta l = \frac{2\pi}{\Lambda} l$ , яка має назву електричної довжини. Для провідності формули аналогічні:

$$\dot{y}_{\rm BX}(l) = \frac{\dot{y}_{\rm H} + t\dot{h}\dot{\gamma}l}{1 + \dot{y}_{\rm H}t\dot{h}\dot{\gamma}l} \quad \text{Ta} \quad \dot{y}_{\rm BX}(l) = \frac{\dot{y}_{\rm H} + jtg\beta l}{1 + j\dot{y}_{\rm H}tg\beta l} \quad .$$
(8.5)

Для випадків, коли має місце паралельне підключення декількох навантажень, більш просте є застосування провідності, що й обумовлює практичне значення формул (8.5).

Таким чином, вхідний опір (провідність)  $\dot{z}_{BX}(\dot{y}_{BX})$  залежить не тільки від опору навантаження  $\dot{z}_{H}(\dot{y}_{H})$ , а й від обраної координати точки спостереження та частоти. Проте про зміну навантаження на кінці лінії передачі все ж можна судити за зміною вхідного опору лінії.

Формули для фізичних, а не нормованих опору й провідності можна одержати шляхом денормування згідно з формулами  $\dot{z} \rightarrow \dot{Z}/W$ ,  $\dot{y} \rightarrow \dot{Y}W$ :

$$\dot{Z}_{\rm BX}(l) = W \frac{\dot{Z}_{\rm H} + W {\rm th} \gamma l}{W + \dot{Z}_{\rm H} {\rm th} \gamma l} , \qquad \dot{Y}_{\rm BX}(l) = \frac{1}{W} \frac{\dot{Y}_{\rm H} W + {\rm th} \gamma l}{1 + \dot{Y}_{\rm H} W {\rm th} \gamma l} . \tag{8.6}$$

$$\dot{Z}_{\rm BX}(l) = W \frac{\dot{Z}_{\rm H} + jW \text{tg}\beta l}{W + j\dot{Z}_{\rm H} \text{tg}\beta l} , \quad \dot{Y}_{\rm BX}(l) = \frac{1}{W} \frac{\dot{Y}_{\rm H}W + j\text{tg}\beta l}{1 + j\dot{Y}_{\rm H}W \text{tg}\beta l} . \tag{8.7}$$

## 9. Основні режими роботи лінії передачі

Знайдемо вирази для розподілу амплітуди напруги й струму для коротких відрізків лінії ( $\alpha = 0$ ) довжиною *L* залежно від напруги й струму в навантаженні. Для цього застосуємо формули (5.1), (5.8), (5.9):

$$\dot{u}(L) = \dot{u}_{\text{пад}}(0)e^{\dot{\gamma}L} + \dot{u}_{\text{від}}(0)e^{-\dot{\gamma}L}, \qquad (9.1)$$

$$\dot{i}(L) = \dot{u}_{\Pi a \pi}(0) e^{\dot{\gamma} L} - \dot{u}_{Bi\pi}(0) e^{-\dot{\gamma} L},$$
(9.2)

де значення нормованої напруги падаючої та відбитої хвиль для l=0 відповідають значенням на навантаженні. Тоді для значення напруги в навантаженні маємо

$$\dot{u}_{\rm H} = \dot{u}(0) = \dot{u}_{\rm nag}(0) + \dot{u}_{\rm Big}(0),$$
  
$$\dot{i}_{\rm H} = \dot{i}(0) = \dot{u}_{\rm nag}(0) - \dot{u}_{\rm Big}(0).$$

Із цієї системи легко одержати значення  $\dot{u}_{\text{пад}}(0) = \frac{\dot{u}_{\text{H}} + \dot{i}_{\text{H}}}{2}, \quad \dot{u}_{\text{від}}(0) = \frac{\dot{u}_{\text{H}} - \dot{i}_{\text{H}}}{2}, \text{ тоді}$ 

вхідні напруга та струм для відрізка довжиною L можуть бути подані у вигляді

$$\dot{u}(L) = \frac{\dot{u}_{\rm H} + \dot{i}_{\rm H}}{2} e^{\dot{\gamma}L} + \frac{\dot{u}_{\rm H} - \dot{i}_{\rm H}}{2} e^{-\dot{\gamma}L} = \dot{u}_{\rm H} \operatorname{ch} \dot{\gamma} L + \dot{i}_{\rm H} \operatorname{sh} \dot{\gamma} L, \qquad (9.3)$$

$$\dot{i}(L) = \frac{\dot{u}_{\rm H} + \dot{i}_{\rm H}}{2} e^{\dot{\gamma}L} - \frac{\dot{u}_{\rm H} - \dot{i}_{\rm H}}{2} e^{-\dot{\gamma}L} = \dot{u}_{\rm H} \,{\rm sh}\,\dot{\gamma}\,L + \dot{i}_{\rm H}\,{\rm ch}\,\dot{\gamma}\,L.$$
(9.4)

Вирази (9.3), (9.4) дозволяють легко перейти до фізичних напруги та струму за допомогою формул денормування (6.6):

$$\dot{U}(L) = \dot{U}_{\rm H} \operatorname{ch} \dot{\gamma} L + \dot{I}_{\rm H} W \operatorname{sh} \dot{\gamma} L, \qquad (9.5)$$

$$\dot{I}(L) = \frac{U_{\rm H}}{W} \operatorname{sh} \dot{\gamma} L + \dot{I}_{\rm H} \operatorname{ch} \dot{\gamma} L.$$
(9.6)

Якщо втратами можна знехтувати (α = 0), то вирази (9.3), (9.4) трансформуються в такі залежності:

$$\dot{u}(L) = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta L + j \dot{i}_{\rm H} \sin\beta L; \qquad (9.7)$$

$$\dot{i}(L) = \dot{i}_{\rm H} \cos\beta L + j\dot{u}_{\rm H} \sin\beta L.$$
(9.8)

Режим узгодження має місце тоді, коли  $\dot{Z}_{\rm H} = W(\dot{z}_{\rm H} = 1)$ . Згідно з формулами (8.6)  $\dot{Z}_{\rm BX}(L) = W = \text{const}$ , тобто вхідний опір не залежить від координати й дорівнює хвильовому. Згідно з формулою (6.9)  $\dot{\Gamma} = 0$ , за виразом (7.7)  $K_{\rm crU} = 1$  ( $K_{\rm for}U = 1$ ). Оскільки  $\dot{u}_{\rm H}/\dot{i}_{\rm H} = \dot{z}_{\rm H} = 1$ , то згідно з формулами (9.7) і (9.8)

$$\dot{u}(L) = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta L + j \dot{u}_{\rm H} \sin\beta L = \dot{u}_{\rm H} e^{i\beta L}; \qquad (9.9)$$

$$\dot{i}(L) = \dot{i}_{\rm H} \cos\beta L + j\dot{i}_{\rm H} \sin\beta L = \dot{i}_{\rm H} e^{i\beta L}, \qquad (9.10)$$

де амплітуда напруги  $|\dot{u}(L)| = |\dot{u}_{\rm H}| = \text{const}$  і струму  $|\dot{i}(L)| = |\dot{i}_{\rm H}| = \text{const}$ . Таким чином, у лінії існує тільки біжуча (падаюча) хвиля. Перехід до фізичних значень напруги й струму не змінює картину процесу, але амплітуда напруги дорівнює  $\dot{U}_{\rm H}$ , амплітуда струму  $\dot{I}_{\rm H} = \dot{U}_{\rm H}/W$ .

*Режим короткого замикання* має місце тоді, коли  $\dot{u}_{\rm H} = 0$ , це спостерігають за умови  $\dot{Z}_{\rm H} = 0$  ( $\dot{Y}_{\rm H} = \infty$ ). Згідно з формулою (8.4)  $\dot{z}_{\rm BX}(L) = j {\rm tg} \beta L$ , тобто вхідний  $\dot{y}_{\rm BX}(L) = -j {\rm ctg}\beta L$ )  $\epsilon$ провідність уявна опір (вхідна величина  $Re[\dot{z}_{BX}(L)] = Re[\dot{y}_{BX}(L)] = 0.$  Слід мати на увазі, що це стосується ідеальної лінії без втрат ( $\alpha = 0$ ). Відрізок короткозамкненої лінії довжиною, меншою за  $\Lambda/4$ , має електричну довжину  $\vartheta$ , меншу за  $\pi/2$ , і індуктивний вхідний опір. Цей опір необмежено зростає в разі наближення довжини відрізка до значення  $\Lambda/4$ . Зростання опору до нескінченності свідчить про те, що такий відрізок довгої лінії може бути розглянутий як аналог паралельного резонансного контуру. За умов довжини відрізка Л/2 опір дорівнює нулю, такий відрізок являє собою аналог послідовного коливального контуру. В інтервалі  $\pi/2 < \vartheta < \pi$  вхідний опір має ємнісний характер. Взагалі опір – це періодична функція з періодом  $\Lambda/2$ . Таким чином, вхідний опір короткозамкненого відрізка лінії передачі може мати індуктивний або ємнісний характер (залежно від знака тангенса). Згідно з виразом (6.9)  $\dot{\Gamma} = -1$ , тобто відбита хвиля має зсув на  $\pi$  щодо падаючої хвилі (за одного й того ж значення координати). За виразом (7.7)  $K_{ctU} = \infty$  ( $K_{\delta xU} = 0$ ). Оскільки  $\dot{u}_{\mu} = 0$ , то згідно із залежностями (9.7) і (9.8)

$$u(L) = ji_{\rm H}\sin\beta L; \qquad (9.11)$$

$$i(L) = i_{\rm H} \cos\beta L. \tag{9.12}$$

Для переходу до фізичних значень напруги та струму у формулі (9.11) амплітуда повинна дорівнювати  $\dot{I}_{\rm H} = \dot{I}_{\rm max}$ , у виразі (9.12) –  $U_{\rm max} = \dot{I}_{\rm H}W$ , де  $\dot{I}_{\rm H}$  –



амплітуда струму через короткозамикач (і в пучностях стоячої хвилі струму);  $U_{\rm max}$  – амплітуда напруги в пучностях стоячої хвилі напруги. Множник *j* ( $e^{j\pi/2} = j$ ) свідчить про те, що напруга і струм зсунуті за фазою на  $\pi/2$ , тобто потужність в навантаження не передається, має коливання. Розподіл місце тільки амплітуди напруги, струму та вхідного залежно від опору довжини короткозамкненого відрізка лінії передачі наведений на рис. 9.1. Таким чином, сформована хвиля має всі ознаки суто стоячої хвилі. Слід зазначити, що наявність втрат (α≠0)

обмежує величину резонансного значення вхідного опору.

Режим холостого ходу має місце тоді, коли  $\dot{l}_{H} = 0$ , це спостерігають за  $\dot{Z}_{H} = \infty$  ( $\dot{Y}_{H} = 0$ ). Згідно з виразом (8.4)  $\dot{z}_{BX}(L) = -j \text{ctg}\beta L$ , тобто вхідний опір (вхідна провідність  $\dot{y}_{BX}(L) = j \text{tg}\beta L$ ) є уявна величина  $\text{Re}[\dot{z}_{BX}(L)] = \text{Re}[\dot{y}_{BX}(L)] = 0$ . Слід мати на увазі, що це стосується ідеальної лінії без втрат ( $\alpha = 0$ ). Таким чином, вхідний опір такого відрізка лінії передачі, як і короткозамкненого відрізка, може мати індуктивний або ємнісний характер. При цьому аналогічні явища спостерігають у випадку зсуву на  $\Lambda/4$ . Необхідно зауважити, що режим холостого ходу може бути реалізований шляхом розімкнутої лінії передачі в лініях із *TEM*-хвилею (наприклад, коаксіальних лініях). У хвилеводах режиму холостого ходу досягають ввімкненням короткозамкненого поршня на відстані  $\Lambda/4$  від перерізу, де необхідно забезпечити вказаний режим. Згідно з виразом (6.9)  $\dot{\Gamma} = 1$ , тобто відбита хвиля знаходиться у фазі з падаючою хвилею (за однієї і тієї ж координати). За формулою (7.7)  $K_{ctU} = \infty$  ( $K_{6xU} = 0$ ). Оскільки  $\dot{l}_{H} = 0$ , то згідно із залежностями (9.7) і (9.8)



$$\dot{u}(L) = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta L; \qquad (9.13)$$

$$i(L) = j\dot{u}_{\rm H}\sin\beta L. \qquad (9.14)$$

переходу Для до значень фізичних напруги та струму  $\dot{u}_{\rm H}$  у виразі (9.13) потрібно замінити на  $\dot{U}_{\rm H} = \dot{U}_{\rm max}$ , а у виразі (9.14) – на  $\dot{I}_{\max} = U_{\max} / W$ , де  $U_{\max}$  – амплітуда напруги на кінці лінії (і в пучностях напруги); стоячої хвилі Imax амплітуда струму в пучностях стоячої хвилі струму. Множник *ј* свідчить про те, що напруга і струм зсунуті за фазою на  $\pi/2$ , тобто потужність у навантаження не передається, має

місце тільки коливання. Розподіл амплітуди напруги, струму та вхідного опору залежно від довжини розімкненого відрізка лінії передачі наведений (рис.9.2). Таким чином, як і для випадку короткозамкненого відрізка лінії, сформована хвиля має всі ознаки суто стоячої хвилі. Слід пам'ятати, що наявність втрат (α ≠ 0) обмежує величину резонансного значення вхідного опору.

Порівнюючи рис.9.1 і 9.2, бачимо, що вхідний опір лінії в режимі холостого ходу дорівнює вхідному опору короткозамкненої лінії, яка має на  $\Lambda/4$  більшу довжину. Зсув на  $\Lambda/4$  має місце також для залежностей напруги і струму.

Опір відрізка лінії довжиною  $L < \Lambda/4$  із електричною довжиною  $\vartheta = \beta L < \pi/2$  у режимі холостого ходу має ємнісний характер, який необмежено

зростає в разі приближення L до  $\Lambda/2$ . Відрізок довжиною  $\Lambda/4 < L < \Lambda/2$  має індуктивний характер.

Відрізки ліній передачі в режимі холостого ходу або короткого замикання називають реактивними шлейфами, оскільки їх опір незалежно від довжини має суто реактивний характер.

Режим реактивного навантаження має місце, якщо для опору навантаження задовольняється умова  $\operatorname{Re}(\dot{Z}_{H}) = 0$ . Нехай  $\dot{z}_{H} = jx_{H}$ , причому можливий випадок, коли  $x_{H} > 0$  (індуктивне навантаження) і  $x_{H} < 0$  (ємнісне навантаження). Тоді за виразом (6.9) знайдемо

$$\left|\Gamma_{\rm H}\right| = \frac{\left|jx_{\rm H}-1\right|}{\left|jx_{\rm H}+1\right|} = \frac{\sqrt{\left(x_{\rm H}\right)^2 + 1}}{\sqrt{\left(x_{\rm H}\right)^2 + 1}} = 1.$$
(9.15)

Таким чином, як і для випадків короткого замикання або холостого ходу, сформована хвиля має всі ознаки суто стоячої хвилі. Вираз (6.9) дозволяє одержати і фазу коефіцієнта відбиття:

$$\varphi_{\Gamma} = \pi - 2 \operatorname{arctg} x_{\mathrm{H}}. \tag{9.16}$$

Вхідний опір також має реактивний характер  $\text{Re}(\dot{Z}_{\text{BX}})=0$ , але залежно від довжини відрізка лінії L (чи координати перерізу) характер реактивності вхідного опору може збігатися з характером реактивності навантаження чи бути йому протилежним. Для одержання розподілу модуля напруги або струму вздовж лінії доцільно застосовувати вирази (7.3), (7.4), відновивши відповідні амплітуди напруги  $U_{\text{max}}$  та струму  $I_{\text{max}}$ :

$$\begin{aligned} |\dot{U}(L)| &= |\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{\Gamma}|^{2}+2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &= |\dot{U}_{\max}|\sqrt{2+2\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = 2|\dot{U}_{\max}|\sin(\beta L+\arctan\frac{X_{H}}{W_{0}})|; \end{aligned} (9.17) \\ &|\dot{I}(L)| = |\dot{I}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{\Gamma}|^{2}-2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &||\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{\Gamma}|^{2}-2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &||\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &||\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &||\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &||\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &||\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{\Gamma}|^{2}-2|\dot{\Gamma}|\cos(2\beta L-\phi_{\Gamma})} = \\ &||\dot{U}_{\max}|\sqrt{1+|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_{\max}|^{2}-2|\dot{U}_$$

$$= \left| \dot{I}_{\max} \right| \sqrt{2 + 2\cos(2\beta L - \varphi_{\Gamma})} = 2 \left| \dot{I}_{\max} \right| \cos\left(\beta L + \operatorname{arctg} \frac{X_{\mu}}{W_0}\right) \right| .$$
(9.18)

На рис.9.3 наведена залежність вхідних нормованих напруг, струмів та опорів від довжини відрізків ліній передачі, навантажених реактивним опором. Коли навантаження має індуктивний характер, то найближчому до нього резонансному перерізу відповідає пучність стоячої хвилі напруги (рис.9.3,*a*). У разі ємнісного характеру навантаження найближчому до нього резонансному перерізу відповідає вузол стоячої хвилі напруги (рис.9.3,*б*). Напруги у вузлах стоячої хвилі дорівнюють нулю, оскільки амплітуди

падаючої і відбитої хвиль у зв'язку з відсутністю омічних втрат однакові.



Рис. 9.3. Графіки залежностей вхідних нормованих напруг, струмів та опорів від довжини відрізків ліній передачі з реактивним навантаженням: a -індуктивним;  $\delta -$ ємнісним

*Режим активного навантаження* має місце, якщо для опору навантаження задовольняється умова  $\text{Im}(\dot{Z}_{\rm H}) = 0$ . Нехай  $\dot{z}_{\rm H} = r_{\rm H}$ , тоді можна одержати із виразу (8.4)

$$r_{\rm BX}(L) = \frac{r_{\rm H}(1 + {\rm tg}^2 \,\beta L)}{1 + (r_{\rm H})^2 \,{\rm tg}^2 \,\beta L}, \quad x_{\rm BX}(L) = \frac{\left|1 - (r_{\rm H})^2\right| {\rm tg} \beta L}{1 + (r_{\rm H})^2 \,{\rm tg}^2 \,\beta L}, \tag{9.19}$$

звідки видно, що  $r_{\rm BX}(L) > 0$  завжди додатний і змінюється від  $r_{\rm H}$  до  $1/r_{\rm H}$ .

Коефіцієнт відбиття навантаження є дійсна величина

$$\dot{\Gamma}_{\rm H} = \frac{r_{\rm H} - 1}{r_{\rm H} + 1} \tag{9.20}$$

і може набувати залежно від значення нормованого опору навантаження додатного за  $r_{\rm H} > 1$  ( $R_{\rm H} > W$ ) і від'ємного за  $r_{\rm H} < 1$  ( $R_{\rm H} < W$ ) значень. Додатне значення свідчить про те, що відбита хвиля синфазна із падаючою (для однієї і тієї ж координати), а від'ємне – протифазна.

Обчислимо значення КСХ:

$$K_{\rm cr} = \frac{1 + |\dot{\Gamma}_{\rm H}|}{1 - |\dot{\Gamma}_{\rm H}|} = \frac{1 + |r_{\rm H} - 1|/|r_{\rm H} + 1|}{1 - |r_{\rm H} - 1|/|r_{\rm H} + 1|} = \begin{cases} r_{\rm H}, & r_{\rm H} > 1\\ 1/r_{\rm H}, & r_{\rm H} < 1 \end{cases}$$
(9.21)

За умови  $r_{\rm H} < 1$  ( $R_{\rm H} < W$ ) на навантаженні встановлюється вузол стоячої хвилі напруги, а за  $r_{\rm H} > 1$  ( $R_{\rm H} > W$ ) – пучність.



Рис. 9.4. Графіки залежностей вхідних нормованих напруг, струмів та опорів від довжини відрізків ліній передачі з активним навантаженням: *а* – менше хвильового; *б* – більше хвильового

Ha рис.9.4 наведені розподіли амплітуди напруги, струму та вхідного опору у випадку, коли навантаження має активний характер, причому зображені два випадки: коли  $r_{\rm H} < 1$  (рис.9.4,*a*) і  $r_{\rm H} > 1$ аналізу відповідних (рис.9.4,б). Iз залежностей випливає, що В такому випадку формується режим змішаних хвиль.

Загальний випадок комплексного навантаження лінії можна розглядати як суперпозицію попередніх режимів роботи лінії передачі на активне й реактивне навантаження. Зрозуміло, що в такому формується режим змішаних випадку (рис.9.5). Аналіз зображених ХВИЛЬ залежностей свідчить у даному випадку про те, що активна частина навантаження більша хвильового опору лінії, а реактивна частина має ємнісний характер.



нормованих напруги, струму та опору від довжини відрізка лінії передачі з комплексним навантаженням

#### Приклад задачі до теми

Розрахувати розподіл нормованих напруги та струму в структурі, утвореній навантаженням із опором  $\dot{z}_{\rm H} = \frac{8+15j}{17}$ , відрізком довгої лінії без втрат електричною довжиною  $\vartheta_1 = \pi/4$  і нормованим хвильовим опором  $w_1 = 1$ , відрізком лінії з нормованим хвильовим опором  $w_2 = \sqrt{\dot{z}_{\rm BX}} \cdot 1$  електричною довжиною  $\vartheta_2 = \pi/2$ , де  $\dot{z}_{\rm BX}$  – нормований вхідний опір попереднього відрізка довгої лінії з нормованим хвильовим опором  $w_3 = 1$ .

#### Розв'язання

Згідно з виразом (8.4) вхідний нормований опір першого відрізка довгої лінії дорівнює

$$\dot{z}_{\rm BX} = \frac{\dot{z}_{\rm H} + j t g \beta l}{1 + j \dot{z}_{\rm H} t g \beta l} = \frac{(8 + 15j)/17 + j t g \frac{\pi}{4}}{1 + j [(8 + 15j)/17] t g \frac{\pi}{4}} = 4.$$

У ході одержання цього виразу припущено, що хвильовий опір першого відрізка становить умовну одиницю. Відповідно вхідний опір другого відрізка має бути обчислений теж за допомогою виразу (8.4), але з урахуванням значення хвильового опору для другого відрізка, який становить  $w_2 = \sqrt{\dot{z}_{\text{вх}}} \cdot 1 = 2$  і відрізняється від хвильового опору першого відрізка. Нормований опір навантаження для другого відрізка (вхідний опір першого відрізка) дорівнюватиме  $w_2 = \dot{z}_{\text{вх}} \cdot 1 = 2$ . Таким чином, для вхідного опору другого відрізка електричною довжиною  $\vartheta_2 = \pi/2$ , що відповідає довжині чверті хвилі в цій довгій лінії, маємо

$$\dot{z}_{1\text{BX}} = \frac{2+j\text{tg}\frac{\pi}{2}}{1+j2\text{tg}\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

Після проведення денормування  $\dot{z}_{1BX}w_2 = 1$  та нормування на одиничний хвильовий опір  $w_3$  останнього відрізка виходить, що для останнього відрізка довгої лінії нормований опір навантаження дорівнює одиниці. Із цього випливає співвідношення  $\dot{u}_{\rm H} = \dot{i}_{\rm H} z_{\rm H} = \dot{i}_{\rm H}$ . Тоді в даному відрізку довгої лінії для розподілу напруги та струму будуть правильні вирази

$$\dot{u}(l) = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta l + j\dot{u}_{\rm H} \sin\beta l = \dot{u}_{\rm H} \exp(j\beta l);$$
  
$$\dot{l}(l) = \dot{l}_{\rm H} \cos\beta l + j\dot{l}_{\rm H} \sin\beta l = \dot{l}_{\rm H} \exp(j\beta l).$$

Це означає, що в розглянутому відрізку поширюється суто біжуча хвиля. Для першого відрізка лінії передачі буде правильний загальний вигляд виразів (9.7), (9.8):

$$\dot{u}(l) = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta l + j\dot{l}_{\rm H} \sin\beta l = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta l + j\frac{\dot{u}_{\rm H}}{z_{\rm H}} \sin\beta l = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta l + j\frac{\dot{u}_{\rm H}}{(8+15j)/17} \sin\beta l;$$
$$\dot{l}(l) = \dot{l}_{\rm H} \cos\beta l + j\dot{u}_{\rm H} \sin\beta l = \frac{\dot{u}_{\rm H}}{(8+15j)/17} \cos\beta l + j\dot{u}_{\rm H} \sin\beta l.$$
  
Обираючи для визначеності  $\dot{u}_{\rm H} = 1$ 



одержимо кінцевий вираз. Конкретні нормованих напруги значення та першого струму на вході відрізка становити 1.331 + i0.333будуть та 0,333+ *j*0,083, тобто щодо напруги будемо спостерігати максимум, а щодо струму – мінімум. Таким же чином можуть бути розраховані значення нормованих напруги та струму на вході другого відрізка: -0,073+ *j*0,335 та -0,330+j1,332.Кінцевий вигляд розподілів нормованих напруги та

Самостійно провести розрахунки для випадків  $\vartheta_1 = 3\pi/4$  та  $\vartheta_1 = 5\pi/4$ .

## 10. Кругова діаграма опорів

Вираз для трансформації опору не має певної наочності й не дає простих шляхів для відповідних оціночних розрахунків. Ситуація значно спрощується із застосуванням діаграми повних опорів. Така діаграма відображає залежність комплексного опору в декартовій системі координат, де вісь абсцис утворена дійсною частиною, а вісь ординат – уявною частиною комплексного коефіцієнта відбиття  $\dot{\Gamma} = u + jv$ . У таких координатах точка (0,0) відповідає повному узгодженню і є центром діаграми. Точка (1,0) відповідає режиму холостого ходу й відповідно нескінченно великому опору, а точка (-1,0) – режиму короткого замикання і відповідно нульовому опору. Для реактивного опору навантаження та відсутності втрат модуль коефіцієнта відбиття дорівнює одиниці, цьому випадку відповідає коло одиничного радіуса.

Для забезпечення загальності для розгляду беруть нормований опір  $\dot{Z}/W = \dot{z} = r + jx$ . Комплексний коефіцієнт відбиття записують згідно з виразом (6.9) як функцію активної та реактивної складових опору.

$$u + jv = \frac{(r-1) + jx}{(r+1) + jx}.$$
(10.1)

Після поділення виразу на дійсну та уявну частини та елементарних алгебричних перетворень для випадку сталого значення активної компоненти нормованого опору *r* має місце вираз

$$v^{2} + (u - \frac{r}{1+r})^{2} = \frac{1}{(1+r)^{2}}.$$
 (10.2)

У декартових координатах u, v вираз (10.2) є рівнянням сім'ї кіл із центром у точці (r/(1+r), 0) і радіусом 1/(1+r). Ці кола з різними значеннями r наведені далі (рис.10.1,a). Кожне коло – це геометричне місце точок, де активна частина нормованого опору стала. Центри всіх кіл лежать на осі u, а кожне з кіл за r = const проходить через точку з координатами (1,0), тобто всі кола сталого значення активної компоненти опору мають спільну дотичну в цій точці. Коло зі значенням 1 відповідає випадку рівності активного опору хвильовому опору лінії передачі. Це коло проходить через центр діаграми й має радіус, який дорівнює 0,5.

Вираз для сталого значення реактивної частини нормованого опору має вигляд

$$(u-1)^{2} + (v-1/x)^{2} = (1/x)^{2}.$$
(10.3)

У декартових координатах u, v ця рівність є рівнянням сім'ї кіл із центром у точці з координатами u=1, v=1/x та радіусом 1/x. У цьому разі центри кіл розташовані на вертикальній лінії, яка проходить через точку (1, 0). Індуктивним (додатним) опорам відповідають кола, розташовані над горизонтальною віссю u, а ємнісним (від'ємним) – нижче цієї осі (рис.10.1, $\delta$ ).

Системи кіл сталого значення активної і реактивної компонент опорів взаємно ортогональні.

Для розширення можливостей на кругову діаграму опорів наносять ще кола сталого КСХ (пунктирні лінії на рис.10.1,*s*). У повністю узгодженій лінії коефіцієнт відбиття дорівнює нулю, тобто  $K_{ctU} = 1$ . Цьому значенню КСХ відповідає точка з координатами u = 0, v = 0 у центрі діаграми. Якщо модуль коефіцієнта відбиття дорівнює одиниці, величина КСХ прямує до нескінченності. Точка з координатами u = 1, v = 0 відповідає нескінченно великому опору, тобто розімкненій лінії (режим холостого ходу). За u = 0, v = -1 суто реактивний опір має ємнісний характер, а за u = 0, v = 1 – індуктивний. Через точку з координатами u = -1, v = 0 проходить коло з r = 0, це відповідає короткому замиканню. У центрі діаграми, у точці з координатами u = 0, v = 0 нормований опір  $\dot{z} = 1 + j0$ , тобто збігається з хвильовим опором лінії, який беруть суто активним. Вісь абсцис v = 0 відповідає суто активним опорам, вісь ординат u = 0– суто реактивним.

Відрізок, який з'єднує точки холостого ходу й короткого замикання, являє собою геометричне місце точок, де еквівалентні струм і напруга синфазні, тобто є геометричне місце суто активних вхідних опорів, які змінюються від нескінченності до нуля. Цей відрізок відповідає значенням опору в максимумах або мінімумах стоячої хвилі, причому в мінімумах він збігається зі значенням КБХ, а в максимумах – із КСХ.

Таким чином, кожній точці площини діаграми відповідає унікальне значення комплексного опору, яке одержують як значення активного і



реактивного опорів. Відповідні кола для них проходять через цю точку (рис.10.1,*в*).



Рис. 10.1. Кругова діаграма опорів: a - лініїсталого активного опору (r = const);  $\delta - лінії$ сталого реактивного опору (x = const);  $\beta - повний вигляд$ 

На зовнішнє коло кругової діаграми опорів нанесені значення фази коефіцієнта відбиття (у градусах), який змінюється в межах від ±180° за умов короткого замикання до 0° у режимі холостого ходу. Відповідно комплексний

коефіцієнт відбиття наносять на діаграму у вигляді радіуса-вектора, довжина якого дорівнює модулю коефіцієнта відбиття, а кут між радіусом-вектором і додатною віссю дорівнює фазі коефіцієнта відбиття.

Слід відзначити, що один повний оберт по круговій діаграмі відповідає зміщенню вздовж лінії на відстань, що дорівнює половині довжини хвилі ( $\Lambda/2$ ) у ній. Руху в напрямку до навантаження відповідає обертання коефіцієнта відбиття проти годинникової стрілки, а в напрямку до генератора – за годинниковою стрілкою. Цей факт випливає із закону трансформації коефіцієнта відбиття:  $\Gamma(l) = \Gamma_{\rm H} \exp(-2j\beta l)$  і  $\Gamma_{\rm H} = \Gamma(0) \exp(j2\beta l)$ .

Кола з центром у точці (0,0) відповідають сталим значенням модуля коефіцієнта відбиття  $|\dot{\Gamma}|$  (тобто сталому значенню КСХ  $K_{cTU}$ ). Значення радіуса дорівнює  $|\dot{\Gamma}|$ . Переміщенню вздовж осі лінії передачі на однакові відрізки відповідає переміщення на діаграмі по колу сталого значення КСХ на однакові кути. Для зручності під час роботи значення  $|\dot{\Gamma}|$  і  $K_{cTU}$  нанесені на прозору лінійку, яка може обертатися навколо центра діаграми. Одна зі шкал на зовнішньому колі діаграми проградуйована відстанями вздовж лінії, нормованими на довжину хвилі в ній. Максимальне значення відстані відповідає половині довжини хвилі в лінії  $\Lambda/2$ .

Із розглянутого вище можна зрозуміти, що перехід від опорів до провідностей відповідає повороту на діаграмі на 180°, тобто зміщенню вздовж лінії на чверть довжини хвилі ( $\Lambda/4$ ). Якщо кожну точку, яка відповідає певному значенню нормованого комплексного опору, повернути на 180° і одержані таким чином комплексні числа знову нанести в координатах u, v, то отримаємо кругову діаграму для нормованих провідностей. Отже, діаграма провідностей має бути дзеркальним відображенням діаграми повних опорів відносно осі ординат.

На практиці застосовують описану діаграму. Точці з координатами u=1, v=0 відповідає режим короткого замикання, у точці з координатами u=0, v=1 провідність суто реактивна і має ємнісний характер. Навпаки, точка з координатами u=0, v=-1 відповідає суто індуктивній провідності. Режиму холостого ходу відповідає точка з координатами u=-1, v=0, через яку проходить коло з r=0. Точка в центрі діаграми відповідає режиму узгодженої лінії.

Залежно від ситуації перевагу надають одній із двох наведених діаграм. Так, під час розрахунків послідовно з'єднаних опорів зручніше застосовувати діаграму опорів, а паралельно з'єднаних – діаграму провідностей.

## 11. Півхвильові та чвертьхвильові трансформатори

Як указано в розд. 8, вхідний опір лінії передачі не збігається з опором навантаження. Тому скінченний відрізок лінії передачі довжиною *L* виконує функцію трансформатора опору.

*Півхвильовий трансформатор.* Розглянемо відрізки регулярної лінії, довжина якої дорівнює цілому числу півхвилі на певній робочій частоті.
$$L = \frac{\Lambda}{2}n, \quad n = 1, 2, ...,$$
 (11.1)

тоді 
$$\beta L = \frac{2\pi}{\Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{2} n = \pi n$$
. Оскільки  $tg(\beta L) = 0$ , то з виразу (8.4) випливає, що

$$\dot{z}_{\rm BX}(L) = z_{\rm H},$$
 (11.2)

тобто півхвильовий відрізок лінії передачі не трансформує опір навантаження. Розглянемо напругу на вході півхвильового відрізка лінії, на основі формули (9.7) запишемо

$$\dot{u}(L) = \dot{u}_{\rm H} \cos\beta L + j\dot{i}_{\rm H} \sin\beta L = -\dot{u}_{\rm H}, \qquad (11.3)$$

таким чином, фазовий зсув між коливаннями на навантаженні та вході півхвильового відрізка лінії дорівнює  $\pi$ . Цю властивість півхвильового відрізка лінії називають "перевертанням фази", її часто застосовують у техніці НВЧ, зокрема в широковідомому симетрувальному пристрої типу U-коліно для строгого протифазного збудження, симетричного відносно екрана навантаження (вібраторної антени).

*Чвертьхвильовий трансформатор.* Розглянемо відрізки регулярної лінії, довжина якої становить непарне число чвертьхвилі на певній робочій частоті.

$$L = \frac{\Lambda}{4}(2n+1), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \tag{11.4}$$

тоді 
$$\beta L = \frac{\pi}{2}(2n+1) = \pi n + \frac{\pi}{2}$$
. Оскільки  $tg(\beta L) \to \infty$ , то з виразу (8.4) випливає, що  
 $\dot{z}_{BX}(L) = 1/\dot{z}_{H} = \dot{y}_{H},$  (11.5)

тобто чвертьхвильовий відрізок лінії трансформує нормований опір навантаження на провідність. У випадку короткозамкненого чвертьхвильового відрізка лінії його вхідний опір прямує до нескінченності  $\dot{z}_{\rm BX}(L) \rightarrow \infty$ .

Чвертьхвильовий трансформатор широко застосовують у техніці НВЧ для побудови пристроїв узгодження та дроселів.

Якщо вираз (1.85) записати не в нормованих величинах, то одержимо співвідношення, важливе для практики:

$$\dot{Z}_{\rm BX}(L)\dot{Z}_{\rm H} = W_{\rm Tp}^2,$$
 (11.6)

де  $W_{\rm Tp}$  – хвильовий опір трансформатора.

# 12. Узгодження ліній передачі з навантаженням

Максимальне значення потужності, яке може надходити в навантаження, згідно з виразом (7.12) спостерігають за  $|\dot{\Gamma}_{\rm H}|=0$  ( $K_{\rm crU}^{\rm H}=1$ ), тобто у випадку ідеального узгодження навантаження з лінією передачі, коли опір навантаження, підключеного до кінця лінії передачі, дорівнює хвильовому опору даної лінії. Це еквівалентно роботі в режимі біжучої хвилі, тобто за відсутності відбитої хвилі. Такий розгляд має точне фізичне тлумачення для ліній із *TEM*-хвилею, у яких наявні напруга і струм. Для хвилеводів фізичний зміст має така інтерпретація узгодження. Розподіл векторів електромагнітного поля у хвилеводі залежить від умов на його кінці. Якщо на кінці хвилеводу в точці переходу енергії до навантаження структура електромагнітного поля падаючої хвилі зберігається незмінна, то енергія падаючої хвилі повністю поглинається в навантаженні й тоді структура поля має той же вигляд, що й у хвилеводі нескінченної довжини. Дана ситуація має місце у випадку однакових опору навантаження та хвильового опору лінії передачі. Унаслідок сугубо активного характеру хвильового опору нормований опір навантаження повинен дорівнювати одиниці. У противному разі частина енергії відбивається від кінця лінії і виникає відбита хвиля, яка поширюється в напрямку від навантаження до генератора. Амплітуда й фаза відбитої хвилі такі, що в сумі з падаючою відбита хвиля задовольняє граничну умову в місці відбиття.

У випадку відсутності узгодження навантаження з лінією передачі частина енергії відбивається, що обумовлює втрати на відбиття  $L_{\rm Big}$ , які вимірюють у децибелах:

$$L_{\rm Big} = 10 \lg \frac{1}{1 - \left|\dot{\Gamma}_{\rm H}\right|^2} = 10 \lg \frac{1}{1 - \left[\left(K_{\rm cr}U - 1\right)/\left(K_{\rm cr}U + 1\right)\right]^2} = 10 \lg \frac{\left(K_{\rm cr}U + 1\right)^2}{4K_{\rm cr}U}.$$
 (12.1)

Наявність додаткових втрат обумовлює зростання шуму, оскільки коефіцієнт шуму (або шумова температура) пасивного чотириполюсника пропорційний втратам L.

Узгодження відіграє важливу роль для забезпечення нормальної роботи джерел НВЧ коливань. У разі зміни опору навантаження, на яке працює джерело НВЧ коливань, у більшості випадків спостерігають зміну як рівня потужності, так і частоти коливань, які генеруються. Чим краще узгоджений НВЧ тракт, тим вища стабільність частоти генератора. Максимальна допустима величина КСХ для більшості потужних генераторів не перевищує 1,5.

У випадку відсутності узгодження пробивна потужність лінії зменшується згідно з виразом (7.15) у  $K_{ctU}$  разів за рахунок зростання напруги в максимумах стоячої хвилі, тобто електрична міцність лінії для випадку відсутності узгодження зменшується у  $K_{ctU}$  разів порівняно з електричною міцністю узгодженої лінії. Під час передачі великих потужностей звичайно намагаються забезпечити КСХ не більше 1,5.

Якщо на вході приймальних кіл значеня КСХ суттєво відрізняються від 1, це призводить до зменшення чутливості й дальності дії, тому на практиці вимагають, щоб вхідні кола НВЧ приймачів у режимі приймання мали  $K_{\rm crU} < 1.5 - 2.0$  у межах робочого діапазону частот. За умови  $K_{\rm crU} = 1.5$  втрати на відбиття становлять 0.17 дБ (4% потужності).

Узгодження важливе також під час вимірювання потужності. При цьому достатньо хорошим вважають узгодження за умови  $K_{ctU} = 1,2-1,5$  (за  $K_{ctU} = 1,2$  похибка не перевищує 1 %).

Узгодження не завжди вимагають під час розв'язування задач НВЧ техніки. Зокрема, у разі вимірювання на НВЧ із застосовуванням принципу голографічного запису інформації навпаки необхідна наявність еталонного відбиття, яке беруть як опорне для визначення, наприклад, малих рівнів відбиття.

У принципі, про ступінь узгодження можна говорити за наявності максимуму потужності, яка надходить у навантаження. Однак контроль узгодження за величиною потужності має недостатню чутливість, наприклад похибка у визначенні максимуму потужності, яка дорівнює 1%, відповідає КСХ приблизно 1,22. Безпосередній контроль КСХ дає значно більшу точність.

Процес настройки лінії в режим біжучої хвилі називають узгодженням, а лінію, у якій установився режим біжучої хвилі, – узгодженою.

На практиці застосовують декілька методів узгодження хвильового опору лінії з опором навантаження.

Щоб досягти узгодження між двома лініями або лінією і навантаженням, потрібно ввімкнути узгоджувальний чотириполюсник. Призначення цього чотириполюсника – усунення відбитої хвилі, тобто перетворення нормованого опору навантаження  $\dot{Z}_{\rm H}/W = \dot{z}_{\rm H} = r_{\rm H} + jx_{\rm H}$  на нормований опір  $\dot{z}_{\rm BX} = 1 + j0$ . Така трансформація може бути здійснена двома принципово різними способами. Згідно з одним із них використовують чотириполюсник із поглинанням. Генератор і навантаження розв'язані, бо КСХ у лінії майже не залежить від КСХ навантаження. Такий чотириполюсник має назву розв'язувального атенюатора. Його ККД дуже малий. Інший шлях пов'язаний із використанням реактивного чотириполюсника. Із фізичної позиції корисного ефекту досягають за рахунок застосування явища інтерференції, коли сукупність відбитих хвиль компенсує одна одну. Саме такий чотириполюсник має назву трансформатора опору.

узгодження. Вузькосмугове Пристрої вузькосмугового **v**згодження передбачає досягнення режиму біжучої хвилі на одній розрахунковій частоті. У разі відхилення від розрахункової частоти має місце зростання КСХ. Смуга частот, для якої КСХ не перевищує допустиме значення, має назву смуги частот У випадку вузькосмугового узгодження смугу узгодження. частот контролюють у ході обчислення номіналів елементів узгоджувального пристрою і визначають розрахунково або експериментально тільки після знаходження номіналів узгоджувальних елементів. Альтернативою вузькосмуговому є широкосмугове узгодження, за якого номінали узгоджувальних елементів визначають із умови встановлення максимальної смуги частот узгодження. У разі широкосмугового узгодження вимога досягнення одиничного значення КСХ на розрахунковій частоті відсутня і не слугує основою для розрахунку номіналів узгоджувальних елементів. При цьому відносне значення смуги узгодження  $\Delta f / f_0$  у випадку вузькосмугового узгодження може бути досить велике, термін означає тільки технологію узгодження. Виходячи із загальних принципів, зрозуміло, що смуга узгодження тим менша, чим більший стрибок опорів, які мають бути узгоджені.

*Чвертьхвильовий трансформатор*. Якщо навантаженням лінії передачі є активний опір  $R_{\rm H}$ , який не збігається із хвильовим опором W самої лінії, то ввімкнення між лінією передачі та навантаженням чотириполюсника у вигляді

чвертьхвильового трансформатора із  $W_{\rm rp} = \sqrt{WR_{\rm H}}$  згідно з виразом (11.6) дозволяє отримати на вході трансформатора опір *W*, тобто узгодити навантаження з лінією передачі. Такий розгляд заснований на теорії довгих ліній, теорія інтерференції також дозволяє пояснити ефект узгодження. Дійсно, коефіцієнт відбиття (рис.12.1) у площині 1 ввімкнення навантаження становить  $\Gamma_1 = (R_{\rm H} - W_{\rm rp})/(R_{\rm H} + W_{\rm rp})$ , а в площині 2, де з'єднуються лінії передачі й трансформатора,  $\Gamma_2 = (W_{\rm rp} - W)/(W_{\rm rp} + W)$ . Пряме прирівнювання виразів для  $\Gamma_1$ та  $\Gamma_2$  свідчить, що  $\Gamma_1$  дорівнює  $\Gamma_2$ . Згідно з виразом (5.4) коефіцієнт відбиття  $\Gamma_1$ у разі трансформації з площини 1 у площину 2 набуває значення  $\Gamma_1 \exp(-j2\beta\Lambda_4) = \Gamma_1 \exp(-j2^{2\pi}/\Lambda_4^{\Lambda}) = \Gamma_1 \exp(-j\pi) = -\Gamma_1$ , тобто є протилежний за знаком до  $\Gamma_2$ , що й обумовлює їх взаємну компенсацію.

Для узгодження однотипних ліній передачі з різними хвильовими опорами  $W_1$  і  $W_2$  використовують трансформатор із

$$W_{\rm rp} = \sqrt{W_1 \, W_2} \, .$$
 (12.2)

Для прямокутного хвилеводу під час роботи на основній хвилі  $H_{10}$  доцільно застосовувати поняття про еквівалентний опір (3.21). Це означає, що за сталого значення ширини хвилеводів *а* висоту хвилеводу-трансформатора необхідно обирати виходячи зі співвідношення  $b_{\rm Tp} = \sqrt{b_1 b_2}$ . Добір варіанта з однаковим значенням ширини широкої стінки *а* для всіх елементів узгоджувальної схеми є зручний, оскільки  $\Lambda$  буде однакова в усіх відрізках хвилеводу, враховуючи сам трансформатор. Обчислювати її треба згідно з виразом (3.15):



Рис.12.1. Схема узгодження лінії за допомогою чвертьхвильового трансформатора з навантаженням: *a* – активним; *б* – комплексним

$$\Lambda = \lambda / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\rm kp}}\right)^2} = \lambda / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2},$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі у вільному просторі, що відповідає частоті, на якій вібувається узгодження.

У разі узгодження комплексного опору чвертьхвильовий трансформатор вмикають у лінію на відстані l від навантаження, де вхідний опір має суто активний характер (рис.12.1, $\delta$ ), тобто в точках, де спостерігають вузол або пучність стоячої хвилі.

У разі неузгодженого навантаження точки активного вхідного опору в лінії

передачі розміщені в пучностях і вузлах стоячої хвилі (реактивна частина в пучностях і вузлах дорівнює нулю). У випадку узгодження в пучності потрібне збільшене значення хвильового опору трансформатора  $W_{\rm Tp} > W_{\rm I}$ , а у вузлі – зменшене  $W_{\rm Tp} < W_{\rm I}$ . Вибір того чи іншого способу залежить від зручності технічної реалізації. Слід мати на увазі, що режим біжучої хвилі встановлюється на ділянках «генератор-трансформатор», причому  $K_{\rm crU} = 1$ . По довжині самого трансформатора має місце стояча хвиля у вигляді картини половини її періоду.

За допомогою чвертьхвильового трансформатора можна узгодити навантаження з будь-яким скінченним значенням КСХ (за умови, що втратами в трансформаторі можна знехтувати). Проте плавно регулювати узгодження в разі зміни КСХ навантаження за допомогою чвертьхвильового трансформатора неможливо.

Числові розрахунки свідчать, що більша смуга узгодження має місце в разі узгодження опорів, які мало відрізняються. Із цього випливає, що для забезпечення широкої смуги узгодження доцільно замість одного вмикати послідовно декілька чвертьхвильових трансформаторів.

## Приклад задачі до теми

Прямокутний хвилевід із перерізом 23×10 мм навантажений певним пристроєм. Передбачено, що робота забезпечується на основній хвилі  $H_{10}$ . На частоті 10 ГГц вимірювання показали, що модуль коефіцієнта відбиття від пристрою становить  $|\dot{\Gamma}| = 0,651$ , а фаза коефіцієнта відбиття в площині підключення пристрою дорівнює  $\phi_{\Gamma} = -0,33$  рад. Розрахувати узгоджувальну схему із чвертьхвильовим трансформатором для частоти 10 ГГц.

#### Розв'язання

1. Обчислюємо значення комплексного коефіцієнта відбиття навантаження :  $\dot{\Gamma} = |\dot{\Gamma}| \exp(j\varphi_{\Gamma}) = 0,651 \exp(-j0,33) = 0,616 - j0,211.$ 

2. Згідно з виразом (6.8) розраховуємо значення нормованого опору навантаження  $\dot{z}_{\rm H} = \frac{1 + \dot{\Gamma}}{1 - \dot{\Gamma}} = 3 - j2,2$ , при цьому вважаємо, що нормований опір прямокутного хвилеводу із перерізом 23×10 мм дорівнює  $w_{\rm xB} = 1$ .

Беручи до уваги те, що власне за допомогою чвертьхвильового трансформатора узгоджують звичайно суто активний опір, необхідно компенсувати реактивну частину опору навантаження. Це можна зробити, навантаженням місцем ввімкнення підключивши послідовно між i чвертьхвильового трансформатора відрізок лінії передачі, підібравши його довжину таким чином, щоб опір на вході був суто активний.

3. Відмічаємо на діаграмі точку A, яка відповідає  $\dot{z}_{\rm H}$  (рис.12.2,*a*);

4. За допомогою рухомої лінійки знаходимо відповідне значення КСХ, яке для цього випадку дорівнює ~4,7, і проводимо коло сталого значення КСХ.

5. Переміщуємо вздовж кола сталого КСХ, який дорівнює 4,7, точку відліку на діаграмі в напрямку до генератора (за годинниковою стрілкою) і знаходимо перехрещення з лінією нульового реактивного опору (x=0), тобто точку *В* (рис.12.2,*б*).

6. Знаходимо значення нормованого опору відрізка хвилеводу  $\dot{z}_{\rm BX}$ , яке відповідає точці  $B: \dot{z}_{\rm BX} = 0, 2 + j0$ .

7. Відмічаємо довжину відрізка лінії *l*, який перетворює комплексний опір навантаження на суто активний, для чого:

а) проводимо радіус через точку A і позначаємо його перетин із зовнішньою шкалою «Відстань до генератора в довжинах хвилі», тобто точку C, вона має відмітку 0,277  $\Lambda$  (рис.12.2, $\beta$ );

б) аналогічну операцію виконуємо для точки B, одержуємо точку D, якій відповідає значення  $0,5\Lambda($ рис.12.2,s);

в) знаходимо довжину відрізка l, який дорівнює відстані між точками C і  $D: l = (0,5-0,277)\Lambda = 0,223\Lambda$ .

8. Розраховуємо значення нормованого опору  $w_{\rm rp}$  чвертьхвильового трансформатора, який має бути підключений між відрізком лінії передачі довжиною l і власне хвилеводом. Хвильовий опір чвертьхвильового трансформатора  $w_{\rm rp} = \sqrt{0,2\cdot 1} \approx 0,447$ .

9. У разі застосування основної хвилі  $H_{10}$  та сталого значення ширини хвилеводів *а* висоту *b* хвилевода-трансформатора згідно з виразом (3.21) обираємо виходячи зі співвідношення  $w_{\rm XB} / w_{\rm Tp} = b_{\rm XB} / b_{\rm Tp}$ , тобто  $b_{\rm Tp} = b_{\rm XB} w_{\rm Tp} / w_{\rm XB} = 4,47$  мм.

10. Щоб знайти довжину відрізків, визначаємо довжину хвилі у хвилеводі. У випадку застосування основної хвилі  $H_{10}$  та сталого значення ширини хвилеводів *а* довжина хвилі в обох хвилеводах буде розрахована згідно зі співвідношенням  $\Lambda = \lambda / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$ , де  $\lambda$  довжина хвилі у вільному просторі.

Таким чином, для розглядуваного випадку  $\lambda = c/f = 3$  см. Остаточно  $\Lambda$  становить 3,957 см.

11. Довжина відрізка базового хвилеводу, ввімкненого між навантаженням і трансформатором, дорівнює  $l = 0,223 \cdot 3,957 = 0,882$  см. Таке значення досить мале, для забезпечення технологічності може бути доданий відрізок довжиною  $\Lambda$ , тобто довжина відповідного відрізка буде становити 4,839 см.

12. Довжина трансформатора –  $\Lambda/4$ , тобто 0,989 см. Строго кажучи, довжина трансформуючої секції має відрізнятися від  $\Lambda/4$  і потребує незначного коректування (зменшення на декілька відсотків) із урахуванням еквівалентної ємності кожного зі стрибків розмірів перерізу. Для забезпечення технологічності

до розрахункової довжини трансформатора може бути доданий відрізок довжиною Л.

Аналогічно можна досягти узгодження чвертьхвильовим трансформатором, якщо його ввімкнути в точці *E*, якій відповідає нормований активний опір, що дорівнює 5. Тобто хвильовий опір трансформатора може бути більший або менший щодо опору основної лінії залежно від зручності практичної реалізації.



Рис. 12.2. Узгодження лінії за допомогою  $\Lambda/4$  - трансформатора

Узгодження за допомогою зосередженої реактивності. Принцип вузькосмугового узгодження за допомогою зосередженої реактивності полягає в тому, що реактивність із провідністю  $\dot{Y}_P = jB_P$  (опором  $\dot{Z}_P = jX_P$ ) вмикають якнайближче до навантаження паралельно (послідовно) щодо навантаження в перерізі  $l_1$ , де активна частина нормованої провідності  $\text{Re}(\dot{y}_{\text{BX}}) = 1$  (опору  $\text{Re}(\dot{z}_{\text{BX}}) = 1$ ), причому  $\dot{Y}_P = -j \text{Im}(\dot{Y}_{\text{BX}})$ , ( $\dot{Z}_P = -j \text{Im}(\dot{Z}_{\text{BX}})$ ). Таким чином, уявна частина вхідної провідності (опору) компенсується ввімкнутою реактивністю.

Фізика процесу узгодження така. Якщо лінія навантажена на опір, який не дорівнює хвильовому, то виникає відбита хвиля. Підключивши перед навантаженням деякий реактивний елемент, який створює власну відбиту хвилю, можна підібрати величину опору (провідності) реактивної неоднорідності та місцеположення цього елемента так, щоб обидві відбиті хвилі мали однакові амплітуди й протилежні фази. Таким чином відбиті хвилі загасять одна одну, і в лінії від генератора до точки підключення узгоджувального елемента буде поширюватись лише біжуча хвиля, тобто встановиться режим біжучої хвилі. Зрозуміло, що на ділянці між місцями підключення навантаження і неоднорідності існують обидві хвилі, які формують стоячу хвилю: у такому разі має місце дисипація енергії.



ис. 12.5. залежність нормованих провідностей від поздовжньої координати

Із наведеного графіка (рис.12.3) можна побачити, що на відстані довжиною півхвилі є дві точки, у яких дійсна складова нормованої провідності дорівнює одиниці, а реактивна складова  $\hat{b}$  має деяке не рівне нулю значення. В одній точці (1) еквівалентний опір має ємнісний характер, а в іншій (2) – індуктивний.

Якщо підключити в точці *1* паралельну індуктивну провідність, величина якої дорівнює значенню нормованої ємнісної провідності лінії у цій точці, то сумарна провідність у ній буде суто активна й дорівнюватиме

провідності 1/W. Тобто лінія буде узгоджена на ділянці від точки підключення реактивної провідності до генератора. Аналогічно можна узгодити лінію і в точці 2, якщо узгоджувальним елементом буде ємнісна провідність. Координату точки, де потрібно підключати узгоджувальне навантаження, можна визначити таким чином. Відомо, що у вузлі стоячої хвилі нормований опір дорівнює значенню коефіцієнта біжучої хвилі, тобто провідність у цій точці дорівнює  $1/K_{6x}$ . Повна нормована провідність лінії в точці, яка знаходиться від вузла на відстані l у бік генератора, дорівнює

$$\dot{y} = \frac{1 + jK_{\delta x} \operatorname{tg}(\beta l)}{K_{\delta x} + j \operatorname{tg}(\beta l)},$$
(12.3)

де  $K_{6x}$  – коефіцієнт біжучої хвилі;  $\beta = 2\pi/\Lambda - \phi$ азова стала;  $\Lambda - довжина хвилі в лінії; <math>l$  – відстань від вузла напруги до точки, у якій визначають еквівалентну провідність.

Реактивна провідність може змінювати тільки уявну частину провідності. Нормована провідність у точці узгодження повинна бути така:

$$\dot{y} = 1 \pm j \hat{b}. \tag{12.4}$$

Прирівнюючи вирази (12.3) і (12.4) і розділяючи дійсні та уявні частини, одержуємо два рівняння:

$$tg(\beta l) = \pm \sqrt{K_{\text{fx}}} ; \qquad (12.5)$$

$$\hat{b} = \pm \frac{K_{\text{fig}} - 1}{\sqrt{K_{\text{fig}}}}.$$
 (12.6)

Із рівняння (12.5) обчислюють відстань від вузла напруги до точки підключення, з рівняння (12.6) – значення провідності реактивного узгоджувального елемента. Якщо відома відстань від навантаження до першого вузла напруги, то можна визначити найближчу до навантаження точку узгодження.

Необхідний реактивний опір, увімкнений паралельно у хвилевід, може бути забезпечений за допомогою металевого штиря. Якщо в прямокутному хвилеводі поширюється основна хвиля  $H_{10}$ , то короткий металевий штир, уведений у широку стінку хвилеводу паралельно вектору напруженості електричного поля **E** (рис.12.4), збільшує електричне поле в точці входу і таким чином вносить переважно ємнісний опір, якщо його довжина не перевищує  $\lambda/4$ . Нормоване значення провідності  $\hat{b}$  штиря залежить від його довжини h, радіуса r і положення d на широкій стінці:

$$\hat{b} = \frac{2\pi d^2 \lambda \Lambda}{a^3 b} \frac{(1 - \cos kh)^2}{\ln(2d/r) \sin 2kh - k(2d - r)(2 + \cos 2kh)},$$
(12.7)

де  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  – довжина хвилі у вільному просторі, яка відповідає робочій частоті. Величина b-h (b – розмір вузької стінки хвилеводу) повинна бути значно більша за діаметр штиря D=2r.



Рис. 12.4. Реактивний штир у хвилеводі

У разі збільшення глибини занурення штиря у хвилевід починає проявлятися індуктивний характер провідності штиря і за умови

$$h = h_{\rm p} \approx \frac{\lambda}{4} - \frac{2d - r}{2\ln(2d/r)} \tag{12.8}$$

провідність стає нескінченно велика, що рівнозначно паралельному підключенню послідовного резонансного контуру. Штир довжиною  $h_p$  називають резонансним. У випадку збільшення довжини штиря  $h > h_p$  переважає індуктивна провідність.

Якщо штир повністю перемикає хвилевід і з'єднує його протилежні стінки, то розподіл струму в штирі можна вважати рівномірним. Струм збуджує магнітне поле, у якому накопичується енергія. У цьому випадку еквівалентна провідність штиря має індуктивний характер.

Пластинчастий діелектричний трансформатор. Реально метод рухомого реактивного навантаження реалізований у пластинчастому діелектричному трансформаторі (рис.12.5). У ньому наявні дві діелектричні пластини, які можуть рухатись як одна відносно одної, так і сумісно за незмінної відстані між ними. При цьому взаємне переміщення пластин одна відносно одної дозволяє змінити саме значення комплексного коефіцієнта відбиття, тобто опору. Сумісне переміщення пластин еквівалентне ефекту рухомості одиночної неоднорідності, тобто зміни загальної фази коефіцієнта відбиття від неоднорідності. Пластини мають поперечні розміри, що збігаються з розмірами хвилеводу, а товщину їх обирають таким чином, щоб на робочій частоті вона становила  $\Lambda/4$ . Роботу такого трансформатора досить легко можна зрозуміти на прикладі коаксіального хвилеводу під час розгляду двох граничних випадків.



Рис. 12.5. Пластинчастий діелектричний трансформатор

1. Відстань між пластинами дорівнює нулю. У цьому випадку структуру можна розглядати як напівхвильовий трансформатор, що, як відомо, має одиничний коефіцієнт трансформації, тобто не змінює значення опору.

2. Відстань між пластинами дорівнює Л/4. Тоді цю структуру можна розглядати як три чвертьхвильові трансформатори, увімкнені послідовно, два з них заповнені діелектриком із відносною діелектричною проникністю  $\varepsilon_r$ , а середній — повітрям. Якщо хвильові опори для всіх трансформаторів  $W_m$ віднормувати відносно хвильового опору И лінії з повітряним заповненням, то коаксіальної лінії передачі будемо відповідні для мати значення  $w_1 = W_1/W = 1/\sqrt{\varepsilon_r}$ ,  $w_2 = W/W = 1$ ,  $w_3 = W_1/W_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_r}$ . За умови узгодження навантаження з урахуванням властивостей чвертьхвильових трансформаторів на виході першого трансформатора будемо мати нормований опір  $z_1 = 1/\varepsilon_r$ . Цей опір є навантаженням другого трансформатора, тоді на його виході опір буде становити  $z_2 = \varepsilon_r$ , який, у свою чергу, є опором навантаження для третього трансформатора. Вхідний опір останнього трансформатора –  $z_3 = 1/\epsilon_r^2$ . Відомо, що КБХ дорівнює нормованому значенню опору в мінімумі стоячої хвилі. Таким чином, максимальний КСХ у лінії буде дорівнювати  $\varepsilon_r^2$ . Шляхом зміни відстані між пластинами опір трансформатора плавно змінюється в межах від  $1/\epsilon_r^2$  до 1, а коефіцієнт відбиття – від  $(\varepsilon_r^2 - 1)/(\varepsilon_r^2 + 1)$  до 0, саме в таких межах і може бути компенсоване відбиття від навантаження. Указаному діапазону відповідає значення КСХ від  $\varepsilon_r^2$  до 1. Для проміжних значень відстані між пластинами вхідний опір трансформатора має не тільки активну складову, а й реактивну, яку можна компенсувати шляхом пересування узгоджувальної структури вздовж хвилеводу як цілого. У порожнистому хвилеводі фізика процесу залишається правильна, і можна вважати приблизно, що межі узгодження залишаються тими самими. Наприклад, для кварцу із  $\varepsilon_r = 3,8$  максимальне значення КСХ, яке може бути узгоджене – 15. Конструкція є технологічна. Із погляду теорії паралельний реактивний шлейф дозволяє узгодити КСХ аж до нескінченості.

Узгодження за допомогою паралельного реактивного шлейфа. Можливість реалізації будь-яких значень індуктивності та ємності за допомогою короткозамкнених шлейфів (рис.12.6) і шлейфів у режимі холостого ходу обумовлює їх широке використання для побудови узгоджувальних схем. Важлива



Рис.12.6. Схема узгодження за допомогою паралельного короткозамкненого шлейфа

перевага шлейфів здатність зміни \_ ïχ тобто довжини, значення опору. V реалізація хвилевідних лінях передачі реактивного розімкненого шлейфа неможлива.

Відстань від навантаження до точки ввімкнення шлейфа  $l_1$  та необхідну його довжину  $l_2$  можна легко знайти за допомогою номограми повних опорів або спеціального програмного забезпечення. В узгоджувальній схемі (рис.12.6) одиночний шлейф підключений паралельно основній лінії

передачі. У зв'зку з цим весь розрахунок зручно проводити в термінах провідності. За допомогою шлейфа можна узгоджувати комплексне навантаження з лінією або генератором. Узгодження має місце, якщо шлейф підключити на такій відстані  $l_1$  від навантаження, на якій вхідна нормована провідність лінії має значення  $\dot{y}_{ex} = 1 \pm j \hat{b}$ . Провідність шлейфа вибирають виходячи з умови компенсації реактивної складової  $\pm jB$  провідності  $\dot{Y}_{\rm BX}$ , що досягається підбором довжини шлейфа  $l_2$ . Якщо основна лінія і лінія, з якої виготовлений шлейф, мають однакові параметри, у тому числі хвильовий опір, то достатньо досягти рівності для нормованих значень провідності. Якщо шлейф має інший хвильовий опір, то потрібно денормувати  $\dot{y}_{\rm BX} = 1 \pm j \hat{b}$ , тобто розрахувати значення фізичної провідності, провести її нормування на хвильовий опір лінії передачі, із якої зроблений шлейф, і знайти його необхідну довжину для нового значення нормованої провідності.

#### Приклад задачі до теми

Узгодити навантаження з опором  $\dot{Z}_{\rm H} = 35 + j20$  Ом із лінією передачі з  $W_1 = 50$  Ом на частоті  $f = 1\Gamma\Gamma$ ц за допомогою одиночного короткозамкненого шлейфа, зробленого на основі лінії передачі з хвильовим опором  $W_2 = 100$  Ом. Втратами в лінії передачі знехтувати, вважати, що довжина хвилі в основній лінії становить  $\Lambda_1 = 12$  см, а в шлейфі –  $\Lambda_2 = 15$  см.

#### Розв'язання

- 1. Визначаємо нормований опір навантаження:  $\dot{z}_{\rm H} = \dot{Z}_{\rm H} / W_1 = 0,7 + j0,4$ .
- 2. Наносимо на діаграму опорів точку A, яка відповідає  $\dot{z}_{\rm H}$  (рис.12.7,*a*).
- 3. Знаходимо КСХ, який дорівнює ~1,8, проводимо коло сталого КСХ через цю точку.
- 4. Визначаємо провідність навантаження, для чого зміщуємось уздовж кола сталого КСХ на 180° у точку *B*, де  $\dot{y} = 1,08 j0,62$  (рис.12.7,*б*).
- 5. Проводимо пряму із центра діаграми через точку *B*. Вона перетинає шкалу «Відстань до генератора в довжинах хвилі» у точці *C*, якій відповідає значення 0,342Л.
- 6. Знаходимо точку *D* перетину кола сталого КСХ із колом, де активна частина нормованого опору дорівнює одиниці, тут  $\dot{y}=1+j0,62$ . Таку точку обираємо для виключення взаємодії узгоджувального пристрою з навантаженням і виникнення вищих типів хвиль.
- 7. Проводимо через точку *D* пряму з центра діаграми, яка перетинає шкалу «Відстань до генератора в довжинах хвилі» у точці *E* (рис.12.7,*в*). Їй відповідає значення 0,147 $\Lambda$ .
- Визначаємо відстань l<sub>1</sub> від навантаження до місця ввімкнення шлейфа, вона дорівнює відстані вздовж дуги в напрямку до генератора від точки С до точки E l<sub>1</sub> = (0,5 − 0,342)Λ + 0,147Λ = 0,305Λ.
- 9. Обчислюємо довжину шлейфа  $l_2$ , необхідного для компенсації реактивної складової провідності в точці  $D: \dot{y}_1 = 1 + j0,62$ . Якби шлейф був зроблений на тій самій лінії передачі, що й основна лінія, довжину шлейфа було б потрібно обирати таку, щоб його вхідна нормована провідність дорівнювала  $\dot{y}_2 = -j0,62$ . Оскільки шлейф зроблений на лінії передачі з хвильовим опором, відмінним від основної лінії, то потрібно перейти до абсолютного значення вхідної провідності шлейфа  $\dot{Y}_2 = \dot{y}_2/W_1$ , яке для цього конкретного випадку буде дорівнювати -j0,00124, а потім перейти до нового значення нормованої вхідної провідності шлейфа, яку нормували відносно хвильового опору  $W_2$ , за формулою  $\dot{y}'_2 = \dot{Y}_2W_2 = -1,24$ .
- 10. Для реактивного шлейфа знайдемо точку F на зовнішньому колі діаграми  $(K_{ctU} = \infty)$ , що відповідає значенню нормованого вхідного опору  $\dot{y}'_2$ , який для нашого конкретного випадку дорівнює -j1,24. Ця точка відповідає значенню 0,359 $\Lambda$ .
- 11. Якщо шлейф короткозамкнений, то довжину шлейфа визначаємо як відстань уздовж дуги зовнішнього кола ( $K_{cTU} = \infty$ ), відлічену в бік генератора від точки  $G(0,25\Lambda)$ , яка відповідає провідності за короткого замикання  $l_{\kappa_3} = 0,359\Lambda 0,25\Lambda = 0,109\Lambda$ .

- 12.Якщо шлейф у режимі холостого ходу, то довжину шлейфа визначаємо як відстань уздовж дуги зовнішнього кола ( $K_{ctU} = \infty$ ), відлічену в бік генератора від точки  $H(0\Lambda)$ , яка відповідає провідності за холостого ходу, тобто  $l_{xx} = l_{k3} + 0.25\Lambda = 0.359\Lambda$ .
- 13.Визначаємо фізичні розміри  $l_{\rm K3}$  та  $l_{\rm XX}$ . Враховуючи, що згідно з умовою  $\Lambda_1 = 12$  см, а в шлейфі  $\Lambda_2 = 15$  см, відповідні довжини становитимуть  $l_{\rm K3} = 0,305 \cdot 12 = 3,66$  см та  $l_{\rm XX} = 0,109 \cdot 15 = 1,635$  см.



Рис. 12.7. Узгодження лінії за допомогою паралельного шлейфа

Узгодження можна досягти одночасним використанням паралельного шлейфа, який компенсує реактивну компоненту опору навантаження, і чвертьхвильового трансформатора для узгодження активної компоненти опору. Перевага такого підходу полягає в тому, що трансформатор і шлейф будуть розташовані у фіксованих місцях. Оскільки на першому етапі підключають паралельно реактивний шлейф, необхідно перейти до розгляду провідності замість опору. При цьому значення активної складової провідності в загальному випадку не дорівнює оберненому значенню активної складової опору навантаження. Після чого застосовують традиційну схему узгодження за допомогою чвертьхвильового трансформатора.

*Трансформатори з трьома реактивними елементами*. Із принципової позиції для навантаження з відомим коефіцієнтом відбиття можна розрахувати

положення та довжину реактивного шлейфа та виготовити відповідну конструкцію. Найбільш придатний для практики трансформатор із трьома паралельним шлейфами, які мають фіксовані положення. При цьому значення довжини широкої стінки основного хвилеводу і шлейфів, як правило, збігаються. Таким чином, довжина хвилі в них та основному хвилеводі однакова.

Розглянемо систему з двох реактивних провідностей, розміщених уздовж осі хвилеводу на певній відстані l одна від одної (рис.12.8,*a*). Довільна точка P на круговій діаграмі повних опорів має свої координати: дійсну g і уявну  $j\hat{b}$  складові нормованої провідності  $\dot{y}$  у відповідному перерізі хвилеводу (рис.12.8, $\delta$ ). Нехай нормована провідність у площині  $P'_1$  (тобто провідність навантаження, перерахована на площину  $P'_1$ , або провідність навантаження, підключеного безпосередньо в площині  $P'_1$  (дорівнює  $\dot{y}_{\rm H} = g_{\rm H} + j\hat{b}_{\rm H}$ .



Рис. 12.8. Система двох паралельних реактивних елементів: *а* – еквівалентне електричне коло; *б* – діаграма повних опорів

Еквівалентна реактивна провідність першої настроювальної реактивності  $j\hat{b}_1$  додається до провідності  $\dot{y}_{\rm H}$  і переводить точку  $P'_1$  у точку  $P_1: y'_1 = g_{\rm H} + j(\hat{b}_{\rm H} + \hat{b}_1)$ , яка також належить колу  $g_{\rm H}$  на діаграмі. Перехід від площини  $P_1$  до площини  $P'_2$  супроводжується переміщенням відповідної точки за годинниковою стрілкою (рух у напрямку до генератора) по колу радіусом  $|\Gamma| = \text{const}$  на кут  $4\pi l / \Lambda$  (рух від точки  $P_1$  у точку  $P'_2$  на круговій діаграмі). Точка  $P'_2$  повинна при цьому належати колу g = 1. Таким чином, у точці  $P'_2$  матимемо провідність  $\dot{y} = 1 - j\hat{b}_2$ . Еквівалентна провідність настроювальної неоднорідності повинна компенсувати реактивну складову, тобто дорівнювати  $j\hat{b}_2$ . У результаті нормована провідність у площині  $P_1$  дорівнює одиниці (y = 1), що є ознака

узгодження. Необхідна умова узгодження – належність точки, яка відповідає площині  $P_2$ , колу g = 1. Із геометричних побудов (рис.12.8) випливає: якщо початкова точка  $y_{\rm H} = g_{\rm H} + j b_{\rm H}$  знаходиться всередині заштрихованої області, то вказану умову виконати неможливо. Отже, за заданого *l* не кожному навантаженню в перерізі Р<sub>1</sub> може бути наданий режим узгодження. Проведений аналіз свідчить, що трансформатор із двома реактивностями має певну "зону недосягнення" провідностей навантаження, яка відповідає заштрихованому кругу на діаграмі. Чим ближчі значення l до  $\Lambda/4$ , тим більші розміри цієї зони. Для кожного фіксованого значення l є граничне значення КСХ навантаження, коли існує можливість узгодження для будь-якого значення фази коефіцієнта відбиття. У випадку більших значень КСХ трансформатор із двома реактивними неоднорідностями забезпечує узгодження лише за певних значень фази, коли провідність навантаження в перерізі найближчої до неї неоднорідності не потрапляє в заштрихований круг. Зазвичай відстань між неоднорідностями беруть таку, що дорівнює непарному числу від Л/8. Щоб уникнути цього недоліку використовують третій настроювальний елемент, розташований між P<sub>1</sub>' і навантаженням на відстані *l* від *P*<sub>1</sub><sup>'</sup>. Він дозволяє перенести приведене до площини Р' значення у у зовнішню щодо заштрихованої область. Якщо в площині, де підключена найближча до навантаження неоднорідність, провідність потрапляє до "зони недосягнення", то використовують дві ближні не неоднорідності, а дальню не використовують. У противному разі першу реактивну неоднорідність застосовують для виведення значення провідності із "зони недосягнення", а дві подальші неоднорідності дозволяють розв'язати задачу традиційним способом.

Реактивності можуть мати вигляд реактивних паралельних шлейфів або реактивних штирів – гвинтів із можливістю зміни глибини занурення.



Рис.12.9. Епюра стоячої хвилі для двох близьких частот f1 i f2, яким відповідають довжини хвилі у хвилеводі Л1 і Л1

трансформатора, Вибираючи ТИП потрібно можливість враховувати узгодження великих значень КСХ, за пробивну міцність трансформатора, можливість роздільного регулювання фази та модуля відбиття, який вводять. Штирові трансформатори використовують звичайно тільки в разі невеликої потужності в тракті, щоб запобігти електричному пробою. За потужності задовільно умов великої працюють трансформатори тришлейфового трансформатори також типу, а 3 діелектричними пластинами.

У процесі проектування узгоджувальних схем намагаються вибирати варіант, коли шлейфи найкоротші, а місце ввімкнення узгоджувального елемента найближче до навантаження. Це обумовлене тим, що зі збільшенням довжини відрізка лінії різниця між дійсним і розрахунковим значеннями опорів у разі відхилення частоти від розрахункової зростає (рис.12.9). Якщо значення нормованих опорів у точці A для залежностей l (суцільна лінія) і 2 (пунктирна лінія) відрізняються не дуже, то в точці B вони обернені: для залежності l нормований опір дорівнює КСХ, а для залежності 2 - КБХ. Такий ефект може бути пояснений на основі дослідження частотної залежності вхідного опору від частоти для випадку ввімкнення навантаження через відрізок лінії передачі довжиною l. Вхідний опір такої системи буде залежати від частоти, причому

$$\frac{dZ_{\rm BX}}{d\omega} = \frac{dZ_{\rm BX}}{d\vartheta} \cdot \frac{d\vartheta}{d\omega} = \frac{dZ_{\rm BX}}{d\vartheta} \cdot \frac{l}{v_{\rm th}}, \qquad (12.9)$$

де  $\vartheta = \beta l = \frac{\omega}{v_{\varphi}}l$  – електрична довжина лінії. Таким чином, частотна залежність

вхідного опору тим більша, чим більше *l*. Це явище має назву *ефекту довгої лінії*. Тому під час конструювання широкосмугових систем НВЧ потрібно скорочувати довжини відрізків ліній передачі.

# 13. Матриці розсіяння багатополюсників

Під багатополюсником НВЧ розуміють комбінацію НВЧ елементів, яка має декілька входів (плечей) у вигляді поперечних перерізів ліній передачі із заданими типами хвиль. Перерізи входів багатополюсника називають площинами відліку фази. Положення площин відліку обирають таким чином, щоб хвилі вищих типів, що виникають усередині багатополюсника, але не поширюються в лініях передачі, були нехтовно малі. Така вимога забезпечує можливість обміну енергією між багатополюсником і рештою тракту лише шляхом перенесення потужності хвилями заданого типу в кожній лінії передачі. Коли хвилі вищих типів робочі, для кожної з них задають своє плече, хоча фізично вони поширюються в одному й тому самому плечі багатополюсника.

Із кожним входом багатополюсника НВЧ асоціюють певну фіктивну пару полюсів у відповідній лінії передачі, хоч для багатьох типів ліній передачі (наприклад, хвилеводів) такі полюси не можуть бути виділені в явному вигляді. Таким чином, коли мова йде про 2N-полюсник НВЧ, мають на увазі пристрій із N лініями передачі, які підходять до багатополюсника, або, точніше, з N типами хвиль у всіх вхідних лініях передачі.

Серед багатополюсників НВЧ треба виділити клас *пасивних* багатополюсників, у яких усередині відсутні підсилення або генерація потужності НВЧ за будь-яких видів збудження вхідних ліній передачі. Інша властивість широкого класу багатополюсників – це лінійність, обумовлена незалежністю зовнішніх характеристик багатополюсника від рівня потужності НВЧ. Зрозуміло, що остання властивість спостерігається в певних межах, тобто потужність не повинна перевищувати границю електричної міцності. Для опису лінійних багатополюсників широкого застосування набули матричні методи.

Традиційно для багатополюсників вводять комплексні амплітуди вхідної  $\dot{a}_i$  (падаючої) та вихідної  $\dot{b}_i$  (відбитої або розсіяної) хвиль для кожного *i*-го входу з *N* входів багатополюсника, які нормують згідно з правилом

$$\frac{|\dot{a}_i|^2}{2} = P_{\Pi a \pi i}, \qquad \frac{|\dot{b}_i|^2}{2} = P_{\text{від}i}.$$
 (13.1)

Зрозуміло, що комплексні амплітуди  $\dot{a}_i$  та  $\dot{b}_i$  мають тісний зв'язок із нормованими амплітудами  $\dot{u}$  та  $\dot{i}$ . Вважають, що фазу треба обирати таким самим чином, що й для  $\dot{u}$ . Одиниця вимірювання – корінь квадратний із Ватт ( $\sqrt{BT}$ ). Із урахуванням введених обмежень можна застосувати принцип суперпозиції, правдивий для лінійних кіл. Таким чином, одержимо систему для визначення комплексних амплітуд відбитих (вихідних) хвиль  $\dot{b}_1, \dot{b}_2, \dot{b}_3, \dots, \dot{b}_N$  кожного плеча 2N-полюсника НВЧ:

У матричній формі цей вираз можна подати у вигляді

$$\begin{bmatrix} \dot{b}_{1} \\ \dot{b}_{2} \\ . \\ . \\ \dot{b}_{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{s}_{11} & \dot{s}_{12} & \dots & \dot{s}_{1N} \\ \dot{s}_{21} & \dot{s}_{22} & \dots & \dot{s}_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{s}_{N1} & \dot{s}_{N2} & \dots & \dot{s}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a}_{1} \\ \dot{a}_{2} \\ . \\ \dot{a}_{N} \end{bmatrix},$$
(13.3)

або  $\mathbf{b} = \mathbf{S}\mathbf{a}$ .

Матрицю **S** називають матрицею розсіяння, вона встановлює зв'язок між комплексними нормованими амплітудами вихідних (відбитих) і вхідних (падаючих) хвиль у плечах багатополюсника. Зрозуміло,  $\dot{s}_{mn} \in$  комплексна величина, тобто  $\dot{s}_{mn} = |\dot{s}_{mn}| \exp(j\varphi_{mn})$ . У позначенні елемента матриці  $\dot{s}_{mn}$  перший індекс *m* указує номер рядка матриці й одночасно номер плеча, на яке передається потужність, другий індекс *n* – номер стовпця й одночасно номер плеча, із якого здійснюється збудження. Елемент матриці  $\dot{s}_{mm}$  – коефіцієнт відбиття за напругою в *m*-плечі багатополюсника за умови, що до всіх інших плечей підключені узгоджені навантаження. Елемент *s* за умови, що до всіх пліч підключені узгоджені навантаження.

Матриця розсіяння (як і будь-яка інша матриця) визначає властивості багатополюсника лише на заданій частоті. У ході опису властивостей

багатополюсника в смузі частот елементи матриць перетворюються на комплексно значимі функції частоти.

Якщо в лініях передачі, що утворюють плечі багаполюсника, загасанням можна знехтувати, зміна площини відліку впливає тільки на фази елементів матриці розсіяння, залишаючи їх модулі незмінними. Очевидно, можна обрати положення площин відліку таким чином, щоб фаза будь-якого елемента матриці розсіяння дорівнювала нулю, тобто цей елемент мав дійсне значення. Оскільки в N- плечовому пристрої є N площин відліку фази, їх можна обрати так, щоб будь-які N елементів S-матриці мали дійсні значення (на даній частоті).

У ряді випадків необхідно перерахувати матриці багатополюсника до нових (зсунутих відносно первісних) площин відліку фази. За допомогою матриці розсіяння цю задачу розв'язати доволі просто. У разі відсування площин відліку від багатополюсника в елементи матриці розсіяння вносяться додаткові запізнілі фазові зсуви внаслідок подовження шляхів проходження сигналів. У результаті будь-який елемент матриці розсіяння, який визначають за зсунутими площинами відліку, має вигляд

$$\dot{s}_{mn}' = \dot{s}_{mn} \exp(-\dot{\gamma}_m l_m - \dot{\gamma}_n l_n), \qquad (13.4)$$

де  $l_m$ ,  $l_n$  – подовження *m*-ї та *n*-ї вхідних ліній;  $\dot{\gamma}_m = \alpha_m + j\beta_m$ ,  $\dot{\gamma}_n = \alpha_n + j\beta_n -$ коефіцієнти поширення в цих лініях.

*Недисипативними* називають такі багатополюсники, у яких відсутні внутрішні втрати та надходження електромагнітної енергії. Строго кажучи, абсолютно недисипативних пристроїв НВЧ не існує, оскільки будь-який пристрій тією чи іншою мірою витрачає частину потужності НВЧ, що проходить через нього. Внутрішні втрати енергії для багатьох пристроїв намагаються мінімізувати, граничним випадком пристроїв із малими втратами і є недисипативні пристрої. Малість втрат припускає, що вони зникаюче малі порівняно з потужністю, що поступає на багатополюсник.

Для випадку недисипативних багатополюсників із закону збереження енергії випливає, що сума потужностей падаючих хвиль у всіх плечах багатополюсника повинна дорівнювати сумі потужностей відбитих хвиль:

$$\sum_{m=1}^{N} |\dot{a}_{m}|^{2} = \sum_{m=1}^{N} |\dot{b}_{m}|^{2} , \qquad (13.5)$$

або у векторній формі

$$\dot{\mathbf{a}}^* \dot{\mathbf{a}} = \dot{\mathbf{b}}^* \dot{\mathbf{b}} = (\mathbf{S}\dot{\mathbf{a}})^* (\mathbf{S}\dot{\mathbf{a}}) = \dot{\mathbf{a}}^* \mathbf{S}^* \mathbf{S}\dot{\mathbf{a}}.$$
(13.6)

Унаслідок довільного добору вектора **à** така рівність може бути правильна за задоволення умови

$$\mathbf{S}^* \mathbf{S} = \mathbf{E} \text{ afo } \mathbf{S}^* = \mathbf{S}^{-1}, \tag{13.7}$$

де **Е**– одинична матриця; \* – ермітове спряження матриці, тобто транспонування та взяття комплексного спряження елементів. Таким чином, доведено, що матриці недисипативних багатополюсників унітарні. За властивостями унітарних матриць їх рядки та стовпчики ортонормовані:

$$\sum_{k=1}^{N} \dot{s}_{km} \dot{s}_{kn}^{*} = \delta_{mn}; \qquad m, n = 1, 2, \dots, N, \qquad (13.8)$$

де  $\delta_{mn} = \begin{cases} 0, m \neq n; \\ 1, m = n \end{cases}$  – символ Кронекера.

До взаємних належать багатополюсники, які задовольняють вимоги теореми взаємності щодо двох будь-яких входів за умов довільних режимів на інших входах. Для взаємних пристроїв дійсний такий принцип: якщо деяка електрорушійна сила (ЕРС) у колі одного входу багатополюсника викликає в колі іншого короткозамкненого входу електричний струм, то в разі переміщення джерела ЕРС у коло другого входу в колі першого короткозамкненого входу з'являється точно такий же електричний струм. Цей принцип може бути формалізований у вигляді  $\dot{I}_2/\dot{U}_1 = \dot{I}_1/\dot{U}_2$ . Дана властивість обумовлює симетрію нормованої матриці розсіяння.

Симетричні та(або) унітарні матриці мають меншу кількість незалежних елементів, ніж довільні. Так, якщо відомо, що пристрій взаємний, то його властивості визначають тільки N(N+1)/2 комплексні числа — елементи матриці розсіяння, які лежать на головній діагоналі та вище неї. Якщо додатково пристрій недисипативний, то умови (13.8) дозволяють зменшити кількість незалежних елементів ще в два рази.

Взаємний і недисипативний багатополюсник часто називають *реактивним*. У розгорнутому вигляді умова унітарності для матриці розсіяння другого порядку, яка описує чотириполюсник, зводиться до рівнянь

$$\dot{s}_{11}|^2 + |\dot{s}_{21}|^2 = 1, \qquad |\dot{s}_{22}|^2 + |\dot{s}_{12}|^2 = 1, \qquad \dot{s}_{11}^* \dot{s}_{12} + \dot{s}_{21}^* \dot{s}_{22} = 0.$$
 (13.9)

Перші два, рівняння є очевидний наслідок закону збереження енергії в разі збудження чотириполюсника з боку входів 1 та 2 за наявності узгодженого навантаження на протилежному вході. Останнє з рівнянь (13.9) дає два співвідношення:

$$|\dot{s}_{11}|/|\dot{s}_{22}| = |\dot{s}_{21}|/|\dot{s}_{12}|, \quad \phi_{11} + \phi_{22} = \phi_{12} + \phi_{21} \pm \pi,$$

де  $\phi_{mn}$ - фаза елемента матриці розсіяння з індексами *mn*.

Із сумісного розв'язку всіх трьох рівнянь випливає, що для будь-якого недисипативного чотириполюсника повинні задовольнятися такі вирази:

$$|\dot{s}_{21}| = |\dot{s}_{12}|, \ |\dot{s}_{21}| = \sqrt{1 - |\dot{s}_{11}|^2}, \ |\dot{s}_{11}| = |\dot{s}_{22}|, \ \phi_{11} + \phi_{22} = \phi_{12} + \phi_{21} \pm \pi.$$

Якщо чотириполюсник взаємний, то справджується  $\dot{s}_{21} = \dot{s}_{12}$ , що обумовлює виконання  $\phi_{12} = \phi_{21}$ ,  $\phi_{11} + \phi_{22} = \phi_{12} + \phi_{21} \pm \pi = 2\phi_{21} \pm \pi$ . Таким чином, для взаємного недисипативного чотириполюсника модулі коефіцієнта передачі в обох напрямах, а також модулі власних коефіцієнтів відбиття попарно рівні, а фази всіх елементів матриці розсіяння не є незалежні величини. Із урахуванням цих співвідношень маємо вигляд матриці розсіяння для взаємного реактивного чотириполюсника:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} |\dot{s}_{11}| e^{j\varphi_{11}} & \sqrt{1 - |\dot{s}_{11}|^2} e^{j\varphi_{21}} \\ \sqrt{1 - |\dot{s}_{11}|^2} e^{j\varphi_{21}} & -|\dot{s}_{11}| e^{j(2\varphi_{21} - \varphi_{11})} \end{bmatrix}.$$
(13.10)

У межах лінійної теорії залежність, аналогічна рівнянням (13.2), може бути записана для фізичних значень напруги:

$$\dot{U}_{\text{BidN}} = \dot{S}_{N1} \dot{U}_{\text{mad1}} + \dot{S}_{N2} \dot{U}_{\text{mad2}} + \dots + \dot{S}_{NN} \dot{U}_{\text{madN}} .$$

Застосовуючи зв'язок між амплітудами фізичної і нормованої напруги (6.6) та визначення комплексних амплітуд  $\dot{a}$  та  $\dot{b}$  (13.1), можна переписати рівняння (13.11) у вигляді

Таким чином отримаємо зв'язок між елементами матриці для нормованих амплітуд і матриці для амплітуд фізичних напруг:  $\dot{s}_{mn} = \dot{S}_{mn} \sqrt{W_n} / \sqrt{W_m}$ . Цілком зрозуміло, що для випадку m = n завжди справждується  $\dot{s}_{mm} = \dot{S}_{mm}$ , у загальному випадку  $\dot{s}_{mn} = \dot{S}_{mn}$ , якщо  $W_n = W_m$ . Треба зауважити, що апарат матриць розсіяння типу (13.11) може бути застосований і щодо вектора електричного поля в разі поширення хвилі типу *TEM* у вільному просторі за наявності меж шаруватих структур.

## Приклади задач до теми

1. Знайти матрицю розсіяння для відрізка регулярної лінії довжиною *l*, у якій втратами можна знехтувати.

#### Розв'язання

Відрізок регулярної лінії довжиною  $l \in узгоджений,$  тому коефіцієнти відбиття обох кінців дорівнюють нулю  $\dot{s}_{11} = \dot{s}_{22} = 0$ . Симетричність і відсутність втрат у цьому чотириполюснику обумовлюють те, що поширення хвилі вздовж відрізка лінії в будь-якому напрямі супроводжується фазовим зсувом  $\beta l$ , це визначає залежність  $\dot{s}_{12} = \dot{s}_{21} = e^{-j\beta l}$ . Отже, такий чотириполюсник описують матрицею розсіяння

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Розрахувати матрицю розсіяння для структури у вигляді провідності  $\dot{Y} = G + jB$ , ввімкненої паралельно лінії передачі з хвильовим опором W.

## Розв'язання

Структура з хвильовим опором W, який відповідає провідності  $Y_0 = 1/W$ , за умови узгодженого режиму, тобто навантаження лінії опором W, може бути подана як лінія, навантажена паралельним з'єднанням провідностей  $\dot{Y}$ та  $Y_0$  із загальною провідністю  $\dot{Y}_{\rm H} = \dot{Y} + Y_0$ . Отже, коефіцієнт відбиття за напругою такого навантаження буде дорівнювати

$$\dot{s}_{11} = \dot{s}_{22} = \dot{S}_{11} = \dot{S}_{22} = \dot{\Gamma}_{\rm H} = \frac{Y_0 - \dot{Y}_{\rm H}}{Y_0 + \dot{Y}_{\rm H}} = \frac{Y_0 - \dot{Y} - Y_0}{Y_0 + \dot{Y} + Y_0} = -\frac{\dot{Y}}{2Y_0 + \dot{Y}}$$

Якщо застосовувати поняття нормованої провідності  $\dot{y} = \dot{Y}/Y_0$ , то попередній вираз може бути поданий у вигляді

$$\dot{s}_{11} = \dot{s}_{22} = -\frac{\dot{Y}/Y_0}{2 + \dot{Y}/Y_0} = -\frac{\dot{y}}{2 + \dot{y}}$$

Очевидно, що така структура симетрична, взаємна. Коефіцієнт передачі  $\dot{T} = \dot{s}_{12} = \dot{s}_{21} = \dot{S}_{21} = \dot{S}_{21}$  може бути одержаний із застосуванням умови на границі для напруги, оскільки саме напруга однакова для всіх елементів, увімкнених паралельно,

$$\dot{T} = 1 + \dot{\Gamma} = \dot{s}_{12} = \dot{s}_{21} = 1 - \frac{\dot{y}}{2 + \dot{y}} = \frac{2}{2 + \dot{y}}.$$

Таким чином, матриця розсіяння нормованої паралельної провідності умає вигляд

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{y}}{2+\dot{y}} & \frac{2}{2+\dot{y}} \\ \frac{2}{2+\dot{y}} & -\frac{\dot{y}}{2+\dot{y}} \end{bmatrix}.$$

3. Розрахувати матрицю розсіяння для структури у вигляді опору  $\dot{Z} = R + jX$ , увімкненого послідовно в лінію передачі з хвильовим опором W.

#### Розв'язання

Структура у вигляді опору  $\dot{Z} = R + jX$ , увімкненого послідовно в лінію передачі з хвильовим опором W, за умови узгодженого режиму, тобто навантаження лінії опором W, може бути подана як навантаження лінії у вигляді послідовного ввімкнення опорів  $\dot{Z}$  і W із загальним опором  $\dot{Z}_{\rm H} = \dot{Z} + W$ . Отже, коефіцієнт відбиття за напругою такого навантаження буде дорівнювати

$$\dot{s}_{11} = \dot{s}_{22} = \dot{S}_{11} = \dot{S}_{22} = \dot{\Gamma}_{\rm H} = \frac{\dot{Z}_{\rm H} - W}{\dot{Z}_{\rm H} + W} = \frac{\dot{Z} + W - W}{\dot{Z} + W + W} = \frac{\dot{Z}}{2W + \dot{Z}}.$$

Якщо застосувати поняття нормованого опору  $\dot{z} = \dot{Z}/W$ , то попередній вираз може бути поданий у вигляді

$$\dot{s}_{11} = \dot{s}_{22} = \frac{Z/W}{2 + \dot{Z}/W} = \frac{\dot{z}}{2 + \dot{z}}.$$

Очевидно, що така структура симетрична, взаємна. Коефіцієнт передачі  $\dot{T} = \dot{s}_{12} = \dot{s}_{21} = \dot{S}_{21} = \dot{S}_{21}$  може бути одержаний із застосуванням умови на границі для нормованого струму, оскільки саме струм однаковий для всіх елементів, увімкнених послідовно. Можна скористатися тою обставиною, що коефіцієнт відбиття за струмом дорівнює  $-\dot{\Gamma}$ , а коефіцієнти  $\dot{s}_{12}, \dot{s}_{21}$  мають однакові знаки

$$\dot{T} = 1 - \dot{\Gamma} = \dot{s}_{12} = \dot{s}_{21} = 1 - \frac{\dot{z}}{2 + \dot{z}} = \frac{2}{2 + \dot{z}}$$

Таким чином, матриця розсіяння нормованого опору *ż*, який включено послідовно в лінію, має вигляд

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{z}}{2+\dot{z}} & \frac{2}{2+\dot{z}} \\ \frac{2}{2+\dot{z}} & \frac{\dot{z}}{2+\dot{z}} \end{bmatrix}.$$

4. Розрахувати матрицю розсіяння стику двох ліній передачі з хвильовими опорами  $W_1$  та  $W_2$ .

#### Розв'язання

Будемо вважати, що лінії узгоджені. Тоді лінія з хвильовим опором  $W_1$  навантажена опором  $W_2$ . Коефіцієнт відбиття  $\dot{\Gamma}$  з боку першої лінії буде дорівнювати елементам матриць розсіяння  $\dot{s}_{11} = \dot{S}_{11}$  і обчислювати його треба згідно з  $\dot{\Gamma} = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1}$ . Відповідно, розглядаючи відбиття з боку другої лінії передачі, матимемо  $\dot{s}_{22} = \dot{S}_{22} = \frac{W_1 - W_2}{W_2 + W_1}$ . Коефіцієнт передачі  $T = S_{21}$  від першої лінії до другої можна розрахувати з умови рівності напруги по обидва боки стику  $\dot{\Gamma} + 1 = \dot{T}$ ,  $\dot{T} = \frac{2W_2}{W_2 + W_1} = S_{21}$ . Коефіцієнт передачі з другої лінії в першу дорівнюватиме  $\dot{T} = \frac{2W_1}{W_2 + W_1} = S_{12}$ . Таким чином, для ненормованих напруг коефіцієнти передачі не дорівнюють один одному. Перехід до нормованих значень за формулою  $\dot{s}_{mn} = \dot{S}_{mn} \sqrt{W_n} / \sqrt{W_m}$  дозволяє одержати матрицю розсіяння у вигляді

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1} & \frac{2\sqrt{W_1W_2}}{W_2 + W_1} \\ \frac{2\sqrt{W_1W_2}}{W_2 + W_1} & \frac{W_1 - W_2}{W_2 + W_1} \end{bmatrix}$$

Таким чином, для нормованих амплітуд падаючих і відбитих хвиль матриця розсіяння має симетричний вигляд, як це й мало бути виходячи з того, що структура не містить невзаємних елементів. Цю матрицю легко одержати, застосовуючи вираз (13.10). Із безпосереднього розрахунку маємо  $\dot{s}_{11} = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1}$ . Якщо  $W_2 > W_1$  – це дійсна додатна величина, тоді обираємо  $\phi_{11} = 0$  та  $\dot{s}_{11} = \rho$ . Якщо  $W_2 < W_1$ ,  $\dot{s}_{11}$  – дійсна від'ємна величина, тоді теж обираємо  $\dot{s}_{11} = \rho$ , але  $\phi_{11} = \pi$ . Якщо вибрати площину відліку таким чином, щоб  $\phi_{21} = 0$ , елементи  $\dot{s}_{12}$  та  $\dot{s}_{21}$  будуть дійсні й дорівнюватимуть  $\sqrt{1 - \rho^2} = \frac{2\sqrt{W_1W_2}}{W_2 + W_1}$ . Із наведеного випливає, що  $\dot{s}_{22} = -\rho = \frac{W_1 - W_2}{W_2 + W_1}$ .

# 14. Хвильові матриці передачі багатополюсників

Елементи матриці розсіяння мають прозорий фізичний зміст і на основі визначення можуть бути експериментально виміряні за допомогою стандартних НВЧ вимірювальних приладів. Але в разі каскадного з'єднання декількох пристроїв НВЧ застосування матриці розсіяння утруднюється, у цьому випадку доцільно послуговуватися хвильовою матрицею передачі **T**. Хвильова матриця передачі **T** установлює залежність нормованих амплітуд на входах пристрою НВЧ від нормованих амплітуд хвиль на його виходах. Застосування такої матриці доцільне, якщо лінії можуть бути розподілені на вхідні та вихідні. Перевага матриці передачі полягає в тому, що матриця **T** каскадного з'єднання ряду елементів НВЧ із матрицями передачі **T**<sub>k</sub> дорівнює добутку матриць передачі цих елементів **T** = **T**<sub>1</sub>**T**<sub>2</sub>...**T**<sub>K</sub> на відміну від матриці **S**, для якої така операція не припустима. Для практично важливого випадку чотириполюсника відповідна залежність має вигляд

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_1\\ \dot{b}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{t}_{11} & \dot{t}_{12}\\ \dot{t}_{21} & \dot{t}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{b}_2\\ \dot{a}_2 \end{bmatrix}.$$
 (14.1)

Комплексні елементи матриці передачі  $\dot{t}_{12}, \dot{t}_{21}, \dot{t}_{22}$  не мають такого простого фізичного змісту, як коефіцієнти матриці розсіяння, а являють собою певні функції останніх, елемент  $\dot{t}_{11}$  дорівнює  $1/\dot{s}_{21}$ . Слід зазначити, що цей коефіцієнт

для чотириполюсника називають величиною загасання і, як правило, вимірюють у децибелах згідно з  $L = -20 \lg \dot{s}_{21}$  (дБ).

Зв'язок елементів матриці передачі й матриці розсіяння для випадку чотириполюсника може бути одержаний із рівнянь для матриці розсіяння, записаних у вигляді

$$-\dot{s}_{11}\dot{a}_1 + \dot{b}_1 = 0 \cdot \dot{b}_2 + \dot{s}_{12}\dot{a}_2,$$
  
$$-\dot{s}_{21}\dot{a}_1 + 0 \cdot \dot{b}_1 = -\dot{b}_2 + \dot{s}_{22}\dot{a}_2,$$
 (14.2)

у матричній формі маємо

$$\begin{bmatrix} -\dot{s}_{11} & 1\\ -\dot{s}_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a}_1\\ \dot{b}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{s}_{12}\\ -1 & \dot{s}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{b}_2\\ \dot{a}_2 \end{bmatrix}.$$
 (14.3)

Розв'язуючи це рівняння для хвиль на вході чотириполюсника, одержуємо

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{b}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{s}_{11} & 1 \\ -\dot{s}_{21} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \dot{s}_{12} \\ -1 & \dot{s}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{b}_2 \\ \dot{a}_2 \end{bmatrix}.$$
 (14.4)

Звідси знайдемо вираз матриці передачі через елементи матриці розсіяння:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{s}_{21}} & -\frac{\dot{s}_{22}}{\dot{s}_{21}} \\ \frac{\dot{s}_{11}}{\dot{s}_{21}} & \dot{s}_{12} - \frac{\dot{s}_{11}\dot{s}_{22}}{\dot{s}_{21}} \end{bmatrix}.$$
 (14.5)

Аналогічно можна одержати матрицю S, елементи якої розраховані через елементи матриці T:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{t}_{21}}{\dot{t}_{11}} & \dot{t}_{22} - \frac{\dot{t}_{12}\dot{t}_{21}}{\dot{t}_{11}} \\ \frac{1}{\dot{t}_{11}} & -\frac{\dot{t}_{12}}{\dot{t}_{11}} \end{bmatrix}.$$
 (14.6)

Із виразу (13.9) для недисипативного чотириполюсника випливає співвідношення  $\dot{s}_{11}^* / \dot{s}_{21}^* = -\dot{s}_{22} / \dot{s}_{12}$ , що в термінах хвильової матриці передачі дає  $\dot{t}_{12} = \dot{t}_{12}^*$ . Умова взаємності  $\dot{s}_{21} = \dot{s}_{12}$  обумовлює додаткові співвідношення  $\dot{t}_{11} = \dot{t}_{22}^*$  та  $|\dot{t}_{11}|^2 = |\dot{t}_{21}|^2 + 1$ .

Продемонструємо можливість застосування матриць передачі та розсіяння для розрахунку коефіцієнтів відбиття  $\dot{\Gamma}_{\rm BX}$  і проходження для неузгодженого чотириполюсника на основі даних про елементи матриці **S** і коефіцієнт відбиття навантаження  $\dot{\Gamma}_{\rm H}$ . Згідно з визначенням

$$\dot{\Gamma}_{\rm BX} = \frac{\dot{b}_1}{\dot{a}_1} = \frac{\dot{t}_{21}\dot{b}_2 + \dot{t}_{22}\dot{a}_2}{\dot{t}_{11}\dot{b}_2 + \dot{t}_{12}\dot{a}_2} = \frac{\dot{t}_{21} + \dot{t}_{22}\dot{a}_2/\dot{b}_2}{\dot{t}_{11} + \dot{t}_{12}\dot{a}_2/\dot{b}_2} = \frac{\dot{t}_{21} + \dot{t}_{22}\dot{\Gamma}_{\rm H}}{\dot{t}_{11} + \dot{t}_{12}\dot{\Gamma}_{\rm H}}.$$

Застосовуючи формули (14.6) для перетворення елементів матриці  $\mathbf{T}$  на елементи матриці  $\mathbf{S}$ , одержимо

$$\dot{\Gamma}_{\rm BX} = \dot{s}_{11} + \frac{\dot{s}_{12}\dot{s}_{21}\dot{\Gamma}_{\rm H}}{1 - \dot{s}_{22}\dot{\Gamma}_{\rm H}}.$$

Очевидно, що в разі повного узгодження з навантаженням, тобто за  $\dot{\Gamma}_{\rm H} = 0$ , коефіцієнт відбиття  $\dot{\Gamma}_{\rm BX}$  дорівнює  $\dot{s}_{11}$ .



Рис. 14.1. Неузгоджений чотириполюсник

#### Приклади задач до теми

1. Обчислити коефіцієнт передачі чотириполюсника з урахуванням неузгодження як із боку навантаження, так і з боку генератора (рис.14.1).

#### Розв'язання

Коефіцієнт передачі чотириполюсника з урахуванням неузгодження як із боку навантаження, так і з боку генератора визначають відношенням хвилі на виході  $\dot{b}_2$ до хвилі на вході  $\dot{b}_r$ , утвореної генератором. Запишемо коефіцієнт передачі у вигляді

$$\dot{T} = \frac{\dot{b}_2}{\dot{b}_{\Gamma}} = \frac{\dot{b}_2}{\dot{a}_1} \cdot \frac{\dot{a}_1}{\dot{b}_{\Gamma}}.$$

Перший множник у цьому виразі відповідає коефіцієнту передачі чотириполюсника за умови, що генератор узгоджений і  $\dot{b}_{\Gamma} = \dot{a}_{1}$ , тобто множник описує ефект неузгодженості чотириполюсника й навантаження. Другий множник описує передачу сигналу з виходу генератора на вхід чотириполюсника. Із другого рівняння для зв'язку хвиль за допомогою матриці розсіяння (14.2) одержуємо вираз для першого множника:

$$\frac{b_2}{\dot{a}_1} = \frac{\dot{s}_{21}}{1 - \dot{s}_{22}} \frac{\dot{a}_2}{\dot{b}_2} = \frac{\dot{s}_{21}}{1 - \dot{s}_{22}} \dot{\Gamma}_{\rm H},$$

де  $\dot{\Gamma}_{\rm H} = \frac{\dot{b}_{\rm H}}{\dot{a}_{\rm H}} = \frac{\dot{a}_2}{\dot{b}_2}$ . Для оцінки впливу неузгодження з боку генератора застосуємо

співвідношення

$$\dot{a}_1 = \dot{b}_{\Gamma} + \dot{b}_1 \dot{\Gamma}_{\Gamma}$$

де  $\dot{\Gamma}_{\Gamma} = \frac{\dot{b}_{\Gamma}}{\dot{a}_{\Gamma}}$ . Із цього виразу, застосовуючи співвідношення  $\dot{s}_{11} = \frac{\dot{b}_{1}}{\dot{a}_{1}}$ , можна одержати

$$\frac{\dot{a}_1}{\dot{b}_{\Gamma}} = \frac{1}{1 - \dot{s}_{11}\dot{\Gamma}_{\Gamma}}.$$

Остаточно для коефіцієнта передачі неузгодженого чотириполюсника маємо

$$\dot{T} = \frac{\dot{s}_{21}}{(1 - \dot{s}_{11}\dot{\Gamma}_{\Gamma})(1 - \dot{s}_{22}\dot{\Gamma}_{H})}.$$

У разі повного узгодження з навантаженням і генератором, тобто за умови  $\dot{\Gamma}_{\Gamma} = \dot{\Gamma}_{H} = 0$ , коефіцієнт передачі дорівнює  $\dot{s}_{21}$ . Із цього випливає, що множник  $\frac{1}{(1-\dot{s}_{11}\dot{\Gamma}_{\Gamma})(1-\dot{s}_{22}\dot{\Gamma}_{H})}$  визначає вплив неузгодженості чотириполюсника.

2. Розрахувати коефіцієнт відбиття від відрізка лінії передачі з хвильовим опором  $W_2$  довжиною l, ввімкненого між двома лініями передачі з хвильовими опорами  $W_1$  та  $W_3$ .

#### Розв'язання

Структура складається зі стику двох ліній із хвильовими опорами  $W_1$  та  $W_2$ , відрізка лінії довжиною l, ще одного стику двох ліній із хвильовими опорами  $W_2$  та  $W_3$ . Застосуємо результати вправ попереднього розділу. Тоді матриці розсіяння для двох стиків можуть бути записані у вигляді

$$\mathbf{S}_{i} = \begin{bmatrix} \rho_{i} & \sqrt{1 - \rho_{i}^{2}} \\ \sqrt{1 - \rho_{i}^{2}} & -\rho_{i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2;$$

а матриця для відрізка лінії –

$$\mathbf{S}_{l} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{bmatrix}.$$

Хвильові матриці передачі відповідно до виразу (14.5) мають вигляд

$$\mathbf{T}_{i} = \frac{1}{\sqrt{1-\rho_{i}^{2}}} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{i} \\ \rho_{i} & 1 \end{bmatrix} \text{ ra } \mathbf{T}_{l} = \begin{bmatrix} e^{j\beta l} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta l} \end{bmatrix}.$$

Хвильова матриця передачі всієї структури є результатом відповідного розрахунку:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_{1}\mathbf{T}_{l}\mathbf{T}_{2} = \frac{1}{\sqrt{1-\rho_{1}^{2}}} \frac{1}{\sqrt{1-\rho_{2}^{2}}} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1} \\ \rho_{1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\beta l} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{2} \\ \rho_{2} & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-\rho_{1}^{2}}} \frac{1}{\sqrt{1-\rho_{2}^{2}}} \begin{bmatrix} e^{j\beta l} + \rho_{1}\rho_{2}e^{-j\beta l} & \rho_{2}e^{j\beta l} + \rho_{1}e^{-j\beta l} \\ \rho_{1}e^{j\beta l} + \rho_{2}e^{-j\beta l} & e^{-j\beta l} + \rho_{1}\rho_{2}e^{j\beta l} \end{bmatrix}.$$

Згідно з формулами (4.4) елемент s<sub>11</sub>, який збігається з коефіцієнтом відбиття, буде дорівнювати

$$s_{11} = \frac{\rho_1 e^{j\beta l} + \rho_2 e^{-j\beta l}}{e^{j\beta l} + \rho_1 \rho_2 e^{-j\beta l}}.$$

Коефіцієнт відбиття *s*<sub>11</sub> дорівнює нулю, якщо нулю дорівнює чисельник, тобто повинне задовольнятися рівняння

$$\rho_1 e^{j\beta l} + \rho_2 e^{-j\beta l} = 0.$$

Після переходу до хвильових опорів із застосуванням співвідношень  $\rho_1 = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1}$ 

та  $\rho_2 = \frac{W_3 - W_2}{W_3 + W_2}$  одержимо вираз  $(W_2^2 - W_1 W_2) j \sin \beta l + (W_2 W_3 - W_1 W_2) \cos \beta l = 0.$ 

Вираз дорівнює нулю в трьох випадках. Перший випадок:  $W_1 = W_2 = W_3$ ,  $\beta l$  може бути довільним. Така ситуація відповідає повному узгодженню, тобто відсутності стрибків хвильового опору. Другий випадок:  $\beta l = \pi/2$ ,  $W_2^2 = W_1 W_2$ , що відповідає чвертьхвильовому трансформатору. Третій випадок:  $\beta l = \pi$ ,  $W_3 = W_1$ ,  $W_2$ -довільне, що відповідає напівхвильовому трансформатору.

# Тести для самоперевірки

1. Опір навантаження дорівнює 20 Ом, хвильовий опір лінії передачі – 50 Ом. Укажіть, якому значенню дорівнює нормований опір.

A	Б	В	Γ
1/2	2,5	0,5	0,4

2. Провідність навантаження дорівнює 0,2 См, хвильовий опір лінії передачі – 50 Ом. Визначте, якому значенню дорівнює нормований опір.

А	Б	В	Γ
0,004	10	0,1	250

3. Нормована провідність навантаження дорівнює *j*0,5, хвильовий опір лінії передачі – 50 Ом. Обчисліть, чому дорівнює опір навантаження.

	·····//		
А	Б	В	Γ
100	50	10	0

4. Нормований опір нантаження становить 1+ *j*0,5. Укажіть, якому значенню дорівнює нормована провідність навантаження.

· · 1 1	1 7		
А	Б	В	Γ

1+ <i>j</i> 0,5	0,8 <i>-j</i> 0,4	1 <i>- j</i> 0,5	0,8+j0,4

5. Нормована провідність навантаження дорівнює 1+ *j*0,5, хвильовий опір лінії передачі – 50 Ом. Обчисліть, чому дорівнює опір навантаження.

			П
А	Б	В	$1^{*}$
40 - j20	0,8 <i>-j</i> 0,4	20 - j40	40 + j20

6. Нормована провідність навантаження дорівнює 1– *j*0,5, хвильовий опір лінії передачі – 50 Ом. Визначте, чому дорівнює реактивний опір навантаження.

А	Б	В	Γ
25	-20	20	-25

7. Нормована напруга дорівнює 0,5, хвильовий опір лінії передачі – 100 Ом. З'ясуйте, чому дорівнює фізична напруга.

A	Б	В	Γ
2,5	5	10	0,2

8. Нормований струм дорівнює 1, хвильовий опір лінії передачі – 100 Ом. Укажіть чому дорівнює фізичний струм.

А	Б	В	Г
10	0,2	0,1	1

9. Залежність для напруги в лінії  $U = 2\cos\beta z$ . Застосовуючи телеграфні ріняння, знайдіть залежність для струму, якщо  $Z_1 = 2$  Ом/м,  $Y_1 = 0,1$  См/м.

А	Б	В	Г
$-2\beta\sin\beta z$	$\beta \sin \beta z$	$-\beta \cos\beta z$	$-20\beta\cos\beta z$

10.3алежність для струму в лінії  $I = 2\sin\beta z$ . Застосовуючи телеграфні ріняння, знайдіть залежність для напруги, якщо  $Z_1 = 2$  Ом/м,  $Y_1 = 0,1$  См/м.

А	Б	В	Γ
$20\beta\cos\beta z$	$-2\beta\sin\beta z$	$-20\beta\sin\beta z$	$-20\beta\cos\beta z$

11.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті *z* = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.



А	Б	В	Г
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на ємність
замикання		індуктивність	

12.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z=0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.

А	Б	В	Γ
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на ємність
замикання		індуктивність	

13.На рисунку зображений графік стоячої хвилі струму в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.

А	Б	В	Γ
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на ємність
замикання		індуктивність	

14.На рисунку зображений графік стоячої хвилі струму в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.

А	Б	В	Γ
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на ємність
замикання		індуктивність	

15.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії <sup>|U|</sup> передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.

А	Б	В	Г
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на ємність
замикання		індуктивність	

16.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.

			0 z
А	Б	В	Γ
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на ємність
замикання		індуктивність	



0

U

0



U

17.На рисунку зображений графік стоячої хвилі струму в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.

А	Б	В	Γ
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на ємність
замикання		індуктивність	

18. На рисунку зображений графік стоячої хвилі струму в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідний режим роботи лінії передачі.

			U 2
А	Б	В	Γ
Коротке	Холостий хід	Робота на	Робота на смність
замикання		індуктивність	

19.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідне навантаження лінії передачі.

А	Б	В	Γ
Активне	Активне	Комплексне	Комплексне
навантаження	навантаження	навантаження	навантаження
більше	менше хвильового	ємнісного	індуктивного
ХВИЛЬОВОГО		характеру	характеру

характеру

20.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відпо передачі.

А

Активне

більше

навантаження

хвильового

кажіть	відповідне	навантаження	лін	iii	V	V		
				0	)		z	
	Б	В			Γ			
Активне		Комплексне		Комп	лексне	e		
навантаж	кення	навантаження		наван	тажен	ня		
менше хн	зильового	ємнісного		інлук	гивно	ГО		

21.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії |U| передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідне навантаження лінії передачі.



I

I

0



А	Б	В	Γ
Активне	Активне	Комплексне	Комплексне
навантаження	навантаження	навантаження	навантаження
більше	менше хвильового	ємнісного	індуктивного
хвильового		характеру	характеру

22.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Укажіть відповідне навантаження лінії передачі.

			0 2
А	Б	В	Γ
Активне	Активне	Комплексне	Комплексне
навантаження	навантаження	навантаження	навантаження
більше	менше хвильового	ємнісного	індуктивного
ХВИЛЬОВОГО		характеру	характеру

23.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті *z* = 0 відповідає положення навантаження. Визначте КСХ у лінії.

			0	-
А	Б	В	Γ	
1	0,5	$\infty$	3	

24.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Визначте коефіцієнт відбиття навантаження.

			0	-
А	Б	В	Г	
1	0.5	∞	3	

25.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Визначте нормований опір навантаження.



U

0

U

1.5

1 0.5 0

U

1.5

1

0.5

А	Б	В	Γ
1	0,5	1/3	3

26.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Визначте нормований опір навантаження.

			0	2
А	Б	В	Г	
1	0,5	1/3	3	

68

27.На рисунку зображений графік стоячої хвилі напруги в лінії передачі, де координаті z = 0 відповідає положення навантаження. Визначте довжину хвилі в лінії.

А	Б	В	Г
0,25 см	0,5 см	1 см	2 см

28.КСХ у лінії дорівнює 3. Визначте модуль коефіцієнта відбиття.

A	Б	В	Г
1/3	2	-0,5	0,5

29.КБХ у лінії дорівнює 1/3. Визначте модуль коефіцієнта відбиття.

А	Б	В	Г
1/3	2	-0,5	0,5

30. Модуль коефіцієнта відбиття дорівнює 0,2. Визначте КСХ у лінії.

А	Б	В	Γ
3/2	2/3	5	0,5

31. Модуль коефіцієнта відбиття дорівнює 0,2. Визначте КБХ у лінії.

А	Б	В	Γ
3/2	2/3	5	0,5

32.Нормований опір навантаження дорівнює -1+j2. Визначте коефіцієнт відбиття навантаження.

А	Б	В	Γ
-1 - j2	1/(-1+j2)	-1-j	1+j

33.Нормований опір навантаження дорівнює -1+ *j*2. Визначте модуль коефіцієнта відбиття.

А	Б	В	Γ
$\sqrt{5}$	$1/\sqrt{5}$	2	$\sqrt{2}$

U

1.5

1 0.5 0

U

1.5

0.5

0

0.25

0.5

075 Z.CM

34.Нормований опір навантаження дорівнює 1– *j*2. Визначте фазу коефіцієнта відбиття навантаження.

А	Б	В	Γ
arctg(-2/1)	arctg(-1/2)	$-\pi/4$	$\pi/4$

35.Дві лінії з хвильовими опорами 30 Ом і 40 Ом узгоджені за допомогою чвертьхвильового трансформатора. Визначте хвильовий опір трансформатора.

А	Б	В	Γ
70 Ом	35 Ом	20√3 Ом	1200 Ом

36.Комплексна амплітуда коливання на вході півхвильового відрізка лінії передачі дорівнює 20– *j*10. Визначте комплексну амплітуду коливань на виході.

А	Б	В	Γ
1/(20-j10)	-20+j10	20+j10	10+j20

37.Вихідний опір генератора 50 Ом узгоджений із хвильовим опором лінії передачі, навантаження узгоджене з лінією. Визначте струм через навантаження, якщо ЕРС генератора дорівнює 50 В.

А	Б	В	Γ
1/3 A	0,5 A	1 A	2 A

38.Вихідний опір генератора 50 Ом узгоджений із хвильовим опором чвертьхвильового відрізка лінії передачі, навантаженого на опір 25 Ом. Визначте струм на вході лінії, якщо ЕРС генератора дорівнює 50 В.

17			
А	Б	В	Γ
1/3 A	2/5 A	2/3 A	3 A

39. Чвертьхвильовий відрізок лінії передачі з хвильовим опором 100 Ом навантажений на опір 200 Ом. Визначте вхідний опір відрізка з навантаженням.

А	Б	В	Γ
300 Ом	200 Ом	100 Ом	50 Ом

40. Чвертьхвильовий відрізок лінії передачі навантажений на ємність. Укажіть характер вхідного опору відрізка з навантаженням.

	1 2 7 1			
А	Б	В	Γ	
Активний	Ємнісний	Індуктивний	Комплексний	
41. Чвертьхвильовий відрізок лінії передачі навантажений на індуктивність.				
Укажіть характер вхідного опору відрізка з навантаженням.				
Δ	Б	B	Г	

А	Б	В	Γ
Активний	Ємнісний	Індуктивний	Комплексний

42. Чвертьхвильовий відрізок лінії передачі навантажений на активний опір. Укажіть характер вхідного опору відрізка з навантаженням.

А	Б	В	Γ
Активний	Ємнісний	Індуктивний	Комплексний

43.Коефіцієнт відбиття за напругою дорівнює 0,3-0,4*j*. Визначте коефіцієнт відбиття за струмом.

A	Б	В	Γ
0,3–0,4 <i>j</i>	-0,3+0,4j	0,3+0,4 <i>j</i>	-0,3-0,4 <i>j</i>

44.Коефіцієнт відбиття дорівнює 0,3–0,4*j*. Визначте коефіцієнт відбиття за потужністю.

A	Б	В	Γ
0,25	0,5	-007024	-0,3+0,4j

45.Коефіцієнт відбиття навантаження дорівнює 0,3–0,4*j*. Визначте коефіцієнт відбиття на відстані від навантаження, що відповідає половині довжини хвилі в лінії передачі.

А	Б	В	Г
0,4+0,3 <i>j</i>	-0,4-0,3j	-0,3+0,4j	0,3–0,4 <i>j</i>

46.Коефіцієнт відбиття навантаження дорівнює 0,3-0,4*j*. Визначте коефіцієнт відбиття на відстані від навантаження, що відповідає чверті довжини хвилі в лінії передачі.

A	Б	В	Г
0,4+0,3 <i>j</i>	-0,4-0,3j	-0,3+0,4j	0,3–0,4 <i>j</i>

47.Коефіцієнт відбиття навантаження дорівнює 0,3–0,4*j*. Визначте коефіцієнт відбиття на відстані від навантаження, що відповідає 1/8 довжини хвилі в лінії передачі.

А	Б	В	Г
0,4+0,3 <i>j</i>	-0,4-0,3j	-0,3+0,4j	0,3–0,4 <i>j</i>

48.Визначте коефіцієнт відбиття від стику двох коаксіальних ліній 50 Ом і 75 Ом.

А	Б	В	Γ
1,5	2/3	0,2	0,04

49.Визначте коефіцієнт відбиття за потужністю від стику двох коаксіальних ліній 50 Ом і 75 Ом.

А	Б	В	Г
1,5	2/3	0,2	0,04

50.Визначте ККД фідера у вигляді стику двох коаксіальних ліній 50 Ом і 75 Ом.

А	Б	В	Γ
100 %	96 %	50%	4 %

51.Лінія з хвильовим опором 50 Ом узгоджена за допомогою чвертьхвильового трансформатора з активним навантаженням 10 Ом. Визначте хвильовий опір трансформатора.

A	Б	В	Г
60 Ом	30 Ом	10√5 Ом	500 Ом

52.Для узгодження лінії з навантаженням застосовують паралельну компенсуючу реактивність. Укажіть, що характерне для перерізу лінії, де ввімкнена ця реактивність.

A	Б	В	Γ
Активна частина	Активна частина	Активна частина	Активна частина
нормованого	нормованої	нормованого	нормованої
вхідного опору	вхідної	вхідного опору	вхідної
дорівнює 0	провідності	дорівнює 1	провідності
	дорівнює 0		дорівнює 1

53.Для узгодження лінії з навантаженням застосовують послідовну компенсуючу реактивність. Укажіть, що характерне для перерізу лінії, де ввімкнена ця реактивність.

А	Б	В	Γ
Активна частина	Активна частина	Активна частина	Активна частина
нормованого	нормованої	нормованого	нормованої
вхідного опору	вхідної	вхідного опору	вхідної
дорівнює 0	провідності	дорівнює 1	провідності
	дорівнює 0		дорівнює 1

54.У лінії передачі поширюються дві хвилі  $8\exp[j(\omega t - \beta x)]$  та  $4\exp[j(\omega t + \beta x)]$ . Обчисліть значення КСХ.

А	Б	В	Γ
3	8	1	12

55.У лінії передачі поширюються дві хвилі  $8\exp[j(\omega t + \beta x)]$  та  $12\exp[j(\omega t + \beta x)]$ . Укажіть значення КСХ.

А	Б	В	Γ
3	8	1	12

56.Недіагональний елемент матриці розсіювання чотириполюсника дорівнює 0,5+0,5*j*. Визначте, чому він буде дорівнювати в разі зсуву площини відліку фази в одному плечі від з'єднання на чверть довжини хвилі в лінії.

A	Б	В	Γ
-0,5+0,5j	0,5–0,5 <i>j</i>	-0,5-0,5j	0,5+0,5 <i>j</i>

<sup>57.</sup>Недіагональний елемент матриці розсіювання чотириполюсника дорівнює 0,5+0,5 *j*. Визначте, чому він буде дорівнювати в разі зсуву площини відліку фази в одному плечі до з'єднання на чверть довжини хвилі в лінії.

1 7		<b>T</b>	
А	Б	В	Γ
-0,5+0,5j	0,5–0,5 <i>j</i>	-0,5-0,5j	0,5+0,5 <i>j</i>

58.Діагональний елемент матриці розсіювання дорівнює 0,5+0,5*j*. Визначте, чому він буде дорівнювати в разі зсуву площини відліку фази у відповідному плечі до з'єднання на чверть довжини хвилі в лінії.

А	Б	В	Г
-0,5+0,5j	0,5–0,5 <i>j</i>	-0,5-0,5j	0,5+0,5 <i>j</i>

59.Діагональний елемент матриці розсіювання дорівнює 0,5+0,5*j*. Визначте, чому він буде дорівнювати в разі зсуву площини відліку фаз у відповідному плечі від з'єднання на чверть довжини хвилі в лінії.

А	Б	В	Г
-0,5+0,5j	0,5–0,5 <i>j</i>	-0,5-0,5j	0,5+0,5 <i>j</i>

60.Недіагональний елемент матриці розсіювання дорівнює 0,5*j*. Визначте, на яку відстань у довжинах хвиль у лінії слід змістити площину відліку фаз в одному плечі пристрою, щоб цей елемент мав активний характер.

A	Б	В	Γ
1	0,5	0,25	0,125

61. Матриця розсіювання восьмиполюсника має вигляд

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Визначте КБХ у плечі 2.

А	Б	В	Γ
1	0,707	0	$\infty$
62. Матриця розсіювання восьмиполюсника має вигляд

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

У плече 2 подають хвилю одиничної амплітуди, решта пліч навантажена на узгоджені навантаження. Визначте амплітуду хвилі в плечі 4.

А	Б	В	Γ
-1	1	-0,707	0,707

63. Матриця розсіювання восьмиполюсника має вигляд

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

У плечі 1 і 2 від одного джерела подають хвилі одиничних амплітуд, решта пліч навантажена на узгоджені навантаження. Визначте амплітуду хвилі в плечі 4.

А	Б	В	Г
0	0,707	0,5	1,414

64. Матриця розсіювання восьмиполюсника має вигляд

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

У плече 2 подають хвилю потужністю 1 мВт, решта пліч навантажена на узгоджені навантаження. Визначте потужність хвилі в плечі 4.

А	Б	В	Γ
0,707 мВт	0	1 мВт	0,5 мВт

65.Укажіть, яка з наведених матриць розсіювання не може відповідати матриці розсіювання недисипативного шестиполюсника.



66.Задана хвильов	а матриця передач	чі чотириполюсник	a $S = \begin{vmatrix} 0.1 & 0.99 \\ 0.99 & 0.1 \end{vmatrix}$ .			
О,79 О,1 Обчисліть, чому дорівнює коефіцієнт відбиття в децибелах.						
A	Б	В	Γ			
-10	-20	10	0.1			
67.3адана хвильова матриця розсіювання чотириполюсника $S = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ .						
Знайдіть загасан	ня в децибелах.	_				
A	Б	В	Γ			
0	10	6	3			
68.Задана хвильов Знайдіть коефіці	а матриця передач єнт відбиття.	і чотириполюсника	$T = \begin{bmatrix} 1,25 & -0,75\\ 0,75 & 0,35 \end{bmatrix}.$			
Α	Б	В	Γ			
0,6	0,25	0,35	0,28			
69.3адана хвильова матриця розсіяння чотириполюсника $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Знайдіть хвильову матрицю передані нотириполюсника						
A	Б	В	Γ			
$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$			
70.3адана хвильова матриця розсіяння чотириполюсника $S = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ .						
Знайдіть хвильо	ву матрицю передачі	чотириполюсника.				
$\begin{array}{c} A \\ T = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$		$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$     T = \begin{bmatrix}     0 & 1 \\     -1 & \sqrt{2}   \end{bmatrix} $			

1	Γ	15	Γ	29	Γ	43	Б	57	А
2	В	16	В	30	Α	44	А	58	В
3	Α	17	В	31	Б	45	Γ	59	В
4	Б	18	Γ	32	Γ	46	В	60	В
5	Α	19	Б	33	Γ	47	Б	61	А
6	В	20	А	34	В	48	В	62	Γ
7	Б	21	В	35	В	49	Γ	63	А
8	В	22	Γ	36	Б	50	Б	64	Γ
9	Б	23	Γ	37	Б	51	В	65	Б
10	Γ	24	Б	38	Α	52	Γ	66	Б
11	Α	25	Γ	39	Γ	53	В	67	Γ
12	Б	26	В	40	В	54	Α	68	А
13	Б	27	В	41	Б	55	В	69	Γ
14	A	28	Γ	42	A	56	Б	70	Б

## Відповіді до тестів

## Список рекомендованої літератури

Альтман, Дж. Устройства СВЧ [Текст] / Дж. Альтман; пер. с англ.; под ред. И. В. Лебедева. – М.: Мир, 1968. – 488 с.

Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами [Текст]: учеб. пособие для вузов / С. И. Баскаков. – М.: Высш. школа, 1980. – 152 с.

Бова, Н. Т. Антенны и устройства СВЧ [Текст] / Н. Т. Бова, Г. Б. Резников. – 2-е изд., перераб. и дополн. – К.: Вища шк., 1982. – 278 с.

Будурис, Ж. Цепи сверхвысоких частот [Текст] / Ж. Будурис, П.Шеневье; пер. с фр.; под ред. А. Л. Зиновьева. – М.: Сов. радио, 1979. – 288 с.

Григорьев, А. Д. Электродинамика и техника СВЧ [Текст]: учеб. для вузов по спец. «Электронные приборы и устройства» / А. Д. Григорьев. – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.

Лебедев, И. В. Техника и приборы СВЧ [Текст]: в 2 т. / И. В. Лебедев. – М.: Высш. шк., 1970. Т.1. – 440 с.

Сазонов, Д. М. Устройства СВЧ [Текст]: учеб. пособие / Д. М. Сазонов, А. Н. Гридин, Б. А. Мишустин. – М.: Высш. школа, 1981. – 295 с.

Фуско, В. СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование [Текст] / В. Фуско; пер. с англ.; под ред. В. И. Вольмана. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

Хелзайн, Дж. Пассивные и активные цепи СВЧ [Текст] / Дж. Хелзайн; пер. с англ.; под ред. А. С. Галина. – М.: Радио и связь, 1981. – 200 с.

## Зміст

Вступ	3
1. Лінії передачі	4
2. Основи теорії довгих ліній	5
3. Основні типи ліній передачі надвисокочастотного діапазону	
4. Нормовані значення напруги	14
5. Коефіцієнт відбиття	16
6. Нормовані опір і провідність	
7. Інтерференція падаючої та відбитої хвиль у навантаженій лінії	
8. Вхідний опір лінії передачі з навантаженням	
9. Основні режими роботи лінії передачі	
10. Кругова діаграма опорів	
11. Півхвильові та чвертьхвильові трансформатори	
12. Узгодження ліній передачі з навантаженням	
13. Матриці розсіяння багатополюсників	
14. Хвильові матриці передачі багатополюсників	59
Тести для самоперевірки	
Список рекомендованої літератури	75