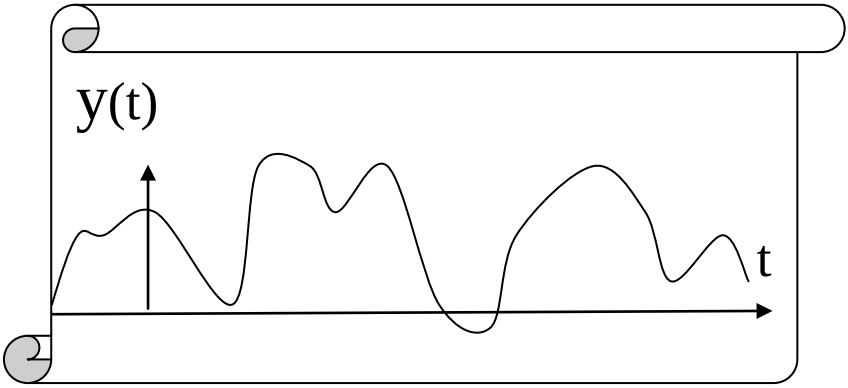
24

МАРКІЯН СУМИК

ОСНОВИ ТЕОРІЇ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ



ЛЬВІВ

2005

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ”ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

МАРКІЯН СУМИК

ОСНОВИ ТЕОРІЇ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів, які навчаються за базовим напрямом “Радіотехніка”.

ЛЬВІВ

Видавництво Національного Університету “Львівська політехніка”

2005

С 897
УДК 621.396.6 (075.8)

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів, які навчаються за напрямом "Радіотехніка". (лист Міністерства освіти і науки України № 14/18.2-1918 від 17.11.2003 року)

Рецензенти:
Русин Б.П., доктор технічних наук, професор, зав.відділу "Методи і системи обробки, аналізу та ідентифікації зображень" Фізико-механічного інституту ім. Г.В.Карпенка НАН України,
Оганесян А.Г., доктор технічних наук, професор кафедри телекомунікацій Національного університету "Львівська політехніка",
Мартинів М.С., кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник сектору Львівського науково-дослідного радіотехнічного інституту,
Семенистий К.С., кандидат техн.наук, доцент кафедри радіоелектронних пристроїв та систем Національного університету "Львівська політехніка",

Сумик Маркіян
С 897 Основи теорії радіотехнічних систем: Навч. посібник. – Львів: Видавництво Національного Університету "Львівська політехніка", 2005.-240 с.:іл.
ISBN 966-553-439-4

У навчальному посібнику розглянуто основні положення статистичної теорії радіотехнічних систем, які є основною теоретичною базою для технічної реалізації радіотехнічних систем різного призначення: радіолокаційних, радіонавігаційних, систем передавання інформації та систем радіокерування. Подано єдиний підхід до аналізу та синтезу різних радіотехнічних систем та показано шляхи їх оптимізації на основі методів статистичної радіотехніки. Навчальний посібник призначено для студентів базового напряму "Радіотехніка" вищих навчальних закладів, а також для фахівців, які цікавляться теоретичними основами побудови радіотехнічних систем.

ББК 39.62
ISBN 966-553-439-4 Сумик М.М., 2005

ПЕРЕДМОВА

Радіотехнічною системою називають сукупність технічних засобів, призначених для виконання певного кола задач, в якій під час обміну інформацією між окремими її частинами використовуються радіосигнали, здатні переносити інформацію.

Власне в радіотехнічних системах різного призначення реалізуються можливості радіотехніки. Радіосистеми є підкласом сформованого в технічній кібернетиці поняття “система”.

Кібернетика під системою розуміє біологічну популяцію, економіку держави, діяльність підприємства, протиповітряну оборону країни, систему керування безпілотними об'єктами, радіолокаційну систему тощо .

Термін “система” походить від латинського слова “systema” , яке означає “ціле, складене з окремих частин” . Тому під системою і розуміють сукупність взаємопов'язаних частин, які виконують чітко визначену задачу чи функцію.

Розробка будь-якої системи, в тому числі і радіотехнічної, ведеться на основі чітко визначених принципів. Такими основними принципами є:

1. Цілісність (єдність) — наявність в усієї системи певної спільної цілі, загального призначення. Властивості системи принципово неможливо звести до суми властивостей складових частин (компонентів чи елементів).

З властивостей частин неможливо вивести властивість системи. Характеристики кожної частини системи залежать від її місця і функції, які вона виконує всередині системи.

2. Структурність - це можливість опису системи через визначення її структури, тобто наявних зв'язків і відношень всередині системи. Поведінка системи обумовлюється як поведінкою її окремих частин, так і властивостями її структури.

3. Ієрархічність: кожна частина системи може розглядатись як система, яка в даному випадку є однією із частин більш широкої системи.

4. Складність поведінки системи - це наявність складних взаємозв'язків між змінними системи, які переплітаються та перекриваються і за яких зміна однієї змінної викликає зміну багатьох інших змінних.

5. Множинність опису системи - як наслідок принципової складності системи її адекватне пізнання вимагає побудови множини різних моделей, кожна з яких описує лише певний аспект системи.

6. Великі розміри системи як за кількістю частин, виконуваних функцій, входів так і за її вартістю.

7. Нерегулярне, випадкове в часі надходження зовнішніх збурень (завад), наслідком чого є неможливість точного передбачення навантажень.

8. Високий ступінь автоматизації, широке використання в системі найновіших автоматичних обчислювальних машин та мікропроцесорів для забезпечення гнучкого, оперативного та автоматизованого керування системою.

Приступаючи до проектування радіотехнічної системи, необхідно відповідно до першого системного принципу чітко визначити призначення системи (визначити ціль, для чого буде використовуватися система).

Інформаційна сутність, що є важливою характеристикою радіосистем, визначає їх функціональне призначення. З цієї точки зору радіосистеми поділяються на такі класи:

1. Системи передавання інформації;
2. Системи добування інформації;
3. Системи радіорозвідки;
4. Системи радіопротидії;
5. Системи радіокерування рухом.

Системи передавання інформації, (їх ще називають системами зв'язку), забезпечують передавання інформації (повідомлень) від джерела інформації до одержувача інформації (абонента). Основними складовими частинами таких систем є радіопередавач РПД, передавальна антена АРПД, радіоканал РК, приймальна антена АПРМ та радіоприймальний пристрій РПМ.

Системи добування інформації, до яких відносяться радіолокаційні, радіонавігаційні системи та системи радіорозвідки, забезпечують виявлення сигналів, оцінку (вимірюавання) їх параметрів і на основі цього визначають параметри руху об'єктів. Основними складовими частинами таких систем є також РПД, АРПД, АРПМ, РПМ, але принципи формування структурної схеми системи є складнішими, ніж в системах передачі інформації.

Системи радіопротидії, (їх ще називають системами знищення

інформації) шляхом створення завад на вході радіоприймальних пристроїв створюють такі складні умови роботи останніх, що на виході приймача виникають помилки в прийнятих повідомленнях, в результаті чого прийнята інформація стає недостовірною.

Системи радіокерування рухом та станом об’єктів використовують добуту інформацію для керування рухом різних об'єктів на віддалі, а також для керування різними технологічними процесами.

Для розв'язку практичних задач окремі радіосистеми об'єднуються в комплекси, які виконують загальні комплексні завдання. Сучасні радіокомплекси складаються з багатьох радіосистем з перерахованих вище класів. Прикладом таких комплексів є системи керування повітряним рухом, системи протиповітряної оборони, системи вимірювання траєкторій та керування штучними супутниками Землі і космічними кораблями.

Побудова таких радіосистем грунтується на різних фізичних принципах, які розглядатимемо окремо для кожного класу радіосистем.

Під час розгляду принципів побудови радіотехнічних систем різного призначення необхідно враховувати, що одночасно з корисними сигналами, за допомогою яких добувається або передається інформація, діють шуми. Тому методи побудови радіотехнічних систем потрібно визначати з врахуванням випадкового характеру як сигналів, так і шумів, оптимізуючи ці системи з метою забезпечення якнайкращих показників їх роботи.

Це означає, що теорія побудови радіотехнічних систем повинна грунтуватись на статистичних методах, узагальнення яких набуває вигляду статистичної теорії радіотехнічних систем. Використовуючи цю статистичну теорію, визначають алгоритми оптимального виявлення, розділення, розрізнення сигналів та оптимальної оцінки їх параметрів. Реалізації цих алгоритмів дають змогу побудувати оптимальні радіотехнічні системи, які за найменших енергетичних та технічних затратах уможливлюють добути або передати інформацію з найбільшою ефективністю (з мінімально можливими помилками за мінімальних енергетичних та та технічних затратах).

Загальні вимоги, які висуваються до кожної радіотехнічної системи, включають необхідність достовірного та своєчасного одержання великого обсягу інформації за допомогою прийнятого сигналу за обмеженої енергії зондую чого. Очевидно, що помилкові, запізнілі або неповні дані знецінюють одержану інформацію, оскільки не уможливлюють оперативно приймати правильні рішення.

Знайти оптимальну структуру складної радіотехнічної системи, яка забезпечувала б точність (достовірність) одержаної інформації, необхідну пропускну здатність, надійність, завадостійкість, електромагнітну сумісність, є дуже складним завданням.

Погіршення якості приймання через технічну недосконалість апаратури, в принципі, можна уникнути удосконаленням останньої.

Що ж стосується завад, які викликають спотворення радіосигналів, то питання пошуків шляхів усунення їх впливу мають принциповий характер, оскільки вони зумовлені незалежними від нас причинами. Ці шляхи допомагає нам знайти статистична теорія. Тому основні теоретичні питання побудови радіотехнічних систем розглядатимемо окремо, поступово нарощуючи складність задач. Починаємо розгляд із пошуку шляхів розв'язання задачі виявлення, коли на основі прийнятої реалізації (сигналу на вході приймача) необхідно встановити, що являє собою ця реалізація: корисний сигнал разом з шумом чи тільки шум. Розв'язавши цю задачу, можна приступити до розв'язання наступної: оцінювати значення параметрів сигналу, в яких закладена корисна для нас інформація. Можна було би ці дві задачі розв'язувати одночасно як одну задачу "виявлення - оцінювання", одержаний результат міг би стати основою для побудови більш складної системи порівняно до радіосистеми, яка тільки виявляє сигнали (як правило, це охоронна система). З метою спрощення аналізу ці дві задачі, - виявлення та оцінювання параметрів,- розглядаються окремо.

Щоб зробити процес вивчення основ теорії раджіотехнічних систем достатньо доступним, в посібнику наведені лише головні, типові для всіх видів радіотехнічних систем, задачі, які грунтуються на останніх досягненнях статистичної радіотехніки. У другій частині посібника показується, як розв'язки задач використовуються при побудові радіотехнічних систем різного призначення.

Частина 1.

ОСНОВИ ТЕОРІЇ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ ТА РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ПОБУДОВИ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ ТА РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

1.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Радіолокацією називають область радіоелектроніки, яка займається питаннями виявлення та визначення місцезнаходження різних об'єктів.

Термін “радіолокація” походить від латинського слова “locus “, яке означає місце. В зарубіжній літературі широко використо-вується термін “радар “ (“ radar “), складений з перших букв англійського терміна “radio detektion end ranging “, що означає виявлення та вимірювання віддалі за допомогою радіо.

Основою побудови радіолокаційних систем є використання відбиття радіохвиль від різних об'єктів (цілей) або власних випромінювань цих об'єктів.

Радіонавігація також займається питаннями визначення місцезнаходження об'єктів та забезпечення їх руху за заданими траєкторіями за допомогою радіозасобів. Радіонавігація відрізняється від радіолокації тим, що сукупність радіозасобів, які виконують поставлене завдання, розміщується на рухомому об'єкті.

1.2. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ РАДІОЛОКАЦІЇ ТА РАДІОНАВІГАЦІЇ

В основі роботи всіх радіотехнічних систем добування інформації, до яких належать радіолокаційні та радіонавігаційні системи, лежать три властивості електромагнітних хвиль:

1) прямолінійність їх поширення у вільному просторі;
2) постійність швидкості їх поширення у вільному просторі;
3) дуже малі зміни їх напрямку, швидкості, форми і поляризації, що створюється середовищем, в якому поширюються ці хвилі.

На використанні цих властивостей і грунтуються різні методи визначення координат об'єктів і швидкості їх руху для переважної більшості випадків застосування радіотехнічних систем.

Виявлення об'єктів в просторі, вимірювання їх координат та параметрів руху здійснюється шляхом виявлення та оцінкою параметрів сигналу випроміненого або перевипроміненого цим об'єктом на фоні різного роду завад. Активне радіовиявлення грунтується на

явищі відбиття або розсіювання радіохвиль, якщо на шляху їх поширення зустрічається об'єкт з електричними параметрами, які відрізняються від параметрів середовища. Такий об'єкт, опромінений електромагнітним коливанням, стає джерелом відбитого, тобто вторинного електромагнітного поля. Це вторинне електромагнітне поле, поширюючись в просторі, наводить на приймальній антені електрорушійну силу, яка і є сигналом.

Потужність та параметри цього сигналу залежать від інтенсивності первинного поля біля об'єкта, параметрів об'єкта (габаритів, форми, електричних властивостей), положення об'єкта відносно джерела зондуючого сигналу, поляризації первинного поля, довжини хвилі λ електромагнітних коливань.

Залежність потужності вторинного випромінення від довжини хвилі особливо важлива, оскільки її характер визначає діапазон радіохвиль, що є придатним для радіовиявлення. Якщо лінійні розміри l об'єкта є такими, що

$$l > \lambda , \qquad (1.01)$$

то потужність вторинного випромінення практично не залежить від λ.

Якщо $l < \lambda$, то потужність вторинного випромінення є обернено пропорційною до четвертого степеня λ. Тому для радіолокаційного спостереження за об'єктами типу літаків, автомобілів тощо, необхідно використовувати діапазон метрових та більш коротших хвиль (10 -:- 0.001) м.

Необхідність вкорочення довжини хвилі зумовлена також прагненням створити вужчу діаграму напрямленості антени з метою забезпечення розділення об'єктів за кутовою координатою, точнішого вимірювання кутових координат та для економнішого використання енергії передавача. Річ у тім, що кутова ширина діаграми Θ_a напрямленості антени

$$\theta_a = k\lambda/d_a , \qquad (1.02)$$

де d_a —лінійний розмір апертури антени;

k —коефіцієнт пропорційності, залежний від розподілу електромагнітного поля по апертурі.

Тому за заданих розмірів антени звуження її діаграми напрямленості досягається шляхом зменшення довжини хвилі λ.

Необхідно враховувати, що із вкороченням довжини хвилі (за переходу в сантиметровий або в міліметровий діапазон) зростає заникання радіохвиль в атмосфері.

Пасивне виявлення об'єктів та вимірювання параметрів їх руху грунтується на використанні власного, в тому числі теплового, випромінення об'єкта. Оскільки будь-яке фізичне тіло, температура якого вища за абсолютний нуль, випромінює електромагнітні

коливання, то з'являється принципова можливість виявляти будь-які об'єкти без попереднього опромінення. Максимум теплового випромінення земної поверхні та багатьох інших об'єктів лежить в ділянці інфрачервоного діапазону хвиль. Для виявлення об'єктів можна використовувати також радіовипромінення різних радіопристроїв, розміщенних на цих об'єктах.

У деяких радіолокаційних та радіонавігаційних системах для визначення місцезнаходження об'єкта поряд з перерахованими вище властивостями радіохвиль використовують ефект Доплера - зміну частоти коливань, які приймаються радіоприймачем при відбитті (або при випроміненні) цих коливань об'єктом, який рухається.

Діапазон радіохвиль, який використовується в радіонавігації, є значно ширшим, ніж в радіолокації. Річ в тім, що в неавтономних радіонавігаційних системах відбиваючі властивості об'єкта не використовуються і тому умова (1.01) не обмежує вибору діапазону радіохвиль. Вибір діапазону радіохвиль зумовлюється при цьому умовами поширення радіохвиль в реальному середовищі, які істотно залежать від довжини хвилі. В неавтономних радіонавігаційних системах для визначення місцезнаходження дуже віддалених об'єктів (на відстань 8 -:- 10 тисяч км) використовуються коливання з довжиною хвилі λ= (10 -:- 100) км. При менших відстанях до об'єктів (3 -:- 1000) км використовуються коливання з довжиною хвилі λ = (0.1 -:- 10) км. В автономних радіонавігаційних системах (в радіовисотомірах, доплерівських вимірниках швидкості), а також в неавтономних радіонавігаційних системах (в системах приземлення за радіомаяками), коли виникає необхідність сформувати вузьку діаграму напрямленості антени, використовуються коливання метрового, дециметрового та сантиметрового діапазонів.

Постійність швидкості та прямолінійність поширення радіохвиль у просторі дає змогу визначити віддаль **R** до об'єкта , яка пов'язана з часом поширення $\mathbf{t_з}$ (від РЛС до цілі і назад) співвідношенням

$$\mathbf{R= ct_з/2 .} \qquad \mathbf{(1.03)}$$

Величину $\mathbf{t_з}$ називають часом запізнення відбитого сигналу.

Тут **c** - швидкість світла, що наближено дорівнює З 10^8 м/с.

Завдяки прямолінійності поширення електромагнітних хвиль і використанню антен з вузькими діаграмами напрямленості визначають кутові координати об'єкта. В загальному випадку кутомірні системи фіксують положення фронту електромагнітних хвиль, які надходять від об'єкта, що уможливлює визначення напрямку на об'єкт відносно якогось заданого напрямку.

Ефект Доплера використовують для вимірювання радіальної швидкості руху об'єкта щодо точки приймання сигналу.

1.3. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ МІСЦЕЗНАХОДЖЕННЯ ОБ'ЄКТІВ

Місцезнаходження об'єкта визначається вимірюванням деяких геометричних величин, які однозначно характеризують положення об'єкта в просторі. Такими величинами можуть бути віддаль до об'єкта та напрямок на об'єкт. Методи визначення цих величин називають відповідно радіовіддалеметрією та радіопеленгуванням, а радіопристрої, які реалізують ці методи, називають радіовіддалемірами та радіопеленгаторами.

Кут між початковим напрямком і розшукуваним напрямком на об'єкт називається пеленгом. При пеленгуванні в горизонтальній площині за початковий напрямок приймають північний напрямок географічного меридіану. За додатній напрямок відліку пеленгу вибирають напрямок обертання годинникової стрілки.

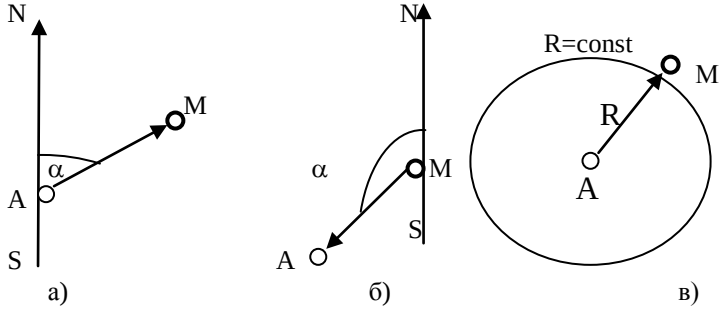


Рис.1.1. Лінії положення при різних методах визначення координат

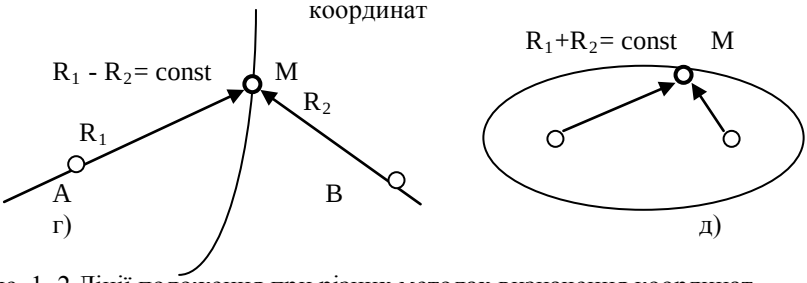


Рис. 1. 2.Лінії положення при різних методах визначення координат.

За допомогою радіозасобів можна визначити такі геометричні величини:

1. Пеленг шуканої точки **M** з фіксованої точки **A** (рис.1.1, а).
2. Пеленг фіксованої точки **A** з шуканої точки **M** (рис.1.1, б).
3. Віддаль **R** від фіксованої точки **A** до шуканої точки **M** (рис.1.1, в).

4. Різницю віддалей **(R_1 - R_2)** від шуканої точки **M** до двох фіксованих точок **A і B (**рис.1.2, г).

5. Суму віддалей **R_1+R_2** від шуканої точки **M** до двох фіксованих точок **A і B** (рис.1.2, д).

Кожному з виміряних значень будь-якої з перерахованих величин відповідає лінія положення – геометричне місце точок, для яких геометрична величина, що визначає місцезнаходження об'єкта, є сталою величиною. У випадках а) і б) лінії положення - прямі. У випадку в) - лінія положення коло. У випадку г) - гіпербола, а у випадку д) - еліпс.

Для різних сталих значень кожної з перерахованих геометричних величин існує відповідний набір ліній положення.

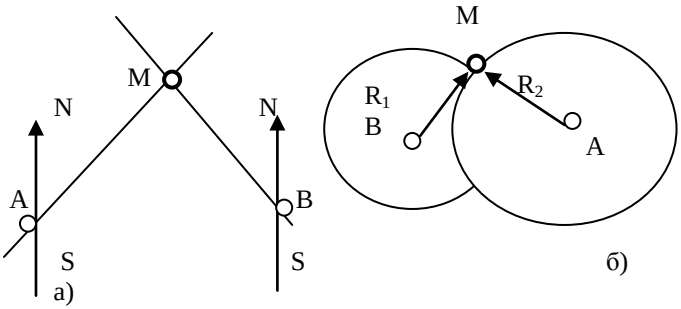
Щоб визначити місцезнаходження об'єкта на площині необхідно знайти дві лінії положення, які перетинаються. Точка перетину цих ліній і дає шукане місцезнаходження об'єкта. Такий метод визначення місцезнаходження називається позиційним.

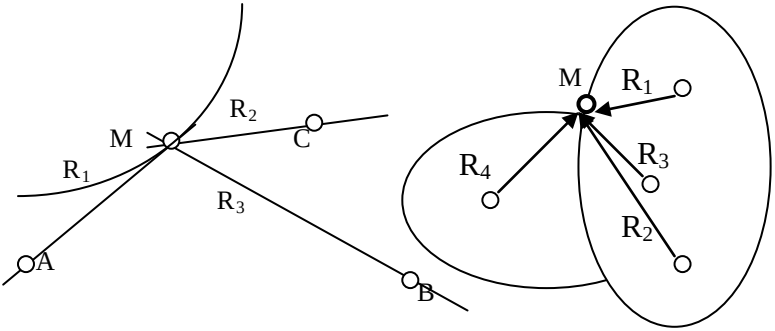
Залежно від виду використовуваних ліній положення розрізняють такі позиційні методи: пеленгаційний (кутомірний); віддалемірний, коли місцезнаходження об'єкта - точка перетину двох кіл; різницево-віддалемірний, коли місцезнаходження об'єкта —точка перетину двох гіпербол; віддалемірно-пеленгаційний (комбінований), при якому місцезнаходження об'єкта - точка перетину прямої і кола.

Пеленгаційний і різницево-віддалемірний методи широко застосовуються в радіонавігації для визначення власного положення рухомого об'єкта стосовно радіомаяків, що встановлені в радіонавігаційних точках. Віддалемірно-пеленгаційний метод найчастіше використовується в однопозиційних РЛС, оскільки тільки він уможливлює визначення місцезнаходження об'єкта з однієї точки простору.

При визначені місцезнаходження об'єкта в просторі сталому значенню кожної з перерахованих геометричних величин відповідає поверхня можливих місцезнаходжень об'єкта, яка називається поверхнею положення. Сталому значенню віддалі від фіксованої точки до шуканої відповідає поверхня положення у вигляді сфери (кулі). За сталого значення суми віддалей від шуканої точки до фіксованих точок поверхнею положення є еліпсоїд. За сталого значення пеленга в горизонтальній площині, коли визначається напрямок до шуканої точки з фіксованої, поверхнею положення буде вертикальна площина, яка проходить через ці точки.

Перетин двох поверхонь положень дає лінію положення в просторі. Точка перетину лінії положення і третьої поверхні положення визначає місцезнаходження об'єкта.





в) $R_1 - R_2 = const$; $R_3 - R_2 = const$. г) $R_3 + R_4 = const$; $R_1 + R_2 = const$.

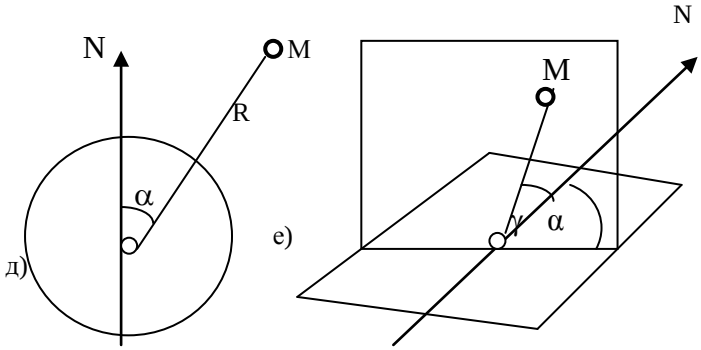


Рис.1.3.Основні методи визначення місцезнаходження

об’єктів.

Якщо, наприклад, використовується віддалемірно-пеленгаційний метод, то місцезнаходження об'єкта визначається точкою перетину прямої лінії та кулі. У цьому разі для однозначного визначення напрямку на об'єкт необхідно здійснити пеленгацію у двох площинах, які перетинаються. Це, як правило, - горизонтальна та вертикальна площини. Тому задача визначення місцезнаходження об'єкта в просторі віддалемірно-пеленгаційним методом реалізується шляхом вимірювання трьох координат: похилої віддалі, азимута та кута місця.

На рисунку 1.3 зображено способи визначення місцезнаходження об'єкта позиційними методами на площині (рис.1. 3 , а, б, в, г, д) та в просторі (1.3, е).

Кут між північним напрямком географічного меридіана і проекцією напрямку на об'єкт на горизонтальну площину називається азимутом. Кут між напрямком на об'єкт і горизонтальною площиною називається кутом місця. Віддаль від радіолокатора до об'єкта називається похилою віддаллю.

Радіотехнічна система, яка забезпечує вимірювання віддалі до об'єкта, називається радіовіддалеміром.

Радіотехнічна система, яка забезпечує вимірювання кутових координат, називається радіопеленгатором (радіокутоміром).

Радіотехнічна система для визначення місцезнаходження об'єкта може складатися з трьох віддалемірів і реалізувати віддалемірний метод визначення місцезнаходження. Для визначення місцезнаходження кутовими методами радіотехнічна система повинна складатися з трьох кутомірів.

Як в першому, так і в другому випадку технічна реалізація системи є складною, бо вимагає розміщення віддалемірів чи кутомірів на значній віддалі один від одного.

Цей недолік усувається в однопозиційній системі, яка складається з віддалеміра та пеленгатора, розміщених в одній точці (комбінована система визначення місцезнаходження).

1.4. МЕТОДИ РАДІОВІДДАЛЕМЕТРІЇ

1. 4. 1. ФАЗОВИЙ МЕТОД

Час запізнення відбитого (перевипроміненого) сигналу відносно випроміненого (зондуючого сигналу) можна визначити шляхом вимірювання одного з параметрів відбитого сигналу: фази,

частоти або часу запізнення сигналу (радіоімпульса). В залежності від того, за яким параметром відбитого сигналу визначається його запізнення , розрізняють фазовий, частотний або імпульсний метод радіовіддалеметрії.

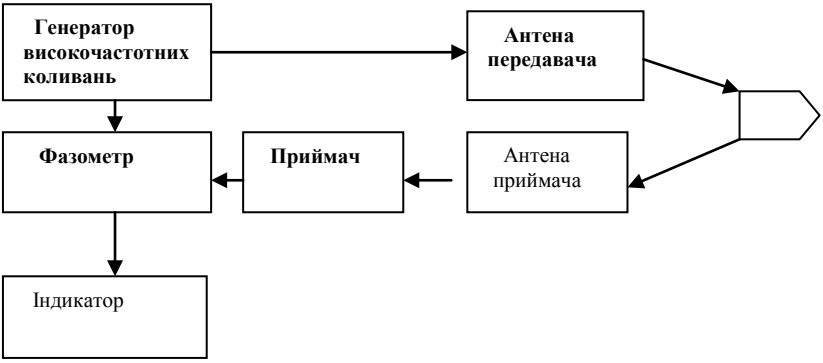


Рис. 1. 4 Структурна схема фазового віддалеміра

У фазовому методі генератор коливань високої частоти ГВК випромінює неперервне (або імпульсне) немодульоване гармонічне коливання , а в деяких системах і складний сигнал. Миттєва фаза φ(t) найпростішого (гармонічного) зондуючого сигналу змінюється за законом

$$\varphi_i(t) = 2\pi f_o t + \varphi_o ,$$

де f_o - частота випроміненого коливання;

φ_o - початкова фаза.

Тоді миттєва фаза $\varphi_2(t)$ відбитого сигналу буде запізнюватись на час $t_з = 2R/c$, де R — віддаль до об'єкта.

Тому

$$\varphi_2(t) = \varphi_1(t-t_з) = 2\pi f_o(t-t_з) + \varphi_o = 2\pi f_o t - 2\pi f_o t_з + \varphi_o.$$

Щоб не ускладнювати виведення , допускаємо, що при відбитті зондуючого сигналу від об'єкта його фаза не змінюється.

Прийнятий відбитий сигнал з виходу приймача ПРМ та коливання з виходу ГВК надходять на фазометр ФМ. Фазометр вимірює різницю фаз зондуючого та відбитого сигналів

$$\Delta\varphi = \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = 2\pi f_o t_з = 2\pi f_o\, 2R/c = 4\pi R/\lambda_0,$$

яка пропорціональна віддалі до об'єкта.

Тому вимірювана віддаль

$$R = \lambda_o \Delta\varphi/(4\pi) \qquad (1.04)$$

і покази фазометра можна проградуювати безпосередньо в одиницях віддалі.

Система, яка реалізує фазовий метод радіовіддалеметрії, називається фазовим радіовіддалеміром.

Оскільки фазометром можна однозначно вимірювати різницю фаз в межах **2π,** то максимальна віддаль дії такого віддалеміра, визначена з умови однозначного вимірювання віддалі, дорівнює

$$\mathbf{R_{max} = \lambda_o 2\pi/(4\pi) = 0.5\lambda_o,}$$

тобто дорівнює половині довжини хвилі зондуючого сигналу.

Якщо на шляху поширення зондуючого сигналу буде знаходитися не один об'єкт, а хоча б два, то кожний з них буде відбивати сигнали і на вхід приймача прийде вже два (або і більше) відбитих сигналів. Два сигнали, відбиті від цих об'єктів, просумуються і утворять деякий результуючий сигнал, фаза якого буде складною функцією фаз і амплітуд складових сигналів. Фазометр віддалеміра буде вимірювати різницю фаз між цим результуючим та зондуючим сигналами, яка буде залежати не тільки від віддалі до об'єктів, а й від амплітуд відбитих сигналів, ефективних поверхонь відбиття об'єктів і т. д. Це означає, що фазовий віддалемір вимірюватиме віддаль до деякого неіснуючого об'єкта, яка пропорційна різниці фаз між зондуючим та результуючим сигналами. Тому у випадку відбиття сигналу від двох (або більше) об'єктів, результати вимірювання будуть помилковими. Таким чином фазовий віддалемір може вимірювати віддаль лише до одного об'єкта і не забезпечує роздільної здатності за віддаллю.

Однозначне вимірювання великих віддалей фазовим методом можливе, наприклад, при випромінюванні коливань двох близьких частот $\mathbf{f_1}$ і $\mathbf{f_2}$ з наступним вимірюванням набігу фази коливання різницевої частоти $\mathbf{f_1\text{-}f_2}$**.**

Перевагами фазової віддалеметрії є мала пікова потужність випромінюваних коливань завдяки неперервності випромінювання, можливість вимірювання малих віддалей, простота технічної реалізації.

До недоліків методу слід віднести відсутність роздільної здатності та необхідність використання двох антен для ефективної розв'язки каналів передачі та приймання сигналів.

1. 4. 2. ЧАСТОТНИЙ МЕТОД

При частотному методі віддалеметрії ГВК випромінює зондуючий сигнал, частота якого змінюється за деяким законом, наприклад, за законом симетричної лінійної пилкоподібної залежності (рис. 1. 4, а):

$$f_1(t) = \begin{cases} f_o - F_m/2 + 2F_m t/T_п, & \text{при } 0 < t < T_п/2; \\ f_o + F_m/2 - 2(F_m/T_п)(t - T_п/2), & \text{при } T_п/2 < t < T_п; \\ f_1(t + kT_п) & \text{при будь-якому } t,\ k = 1, 2, 3, \ldots; \end{cases} \quad (1.05)$$

де f_o- середнє значення частоти сигналу;

F_m -девіація частоти;

$T_п$ - період частотної модуляції.

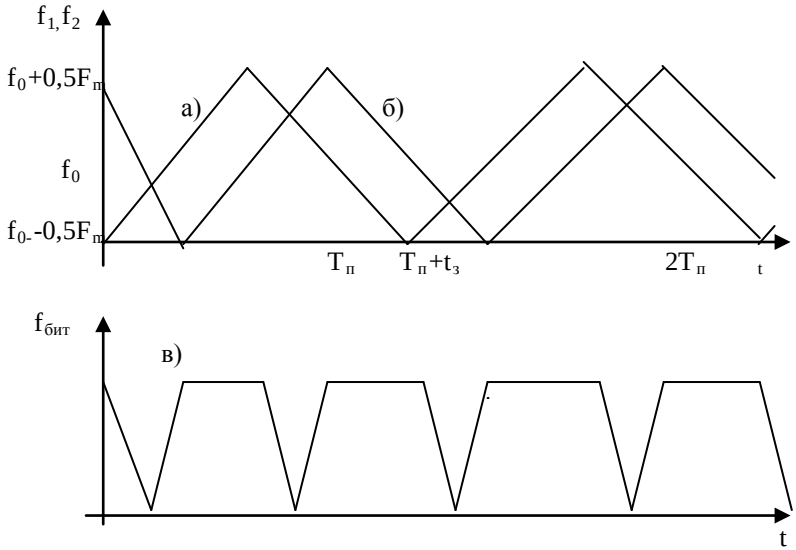


Рис. 1. 4 . Закони зміни частот в основних вузлах частотного віддалеміра

Після відбиття цього сигналу від об'єкта, який знаходиться на віддалі **R**, на вхід приймача (рис. 1.5) надходить відбитий сигнал. Закон зміни його частоти (рис. 1.4, б) буде запізнюватись по відношенню до закону зміни частоти зондуючого сигналу на час $t_з = 2R/c$, тобто $f_2(t) = f_1(t - t_з)$.

В приймачі ПРМ відбитий сигнал підсумовується зі зондуючим сигналом і подається на амплітудний детектор АД, який виділяє огинаючу биттів між зондуючим та відбитим сигналами. Частота цих биттів, очевидно, дорівнює абсолютній величині різниці частот цих сигналів (рис. 1.4, в): $f_з(t) = [f_2(t) - f_1(t)]$.

Максимальна величина цієї різниці

$$f_{max} = 2F_m t_з/T_п = 4F_m R/(cT_п) \quad (1.06).$$

пропорційна віддалі до об'єкта **R**. Вимірюючи цю частоту за допомогою спеціального вимірника частоти биттів (рис. 1.5) , можна визначити шукану віддаль.

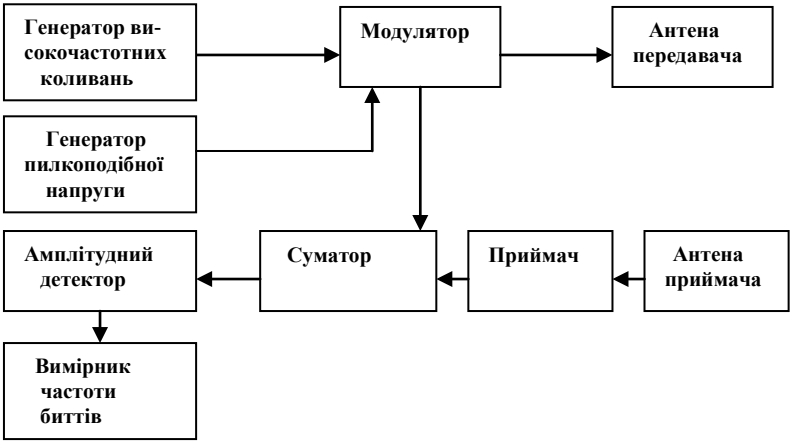


Рис. 1.5 Структурна схема частотного віддалеміра

Хоч вимірник частоти биттів (ВЧБ) виміряє не максимальну частоту биттів, а середню, помилка вимірювання буде мала, бо при $\mathbf{t_з} << \mathbf{T_п}$ різниця між результатами вимірювання вказаних частот є дуже малою.

Отже, виміряючи частоту биттів, які виникають в амплітудному детекторові АД при взаємодії зондуючого та відбитого ЧМ сигналів, частотний віддалемір забезпечує вимірювання віддалі до об'єкта.

Частотний віддалемір, вихідним пристроєм якого є вимірювач частоти биттів, може вимірювати віддаль тільки до одного об'єкта і тому не забезпечує роздільної здатності за віддаллю. Він звичайно використовується як радіовисотомір для малих висот в авіації.

Для забезпечення необхідної роздільної здатності за віддаллю і вимірювання віддалі до багатьох об'єктів в частотному віддалемірі необхідно замінити вимірник частоти биттів аналізатором спектра.

1.4. 3. ІМПУЛЬСНИЙ МЕТОД

Зондуючий сигнал за імпульсного методу формується у вигляді

періодичної послідовності коротких радіоімпульсів тривалості $\mathbf{T_i}$ та з періодом повторення $\mathbf{T_п}$; при цьому період повторення $\mathbf{T_п}$ вибирається приблизно на три порядки більшим від $\mathbf{T_i}$.

Така послідовність радіоімпульсів формується генератором високочастотних коливань ГВК, в якому відбувається модуляція високочастотних коливань послідовністю імпульсів з виходу модулятора ІМ, запуск якого здійснюється короткими імпульсами з виходу генератора сигналів синхронізації ГСС (рис. 1.7).

Рознесення в часі зондуючих та прийнятих сигналів дозволяє в імпульсному методі використовувати одну антену для випромінення та приймання сигналів, забезпечуючи за допомогою антенного перемикача АП почергове під'єднання антени то до виходу передавача то до входу приймача.

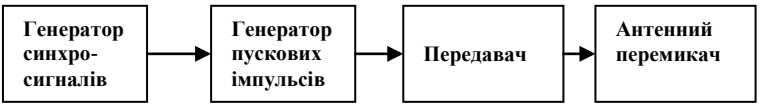
Зондуючі радіоімпульси з виходу передавача через антенний перемикач надходять до антени і випромінюються у вигляді електромагнітних хвиль у напрямі, який визначається положенням та діаграмою напрямленості антени.

Ці хвилі в процесі свого поширення зустрічаються з деяким об'єктом, відбиваються від нього і якась (звичайно дуже мала) частина їх енергії повертається до антени із запізненням в часі, яке і визначає віддаль до об'єкта.

Прийнятий антеною відбитий сигнал через антенний перемикач надходить на вхід приймача РПМ, в якому здійснюються певні перетворення цього сигналу (перетворення частоти, підсилення, фільтрація від шумів, детектування).

Вихідний сигнал з приймача надходить на індикатор віддалі (ІВ), який представляє собою вимірювач часу запізнення (вимірювач інтервалів часу — на базі електронно-променевої трубки (ЕПТ) або у вигляді цифрового годинника).

При реалізації вимірювача часу запізнення на ЕПТ з електростатичним відхиленням променя в ІВ з допомогою генератора пилкоподібної напруги ГПН формуються відхиляючі напруги, під дією яких електронний промінь трубки рівномірно та прямолінійно рухається по її екрані, викликаючи свічення відповідних точок. В той же час імпульси відбитого сигналу з виходу приймача надходять на вертикально-відхиляючі пластини трубки, викликаючи в момент їх надходження відхилення променя вверх.



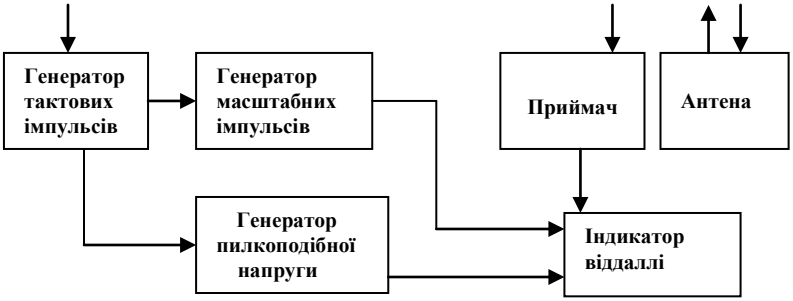


Рис.1.7.Структурна схема імпульсного віддалеміра

Незважаючи на дуже ретельне екранування радіопередавача (РПД) від радіоприймача (РПМ), імпульс зондуючого сигналу із-за своєї великої потужності просочується через РПМ і так само, як і відбитий імпульс, утворить на екрані ЕПТ зображення зондуючого сигналу (рис.1.8).

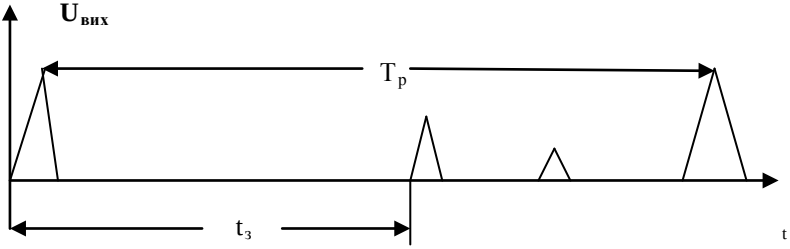


Рис.1.8. Зображення сигналів на екрані індикатора віддаллі.

Таким чином на екрані ЕПТ створюється лінійна розгортка віддалі з відхиленнями, що відображають зондуючий та відбиті сигнали.

Віддаль на екрані трубки між передніми фронтами (або між максимумами) імпульсів зондуючого та одного з відбитих імпульсів дорівнює

$$l=hu=h(U/T_p)t = V_p t=V_p 2R/c= (l_p/T_p)2R/c =(l_p/R_p)R=mR \quad , \quad (1.07)$$

де **h** -чутливість трубки до відхилення променя;

u -різниця потенціалів відхильних пластин;

U -значення різниці потенціалів відхильних пластин;

T_p-тривалість (період) розгортки;

V_p-швидкість руху світлової плями на екрані трубки;

$\mathbf{l_p}$-довжина розгортки;
$\mathbf{R_p}$-віддаль , що відповідає всій довжині розгортки;
m -масштаб, в якому відображується віддаль на екрані ЕПТ.

Таким чином віддаль до об'єкта **R= l /m** пропорційна віддалі між передніми фронтами зондуючого та відбитого імпульсів. Помилка вимірювання віддалі **ΔR= Δl/m** при заданій помилці вимірювання віддалі **Δl** на екрані ЕПТ тим менша, чим більшим є масштаб, тобто чим більший діаметр трубки при заданому діапазоні вимірюваних віддалей.

Для зручності відрахунку віддалі за відхиленням променя на екрані трубки лінія розгортки градуюється безпосередньо в одиницях віддалі шляхом подання на нижню відхильну пластину відміток часу у вигляді коротких імпульсів, період повторення яких відповідає вибраному інтервалові одиниці відрахунку віддалі.

Імпульсний радіовіддалемір забезпечує роздільну здатність за віддаллю і дозволяє досить просто визначати віддаль до багатьох об'єктів.

1.5. МЕТОДИ РАДІОПЕЛЕНГАЦІЇ

В основі всіх методів вимірювання кутових координат лежить перша властивість електромагнітних хвиль- їх здатність поширюватись у просторі рівномірно та прямолінійно. Вимірювання кутових координат об'єктів базується на визначені напряму приходу відбитого або випроміненого об'єктом сигналу. Основною характеристикою радіопеленгатора є його пеленгаційна характеристика **U(α)** —залежність нормованої напруги на виході приймача від напряму (кута) приходу радіохвиль. В залежності від того, який параметр радіосигналу найбільше впливає на формування пеленгаційної характеристики розрізняють такі методи радіопеленгування: амплітудні, фазові, частотні та комбіновані (амплітудно—фазові). Основними з цих методів, які широко застосовуються на практиці, є фазові та амплітудні методи радіопеленгації.

1.5. 1. ФАЗОВИЙ МЕТОД

Фазовий метод пеленгації грунтується на вимірюванні різниці фаз електромагнітних коливань, які приймаються двома рознесенними в просторі антенами. Нехай в точках **A** і **B**, віддаль між якими **d** (база системи) розміщені антени (рис. 1. 9).

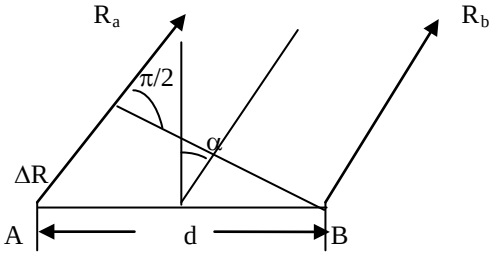


Рис. 1. 9 .Фазовий метод пеленгації

Різниця фаз прийнятих цими антенами коливань

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)(R_a - R_b), \quad (1.08)$$

де R_a та R_b —відстані від антен, розміщених в точках А і В, до об'єкта. Якщо $R_a >> d$, $R_b >> d$, то справедливим є співвідношення

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda) d \sin\alpha, \quad (1.09)$$

де α —кут між нормаллю до бази і напрямом на об'єкт.

Вимірявши різницю фаз $\Delta\varphi$, визначимо

$$\alpha = \arcsin[\Delta\varphi / (2\pi d / \lambda)] . \quad (1.10)$$

При пеленгуванні об'єкта не в площині, а в просторі, коли необхідно визначити дві кутові координати, необхідна ще одна пара антен, база яких перетинається з базою першої пари. Як фазочутливий елемент може використовуватися фазовий детектор. Напруга на його виході пропорційна косинусу різниці фаз $U_{фд} = k\cos(\Delta\varphi)$. Тоді пеленгаційна характеристика

$$U(\alpha) = \cos[(2\pi / \lambda) d \sin\alpha].$$

При малих кутах $\sin\alpha \approx \alpha$ і тому можна вважати, що

$$U(\alpha) = \cos[(2\pi / \lambda) d\, \alpha] \quad (1.11)$$

Оскільки поблизу точки $\alpha=0$ крутість пеленгаційної характеристики мала, то і точність пеленгації буде низькою. Крім цього, ця пеленгаційна характеристика є парною функцією кута і тому визначення кута буде двозначним, що не дозволяє визначити напрям зміщення об'єкта відносно перпендикуляра до бази.

Ці недоліки усуваються, якщо ввести в один з приймальних каналів фазозсувач на $\pi/2$ (рис.1.10). Завдяки зміщенню фази сигналу в одному з приймальних каналів на $\pi/2$, пеленгаційна

характеристика стає непарною функцією кута α

$$U(\alpha)= \sin[(2\pi/\lambda)\, d\, \alpha] \approx (2\pi/\lambda)\, d\, \alpha\,, \qquad (1.12)$$

при цьому її крутість $S_п = 2\pi\, d/\lambda$.

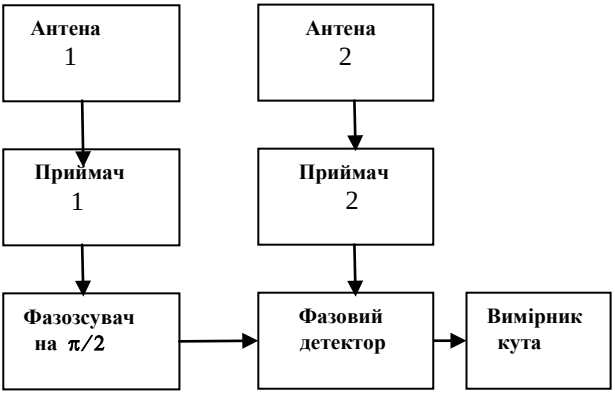


Рис. 1.10 .Структурна схема фазового пеленгатора

З наведених співвідношень видно, що пеленгаційна чутливість і, відповідно, точність пеленгації збільшуються при збільшені відношення **d/λ.** Однак при цьому буде зменшуватись діапазон однозначного вимірювання кута α_{max}.

Оскільки для однозначного вимірювання різниці фаз за допомогою фазового детектора необхідно, щоб $\Delta\varphi < \pi$, а при малих α відповідно до (1.12)

$$\Delta\varphi = 2\pi\, d\, \alpha/\lambda, \text{ то } \alpha_{max} = \lambda / 2\, d.$$

Для забезпечення високої точності і однозначності вимірювань застосовують багатошкальний метод (як і в фазовій віддалеметрії). При двошкальному методі вводять третю антену та створюють велику і малу бази. Пара антен з малою базою забезпечує грубе, але однозначне, вимірювання кута (в діапазоні α_{max}). Антени з більшою базою забезпечують більш точне вимірювання.

Легко переконатися в тому, що при одночасному прийманні сигналів, відбитих від двох і більше об'єктів, покази вимірника будуть помилковими. Тому така система не забезпечує роздільної здатності за кутовою координатою.

1. 5. 2. АМПЛІТУДНІ МЕТОДИ

Амплітудні методи пеленгації базуються на використанні напрямлених властивостей антен. Якщо використовується напрямлена властивість тільки приймальної антени, діаграма напрямленості якої описується $\theta_{пр}(\alpha)$, то пеленгаційна характеристика радіолокатора $U(\alpha)=k\theta_{пр}(\alpha)$, де **k**-коефіцієнт пропорційності. При використанні напрямлених властивостей як приймальної, так і передавальної антени $U(\alpha)=k\theta_{пр}(\alpha)\ \theta_{прд}(\alpha)$, де $\theta_{прд}(\alpha)$- діаграма напрямленості передавальної антени. Якщо на передачу та на приймання працює одна антена, то $\theta_{пр}(\alpha) = \theta_{прд}(\alpha) = \theta(\alpha)$ І тоді $U(\alpha) = k\,[\theta(\alpha)]^2$.

Серед амплітудних методів пеленгації вирізняють метод максимуму, метод мінімуму та метод порівняння (рівносигнального напряму).

Пеленгація методом максимуму здійснюється шляхом суміщення осі симетрії пеленгаційної характеристики з напрямом на об'єкт шляхом плавної зміни положення діаграми напрямленості антени (ДНА); пеленг відраховується в той момент, коли напруга на виході приймача є максимальною.

Переваги методу максимуму: простота технічної реалізації, одержання найбільшого відношення сигнал/шум в момент відліку пеленга. Недоліки методу: мала пеленгаційна чутливість і, як наслідок, низька точність пеленгації (рис. 1. 10, а).

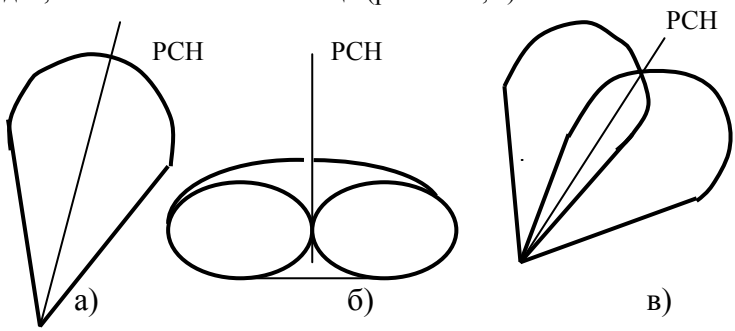


Рис.1.11 . Амплітудні методи пеленгації.

Пеленгаційна чутливість — це здатність радіопеленгатора змінювати напругу на виході приймача при зміні положення ДНА відносно напряму на об'єкт. Чим більшою є зміна напруги при заданій зміні кута, тим вища пеленгаційна чутливість. Кількісною мірою пеленгаційної чутливості є крутість пеленгаційної

характеристики

Кп=[dU(α)/dα] при $\alpha=\alpha_o$. **(1. 13)**

Оскільки максимум ДНА є “тупим“, то пеленгаційна чутливість при пеленгуванні методом максимуму мала, а тому помилка вимірювання кута буде великою.

Пеленгування методом мінімуму (рис. 1. 10, б) здійснюється шляхом плавного переміщення ДНА з чітко вираженим мінімумом. Кут відраховується тоді, коли напрям мінімуму пеленгаційної характеристики збігається з напрямом на об'єкт, напруга на виході приймача тоді мінімальна. Крутість пеленгаційної характеристики в цьому випадку більша, ніж при методові максимуму. В результаті точність вимірювання кута стає також більшою. Однак амплітуда прийнятого сигналу поблизу напряму на об`єкт може бути малою, співрозмірною з рівнем шуму на вході приймача. Це викликає певні труднощі при фіксації мінімуму сигналу через наявність шумів. Тому метод мінімуму застосовується, в основному, в радіонавігації при пеленгуванні джерел потужного власного випромінювання.

При пеленгуванні методом порівняння (рис. 1. 10, в) кут визначається в момент рівності двох сигналів, які приймаються двома антенами з ДНА, що перекриваються. Приймач у цьому випадку двоканальний, а напруги на виходах каналів пропорціональні значенням $\theta_1(\alpha_o)$ і $\theta_2(\alpha_o)$. При рівності сигналів $s_1=k\,\theta_1(\alpha_o)$ та $s_2=k\,\theta_2(\alpha_o)$, коли $s_1=s_2$, фіксується напрям на об`єкт, який збігається з лінією, що з'єднує об'єкт та точку перетину ДНА першої та другої антени (лінією рівносигнального напряму). Перевагою методу порівняння є можливість швидкого визначення напряму на об'єкт (на протязі одного імпульса) в межах достатньо широкого сектора при нерухомих антенах, а також досить висока точність пеленгації, бо при вимірюванні використовується та частина ДНА, яка має велику крутість.

Цей метод використовується при автоматичному супроводі рухомих об'єктів за кутовими координатами. В цьому випадку зручніше формувати не відношення сигналів $s_1/s_2=1$, а їх різницю $s=s_1-s_2$. Система керування повертає антену (або ДНА при нерухомій антені) в одну або в другу сторону (в залежності від знаку величини **s**) так, щоб розузгодження **s** зменшувалося до нуля. При цьому рівносигнальний напрям РСН відслідковуватиме зміну напряму на об'єкт.

1. 6. МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ШВИДКОСТІ

Вимірювання радіальної швидкості об'єкта здійснюється шляхом вимірювання доплерівського зсуву частоти сигналу, відбитого (або випроміненого) рухомим об'єктом. Якщо приймач є нерухомим, а випромінювач рухається і відстань між ними в момент часу **t є R(t),** то радіальна швидкість $\mathbf{V_r = dR(t)/dt}$ є проекцією вектора швидкості руху об'єкта на напрям "приймач — випромінювач" (рис.1.12).

Нехай в точці **O** знаходиться передавач, а в точці **A** – приймач, який рухається зі швидкістю **V**. Тоді частоти випромінених коливань $\mathbf{f_0}$ та прийнятих коливань $\mathbf{f_{пр}}$ пов'язані між собою співвідношенням

$$f_{пр} = \frac{f_0(1 - \frac{v_p}{c})}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \qquad \textbf{(1.14)}$$

Тут $\mathbf{v_p = v \cos\alpha}$ – радіальна складова швидкості руху точки **A** відносно точки **O**;

v- модуль вектора швидкості руху цілі;

c – швидкість поширення електромагнітних коливань (швидкість світла).

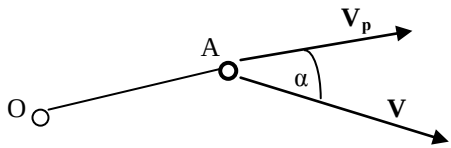


Рис.1.12. До визначення радіальної складової швидкості цілі.

При умові **v« c** можна скористатися наближеним виразом

$$f_{пр} = f_0(1 - \frac{v_p}{c}) \qquad \textbf{(1.15)}$$

Величина

$$\frac{f_0 v_p}{c} = \frac{v_p}{\lambda} = F_д \qquad \textbf{(1.16)}$$

називається доплерівським зсувом частоти сигналу, а радіальна

складова швидкості цілі визначається за допомогою рівності

$$v_p = F_o \lambda . \qquad (1.17)$$

В радіолокації, коли використовуються відбиті від цілі сигнали, значення доплерівського зсуву частоти наближено подвоюється. Вважаючи, що передавач та приймач розміщені в одній і тій же точці **O**, а ціль, яка рухається зі швидкістю **v ,** в точці **A** (рис.1.11) , одержимо таке значення частоти прийнятих коливань

$$f_{пр} = \frac{f_0(1 - \frac{v_p}{c})}{1 + \frac{v_p}{c}} . \qquad (1.18)$$

При $v_p \lhd\lhd c$ є справедливим простіше співвідношення

$$f_{пр} = f_0(1 - \frac{v_p}{c}) \ , \qquad (1.19)$$

звідки доплерівський зсув частоти дорівнює

$$F_д = \frac{2 f_0 v_p}{c} = \frac{2 v_p}{\lambda} , \qquad (1.21)$$

а радіальна швидкість

$$v_p = 0.5 F_д \lambda . \qquad (1.22)$$

. Для її визначення необхідно виміряти доплерівське зміщення частоти $\mathbf{F_д}$, встановивши в точці випромінення та в точці приймання високостабільні еталони частоти.

В однопозиційних РЛС необхідність у цих еталонах відпадає, бо передавач та приймач знаходяться в одному й тому ж місці і як опорне коливання, відносно частоти якого вимірюється зсув частоти прийнятого сигналу, використовується випромінюваний сигнал.

Генератор високочастотних коливань ГВК формує неперервне немодульоване коливання з частотою $\mathbf{f_o}$. На змішувач ЗМ приймача (рис. 1.13) надходять прямий сигнал та сигнал з частотою $\mathbf{f_o \ \pm F_д}$ (відбитий від об'єкта —знак $\mathbf{F_д}$ визначається знаком $\mathbf{V_г}$ - напрямом руху об’єкта).

В змішувачі утворюється сигнал биттів з частотою $\mathbf{F_д}$, який через підсилювач коливань з доплерівською частотою ПКДЧ надходить до частотоміра Ч. проградуйованого в значеннях радіальної швидкості.

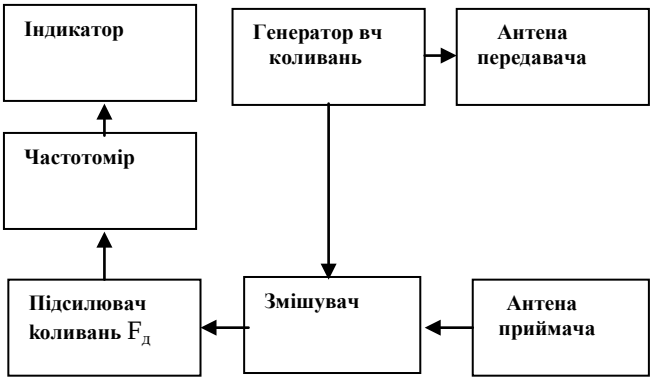


Рис.1.13. Структурна схема вимірювача швидкості

Для вимірювання доплерівських зсувів частоти відбитих сигналів використовуються когерентні радіолокаційні станції, назва яких походить від використовуваних в них когерентних коливань.

Когерентними називаються коливання, якщо на інтервалі спостереження за ними відомі залежності між параметрами цих коливань. Для забезпечення когерентності частота коливань та їх початкова фаза повинні бути або однаковими або повинна існувати детермінована залежність між їх значеннями.

Якщо передавач створює монохроматичне коливання

$$u_{пер} = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{при} \quad 0 \le t \le \infty,$$

то відбитий від цілі сигнал на вході приймача

$$u_{пр}(t) = U_{пр} cos[\omega_0 (t - t_{зап}) + \varphi_0 + \varphi_{відб}]$$

де $t_{зап}=2R/c=2(R_0-v_p t)/c$ – час запізнення сигналу, який проходить до цілі і назад,

R – поточна віддаль до цілі,

R_0 – віддаль до цілі в момент взяття відліку при **t=0;**

$\varphi_{відб}$-зміна фази коливання при його відбитті від цілі.

Два розглянутих коливання є когерентними.Різниця фаз випроміненого та прийнятого коливань дорівнює $\Delta\varphi = -\omega_0 t_{зап} + \varphi_{відб}$. Якщо фазу $\varphi_{відб}$ вважати постійною, що справедливо при повільних флуктуаціях цілі, то різниця фаз буде детермінованою функцією часу

$$\Delta\varphi = 2v_p \omega_0 t / c + const . \qquad (1.23)$$

Співставлення цих двох коливань дозволяє виділити доплерівський зсув частоти сигналу

$$\Omega_д = 2v_p \omega_0 / c \qquad (1.24)$$

і визначити радіальну складову швидкості цілі.

1.7. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1.Який зміст вкладається в терміни “сигнал”,”завада “ , “система “?
2.Що таке радіолокаційний сигнал і яку інформацію про об'єкт він містить у собі?
3. Що таке місцезнаходження об'єкта в просторі та як його визначити?
4.Якою є форма ліній положення віддалемірних та різницево-віддалемірних РНС?
5.Якими є основні переваги комбінованого кутомірно — віддалемірного методу визначення місцезнаходження об'єкта?
6.На якій віддалі від імпульсного віддалеміра знаходиться об'єкт, якщо відбитий від нього сигнал запізнюється відносно зондуючого сигналу на : а) 18 мкс, б)70 мкс, в)400 мкс.
7.Частота коливання радіовисотоміра змінюється за симетричним пилкоподібним законом від 190 до 210 МГц з періодом $T_п$=8 мс. Яка висота польоту літака, на якому встановлено цей радіо-висотомір, якщо покази вимірювача частоти є: а)250 Гц, б)2000 Гц, в)5750 Гц.
8.Фазометр фазового віддалеміра, який працює на частоті 1 МГц, показує різницю фаз 30 градусів. На якій віддалі знаходиться об'єкт? Якою є максимальна віддаль дії віддалеміра?
9.Які методи визначення координат об'єктів використовуються частіше при побудові РЛС і чому?
10.Які методи визначення координат об'єктів використовуються частіше при побудові РНС і чому?
11.Фазовий пеленгатор приймає коливання з частотою 300 МГц на дві неспрямовані антени, рознесені в просторі на відстань 0.4 м. Якою є пеленгаційна чутливість радіопеленгатора?
12.Якою є різниця фаз коливань при вимірюванні кута фазовим методом, якщо віддаль між приймальними антенами дорівнює 75 см, довжина хвилі λ_o=25 см і кут α = 5 градусів?
13.Яким є доплерівський зсув частоти сигналів, відбитих від людини, яка рухається в напрямі до РЛС з швидкістю руху, що лежить в межах від 2 до 5 км/год, а довжина хвилі РЛС λ_o=3см?
14.Який принциповий недолік є притаманим системі вимірювання кутової координати за методом порівняння (рівносигнальним методом)? Яка система пеленгування не має такого недоліку?
15.Коротко поясніть суть фізичних явищ, які дозволяють виявляти об’єкти в просторі та визначати їх координати.
16.Вкажіть основні напрями розвитку радіотехнічних систем в найближчому майбутньому.

Частина 2.

ОСНОВИ СТАТИСТИЧНОЇ ТЕОРІЇ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

2. ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ

2. 1. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ ПРОЦЕДУРИ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ

2. 1. 1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Перша задача радіолокаційних систем — задача виявлення сигналів -ставить за мету вияснення наступного: чи прийняте коливання містить в собі відбитий сигнал чи лише шум. ЇЇ можна сформулювати наступним чином.

На вхід приймача надходить завада **n(t)** (випадковий процес) і можливий прихід сигналу **s(t).** Сигнал та шум адитивні, тобто:

$$y(t)=\begin{cases} n(t)\ ; & (а) \\ n(t)+s(t-t_3)\ . & (б) \end{cases} \qquad (2.01)$$

Сигнал може бути повністю відомим, коли відомі всі його параметри, в тому числі і час приходу сигналу. Відомими повинні бути і статистичні характеристики завади. Сигнал може бути і з випадковими параметрами, коли один або декілька його параметрів зазделегідь невідомі (випадкові).

Суть задачі в тому, щоб шляхом аналізу прийнятої реалізації випадкового процесу **y(t)** встановити наявність сигналу $s(t-t_3)$ в даній реалізації, або, що є теж саме, визначити апостеріорні імовірності наявності чи відсутності сигналу на вході приймача. Іншими словами, суть задачі в тому, щоб шляхом аналізу прийнятої реалізації визначити, чи вона є реалізацією (а) чи реалізацією (б). Апостеріорні імовірності наявності та відсутності сигналу позначають відповідно **P(s/y)** та **P(o/y)**.

P(s/y) —це умовна імовірність наявності сигналу $s(t-t_3)$ в прийнятій реалізації, визначена шляхом аналізу **y(t),** тобто після проведення досліду**. P(o/y)** — це умовна імовірність відсутності сигналу, визначена шляхом аналізу прийнятої реалізації **y(t).** Апостеріорними (післядослідними) ці імовірності називають тому, що вони розраховуються (визначаються) після проведення досліду, тобто після прийняття реалізації **y(t).**

На противагу до апостеріорних імовірностей — апріорні імовірності наявності або відсутності сигналу позначають

відповідно **P(s)** та **P(o).**

Апріорні імовірності мають бути відомими до проведення досліду, тобто до прийняття реалізації **y(t).** Якщо апріорні імовірності зазделегідь невідомі (а це буває в більшості випадків у радіолокації), то вважають, що ці імовірності є рівними: **P(s)=P(o)= 0.5; P(s)+P(o) =1**.

Розглянемо якісний розв'язок сформульованої задачі— визначення апостеріорних імовірностей наявності та відсутності сигналу за допомогою такого прикладу. Нехай сигнал, поява якого очікується на вході приймача, має вигляд, зображений на рис. 2.1 і відомі три реалізації процесу на вході приймача (рис. 2. 2; рис. 2. 3; рис. 2. 4).

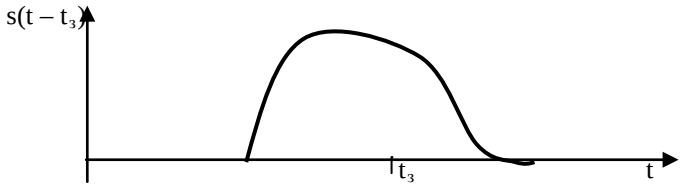


Рис. 2. 1 .Форма сигналу на вході приймача

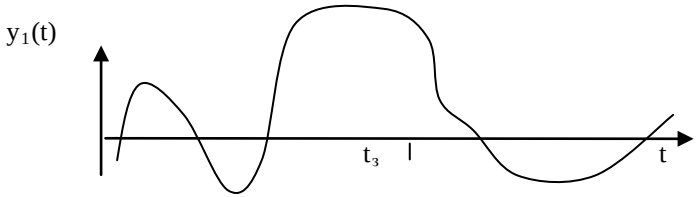


Рис. 2. 2 Реалізація випадкового вхідного сигналу

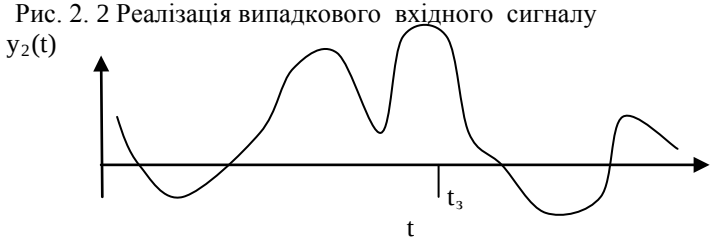


Рис. 2.3.Реалізація випадкового вхідного сигналу.

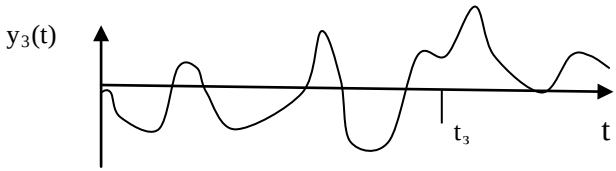


Рис. 2. 4. Реалізація випадкового вхідного сигналу.

В результаті аналізу необхідно визначити апостеріорні імовірності наявності чи відсутності в цих реалізаціях сигналу, зображеного на рис. 2. 1.

Аналіз цих реалізацій показує, що апостеріорна імовірність наявності сигналу **s(t-t$_3$)** найбільша для кривої рис. 2. 2 і менша для кривих, зображених на рис. 2. 3 та 2. 4.

Дійсно, практично неможливо, щоб шуми випадково відтворили криву, так подібну на сигнал. Аналогічно апостеріорна імовірність відсутності сигналу велика для кривої рис. 2. 4 та дуже мала для кривої рис. 2. 3 з тієї ж причини. Таким чином, з якісного аналізу наведених реалізацій з великою достовірністю можна стверджувати, що сигнал є в реалізації рис. 2. 2, та що його нема в реалізації рис. 2. 4. Щодо реалізації рис. 2. 3, то тут в результаті якісного аналізу важко зробити певний висновок.

Дамо пояснення цим нашим міркуванням з точки зору теорії імовірностей. Використаємо для цієї мети відомі співвідношення теорії імовірностей.

Імовірність сумісної появи двох подій **Y** та **A** дорівнює:

$$\mathbf{P(YA)=P(A)\,P(Y/A)=P(Y)\,P(A/Y),}$$

звідси

$$P(A/Y)=\frac{P(A)P(Y/A)}{P(Y)}. \qquad \textbf{(2. 02)}$$

В формулі (2.02) **P(A/Y)** — апостеріорна імовірність події **A** при умові, що відбулася подія **Y** (прийнята реалізація **y(t)).**

P(A) - апріорна імовірність події **A**;

P(Y) - апріорна імовірність події **Y ;**

P(Y/A) - умовна імовірність події **Y** при умові, що відбулася подія **A**.

В теорії перевірок статистичних гіпотез **P(Y/A)** називають функцією правдоподібності події **A.** Така назва підкреслює, що умовна імовірність **P(Y/A)** характеризує степінь правдоподібності (імовірності) події **Y** при умові, що подія **A** відбулася.

Тоді апостеріорна імовірність наявності сигналу **s(t-t$_3$)** в реалізації **y(t)** дорівнює:

$$P(S/Y)=\frac{P(S)P(Y/S)}{P(Y)}\ , \qquad \textbf{(2.03)}$$

де **P(S)** – апріорна імовірність наявності сигналу;

P(Y)- імовірність приймання даної реалізації **y(t);**

P(Y/S)- функція правдоподібності наявності сигналу **s(t-t$_з$)** в реалізації **y(t),** тобто умовна імовірність того, що дана реалізація має такий вигляд, коли відомо, що сигнал **s(t-t$_з$)** присутній в реалізації **y(t).**

Аналогічно, якщо подія **A** означає, що сигналу **s(t-t$_з$)** нема в реалізації **y(t),** то апостеріорна імовірність відсутності сигналу

$$P(0/Y) = \frac{P(0)P(Y/0)}{P(Y)}, \qquad (2.04)$$

де **P(Y/0)** - функція правдоподібності відсутності сигналу, тобто умовна імовірність того, що дана реалізація має такий вигляд, коли відомо, що сигнал **s(t-t$_з$)** є відсутнім в реалізації **y(t).**

Очевидно, що

$$P(0/Y)+P(S/Y) = 1. \qquad (2.05)$$

Тому

$$\frac{P(S)P(Y/S)}{P(Y)} + \frac{P(0)P(Y/0)}{P(Y)} = 1, \qquad (2.06)$$

або

P(Y)=P(S) P(Y/S)+P(0) P(Y/0).

Введемо позначення

$$S_k = \begin{cases} S & \text{коли } к=1; \\ O & \text{коли } к=0. \end{cases}$$

Тоді одержимо

$$P(S_k/Y) = \frac{P(Sк)\,P(Y/S_k)}{P(S)\,P(Y/S)+P(0)\,P(Y/0)} \qquad (2.07)$$

Підставляючи в цю формулу **к=1**, одержуємо **P(S /Y)** , задане (2.03).

Коли ж підставити **к=0**, то одержимо **P(0 /Y).**

Формула (2. 07) є частковим випадком формули Бейєса

$$P(S_k/Y) = \frac{P(Sk/Y)P(Y/Sk)}{\sum_{k=0}^{m-1} P(Sk)P(Y/Sk)}, \qquad (2.08)$$

яка справедлива для випадку, коли сигнали S_k утворюють повну групу несумісних подій

$$\sum_{k=0}^{m-1} P(S_k) = 1 \qquad (2.09)$$

В радіотехнічних системах передачі інформації необхідно приймати рішення щодо переданого сигналу $\mathbf{S_k}$ (символу S_k), на основі аналізу апостеріорних імовірностей. Очевидно, що мінімум помилки можна одержати тоді, коли вважати переданим сигнал (символ), для якого апостеріорна імовірність найбільша. Таким чином, правило побудови оптимального приймача (приймача Котельникова) буде наступним: вважається переданим той сигнал $\mathbf{S_k}$ (символ S_k), для якого

$\mathbf{P(S_k/Y) > P(S_i / Y)}$ для всіх $\mathbf{i \neq к}$, **i=0, 1, 2,..., m-1,** **(2. 10)**

де **m**- число символів у повідомленні.

В радіолокації, коли розв'язується задача виявлення повністю відомого сигналу, $\mathbf{S_k}$ може приймати тільки два значення — $\mathbf{S_o = 0}$ та $\mathbf{S_1 = S}$.

Крім цього, в радіолокації апріорні імовірності **P(S)** та **P(0)** є невідомі. Тому імовірності **P(S)** та **P(0**) вважають однаковими **(P(S) = P(0) = 0.5).**

У цьому випадку

$$P(S/Y) = \frac{P(Y/S)}{P(Y/0) + P(Y/S)} \quad ,$$

$$P(0/Y) = \frac{P(Y/0)}{P(Y/0) + P(Y/S)} \qquad . (2.11)$$

Зауважимо, що у випадку (2.11) апостеріорні імовірності наявності **P(S/Y)** та відсутності **P(0/Y)** сигналу в реалізації **y(t)** повністю визначаються умовними імовірностями прийняти конкретну реалізацію **y(t)** при умові, що є сигнал $\mathbf{s(t-t_з)}$ —**P(Y/S)** та що нема сигналу — **P(Y/0),** тобто функціями правдоподібності наявності та відсутності сигналу.

2. 1. 2 ПОКАЗНИКИ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИЯВЛЕННЯ

Функції правдоподібності грають особливу роль в теорії виявлення сигналів. Для кращого розуміння фізичного змісту функції правдоподібності виразимо її через щільність розподілу імовірностей. Нехай реалізація **y(t) = n(t)** задана на відтинку часу $\mathbf{[0, T_c]}$ (рис. 2. 5)

Розіб'ємо відтинок часу $\mathbf{T_c}$ на **H** інтервалів тривалістю $\mathbf{\Delta t}$ кожний і в кінці кожного інтервалу ($\mathbf{t_i = i\Delta t}$) візьмемо відліки $\mathbf{y_i = y(t_i)}$.

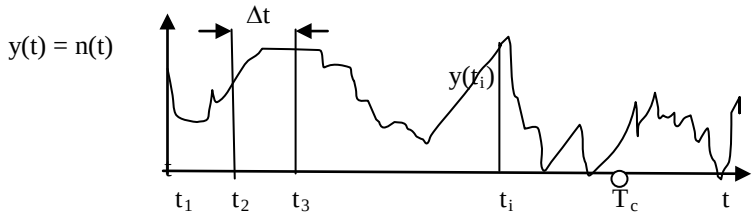


Рис. 2. 5. Реалізація шуму.

Сукупність відліків $\mathbf{y(t_i)}$, яку позначимо через **Y** , можна розглядати як **H**— мірний вектор із складовими $\mathbf{y_i}$

$$\mathbf{Y=\{y_1, y_2, y_3,..., y_i,...,y_н\}} . \qquad (2.12)$$

Імовірність того, що величина шуму в момент часу $\mathbf{t_i}$ знаходиться в межах від $\mathbf{y_i}$ до $\mathbf{y_i+\Delta y_i}$ відповідно до визначення щільності розподілу імовірностей, дорівнює $\mathbf{y_i+\Delta y_i}$

$$\mathbf{P(y_i \le n(t_i)<y_i+\Delta y_i) = \int_{y_i} p_{1,n}(Y)dY= p_{1,n}(y_i)\,\Delta y_i}, \qquad (2.13)$$

де $\mathbf{p_{1,n}(y)}$ - одномірна щільність розподілу імовірностей випадкової величини **y**.

Імовірність того, що **n(t)** в момент часу $\mathbf{t_1}$ знаходиться в межах від $\mathbf{y_1}$ до $\mathbf{y_1+\Delta y_1}$, а в момент часу $\mathbf{t_2}$ — в межах від $\mathbf{y_2}$ до $\mathbf{y_2+\Delta y_2}$ ..... …і в момент часу $\mathbf{t_н}$ — в межах від $\mathbf{y_н}$ до $\mathbf{y_н+\Delta y_н}$ дорівнює

$$\mathbf{P(y_1 < n(t_1) < y_1+\Delta y_1, y_2 < n(t_2) < y_2+\Delta y_2,.....,y_н < n(t_н) < y_н+\Delta y_н) =}$$

$$= \int_{y_1}^{y_1+\Delta y_1} ..... \int_{y_н}^{y_н+\Delta y_н} \mathbf{p_{н,n}(Y)dY} , \qquad (2.14)$$

де $p_{н,n}(Y) = \mathbf{p_{н,n}(y_1, y_2, y_3,...,y_н)}$ - **H** – мірна щільність розподілу імовірностей вектора $\mathbf{Y = \{y_1, y_2, ..., y_н\}}$.

Враховуючи співвідношення (2. 14) та визначення функції правдоподібності **P(Y/0)** одержуємо

$$\mathbf{P(Y/0)=p_{н,n}(Y)dY, Y=\{n_1, n_2, n_3,..., n_н\}}. \qquad (2.15)$$

Аналогічно

$$P(Y/S)=p_{н,n}(Y)dY,\ Y=\{n_1+s_1,\ n_2+s_2,\ n_3+s_3,...,\ n_н+s_н\}, \qquad (2.16)$$

де $p_{н,n}(Y)$ — **Н** —мірна щільність розподілу імовірностей реалізації **Y** при наявності сигналу. Таким чином, для обчислення функції правдоподібності Н-мірної вибірки $Y=\{y_1,\ y_2,\ y_3,...,\ y_н\}$ необхідно визначити Н-мірні щільності розподілів імовірностей реалізацій випадкового процесу **y(t)** при відсутності сигналу — $p_{н,n}(Y)$ та при наявності сигналу $p_{н,n+s}(Y)$.

Очевидно, якщо значення $y_i,\ y_j,\ i \neq j$ незалежні, то

$$p_{н,n}(Y) = \prod_{i=1}^{н} p_{1,n}(Y)\ , \quad p_{н,n+s}(Y) = \prod_{i=1}^{н} p_{1,n+s}(Y). \qquad (2.17)$$

Відношення функції правдоподібності при наявності сигналу до функції правдоподібності, коли сигнал відсутній, називається відношенням правдоподібності (коефіцієнтом правдоподібності) і позначається через **L(Y)**

$$L(Y)=L(y_1,y_2,...,y_н) = \frac{P(Y/S)}{P(Y/0)} = \frac{P(y_1,y_2,...,y_н/S)}{P(y_1,y_2,...,y_н/0)}\ . \qquad (2.18)$$

Підставляючи (2. 15) та (2. 16) в (2. 18), одержуємо

$$L(Y) = \frac{p_{н,s+n}(Y)dY}{p_{н,n}(Y)dY} = \frac{p_{н,s+n}(y_1,y_2,...,y_н)}{p_{н,n}(y_1,y_2,...,y_н)}\ . \qquad (2.19)$$

З (2.19) виходить, що відношення (коефіцієнт) правдоподібності Н-мірної вибірки випадкового процесу **Y** є відношенням Н-мірної щільності розподілу імовірностей вибірки при наявності сигналу **S** до Н-мірної щільності розподілу імовірностей вибірки при відсутності сигналу.

Якщо $y_i=s_i+n_i$, то з (2. 19) одержуємо

$$L(Y)= \frac{p_{н,n}(y_1-s_1,\ y_2-s_2,\ ...,\ y_н-s_н)}{p_{н,n}(y_1,\ y_2,\ ...,\ y_н)} \qquad (2.20)$$

Таким чином, відношення правдоподібності Н-мірної вибірки випадкового процесу **y(t)** є відношенням Н-мірної щільності

розподілу імовірностей вибірки шуму з середнім значенням **S** до тієї ж щільності розподілу імовірностей вибірки шуму з нульовим середнім значенням.

2. 1. 3. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ

Викладемо коротко суть статистичної теорії виявлення для випадку, коли сигнал **s(t)** повністю відомий (такий випадок називається простим виявленням, перевіркою простої гіпотези).

При простому виявленні можливими є дві умови (гіпотези) $\mathbf{H_1}$ та $\mathbf{H_o}$**,** поява однієї з них виключає можливість появи іншої: $\mathbf{H_1}$ - ціль є**;** $\mathbf{H_0}$ - цілі нема.

В той же час приймач на основі аналізу прийнятої реалізації може дати два розв'язки, коли поява одного з них виключає появу іншого: $\mathbf{A_1}$ - ціль є; $\mathbf{A_2}$ - цілі нема.

З урахуванням викладеного, можливими є чотири ситуації (події):

$\mathbf{A_1H_1}$- правильне виявлення;

$\mathbf{A_oH_o}$- правильне невиявлення; **(2. 21)**

$\mathbf{A_oH_1}$- пропуск цілі;

$\mathbf{A_1H_o}$- хибна тривога.

Очевидно, що перші дві ситуації характеризують правильне виявлення, а дві останні ситуації відповідають виникненню помилки. Не викликає сумніву, що помилкові рішення є взагалі небажаними, однак степінь небажаності різних помилок може бути різною. Для врахування цих обставин вводять коефіцієнти, які характеризують степінь небажаності (вартості, ваги) помилок. Чим більш небажаною є помилка, тим більшим вибирається коефіцієнт ваги цієї помилки:

$\mathbf{r_{01}}$- вартість пропуску цілі;

$\mathbf{r_{10}}$- вартість хибної тривоги. **(2.22)**

Тоді систему виявлення можна охарактеризувати середньою вартістю або середнім ризиком $\mathbf{r_{сер}}$.

$$\mathbf{r_{сер} = r_{01}P(A_oH_1) + r_{10}P(A_1H_o),} \qquad \textbf{(2. 23)}$$

де $\mathbf{P(A_oH_1)}$, $\mathbf{P(A_1H_o)}$**-** імовірності відповідних подій, а $\mathbf{r_{01}}$**,** $\mathbf{r_{10}}$ — вартість відповідних подій.

Співвідношення:

$$\mathbf{P(A_oH_1) = P(H_1)P(A_o/H_1) = P(H_1)P_{пр.ц.};}$$

$$P(A_1H_o) = P(H_o)P(A_1/H_o) = P(H_o)P_{х.т.}; \quad (2.24)$$

$P(H_1)$, $P(H_o)$ — апріорні імовірності гіпотез про наявність та відсутність цілі;

$P_{пр.ц.} = P(A_o/H_1)$ — апостеріорна імовірність розв'язку "ні" при умові, що ціль є;

$P_{х.т.} = P(A_1/H_o)$ - апостеріорна імовірність розв'язку "так" при умові, що ціль відсутня;

дають можливість ввести поняття оптимального приймача.

Оптимальним приймачем називається такий приймач, який забезпечує мінімум середнього ризику (мінімум зваженої помилки) **$r_{сер} = \min$**.

$$r_{01}P(H_1)P_{пр.ц.} + r_{10}P(H_o)P_{х.т.} = \min. \quad (2.25)$$

Приймач, який забезпечує виконання умови (2.25), називається оптимальним приймачем за критерієм мінімуму середнього ризику. В кращому випадку, коли **r_{01}, r_{10}** рівні між собою, критерій мінімуму середнього ризику переходить в критерій мінімуму імовірності повної помилки:

$$P_{пох} = P(H_1)P_{пр.ц.} + P(H_o)P_{х.т.} = \min. \quad (2.26)$$

Приймач, який забезпечує виконання умови (2.26), називається оптимальним приймачем за критерієм мінімуму повної помилки.

В радіолокації використання критеріїв мінімуму середнього ризику та мінімуму повної помилки викликає певні труднощі, бо апріорні імовірності помилок та їх коефіцієнти вартості майже завжди невідомі. Тому в радіолокації використовують критерій Неймана-Пірсона

$$P_{х.т.} = const, \quad P_{пр.ц.} = \min.$$

Оскільки **$P_{пр.в.} + P_{х.т.} = 1$, $P_{пр.в.} = 1 - P_{пр.ц.}$,** то критерій Неймана-Пірсона можна записати в такому вигляді

$$P_{х.т.} = const, \; P_{пр.в.} = \max. \quad (2.27)$$

Оптимальний за критерієм Неймана-Пірсона приймач забезпечує максимальну імовірність правильного виявлення **$P_{пр.в.} = P(A_1/H_1)$** при заданій імовірності хибної тривоги.

У статистичній радіотехніці доведено, що ні один приймач не

може забезпечити при заданій імовірності хибної тривоги $\mathbf{P_{х.т.}}$ більшу імовірність правильного виявлення, ніж приймач, оптимальний за критерієм Неймана-Пірсона.

Тепер можна пояснити походження назви статистичної теорії перевірки гіпотез. Якщо розглядати $\mathbf{H_o}$ та $\mathbf{H_1}$ як дві гіпотези, коли поява однієї з них виключає можливість появи іншої, то задача перевірки гіпотез полягає в тому, щоб оптимально (за заданим критерієм) вирішити, яка з гіпотез справедлива. Це можна здійснити лише статистично. Статистична теорія перевірки гіпотез розроблялася для загального випадку наявності багатьох гіпотез. Крім того, вона справедлива для гіпотез різної природи. Цим і пояснюється її широке застосування в найрізноманітніших галузях науки та техніки. Так, розпізнавання признаків об'єктів — це типова задача перевірки гіпотез.

2. 1. 4. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ ПРОЦЕДУРИ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМУМУ СЕРЕДНЬОГО РИЗИКУ

Вираз середнього ризику

$$\mathbf{r_{сер} = r_{01}P(S)P_{пр.ц.} + r_{10}\,P(0)P_{х.т.}}$$

запишемо у вигляді

$$\mathbf{r_{сер} = r_{01}P(S)(1-P_{пр.в.}) + r_{10}P(O)P_{х.т.} =}$$

$$\mathbf{= r_{01}P(S)[1-P_{пр.в.} + \frac{r_{10}P(O)}{r_{01}P(S)}\,P_{хт}] =}$$

$$\mathbf{= r_{01}P(S)[1-(P_{пр.в.} - Lo\,P_{х.т.})] = min, \quad (2.28)}$$

де

$$L_0 = \frac{r_{10}P(())}{r_{01}P(S)} \qquad \square$$

(2.29)

Так як $\mathbf{r_{сер}}$ - додатнє число, то $\mathbf{P_{пр.в.} - Lo\,P_{х.т.} < 1.}$

Задача мінімізації $\mathbf{r_{сер}}$ еквівалентна задачі максимізації співвідношення

$$\mathbf{P_{пр.в.} - L_0\,P_{х.т.} = max}$$

(2.30)

Зауважимо, що всі перелічені вище критерії оптимальності також вимагають максимізації співвідношення виду (2.30), з тою

різницею, що в кожному конкретному випадку береться своє значення **Lo.**

Розв'яжемо варіаційну задачу (2.30).

На вхід приймача надходить сигнал **y(t),** який складається або з одного шуму, або з шуму та корисного сигналу. Дискретизуючи **y(t)** в моменти часу $t_k=\kappa\Delta t$, одержуємо сукупність вибірок (вектор) $Y=\{y_1,y_2,y_3,..., y_k, ...,y_н\}$.

Кінець вектора **Y** може попасти в будь-яку точку безмежного простору розв'язків. Оскільки розв'язок може бути тільки "так" або "ні", то очевидно, що простір розв'язків необхідно розділити на два підпростори X_1 та X_2. Якщо вектор **Y**, наприклад, попаде в підпростір X_1 - розв'язок буде "ні", якщо в підпростір X_2 - розв'язок буде "так". Очевидно, поділ простору (правило прийняття рішення) повинен бути визначеним заздалегідь, тобто поділ простору не повинен залежати від наслідку даного конкретного досліду.

Визначимо $P_{пр.в.}$, $P_{х.т.}$, $P_{пр.ц.}$, $P_{пр.нев.}$ через умовні щільності розподілу імовірностей вектора **Y** за умови наявності та відсутності сигналу.

$$
\begin{aligned}
P_{пр.в.} &= \int_{x_2}^{н} p_{н,s+n}(Y)dY ;\\
P_{пр.нев.} &= \int_{x_1}^{н} p_{н,n}(Y)dY ;\\
P_{х.т.} &= \int_{x_2}^{н} p_{н,n}(Y)dY ;\\
P_{пр.ц.} &= \int_{x_1}^{н} p_{н,s+n}(Y)dY ,
\end{aligned}
\qquad (2.31)
$$

де $p_{н,s+n}(Y)$ - умовна щільність розподілу імовірностей вибірки **Y** при наявності сигналу;

$p_{н,n}(Y)$ - умовна щільність розподілу імовірностей вибірки **Y** при відсутності сигналу.

Підставимо одержані вирази в (2.30) і визначимо

$$P_{пр.в.}-LoP_{х.т.}=\int_{x_2}^{н} .....\int p_{н,s+n}(Y)dY - Lo\int_{x_2}^{н} .....\int p_{н,n}(y)dY = max \qquad (2.32)$$

Перетворимо (2.32) до наступного вигляду

$$\int_{н}^{} .....\int p_{н,n}(Y)\left[\frac{p_{н,s+n}(Y)}{} - Lo\right]dY = max .$$

(2.33)

$$x_2 \qquad p_{н,п}(Y)$$

Згідно з визначенням, відношення функції правдоподібності при наявності сигналу до функції правдоподібності при відсутності сигналу є відношенням правдоподібності **L(Y)**

$$L(Y) = \frac{p_{н,s+п}(Y)}{p_{н,п}(Y)} \qquad (2.34)$$

Зі співвідношень (2.33) та (2.34) одержуємо

$$p_{н,п}(Y)[L(Y) - Lo]dY = max \qquad (2.35)$$

Оскільки $p_{н,п}(Y)$ завжди додатня, то максимум існує при умові

$$L(Y) - Lo \geq 0 \qquad (2.36)$$

Співвідношення (2.36) вказує на те, що область X_2 повинна включати ті значення вибірок, для яких **L(Y) - Lo□≥ 0.**

Якщо **L(Y)□ ≥ □Lo**, то приймається розв'язок " сигнал є", якщо ж **L(Y) < Lo** то приймається розв'язок "сигналу нема".

L(Y) ≥ Lo сигнал є;

L(Y) < Lo сигналу нема. **(2.37)**

Співвідношення (2.37) і є розв'язком варіаційної задачі (2.30).

Таким чином, для простого виявлення оптимальний розв'язок (оптимальна процедура прийняття рішення) одержується шляхом обчислення після прийняття реалізації **y(t)** відношення правдоподібності **L(Y),** порівняння його з порогом **Lo** та прийняття рішення за правилом (2.37). Тому функціональна схема оптимального приймача у випадку простого виявлення матиме наступний вигляд (рис.2.6):

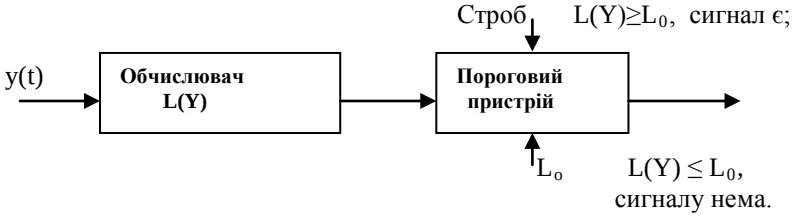


Рис.2.6. Структурна схема оптимального приймача виявлення.

Слід підкреслити, що структура оптимального приймача (рис.2.6) визначена без уточнення вигляду очікуваного сигналу та статистичних характеристик завад.Тому вона справедлива для будь-якого детермінованого сигналу і довільної завади. Оскільки щільність розподілу імовірностей $p_{н,п}(y)$ визначається статистичними властивостями завади, то для визначення структури

оптимального приймача в явному вигляді необхідно задавати статистичні властивості завади.

2.1.5.ВІДНОШЕННЯ ПРАВДОПОДІБНОСТІ ДЛЯ ДЕТЕРМІНОВАНОГО СИГНАЛУ ТА БІЛОГО ГАУСІВСЬКОГО ШУМУ

Будемо вважати, що на вхід оптимального приймача надходить повністю відомий сигнал та завада у вигляді стаціонарного нормального випадкового процесу з нульовим середнім значенням і енергетичним спектром **G(ω),** постійним в межах від $-F_{max}$ до $+F_{max}$ та рівним нулю за межами $|F_{max}|$.

$$G(\omega) = \begin{cases} No/2 \ , & |\omega| \le \omega_{max} = 2\pi F_{max}, \\ 0 \ , & |\omega| > \omega_{max}. \end{cases} \qquad (2.38)$$

Функція кореляції завади **n(t),** відповідно до теореми Вінера-Хінчина,

$$B(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\exp(j\omega\tau)d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega\max}^{\omega\max} \frac{N_0}{2}\exp(j\omega\tau)d\omega =$$

$$= \frac{N_0}{2}\left(\frac{1}{2\pi}\right)\{2\sin(\omega_{max}\tau)/\tau\} = N_0 F_{max}\left\{\frac{\sin(\omega_{max}\tau)}{\omega_{max}\tau}\right\}$$

(2.39)

Дисперсія шуму

$$D_n = \sigma^2_n = B(0) = NoF_{max}. \qquad (2.40)$$

Коефіцієнт кореляції

$$R(\tau)=B(\tau)/B(0)=\{\sin(\omega_{max}\tau)/\omega_{max}\tau\} \qquad (2.41)$$

Якщо F_{max} є значно більша, ніж смуга пропускання приймача, то вибрану заваду можна розглядати як білий гаусівський шум (БГШ).

Беручи вибірки неперервного випадкового процесу **n(t)** через інтервал **kΔt**, де **Δt=1/2F$_{max}$** (відліки за Котельніковим), одержуємо

$$B(k\Delta t)=F_{max}No\{\sin(2\omega_{max}k/2F_{max})/(2\omega_{max}k/2F_{max})\}=$$

$$F_{max}N_0\{\frac{\sin k\pi}{k\pi}\}=N_0F_{max}, k=0, \text{або } 0, \text{ при } k\neq 0. \qquad (2.42)$$

Наведені співвідношення показують, що вибірки, віддалені на інтервал **kΔt, к≠0 ,** є незалежними.Тому

$$\overline{n(t_i)n(t_j)}=B\{(i-j)\Delta t\}= No\ F_{max} \text{ коли } i=j, \text{ або } 0, \text{ коли } i\neq j. \qquad (2.43)$$

Коли **F$_{max}$** прямує до безмежності, то

$$B(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}N_0\exp(j\omega\tau)d\omega=\frac{N_0}{2}\delta(\tau)\ . \qquad (2.44)$$

Одержана функція кореляції **B(τ)** (2.44) є функцією кореляції білого шуму, для якого дві якнайближче розміщені вибірки **n(t$_i$)** некорельовані, а тому є незалежними.

Розглянемо обмежене число **H** вибіркових значень реалізації **n(t),** взятих через інтервал **Δt=1/2F$_{max}$** і послідовно пронумерованих.

Тоді, враховуючи, що **y$_i$, i=[1,H]** незалежні, одержуємо

$$p_{н,n}(Y)=\prod_{i=1}^{н}p_{1,n}(y_i)=\prod_{i=1}^{н}[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}]\exp\{\frac{-y_i^2}{2\sigma^2}\}=$$
$$=[\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^н\sigma^{2н}}}]\exp\{-\sum_{i=1}^{н}\frac{y_i^2}{2\sigma^2}\} \qquad (2.45)$$

Аналогічно

$$p_{н,n}(Y-S)=[\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^н\sigma^{2н}}}]\exp\{-\sum_{i=1}^{н}(\frac{(y_i-s_i)^2}{2\sigma^2})\} \qquad (2.46)$$

Відношення правдоподібності

$$L(Y) = \{\frac{p_{н,n}(Y-S)}{p_{н,n}(Y)}\} =$$

$$= \exp\{-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{н} s_i^{\,2}\}\exp\{\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{н} s_i y_i\} = \qquad (2.47)$$

$$= \exp\{\varphi_q - 0.5 m_q\}$$

де $$\varphi_q = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{н} s_i y_i \ ; \qquad (2.48)$$

$$m_q = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{н} s^2{}_i \quad . \qquad (2.49)$$

Вираз (2.47) визначає структуру оптимального дискретного приймача виявлення детермінованого сигналу. Оптимальний дискретний приймач повинен складатися з пристрою, який обчислює відношення правдоподібності за вибірковими значеннями вхідної реалізації та очікуваного сигналу відповідно до алгоритму (2.47), та порогового пристрою , в якому порівнюється одержане значення **L(Y)** з порогом. Очевидно, збільшуючи число вибірок (відліків) можна краще використати знання сигналу. Якщо вибірки взяти через безмежно малі інтервали часу, то число відліків зростатиме до безмежності.

Таким чином вибираючи в (2.48) та в (2.49) **Δt→0, H→∞,** здійснимо граничний перехід від вибіркових значень до неперервних функцій і одержимо

$$\varphi = \lim_{\Delta t \to o, н \to \infty} \varphi_q = \frac{2}{N_0}\int_0^{T_c} s(t)y(t)dt \qquad (2.50)$$

$$m = \lim_{\Delta t \to 0, н \to \infty} m_q = \frac{2}{N_0}\int_0^{T_c} [s(t)]^2 dt = \frac{2E_s}{N_0}. \qquad (2.51)$$

$$\text{і} \quad L=L[y(t)] = \lim_{\Delta t\to 0,\ н\to\infty} L(Y) = \exp\{\varphi - 0.5\ m\}\ . \qquad (2.52)$$

Зауважимо, що **m** є постійною величиною, рівною **2Es/No**. Величина **φ** - випадкова, бо до її складу входить випадкова (зазделегідь невідома) реалізація **y(t).** Тому від конкретного вигляду реалізації **y(t)** залежитиме **φ**, а через **φ** і відношення правдоподібності **L**. Залежність **L** від **φ** монотонна, тому можна обчислювати величину **φ**, а не **L**, враховуючи при цьому, що власне нею і визначається структура оптимального приймача. Для кращого розуміння останього твердження, запишемо правило, за яким приймається рішення про наявність сигналу в такому вигляді

$$L = \exp\{\varphi - 0.5\ m\} \geq Lo\ . \qquad (2.53)$$

Прологарифмувавши ліву та праву частини цієї нерівності, одержуємо:

$$\varphi - 0.5\ m \geq \ln Lo; \quad \varphi \geq 0.5\ m + \ln Lo;$$

$$\varphi = \frac{2}{N_0}\int_0^{T_c} y(t)s(t)dt \geq 0.5m + \ln L_0. \qquad (2.54,а)$$

$$Z = \int_0^{T_c} y(t)s(t)dt \geq Z_0, \qquad (2.54,б)$$

$$Z_0 = \frac{N_o}{2}(0.5m + \ln L_0). \qquad (2.54,в)$$

З (2.54) видно, що заміна **L** на **Z** зводиться до заміни порогової величини **Lo** на **Zo**. Тому можна стверджувати, що **Z** повністю визначає структуру оптимального приймача. Результат (2.54) має фундаментальне значення для теорії виявлення. З (2.54) виходить, що оптимальний приймач виявлення (до порогового пристрою) є лінійним пристроєм, бо **Z** є лінійною функцією від **y(t)**

2.2.СТРУКТУРА ТА ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ОПТИМАЛЬНОГО ВИЯВНИКА ПОВНІСТЮ ВІДОМОГО СИГНАЛУ НА ФОНІ БІЛОГО ГАУСІВСЬКОГО ШУМУ

2.2.1.СТРУКТУРА ОПТИМАЛЬНОГО КОРЕЛЯЦІЙНОГО ВИЯВНИКА

Оптимальний приймач повністю відомого сигналу повинен забезпечити визначення величини **Z** в момент часу $\mathbf{T_c}$ (в момент закінчення сигналу).

Одержати величину **Z** можна різними шляхами, тому можливі різні структурні схеми таких приймачів.

З (2.54) видно, що величину **Z** можна одержати за допомогою схеми рис.2.7.

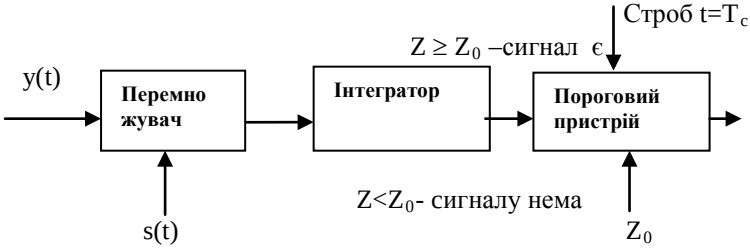


Рис.2.7.Структурна схема виявника повністю відомого сигналу.

Структурна схема оптимального приймача виявлення повністю відомого сигналу складається з перемножувача вхідної реалізації **y(t)** і опорного сигналу **s(t),** інтегратора та порогового пристрою. Порівняння вихідної напруги з виходу інтегратора з пороговим значенням $\mathbf{Z_o}$ відбувається в момент закінчення сигналу. Момент закінчення сигналу фіксується поданням на пороговий пристрій стробу. Якщо вихідна напруга з виходу інтегратора **Z** перевищує порогове значення $\mathbf{Z_o}$, то на виході фіксується наявність сигналу; якщо **Z** є меншим від $\mathbf{Z_o}$ - фіксується відсутність сигналу. Опорний сигнал є копією очікуваного сигналу.

Оптимальний приймач, структурна схема якого зображена на рис.2.7, називається кореляційним приймачем, бо цей приймач визначає функцію взаємокореляції між прийнятою реалізацією і очікуваним сигналом. Чим більшою буде подібність між прийнятою реалізацією та очікуваним сигналом, тим більшим буде значення функції взаємокореляції в момент закінчення сигналу і тим достовірнішим буде ствердження “сигнал є“.

2.2.2.СТАТИСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ІНТЕГРАЛА

Вхідний сигнал **y(t)** оптимального приймача представляє

собою випадковий процес з нормальним законом розподілу. Тому і значення кореляційного інтеграла **Z** буде випадковою величиною з певними статистичними характеристиками. Однією з статистичних характеристик кореляційного інтеграла **Z** може бути щільність розподілу імовірностей.

В момент закінчення сигналу $\mathbf{T_c}$ $(\mathbf{t_i+T_c})$ величина напруги на виході оптимального приймача (до порогового пристрою) дорівнює **Z** :

$$Z = \int_0^{T_c} y(t)s(t)dt = \begin{cases} \int_0^{T_c} n(t)s(t)dt \text{ - при відсутності сигналу;} \\ \\ \int_0^{T_c} [n(t)+s(t)]s(t)dt \text{ - при наявності} \end{cases} \quad (2.55)$$

сигналу.

Оскільки оптимальний приймач - лінійний пристрій, а шум на його вході **n(t)** є випадковим процесом з нормальним законом розподілу, то , враховуючи, що випадковий процес з нормальним законом розподілу при проходженні через лінійну мережу не змінює закону розподілу, можна стверджувати, що величина **Z** є випадковою величиною з нормальним законом розподілу. Оскільки одномірну щільність розподілу імовірностей випадкової величини з нормальним законом розподілу можна записати, якщо відомі дві числові характеристики: середнє значення та дисперсія, то ці характеристики і будемо визначати.

Середнє значення

$$\vec{Z} = \int_0^{T_c} y(t)s(t)dt = \begin{cases} \int_0^{T_c} \vec{n}(t)s(t)dt \text{ при відсутності сигналу;} \\ \\ \int_0^{T_c} [\vec{n}(t)+s(t)]s(t)dt \text{ - при наявності} \end{cases} \quad (2.56)$$

сигналу.

Середній квадрат $(\overline{Z^2})$ дорівнює:

при відсутності сигналу

$$Z^2 = \int_0^{T_c} n(t)s(t)dt \int_0^{T_c} n(t)s(t)dt =$$

$$= \int_0^{T_c}\int_0^{T_c} n(t)n(t_1)s(t)s(t_1)dtdt_1 =$$

$$= \int_0^{T_c}\int_0^{T_c} B(t-t_1)s(t)s(t_1)dtdt_1 =$$

$$= \frac{N_0}{2}\int_0^{T_c}\int_0^{T_c} \delta(t-t_1)s(t)s(t_1)dtdt_1 =$$

$$= \frac{N_0}{2}\int_0^{T_c} [s(t)]^2 dt = \frac{N_0 E_s}{2} \qquad (2.57)$$

При виведені (2.57) використано фільтрувальну здатність дельта-функції

$$\int_a^b f(x)\delta(x-x_1)dx = f(x_1).$$

При наявності сигналу

$$\overline{Z^2} = \int_0^{T_c} \overline{[n(t)+s(t)]s(t)dt} \int_0^{T_c} \overline{[n(t)+s(t)]s(t)dt} =$$

$$= \int_0^{T_c}\int_0^{T_c} \overline{[n(t)+s(t)]s(t)[n(t_1)+s(t_1)]s(t_1)dtdt_1} =$$

$$= \int_0^{T_c}\int_0^{T_c} s(t)s(t_1)\overline{n(t)n(t_1)}dtdt_1 + \int_0^{T_c}\int_0^{T_c} s(t)s(t_1)s(t)\overline{n(t_1)}dtdt_1 +$$

$$\int_0^{T_c}\int_0^{T_c} s(t)s(t_1)\overline{n(t)}s(t_1)dtdt_1 + \int_0^{T_c}\int_0^{T_c} s(t)s(t_1)s(t)s(t_1)dtdt_1 =$$

$$= \int_0^{T_c}\int_0^{T_c} s(t)s(t_1)B(t-t_1)dtdt_1 + \int_0^{T_c}[s(t)]^2 dt \int_0^{T_c}[s(t_1)]^2 dt_1 =$$

$$= \frac{N_0}{2}\int_0^{T_c}\int_0^{T_c} s(t)s(t_1)\delta(t-t_1)dtdt_1 + E_s^{\,2} = \frac{N_0 E_s}{2} + E_s^{\,2}. \qquad (2.58)$$

Дисперсія величини **Z**

$D_z = \sigma_z^{\ 2} = (Z^2) - (\vec{Z})^2$ дорівнює:

при наявності сигналу

$$D_z = NoEs/2 + Es^2 - Es^2 = NoEs/2\ , \qquad (2.59)$$

і при відсутності сигналу

$$D_z = \sigma_z^{\ 2} = NoEs/2. \qquad (2.60)$$

Тому

$$p_{1,n}(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^{\ 2}}} \exp\{-\frac{Z^2}{2\sigma_z^{\ 2}}\} \qquad (2.61)$$

$$p_{1,n+s}(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^{\ 2}}} \exp\{-\frac{(Z - E_s)^2}{2\sigma_z^{\ 2}}\} \qquad (2.62)$$

2.2.3.ВІДНОШЕННЯ СИГНАЛ/ШУМ НА ВИХОДІ КОРЕЛЯТОРА

Відношення сигнал/шум на виході приймача, яке визначається як відношення потужності корисного сигналу до потужності завади (в заданий момент часу), визначимо наступним чином.

Оскільки

$$Z = \int_0^{T_c} [n(t) + s(t)]s(t)dt = Z_s + Z_n\ , \qquad (2.63)$$

де $Z_s = \int_0^{T_c} s(t)s(t)dt,$ а $Z_n = \int_0^{T_c} n(t)s(t)dt,$

то відношення сигнал/шум на виході оптимального приймача в момент часу $\mathbf{T_c}$ (в момент закінчення сигналу) відповідно до визначення буде

$$q^2 = \frac{P_s}{P_n} = \frac{Z_s^{\ 2}}{Z_n^{\ 2}} = \frac{\{\int_0^{T_c} s(t)s(t)dt\}^2}{\{\int_0^{T_c} n(t)s(t)dt\}^2} = \frac{2E_s}{N_0}. \qquad (2.64)$$

Співвідношення (2.64) показує, що при оптимальній обробці прийнятого сигналу відношення сигнал/шум на виході приймача не

залежить від форми сигналу, а лише залежить від відношення $\mathbf{E_s/N_o}$- від відношення енергії сигналу до спектральної густини шуму $\mathbf{N_o}$. Це означає, що будь-які зміни форми та параметрів зондуючого сигналу , коли відношення $\mathbf{E_s/N_o}$ не змінюється, не викликають зміни ефективності оптимального виявлення.

Доведемо, що ніякий інший приймач не може забезпечити більше відношення сигнал/шум ніж $\mathbf{2E_s/N_o}$.

Доведення побудуємо наступним чином.

Нехай довільний лінійний приймач працює за алгоритмом

$$Z_f = \int_0^{T_c} s(t) f(t) dt, \qquad \textbf{(2.65)}$$

де

$$\mathbf{y(t)} = \begin{cases} \mathbf{n(t)} \text{ —при відсутності сигналу;} \\ \mathbf{n(t)+s(t)} \text{ —при наявності сигналу,} \end{cases}$$

і $$f(t) = s(t).$$

Відношення сигнал/шум на виході такого приймача буде

$$q_f^{\,2} = \frac{[\int_0^{T_c} f(t)s(t)dt]^2}{[\int_0^{T_c} f(t)n(t)dt]^2} = \frac{[\int_0^{T_c} f(t)s(t)dt]^2}{\frac{N_0}{2}\int_0^{T_c} f^2(t)dt}. \qquad \textbf{(2.66)}$$

Використаємо теорему Буняковського —Шварца

$$\left|\int A(x)B(x)dx\right|^2 \le \int |A(x)|^2 dx \int |B(x)|^2 dx \qquad \textbf{(2.67)}$$

Перетворюючи чисельник (2.66) з врахуванням нерівності (2.67), одержимо

$$[\int_0^{T_c} f(t)s(t)dt]^2 \le \int_0^{T_c} f^2(t)dt \int_0^{T_c} s^2(t)dt \qquad \textbf{(2.68)}$$

Тому

$$q_f^{\,2} \le \{2\int_0^{T_c}[f(t)]^2 dt \int_0^{T_c}[s(t)]^2 dt\}/N_0 \int_0^{T_c}[f(t)]^2 dt = \frac{2E_s}{N_0}.$$

Із цього видно, що відношення сигнал/шум на виході довільного лінійного приймача (**f(t)**- довільна функція) не може бути більшим ніж відношення сигнал/шум на виході оптимального

приймача. Знак рівності буде тоді, коли коли **f(t) = cs(t),** де **c** - константа.

З проведеного аналізу випливає, що оптимальний за критерієм середнього ризику приймач є оптимальним приймачем за критерієм максимуму відношення сигнал/шум (на вході порогового пристрою). Таким чином, для нормальної стаціонарної завади виду білого шуму, синтез оптимального приймача за обома критеріями дає однакові результати.

Одержані результати показують, що вибір сигналу можна здійснювати , виходячи не тільки із умови забезпечення оптимального виявлення сигналу, а і з умови забезпечення інших характеристик радіосистем. Щоб забезпечити задане відношення сигнал/шум на виході оптимального приймача виявлення необхідно забезпечувати певну величину енергії сигналу.

2.2.4.ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ОПТИМАЛЬНОГО ВИЯВНИКА

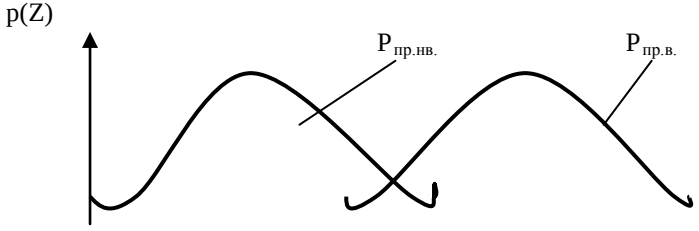
Якісними показниками (робочими характеристиками) приймача виявлення сигналу називаються залежності імовірності правильного виявлення $\mathbf{P_{пр.в.}}$ та імовірності хибної тривоги $\mathbf{P_{х.т.}}$ від порогового відношення сигнал/шум.

Якісні показники оптимального приймача характеризують ефективність оптимального виявника, тобто показують, яким повинне бути мінімальне значення відношення сигнал/шум, щоб виявити об'єкт із заданою імовірністю правильного виявлення при заданій імовірності хибної тривоги. Відповідно до визначення

$$P_{пр.в.} = \int_{Z_0}^{\infty} p_{n+s}(Z)dZ, \qquad (2.69)$$

$$P_{х.т.} = \int_{Z_0}^{\infty} p_n(Z)dZ \quad ,$$

де $\mathbf{p_{n+s}(Z)}$ – щільність розподілу імовірностей кореляційного інтеграла **Z** при наявності сигналу **s(t),** а $\mathbf{p_n(Z)}$ —щільність розподілу імовірностей **Z** при відсутності сигналу. На рис.2.8 наведена геометрична інтерпретація визначення імовірності правильного виявлення $\mathbf{P_{пр.в.}}$ та імовірності хибної тривоги $\mathbf{P_{х.т.}}$



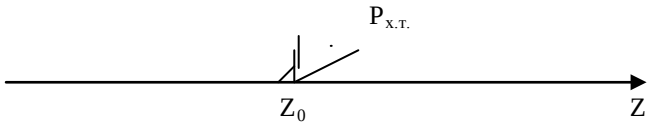


Рис.2.8 .Діаграми розрахунку показників якості виявлення.

$\mathbf{P_{х.т.}}$- це площа під кривою $\mathbf{p_n(Z)}$ справа від $\mathbf{Z_o}$, $\mathbf{P_{пр.в.}}$- це площа під кривою $\mathbf{p_{n+s}(Z)}$ справа від $\mathbf{Z_o}$, $\mathbf{P_{пр.ц.}}$- це площа під кривою $\mathbf{p_{n+s}(Z)}$ зліва від $\mathbf{Z_o}$, $\mathbf{P_{пр.нв.}}$- це площа під кривою $\mathbf{p_n(Z)}$ зліва від $\mathbf{Z_o}$.

Слід пам'ятати, що площа під кривою щільності розподілу імовірностей, за визначенням , дорівнює одиниці.

З рис.2.8 видно, що при збільшенні $\mathbf{Z_o}$ зменшується імовірність хибної тривоги і одночасно зменшується імовірність правильного виявлення. При зменшені $\mathbf{Z_o}$ збільшується $\mathbf{P_{х.т.}}$ і одночасно зростає $\mathbf{P_{пр.в.}}$.

Для того, щоби при заданій імовірності $\mathbf{P_{х.т.}}$ (при заданому $\mathbf{Z_o}$) збільшити імовірність правильного виявлення $\mathbf{P_{пр.в.}}$, необхідно зсувати криву щільності розподілу імовірностей $\mathbf{p_{n+s}(Z)}$ вправо від $\mathbf{Z_o}$. Віддаль між абсцисами максимумів $\mathbf{p_n(Z)}$ та $\mathbf{p_{n+s}(Z)}$ при заданій $\mathbf{D_z}$ визначається величиною $\mathbf{E_s}$. Це є очевидним, бо при відсутності сигналу $\mathbf{m_z = 0}$, а при наявності сигналу $\mathbf{m_z = E_s}$. Тому для для збільшення імовірності $\mathbf{P_{пр.в.}}$ при заданій $\mathbf{P_{х.т.}}$ необхідно збільшувати $\mathbf{E_{smin}}$ (мінімальну енергію сигналу, який приймається) або, що при заданому $\mathbf{N_o}$ еквівалентно, порогове значення $\mathbf{(E_s/N_o)_{min.}}$

Наведений розгляд дає можливість зрозуміти фізичну суть залежності імовірності правильного виявлення $\mathbf{P_{пр.в.}}$ від відношення сигнал /шум $\mathbf{q^2}$ при заданій імовірності хибної тривоги $\mathbf{P_{х.т.}}$

Значення $\mathbf{q^2_{min}}$, яке необхідно забезпечити при заданих $\mathbf{P_{пр.в.}}$та $\mathbf{P_{х.т.}}$, визначимо наступним чином. Запишемо вирази для $\mathbf{p_n(Z)}$ та $\mathbf{p_{n+s}(Z)}$ в такому вигляді

$$p_n(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2}} \exp\{-\frac{Z^2}{2\sigma_z^2}\},$$

$$p_{n+s}(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2}} \exp\{-\frac{(Z-E_s)^2}{2\sigma_z^2}\}. \qquad \mathbf{(2.70)}$$

Справедливість цих співвідношень підтверджується раніше встановленими фактами, що $\mathbf{Z}$ є випадковою нормальною величиною з нульовим середнім значенням при відсутності сигналу і з середнім значенням рівним $\mathbf{E_s}$ при наявності сигналу. Дисперсія $\mathbf{Z}$

в обох випадках: і при відсутності сигналу і при наявності сигналу однакова і дорівнює $\sigma_z^2 = \frac{N_0 E_s}{2}$. Підставляючи (2.70) в (2.69), одержуємо

$$P_{X.T} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_я^2}} \int_{Z_0}^{\infty} \exp\{-\frac{Z^2}{2\sigma_z^2}\} dZ \,. \qquad (2.71)$$

$$P_{ПР.В.} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_я^2}} \int_{Z_0}^{\infty} \exp\{-\frac{(Z - E_s)^2}{2\sigma_z^2}\} dZ \,. \qquad (2.72)$$

Для одержання розрахункових співвідношень використаємо інтеграл імовірності, значення якого табульовані і наводяться в математичних довідниках:

$$\Phi(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{X} \exp\{-\frac{t^2}{2})dt. \qquad (2.73)$$

Врахуємо також, що **Φ(0) = 0.5, Φ(∞) =1, Φ(-x) = 1-Φ(x)**.

Після заміни змінних і ряду перетворень одержуємо

$$P_{х.т.} = 1 - \Phi(Z_0/\sigma_z) \qquad (2.74)$$

$$P_{пр.в.} = 1 - \Phi((Z_0 - E_s)/\sigma_z) \qquad (2.75)$$

Введемо позначення

$$q_o^2 = Z_o^2/\sigma_z^2 \,. \qquad (2.76)$$

Враховуючи, що $\sigma_z = \sqrt{\frac{E_s N_0}{2}}$, одержуємо розрахункові формули

$$P_{х.т.} = 1 - \Phi(q_o) \,, \qquad (2.77)$$

$$P_{пр.в.} = 1 - \Phi(q - q_o). \qquad (2.78)$$

За допомогою цих формул будуються графіки, використання яких спрощує визначення необхідної величини q^2_{min} за заданими

$\mathbf{P_{х.т.}}$ та $\mathbf{P_{пр.в.}}$

Розраховані за допомогою (2.77) та (2.78) графіки наведені на рис.2.9.

Ці графіки називають ще характеристиками виявлення.

В тих випадках, коли $\mathbf{P_{х.т.} < 0.1}$; $\mathbf{P_{пр.в.} > 0.9}$, можна скористатися наближеною формулою для розрахунку $\mathbf{q^2}$ за заданими $\mathbf{P_{х.т.}}$ та $\mathbf{P_{пр.в.}}$

$$q^2 = 2\{\sqrt{\ln\frac{1}{P_{х.т.}} - 1.4} + \sqrt{\ln\frac{1}{1 - P_{пр.в.}} - 1.4}\}^2 \quad (2.79)$$

Для хибної тривоги $P_{х.т.} = 0.1$ та $P_{пр.в.} = 0.9$ помилка визначення $\mathbf{q^2}$ за допомогою цієї формули не перевищує 5%. Коли $P_{х.т.} \to 0$, $P_{пр.в.} \to 1$, то помилка асимптотично прямує до нуля.

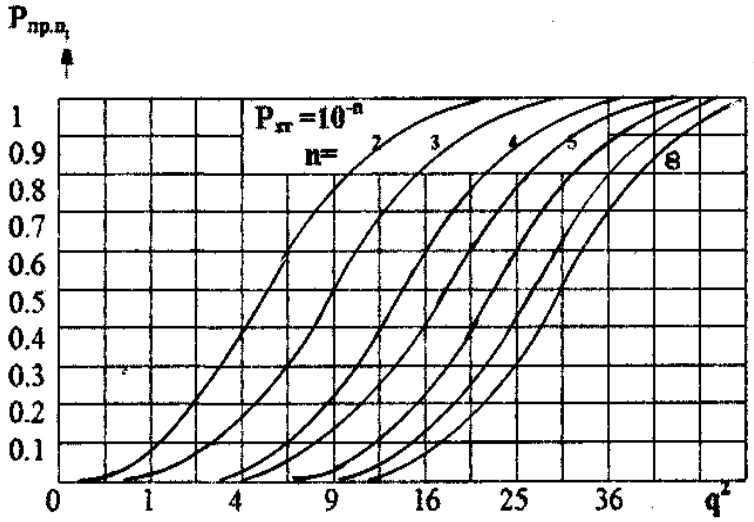


Рис.2.9. Характеристики виявлення повністю відомого сигнал

2.2.5. СТРУКТУРА ОПТИМАЛЬНОГО ФІЛЬТРАЦІЙНОГО ПРИЙМАЧА ВИЯВЛЕННЯ

Оптимальний приймач виявлення можна реалізувати і іншим

шляхом. Візьмемо лінійний фільтр, який забезпечує таке саме відношення сигнал/шум в момент часу $t = t_з$, як і на виході кореляційного приймача в момент часу T_c.

Доказується, що таким фільтром буде погоджений фільтр з імпульсною характеристикою

$$g(t)_{п.ф.} = k \quad s(t_з - t). \qquad (2.80)$$

З (2.80) видно, що імпульсна характеристика погодженого фільтра з точністю до запізнення $t_з$ є дзеркальним відображенням відносно сигналу. З умови фізичної реалізації фільтра відомо, що $t_з \geq T_c$, бо реакція не може випереджувати вхідну дію.

Комплексний коефіцієнт передачі погодженого фільтра з точністю до постійного множника **к** пропорційний комплексно-спряженій спектральній густині сигналу , затриманого в часі на $t_з \geq T_c$

$$K(j\omega)_{п.ф.} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)_{п.ф.} \exp\{-j\omega t\} \, dt = k \exp\{-j\omega t_з\} S^*(j\omega) \qquad (2.81)$$

Співвідношення (2.81) показує, що модуль коефіцієнта передачі погодженого фільтра збігається з точністю до постійного множника з модулем комплексного спектра сигналу

$$|K(j\omega)_{п.ф}| = |k \exp\{-j\omega t_з\} S^*(j\omega)| = k\,|S(j\omega)|. \qquad (2.82)$$

Це означає, що модуль коефіцієнта передачі погодженого фільтра великий на тих частотах, де інтенсивність сигналу більша, і менший на тих частотах, де інтенсивність сигналу менша. Якщо врахувати, що спектральна густина білого шуму на всіх частотах однакова, то стає очевидним, що погоджений фільтр найкращим чином ослаблює заваду і передає сигнал. У випадку, коли на вході діє білий гаусівський шум, погоджений за критерієм максимуму вихідного відношення сигнал/шум фільтр називають часто оптимальним фільтром.

В момент часу $t = t_з$ відношення сигнал/шум на виході погодженого фільтра дорівнює

$$q^2_{вих\ п.ф.} = 2E_s/N_o. \qquad (2.83)$$

З (2.83) видно, що відношення сигнал/шум на виході погодженного фільтра не залежить від форми сигналу, а визначається лише енергією сигналу.

Оскільки в момент порівняння сигналу на виході погодженого фільтра з пороговим значенням $\mathbf{Z_0}$, оптимальний кореляційний приймач і оптимальний фільтраційний приймач забезпечують одну і ту ж величину відношення сигнал/шум, то це доказує їх еквівалентність з точки зору ефективності. Аналогічно доказується, що ні один інший фільтр не може забезпечити відношення сигнал/шум на виході більше ніж $\mathbf{2E_s/N_o}$.

Реалізація оптимального фільтраційного приймача для виявлення повністю відомого сигналу на фоні білого шуму зображена на рис.2.10.

Строб подається в момент часу $\mathbf{t=t_з}$, коли сигнал на виході фільтра досягає максимального значення (шум при цьому вважається відсутнім), тому порівняння з порогом відбувається саме в цей момент часу.

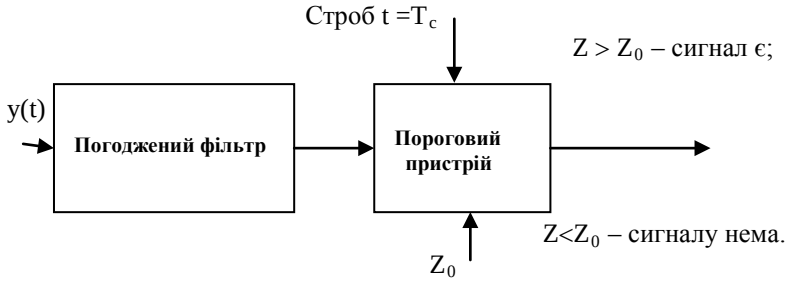


Рис.2.10.Структурна схема оптимального фільтраційного приймача виявлення повністю відомого сигналу

Таким чином, оптимальний фільтраційний приймач складається з погодженого фільтра з комплексним коефіцієнтом передачі $\mathbf{K(j\omega)_{п.ф.}}$ і порогового пристрою, в якому в момент часу $\mathbf{t=t_з}$ відбувається порівняння сигналу на виході фільтра з пороговим значенням $\mathbf{Z_o}$. Якщо сигнал перевищує порогове значення, то приймається рішення “сигнал є“, коли ж не перевищує, то приймається рішення “сигналу нема”.

2.3.СТРУКТУРА ТА ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ

ОПТИМАЛЬНОГО ВИЯВНИКА СИГНАЛУ З ВИПАДКОВОЮ ПОЧАТКОВОЮ ФАЗОЮ НА ФОНІ БІЛОГО ШУМУ

2.3.1.ВІДНОШЕННЯ ПРАВДОПОДІБНОСТІ ДЛЯ СИГНАЛУ З ВИПАДКОВИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Реальні сигнали, які надходять на вхід приймача, є не тільки функціями часу, а і функціями випадкових параметрів $\Theta_1, \Theta_2, ,..., \Theta_m$.

Математично описують такі сигнали користуючись певними моделями. Модель повинна з однієї сторони задовільняти умові близькості до реального сигналу і , з другої сторони, давати можливість проведення без значних математичних труднощів теоретичного аналізу.

Більшість радіосигналів є вузькосмуговими, тобто їх ширина спектра набагато менша від величини середньої частоти спектра сигналу. Такі сигнали описують за допомогою моделі вузькосмугового радіосигналу у вигляді:

$$S(t)=\begin{cases} AS_0(t-t_з)\cos[(\omega_0+\omega_д)(t-t_з)+\psi(t-t_з)+\varphi_0], 0\le t\le T_c, \\ 0 \text{ для інших значень } t; \end{cases} \quad (2.84)$$

де $t_з$ - час запізнення сигналу;

A - амплітуда сигналу;

$S_o(t)$ - закон зміни огинаючої сигналу;

ω_o - несуча частота сигналу;

$\omega_д$ - доплерівський зсув частоти;

$\psi(t)$ - закон фазової модуляції сигналу;

φ_o - початкова фаза сигналу;

T_c - тривалість сигналу.

В залежності від того, які параметри сигналу (2.84) є випадковими, розрізняють такі моделі сигналів:

1. Повністю відомий сигнал.

Моделлю повністю відомого сигналу називається сигнал **s(t)** , всі параметри якого відомі.

2. Сигнал з випадковою початковою фазою.

Якщо початкова фаза φ_0 є випадковою величиною з рівномірним законом розподілу $p(\varphi_o) = \frac{1}{2\pi}, 0 \le \varphi_o \le 2\pi$, а всі решта параметрів є відомими, то така модель сигналу називається

сигналом з випадковою початковою фазою і позначається як **s(t,φ₀).**

3. Сигнал з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою.

Якщо початкова фаза φ_0 є випадковою величиною з законом розподілу $p(\varphi_0) = \frac{1}{2\pi}, 0 \le \varphi_0 \le 2\pi,$ амплітуда **A** є випадковою величиною з релеєвським законом розподілу

$p(A) = \frac{A}{\sigma_A^2}\exp\{-\frac{A^2}{2\sigma_A^2}\}, 0 \le A \le \infty,$ а всі решта параметрів відомі, то така модель сигналу називається сигналом з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою і позначається як **s(t,A,φ₀).**

4.Сигнал з невідомим моментом приходу.

Якщо час приходу сигналу $t_з$ невідомий, то відповідна модель сигналу називається сигналом з невідомим моментом приходу сигналу.

5.Випадковий сигнал.

Випадковим називається сигнал, всі параметри якого є випадковими. Описуються такі сигнали як випадкові процеси законами розподілу.

Виявлення сигналу з невідомими (випадковими параметрами) називається складним виявленням.

Вираз (2.47) визначає відношення правдоподібності для повністю відомого сигналу (випадок простого виявлення). Коли ж вхідним сигналом буде сигнал з випадковою початковою фазою φ_0, то відношення правдоподібності стане випадковою функцією початкової фази φ_0:

$$L(\varphi_0) = \exp\{\lambda(\varphi_0) - 0.5\, m(\varphi_0)\}, \qquad (2.85)$$

де $$\lambda(\varphi_0) = \frac{2}{N_0}\int_0^{T_c} y(t)s(t,\varphi_0)dt,$$

$$m(\varphi_0) = \frac{2}{N_0}\int_0^{T_c}\left[s(t,\varphi_0)\right]^2 dt.$$

При розв'язку задачі виявлення нас не цікавить значення параматра φ_0, бо тут вимагається лише вияснити: чи є сигнал з довільним значенням параметра чи його нема. Тому необхідно виключити залежність $L(\varphi_0)$ від φ_0. Цього добиваються шляхом

усереднення **L(φ₀)**

$$L_c = \int_0^{T_c} L(\varphi_0)\, p(\varphi_0)\, d\varphi_0 . \qquad (2.86)$$

Підставляючи у вираз (2.85) значення сигналу **s(t,φ₀)** , одержуємо:

$$\lambda(\varphi_0) = \frac{2}{N_0}\int_0^{T_c} y(t) S_0(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t) + \varphi_0]dt = \frac{2}{N_0} Z(\varphi_0), (2.87)$$

де

$$Z(\varphi_0) = \int_0^{T_c} y(t) S_0(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t) + \varphi_0]dt. (2.88)$$

$$m(\varphi_0) = \frac{2}{N_0}\int_0^{T_c} [S_0(t)]^2 \{\cos[\omega_0 t + \Psi(t) + \varphi_0]\}^2 dt = \frac{2E_s}{N_0}. (2.89)$$

бо енергія сигналу практично не залежить від значення початкової фази сигналу.

Тому

$$L(\varphi_0) = \exp\{\frac{2}{N_0} Z(\varphi_0) - \frac{E_s}{N_0}\}. \qquad (2.90)$$

Використавши формулу косинуса суми двох кутів

cos(α+β) = cosα cos β —sinα sin β

перетворимо вираз для **Z(φ₀)** до вигляду:

$$Z(\varphi_0) = Z_1 \cos(\varphi_0) + Z_2 \sin(\varphi_0) = Z \cos(\Theta - \varphi_0), \qquad (2.91)$$

де

$$Z_1 = \int_0^{T_c} y(t) S_0(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t)]dt,$$

$$Z_2 = \int_0^{T_c} y(t) S_0(t) \sin[\omega_0 t + \Psi(t)]dt,$$

$$Z = \sqrt{[(Z_1)^2 + (Z_2)^2}\,,$$

$$\cos\Theta = \frac{Z_1}{Z}, \sin\Theta = \frac{Z_2}{Z}, tg\Theta = \frac{Z_2}{Z_1}, \Theta = arctg\frac{Z_2}{Z_1}.$$

Z називається модулем кореляційного інтеграла.

Підставляючи (2.91) і (2.90) в (2.86) одержуємо

$$L_c = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \exp\{\frac{2}{N_0}Z(\varphi_0) - \frac{E_s}{N_0}\}d\varphi_0 =$$

$$= \exp\{-\frac{E_s}{N_0}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \exp\{\frac{2}{N_0}Z\cos(\Theta - \varphi_0)\}d\varphi_0 =$$

$$= \exp\{-\frac{E_s}{N_0}\}I_0(\frac{2Z}{N_0}) \qquad (2.92)$$

В (2.92) $\mathbf{I_o(.)}$- модифікована функція Беселя першого роду нульового порядку.

Відношення правдоподібності $\mathbf{L_c}$ (2.92) визначає структуру оптимального приймача виявлення сигналу з випадковою початковою фазою.

При $\mathbf{L_c} > \mathbf{L_o}$ приймається рішення “сигнал є”, а при $\mathbf{L_c} < \mathbf{L_o}$ — “сигналу нема”. Враховуючи, що $\mathbf{L_c}$ є монотонною функцією від **Z** , то допустимо замість $\mathbf{L_c}$ використовувати **Z.**

Значення модуля кореляційного інтеграла **Z** повністю визначає структуру оптимального приймача виявлення, а рішення про наявність чи відсутність сигналу приймається шляхом порівнання **Z** з пороговим значенням $\mathbf{Z_o}$

$\mathbf{Z} \geq \mathbf{Z_o}$ — сигнал є,

$\mathbf{Z} < \mathbf{Z_o}$ — сигналу нема.

2.3.2.СТРУКТУРА ОПТИМАЛЬНИХ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ТА ФІЛЬТРОВОГО ВИЯВНИКІВ

Структурна схема оптимального виявника повинна забезпечувати одержання на виході модуля кореляційного інтеграла **Z** (2.91).

На рис.2.11 зображено схему приймача, який виконує операції, передбачені співвідношеннями (2.91).

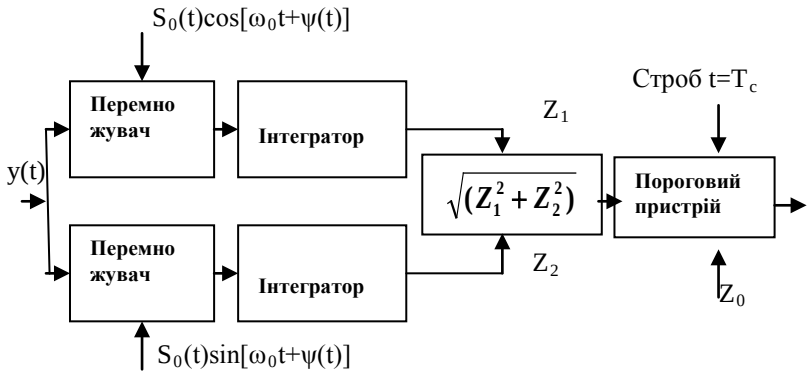


Рис.2.11. Структурна схема оптимального приймача виявлення сигналу з початковою випадковою фазою.

Кореляційний приймач складається з двох паралельно ввімкнених кореляторів (аналогічних корелятору приймача виявлення повністю відомого сигналу), на входи яких надходять **y(t)** і зсунуті на **π/2** опорні сигнали, які з точністю до початкової фази φ_0 збігаються з очікуванимсигналом

$$s(t) = S_0(t)\cos[\omega_0 t + \Psi(t) + \varphi_0], 0 \le t \le T_c. \qquad (2.93)$$

На виході корелятора одержуємо значення Z_1 та Z_2, які об'єднуються в квадратурі і утворюють модуль кореляційного інтеграла **Z**. В момент часу $t=T_c$ величина **Z** порівнюється в пороговому пристрої з пороговим значенням Z_o. Фізично поява двох квадратурних каналів в оптимальному приймачі викликана необхідністю усунути невідому початкову фазу сигналу. Для цього сигнал з невідомою початковою фазою розкладається на дві ортогональні (квадратурні) складові, кожна з яких обробляється відповідним чином (множиться на опорний сигнал і інтегрується), а результат об'єднується в квадратурі.

У цьому випадку сигнал на виході приймача не буде залежати від невідомої початкової фази.

Другу реалізацію оптимального приймача можна побудувати, використовуючи погоджений фільтр з імпульсною характеристикою

$$g_c(t) = kS_0(t_з - t)\cos[\omega_0(t_з - t) + \Psi(t_з - t)] \ . \qquad (2.94)$$

Структурна схема оптимального фільтраційного приймача має наступний вигляд:

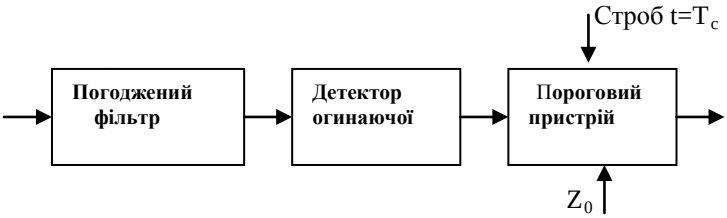


Рис.2.12.Структурна схема оптимального фільтраційного приймача виявлення сигналу з випадковою початковою фазою.

Оптимальний фільтраційний приймач складається з послідовно з'єднаного погодженого фільтра, квадратичного детектора та порогового пристрою, в якому в момент часу $\mathbf{t=T_c}$ відбувається порівняння значення огинаючої з пороговим значенням $\mathbf{Z_o}$.

Слід звернути увагу на те , що імпульсна характеристика погодженого фільтра не залежить від $\boldsymbol{\varphi_0}$, тому тут використовується такий же погоджений фільтр , як і у випадку виявлення повністю відомого сигналу. Відрізняється оптимальний фільтраційний приймач виявлення сигналу з невідомою початковою фазою від оптимального фільтраційного приймача виявлення повністю відомого сигналу тим, що в схему приймача вводиться детектор, який виділяє огинаючу сигналу, одержаного на виході погодженого фільтра.

Легко переконатись в тому, що в момент часу $\mathbf{t=T_c}$ огинаюча сигналу на виході детектора збігається з **Z.** Цим доказується еквівалентність оптимального кореляційного і оптимального фільтрового приймачів.

2.3.3.СТАТИСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МОДУЛЯ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ІНТЕГРАЛА

Модуль кореляційного інтеграла **Z** є випадковою величиною з релеєвським законом розподілу при відсутності сигналу

$$p_{1,n}(Z) = \frac{Z}{\sigma_z^2}\exp\{-\frac{Z^2}{2\sigma_z^2}\},\ \mathbf{Z \geq 0} \qquad (2.95)$$

і з узагальненим релеєвським законом розподілу при наявності

сигналу

$$p_{1,n+s}(Z) = \frac{Z}{\sigma_z^2}\exp\{-\frac{Z^2+E_s^2}{2\sigma_z^2}\}I_0(\frac{ZE_s}{\sigma_z^2}). \quad Z \geq 0 . \qquad (2.96)$$

Тут $D_z = \sigma_z^2 = N_0E_s/2$, $I_0(x)$ -модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку. Графіки $p_{1,n}(Z)$ і $p_{1,n+s}(Z)$ зображені на рис.2.13.

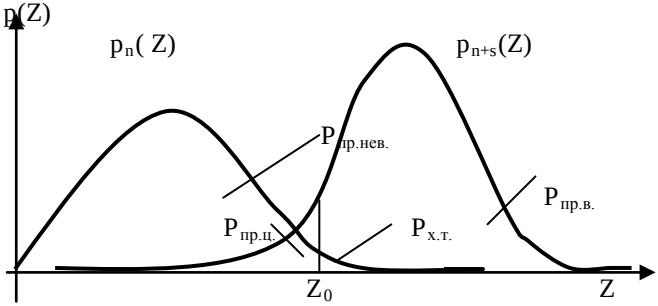


Рис.2.13. Діаграми для визначення якісних показників виявлення сигналу з випадковою початковою фазою.

Фізично характер статистик **Z** пояснюється тим, що **Z** -випадкова величина, одержана шляхом детектування білого шуму при відсутності сигналу, або випадкова величина, одержана шляхом детектування адитивної суміші детермінованого сигналу і білого шуму (коли сигнал присутній у вхідній реалізації). З статистичної теорії відомо, що огинаюча білого шуму розподілена за релеєвським законом, а огинаюча адитивної суміші сигналу і білого шуму —за узагальненим релеєвським законом.

2.3.4.ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЙМАЧА ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛУ З НЕВІДОМОЮ ВИПАДКОВОЮ ПОЧАТКОВОЮ ФАЗОЮ

Відповідно з визначенням імовірність хибної тривоги $P_{x.m.} = \int_{Z_0}^{\infty} p_{1,n}(Z)dZ$, а імовірність правильного виявлення

$$P_{пр.в.} = \int_{Z_0}^{\infty} p_{1,n+s}(Z)dZ \ .$$

Підставляючи в ці формули раніше визначені значення для $\mathbf{p_{1,n}(Z)}$ та $\mathbf{p_{1,n+s}(Z)}$ (співвідношення 2.95 та 2.96) одержують вирази для розрахунків $\mathbf{P_{х.т.}}$ та $\mathbf{P_{пр.в.}}$ Другий інтеграл в загальному вигляді не береться, тому розрахунки можна проводити числовими методами, або скористатися готовими розрахунками у вигляді таблиць чи у вигляді графіків, які подаються в літературних джерелах.

На рис.2.14 наведені характеристики виявлення для сигналу з невідомою випадковою початковою фазою.

Якщо $\mathbf{P_{х.т.}} < \mathbf{0.1}$ і $\mathbf{P_{пр.в.}} > \mathbf{0.9}$ то для розрахунку $\mathbf{q^2}$ можна використати наступну наближену формулу

$$q^2_{\min} = 2\{\sqrt{\ln(\frac{1}{P_{х.т.}})} + \sqrt{\ln(\frac{1}{1-P_{пр.в.}}) - 1.4}\}^2 \qquad (2.97)$$

помилка якої не перевищує 15%

Порівняння графіків та формул для випадків виявлення повністю відомого сигналу та сигналу з випадковою початковою фазою показує, що незнання початкової фази погіршує характеристики виявлення. Якщо задані $\mathbf{P_{х.т.}}$ і $\mathbf{P_{пр.в.}}$, то необхідне значення $\mathbf{q^2_{min}}$ буде більшим при виявлені сигналу з випадковою початковою фазою; для заданого $\mathbf{q^2_{min}}$ $\mathbf{P_{пр.в.}}$ - буде меншою (при заданій $\mathbf{P_{х.т.}}$), або $\mathbf{P_{х.т.}}$ буде більшою (при заданій $\mathbf{P_{пр.в.}}$). Абсолютне збільшення $\mathbf{q^2_{min}}$ залежить від значень $\mathbf{P_{пр.в.}}$ і $\mathbf{P_{х.т.}}$. Якщо імовірність правильного виявлення $\mathbf{P_{пр.в.}}$ велика, а $\mathbf{P_{х.т.}}$ мала, то незнання початкової фази мало впливає на характеристики виявлення.

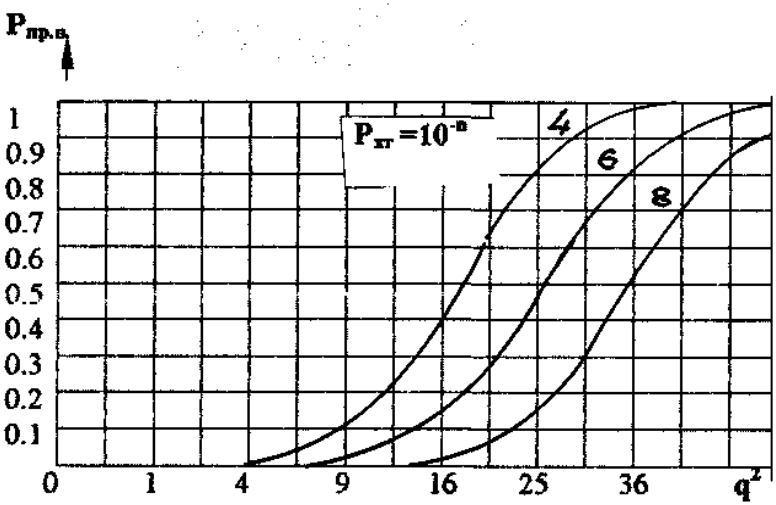


Рис.2.14. Характеристики виявлення сигналу з випадковою початковою фазою

2.4.СТРУКТУРА ТА ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ОПТИМАЛЬНОГО ВИЯВНИКА СИГНАЛУ З ВИПАДКОВОЮ ПОЧАТКОВОЮ ФАЗОЮ ТА ФЛУКТУЮЧОЮ АМПЛІТУДОЮ НА ФОНІ БІЛОГО ШУМУ

2.4.1.СТРУКТУРА ОПТИМАЛЬНИХ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ТА ФІЛЬТРОВОГО ВИЯВНИКІВ

Сигнал з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою описується виразом

$$s(t, A, \varphi_0) = AS_0(t)\cos[\omega_0 t + \Psi(t) + \varphi_0], 0 \le t \le T_c, \qquad (2.98)$$

де амплітуда **A** і початкова фаза φ_0 - випадкові величини із законами розподілу:

амплітуди

$$p(A) = \frac{A}{\sigma_a^2}\exp\{-\frac{A^2}{2\sigma_a^2}\}, \qquad A>0 \qquad (2.99)$$

та фази

$$p(\varphi_0) = \frac{1}{2\pi}, 0 \le \varphi_0 \le 2\pi. \qquad (2.100)$$

Відношення правдоподібності в цьому випадку буде

$$L_c = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} L(A,\varphi_0)\, p(A)\, p(\varphi_0)\, dA\, d\varphi_0 \qquad (2.101)$$

В результаті розрахунків одержуємо (для $A^2=1$, $D_a = \sigma_a^2 = 0.5$, $E_s=E$)

$$L_c = \frac{N_0}{N_0 + E_s} \exp\{\frac{Z^2}{N_0(N_0 + E_0)}\} \qquad (2.102)$$

Стратегія прийняття рішення в цьому випадку

$L_c > L_0$ - сигнал є;

$L_c < L_o$ - сигналу нема.

З співвідношення (2.102) видно, що L_c є монотонною функцією модуля кореляційного інтеграла **Z**, який визначається так само як і у випадку сигналу з випадковою початковою фазою і нефлуктуючою амплітудою. Тому побудова оптимального приймача виявлення сигналу з невідомою початковою фазою та флуктуючою амплітудою повністю визначається модулем кореляційного інтеграла і буде мати такий же вигляд, як і оптимальний приймач виявлення сигналу з випадковою початковою фазою (рис.2.11, 2.12).

2.4.2. ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ОПТИМАЛЬНОГО ВИЯВНИКА

Статистика модуля кореляційного інтеграла **Z** при відсутності сигналу повністю збігається з статистикою **Z** , визначеною у випадку сигналу з випадковою початковою фазою і нефлуктуючою амплітудою.

Тому при гіпотезі H_o модуль кореляційного інтеграла розподілений за законом Релея

$$p_{1,n}(Z) = \frac{Z}{\sigma_z^2} \exp\{-\frac{Z^2}{2\sigma_z^2}\}, Z \ge 0, \qquad (2.103)$$

де $D_z = \sigma_z^2 = E_s N_o/2$.

При гіпотезі H_1 статистика модуля кореляційного інтеграла також описується законом розподілу Релея

$$p_{1,n+s}(Z) = \frac{Z}{\sigma^2}\exp\{-\frac{Z^2}{2\sigma^2}\}, Z \geq 0, \qquad (2.104)$$

де $D = \sigma^2 = E_s^2 + 2\sigma_z^2$.

Такому характерові статистики **Z** легко дати фізичну інтерпретацію. При гіпотезі H_0 -щільність розподілу імовірностей огинаючої нормального шуму (на виході квадратичного детектора) релеєвська. При гіпотезі H_1 на вході приймача є шум з нормальним законом розподілу та сигнал з нормальною щільністю розподілу імовірностей миттєвих значень (фаза розподілена рівномірно, а амплітуда розподілена за релеєвським законом). Тому адитивна суміш сигналу та шуму також розподілена за нормальним законом, а її огинаюча — за релеєвським.

Якісні показники оптимального приймача визначаються за допомогою таких співвідношень:

$$P_{x.m.} = \exp\{-\frac{Z^2}{2\sigma_z^2}\} = \exp\{-\frac{q_0^2}{2}\}, q_0^2 = \frac{Z_0^2}{\sigma_z^2}, \qquad (2.105)$$

$$P_{пр.в.} = \exp\{-\frac{q_0^2}{[2(1+\frac{q^2}{2})]}\} = (P_{x.m.})^{\frac{1}{1+\frac{q^2}{2}}}, \qquad (2.106)$$

де $q^2 = 2E_s/N_0$.

Розв'язуючи (2.106) відносно q^2, одержуємо

$$q^2 = 2\frac{\ln\frac{1}{P_{x.m.}}}{\ln\frac{1}{P_{пр.в.}}} - 2. \qquad (2.107)$$

Характеристики виявлення для випадку сигналу з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою, задані співвідношеннями (2. 105) та (2.106) зображені на рис.2.15.

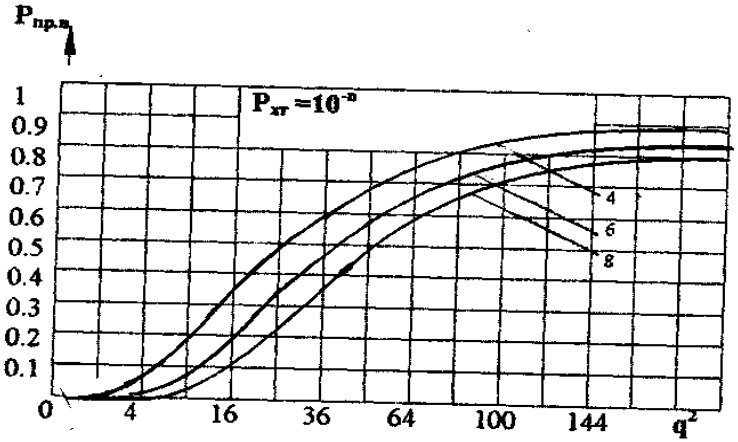


Рис.2.15. Характеристики виявлення сигналів з невідомою початковою фазою та флуктуючою амплітудою

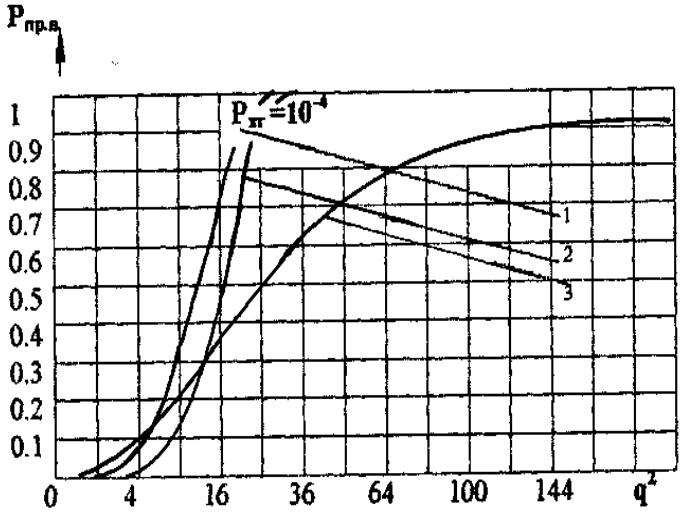


Рис.2.16.Характеристики виявлення для різних випадків:

1. Характеристика виявлення повністю відомого сигналу при $P_{хт}=10^{-4}$;
2. Характеристика виявлення сигналу з випадковою початковою фазою при $P_{хт}=10^{-4}$;
3. Характеристика виявлення сигналу з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою при $P_{хт}=10^{-4}$.

Порівняння цих характеристик показує, що у випадку виявлення сигналу з випадковою початковою фазою для одержання того ж значення імовірності правильного виявлення що і у випадку повністю відомого сигналу необхідно забезпечити на вході виявника в 1.25 раза більше відношення сигнал/ шум. Це означає, що незнання початкової фази стає причиною енергетичних втрат в 1.63 dB.

У випадку виявлення сигналу з невідомою початковою фазою та флуктуючою амплітудою енергетичні втрати будуть ще більшими і складатимуть величину коло 17 dB.

Аналіз характеристик виявлення, зображених на рисунку 2.15 показує, що флуктуації амплітуди сигналу не дозволяють одержати великі (близькі до 1) імовірності правильного виявлення $P_{пр.в.}$ Це пов'язане з тим, що при q^2>>1 флуктуації амплітуди є причиною збільшення імовірності пропуску цілі.

І зворотньо (рис.2.16), при порівняно малих значеннях імовірностей правильного виявлення, флуктуації амплітуди сигналу покращує виявлення сигналу, тобто в цьому випадку для одержання того ж значення імовірності правильного виявлення необхідні менші значення $q^2_{мін}$ порівняно з випадком відсутності флуктуації амплітуди. Очевидно, що найбільшу практичну цінністьмає ділянка великих значень $P_{пр.в.}$

2.5. СТРУКТУРА ТА ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ОПТИМАЛЬНОГО ВИЯВНИКА КОГЕРЕНТНИХ ПАЧОК ІМПУЛЬСІВ НА ФОНІ БІЛОГО ШУМУ

Для збільшення імовірності правильного виявлення (коли $\mathbf{P_{х.т.}}$ задана) необхідно збільшувати коефіцієнт розрізнення або, що еквівалентно, коли інші параметри залишаються незмінними, енергію зондуючого сигналу. Цього добиваються збільшенням тривалості і потужності зондуючого сигналу. Збільшення потужності понад певну величину практично неможливе, а збільшення тривалості веде до погіршення роздільної здатності за віддаллю. Тому в реальних імпульсних РЛС з метою підвищення ефективності виявлення рішення про наявність або відсутність сигналу приймається після приймання не одного , а декількох відбитих від об'єкта сигналів. Цього добиваються шляхом випромінювання послідовності зондуючих імпульсів з періодом повторення $\mathbf{T_п}$ і прогляданням антеною з обмеженою діаграмою напрямленості заданого напряму протягом інтервала часу $\mathbf{T_{опр}=N}$

$\mathbf{T_{max}}$, де $\mathbf{T_{max}}$ - час запізнення від найбільш віддаленого об'єкта, який ще треба виявляти. Очевидно, що $\mathbf{T_{опр}}$ залежить від ширини діаграми напрямленості і швидкості обертання антени, а $\mathbf{T_{max}}$ вибирається рівним $\mathbf{T_п}$. Тому на вхід приймача надходить не один імпульс, а послідовність з **N** відбитих імпульсів.

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n(t) =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} A_n S_0(t - nT_n - t_з)\cos[\omega_0(t - nT_П - t_з) +$$

$$+ \omega_д t + \Psi(t - nT_П - t_з) + \varphi_0]$$

якщо $\mathbf{nT_п<t<nT_п+T_c}$

(2.108)

Таку послідовність з **N** імпульсів називають часто пачкою імпульсів.

Якщо залежності між параметрами всіх імпульсів пачки в точці приймання відомі, то така пачка імпульсів називається когерентною. Підкреслимо, що когерентність вимагає не знання параметрів сигналу, а лише залежностей між параметрами. Таким чином, коли в точці приймання когерентної пачки імпульсів стають відомими параметри одного імпульса, то завдяки властивості когерентності стають відомими параметри всієї пачки. Коли ж залежність між параметрами імпульсів пачки в точці приймання невідома, то така пачка імпульсів називається некогерентною.

Когерентна пачка імпульсів називається відомою точно, коли параметри одного імпульса пачки повністю відомі, а тому стає відомою вся пачка імпульсів. Невідомим у цьому випадку є факт наявності або відсутності пачки у прийнятій реалізації.

Когерентною пачкою з випадковою початковою фазою називається пачка імпульсів, в якої початкова фаза імпульсів змінюється від пачки до пачки випадковим чином, а всередині пачки залежність між початковими фазами всіх імпульсів відома, або в частковому випадку, початкові фази імпульсів є однаковими.

Звичайно вважають, що початкова фаза пачки імпульсів розподілена за рівномірним законом. Всі інші параметри повністю відомі і від пачки до пачки не змінюються.

Когерентна пачка з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою — це така модель сигналу, коли початкова фаза і амплітуда змінюється від пачки до пачки випадковим чином, а всередині пачки залежність між фазами і амплітудами всіх імпульсів заздалегідь відома.

Звичайно вважають, що початкова фаза пачки розподілена за рівномірним законом, а амплітуда — за релеєвським. Всі решта параметрів вважаються відомими. Якщо невідомою є віддаль до об'єкта, або віддаль та швидкість, то прийнятий сигнал буде мати невідомий час запізнення та невідомий доплерівський зсув частоти.

Оптимальні приймачі виявлення когерентних пачок імпульсів відповідних моделей можна реалізувати у вигляді кореляційних приймачів або у вигляді фільтраційних приймачів.

При використані кореляційного принципу побудови оптимальний приймач виявлення будується таким же чином, як і для випадку виявлення одного імпульса. Різниця буде лише в тому, що на перемножувач необхідно подати “копію” сигналу у вигляді пачки радіоімпульсів.

При використані фільтраційного принципу побудови оптимального приймача виявлення приймач будується таким же чином, як і у випадку виявлення одного імпульса. Відмінність буде лише в тому, що в структурі приймача повинен бути оптимальний фільтр для пачки імпульсів.

Розрахунок характеристик виявлення сигналів у вигляді пачки імпульсів можна проводити за допомогою тих же формул, що і для одноімпульсного сигналу. Однак під $(\mathbf{E_{smin}/N_o})$ слід розуміти відношення, визначене для всієї пачки імпульсів, враховуючи, що тут $\mathbf{E_{smin}} = \mathbf{NE_{s1min}}$, де $\mathbf{E_{s1}}$-порогова енергія одного імпульса. Це пояснюється тим, що при оптимальному прийманні когерентних пачок відбувається синхронне накопичення всіх імпульсів пачки, а тому з точки зору ефективності, виявлення пачки з **N** імпульсів з енергією в імпульсі $\mathbf{E_{s1}}$ еквівалентне виявленню одного імпульса з енергією $\mathbf{NE_{s1}}$.

На основі цього можна зробити висновок, що для когерентних сигналів дроблення одного імпульса на послідовність імпульсів не змінює ефективності виявлення. Однак з практичної точки зору перехід від одного імпульса до пачки викликає ряд ускладнень оптимального приймача. Тому перехід від одного імпульса до пачки імпульсів доцільний лише тоді, коли неможливо забезпечити необхідну енергію зондуючого сигналу при використані одного імпульса , або ж коли необхідно одержати високу роздільну здатність за швидкістю.

2.6. ОСОБЛИВОСТІ ВИЯВЛЕННЯ НЕКОГЕРЕНТНИХ ПАЧОК ІМПУЛЬСІВ

Зондуючий сигнал у вигляді некогерентної **N**-імпульсної

пачки описується виразом, аналогічним (2.108), але початкові фази в некогерентної пачки змінюються від імпульса до імпульса за випадковими законами і $\boldsymbol{\varphi_{0n}}$ є статистично незалежними. Як і раніше , вважають, що $\boldsymbol{\varphi_{on}}$ - випадкова величина, з рівномірним законом розподілу в межах $0 \div 2\pi$.

В залежності від статистичних властивостей $\mathbf{A_n}$ розрізняють моделі нефлуктуючих та флуктуючих некогерентних пачок.

Якщо залежність між амплітудами імпульсів $\mathbf{A_n}$ в точці приймання є відомою, то відповідна модель називається нефлуктуючою некогерентною пачкою імпульсів. У частковому випадку амплітуди всіх імпульсів можуть бути однакові.

Якщо залежність між $\mathbf{A_n}$ в точці приймання невідома , тобто коли $\mathbf{A_n}$ є випадковими величинами, то така модель називається флуктуючою некогерентною пачкою імпульсів.

Флуктуючі некогерентні пачки імпульсів у свою чергу діляться на пачки імпульсів з дружною флуктуацією і на пачки імпульсів з незалежною флуктуацією імпульсів.

В дружно флуктуючій пачці імпульсів залежність між амплітудами імпульсів в даній пачці вважається відомою. В частковому випадку в такої пачки імпульсів амплітуди всіх імпульсів можуть бути однаковими, тобто $\mathbf{A_1=A_2=....=A_n=....=A}$**, де** $\mathbf{A}$ -випадкова величина , яка змінюється від пачки до пачки. Звичайно вважають, що $\mathbf{A}$ має релеєвську щільність розподілу імовірностей.

Амплітуди окремих імпульсів сигналу , які утворюють некогерентну пачку незалежно флуктуючих імпульсів, є статистично незалежними випадковими величинами, тобто амплітуди імпульсів в пачці змінюються від імпульса до імпульса випадково та незалежно. Звичайно вважають, що випадкова величина $\mathbf{A_n}$ описується релеєвською щільністю розподілу імовірностей.

Зауважимо, що для **N=1** нефлуктуюча некогерентна пачка збігається з розглянутою раніше моделлю одиночного сигналу з випадковою початковою фазою, а дружно або незалежно флуктуючі некогерентні пачки —з розглянутою раніше моделлю одиночного сигналу з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою.

Оптимальне приймання некогерентних пачок імпульсів має свої особливості. Через те, що початкові фази імпульсів випадкові , накопичення (синфазне підсумовування) імпульсів на радіочастоті стає неможливим. Тому при приймані некогерентних пачок когерентне накопичення можливе лише в межах кожного з

радіоімпульсів, а підсумовування здійснюється після виділення огинаючої кожного імпульса, що реалізується відповідним чином після детектора.

Іншими словами, для некогерентної пачки імпульсів оптимальна обробка прийнятого сигналу всередині даного періоду (внутрішньоперіодна обробка) здійснюється на радіочастоті (до детектора), а міжперіодна обробка - після детектора .

Відношення правдоподібності для некогерентної пачки можна визначити відповідно до загальної методики визначення відношення правдоподібності для складного виявлення.

Пропускаючи проміжні виведення, запишемо кінцевий вираз для відношення правдоподібності

$$L_{рез} = \prod_{n=0}^{N-1} L_{сп}, \qquad (2.109)$$

де $\mathbf{L_{сп}}$-відношення правдоподібності для **n**-го імпульса пачки.

З (2.109) видно, що відношення правдоподібності для некогерентної пачки дорівнює добутку відношень правдоподібності кожного з імпульсів пачки. Фізично це пояснюється тим, що процедуру обробки пачки імпульсів можна розглядати як послідовність **N** незалежних випробувань; при цьому, як відомо з теорії імовірностей, імовірність сумісного здійснення **N** незалежних подій дорівнює добутку їх імовірностей.

Для моделі сигналу з невідомою початковою фазою із врахуванням (2.108)

$$L_{sn} = \exp\{-\frac{E_{sn}}{N_0}\} I_0(\frac{2A_n Z_0}{N_0}), \qquad (2.110)$$

де $\mathbf{E_{sn}}$-енергія **n**-го імпульса;

$\mathbf{Z_n}$ -модуль кореляційного інтеграла для **n**-го імпульса (з одиничною амплітудою).

Підставляючи в (2.109) значення $\mathbf{L_{сп}}$ (2.110), знаходимо

$$L_{рез} = \prod_{n=0}^{N-1} \exp\{-\frac{E_{sn}}{N_0}\} I_0(\frac{2A_n Z_n}{N_0}). \qquad (2.111)$$

Стратегія прийняття рішення, як і раніше, реалізується шляхом порівняння $\mathbf{L_{рез}}$ з пороговим значенням $\mathbf{L_o}$**.** Порівняння $\mathbf{L_{рез}}$ **з** $\mathbf{L_o}$ можна замінити порівнянням деякої монотонної функції від $\mathbf{L_{рез}}$ з іншим порогом.

З цією метою прологарифмуємо (2.111)

$$\ln L_{рез} = \ln\prod_{n=0}^{N-1}\exp\{-\frac{E_{sn}}{N_0}\}I_0(\frac{2A_nZ_n}{N_0}) =$$
$$= \sum_{n=0}^{N-1}\ln I_0(\frac{2A_nZ_n}{N_0}) - \frac{E_s}{N_0}, \qquad (2.112)$$

де $\mathbf{E_s} = \sum_{n=0}^{N-1} E_m$ — енергія всієї пачки імпульсів.

Із співвідношення (2.112) видно, що єдиною операцією, яка виконується над прийнятим сигналом, є операція утворення суми

$$\sum_{n=0}^{N-1}\ln I_0(\frac{2A_nZ_n}{N_0}) \qquad (2.113)$$

Функцію $\mathbf{I_o(x)}$ можна з достатньою точністю апроксимувати такою залежністю

$$\mathbf{I_0(x) = \frac{x_0}{4}} \text{ для } \mathbf{x << 1}, \quad \mathbf{I_0(x) = x} \text{ для } \mathbf{x >> 1}. \qquad \mathbf{(2.114)}$$

Враховуючи (2.114), обчислимо значення (2.113)

$$\sum_{n=0}^{N-1}\ln I_0(\frac{2A_nZ_n}{N_0}) = \begin{cases} \frac{1}{N_0^2}\sum_{n=0}^{N-1} A_n^2\ Z_n^2 & \text{для } \frac{2A_nZ_n}{N_0} << 1, \quad (2.115) \\ \frac{2}{N_0}\sum_{n=0}^{N-1} A_nZ_n & \text{для } \frac{2A_nZ_n}{N_0} >> 1. \quad (2.116) \end{cases}$$

Тоді стратегія прийняття рішення набуває вигляду:

$$\sum_{n=1}^{N-1} A_n^2Z_n^2 \geq (\ln L_0 + \frac{E_s}{N_0})N_0^2 = Z_0 \text{ для } \frac{2A_nZ_n}{N_0} << 1 \qquad (2.117)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} A_nZ_n \geq (\ln L_0 + \frac{E_s}{N_0})(\frac{N_0}{2}) = Z_0 \text{ для } \frac{2A_nZ_n}{N_0} >> 1. \quad (2.118)$$

Випадок (2.117) відповідає слабим сигналам (великому числу імпульсів у пачці), а випадок (2.118) - сильним сигналам (малому

числу імпульсів у пачці). Таким чином структура оптимального приймача виявлення нефлуктуючої некогерентної пачки імпульсів повністю визначається величиною:

для слабих сигналів $\mathbf{Z_{сум}} = \sum_{n=0}^{N-1} A_n^2 Z_n^2,$ (2.119)

для сильних сигналів $_{сум} = \sum_{n=0}^{N-1} A_n Z_n.$ (2.120)

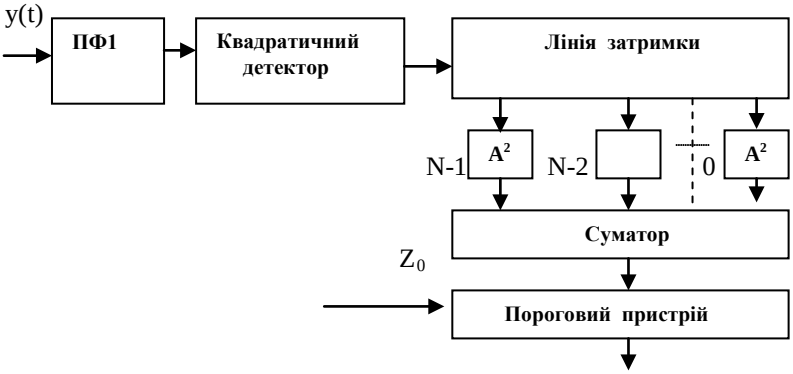


Рис.2.17.Структурна схема оптимального приймача виявлення некогерентної нефлуктуючої пачки слабих сигналів

На рис.2.17 зображено структурну схему оптимального приймача виявлення некогерентної нефлуктуючої пачки слабих сигналів, побудовану на основі співвідношення (2.119).

Структурна схема оптимального приймача виявлення некогерентної нефлуктуючої пачки сильних сигналів зображена на рис.2.18.

Неточне виконання оптимального сумування в деталях (заміна квадратичного сумування лінійним і зворотньо), як показали дослідження, суттєво не впливають на рівень порогового сигналу, необхідного для забезпечення заданих $\mathbf{P_{х.т.}}$ та $\mathbf{P_{пр.в.}}$.

В радіолокаційних станціях з візуальною індикацією некогерентне накопичення відбувається на екрані індикатора з великим часом післясвічення. Таке накопичення за своїм ефектом наближується до квадратичного, хоч і відрізняється від оптимального.

Схеми оптимальних приймачів виявлення дружно флуктуючих некогерентних пачок імпульсів є такими ж , як і для нефлуктуючих некогерентних пачок імпульсів (як для слабих так і

для сильних сигналів).

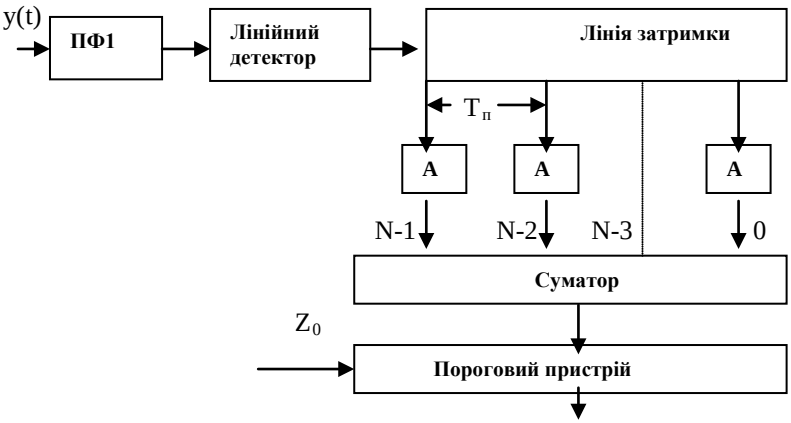


Рис.2.18. Структурна схема оптимального приймача виявлення некогерентної нефлуктуючої пачки сильних сигналів.

Схема оптимального приймача виявлення швидко флуктуючої некогерентної пачки має такий же вигляд , як і схема оптимального приймача виявлення флуктуючої некогерентної пачки для слабих сигналів. Різниця буде лише в значеннях вагових коефіцієнтів відеосуматора.

Як показують результати досліджень, дроблення сигналу при некогерентній обробці викликає енергетичні втрати (збільшення порогової енергії кожного імпульса) порівняно до випадку когерентної обробки. При цьому втрати зростають при збільшені **N -** числа імпульсів у пачці.

2.7. ВИЯВЛЕННЯ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ.

В радіоастрономії, в радіорозвідці, в пасивній локації, в біоелектроніці інформація про джерело випромінення або про деяке явище добувається з сигналу **y(t)** , який є реалізацією випадкового процесу. Це зумовлюється тим, що всі типи природних випромінювань фізичних об’єктів як теплового , так і не теплового походження є випадковими процесами, бо вони викликаються в процесі збудження дуже великого числа осциляторів . При цьому момент та інтенсивність збудження кожного осцилятора залежать від багатьох випадкових факторів. Тому в пасивній радіолокації

відбувається виявлення випадкового (шумоподібного) сигналу на фоні шумів.

Задача виявлення випадкового (радіотеплового) сигналу в загальному розв'язується аналогічно до задачі виявлення сигналів в радіолокації. На вході виявника діє адитивна суміш сигналу та шуму **y(t)=s(t)+n(t),** із цієї суміші необхідно оптимальним чином виділити сигнал **s(t).** Різниця у виявлені сигналу в активній радіолокації та в даному випадку полягає в тому, що радіотепловим сигналом є шумовий сигнал з нормальним розподілом миттєвих значень та з спектральною густиною, рівномірною в межах смуги пропускання приймача. Розв'язок задачі виявлення, як і в радіолокації, ставить за мету знаходження оптимальної структури виявника, визначення його параметрів та розрахунок характеристик виявлення. Оптимальна структура виявника визначається через відношення правдоподібності

$$L(y) = \frac{p_{s+n}(y)}{p_n(y)}, \qquad (2.121)$$

сигналу з шумом та шуму відповідно.

Описавши щільності де $\mathbf{p_{s+n}(y)}$ та $\mathbf{p_n(y)}$ – щільності розподілу імовірностей суміші розподілів імовірностей та провівши математичні перетворення , одержимо правило виявлення випадкового сигналу

$$Z = \int_0^{T_c} y(t) s_y(t) dt \geq Z_0, \qquad (2.122)$$

де $\mathbf{Z_0}$ – порогове значення, яке залежить від вибраного критерію оптимальності, а

$$s_y(t) = \int_0^{T_c} y(\theta)[\delta(t-\theta) - \frac{N_0}{2} K_y^{-1}(t,\theta)] d\theta. \qquad (2.123)$$

В (2.123) $K_y^{-1}(t_1, t_2)$ - обернена кореляційна функція **y(t).**

Співвідношення (2.123) визначає деяке лінійне перетворення **y(t)** , яке здійснюється з допомогою лінійного фільтра (в загальному випадку із змінними параметрами). Тому структурна схема виявника, який реалізує алгоритм (2.122) має вигляд, зображений на рис.2.19.

Структурна схема виявника випадкового сигналу повторює структурну схему виявника детермінованого сигналу з тою різницею, що опорний сигнал $\mathbf{s_y(t)}$ тепер формується не автономно,

а із сигналу спостереження **y(t),** пропущеного через лінійний фільтр, який повинен бути ідеальним фільтром нижніх частот із смугою пропускання $\mathbf{F_в}$ та підсиленням в смузі пропускання

$$P_s/(P_s + N_0 F_в).$$

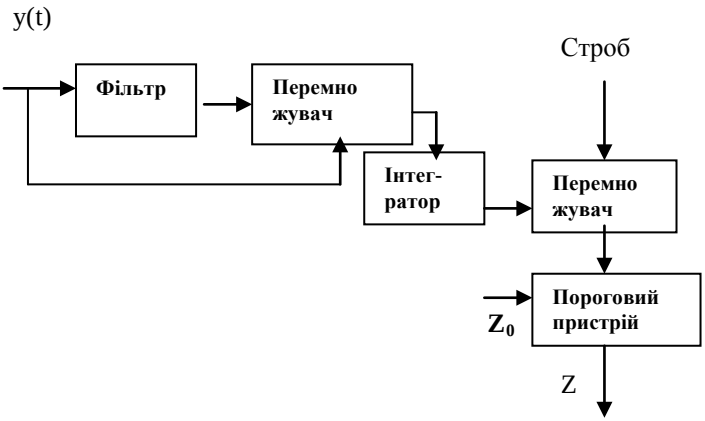


Рис.2.19. Структурна схема виявника випадкового сигналу.

2.8.КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1. Як формулюється задача виявлення повністю відомого сигналу?
2. Що таке функція правдоподібності, як вона визначається?
3. Що таке відношення правдоподібності, як воно визначається ?
4. Від яких величин залежать імовірність правильного виявлення та імовірність хибної тривоги ?
5. Чи залежать якісні показники виявлення від форми сигналу?
6. Який критерій оптимальності виявлення сигналу називається критерієм Неймана – Пірсона?
7. Коли використовується критерій оптимальності Неймана Пірсона
8. Які параметри прийнятих сигналів і чому їх треба вважати

невідомими в загальному випадку виявлення об'єкта?

9. Як впливає незнання (випадковість) таких параметрів сигналу як початкова фаза і флуктуюча амплітуда на якісні показники виявлення?

10. Яка імовірність пропуску детермінованого сигналу, якщо значення параметра $\mathbf{q}^2$ та нормованого порога $\mathbf{q_o}^2$ є однаковими?

11.Використовуючи характеристики виявлення для повністю відомого сигналу та сигналу з випадковою початковою фазою, оцініть втрати в енергії порогового сигналу, викликані незнанням початкової фази сигналу при $P_{пр.в.}$=0.7 та $P_{х.т.}$=0.001.

12.Як змінюються якісні показники виявлення при збільшенні порогового рівня $\mathbf{Z_o}$?

13.Як реалізується накопичення імпульсів при виявлені сигналів у вигляді когерентних пачок імпульсів?

14.Де і яким чином відбувається накопичення імпульсів при виявленні сигналів у вигляді пачок імпульсів радіолокаційними системами з індикаторами кругового огляду (індикаторами з яскравісною відміткою)?

15.Визначити імовірність правильного виявлення прямокутного радіоімпульса з параметрами: амплітуда A=1 В, тривалість T_c=1 мкс, частота f_o=200 МГц, початкова фаза φ_o=37 градусів на фоні білого гаусівського шуму , який на опорові величиною в 1 Ом виділяє в смузі частот 1 МГц потужність $P_ш$=10 мВт. Імовірність хибної тривоги при цьому є рівною $P_{х.т.}$= 0.1.

16.Для умов попередньої задачі нарисувати структурну схему оптимального виявника.

17.Які критерії оптимальності використовуються в задачах виявлення сигналів ?

18. Що треба змінити в структурній схемі оптимальноговиявника при зміні критерію оптимальності виявлення сигналу ?

19.Чому дорівнює імовірність хибної тривоги при виявленні точно відомого сигналу на фоні білого гаусівського шуму, якщо порогову напругу вибрати рівною ефективній напрузі шуму ?

20.Від чого залежить відношення сигнал/шум на виході оптимального виявника сигналу ?

21.Як треба збільшити потужність точно відомого сигналу, якщо необхідно зменшити імовірність хибної тривоги з 10^{-4} до 10^{-7} при виявленні в середньому чотирьох імпульсів з п’яти ?

3.РОЗРІЗНЕННЯ СИГНАЛІВ

3.1.ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Виявлення сигналів є основною задачею, яку розв'язують радіолокаційні системи, встановлюючи наявність чи відсутність об'єкта в заданій ділянці простору. В радіотехнічних системах передачі інформації, як правило, час роботи системи та основні параметри сигналів, за допомогою яких передається інформація, зазделегідь відомі. Тому основною задачею таких систем є задача розрізнення сигналів, розв'язуючи яку добувають інформацію, яка міститься в параметрах, або у самому вигляді сигналу.

Дійсно, підчас передавання дискретних повідомлень певному елементарному дискретному повідомленню ставиться у відповідність певний зазделегідь відомий сигнал. Як дискретне повідомлення можна розглядати слово, яке складається з **n** букв (**n**-довжина слова). Це слово утворюється як послідовність окремих букв (символів), в чергувані яких і відображається інформація, яку необхідно передати. В слові безмежної довжини можна вирізнити певне число різних букв (символів), які утворюють алфавіт з **m** букв. Число букв (символів) в алфавіті **m** може бути різним. Так в українській мові вирізняємо 32 букви (**m** = 32). При передачі цифрових повідомлень вирізняють два символи (**m**=2) —“0” та “1”. Тоді інформація кодується за допомогою алфавіту з таких символів і передається у вигляді послідовності елементарних сигналів. В результаті цього на вхід приймача надходять один за одним ці сигнали, форма яких повністю відома, відомо якому символу вони відповідають. Невідомим залишається лише те, який саме сигнал в даний момент часу надійшов на вхід приймача. Тому приймач не повинен точно відтворювати форму сигналу , а лише встановлювати, який саме сигнал (з **m** можливих елементарних сигналів, що утворюють алфавіт) надходить протягом інтервала часу **t□ ÷ □t+T$_c$** (де **T$_c$** - тривалість елементарного сигналу) на вхід приймача. Щоб одержати на виході приймача інформацію без помилок, необхідно розпізнати, які саме сигнали і в якій послідовності передавались у каналі зв'язку. Пам'ятаючи , яким сигналам ставились у відповідність певні символи, відновимо послідовність переданих символів і зміст повідомлення.

Якщо інформація передається двома символами і одному з цих символів відповідає сигнал **s(t) ,** а другому — пауза, то задача приймання і розрізнення таких сигналів зводиться до задачі

виявлення сигналу **s(t).**

Це свідчить про те, що задача виявлення сигналів на фоні шумів є частковим випадком задачі розрізнення двох сигналів. Оскільки для задач розрізнення часто найбільш обгрунтованим є застосування критерію ідеального спостерігача, відповідно до якого мінімізується повна імовірність помилки при прийманні елементарного сигналу $\mathbf{P_{пох}}$, то весь подальший аналіз буде проводитись з використанням власне цього критерію.

3.2.РОЗРІЗНЕННЯ ДЕТЕРМІНОВАНИХ СИГНАЛІВ

Нехай прийнята суміш сигналу та шуму (процес спостереження) є сумою

$$y(t) = \Theta s_1(t) + (1-\Theta)\, s_2(t) + n(t), \qquad 0 < t < T_c, \quad (3.01)$$

де **n(t)** —гаусівський білий шум; $s_1(t)$ і $s_2(t)$ - детерміновані сигнали.

Невідомий параметр **Θ** може приймати одне з двох значень: **Θ =1**, коли присутнім є перший сигнал $s_1(t)$, або **Θ =0**, коли присутнім є другий сигнал $s_2(t)$. Апріорні імовірності присутності кожного з сигналів вважаються відомими. На основі прийнятої реалізації **y(t)** необхідно визначити, яке значення має параметр **Θ,** тобто який саме з сигналів $s_1(t)$ чи $s_2(t)$ є в прийнятій реалізації **y(t)**.

Таким чином ставиться задача перевірки двох альтернативних гіпотез: **Ho** - в реалізації **y(t), 0<t<T_c**, є сигнал $s_2(t)$, тобто **Θ=0,** і H_1- в реалізації **y(t)** є сигнал $s_1(t)$, тобто **Θ**=1. Апріорні імовірності кожної з гіпотез $P(H_o)$ та $P(H_1) = 1-P(H_o)$ вважаються відомими зазделегідь.

Для апостеріорних імовірностей гіпотез легко виводяться наступні співвідношення

$$P(H_1/s_1)=kP(H_1)\exp\{-(E_1/N_o)+(2/N_o)\int_0^{T_c} y(t)s_1(t)dt\}, \quad (3.02)$$

$$P(H_o/s_2)=kP(H_o)\exp\{-(E_2/N_o)+(2/N_o)\int_0^{T_c} y(t)s_2(t)dt\}, \quad (3.03)$$

де $E=\int_0 [s_1(t)]^2\,dt$, $E_2=\int_0 [s_2(t)]^2\,dt$. **(3.04)**

Відповідно до критерію ідеального спостерігача вважається, що справедливою є гіпотеза $\mathbf{H_1}$, якщо виконується нерівність

$$\frac{P(H_1/s_1)}{P(H_o/s_2)}=\frac{P(H_1)}{P(H_o)}\exp\{-[(E_1-E_2)/N_o]+(2/N_o)\int_0^{T_c} y(t)[s_1(t)-s_2(t)]dt\}>1. \quad \textbf{(3.05)}$$

Звідси отримуємо

$$L=\frac{2}{N_0}\int_o^{T_c} y(t)[s_1(t)-s_2(t)]dt \geq \ln\frac{P(H_0)}{P(H_1)}+\frac{E_1-E_2}{N_0}=h. \qquad \textbf{(3.06)}$$

Система передавання двійкових сигналів називається симетричною, якщо виконуються наступні умови:

$P(H_1)=P(H_o)=0.5$; $E_1=E_2=E$; $P(s_1/s_2)=P(s_2/s_1)$, h=0, **(3.07)**

де умовні імовірності $P(s_i/s_j)$ визначаються співвідношенням (3.15).

Для симетричної системи формула (3.06) спрощується

$$L=\frac{2}{N_0}\int_0^{T_c} y(t)[s_1(t)-s_2(t)]dt \geq 0 \qquad \textbf{(3.08)}$$

Таким чином для симетричної системи на основі критерію ідеального спостерігача одержують наступне правило розрізнення двох детермінованих сигналів. Приймається рішення про наявність сигналу $s_1(t)$, якщо $L > 0$; при $L< 0$ приймається рішення про наявність сигналу $s_2(t)$.

На рис.3.1 зображено дві схеми оптимального приймача для розрізнення двох детермінованих сигналів: з використанням погоджених фільтрів та кореляторів. Перша з них складається з двох лінійних фільтрів, погоджених з сигналами $s_1(t)$ та $s_2(t)$ відповідно, пристрою віднімання та порогового пристрою. Друга схема складається з двох кореляторів, які забезпечують обчислення двох взаємокореляційних функцій між прийнятою реалізацією **y(t)** та

сигналами $\mathbf{s_1(t)}$ і $\mathbf{s_2(t)}$ відповідно. Різницева напруга з пристрою віднімання надходить на пороговий пристрій, в якому відбувається визначення знаку вихідної напруги. Якщо вихідна напруга додатня, приймається рішення про наявність сигналу $\mathbf{s_1(t)}$**,** коли ж вихідна напруга від'ємна , то приймається рішення про наявність сигналу $\mathbf{s_2(t)}$**.**

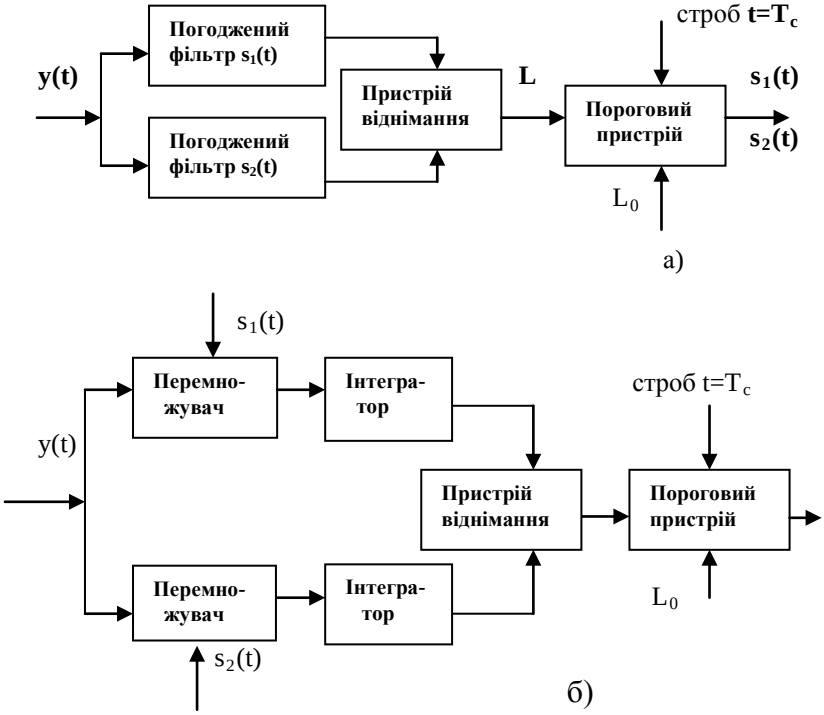


Рис.3.1.Структурні схеми розрізнювачів двох сигналів.

Використавши ту ж методику, що і в параграфі 2.2.5, обчислимо імовірність помилки.

Вважаємо, що на вході присутній сигнал $\mathbf{s_1(t)}$**,** тобто $\mathbf{y(t)= s_1(t) + n(t)}$**.**

Тоді випадкова величина

$$\mathbf{L=L_1=(2/N_0)\int^{T_c} [s_1(t)+n(t)] \quad [s_1(t)-s_2(t)] \quad dt}$$

(3.09)

буде мати нормальний закон розподілу імовірностей $\mathbf{p(L_1)}$ з такими числовими характеристиками

$$\mathbf{m_1=M\{L_1\}=(2E/N_o)(1-r_s);\qquad D_1=\sigma_1^2=M\{L_1^2\}-m_1^2=(4E/N_o)(1-r_s).}$$

(3.10)

Величину $\mathbf{r_s=(1/E)\int_0^{T_c} s_1(t)s_2(t)\,dt}$ **(3.11)**

називають коефіцієнтом взаємної кореляції між сигналами $\mathbf{s_1(t)}$ та $\mathbf{s_2(t)}$.

Якщо на вході є присутнім сигнал $\mathbf{s_2(t)}$, тобто $\mathbf{y(t) = s_2(t)+n(t)}$, то випадкова величина

$$\mathbf{L = L_2 = (2/No)\int_0^{T_c}[s_2(t)+n(t)]\,[s_1(t)-s_2(t)]\,dt}$$

(3.12)

має нормальний закон розподілу імовірностей $\mathbf{p(L_2)}$ з числовими характеристиками

$$\mathbf{m_2=M\{L_2\}=(2E/N_o)(1-r_s);\quad D_2=\sigma_2^2=M\{L_2^2\}-m_2^2=(4E/N_o)(1-r_s).}$$

(3.13)

Щільності розподілів імовірностей $\mathbf{p(L_1)}$ та $\mathbf{p(L_2)}$ зображені на рис.3.2

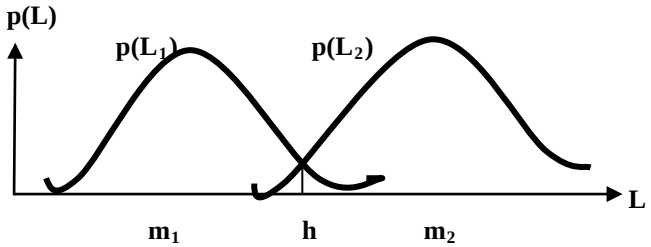


Рис.3.2. Щільності розподілів імовірностей випадкових величин $\mathbf{L_1}$ та $\mathbf{L_2}$

Позначимо через $\mathbf{P(s_1/s_2)}$ умовну імовірність того, що приймається рішення про наявність сигналу $\mathbf{s_1(t)}$ тоді, коли на вході є присутнім сигнал $\mathbf{s_2(t)}$, і через $\mathbf{P(s_2/s_1)}$ - умовну імовірність того, що приймається рішення про наявність сигналу $\mathbf{s_2(t)}$ тоді, коли на

вході є присутнім сигнал $s_1(t)$. Очевидно, що імовірність повної помилки дорівнює

$$P_{пох}=P(H_o)\quad P(s_1/s_2)+P(H_1)\quad P(s_2/s_1)\quad , \qquad (3.14)$$

де

$$P(s_1/s_2)=\int_{h}^{\infty} p_2(L)\ dL\ ;\ P(s_2/s_1)=\int_{-\infty}^{h} p_1(L)\ dL. \qquad (3.15)$$

Підставивши в (3.14) значення апріорних імовірностей з (3.07), визначаємо імовірність повної помилки

$$P_{пох}=0.5\ \{\int_{h}^{\infty} p_2(L)\ dL+\int_{-\infty}^{h} p_1(L)\ dL\}. \qquad (3.16)$$

Відповідно до (3.08) тут треба підставити **h=0.** Таке значення **h** можна також одержати з умови мінімуму повної помилки як результат розв'язку рівняння $dP_{пох}/dh=0$ В результаті обчислень одержуємо значення імовірності помилки при розрізнені двох детермінованих сигналів

$$P_{пох}=1-\Phi\{\sqrt{\frac{E}{N_0}(1-r_s)}\ \},\qquad (3.17)$$

Таким чином обчислення імовірності повної помилки для детермінованих сигналів з однаковими енергіями і при відомому відношенні сигнал/шум зводиться до визначення коефіцієнта взаємної кореляції між сигналами. Оскільки інтеграл імовірності **Ф(х)** є монотонно зростаючою функцією аргумента, то при однаковому відношенні сигнал/шум найбільшу завадостійкість (меншу імовірність помилки $P_{пох}$) забезпечують сигнали, коефіцієнт взаємної кореляції яких є мінімальним.

Коефіцієнт взаємної кореляції r_s може змінюватися від -1 (при $s_1(t) = - s_2(t)$) до +1 (коли $s_1(t)=s_2(t)$). У випадку, коли $r_s = 0$, говорять, що сигнали ортогональні. Очевидно, що однакові сигнали (коли $r_s=1$) неможливо розрізнити, і тому при однакових сигналах $P_{пох} = 1 - \Phi(0) = 0.5$.

Коли ж сигнали однакові за формою, але протилежні за знаком ($r_s= -1$), то їх легше розрізнити , ніж будь-які два інші сигнали (наприклад, ортогональні). На рис.3.3 зображено результати розрахунків якісних показників розрізнення двох сигналів за формулою (3.8).

$P_{пох}$

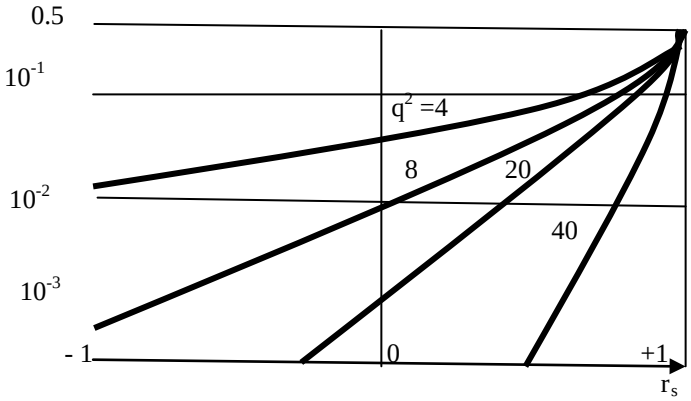


Рис.3.3. Якісні показники розрізнення двох детермінованих сигналів.

Криві, які характеризують залежність імовірності повної помилки $\mathbf{P_{пох}}$ від відношення сигнал/шум при оптимальних методах приймання детермінованих сигналів, називаються кривими потенційної завадостійкості. Ці криві є різними при різних видах маніпуляції.

3.2.1.РОЗРІЗНЕННЯ АМПЛІТУДНО-МАНІПУЛЬОВАНИХ СИГНАЛІВ

При амплітудній маніпуляції

$$\mathbf{s_1(t) = A_m \cos(\omega t+\varphi),\ 0 < t < T_c;}$$
$$\mathbf{s_2(t) = 0,\qquad 0 < t < T_c.}$$
(3.18)

В даному випадку необхідно розв'язати задачу оптимального виявлення сигналу на фоні шуму за критерієм ідеального спостерігача.

Підставляючи в формулу (3.09) та (3.12) $\mathbf{s_2(t) = 0}$ визначимо, що закони розподілу випадкових величин $\mathbf{L_1, L_2}$ є нормальними з наступними середніми значеннями та дисперсіями:

$$\mathbf{m_1 = 2E/N_o;\ \ D_1 = 2E/N_o;\ \ m_2 = 0;\ \ D_2 = 2E/N_o;\ \ E = A_m^2 T_c/2}.$$

Вважатимемо апріорні імовірності наявності та відсутності

сигналу однаковими та рівними 0.5. Тоді за формулою (3.16) одержуємо вираз для імовірності повної помилки

$$P_{пох} = 0.5\{\frac{1}{\sqrt{\frac{2\pi E}{N_0}}}\int_h^{\infty}\exp[-\frac{q^2 N_0}{4E}]dq +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi E}{N_0}}}\int_h^{\infty}\exp[-\frac{(q-\frac{2E}{N_0})^2 N_0}{4E}]dq\}$$

Значення оптимального порога **h** визначаємо з умови $\mathbf{dP_{пох}/dh=0}$ або за формулою (3.06): $\mathbf{h=E/No=(m_1-m_2)/2}$. Порогове значення визначається як абсциса точки перетину щільностей розподілів імовірностей $\mathbf{p(L_1)}$ та $\mathbf{p(L_2)}$.

Тоді імовірність помилки мінімальна і дорівнює

$$P_{пох} = 1 - \Phi(0.5\sqrt{\frac{2E}{N_0}}). \qquad (3.19)$$

3.2.2.РОЗРІЗНЕННЯ ЧАСТОТНО-МАНІПУЛЬОВАНИХ СИГНАЛІВ

При частотній маніпуляції використовуються два гармонічних сигнали однакової тривалості з однаковими амплітудами, але з різними частотами.

$\mathbf{s_1(t)=A_m \cos(\omega_1 t+\varphi_1),\ 0 < t < T_c;}$

$\mathbf{s_2(t)=A_m \cos(\omega_2 t+\varphi_2),\ 0 < t < T_c.}$ **(3.20)**

Згідно з (3.11) при $\varphi_1=\varphi_2$

$$\mathbf{r_s= [\sin(\omega_2 - \omega_1)T_c] / [(\omega_2 - \omega_1)T_c].}$$

Коефіцієнт взаємної кореляції мінімальний при $\mathbf{(\omega_2 - \omega_1)T_c=}$

1.5π□ і дорівнює $\mathbf{r_s = -0.21}$. Однак на практиці звичайно виконується умова $\mathbf{(\omega_2 - \omega_1)T_c >> 1}$. Тому можна вважати, що $\mathbf{r_s=0}$ і тоді імовірність помилки згідно (3.17) дорівнює

$$P_{пох} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}\right) \quad . \qquad \textbf{(3.21)}$$

3.2.3.РОЗРІЗНЕННЯ ФАЗО-МАНІПУЛЬОВАНИХ СИГНАЛІВ

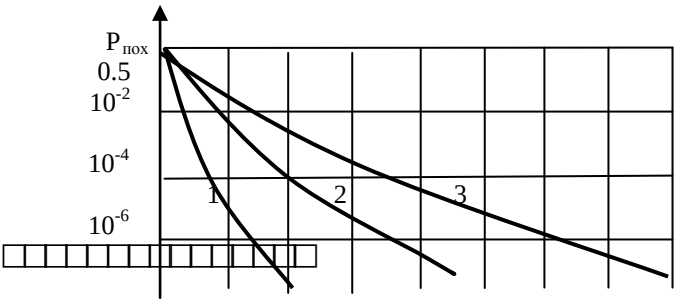
При фазовій маніпуляції використовуються сигнали

$\mathbf{s_1(t) = A_m \cos\omega t, \qquad 0 < t < T_c;}$
$\mathbf{s_2(t) = A_m \cos(\omega t+\pi) = - A_m \cos\omega t, \qquad 0 < t < T_c.}$ **(3.22)**

Для таких сигналів $\mathbf{r_s = -1.}$ **І**мовірність помилки згідно (3.17) дорівнює

$$P_{пох} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right). \qquad \textbf{(3.23)}$$

На рис 3.4 зображено графіки залежностей, розрахованих за формулами (3.19)-3, (3.21) - 2 та (3.23) - 1 .



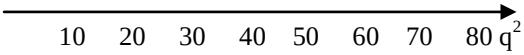


Рис.3.4. Залежності величини помилки розрізнення двох детермінованих сигналів від виду маніпуляції.

Із наведених графіків видно, що при одній і тій же енергії елементарних сигналів (а не при однаковій середній енергії) із трьох розглянутих видів маніпуляції найбільшу потенційну завадостійкість має фазова маніпуляція, а найменшу —амплітудна.

Наведені на рис.3.4. залежності характеризують потенційну завадостійкість.

В реальних системах реалізувати ідеальне когерентне приймання сигналів не вдається із-за впливу випадкових дестабілізуючих факторів на фазу і амплітуду сигналу. Тому реальна завадостійкість при розглянутих умовах (завада – білий гаусівський шум) завжди є нижчою порівняно до потенційної.

3.3. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1. Як формулюється задача розрізнення двох детермінованих сигналів?

2. Які сигнали називаються ортогональними?

3. Які сигнали називаються протилежними?

4. Як оцінюється якість розрізнення сигналів?

5.Розрахуйте імовірність помилки розрізнення двох сигналів однакової тривалості при амплітудній, частотній та фазовій маніпуляції, коли відношення сигнал/шум на виході приймача дорівнює 60.

6.Поясніть причину неоднакової завадостійкості сигналів з амплітудною, частотною та фазовою маніпуляцією.

7. Як визначається коефіцієнт взаємокореляції між двома

сигналами?

8.Якої величини може бути коефіцієнт взаємокореляції?

9. Який вид маніпуляції сигналів забезпечує найбільшу завадостійкість?

10.У скільки разів можна зменшити енергію кожного з двох детермінованих сигналів з однаковою енергією, коли коефіцієнт взаємної кореляції між ними дорівнює 0.5, якщо замінити їх на протилежні?

Якою буде відповідь, якщо коефіцієнт взаємної кореляції дорівнює 0.33, 0.2, -0.33 ?

4. РОЗДІЛЕННЯ СИГНАЛІВ

4. 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Однією з найважливіших тактичних характеристик радіолокаційної системи є її роздільна здатність.

Роздільною здатністю називають здатність системи окремо виявляти і вимірювати координати та параметри руху близько розміщених об'єктів. Кількісною мірою роздільної здатності системи за певною координатою (чи параметром руху): віддаллю, радіальною швидкістю, азимутом, кутом місця є мінімальна різниця $\Delta\Theta = \Theta_2 - \Theta_1$ значень вимірюваної координати (або параметра руху) двох близько розміщених об'єктів з однаковими значеннями інших координат та параметрів руху, за якої можливе окреме виявлення обєктів і вимірювання координат Θ_1 та Θ_2 із заданими якісними показниками.

Роздільна здатність включає в собе поняття про розділення сигналів, які відбиваються (перевипромінюються) різними об'єктами, що дає можливість визначити чи в даній точці простору є один об'єкт чи більше об'єктів (цілей).

Якщо шуми відсутні та форма сигналу в точці приймання точно відома, то два відбиті сигнали від двох нерухомих точкових цілей. в принципі, завжди можна виділити із складного відбитого сигналу, незалежно від того, як близько цілі розміщені в просторі, хоча практично зробити це досить важко. Через наявність шуму на вході приймача неможливо розділити відбиті сигнали від двох цілей, віддаль між якими є меншою від деякої мінімальної.

Ця мінімальна віддаль — роздільна здатність системи — залежить від форми прийнятих сигналів, ширини їх спектра, від тривалості сигналів (в часі або за іншим параметром) на виході приймача.

Очевидно, чим нижчим є рівень перетину головних піків відбитих сигналів на виході оптимального приймача, тим легше їх розділити. На рис. 4.1 показано графіки, які пояснюють це положення для випадку розділення за часом запізнення сигналів відбитих від двох цілей, різниця запізнення яких є Δt_1 і Δt_2. На графіках зображені модулі комплексних огинаючих сигналів для випадку, коли зондуючий сигнал є радіочастотним імпульсом з прямокутною огинаючою та тривалістю T_c.

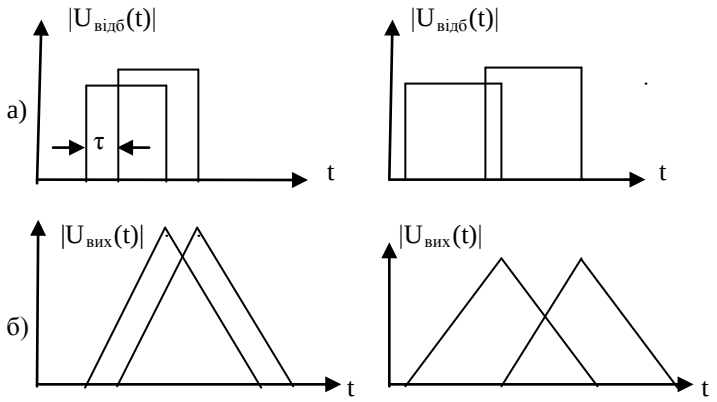


Рис. 4. 1.Огинаючі сигналів на вході приймача (а) і на виході оптимального фільтра (б) за різного їх перекритті в часі.

4.1.1. ФУНКЦІЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ЗОНДУЮЧОГО СИГНАЛУ.

Для визначення властивостей сигналів недостатньо знати їх часові та частотні характеристики, але також треба знати кореляційні характеристики цих сигналів. Суть останніх можна пояснити так.

Вважатимемо, що в просторі є дві точкові цілі, віддаль до яких від РЛС відповідно дорівнює $\mathbf{R_1}$ та $\mathbf{R_2}$. Вважатимемо також, що ці цілі рухаються з радіальними швидкостями $\mathbf{V_{рад\ 1}}$ та $\mathbf{V_{рад\ 2}}$ відповідно.

Якщо різницю віддалей позначити як $\mathbf{\Delta R = R_1 - R_2}$, а різницю швидкостей як $\mathbf{\Delta V = V_{рад1} - V_{рад2}}$, то сигнали, відбиті від цих цілей, можна записати в комплексному вигляді в такий спосіб:

$$U_1(t) = U_0(t)e^{j\omega_0 t},$$

$$U_2(t) = U_0(t-\tau)e^{j\omega_0(t-\tau)}e^{-j\omega_\partial(t-\tau)}, \qquad \textbf{(4.01)}$$

де $\tau = \dfrac{2\Delta R}{c}, f_\partial = \dfrac{2\Delta V_{рад}}{\lambda}.$

У (4.01) для спрощення аналізу віддаль та швидкість першої цілі прирівняно до нуля. Тому τ та $\mathbf{f_д}$ є відповідно часом запізнення та доплерівським зсувом частоти другого сигналу щодо першого. Необхідно встановити ступінь відмінності цих сигналів, тобто треба

визначити міру розрізнення цих сигналів. Зручною мірою є інтеграл від квадрата модуля різниці сигналів $\mathbf{U_1(t)}$ та $\mathbf{U_2(t)}$

$$\varepsilon^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [U_1(t) - U_2(t)]^2 \quad dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[U_0(t)e^{j\omega_0 t} - U_0(t-\tau)e^{j\omega_0(t-\tau)}e^{-j\omega_0(t-\tau)}\right]^2 \; dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[U_0(t)e^{j\omega_0 t} - U_0(t-\tau)e^{j\omega_0(t-\tau)}e^{-j\omega_o(t-\tau)}\right]\times$$

$$\left[U_0^*(t)e^{-j\omega_0 t} - U_0^*(t-\tau)e^{-j\omega_0(t-\tau)}e^{j\omega_o(t-\tau)}\right]dt = \qquad \textbf{(4,02)}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [U_0(t)]^2 dt - \int_{-\infty}^{\infty} U_0(t)U_0^*\;(t-\tau)e^{j\omega_0\tau}e^{j\omega_0(t-\tau)}dt -$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} U_0^*(t)U_0(t-\tau)e^{-j\omega_0\tau}e^{-j\omega_o(t-\tau)}dt +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \left| \; U_0(t-\tau) \; \right|^2 dt = 2E_u - 2\,\mathrm{Re}\left\{ e^{j(\omega_0-\omega_o)\tau} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(t)U_0^*(t-\tau)e^{j\omega_o t}dt \right\}.$$

Модуль від інтеграла (4.02), який є функцією змінних $\boldsymbol{\tau}$ та $\mathbf{f_д}$ позначають через $\boldsymbol{\chi'(\tau, f_д)}$ і називають функцією невизначеності.

$$\boldsymbol{\chi'(\tau, f_д) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U_0(t)U_0^*(t-\tau)e^{j\omega_o t}dt \right|} \qquad \textbf{(4.03)}$$

Функція невизначеності (4.03) з точністю до сталих, які характеризують момент появи та амплітуду відбитого сигналу, збігається з огинаючою сигналу на виході оптимального приймача (оптимального фільтра).

Функція невизначеності при $\boldsymbol{\tau = 0}$ та $\mathbf{f_д = 0}$ досягає свого максимального значення, що дорівнює

$$\boldsymbol{\chi'(0,0) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} [U_0(t)]^2 dt \right] = E_u.} \qquad \textbf{(4.04)}$$

Тому нормована функція невизначеності дорівнює

$$\chi(\tau, f_\partial) = \frac{\chi^*(\tau, f_\partial)}{\chi^\bullet(0,0)} = \frac{1}{E_u}\left[\int_{-\infty}^{\infty} U_0(t)U_0^*(t-\tau)e^{j\omega_\partial t}dt\right] \quad . \qquad \textbf{(4.05)}$$

У точці $\tau = 0$, $f_д = 0$, $\chi(0,0) = 1$.

Фізичний зміст функції невизначеності можна пояснити так: дві цілі, відбиті сигнали від яких відрізняються запізненням τ та доплерівським зсувом частоти $f_д$, неможливо розділити, якщо $\chi(\tau, f_д)$ мало відрізняється від одиниці.

Якщо від комплексної огинаючої сигналу перейти до спектральної характеристики комплексної огинаючої, то можна одержати вираз для функції невизначеності в термінах $S_0(jf)$

$$\chi(\tau, f_\partial) = \frac{1}{E_u}\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_0(f)S_0^*(f - f_\partial)e^{j\omega\tau}df\right] \qquad \textbf{(4.06)}$$

Функція невизначеності має велике значення для теорії складних сигналів, теорії розділення сигналів та оцінки їх параметрів.

Функція $\chi(\tau, f_д)_{f_д=0} = \chi(\tau, 0)$ називається функцією автокореляції зондуючого сигналу. Умова $f_д = 0$ означає, що обидві точкові цілі мають однакові швидкості (або що частота прийнятого сигналу та частота настроювання оптимального фільтра збігаються).

Функція автокореляції $\chi(\tau, 0)$ є перерізом функції невизначеності площиною $f_д = 0$. Функція автокореляції зондуючого сигналу з точністю до сталих, які характеризують момент появи відбитого сигналу та його амплітуду, збігається з огинаючою сигналу на виході фільтра, погодженого з вхідним сигналом.

Функція автокореляції $\chi(\tau, 0)$ характеризує мінімальну віддаль між двома точковими цілями, коли відбиті від них сигнали ще можна розділити.

Функція $\chi(\tau, f_д)_{\tau=0} = \chi(0, f_д)$ називається функцією автокореляції за частотою сигналу. Вона представляє собою переріз функції невизначеності площиною $\tau = 0$.

Функція $\chi(0, f_д)$ з точністю до сталих, які визначають момент появи сигналу та його амплітуду, характеризує зміну огинаючої сигналу на виході оптимального фільтра в момент часу $\tau = 0$ за зміни доплерівського зсуву частоти відбитого сигналу. Ця функція також характеризує мінімальну різницю у швидкостях (різницю доплерівських зсувів частот) двох точкових об'єктів, які знаходяться на однаковій віддаллі від РЛС, коли відбиті від цих об'єктів сигнали можуть бути розфільтровані (розділені за частотою).

Оскільки функція невизначеності є функцією двох величин: часу

запізнення **τ** та частотного зсуву $\mathbf{f_д}$, то її графічне зображення можна побудувати лише в тривимірній системі координат, що часто викликає значні труднощі. Тому для описання властивостей функції невизначеності використовують так звані топографічні перерізи функції невизначеності. Топографічний переріз одержується шляхом перерізу функції невизначеності площиною, паралельною площині $(\tau, f_д)$ на рівні **α** = 0.5. Область функції невизначеності, яка перевищує рівень **α** = 0.5, називається областю сильної кореляції, решта області – областю слабкої кореляції.

Функція невизначеності прямокутного радіочастотного імпульсу описується виразом

$$\chi(\tau, f_\partial) = \left| \frac{\sin \pi f_\partial (T_c - |\tau|)}{\pi f_\partial T_c} \right|, \quad -T_c \le \tau < T_c, \ .$$

Топографічний переріз функції невизначеності прямокутного радіоімпульсу тривалістю $\mathbf{T_c}$ (його ще називають діаграмою невизначеності) зображений на рисунку 4.2.

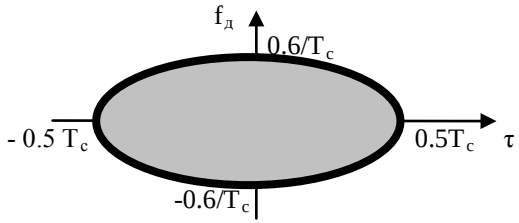


Рис.4.2.Діаграма невизначеності прямокутного радіоімпульсу.

Функція невизначеності радіоімпульсу з внутрішньоімпульсною лінійною частотною модуляцією (ЛЧМ-сигналу) з параметрами : тривалість сигналу $\mathbf{T_c}$, девіація частоти F_m, база сигналу
$\mathbf{B = T_c F_m >> 1}$, описується виразом

$$\chi(\tau, f_\partial) = \left[\frac{\sin[\pi(\frac{F_m \tau}{T_c} + f_\partial)(T_c - [\tau[)]}{\pi(\frac{F_m \tau}{T_c} + f_\partial) T_c} \right[, \ -T_c \le \tau \le T_c.$$

Топографічний переріз функції невизначеності ЛЧМ – сигналу

зображений на рисунку 4.3.

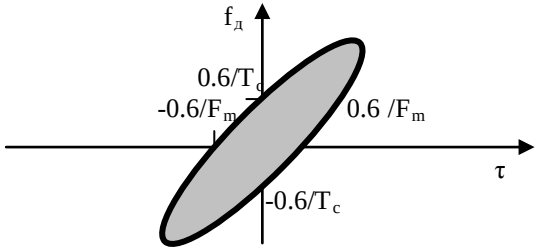


Рис.4.3.Діаграма невизначеності ЛЧМ – сигналу.

4. 2. ОЦІНКА РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ

Кількісною мірою роздільної здатності за відповідною координатою (часом запізнення чи зсувом частоти) може бути тривалість осей топографічного перерізу функції невизначеності на площині $\boldsymbol{\tau \div f_д}$**.**

Визначена в такий спосіб роздільна здатність називається релеєвською.

З аналізу функції невизначеності зрозуміло, що релеєвська роздільна здатність за часом запізнення пропорційна до тривалості зондуючого сигналу (у випадку простих сигналів) та обернено пропорційна до ширини спектра зондуючого сигналу (у разі складних сигналів).

Релеєвська роздільна здатність за частотою є обернено пропорційною до тривалості зондуючого сигналу (як у разі простих, так і у разі складних сигналів).

До простих сигналів відносяться одиночні радіоімпульси (з прямокутною чи гауссівською огинаючою), для яких база сигналу (добуток тривалості імпульсу на ширину його спектра) є величиною сталою і близькою до одиниці. Збільшення тривалості таких сигналів викликає зменшення їх ширини спектра. За зменшення тривалості імпульсу ширина спектра зростає.

Складні сигнали утворюються шляхом внутрішньоімпульсної модуляції за амплітудою, частотою чи фазою. Для таких сигналів тривалість імпульсу та його ширина спектра стають взаємно незалежними, в результаті чого можна за тієї самої тривалості імпульсу забезпечити будь-яку ширину його спектра. Добуток тривалості складних сигналів на ширину їх спектра є значно більшим від одиниці і може досягати декількох тисяч.

За оптимальної обробки складних сигналів у приймачі відбувається стиснення сигналу, в результаті чого тривалість сигналу на виході приймача є набагато коротшою від тривалості вхідного сигналу. Форма сигналу на виході оптимального приймача визначається функцією невизначеності сигналу, яка дає змогу оцінити роздільну здатність сигналу за часом запізнення та за доплерівським зсувом частоти.

4. 2. 1. РОЗДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ЗА ВІДДАЛЛЮ

Аналіз функцій невизначеності зондуючих сигналів дає змогу визначити роздільну здатність радіолокаційної системи, в якій цей зондуючий сигнал використовується.

Якщо домовитись вибирати відносний рівень перетину головних піків функцій невизначеності таким, що дорівнює 0.5, то справедливими будуть такі кількісні співвідношення для релеєвських роздільних здатностей за віддаллю:

для прямокутного радіочастотного імпульсу

$$\delta(\tau)=T_c\ ;\ \delta(R)=cT_c/2, \qquad (4.07)$$

де T_c - тривалість імпульсу в часі;

для когерентної пачки радіоімпульсів

$$\delta(\tau)=T_o\ ;\ \delta(R)=cT_o/2\ , \qquad (4.08)$$

де T_o- тривалість одного імпульсу пачки з **N** імпульсами, які повторюються через інтервал $T_п$;

для ЛЧМ-сигналу

$$\delta(\tau)=1.2/F_m;\quad \delta(R)=1.2\ c/2F_m, \qquad (4.09)$$

де F_m- девіація частоти сигналу;

для когерентної пачки ЛЧМ-сигналів

$$\delta(\tau)=1.2/F_m;\ \delta(R)=1.2\ c/2F_m; \qquad (4.10)$$

для складного фазоманіпульованого сигналу

$$\delta(\tau)=1/F=T_o;\quad \delta(R)=c/2F=cT_o/2, \qquad (4.11)$$

де **F**- ширина спектра фазоманіпульованого сигналу;

T_o-тривалість елементарного сигналу.

Складний фазоманіпульований сигнал складається з **N** елементарних сигналів тривалістю T_o. Завдяки цьому загальна тривалість складного фазоманіпульованого сигналу $T_c=NT_o$.

Релеєвська роздільна здатність не враховує впливу бокових пелюсток функції невизначеності, що є причиною неоднозначності відрахунку і утруднює розділення сигналів.У зв’язку з цим,

вводиться інша характеристика роздільної здатності, яка називається сталою розділення.

Стала розділення за часом запізнення сигналу визначається в такий спосіб:

$$\Delta\tau = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}[\chi(\tau,0)]^2 d\tau}{[\chi(0,0)]^2}. \qquad \textbf{(4.12)}$$

З (4.12) зрозуміло, що стала розділення за часом запізнення є величиною основи прямокутника з висотою, що дорівнює одиниці , та з площею, що дорівнює площі під квадратом функції автокореляції за часом запізнення , тобто величиною, що дорівнює

$$\int_{-\infty}^{\infty}[\chi(\tau,0)]^2 d\tau.$$

. На рис. 4.4 показані графіки, які пояснюють геометричний зміст сталої розділення за часом запізнення сигналу.

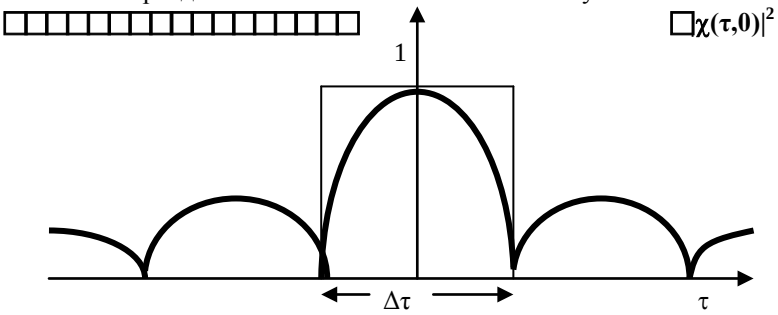


Рис.4.4. Визначення сталої розділення методом еквівалентного прямокутника.

Вираз (4.12) для сталої розділення за часом запізнення сигналу можна легко перетворити до такого вигляду:

$$\Delta\tau = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}[S_0(f)]^4 df}{\left[\int_{-\infty}^{\infty}[S_0(f)]^2 df\right]^2} = \frac{1}{F_{еф}}. \quad F_{еф} = \frac{(2E_s)^2}{\int_{-\infty}^{\infty}[S_0(f)]^4 df}, \qquad \textbf{(4. 13)}$$

де $\mathbf{S_0(f)}$ —комплексна огинаюча спектра зондуючого сигналу.

З наведених визначень сталої розділення за часом запізнення

сигналу стає очевидним, що при заданій ширині головного піка функції невизначеності стала розділення за часом запізнення сигналу буде тим менша, чим меншим є рівень бокових пелюстків функції автокореляції за часом запізнення. Тому стала розділення є більш об'єктивною оцінкою роздільної здатності, оскільки вона враховує і кореляційні властивості сигналу, або, іншими словами, інтенсивність (за квадратичним критерієм) бокових пелюстків функції автокореляції за часом запізнення сигналу.

Оскільки знаменник у виразі (4. 13) дорівнює квадрату енергії зондуючого сигналу $(2E_s)^2$, то стала розділення за часом запізнення не залежить від енергії зондуючого сигналу. Меншу сталу розділення за часом запізнення матиме той сигнал, в якого величина $\int[S_o(f)]^4\,df$ є мінімальною.

Це означає, що меншу сталу розділення за часом запізнення сигналу матиме сигнал з більшою ефективною шириною спектра $F_{еф}$. На основі цього можна сформулювати задачу знаходження оптимального сигналу за критерієм мінімуму сталої розділення сигналів із запізненням в часі або, що є еквівалентним, максимуму ефективної ширини спектра.

Задача формулюється так. Знайти сигнал з обмеженим спектром

$$[S_o(f)] = 0 \text{ для } |f| > F_m/2, \qquad (4.14)$$

який забезпечує мінімум (4. 13), тобто забезпечує максимальне значенняя $F_{еф}$.

Розв'язок сформульованої варіаційної задачі (4.14) показує, що оптимальним є сигнал, який в смузі частот $-F_m/2 < f < F_m/2$ має суцільний спектр сталої інтенсивності, тобто спектр з прямокутною огинаючою

$$|S_o(f)| = \text{const} \text{ для } -F_m/2 < f < F_m/2\,. \qquad (4.15)$$

З описаних в літературі складних сигналів найкраще умові оптимальності задовольняє ЛЧМ-сигнал з базою $B >> 1$.

Отже, критерію мінімуму сталої розділення за часом запізнення сигналу найкраще відповідає ЛЧМ - сигнал з прямокутною огинаючою та базою $B>>1$.

4. 2. 2. РОЗДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ЗА ШВИДКІСТЮ

Аналіз функцій невизначеності зондуючих сигналів дає змогу визначити роздільну здатність за швидкістю, яка вимірюється оцінкою доплерівських зсувів частоти.

Релеєвська роздільна здатність за частотою сигналу є обернено пропорційною до тривалості зондуючого сигналу, незалежно від того є сигнал простим чи складним.

Якщо домовитись вибирати відносний рівень перетину головних піків функції невизначеності таким, що дорівнює 0.5, то будуть справедливими такі кількісні співвідношення для релеєвських роздільних здатностей за частотою і швидкістю:

для прямокутного радіочастотного імпульсу

$$\delta(f_д) = 1.2/T_c\ ;\quad \delta(V_r) = 1.2\lambda/2T_c\ ; \qquad (4.16)$$

для когерентної пачки прямокутних радіочастотних імпульсів

$$\delta(f_д) = 1.2/NT_п\ ;\ \delta(V_r) = 1.2\lambda/2NT_п\ ; \qquad (4.17)$$

для ЛЧМ-сигналу

$$\delta(f_д) = 1.2/T_c\ ;\quad \delta(V_r) = 1.2\ \lambda/2T_c\ ; \qquad (4.18)$$

для когерентної пачки ЛЧМ-сигналів

$$\delta(f_д) = 1/NT_п\ ;\quad \delta(V_r) = 1.2\ \lambda/2NT_п\ ; \qquad (4.19)$$

для складного фазоманіпульованого сигналу

$$\delta(f_д) = 1.2/NT_o\ ;\ \delta(V_r) = 1.2\ \lambda/2NT_o. \qquad (4.20)$$

У цих формулах позначено:

T_c —тривалість імпульсу (сигналу);

T_o - тривалість елементарного імпульсу;

$T_п$- період повторення імпульсів;

λ —довжина хвилі зондуючого сигналу;

N - кількість імпульсів у пачці (кількість елементарних імпульсів у складному фазоманіпульованому сигналі).

Як і у разі роздільної здатності за часом запізнення, релеєвська роздільна здатність за частотою не враховує впливу бокових пелюстків функції невизначеності, що є причиною неоднозначності відрахунку і утруднює розділення сигналів. Для усунення цього недоліку використовують поняття сталої розділення за частотою.

Стала розділення за частотою Доплера визначається співвідношенням

$$\Delta f = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} [\chi(0, f_\partial]^2 df_\partial}{[\chi(0,0)]^2}. \qquad (4.21)$$

З (4.21) зрозуміло, що стала розділення за частотою Доплера є величиною основи прямокутника з висотою, що дорівнює одиниці, та площею, що дорівнює площі під квадратом функції автокореляції за доплерівським зсувом частоти

$$\int_{-\infty}^{\infty}[\chi(0, f_\partial)]^2 df_\partial \ .$$

З наведених визначень сталих розділення стає очевидним, що при заданій ширині головного піка функції невизначеності стала розділення за доплерівським зсувом частоти буде тим меншою, чим меншим є рівень бокових пелюстків функції автокореляції за частотним зсувом. Тому стала розділення є більш обєктивною оцінкою роздільної здатності за доплерівським зсувом частоти, оскільки вона враховує і кореляційні властивості сигналу на осі частотних зсувів.

Вираз (4.21) для сталої розділення за частотою легко перетворюється до вигляду

$$\Delta f_\partial = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}[U_0(t)]^4 dt}{\left[\int_{-\infty}^{\infty}[U_0(t)]^2 dt\right]^2} = \frac{1}{T_{еф}}, T_{еф} = \frac{(2E_s)^2}{\int_{-\infty}^{\infty}[U_0(t)]^4 dt}, \qquad (4.22)$$

де $\mathbf{U_o(t)}$**-** комплексна огинаюча сигналу.

Оскільки знаменник в (4.22) дорівнює квадрату енергії зондуючого сигналу $\mathbf{(2E_s)^2}$**,** то стала розділення за частотою не залежить від енергії зондуючого сигналу.

Меншу сталу розділення за частотою матиме той сигнал, в якого значення $\int \mathbf{[U_o(t)]^4\, dt}$ буде мінімальним .

Іншими словами, меншу роздільну здатність за частотою матиме сигнал з більшою ефективною тривалістю $\mathbf{T_{еф}}$**.**

На основі цього, задача знаходження оптимального сигналу за критерієм мінімуму сталої розділення за частотою формулюється в такий спосіб.

Розшукати сигнал, який має обмежену тривалість

$$\mathbf{[U_o(t)] = 0 \text{ для } |t| > T_c/2} \qquad \mathbf{(4.\ 23)}$$

і забезпечує мінімум (4.22) або максимум $\mathbf{T_{еф}}$, тобто

$\mathbf{\Delta f_д}$ - мінімум або $\mathbf{T_{еф}}$ — максимум . **(4. 24)**

Розв'язок сформульованої варіаційної задачі показує, що оптимальним є сигнал, який має на інтервалі $-T_c/2 < t < T_c/2$ огинаючу сталої величини, тобто сигнал з прямокутною огинаючою

$$|U_o(t)| = const \text{ для } -T_c/2 < t < T_c/2. \quad (4.25)$$

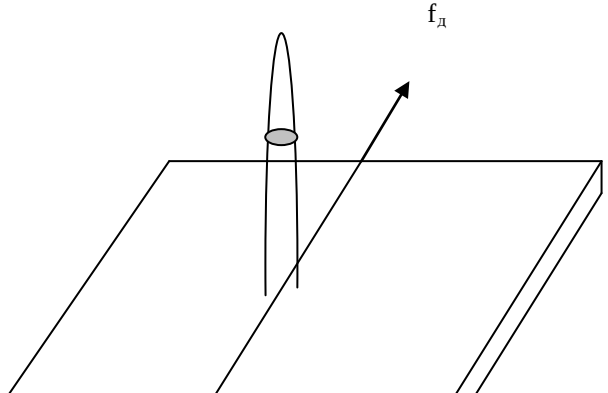
Цій умові задовольняє радіочастотний імпульс з прямокутною огинаючою і складний фазоманіпульований сигнал. ЛЧМ-сигнал також задовольняє умові (4.25). Однак, коли є два об'єкти з різними швидкостями, використання ЛЧМ-сигналу може викликати труднощі при їх розділенні за часом запізнення навіть у випадку різниці часів запізнення двох сигналів, більшої ніж $\Delta\tau$. Це пояснюється тим, що доплерівський зсув частоти викликає зміщення піка вкороченого сигналу (сигналу на виході погодженого фільтра для ЛЧМ-сигналу) на осі часу.

Наслідком цього може бути те, що сигнали від двох цілей, які добре розділяються за однакових швидкостей, будуть частково або і повністю перекриватися в часі за деякої різниці доплерівських зсувів частоти відбитих сигналів.

За сумісного розділення сигналів за часом запізнення і за частотним зсувом (тобто зарозділення сигналів, які відповідають як різним віддаллям так і їх різним швидкостям) ідеальним буде сигнал, головний пік якого має якнайменшу тривалість на обох осях τ та $f_д$ і нульовий рівень бокових пелюстків на всій площині $\tau \div f_д$. Цей сигнал має вигляд дельта функції в точці $\tau = f_д = 0$.

Створити сигнал з такою функцією невизначеності практично неможливо. Найкращим наближенням є фазоманіпульований сигнал з тілом невизначеності "кнопкового" типу. Тривалість головного піка функції невизначеності в часі та за частотою зміщення дорівнює відповідно T_o та $1.2/NT_o$ (на рівні 0.5), а середній відносний рівень бокових пелюстків на площині τ і $f_д$ не перевищує величину $\frac{0,5}{\sqrt{N}}$.

На рис. 4.5 зображено тіло невизначеності "кнопкового вигляду".



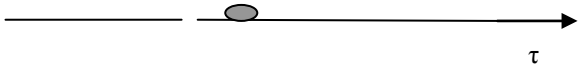


Рис.4.5.Тіло невизначеності “кнопкового” типу.

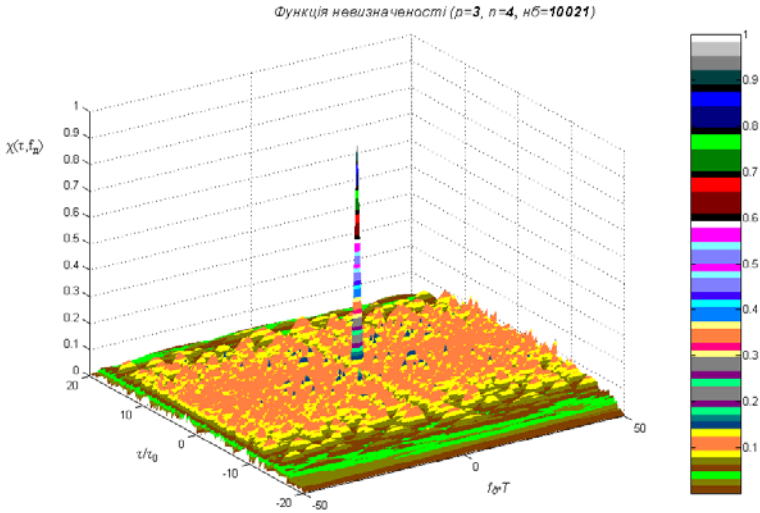


Рис.4.6. Функція невизначеності реального складного сигналу

З аналізу різних сигналів випливають такі числові значення сталих розділення за часом запізнення і за частотним зсувом:

для радіоімпульсу з прямокутною огинаючою

$$\Delta\tau = 2T_c/3,\ \Delta f_д = 1/T_c; \qquad (4.26)$$

для ЛЧМ-сигналу у вигляді радіоімпульсу з прямокутною огинаючою

$$\Delta\tau = 1/F_m,\ \Delta f_д = 1/T_c; \qquad (4.27)$$

для фазоманіпульованого сигналу, сформованого на базі М-послідовності

$$\Delta\tau=4T_o/3,\ \Delta f_д= 1/MT_o; \qquad (4.28)$$

для когерентної пачки з **N** прямокутних радіоімпульсів

$$\Delta\tau = \begin{cases} 2T_o/3, & N=1; \\ (2T_o/3)(4N^2+2)/6N = \sim 4NT_o/9, & N>1; \end{cases} \qquad (4.29)$$

$$\Delta f_д=1/NT_п .$$

4. 2. 3. РОЗДІЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ЗА КУТОВИМИ КООРДИНАТАМИ

Мірою розділення цілей за кутовою координатою α є мінімальна різниця кутових координат двох близько розташованих цілей $\Delta\alpha = \alpha_1-\alpha_2$ (з врахуванням того, що однаковими є значення інших координат), коли ще можливе окреме виявлення цих цілей і вимірювання їх координат α_1 та α_2 з заданими якісними показниками. Безпосереднє визначення цієї міри викликає значні труднощі. Обійти ці труднощі можна встановленням аналогії між роздільною здатністю за віддаллю, визначеною в попередньому параграфі, і роздільною здатністю за кутовою координатою для оглядової РЛС з амплітудним методом пеленгації. В такій РЛС визначення кутової координати відбувається поворотом високо-напрямленої антени. Коли антена повертається з положення α_1 до положення α_2 з кутовою швидкістю $V_{кут}$, то сигнал , прийнятий в момент часу, коли антена знаходилась в положенні α_2, запізнюється в часі щодо сигналу, прийнятого антеною, коли вона знаходилася в положенні α_1. Це дає можливість оцінювання кутової координати звести до оцінки часу запізнення сигналу з подальшим перерахунком її в оцінку кутової координати. При цьому відповідні потенційні точності вимірювання пов'язані між собою співвідношенням

$$\sigma_a=V_{кут}\sigma_\tau , \qquad (4.30)$$

де σ_a - потенційна точність (середньоквадратична похибка) вимірювання кутової координати;

σ_τ - потенційна точність вимірювання часу запізнення сигналу;

$\mathbf{V_{кут}}$ - кутова швидкість огляду простору за кутовою координатою.

Аналогічно пов'язані між собою і роздільні здатності РЛС за кутовою координатою та часом запізнення

$$\Delta\alpha = V_{кут} \square \Delta\tau. \quad (4.31)$$

Якщо в цю формулу підставити значення міри $\Delta\tau$, то одержимо відповідні до цієї міри роздільні здатності за кутовою координатою $\Delta\alpha$ різних (простих і складних) зондуючих сигналів.

Вважатимемо, що приймається сигнал зі сталою частотою заповнення і прямокутною огинаючою тривалістю T_c. Тоді $\Delta\tau = T_c$ і $\Delta\alpha = V_{кут} T_c = \Theta\alpha$, де $\Theta\alpha$-ширина діаграми напрямленості антени прямокутної форми. Якщо ж діаграма напрямленості антени (ДНА) має гауссівську форму, то огинаюча прийнятого сигналу описується співвідношенням

$$S(\alpha,t) = S_o \exp[-\pi(t - \tau)^2 / T_{огин}], \quad (4.32)$$

де

$T_{огин} = \alpha_a / V_{кут}$ — тривалість огинаючої сигналу на рівні 0.46;

α_a — ширина діаграми напрямленості антени (ДНА) на тому самому рівні.

Тоді

$$\Delta\tau = 1.3\, T_{огин}\ ;\ \Delta\alpha = 1.3\alpha_a.$$

Це показує, що міра роздільної здатності за азимутом або за кутом місця є прямо пропорційна ширині ДНА α_a на рівні 0.5 в горизонтальній або у вертикальній площинах, відповідно, тобто

$$\Delta\alpha = \kappa_1 \alpha_a, \quad (4.33)$$

де k_1 - коефіцієнт пропорційності, який визначається формою діаграми напрямленості антени.

Якщо сигнал складний і його можна стиснути в часі , то $\Delta\tau$ зменшується і відповідно зменшується значення $\Delta\alpha$, тобто роздільна здатність за кутовою координатою зростає.

Враховуючи, що ширина ДНА

$$\alpha_a = k\lambda/d_a\ , \qquad (4.34)$$

де $\mathbf{d_a}$- лінійний розмір апертури;

k - коефіцієнт пропорційності, який визначається розподілом електромагнітного поля в апертурі, підставимо (4.34) в (4.32) і одержимо

$$\Delta\alpha = k_2\lambda/d_a, \qquad (4.35)$$

де константа $\mathbf{k_2 = k_1 k}$.

З (4.35) зрозуміло, що для підвищення роздільної здатності за кутовою координатою необхідно збільшувати відносний розмір апертури антени $\mathbf{d_a/\lambda}$.

4.3.КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1. Що таке функція невизначеності сигналу і як вона розраховується?
2. Які параметри зондуючого сигналу визначають роздільну здатність РЛС за віддаллю?
3. Чи впливає енергія (потужність) зондуючого сигналу на роздільну здатність системи?
4. Що визначає роздільну здатність системи за кутовою координатою?
5. Яким чином можна підвищити роздільну здатність системи за кутовою координатою?
6. Як виглядає діаграма невизначеності прямокутного радіоімпульса?
7. Як виглядає діаграма невизначеності послідовності із N прямокутних радіоімпульсів?
8. Як виглядає діаграма невизначеності ЛЧМ-сигналу?
9. В чому полягає різниця між релеєвською роздільною здатністю та сталою розділення ?
10. Яким вимогам повинен задовільняти зондуючий сигнал, щоб радіолокаційна система забезпечувала високу роздільну здатність за віддаллю?

11. Яким вимогам повинен задовільняти зондуючий сигнал, щоб радіолокаційна система забезпечувала високу роздільну здатність за швидкістю?

12. Яким вимогам повинен задовільняти зондуючий сигнал, щоб радіолокаційна система забезпечувала високу роздільну здатність за кутовою координатою?

13. Яка різниця між релеєвською роздільною здатністю та постійною розділення?

14. Як треба вибирати зондуючий сигнал, щоб забезпечувалась сумісна роздільна здатність радіолокаційної системи за часом запізнення і за частотним зсувом ?.

5. ОЦІНКА ТА ФІЛЬТРАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ

5. 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Прийнятий радіотехнічною системою сигнал несе важливу для одержувача (абонента, використовувача РТС) інформацію, яка міститься в значеннях тих чи інших параметрів сигналу: в амплітуді, частоті, у фазі, в часі запізнення, напрямку приходу сигналу, кутах повороту площини поляризації тощо.

Принцип побудови системи визначає, який саме параметр необхідно вимірювати. Оцінивши параметри сигналу, можна визначити віддаль, різницю віддалей, кутові координати, радіальну і кутову швидкості об'єкта.

Для забезпечення найвищої точності вимірювання координат необхідно оцінювати параметри прийнятих радіосигналів в найоптимальніший спосіб. Як і задача виявлення сигналів, задача оцінювання їх параметрів є статистичною, і її оптимальний розв'язок можна одержати шляхом використання розділу теорії статистичних розв'язків —теорію оцінювання параметрів.

Статистична задача оцінювання параметрів сигналу формулюється в такий спосіб. Нехай протягом деякого часу ведеться спостереження за випадковим процесом **y(t)** - сумішшю корисного сигналу і шуму. Корисний сигнал залежить від невідомих параметрів, значення яких не змінюються на інтервалі спостереження.

Параметри сигналу можна розділити на інформаційні та неінформаційні.

Інформаційні параметри $\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, Q_3, ..., Q_n)$ несуть корисну інформацію про координати та параметри руху об'єкта і їх необхідно оцінювати. Прикладом інформаційного параметра є час запізнення відбитого від об'єкта радіосигналу, за яким в активній радіолокації визначається віддаль до об'єкта.

Неінформаційні параметри $\mathbf{J} = (J_1, J_2, J_3, ..., J_m)$ - це параметри, які перешкоджають точному оцінюванню інформаційних параметрів, і їх оцінка не проводиться. Прикладом неінформаційного параметра може бути початкова фаза високочастотного заповнення радіоімпульсів.

Оцінювання параметрів та виявлення сигналу часто зливаються в один процес. Однак за початкового теоретичного аналізу зручніше розглядати їх окремо. При цьому вважається, що в результаті виявлення встановлюється факт наявності об'єкта або його відсутності в певних ділянках простору, грубо заданих

значеннями параметра **b,** за яких існує розв'язок **L″[y(t)/b]=1**. Тут **L{.}** – деякий оператор, дія якого на прийняту реалізацію **y(t)** забезпечує одержання необхідного результату**.**

У результаті вимірювання значень параметрів **Q** повинні одержуватися точніші оцінки віддалі, радіальної швидкості, кутових координат за допущення, що об'єкт знаходиться в певній ділянці простору достовірно.

Параметр **Q** може бути неперервною величиною або ж приймати дискретну множину значень. У результаті спостереження на відрізку часу $[0, T_c]$ реалізації $y = \{y(t), 0 < t < T_c\}$ випадкового процесу **y(t)** приймається рішення $b^* = L\{y(t)\}$, яке і використовується як невідоме значення параметра **Q.** При цьому розв'язок b^* називається точковою оцінкою (або просто оцінкою) параметра **Q**.

Оцінка називається точковою, якщо для кожної скалярної складової параметра (віддалі, кутової координати тощо) дається одне оцінкове значення. При цьому оцінка b^* характеризується точкою простору параметрів.

Оцінка називається інтервальною, якщо вказується ділянка простору параметрів (відрізок прямої), імовірність попадання істинного значення параметра в цю ділянку повинна знаходитися в допустимих межах.

Спостереження за реалізацією **y(t)** ведеться неперервно або у дискретні моменти часу. Неперервні випадкові величини $\{y(t) = Y_i, i=1, 2, 3,...,k\}$ описуються **m+n** —вимірною щільністю розподілу імовірностей **p(y/Q, J)** (тут і надалі $y = \{Y_1, Y_2, ...Y_k\}$), яка залежить як від інформаційних, так і від неінформаційних параметрів сигналу. Оскільки неінформаційні параметри є шкідливими, то доцільно їх вплив на **p(y/Q)** усунути. Найпростіше це реалізувати за бейєсівській постановки задачі, коли $J = \{J_1, J_2, ... J_m\}$ — вектор випадкових величин, щільність розподілу імовірностей якого (апріорна щільність) є відома.

Тоді за правилами теорії імовірностей можна обчислити

$$\int_M \ldots \int p(y/Q,J)\, p(J)\, dJ_1 \ldots dJ_m = \int_M \ldots \int p(y,J/Q)\, dJ_1 \ldots dJ_m = p(y/Q) \quad (5.01)$$

У результаті щільність розподілу імовірностей **p(y/Q)** стає залежною лише від інформаційних параметрів; залежність від неінформаційних параметрів усувається. Отже, статистична задача оцінювання параметрів сигналу зводиться до оцінювання параметрів розподілу імовірностей реалізації **y(t).**

5. 2. КРИТЕРІЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ

За узагальнений критерій ефективності точкового оцінювання приймають середній ризик помилок вимірювання.

$$\bar{r} = r_{сер} = M[r] = \int\int_{(b,b^*)} r(b,b^*)p(b,b^*)\, db\, db^*. \quad (5.02)$$

Тут $p(b, b^*)$ — сумісна щільність розподілу імовірностей параметра сигналу b та його оцінки b^*; $r(b, b^*)$ — функція вартості, яка характеризує плату за помилку в ситуації (b,b^*).

Середній ризик (5.02) вводиться за аналогією до середнього ризику помилок виявлення з врахуванням неперервного розподілу параметра **b.**

Оптимізація вибору оцінки b^* (як і оператора $L\{y(t)\}$) в теорії оцінювання зводиться до мінімізації середнього ризику.

Мінімізація пов'язана із зіставленням великої кількості ситуацій. Щоб зменшити цю кількість, зіставлення проводять за одного з двох альтернативних спрощувальних допущень:

а) оцінювана величина **b** в статистичному розумінні не випадкова, але невідома;

б) оцінювана величина **b** випадкова, тобто відома щільність розподілу імовірностей **p(b)** можливих її значень.

Перший підхід відповідає небейєсівській (класичній) , а другий — бейєсівській теорії оцінювання. Результати оцінювання за цими теоріями відрізняються лише за малого обсягу вихідних (початкових) даних.

Класичний підхід виключає турботу про вибір апроксимації додослідної щільності розподілу **p(b),** абстрагуючись фактично від випадкового, в пізнавальному розумінні, характеру невідомого параметра **b**. При цьому жертвують можливістю синтезу оцінок, у тому числі і за критерієм середнього ризику. Натомість вводять свої критерії побудови оцінок, наприклад, за критерієм незміщеності оцінки, коли $M[\Delta b] = 0$ (усунення систематичної помилки без мінімізації флуктуацій).

Бейєсівський підхід залишає елементи довільності у виборі додослідного розподілу **p(b),** зате дає можливість чіткого вибору єдиного шляху синтезу оцінок для вибраного додослідного розподілу $p(b)$ і функції вартості $r(b, b^*)$. В задачах оцінки параметрів використовуються такі функції вартості:

1. Проста функція вартості

$$r(b, b^*) = C - \delta(b-b^*),\ C - const. \qquad (5.03)$$

За її використання усім правильним розв'язкам приписується вартість, яка дорівнює ∞, а усім неправильним розв'язкам, незалежно від величини помилки, приписують постійну вартість **C.**

2. Допустима функція вартості

$$r(b,b^*) = \begin{cases} 0 \text{ коли } (b-b^*) < b_o; \\ C \text{ коли } (b-b^*) > b_o \end{cases} \qquad (5.04)$$

.

За використання допустимої функції вартості усім розв'язкам, абсолютна величина яких не перевищує b_o, приписується нульова вартість, а розв'язкам з помилкою, більшою за b_o , — постійна вартість **C.**

3. Лінійна функція вартості

$$r(b, b^*) = [b-b^*] \qquad (5.05)$$

приписує правильному розв'язку нульову вартість, а усім неправильним розв'язкам — вартість, що збільшується за лінійним законом з ростом модуля абсолютної помилки розв'язку.

4. Квадратична функція вартості

$$r(b, b^*) = (b-b^*)^2 \qquad (5.06)$$

приписує усім неправильним розв'язкам вартість, що змінюється за квадратичним законом з ростом помилки розв'язку.

Оскільки функція вартості є випадковою, то за критерій якості оцінки вибирається середня вартість (середній ризик), яка визначається як математичне сподівання випадкової величини $r(b, b^*)$

$$\bar{r}_{сер} = \int\int_{B,B^*} r(b, b^*)\, p(b, b^*)\, db\, db^*, \qquad (5.07)$$

де B, B^*—ділянки існування вимірюваного параметра і оцінок.

5.3. МЕТОД МАКСИМАЛЬНО –ПРАВДОПОДІБНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Для одержання найкращої оцінки параметра оптимальний вимірювач (оцінювач) повинен мінімізувати середій ризик. Тому

задачу вимірювання параметра сигналу розв'язують у такій послідовності:

1.За критерієм мінімального середнього ризику розшукується оптимальне правило розв'язку задачі оцінки параметрів сигналу (алгоритм).

2. На основі одержаного алгоритму розробляється структурна схема оптимального вимірника.

3. Структурна схема вимірника реалізується радіотехнічними засобами.

4. Визначаються якісні показники роботи вимірника шляхом порівняння роботи оптимального та реального вимірників.

Для обчислення середнього ризику необхідно знайти апостеріорний розподіл вимірюваного параметра та задатися функцією вартості.

$$\mathbf{p(b/y) = p(b)\, p(y/b)/p(y) = k\, p(b)\, p(y/b) = k\, p(b)\, L(y/b).} \qquad \mathbf{(5.08)}$$

Знаючи в загальному випадку **p(b/y)** і задавшись **r (b, b*),** мінімізуємо середній ризик. Розглянемо для прикладу два випадки:

1. Як функцію вартості використаємо просту функцію вартості (5.03). Тоді мінімум середнього ризику визначиться з рівняння

$$\mathbf{dr/db = 0,\ r_{min} = C - \int_B p(b/y)dy.} \qquad \mathbf{(5.09)}$$

Очевидно, що мінімум середнього ризику еквівалентний максимуму інтеграла в правій частині (5.09).

Іншими словами, оптимальна оцінка відповідає максимуму апостеріорної імовірності. Для визначення максимуму **p(b/y)** необхідно, щоб виконувалась умова

$$\mathbf{dp(b/y)/db = 0} \qquad \mathbf{(5.10)}$$

Корінь рівняння (5.10) є оптимальною оцінкою вимірюваного параметра.

2. Як функцію вартості виберемо квадратичну функцію (5.06). Тоді середній ризик

$$\mathbf{r_{сер} = \int_B \int_Y (b-b^*)^2\, p(b/y)\, dy\, db} \qquad \mathbf{(5.11)}$$

є усередненою по **b** і по **y** дисперсією помилки вимірювань, а

оптимізація вимірювання зводиться до досягнення мінімальної середньоквадратичної помилки.

Рівняння для знаходження оптимальної оцінки записується у такому вигляді

$$\frac{dr}{db} = \int_{Y} (b - b^{*}) p(b / y) dy = 0 \qquad \textbf{(5.12)}$$

Розв'язком (5.12) є умовне математичне сподівання апостеріорного розподілу. У той час, як за простої функції вартості необхідно знати лише максимум апостеріорного розподілу, то тут потрібно знати увесь розподіл в цілому.

За симетричного апостеріорного розподілу оцінки для простої і квадратичної функцій вартостей є однакові, оскільки центр ваги (математичне сподівання) і максимум симетричних функцій збігаються.

З літературних джерел відомо, що за симетрії апостеріорного розподілу і будь - якої симетричної функції вартості одержується одна і та сама оптимальна оцінка. Тому для її визначення най простіше користуватися критерієм максимуму апостеріорного розподілу.

Задача ще більше спрощується, якщо прийняти апріорну щільність розподілу **p(b)** широкою. Тоді максимум апостеріорного розподілу збігається з максимумом функції правдоподібності. Тому при знаходженні оптимальних оцінок можна користуватися функцією правдоподібності, тобто розв'язувати рівняння

$$\frac{dp(y / b)}{db} = 0 \quad . \qquad \textbf{(5.13)}$$

Корінь цього рівняння є оптимальною оцінкою для тих випадків, коли розподіл **p(b)** приймається широким, а апостеріорна щільність розподілу і функція вартості є симетричними. Тому надалі використовуватимемо критерій максимуму функції правдоподібності або монотонно зв'язаної з нею функції кореляції для відшукування оптимальних правил розв'язку задач оцінки параметрів сигналу, тобто розв'язуватимемо рівняння

$$\frac{d[Z(Y / b)]}{db} = 0 \quad . \qquad \textbf{(5.14)}$$

Корінь цього рівняння є оптимальною оцінкою параметра сигналу за критерієм максимуму функції правдоподібності.

Для нормального білого шуму БГШ і детермінованого сигналу **s(t)** функція правдоподібності

$$p(y/b^*) = k\exp\{-\frac{2}{N_0}\}\int_0^{T_c} y(t)s(t,b*)dt\} \quad , \qquad (5.15)$$

де $\int_0^{T_c} y(t)s(t,b^*)dt = Z(Y/b^*)$ — кореляційний інтеграл.

Оскільки значення вимірюваного параметра **b** змінюється в деяких межах, реалізація алгоритму оптимального оцінювання вимагає обчислення континіумуму значень **Z(y/b*).** Реалізувати такий алгоритм можна шляхом застосування корелятора з безмежно великою кількістю каналів, або ж шляхом перестроювання одноканальної схеми вимірювача. Тому можливими структурними схемами вимірників можуть бути багатоканальні корелятори, в яких кожний канал обчислює кореляційний інтеграл **Z(y/b*)** для одного значення вимірюваного параметра.

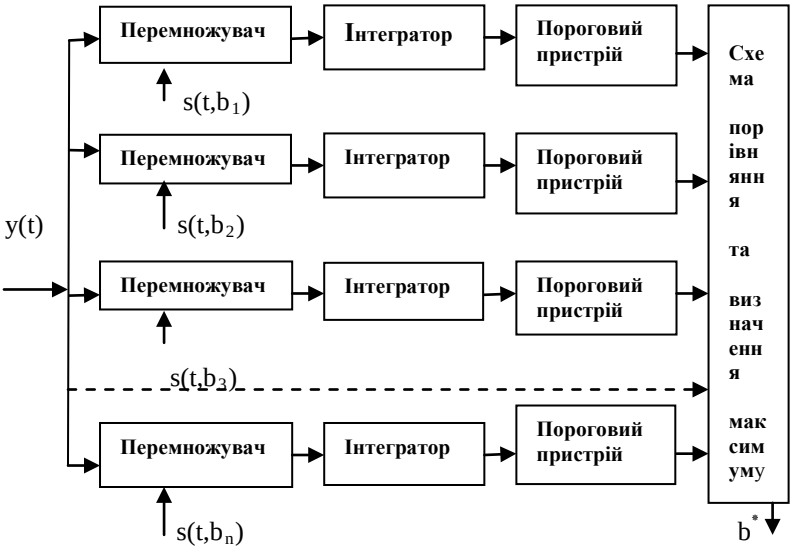


Рис.5.1. Структурна схема оптимального оцінювача параметрів сигналу.

Практично кількість каналів обмежується скінченністю інтервалів невизначеності на осях **τ** і $\mathbf{f_д}$ функції невизначеності реальних зондуючих сигналів. Інтервал невизначеності характеризує роздільну здатність системи за вимірюваними параметрами. Тому число каналів визначається співвідношенням

$$n = (b_{max} - b_{min})/\Delta b \ , \qquad (5.16)$$

де $\mathbf{b_{max}}$ і $\mathbf{b_{min}}$ —максимальне і мінімальне значення вимірюваного параметра;

Δb —інтервал невизначеності для вимірюваного параметра.

Структурна схема оптимального оцінювача зображена на рис.5.1,

5. 4. ОЦІНКА МАКСИМАЛЬНОЇ ПРАВДОПОДІБНОСТІ. НЕРІВНІСТЬ КРАМЕРА-РАО.

Практична помилка вимірювання параметра сигналу і тим самим координат та параметрів руху об'єкта в будь - якій системі вимірювання виникає внаслідок:

а) флуктуацій напруги на вході приймача, викликаних шумом та завадами, які є на вході приймача разом з корисним сигналом;

б) зміни оцінюваного параметра протягом інтервалу спостереження;

г) недосконалості вимірювальної апаратури.

Перша причина зумовлює флуктуаційну помилку, мінімум якої обмежується помилкою через власні шуми вимірника. Ця помилка називається потенційною помилкою.

Помилка через другу причину називається динамічною.

Помилка через недосконалість вимірювальної апаратури називається інструментальною.

У зв'язку із зростанням вимог до точності вимірювання, насамперед цікавляться системами, в яких досягається найменша потенційна помилка. Про такі системи кажуть, що вони забезпечують потенційну точність. Під час визначення потенційних оцінок параметрів сигналів вважають, що вимірюваний параметр **b** протягом інтервалу спостереження і оцінки $\mathbf{T_c}$ залишається сталим.

На вході приймача в цей час діє суміш сигналу з шумом **y(t) = s(t,b) + n(t).** Присутність сигналу із вимірюваним параметром **b** є достовірною подією, а відношення сигнал/шум $\mathbf{q^2 >> 1.}$

Нехай $\mathbf{b^*=L(y)}$ - оцінка невипадкового параметра **b**, математичне сподівання якого може бути зміщеним (тут оператором дії **L(.)** є функція правдоподібності того, що параметр сигналу в прийнятій реалізації **y(t)** дорівнює **b**).

$$\mathbf{M[L(y)] = \int_Y L(y)p(y/b)dy = b + \Delta b,} \qquad \mathbf{(5.17)}$$

де **Δb** - зміщення оцінки.

Якщо **Δb = 0**, тобто у разі **M[L(y)] = b** оцінку b^* називають незміщеною.

З (5.17) випливає, що

$$\int_{Y} [L(y) - b - \Delta b]\, p(y/b)\, dy = 0. \qquad (5.18)$$

Диференціюючи (5.18) по **b** , одержуємо

$$\int_{Y} [L(y)-b-\Delta b](dp(y/b)/db)dy = \int_{Y} (1-\Delta' b)\, p(y/b)\, dy = 1-\Delta' b, \qquad (5.19)$$

де $\Delta' b = d\Delta b/db$.

Перепишемо рівняння (5.19), враховуючи співвідношення

$$dp(y/b)/db = p(y/b)\, d[\ln p(y/b)]/db \quad , \qquad (5.20)$$

у такому вигляді

$$\int_{Y} [L(y) - b - \Delta b]\sqrt{p(y/b)}\,\frac{d\ln p(y/b)}{db}\sqrt{p(y/b)}dy = 1 - \Delta' b$$

Застосовуючи до цього співвідношення нерівність Коші - Буняковського,одержимо

$$\int_{Y} [L(y) - b - \Delta b]^2\, p(y/b)dy \int_{Y} [\frac{d\ln p(y/b)}{db}]^2\, p(y/b)dy \geq [1 - \Delta' b]^2 \ .$$

Перший інтеграл у цьому виразі дорівнює дисперсії оцінки **L(y)**

$$M[L(y)-b-\Delta b]^2 = M\{L(y)-M[L(y)]\}^2 = D[L(y)]. \qquad (5.21)$$

Отже, одержимо нерівність

$$D[L(y)] \geq \{[1+\Delta' b]^2\}/M[(d\ln p(y/b)/db)^2] \ , \qquad (5.22)$$

яка називається нерівністю Крамера -Рао.

Якщо оцінка незміщена, нерівність Крамера —Рао набуває вигляду

$$D[L(y)] \geq \frac{1}{M[\frac{d\ln p(y/b)}{db}]^2} \qquad (5.23)$$

Нерівності (5.22) та (5.23) визначають мінімально можливі або нижні границі дисперсії будь-яких зміщених і незміщених оцінок. Ці границі, тобто праві частини вказаних нерівностей, називаються границями Крамера - Рао. Їх значення залежать від обсягу вибірки $Y=\{Y_1,Y_2,Y_3,...,Y_k\}$ і щільності розподілу імовірностей **p(y/b).**

Дисперсія оцінки —це міра її розкиду щодо середнього значення оцінки. Під час добуваня інформації із прийнятого сигналу бажано використовувати методи оцінювання з мінімальною дисперсією і найменшим (найкраще нульовим) зміщенням.

Найкращою, очевидно, буде незміщена оцінка, дисперсія якої дорівнює границі Крамера - Рао. Таку оцінку називають найефективнішою і позначають $\mathbf{L(y)_{неф}}$.

5.5. ПОТЕНЦІЙНА ТОЧНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРА

При розробці радіотехнічних систем найчастіше за оціку параметра **b** приймається рішення **b = L(y).** Очевидно, що при цьому виникає помилка
$\mathbf{\Delta b = L(y) - b}$. Досить загальною і в той же час зручною мірою якості оцінювання є середнє значення квадрата помилки:

$$\mathbf{M[\Delta b^2] = M\{[L(y)-b]^2\}} \qquad \mathbf{(5.24)}$$

Ця міра використовується як при бейєсівських, так і при небейєсівських оцінках. Слід лише пам'ятати, що математичне сподівання в (5.24) для вказаних оцінок обчислюється по-різному.

При бейєсівському підході **b** —випадкова величина. Тому усереднення проводиться як за **y**, так і за **b:**

$$\mathbf{[L(y)-b]^2\} = \int_B \int_Y [L(y)-b]^2\, p(y/b)\, p(b)\, dy\, db,}$$

де **p(b)** - апріорна щільність розподілу імовірностей параметра **b.**

При небейєсівській оцінці параметр **b** невипадковий і тому усереднення проводиться тільки за **y**:

$$\mathbf{M\{[L(y)-b]^2\} = \int_Y [L(y)-b]^2 p(y/b)\, dy\ .}$$

Від міри (5.24) завжди можна перейти до величини

$$\sqrt{M\{[\Delta b]^2\}} = \sqrt{M\{[L(y)-b]^2\}}\ , \qquad \mathbf{(5.25)}$$

яка має таку ж розмірність як і оцінюваний параметр. Якщо **b** - невипадковий параметр, а **L(y)** —його незміщена оцінка ($\mathbf{\Delta b = 0}$), то міра (5.25) є середньоквадратичною помилкою оцінювання. При $\mathbf{\Delta b = 0}$ міра точності оцінювання (5.25) є повною помилкою, яка враховує також зміщення оцінки.

Зауважимо, що коли зміщення оцінки **L(y)** відоме спостерігачеві, а це можливе лише тоді, коли зміщення не залежить від невідомого параметра **b** , то шляхом віднімання зміщення оцінки можна перейти до незміщеної оцінки **L(y) — M[Δb]** .

Якщо оцінка **L(y)** оптимальна, то величина (5.25) визначає потенційну точність вимірювання параметра, тобто точність вимірювання, яка досягається тільки при оптимальній побудові вимірювача.

Оскільки оцінка може бути оптимальною за різними критеріями, то і потенційна точність , визначена в середньоквадратичному розуміні (5.25), буде різною.

В класі бейєсівських оцінок найвищу потенційну точність забезпечує бейєсівська середньоквадратична оцінка. В класі небейєсівських оцінок найвищу точність забезпечуватимуть оцінки максимальної правдоподібності, якщо існує найбільш ефективна оцінка. Крім цього, як випливає з асимптотичних властивостей оцінки максимальної правдоподібності, ця оцінка майже завжди асимптотично має найвищу потенційну точність.

Виникає запитання, яку з можливих оцінок необхідно використовувати при розв'язуванні практичних задач вимірювання параметрів радіосигналів. Якщо невідомий параметр сигналу є випадковою величиною з відомим розподілом імовірностей (або наближено його можна вважати таким), то доцільно використати бейєсівську оцінку і зокрема бейєсівську середньоквадратичну оцінку, яка забезпечує найвищу потенційну точність.

Однак невідомий параметр не завжди можна розглядати як випадкову величину з відомим розподілом імовірностей. Особливо при відсутності необхідної апріорної інформації більш адекватним є представлення невідомого параметра сигналу у вигляді дійсної невипадкової величини. При цьому доцільно використовувати небейєсівські оцінки і, зокрема, оцінку максимальної правдоподібності. Слід враховувати, що при збільшені об'єму вибірки (**k > 4**) байдуже, яку з розглянутих оцінок застосовувати, бо, як доказується в математичній статистиці, бейєсівські оцінки і оцінки максимальної правдоподібності асимптотично еквівалентні.

Для виявлення взаємозв'язку бейєсівської оцінки і оцінки максимальної правдоподібності при будь-якому обмеженому об'ємі вибірки використаєм формулу Бейєса. Підставивши її в рівняння

$$d[\ln p(b/y)]/db = 0 ,$$

одержимо

$$d[\ln p(b/y)]/db = d[\ln p(y/b)]/db + d[\ln p(b)]/db = 0,$$

де **p(b) -** апріорна щільність розподілу імовірностей параметра **b**.

З цього співвідношення видно, що коли **dp(b)/db = 0**, то бейєсівська оцінка за критерієм максимуму апостеріорної щільності розподілу імовірностей і оцінка максимальної правдоподібності збігаються.

Останню залежність інтерпретують як умову, при якій кількість апріорної інформації про оцінюваний параметр дорівнює нулю.

Під потенційною точністю вимірювання невипадкового

параметра **b** радіосигналу вважатимемо найменше значення середньоквадратичної похибки σ_b, яке визначається границею Крамера -Рао:

$$D=\sigma^2=1/M\{[d\ln p(y/b)/db]^2\} \qquad (5.26)$$

$$\sigma=\frac{1}{\sqrt{M\{[\frac{d\ln p(y/b)}{dp}]^2\}}} \qquad (5.27)$$

Розрахунок потенційної точності за цими формулами спрощується, якщо скористатися співвідношенням

$$M\{[d\ln p(y/b)/db]^2\} = -M[d^2\ln p(y/b)/d^2b] \qquad (5.28)$$

5.5.1. ОЦІНКА ПОЧАТКОВОЇ ФАЗИ РАДІОІМПУЛЬСА

Алгоритм роботи оптимального вимірника початкової фази радіоімпульса, заданого співвідношенням

$$s(t,\varphi) = S_o(t)\ \cos[\omega_o t+\Psi(t)+\varphi], \qquad 0 < t < T_c, \qquad (5.29)$$

спостереження над яким ведеться протягом часу T_c на фоні білого гаусівського шуму **n(t)** з енергетичним спектром $N_o/2$, можна визначити методом максимуму функції правдоподібності. Для цього треба знати умовне відношення правдоподібності **L[y(t)]= p(y/φ)/p(o).** Згідно з попередніми викладками (2.50,2.51,2.52) для процесу **y(t)=s(t,φ)+n(t),** який надходить на вхід оцінювача, це умовне відношення правдоподібності набуває вигляду

$$L[y(t)] = \exp\{(2/N_o)\int_0^{T_c} y(t)s(t,\varphi)\,dt - (1/N_o)\int_0^{T_c} s^2(t,\varphi)dt\}. \qquad (5.30)$$

Оскільки початкова фаза радіоімпульса є неенергетичним параметром, а енергія сигналу не залежить від початкової фази (неенергетичного параметра), то друга складова під знаком експоненти в (5.30) є константа, тому умовне відношення правдоподібності при неенергетичному параметрі — початковій фазі визначається рівнянням

$$L[y(t)]= \exp\{- E_s/N_o\}\ \exp\{(2/N_o)\int^{T_c} y(t)s(t,\varphi)dt\}=L(\varphi). \qquad (5.31)$$

$$0$$

Рівняння оцінки в цьому випадку набуває вигляду:

$$\{[d\ln L(\varphi)]/d\varphi\}=d\{(2/N_o)\int_0^{T_c} y(t)S_o(t)\cos[\omega_o t+\Psi(t)+\varphi]dt\}/d\varphi = 0 \text{ при } \varphi=\varphi^* ,$$

де φ^* — оцінка початкової фази радіоімпульса.

Виконуючи операцію диференціювання , можна звести це рівняння до вигляду

$$\int_0^{T_c} y(t)S_o(t) \sin[\omega_0 t+\Psi(t)+\varphi^*]dt = 0. \quad (5.32)$$

Використавши формулу для синуса суми кутів , одержуємо

$$\cos(\varphi^*) \int_0^{T_c} y(t)S_o(t)\sin[\omega_o t+\psi(t)]dt + \sin(\varphi^*) \int_0^{T_c} y(t)S_o(t)\cos[\omega_o t+\psi(t)]dt = 0.$$

Звідси

$$\varphi^* = -\operatorname{arctg} \frac{\int_0^{T_c} y(t)S_0(t)\sin[\omega_0 t+\Psi(t)]dt}{\int_o^{T_c} y(t)S_0(t)\cos[\omega_0 t+\Psi(t)]dt}. \quad (5.33)$$

Структурна схема оцінювача початкової фази радіоімпульса, що відповідає одержаному вище алгоритму, має вигляд

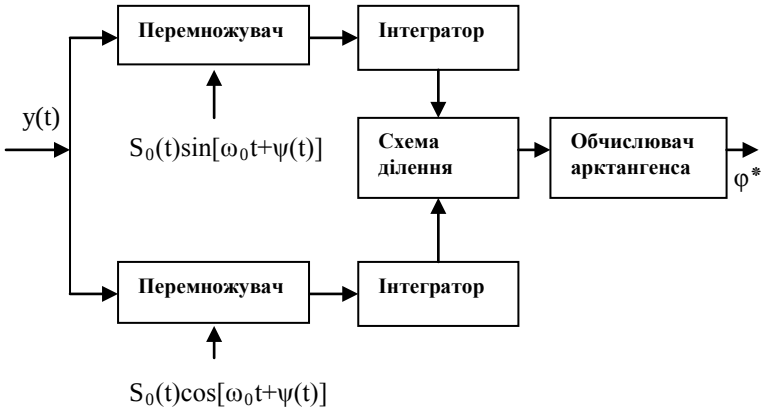


Рис.5.2. Структурна схема оцінювача початкової фази сигналу.

Відповідно з (5.15) кореляційний інтеграл (сигнальна функція) $\mathbf{Z_c(\varphi)}$ дорівнює

$$\mathbf{Z_c(\varphi)= (2E_s/N_o)\cos(\varphi - \varphi^*).} \quad \mathbf{(5.34)}$$

Звідси

$$\mathbf{d^2Z_c(\varphi)/d\varphi^2 = - 2E_s/No, (\text{ при } \varphi = \varphi^*)},$$

а дисперсія оцінки фази

$$\mathbf{D_\varphi = \sigma_\varphi{}^2 = N_o/2E_s = 1/q^2} \quad \mathbf{(5.35)}$$

Дисперсія оціки початкової фази радіоімпульса залежить обернено пропорційно від відношення сигнал/шум на вході оцінювача і не залежить від форми сигналу.

5. 5. 2. ОЦІНКА ЧАСУ ЗАПІЗНЕННЯ РАДІОІМПУЛЬСА З ВИПАДКОВИМИ ПОЧАТКОВОЮ ФАЗОЮ ТА АМПЛІТУДОЮ

Радіолокаційні та радіонавігаційні сигнали крім інформаційних параметрів містять у собі і неінформаційні. До останніх найчастіше належать початкова фаза високочастотного заповнення радіосигналу (у випадках, коли координати вимірюються нефазовими методами) та амплітуда.

Тому практично дуже важливу задачу оцінювання часу запізнення сигналу розглядаємо, використовуючи модель сигналу з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою:

$$\mathbf{s(t,t_з,\varphi,A)= AS_o(t-t_з)\cos[\omega_o(t-t_з)+\psi(t-t_з)+\varphi], \quad 0 < t-t_з< T_c.} \quad \mathbf{(5.36)}$$

Закони амплітудної $\mathbf{S_o(t-tз)}$ та фазової $\mathbf{\psi(t-tз)}$ модуляцій залежать від інформаційного параметра $\mathbf{t_з}$ — часу запізнення сигналу, за допомогою якого визначається віддаль до об'єкта. Слід звернути увагу на те, що в такій постановці задачі інформаційний параметр $\mathbf{t_з}$ є невідомою невипадковою величиною, а неінформаційні параметри **φ** і **A**- випадкові величини. При цьому, як і у випадку виявлення сигналів, вважаємо, що амплітуда розподілена

за релеєвським законом, а початкова фаза —за рівномірним. Для визначення функції правдоподібності $\mathbf{p(y/t_з)}$ необхідно шляхом усереднення усунути залежність умовного закону розподілу від випадкових параматрів A і $\boldsymbol{\varphi}$.

Використовуючи вираз для відношення правдоподібності, одержаний раніше при розв'язуванні задачі виявлення сигналів з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою, запишемо

$$L(y/t_з)=[N_o/(N_o+E_s)]\exp\{[2 Z_o^2(t_з)D_a]/[N_o(N_o+E_s)]\}, \quad (5.37)$$

де $Z_o(t_з)=\sqrt{Z_1^2(t_з)+Z_2^2(t_з)}$ — огинаюча кореляційного інтеграла, квадратурні складові якого

$$Z_1(t_з) = \int_0^{T_c} y(t)S(t-t_з)\cos[\omega_o(t-t_з)+\psi(t-t_з)]\, dt; \quad (5.38)$$

$$Z_2(t_з) = \int_0^{T_c} y(t)S(t-t_з)\sin[\omega_o(t-t_з)+\psi(t-t_з)]\, dt. \quad (5.39)$$

Тут $\mathbf{E_s}$ - усереднена енергія сигналу.

Максимально правдоподібна оцінка часу запізнення $\mathbf{t_з}$ є розв'язком рівняння

$$dZ_o^2(t_з)/dt_з^2 = 0.$$

Схема багатоканального фільтрового оцінювача часу запізнення сигналу зображена на рис.5.3.

Схема порівняння визначає номер каналу, на виході якого є максимальне значення канальної напруги.

Оцінювач часу запізнення сигналу $\mathbf{t_з}$ можна реалізувати, замінивши погоджені фільтри в каналах схеми, зображеної на рис. 5.3, кореляторами, які шляхом квадратурної обробки принятої реалізації **y(t),** забезпечують визначення модуля кореляційного інтеграла для значень $\mathbf{t_з = i\Delta t,\ i =0, 1, 2,.....}$

Специфіка величини $\mathbf{t_з}$, яка оцінюється, і яка є часовим інтервалом, дозволяє в фільтровому варіанті схеми обмежитися

лише одним каналом (як і в задачі виявлення) , на виході якого за ходом часу послідовно формується $\mathbf{Z_0(t_з)}$ для всіх можливих значень часу запізнення $\mathbf{t_з}$. Необхідність амплітудних детекторів в каналах, які виділяють огинаючу кореляційного інтеграла, обумовлена незнанням початкової фази сигналу. Оскільки величина $\mathbf{Z_0(t_з)}$ максимальна при тому ж значені $\mathbf{t_з}$**,** що і будь-яка монотонна функція $\mathbf{f\{Z_0(t_з)\}}$**,** то детектор може мати будь-яку монотонну на інтервалі **Zo > 0** амплітудну характеристику, тобто амплітудний детектор може бути лінійним, квадратичним, логарифмічним.

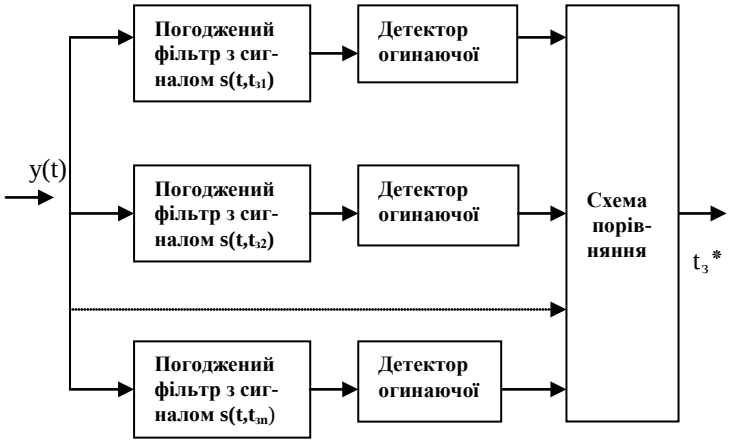
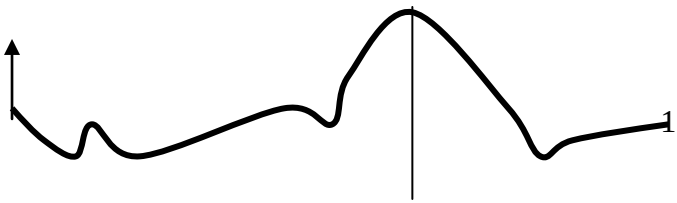


Рис.5.3. Структурна схема фільтрового оцінювача часу запізнення сигналу.

Максимум $\mathbf{Z_0(t_з)}$ визначається наступним чином. Сигнал з виходу детектора обмежується знизу на рівні **Zo**, щоб відсікти шумові викиди (рис. 5. 4, а). Після цього сигнал диференціюється (рис.5. 4, б), підсилюється, обмежується (рис.5. 4, в) і запускає генератор, що формує імпульс, передній фронт якого збігається з положенням максимуму сигналу (рис.5.4, г).



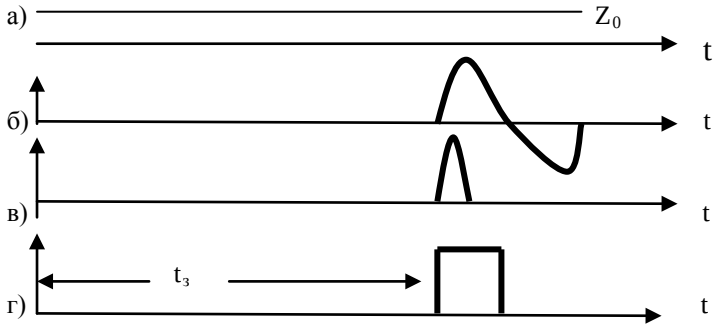


Рис.5.4. Часові діаграми процесів у схемі порівняння.

Як показують розрахунки, проведені за цією методикою, потенційна помилка оцінювання часу запізнення сигналу

$$D_{tз} = 1/(q^2 F_{еф}^2), \qquad (5.40)$$

$$\sigma_{tз} = 1/(q \square F_{еф}), \qquad (5.41)$$

де $D_{tз}$, $\sigma_{tз}$ —дисперсія та середньоквадратична помилка оцінювання;

$F_{еф}$ — ефективна ширина спектра огинаючої сигналу;

q^2 — усереднене значення відношення сигнал/шум.

Таким чином, середньоквадратична помилка , яка характеризує потенційну точність оцінювання часу запізнення радіосигналу, є обернено пропорційною до ефективної ширини спектра огинаючої радіосигналу і усередненого значення відношення сигнал/шум.

Потенційна помилка вимірювання віддаллі $\square\ \sigma_r$ пов'язана з потенційною помилкою вимірювання часу запізнення радіосигналу співвідношенням

$$\sigma_r = c \square \sigma_{tз}/2 . \qquad (5.42)$$

5. 5. 3 . ОЦІНКА ЗСУВУ ЧАСТОТИ РАДІОСИГНАЛУ

Радіосигнал, зсув частоти $\omega_д$ якого $\square$ викликаний ефектом Доплера, подамо у вигляді

$$s(t,\omega_д) = C\ A(t)\cos[(\omega+\omega_д)t + \square\ \psi(t) - \square\ \varphi], \quad 0 < t < T_c , \qquad (5.43)$$

де C і $\square\ \varphi$ — неінформаційні випадкові параметри, з такими ж

законами розподілу , як і у випадку (5.36).

Тоді відношення правдоподібності запишеться аналогічно (5.37) в такому вигляді

$$L(y/\omega_д) = [No/(No+Es)] \exp\{2D_a Zo(\omega_д)/[N_o(No+Es)]\}, \quad (5.44)$$

де $Z_o = \int Y(t)\, A(t) \exp\{-j\omega_д t)\}dt$ — модуль комплексного кореляційного інтеграла;

A(t)= A(t) exp{jψ(t)} — комплексна огинаюча радіосигналу;

Y(t) — комплексна огинаюча процесу спостереження.

Оцінювач частотного зсуву реалізується у вигляді багатоканальної фільтрової чи кореляційної схеми, аналогічної до схеми, зображеної на рис.5.3, однак фільтри повинні бути погодженими з сигналами, які мають певний зсув за частотою щодо зондуючого сигналу.

Як показують розрахунки, проведені за наведеною вище методикою, потенційна помилка оцінювання зсуву частоти радіосигналу

$$D_{\omega д} = 1/(q^2 t^2_{еф}), \quad (5.45)$$

$$\sigma_{\omega д} = 1/q \quad t_{ta}, \quad (5.46)$$

де $D_{\omega д}$, $\sigma_{\omega д}$ —дисперсія та середньоквадратична помилка оцінювання зсуву частоти радіосигналу;

$t_{еф}$ —ефективна тривалість радіосигналу;

q^2 —усереднене значення відношення сигнал/шум.

З співвідношення (5.46) видно, що середньоквадратична помилка оцінювання зсуву частоти є обернено пропорційною до ефективної тривалості сигналу та відношення сигнал/шум на вході схеми порівняння.

5.6. ФІЛЬТРАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ.

Фільтрацією параметрів сигналів називають вимірювання поточних значень параметрів сигналів, які змінюються в процесі спостереження.Таким чином , метою фільтрації є формування

оцінки $\lambda^*(t)$ значення залежної від часу величини $\lambda(t)$, яка є параметром сигналу $s(t,\lambda(t))$. Сигнал спостерігають в суміші з завадою, на основі якої необхідно одержати шукану оцінку $\lambda^*(t)$ з співвідношення

$$y(t) = F[s(t,\lambda(t)), n(t)] \ , \qquad (5.47)$$

яке називається рівнянням спостереження.

Поточна оцінка $\lambda^*(t)$ в процесі фільтрації формується на основі інформації, одержаної протягом всього часу спостереження до моменту t, тобто з врахуванням значень вхідної реалізації $y(\xi)$ при всіх $\xi < t$.

До задачі фільтрації зводяться багато класичних радіотехнічних задач. Так, в традиційних системах передачі неперервної інформації (радіомовлення, телебачення, радіозв'язок) повідомлення, яке передається, модулює той чи інший параметр (амплітуду, частоту або фазу) випромінених передавачем високочастотних коливань, а на приймальній стороні для відновлення повідомлення здійснюють демодуляцію, завданням якої є неперервне відслідковування амплітуди, частоти або фази (в залежності від виду модуляції) коливань, тобто фільтрацію названих параметрів.

На алгоритми формування оцінки $\lambda^*(t)$ дуже великий вплив має вигляд залежності $s(t, \lambda(t))$ від $\lambda(t)$. Якщо $s(t,\lambda(t))$ є лінійною функцією $\lambda(t)$ (а в цьому випадку до залежності $s(t, \lambda(t))$ від $\lambda(t)$ можна застосовувати принцип суперпозиції) , то фільтрацію параметра називають лінійною. В інших випадках фільтрацію параметра називають нелінійною.

Поряд з неперервною фільтрацією, коли ведеться спостереження за неперервним вхідним сигналом $y(t)$, можна розглядати і дискретну фільтрацію або фільтрацію послідовностей. При дискретній фільтрації вхідний сигнал подається у вигляді послідовності відліків, взятих в певні моменти часу t_i. Тоді рівняння спостереження набуває вигляду

$$y_i = s_i(t_i) + n_i \ , \qquad (5.48)$$

де $y_i = y(t_i)$; $s_i(\lambda_i) = s(t_i; \lambda(t_i))$; $n_i = n(t_i)$.

При дискретній фільтрації метою є одержання оцінки i-го елемента λ_i послідовності $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_i, \ldots$ на основі спостережень $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_i, \ldots$

Головною проблемою цієї області статистичної теорії радіотехнічних систем є оптимальна фільтрація, тобто розшукування

найкращих за деяким критерієм правил формування поточної оцінки **λ(t)**. При цьому за основу можна взяти бейєсівський підхід, загальні положення якого без особливих труднощів переносяться із випадку незмінного в часі параметра на випадок змінного параметра сигналу. Не викликає труднощів встановити , що для формування бейєсівської оцінки поточного значення параметра **λ (t)** треба визначити поточну апостеріорну щільність розподілу **p(λ(t)/y(ξ)), ξ ≤ t**, і тоді вибрати деяку характерну точку цього розподілу (центр ваги, моду, середнє значення і т.д. – в залежності від вибраної функції втрат) за оцінку параметра. Звернемо увагу на те, що записана додаткова умова у виразі щільності розподілу імовірностей **y(ξ)** на обмеження **ξ (ξ ≤ t)** враховує залежність апостеріорних (обчислених за результатами спостережень) імовірностей тих або інших значень **λ(t)** від всього, що вдається визначити спостерігачу до моменту часу **t.**

При проведені досліджень бажано враховувати те, що апріорним (до початку спостереження) знанням можливої поведінки параметра **λ(t)** в теорії оптимальної фільтрації надається велике значення. В той же час спроби застосувати до вимірювань змінних параметрів методику максимальної правдоподібності, широко використовувану для одержання оцінок постійних параметрів,часто веде до розв'язків, які не мають ніякої практичної цінності. На підтвердження цього розглянемо простий випадок скалярних спостережень **y(t)=λ(t)+n(t)**, в яких **n(t)** – стаціонарний білий шум. За результатами спостереження **y(t)** необхідно оцінити поточне значення скаляра **λ(t)**. Це задача лінійної фільтрації, в якій сигнал **s(t, λ(t)) = λ(t)** збігається з фільтрованою величиною. Функція правдоподібності **λ(t)** в цьому випадку збігається з функціоналом щільності розподілу імовірностей для **n(t)** при **n(t) = y(t) -λ (t),** тобто максимально правдоподібною оцінкою є залежність **λ(t),** яка повністю збігається з реалізацією **y(t)** на відтинку часу [**0,T**]. При цьому будь-яка обробка даних відсутня і фільтрація як "очищення" результатів спостереження від шкідливого впливу завад не відбувається. Для реалізації же дійсного "очищення" необхідно погоджувати дані спостережень **y(t)** із зазделегідь відомими даними про можливий характер зміни параметру . Власне в цьому і суть процедур фільтрації.

Таким чином для синтезу алгоритмів фільтрації необхідно перш за все мати апріорні дані про можливу поведінку **λ(t)**, тобто мати модель повідомлення **λ(t).**

Простою моделлю **λ(t)** є стандартна детермінована функція часу, яка залежить від деякого обмеженого числа постійних протягом

певного інтервалу часу параметрів – найчастіше у вигляді полінома фіксованої степені з невідомими коефіцієнтами. Вимірювання при цьому зводиться до оцінки констант (коефіцієнтів полінома).

Дуже зручною та адекватною до багатьох реальних ситуацій є модель $\lambda(t)$ у вигляді марковського процесу. Така модель дає можливість прийти до рекурентних правил фільтрації, коли оцінку $\lambda(t)$ вдається формувати послідовно шляхом поступових наближень, коректуючи та уточнюючи раніше одержані дані з допомогою тих даних, які надходять пізніше. Взявши за основу марковську модель повідомлення, всю увагу зосереджуємо на проблемі дискретної фільтрації, враховуючи, що : по-перше, для сучасної радіоелектроніки з її орієнтацією на цифрову схемотехніку важливими є алгоритми дискретної обробки сигналів, а по-друге, неперервні алгоритми фільтрації з достатньою для інженерних задач точністю можна одержати з дискретних використавши граничні переходи.

Розглянемо фільтрацію випадкової марковської послідовності $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_i, \ldots$

Ця послідовність задовільняє властивості залежності умовної щільності розподілу імовірностей **i** – го елемента λ_i при умові задання попередніх **i-1** елементів тільки від значення останнього, **(i - 1)** - го елемента λ_{i-1}: $p(\lambda_i / \lambda_1^{i-1}) = p(\lambda_i / \lambda_{i-1})$. Тут і далі символи λ_1^k, y_1^k є скороченим представленням послідовностей $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k\}$, $\{y_1, y_2, \ldots, y_k\}$ і т.д. Будемо вважати відліки завади n_i, $n_к$ в рівнянні спостереження незалежними між собою при $i \neq к$ та з відліками вимірюваного параметра λ_i .

Виходячи зі законів розподілу сумісних випадкових величин запишемо сумісну апостеріорну щільність розподілу імовірностей всіх **i** відліків $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_i$ вимірюваного параметра після одержання і – го спостереження $y_1, y_2, \ldots, y_i$:

$$p(\lambda_1^i / y_1^i) = k_i \, p_0(\lambda_1^i) \, p(y_i^i / \lambda_1^i),$$

де

$к_i$–залежний від результатів спостережень y_1^i коефіцієнт (але незалежний від λ_1^i);

$p_0(\lambda_1^i)$ – апріорна щільність розподілу імовірностей λ_1^i;

$p(y_1^i / \lambda_1^i)$ – функція правдоподібності λ_1^i при заданій послідовності спостережень y_1^i.

Оскільки $p_0(\lambda_1^i)$ можна розглядати як сумісну щільність розподілу імовірностей λ_1^{i-1} та λ_1^i то, використавши теорему множення імовірностей і властивості марковських послідовностей , одержимо

$$\mathbf{p_0(\lambda_1^{\,i}) = p_0(\lambda_1^{\,i-1})\, p(\lambda_s / \lambda_1^{\,i-1}) = p_0(\lambda_1^{\,i-1})\, p(\lambda_i / \lambda_{i-1}),} \quad \mathbf{(5.49)}$$

де $\mathbf{p_0(\lambda_1^{\,i-1})}$ – апріорна щільність розподілу імовірностей послідовності $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_{i-1}$.

Крім цього

$$p(y_1^i / \lambda_1^i) = p(y_i, y_1^{i-1} / \lambda_1^{i-1}) = p(y_1^{i-1} / \lambda_1^i)\, p(y_i / y_1^{i-1}, \lambda_1^i). \qquad (5.50)$$

Надавши першому множнику такого вигляду $p(y_1^{i-1} / \lambda_1^{i-1}, \lambda_i)$, легко зрозуміти, що при задані λ_1^{i-1} (фіксації $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{i-1}$) "імовірність" послідовності $\mathbf{y_1^{\,i-1}}$ визначається (**i-1**) відліком завади $\mathbf{n_1^{\,i-1}}$ (5.48) і не залежить від λ_i.

Тому $p(y_1^{i-1} / \lambda_1^i) = p(y_1^{i-1} / \lambda_1^i)$.

З рівності $p(y_i / y_1^{i-1}, \lambda_1^i) = p(y_i / y_1^{i-1}, \lambda_1^{i-1}, \lambda_i)$ та з (5.48) можна зробити висновок , що після фіксації λ_i імовірності тих чи інших значень $\mathbf{y_i}$ збігаються з імовірностями відліків завади $\mathbf{n_i = y_i - s_i(\lambda_i)}$.

Так як останні незалежні між собою і незалежні від $\lambda_к$, то $p(y_i / y_1^{i-1}, \lambda_1^i) = p(y_i / \lambda_i)$. Тому, замість(5.50) одержимо рівняння $p(y_1^i / \lambda_1^{i-1}) = p(y_1^{i-1} / \lambda_1^{i-1})\, p(y_i / \lambda_i)$, підставляючи яке разом з (5.49) в (5.48), одержуємо

$$p(\lambda_1^i / y_1^i) = k_i\, p_0(\lambda_1^{i-1})\, p(y_1^{i-1} / \lambda_1^{i-1})\, p(\lambda_i / \lambda_{i-1})\, p(y_i / \lambda_{i-1}) \qquad (5.51)$$

В той же час з (5.48) випливає , що

$$p(\lambda_1^{i-1} / y_1^{i-1}) = k_{i-1}\, p_o(\lambda_1^{i-1})\, p(y_1^{i-1} / \lambda_1^{i-1}),$$

а тому

$$p(\lambda_1^i / y_1^{i-1}) = c_{0i}\, p(\lambda_1^{i-1} / y_1^{i-1})\, p(\lambda_i / \lambda_{i-1})\, p(y_i / \lambda_i), \qquad (5.52)$$

де $c_{0i} = k_i / k_{i-1}$ не залежать від λ_1^i .

Проінтегруємо обидві частини (5.52) за всіма значеннями аргументів $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_{i-1}$. За умовою погодженості багатомірних щільностей розподілу імовірностей зліва одержуємо апостеріорну щільність розподілу імовірностей і-го відліку вимірюваного параметра λ_i , обчислену за всіма спостереженнями $y_1^i - p(\lambda_i / y_1^i)$.

Інтегрування співмножника правої частини $p(_1^{s-1} / y_1^{i-1})$ за всіма $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_{i-2}$ (останні від тих змінних не залежать) дає щільність розподілу імовірностей (і-1) – го відліку λ_{i-1} після спостереження $y_1, y_2, \ldots, y_{i-1}$.Таким чином

$$p(\lambda_i / y_1^i) = c_{0i}\, p(\lambda_i / y_1^{i-1})\, p(y_i / \lambda_i)\,, \qquad (5.53)$$

де

$$p(\lambda_i / y_1^{i-1}) = \int p(\lambda_{i-1} / y_1^{i-1})\, p(\lambda_i / \lambda_{i-1}) d\lambda_i \qquad (5.54)$$

є щільністю розподілу імовірностей **i**-го відліку, передбаченої (екстрапольованої) на **i**-й крок за результатами спостережень на попередньому (**i-1**) – му кроці. Щільність розподілу імовірностей $p(\lambda_i / y_1^{i-1})$ є апріорною (по відношенню до і-го спостереження $\mathbf{y_i}$) щільністю розподілу імовірностей відліку $\boldsymbol{\lambda_i}$, що враховує всі дані про $\boldsymbol{\lambda_i}$, які містяться в усій серії спостережень y_1^{i-1}**,** попередніх до $\mathbf{y}_i$. Цю величину можна розрахувати на основі апостеріорної щільності розподілу імовірностей значення вимірюваного параметра на (**i-1**) - му кроці $p(\lambda_{i-1} / y_1^{i-1})$ та відомій перехідній щільності розподілу імовірностей $p(\lambda_i / \lambda_{i-1})$ марковської послідовності $\boldsymbol{\lambda_1}$**,** $\boldsymbol{\lambda_2}$**,** $\boldsymbol{\lambda_3}$**,.....**

Таким чином марковський характер змін вимірюваного параметра та незалежність відліків завади в (5.48) дозволяє будувати апостеріорний розподіл $p(\lambda_i / y_1^i)$ рекурентно, тобто крок за кроком : з допомогою апріорної щільності розподілу $\boldsymbol{\lambda_1}$, спостереження $\mathbf{y_1}$ та за допомогою відомої щільності розподілу імовірностей $\mathbf{p(y_1/\lambda_1)}$ будується $\mathbf{p(\lambda_1/y_1)}$ а тоді на основі одержаної величини та перехідної щільності розподілу імовірностей $\mathbf{p(\lambda_2/\lambda_1)}$ будується $\mathbf{p(\lambda_2/y_1^2)}$ тощо. Зауважимо, що будь-яка вибрана як оцінка $\boldsymbol{\lambda_i}$ характерна точка щільності розподілу імовірностейг $p(\lambda_i / y_1^i)$, а власне мода, центр ваги чи інше, не буде залежати від значення c_{0i} , обчислювати яке нема необхідності. Можливими є ще більш значні спрощення , які дозволяють уникнути формування апостеріорної щільність розподілу імовірностей на кожному кроці і визначати оцінку на **i**-му кроці при відомій оцінці на (**i-1**)-му . При цьому рекурентно будують вже не апостеріорну щільність розподілу імовірностей, а саму оцінку. Власне такі алгоритми одержуються як результат розв’язку задачі лінійної фільтрації марковської послідовності, яка базується на такому варіанті рівняння спостереження

$$y_i = H_i \lambda_i + n_i \quad , \qquad (5.\ 55)$$

де $\mathbf{H_i}$ – прямокутна $\mathbf{N \times r}$ – матриця, за допомогою якої значення λ_i перераховуються в сигнальний вектор $\mathbf{s_i = H_i\, \lambda_i}$; $\mathbf{n_i}$ – відліки вектора завад, які вважатимемо не тільки незалежними , а і такими, що мають нульове середнє значення і розподілені за нормальним законом. Введемо також кореляційну матрицю вектора $\mathbf{n_i}$, яка враховує можливі залежності між його компонентами $\mathbf{n_{1i}, n_{2i}, \ldots, n_{Ni}}$: $\mathbf{K_{ni} = M[n_i n_i^T]}$.

Вважатимемо, що послідовність λ_1, λ_2, λ_3 ..... утворюється відповідно до наступного рівняння повідомлення

$$\lambda_i = B_i \lambda_{i-1} + \upsilon_i\,, \tag{5.56}$$

де $\mathbf{B}_i$ – детермінована $\mathbf{r \times r}$ – матриця;

υ_i – незалежні відліки шуму, які надають послідовності λ_1, λ_2, λ_3,..... випадкового характеру.

Кожний з відліків υ_i вважається $\mathbf{r}$ – мірним нормальним вектором з нульовим середнім значенням та кореляційною матрицею $\mathbf{K_{\upsilon i} = M[\,\upsilon_i\, \upsilon_i^T]}$, незалежними від усіх $\mathbf{n_i}$. Очевидно, що така послідовність – марковська.

З метою спрощення викладок розглядатимемо алгоритм оптимальної лінійної фільтрації для скалярного параметра при скалярному спостереженні, а тоді результати узагальнимо на випадок векторних величин.

Для скалярних величин λ_i, $\mathbf{y_i}$ рівняння спостереження та повідомлення перепишемо в такому вигляді

$$y_i = h_i \lambda_i + n_i\,, \tag{5.57}$$

$$\lambda_i = b_i \lambda_{i-1} + \upsilon_i\,, \tag{5.58}$$

де $\mathbf{h_i}$,$\mathbf{b_i}$ - детерміновані коефіцієнти, залежні від вибору індекса $\mathbf{i}$;

$\mathbf{n_i}$,υ_i - нормальні випадкові величини з нульовими середніми значеннями та з дисперсіями, які позначимо відповідно $\mathbf{D_{ni}}$ і $\mathbf{D_{\upsilon i}}$, при цьому $\mathbf{n}_i$ та $\mathbf{n_к}$ (υ_i та $\upsilon_к$) при $\mathbf{i \neq к}$, а також $\mathbf{n_i}$ з усіма $\upsilon_к$ статистично незалежні.

Нехай λ_0 , яка формально з'являється справа у виразі (5.58) при $\mathbf{i = 1}$, є нормальною випадковою величиною з середнім значенням $\mathbf{m_{\lambda 0}}$ та дисперсією $\mathbf{D_{\lambda 0}}$. Вважаємо, що апостеріорна щільність розподілу імовірностей $p(\lambda_{i-1} / y_1^{i-1})$ нормальна для деякого $\mathbf{i \geq 1}$ з середнім значенням $\mathbf{m_{s-1}}$ та дисперсією $\mathbf{D_{\lambda i-1}}$. При цьому скористаємось наслідком з (5.58), що перехідна (умовна при фіксованому значені λ_{i-1}) щільність розподілу імовірностей

$p(\lambda_i / \lambda_{i-1})$ є нормальною, можна доказати нормальність щільності розподілу імовірностей $p(\lambda_i / y_1^{i-1})$ для фіксованої совокупності вибірок спостережень $\mathbf{y_1^{i-1}}$. Дійсно, все, що можна передбачити про імовірні значення вимірюваного параметра на **i**-му кроці за спостереженнями на всіх попередніх кроках, базується на рівнянні (5.57) з врахуванням того, що відповідно до допущення за даними спостережень y_1^{i-1} величина λ_{i-1} є нормальною з середнім значенням $m_{\lambda-1}$ та дисперсією $D_{\lambda i-1}$.Тоді за даними тих же (**i-1**) спостережень, величина λ_i як результат лінійного перетворення λ_{i-1} з додаванням незалежні нормальні складової υ_i є також нормальною з середнім значенням $b_s m_{\lambda i-1}$ та дисперсією $b_i^2 D_{\lambda i-1} + D_{\upsilon i}$:

$$p(\lambda_i / y_1^{i-1}) = c_{1i} \exp\{-\frac{(\lambda_i - b_i m_{\lambda i-1})^2}{2(b_i^2 D_{\lambda i-1} + D_{\upsilon i})}\}, \qquad (5.59)$$

де в c_{1i} враховані всі співмножники, незалежні від λ_i.

Відповідно до (5.57) , щільність розподілу імовірностей y_i при фіксованому значенні λ_i нормальна з середнім значенням та дисперсією (умовними по відношенню до λ_i) $h_i \lambda_i$ та D_{ni} , так що щільність розподілу імовірностей (c_{2i} не залежить від λ_i) $p(y_i / \lambda_i) = c_{2i} \exp\{-(y_i - h_i \lambda_i)^2 / (2D_{ni})\}$.

Підставивши цей вираз разом з (5.59) в (5.54) та провівши певні математичні перетворення, одержуємо вираз апостеріорної щільності розподілу імовірностей λ_i , обчисленої на основі послідовності з **i** спостережень y_1^i :

$$p(\lambda_i / y_1^i) = c_i \exp\{-\frac{\lambda_i^2}{2}\left[\frac{1}{b_i^2 D_{\lambda i-1} + D_{\upsilon i}} + \frac{h_i^2}{D_{ni}}\right] + \lambda_i \left[\frac{b_i m_{\lambda i-1}}{b_i^2 D_{\lambda i-1} + D_{ni}} + \frac{h_i y_i}{D_{ni}}\right]\}, \qquad (5.60)$$

де в c_i об'єднані всі співмножники, незалежні від λ_i .

Порівнюючи це співвідношення зі стандартним виразом одномірного нормального закону розподілу

$$\left(\sqrt{2\pi D_{\lambda i}}\right)^{-1} \exp\left[-\left(\lambda_i - m_{\lambda i}\right)^2 / \left(2D_{\lambda i}\right)\right] = c_i \exp\left(-\lambda_i^2 / 2D_{\lambda i} + \lambda_i m_{\lambda i} / D_{\lambda i}\right),$$

переконуємося , що апостеріорна щільність розподілу імовірностей $p(\lambda_i / y_1^i)$ є нормальною з дисперсією

$$D_{\lambda i} = \left(\frac{1}{b_i^2 D_{\lambda i-1} + D_{\upsilon i}} + \frac{h_i^2}{D_{ni}} \right)^{-1}$$

та з середнім значенням

$$m_{\lambda i} = \left(\frac{b_i m_{\lambda i-1}}{b_i^2 D_{\lambda i-1} + D_{\upsilon i}} + \frac{h_i y_i}{D_{ni}} \right) D_{\lambda i} .$$

Таким чином, з нормальності апостеріорної щільності розподілу імовірностей на (**i-1**) –му кроці випливає нормальність її на **i**-му кроці, що при допущеннях про нормальність λ_0 індуктивно доказує нормальність апостеріорної щільності розподілу імовірностей при будь-якому значені **i.** При квадратичній або при простій функціях втрат оптимальними (бейєсівськими) оцінками є оцінки за центром ваги (апостеріорним середнім значенням) .Так як для нормальної апостеріорної щільності розподілу імовірностей середнє значення та мода збігаються, то за оптимальну оцінку скалярного вимірюваного параметра доцільно взяти апостеріорне середнє значення.
Тоді

$$m_{\lambda i} = b_i m_{\lambda i-1} + g_i \left(y_i - h_i b_i m_{\lambda i-1} \right) \quad ; \qquad (5.61)$$

$$D_{\lambda i} = \left[\left(b_i^2 D_{\lambda i-1} + D_{\upsilon i} \right)^{-1} + h_i^2 D_{ni}^{-1} \right]^{-1} \quad , \qquad (5.62)$$

де

$$g_i = h_i D_{\lambda i} D_{ni}^{-1} . \qquad (5.63)$$

Співвідношення (5.61, 5.62 , 5,63) називаються рівняннями фільтра Калмана. Як видно з (5.61) , при відомій оцінці $\mathbf{m}_{\lambda i-1}$ на попередньому, (**i-1**) –му кроці , фільтр Калмана, базуючись на рівнянні спостереження (5.58) , прогнозує значення оцінки $\mathbf{b_i m_{\lambda i-1}}$ на **i**-й крок. Після одержання **i**-го спостереження $\mathbf{y_i}$ прогнозована оцінка уточнюється з врахуванням значень, пропорціональних неув'язці (обновлюючому процесу) , тобто відхиленню прогнозованої складової $\mathbf{h_i b_i m_{\lambda i-1}}$ **i**-го спостереження в (5.57) від одержаного відліку $\mathbf{y_i}$. Коефіцієнт пропорційності, який регулює вагу нових даних (неув'язки) в λ_i порівняно з прогнозом $\mathbf{b_i m_{\lambda i-1}}$ називається коефіцієнтом підсилення фільтра Калмана. Ця величина разом з коефіцієнтом $\mathbf{h_i}$ в рівнянні спостереження та дисперсії шуму спостереження $\mathbf{D_{ni}}$ визначається ще і апостеріорною дисперсією $\mathbf{D_{\lambda i}}$ параметра λ_i і збігається з квадратом різниці

оцінки $\mathbf{m_{\lambda i}}$ та істинного значення $\boldsymbol{\lambda_i}$, усередненого за всіма можливими шумами спостереження і, таким чином , характеризує точність оцінювання параметра на **i**-му кроці.Структурна схема фільтра Калмана, яка реалізує алгоритм (5.61), (5.62), зображена на рисунку 5.5.

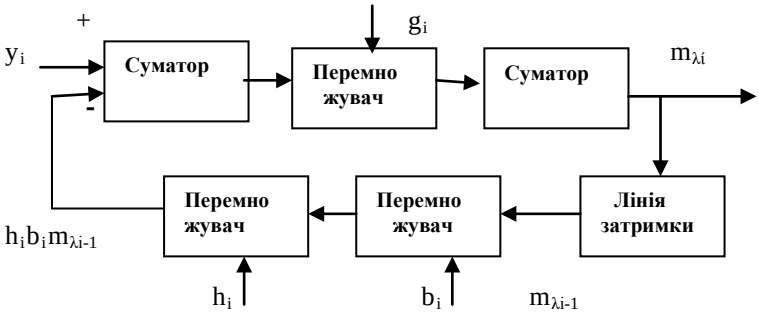


Рис.5.5. Структурна схема фільтра Калмана.

Наведені вище алгоритми та структурна схема рис.5.5. показують, що фільтр Калмана є характерним прикладом лінійної дискретної замкнутої астатичної системи регулювання із змінними параметрами. ЇЇ чутливий пристрій (дискримінатор) виробляє сигнал розузгодження (неув'язки) вхідних даних $\mathbf{y_i}$ та даних, які надходять з мережі зворотнього зв'язку $\mathbf{h_i b_i m_{\lambda i-1}}$. Після зважування розузгодження додається до раніше накопичених результатів, що еквівалентно введеню в замкнутий контур інтегратора, який виключає статичну помилку.

Рекурентний (крок за кроком) характер алгоритму Калмана, який дозволяє одержати поточну оцінку коректуванням її попереднього значення з врахуванням лише чергового (**i**-го) спостереження, дуже зручний при реалізації його з домомогою пристроїв цифрової техніки, особливо при необхідності фільтрації в реальному масштабі часу, тобто в одному темпі з надходженням нових даних.

5.7. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1.Що таке потенційна точність оцінки параметра сигналу і як вона пов’язана з точністю вимірювання координати?

2.Від чого залежить потенційна точність оцінки кутової координати?

3. Від чого залежить потенційна точність оцінки початкової фази сигналу?

4. Від чого залежить потенційна точність оцінки часу запізнення сигналу ?

5. Від чого залежить потенційна точність оцінки частоти (доплерівського зсуву частоти) сигналу ?

6. Як впливає рівень шумів, на фоні яких приймається відбитий сигнал, на середньоквадратичну помилку вимірювання віддалі?

7. Як залежить потенційна точність вимірювання віддалі від форми сигналу?

8. Який сигнал забезпечує максимально можливу точність вимірювання часу запізнення сигналу? Які недоліки має такий сигнал ?

9. Як залежить потенційна точність вимірювання радіальної швидкості від форми сигналу ?

10. Який сигнал забезпечує максимально можливу точність вимірювання радіальної швидкості ?

Які недоліки має такий сигнал ?

11. Від чого залежить потенційна точність вимірювання кутової координати ?

Яким чином можна збільшити цю точність ?

12. Чи пов'язані між собою точність вимірювання параметра сигналу з роздільною здатністю системи за таким же параметром ?

13. Чи можна стверджувати, що система, яка забезпечує високу точність вимірювання параметра, має високу роздільну здатність за цим параметром ?

Чи є справедливим зворотнє твердження ?

14. Наведіть приклад системи, яка дозволяє вимірювати з високою точністю віддаль до цілі, але не забезпечує роздільної здатності системи за віддаллю.

15. Як зміниться точність вимірювання віддалі, якщо сигнал у вигляді радіоімпульса з внутрішньоімпульсною ЛЧМ (тривалість імпульса 10 мкс, девіація частоти 20 МГц) замінити радіоімпульсом

без ЛЧМ з гаусівською огинаючою при тій же тривалості та енергії імпульса ?

16. Як зміниться точність вимірювання доплерівського зсуву частоти при збільшені в 10 разів тривалості сигналу та збережені його енергії ?

17. Яка оцінка називається незміщеною оцінкою?

18. Яка оцінка називається ефективною?

19. Чому виникають інструментальні помилки оцінювання параметрів сигналів і які шляхи їх зменшення.

20.Який зміст поняття "фільтрація параметрів сигналу" ?

21. Яку роль грають апріорні дані в задачах фільтрації ?

22. Яку послідовність називають марковською і чим зручна марковська модель повідомлень для задач фільтрації ?

23. Детермінованими чи випадковими функціями параметра є апріорна щільність розподілу імовірностей , апостеріорна щільність розподілу імовірностей, функція правдоподібності ?

Яка принципіальна різниця апріорної та апостеріорної щільностей розподілів імовірностей?

6.10.ФАЗОВІ РАДІОНАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ

6.10.1. ОСОБЛИВОСТІ ФАЗОВИХ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Принцип дії фазових радіонавігаційних систем базується на вимірюванні віддалі або різниці віддалей до декількох радіомаяків.

Радіомаяком називається передавач високочастотних коливань з заданими параметрами, координати положення якого завжди відомі з високою точністю. Радіомаяки випромінюють коливання, когерентність яких підтримується спеціальною системою синхронізації. Апаратурою споживача приймають та ідентифікують сигнали декількох радіомаяків. Здійснюючи обробку цих сигналів, визначають, шляхом оцінювання різниці фаз між парами сигналів, які надходять від різних радіомаяків, віддаль або різницю віддалей до відповідних радіомаяків. При цьому в апаратурі споживача шкала часу може збігатися з шкалою часу опорних радіомаяків (як це буває при вимірюванні віддалі) або може існувати постійне, але апріорі невідоме розходження шкал часу, яке вимірюється в процесі роботи (як це буває при квазівіддалемірних вимірюваннях). При різницево-віддалемірних вимірюваннях розбіг шкал часу є незмінним протягом радіонавігаційного сеансу і компенсується в радіонавігаційному параметрі, який визначається як різниця запізнень фаз сигналів.

Покази фазометра $\Delta\varphi_\psi$ однозначно пов'язані з оцінкою радіонавігаційного параметра лише в тому випадку, коли зсув фаз між сигналами, які надходять на його входи, $\Delta\varphi < 2\pi$. При невиконанні цієї умови різниця фаз $\Delta\varphi$ містить в собі невідоме число повних фазових циклів, тобто є деякою сумою

$$\Delta\varphi = 2\pi n + \Delta\varphi_\psi \qquad (6.34)$$

З (6.34) випливає, що в загальному випадку вимірювання радіопеленгаційного параметра фазовим методом є неоднозначним. Одному і тому ж значенню $\Delta\varphi_\psi$ відповідає сім'я ліній положення. Коли вимірюване фазометром значення $\Delta\varphi_\psi = 0$, то приймається рішення про те, що споживач знаходиться на одній з ліній положення, але невідомо на якій саме.

Для одночасного задоволення вимог щодо точності та однозначності вимірювань в фазових радіонавігаційних системах застосовують методи усунення неоднозначності фазового відліку. Можна усувати неоднозначність фазових вимірювань шляхом

неперервного підрахунку цілого числа повних фазових циклів в показах фазометра при переміщені споживача від точки з відомими координатами. Однак цей метод усунення неоднозначності ненадійний, бо навіть короткочасний збій в синхронізаторі бортового вимірювача веде до помилкових результатів вимірювань.

Найбільш поширеним є багатошкальний метод усунення неоднозначності. Для його реалізації необхідно , щоб сигнали випромінювалися на декількох частотах, між значеннями яких зберігаються певні цілочислені співвідношення.

Використовують також метод усунення неоднозначності, який базується на добуванні додаткової інформації про функцію, якою модулюється амплітуда несучого коливання. Таким модулюючою функцією може бути навіть гармонічне коливання, або будь-яка інша функція, в тому числі і у вигляді відеоімпульса певної форми. Необхідною умовою при цьому є підтримування строгого синхронізму між модулюючою функцією та фазою несучого коливання.

Найчастіше в радіонавігації використовується різницево-віддалемірний метод визначення координат (рис.6.6) об’єкта, на борту якого встановлена приймальна радіонавігаційна апаратура (апаратура споживача)

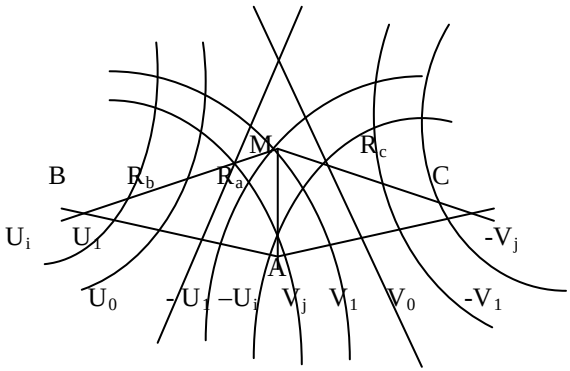


Рис.6.6.Визначення місцезнаходження об’єкта різницево-віддалемірним методом.

Місцезнаходження об'єкта (точка М на рис.6.6) визначається шляхом вимірювання двох різниць віддалей до трьох фіксованих точок (А, В, С , де встановлені опорні передавачі – радіомаяки). Вимірюються віддаллі $\mathbf{R_a}$, $\mathbf{R_b}$,$\mathbf{R_c}$ від об'єкта М до точок А, В, С. Положення об'єкта характеризується гіперболічними координатами, де координатними лініями є дві сім'ї гіпербол: фокусами однієї є точки А і В, фокусами другої – точки А і С. Кожна гіпербола однієї сім'ї характеризується деяким постійним значенням одної гіперболічної координати, кожна гіпербола другої - постійним значенням другої координати, тому гіперболічні координати точки **M(u, v)** дорівнюють:

$$\mathbf{u = R_a - R_b, \qquad v = R_a - R_c.} \tag{6.35}$$

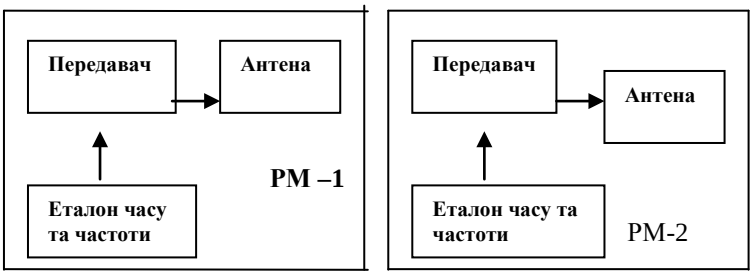
Знання географічних координат пунктів А, В, С дозволяє за допомогою тригонометричних формул перетворити гіперболічні координати **u** і **v** в географічні: широту $\boldsymbol{\varphi = f_1(u - v)}$ та довготу $\boldsymbol{\lambda = f_2(u - v)}$.

6.10.2. РАДІОНАВІГАЦІЙНА ГІПЕРБОЛІЧНА СИСТЕМА.

Структурна схема різницево – віддалемірної (гіперболічної) радіонавіга-ційної системи зображена на рис.6.7.

Визначення різниці віддалей в радіонавігаційній системі вимагає почергового порівняння фаз навігаційних сигналів, прийнятих від радіомаяків РМ – 1 та РМ – 2 з фазою коливання від еталона часу та частоти. Для попередження інтерференції в точці приймання РМ – 2 випромінює сигнал через певний інтервал часу $\mathbf{t_1}$ після того як радіомаяк РМ – 1 випромінить свій сигнал,тоді через інтервал $\mathbf{t_2}$ включається РМ – 1 і т.д. Інтервали $\mathbf{t_1}$ та $\mathbf{t_2}$ відомі. Комутатор, який синхронізується з циклом роботи радіомаяків в процесі пошуку, спрямовує сигнал від радіомаяка РМ – 1 до вимірника фази ВФ – 1, а сигнал від радіомаяка РМ – 2 до вимірника фази ВФ – 2. Визначені вимірниками фази фазові зсуви $\boldsymbol{\Delta\varphi_1}$ та $\boldsymbol{\Delta\varphi_2}$ запам'ятовуються та порівнюються в пристрої порівняння фаз, вихідний сигнал якого пропорційний

$$\mathbf{\Phi_p = \Delta\varphi_1 \pm \Delta\varphi_2 = \omega_0(t_{R1} - t_{R2}).} \tag{6.36}$$


Передавач
Антена
Еталон часу та частоти
РМ –1
Передавач
Антена
Еталон часу та частоти
РМ-2

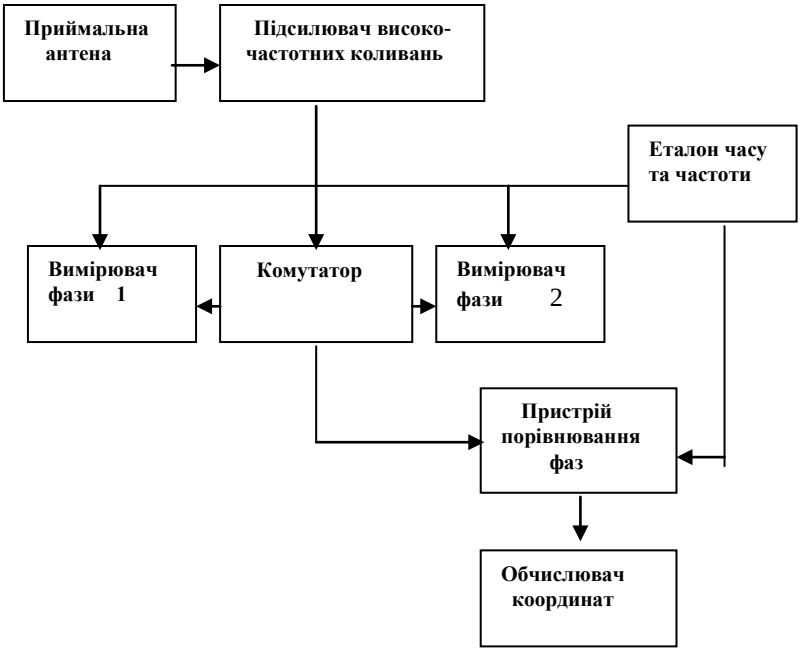

Приймальна антена
Підсилювач високо-частотних коливань
Еталон часу та частоти
Вимірювач фази 1
Комутатор
Вимірювач фази 2
Пристрій порівнювання фаз
Обчислювач координат

Рис.6.7. Основні елементи опорних станцій (радіомаяків) та апаратури споживача різницево – віддалемірної радіонавігаційної системи.

Використання мікропроцесорної техніки в апаратурі споживача дозволяє при досить простих апаратурних затратах здійснювати програмну реалізацію алгоритмів обробки сигналів, забезпечувати розкриття неоднозначності та високу стабільність всіх параметрів приймального тракту при широкому діапазоні зміни зовнішніх факторів.

Найчастіше такі системи реалізуються з використанням коливань наддовгохвильового діапазону, бо саме вони забезпечують майже глобальну зону дії системи, практично необмежену пропускну здатність системи радіонавігації при порівняно невеликій вартості бортової апаратури споживача.

6.11. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1.Які характеристики РЛС відносяться до тактичних характеристик?
2. Якими признаками класифікуються радіолокаційні та радіонавігаційні системи ?
3. Що таке радіолокаційна ціль ? Які об’єкти найчастіше бувають радіолокаційними цілями ?
4.Що таке ефективна поверхня розсіювання цілі і як вона визначається ?
5. Яким чином можна зменшити, а при необхідності, і збільшити, ЕПР цілі?
6. Яка різниця між паралельним, послідовним та паралельно-послідовним методами огляду простору?
7. Імпульсна РЛС працює в режимі кругового огляду. Її атена обертається з кутовою швидкістю 3 об/хв . Діаграма напрямленості антени в горизонтальній площині має ширину 1 градус. Скільки імпульсних сигналів відбивається від точкового об'єкта за один період обертаня антени, якщо частота повторення зондуючого сигналу $F_п$ = 250 Гц?

8. Радіолокаційна станція має два режими кругового огляду: 3 оберти та 15 обертів за хвилину , а всі решта параметрів залишаються незмінними. Наскільки і чому зміниться максимальна віддаль дії такої станції у вільному просторі при роботі в різних режимах?
9. Як розраховується віддаль дії РЛС у вільному просторі?
10. Яким чином віддаль дії РЛС залежить від довжини хвилі зондуючого сигналу?
11. Які фактори спричиняють зменшення віддаллі дії РЛС?
12. Як можна визначити координати об'єкта позиційним методом?
13. Які основні переваги має позиційний (комбінований кутомірно -віддалемірний) метод визначення місцезнаходження цілі?
14. Як можна зменшити вплив пасивних завад на виявлення та вимірювання координат рухомих об'єктів?
15. Що таке система СРЦ, яким є принцип її дії?
16.Що таке система ЧПК, для чого вона використовується?
17. Яка різниця між радіолокаційними та радіонавігаційними системами?
18. Які радіолокаційні системи називаються пасивними?
19. Як з допомогою пасивних радіолокаційних систем визначити місцезнаход ження джерела теплового випромінення?
20. Яка радіолокаційна система називається радіометром?
21. Які переваги має пасивна радіолокаційна система порівняно до систем активної радіолокації?
22. Що таке ефективна яскравісна температура реального випромінювача теплового сигналу і як вона використовується при розрахунках пасивних РЛС?

Частина 3.

РАДІОЛОКАЦІЙНІ ТА РАДІОНАВІГАЦІЙНІ СИСТЕМИ

6.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Радіолокаційні системи (РЛС) класифікують за такими ознаками:

— за походженням сигналу, який приймається приймачем РЛС (активні з активною або пасивною відповіддю, напівактивні, пасивні);

— в залежності від діапазону радіоколивань, який використовується для роботи РЛС (РЛС метрового, дециметрового, сантиметрового, міліметрового діапазону);

— в залежності від виду зондуючого сигналу (РЛС з неперервним немодульованим або частотно-модульованим випромінюванням, РЛС з імпульсним когерентним з малою чи великою щілинністю випромінюванням, РЛС з внутрішньоімпульсною частотною чи фазовою модуляцією);

— в залежності від числа використовуваних каналів випромінювання та приймання сигналів (одноканальні, багатоканальні з частотним або просторовим розділенням каналів);

— в залежності від числа та видів вимірюваних координат (однокоординатні, двохкоординатні, трьохкоординатні);

— в залежності від методу вимірювання (від методів відображення та відліку координат);

— в залежності від місця розміщення РЛС (наземні, корабельні, бортові літакові, супутникові);

— в залежності від функціонального призначення РЛС (РЛС для вимірювання швидкості автомобіля, радіовисотомір, РЛС системи ППО і ПРО) і т.д.

Основні типи наземних РЛС:

— РЛС виявлення повітряних цілей та наведення на них винищувачів;

—РЛС керування повітряним рухом (оглядові та диспетчерські);

—РЛС виявлення та визначення координат балістичних ракет і ШСЗ;

—РЛС зенітно-артилерійських та зенітно - ракетних комплексів;

— РЛС виявлення мінометів;

— РЛС метеорологічні;

— РЛС огляду акваторії порту;

— РЛС огляду злітного поля;

—РЛС виявлення та вимірювання швидкості наземних

об'єктів.

Основні типи корабельних РЛС:

— РЛС забезпечення водіння корабля;

— РЛС виявлення та вимірювання координат надводних об'єктів та низько літаючих цілей;

— РЛС виявлення та вимірювання координат високолітаючих цілей;

—РЛС зенітно-ракетних та зенітно-артилерійських комплексів;

— РЛС виявлення та вимірювання координат балістичних ракет та ШСЗ.

Основні типи бортових літакових РЛС:

— радіовисотоміри;

— радіолокаційні віддалеміри;

—доплерівські вимірювачі шляхової швидкості та кута знесення;

— РЛС виявлення літаків та попередження зіткнень;

— панорамні РЛС огляду земної поверхні;

—РЛС бокового огляду (в тому числі і з синтезованою апертурою);

—РЛС перехоплення і націлювання;

— РЛС наведення керованих ракет;

— радіолокаційні підривачі.

Наведена класифікація охоплює далеко не всі види РЛС, які використовуються .Але і перерахованих видів достатньо, щоб уявити собі всю широту та різносторонність використання радіолокаційних систем.

Радіонавігаційні системи (РНС) класифікують за такими ознаками:

— за методом визначення місцезнаходження об'єкта (РНС позиційні, кутомірні, віддалемірні, різницево-віддалемірні, комбіновані; РНС з використанням обчислення шляху інтегруванням швидкості та прискорення, РНС з використанням оглядово-порівняльних методів визначення місцезнаходження — екстремальні системи);

-за видом параметра сигналу, вимірюванням якого визначають координати об'єкта (РНС амплітудні, часові, частотні, фазові);

-за діапазоном використовуваних коливань (від декакілометрових, використовуваних в наддовгохвильових системах, аж до оптичних, які використовуються в лазерних системах);

-за віддаллю дії системи (космічні, глобальні, далекої та ближньої навігації);

-за місцем розташування опорних станцій - радіонавігаційних точок (РНТ) (РНС наземного та космічного базування на ШСЗ).

Основні параметри системи складають її тактико-технічні характеристики. Тактичні та технічні вимоги до різних РЛС бувають, як правило, різними. Однак при цьому основні параметри, які визначають тактико-технічні характеристики різних систем можуть бути однаковими. В той же час при одній і тій же назві характеристики РЛС і РНС набувають різного змісту в залежності від призначення системи.

В зв'язку з цим доцільно дати визначення основних параметрів, що складають тактико-технічні характеристики системи.

Тактичними називають параметри системи, які визначають її функціональні можливості при практичному, в тому числі і у військовому, застосувані.

До основних тактичних характеристик РЛС та РНС відносять:

— зону дії чи робочу зону системи, задану сектором огляду (пошуку) за параметрами об'єкта, що підлягають вимірюванню;

— час огляду (пошуку) заданого сектора або швидкість огляду;

—параметри (координати), що визначаються, їх число та точність вимірювань;

--- роздільну здатність;

— пропускну здатність;

— завадозахищеність;

— надійність.

Зоною дії називається ділянка простору в якій система надійно виконує свої функції. Для РЛС виявлення зона дії — це ділянка простору, в якій об'єкти виявляються із заданими (не меншими) якісними показниками виявлення. У випадку РЛС точного вимірювання координат границі робочої зони встановлюються допустимою помилкою визначення місцезнаходження об'єкта при заданому рівні завад. Майже завжди одним із параметрів, що визначають зону дії , є віддаль дії системи.

Під віддаллю дії системи розуміють максимальну віддаль, при якій забезпечуються задані якісні показники системи. Деколи зона дії системи обмежується з сторони мінімальних значень. Тоді система характеризується двома параметрами: мінімальною $\mathbf{R_{min}}$ і максимальною $\mathbf{R_{max}}$ віддаллю дії.

Часом огляду називають час, необхідний для одноразового

огляду заданої зони дії системи. Вибір часу огляду визначається маневреністю об'єктів, об'ємом простору огляду, рівнями сигналу і завад, та іншими факторами.

Число координат, вимірювання яких забезпечує система, разом з точністю вимірювання визначає можливості системи при її використовувані.

Точність системи характеризується помилками, які виникають при вимірювані координат та параметрів руху об'єкта в зоні дії системи. Причинами помилок є недосконалість використовуваного методу вимірювань, недосконалість апаратури, вплив зовнішніх умов, суб'єктивні якості оператора і інше.

Роздільна здатність системи — це здатність вимірювати значення параметрів двох або більше близько розміщених в просторі об'єктів або роздільне керування ними.

З допомогою РНС визначають власні координати об'єкта (єдиного для вимірника) і поняття роздільної здатності тут часто пов'язують з можливістю виділення сигналу з корисною інформацією із суміші паразитних сигналів, відбитих від іоносфери, від місцевих предметів і т.д.

Пропускна здатність системи характеризується числом об'єктів, які обслуговуються системою одночасно або за одиницю часу. Пропускна здатність залежить від принципу дії системи, зони дії, точності вимірювань, роздільної здатності і т.д.

В РНС , в яких використовується одна лінія зв'язку (а це різницево-віддалемірні або кутомірні системи) пропускна здатність необмежена, бо одночасно вони можуть обслуговувати будь-яке число об'єктів.

Завадозахищеність РЛС та РНС — здатність надійно виконувати задані функції в умовах організованих та неорганізованих завад.

Надійність системи — це здатність системи виконувати визначені функції протягом деякого інтервалу часу.

Технічними характеристиками РЛС та РНС є:

— методи пошуку цілі (методи огляду простору), методи вимірювання координат та параметрів руху об'єктів;

— робочі частоти, їх стабільність, ширина спектра сигналу;

—форма, ширина діаграми напрямленості антени, коефіцієнт напрямленої дії антени;

— чутливість та смуга пропускання приймача;

— тип індикатора (системи відображення);

— габарити, маса, споживана потужність.

6.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ ЦІЛЕЙ

Радіолокаційними цілями називаються об'єкти, виявлення та вимірювання координат і параметрів руху яких здійснюється за допомогою радіолокаційних систем.

Виявлення та вимірювання параметрів руху цілі є можливим завдяки контрастності цілі на фоні довкілля. Ця контрастність зумовлена неоднорідністю електричних параметрів, яка виникає в точці розміщення цілі і є причиною розсіювання електромагнітних хвиль та виникнення вторинного випромінювання. Інтенсивність вторинного випромінювання і характеристики розсіяння радіохвиль залежать від властивостей цілі (розмірів, конфігурації, фізичних властивостей речовини) та від параметрів падаючої хвилі.

Основними характеристиками радіолокаційних цілей є відбивна здатність, статистичні параметри та спектри флуктуацій амплітуди і фазового фронту відбитого сигналу.

Відбивні властивості цілі визначають ефективну відбивну площу цілі —ефективну площу розсіювання (ЕПР), тобто площу поверхні ідеального ізотропного і не поглинаючого енергію перевипромінювача, який будучу розміщеним в точці цілі, створює біля антени РЛС таку ж густину потоку потужності відбитого сигналу, як і реальна ціль.

Якщо зондуючий сигнал РЛС створює біля цілі, що знаходиться на віддалі **R**, густину потоку потужності $\mathbf{\Pi_1}$, то ціль з ефективною відбивною площою $\boldsymbol{\sigma_{еф}}$ створює відбитий сигнал потужністю $\mathbf{P_ц=\Pi_1\sigma_{еф}}$. Біля антени РЛС утворюється потік потужності густиною

$$\mathbf{\Pi_2 = P_ц/2\pi R^2 = \Pi_1\sigma_{еф} / 4\pi R^2} \quad \mathbf{(6.01)}$$

Звідси

$$\boldsymbol{\sigma_{еф} = 4\pi R^2\Pi_2/\Pi_1} \quad \mathbf{(6.02)}$$

Цілі ділять на елементарні (куля, лист, вібратор) і складні. Складні цілі діляться на точкові та розподілені. Прикладами точкових цілей є літаки, кораблі, ШСЗ на великій віддалі від РЛС. Розподілені цілі ---Земля, або досить велика частина її поверхні.

Із-за нерівномірної діаграми перевипромінювання реальних цілей і випадкової зміни ракурсу їх опромінення радіолокаційною станцією виникають флуктуації потужності відбитого сигналу в

точці приймання (рис.6.1). Ефективна поверхня розсіювання флуктуючої цілі є випадковою величиною, яка описується щільністю розподілу імовірностей відбитого сигналу.

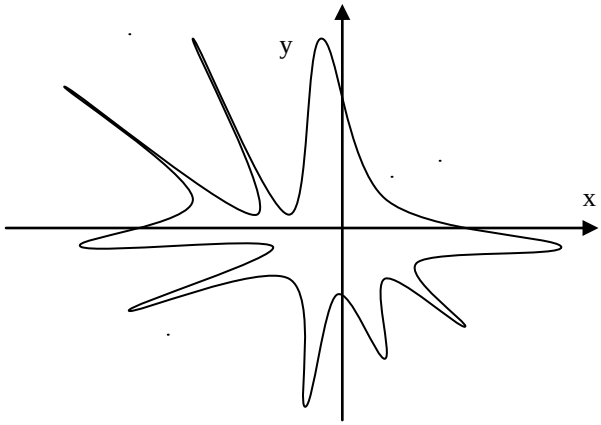


Рис.6.1.Діаграма перевипромінення реальної цілі

Для основних типів цілей ЕПР є такими:
— для транспортного літака 50 кв.м;
— для бомбардувальника 15 —20 кв.м;
— для винищувача 3 —5 кв.м;
— для головки балістичної ракети 0.3 кв.м;
— для людини 1 кв.м;
— для крейсера 14000 кв.м.

Спектр амплітудних флуктуацій відбитого від цілі сигналу визначається зрізаністю діаграми перевипромінювання та швидкістю зміни ракурсу випромінювання. В сантиметровому діапазоні найбільша частота флуктуацій амплітуд (100 —400) Гц.

Поверхня, в кожній точці якої відбитий сигнал має одну і ту ж фазу, визначає фазовий фронт. При нерівномірній діаграмі перевипромінювання фазовий фронт відрізняється від сферичного, тому переміщення цілі відносно РЛС веде до зміни положення нормалі до фазового фронту, за допомогою якої визначається напрям приходу радіохвиль. Тому флуктуації фазового фронту називають кутовими шумами цілі. Спектр цього шуму є низькочастотним і має максимальну інтенсивність в смузі частот від 0 до 5 Гц.

6. 3. ВІДДАЛЬ ДІЇ РАДІОСИСТЕМ

Віддаллю дії радіосистеми називають ту найбільшу віддаль до цілі, на якій забезпечується вимірювання параметрів руху цілі із заданою точністю.

У вільному просторі без врахування заникання радіохвиль в атмосфері і без врахування відбиття радіохвиль від земної поверхні густина потоку потужності біля цілі буде :

$$\Pi_1 = P_п G_a k_п / 4\pi R^2, \quad (6.03)$$

де $P_п$ — потужність передавача, G_a - коефіцієнт напрямленої дії антени передавача,

$k_п$ - коефіцієнт корисної дії антенно-фідерного тракту передавача.

Густина потоку потужності відбитої хвилі біля приймальної антени залежить від Π_1, $\sigma_{еф}$, R.

Потужність сигналу на вході приймача

$$P_{пр} = \Pi_2 S_a k_{пр}, \quad (6.04)$$

де Π_2 —густина потоку потужності відбитого сигналу біля приймальної антени.

$$\Pi_2 = \Pi_1 \sigma_{еф} / 4\pi R^2 \quad (6.05)$$

S_a —ефективна площа приймальної антени;

$k_{пр}$ -коефіцієнт корисної дії антенно-фідерного тракту приймача.

Тоді

$$P_{пр} = (\Pi_a \sigma_{еф} S_a k^2_{пр}) / 4\pi R^2 = (P_п G_a k_п \sigma_{еф} S_a k_{пр}) / (4\pi R^2)^2 \quad (6.06)$$

Максимальна віддаль дії визначається мінімальною потужністю сигналу $P_{прmin}$ на вході приймача (пороговим сигналом), при якому забезпечується необхідна якість виявлення (вимірювання

параметрів) сигналу.

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{P_n G_a S_a \sigma_{еф} k_n k_{пр}}{(4\pi)^2 P_{пр\min}}} \qquad (6.07)$$

В імпульсних РЛС, в яких для випромінювання та приймання сигналів використовується одна і та ж антена, справджуються такі співвідношення $k_п = k_{пр} = k$, $S_a = G_a \lambda / 4\pi$, де λ- довжина хвилі зондуючого сигналу.

У цьому випадку максимальна віддаль дії систем

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{P_n G_a^2 \sigma_{еф} \lambda^2 k^2}{(4\pi)^3 P_{пр\min}}} . \qquad (6.08)$$

Це рівняння називають рівнянням віддалі дії системи або основним рівнянням радіолокації.

Порогову потужність, яка характеризує чутливість реального приймача, можна виразити через порогову потужність оптимального приймача $P_о$

$$P_{пр.\min} = k_{втр} P_о,$$

де $k_{втр}$ —коефіцієнт втрат.

Вважаючи відношення енергії випроміненого та прийнятого сигналів пропорційним відношенню потужностей ($E_i/E = P_п/P_о$), запишемо

$$P_{пр.\min} = k_{втр} P_п E/E_i = k_{втр} q^2 k_б T_ш P_п/(2E_i), \qquad (6.09)$$

де $q^2 = 2E_i/N_о$ —відношення сигнал/шум;

$N_о = kT_ш$ —спектральна густина шуму;

$k_б$ —постійна Больцмана;

$T_ш$—абсолютна шумова температура приймача.

Тоді

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{2E_i G_a^2 \lambda^2 \sigma_{еф} k^2}{(4\pi)^3 k_{втр} q_{\min}^2 k_б T_ш}} \qquad (6.10)$$

Рівняння (6.10) називають узагальненим рівнянням віддаллі дії радіолокаційної системи з активним запитом і пасивною відповіддю.

Віддаль дії РЛС з активним запитом та активною відповіддю визначається не тільки параметрами РЛС, але і параметрами відповідача, розміщеного на борту об'єкта.

Якщо

$\mathbf{G_{аз}}$ і $\mathbf{G_{ав}}$ —коефіцієнти напрямленої дії антен РЛС та відповідача;

$\mathbf{E_{із}}$ і $\mathbf{E_{ів}}$ –енергія зондуючого сигналу РЛС та енергія сигналу – відповіді відповідача ,

то максимальна віддаль дії системи в напрямі запит - відповідь

$$R_{\max,з} = \sqrt{\frac{2E_i G_{аз} G_{ав} \lambda^2 k^2}{(4\pi)^3 k_{втр} q^2 k_б T_ш}} \qquad \textbf{(6.11,а)}$$

Останнє рівняння можна трактувати як рівняння радіозв'язку у вільному просторі. На основі цього рівняння розраховується віддаль дії і неавтономних радіонавігаційних систем.

Максимальна віддаль дії радіолокаційної системи в напрямі відповідач – приймач РЛС

$$R_{\max,в} = \sqrt{\frac{2E_{ів} G_{аз} G_{ав} \lambda^2 k^2}{(4\pi)^3 k_{втр} q^2 k_б T_ш}} \qquad (6.11,б)$$

Таким чином максимальна віддаль дії радіолокаційної системи з активним запитом та активною відповіддю визначається меншою з величин , заданих рівняннями (6.11,а) та (6.11,б).

Реальна віддаль дії РЛС і РНС є дещо меншою, ніж розрахована за наведеними вище співвідношеннями, бо електромагнітні коливання при розповсюдженні в атмосфері заникають черезпоглинання їх енергії киснем повітря, туманом, дощем і т.п. При обчисленнях це враховується за допомогою відповідних коефіцієнтів поглинання.

6.4. ПОШУК СИГНАЛІВ В РАДІОЛОКАЦІЙНИХ ТА В РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Пошук сигналів в радіолокаційних та радіонавігаційних системах передує режиму точного вимірювання (оцінки) їх параметрів, в яких закладена інформація про координати та

параметри руху об'єктів. Для РНС зазделегідь відомим є розміщення опорних станцій (радіомаяків —РНТ), частота несучого коливання та код, індивідуальний для кожної РНТ. Тому на борту об'єкта, який визначає своє місцезнаходження, як правило, нема необхідності в пошуку сигналу того чи іншого радіомаяка, а відбувається лише грубе вимірювання параметрів прийнятих сигналів. Цим відрізняється пошук сигналів в РНС від пошуку сигналів в РЛС, коли зазделегідь не відомо чи є об'єкт в зоні огляду , чи його нема. Тому обмежимося розглядом лише радіолокаційного пошуку сигналу в робочій зоні.

Розміри робочої зони визначаються граничними значеннями вимірюваних координат та швидкістю об'єкта: віддалі ($\mathbf{R_{min}} \div \mathbf{R_{max}}$) , азимута ($\alpha_{min} \div \alpha_{max}$), кута місця ($\gamma_{min} \div \gamma_{max}$) та радіальної швидкості ($\mathbf{V_{r\ min}} \div \mathbf{V_{r\ max}}$). Діапазон зміни кожної координати зручно визначати числом елементів розділення за віддаллю $\Delta\mathbf{R_{min}}$, азимутом $\Delta\alpha_{min}$, кутом місця $\Delta\gamma_{min}$ та радіальною швидкістю $\Delta\mathbf{V_r}$ що припадають на відповідні інтервали:

$$N_r = (R_{max} - R_{min})/\Delta R_{min}, \quad (6.12)$$

$$N\alpha = (\alpha_{max} - \alpha_{min})/\Delta\alpha_{min}, \quad (6.13)$$

$$N\gamma = (\gamma_{max} - \gamma_{min})/\Delta\gamma_{min}, \quad (6.14)$$

$$N_v = (V_{r\ max} - V_{r\ min})/\Delta V_{r\ min}. \quad (6.15)$$

У процесі огляду перевіряються гіпотези про наявність цілі в кожному з елементів розділення. Послідовність перевірок задається методом (програмою, алгоритмом) огляду простору, вибір якого залежить від призначення РЛС.

Станції виявлення працюють в режимі неперервного огляду простору, коли в процесі огляду відбувається виявлення і вимірювання координат об'єктів.

В РЛС точного вимірювання координат огляд закінчується в момент виявлення об’єкту і станція переводиться в режим точного вимірювання координат.

При виборі методу огляду враховують розміри робочої зони, кількість координат, що визначаються, точність вимірювання, необхідний час огляду робочої зони, імовірність появи цілі в різних місцях робочої зони, затрати на технічну реалізацію того чи іншого методу.

Основними параметрами, що характеризують ефективність вибраного методу огляду є середій час до виявлення цілі та середній час між хибними виявленями (середня частота хибних тривог).

Огляд елементів робочої зони РЛС може відбуватись послідовно в часі або одночасно (послідовний та паралельний методи огляду). Застосовується також комбінований послідовно - паралельний метод огляду.

При паралельному огляді обробку сигналу проводять одночасно для всіх елементів розрізнення зони огляду, тому виявлення цілі відбувається зразу при її появі в зоні огляду РЛС. Але технічна реалізація паралельного огляду є дуже складною. Тому при допустимо більшому часі огляду робочої зони РЛС використовують більш прості послідовні або паралельно-послідовні методи огляду.

Огляд робочої зони за віддаллю відбувається в процесі поширення сигналу до цілі і назад. За час $\mathbf{t_{max}=2R_{max}/c}$ відбувається перегляд всіх елементів розділення за віддаллю при певному положенні діаграми напрямленості антени (ДНА). Обробка сигналів, що відповідають всім $\mathbf{N_r}$ елементам розділення за час $\mathbf{t_{max}}$ вимагає створення складної $\mathbf{N_r}$-канальної системи обробки , що є досить складним. Тому, на практиці, погоджуючись з деякими енергетичними втратами реалізують обробку в $\mathbf{k< N_r}$ каналах (паралельно-послідовну).

Огляд робочої зони за радіальною швидкістю стає необхідним, якщо ширина спектра сигналу $\mathbf{\Delta f_{сп}}$ менша від діапазону можливих змін доплерівських зсувів частоти. Тому в системі обробки сигналів повинно бути передбачено $\mathbf{N_v}$ частотних каналів (фільтрів) або один перенастроюваний фільтр в діапазоні
$\mathbf{F_{д\ min}}$ — $\mathbf{F_{д\ max}}$ з смугою пропускання не більшою елемента розділення за частотою $\mathbf{\Delta F_{д}}$.

Огляд робочої зони за кутовими координатами також може бути паралельним, послідовним або паралельно-послідовним.

При паралельному огляді РЛС повинна мати $\boldsymbol{N_{\alpha\gamma}} = \mathbf{N_\alpha N_\gamma}$ кутових каналів, тобто мати $\mathbf{N_{\alpha\gamma}}$ антен з шириною діаграми напрямленості $\Delta\alpha$ і $\Delta\gamma$ так, щоб перекрити всю зону огляду. Обробка сигналів при цьому ведеться $\mathbf{N_{\alpha\gamma}}$ приймачами. Система огляду при цьому стає дуже складною. Тому найчастіше використовують послідовний одноканальний метод огляду шляхом сканування простору вузькою діаграмою напрямленості антени в зоні огляду. Час однократного огляду всієї зони не може бути меншим

$$\mathbf{T_{огл} < t_{r\ max}\ N_{\alpha\gamma}}\ . \qquad \mathbf{(6.16)}$$

Час огляду робочої зони є основним параметром в режимі пошуку цілі і визначає віддаль дії, точність вимірювання та роздільну здатність системи. Якщо ДНА переміщується в просторі рівномірно,

$$T_{огл} = \frac{2R_{\max}\Theta_{\alpha}\Theta_{\gamma}}{c\Delta_{\alpha}\Delta_{\gamma}}, \qquad (6.17)$$

де Θ_{α} І Θ_{γ} —ширина сектора огляду в горизонтальній та у вертикальній площинах;

$\Delta\alpha$ **і** $\Delta\gamma$ —ширина ДНА в горизонтальній та у вертикальній площинах.

На практиці використовують круговий, секторний, гвинтовий, спіральний та конічний методи огляду простору.

6.5. РАДІОЛОКАТОР КРУГОВОГО ОГЛЯДУ

Найбільш поширеним видом радіолокаційної системи, в якій реалізуються більшість з розглянутих вище методів, є позиційна радіолокаційна станція кругового огляду (РЛС КО), яка здійснює пошук і виявлення об'єктів в крузі радіусом $\mathbf{R_{max}}$, визначає їх координати та відображує стан навколишнього оточення на індикаторі кругового огляду (ІКО).

Очевидно, що координати об'єктів в такій позиційній системі вимірюються в полярній системі координат з початком в точці розміщення РЛС. Положення кожного об'єкта в просторі визначається похилою віддаллю до об'єкта (відрізком прямої, яка з'єднує РЛС з об'єктом), та азимутом об'єкта. Для здійснення вимірів цих двох координат використовується комбінаційний метод визначення координат об'єктів, при якому похила віддаль вимірюється імпульсним методом, а азимут — методом максимуму.

Такі станції дозволяють виявляти цілі, визначати похилі віддалі та азимути цілей в межах зони огляду, обмеженої максимальною віддаллю дії $\mathbf{R_{max}}$ і шириною ДНА у вертикальній площині□ Θ_{γ}. ДНА обертається за азимутом з постійною швидкістю, здійснюючи за час одного оберту $\mathbf{T_{об}}$ круговий огляд. Відбиті сигнали приймаються РЛС і відтворюються на екрані електронно-променевої трубки (ЕПТ) індикатора кругового огляду (ІКО), лінія розгортки якого обертається синхронно з обертанням ДНА.

Момент випромінення зондуючого сигналу у вигляді радіоімпульса тривалістю $\mathbf{T_c}$ відповідає початку лінії розгортки

віддаллі, а її азимутальне положення збігається з положенням осі ДНА. Відбитий від цілі сигнал після підсилення та детектування в приймачі РЛС модулює промінь ЕПТ за яскравістю, підсвічуючи точку розгортки, яка відповідає положенню цілі. Відбиті сигнали приймаються протягом часу знаходження цілі в межах ширини ДНА□Θ_α за азимутом. Таким чином розміри відмітки на екрані ІКО за азимутом визначаються шириною ДНА (якщо розміри цілі малі і її можна вважати точковою), а за віддаллю (вздовж лінії розгортки) — тривалістю сигналу на виході приймача. Звичайно відмітки цілей (**Ц**$_1$,**Ц**$_2$,...) на екрані ІКО мають вигляд яскравих дужок, витягнутих за азимутом. Розміри відміток від цілей безпосередньо пов'язані з роздільною здатністю РЛС за віддаллю та за азимутом. Пристрій, що забезпечує погодженну в часі роботу всіх пристроїв РЛС, називається синхронізатором. Синхронізатор складається з високостабіль-ного опорного генератора ОГ, коливання якого використовуються для формування пускових імпульсів в пристрої ФПІ, а також є основою для формування електронних відміток в пристрої ГЕВ (в генераторі електронних відміток). Формувач пускових імпульсів (ФПІ) формує пускові імпульси певної тривалості $\mathbf{T_c}$ з заданою частотою повторення $\mathbf{F_п}$ для запуску модулятора М і генератора розгортки за віддаллю ГРВ. Імпульси модулятора визначають тривалість та частоту повторення високочастотних зондуючих сигналів, які формуються в генераторі високочастотних коливань ГВЧ. Через антенний перемикач АП , який блокує вхід приймача на час випромінювання зондуючого сигналу $\mathbf{T_c}$, високочастотне коливання надходить до антени і випромінюється в напрямі, визначеному положенням ДНА.

Після закінчення випромінювання сигналу і відновлення чутливості приймача РЛС готова до приймання відбитих сигналів з допомогою тієї ж антени.

Таким чином, тривалість зондуючого імпульса $\mathbf{T_c}$ і час відновлення чутливості приймального тракту $\mathbf{T_в}$ обмежують мінімальну віддаль дії (мертву зону) РЛС

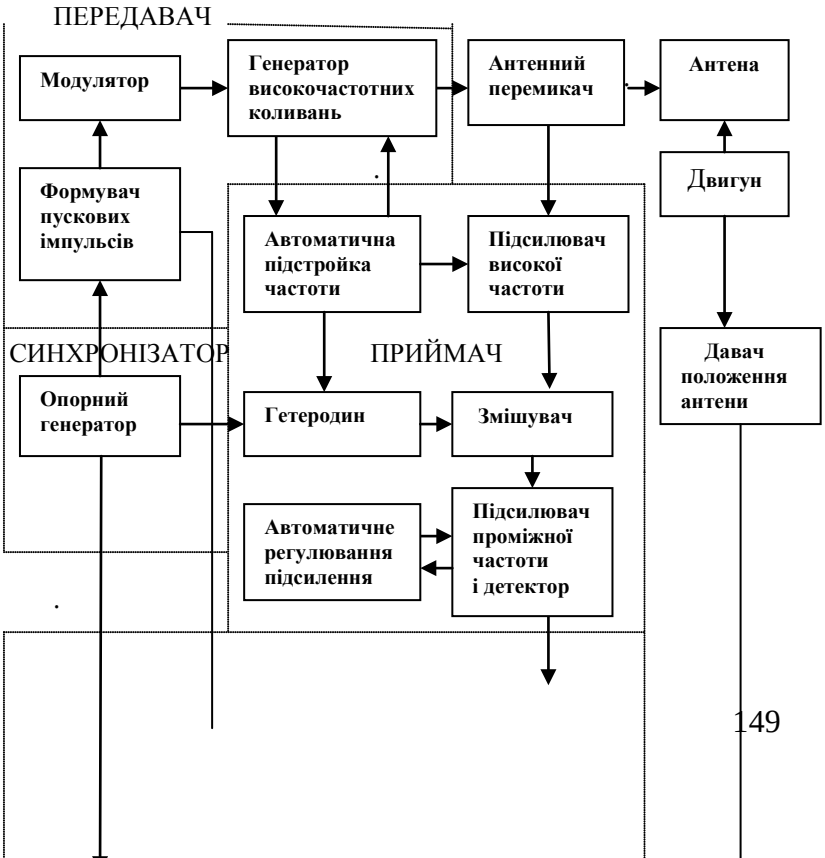
$$\mathbf{R_{min} = c(T_c + T_в)/2}. \qquad \mathbf{(6.18)}$$

Прийнятий радіосигнал, після підсилення і обробки в приймачі РЛС, надходить у вигляді відеоімпульса, підсиленого відеопідсилювачем ВП, на модулювальний електрод (сітку або катод) ЕПТ. Радіально — кругова розгортка ЕПТ формується з допомогою генератора розгортки за віддаллю ГРВ і за азимутом ГРА.

Найчастіше в ІКО використовують ЕПТ з електромагнітним

відхиленням, тому для лінійного відхилення променя ЕПТ вздовж радіуса генератор розгортки віддаллі (ГРВ) створює лінійно наростаючий струм у взаємно перпендикулярних відхильних котушках.

Обертання лінії розгортки синхронно з обертанням антени досягається відповідною модуляцією амплітуди цього струму з допомогою ГРА, керування яким здійснюється напругою давача положення антени (ДПА). Обертання ДНА здійснюється пристроєм обертання антени, яким звичайно є електродвигун з редуктором. Для вимірювання віддаллі в ІКО формуються відмітки віддаллі у вигляді кілець, віддаль між якими залежить від періоду повторення масштабних імпульсів, що формуються генератором електронних відміток.



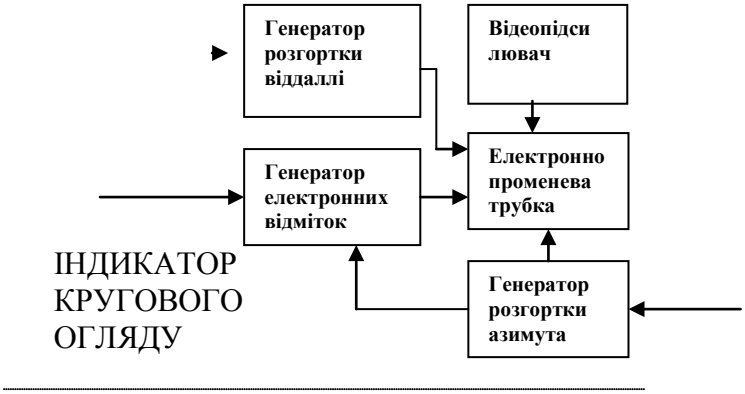


Рис.6.2. Структурна схема радіолокатора кругового огляду.

На прикладі РЛС кругового огляду легко прослідкувати за взаємозв'язком її тактичних та технічних характеристик. Так, максимальна віддаль дії залежить від енергії зондуючого сигналу $\mathbf{E_s=P_iT_c}$, потужності порогового сигналу $\mathbf{P_{min}}$ (чутливості приймача), коефіцієнта розрізнення ІКО — відношення сигнал/шум, достатнього для виявлення сигналу на екрані індикатора із заданими якісними показниками.

Роздільна здатність за віддаллю обмежена шириною спектра зондуючого сигналу, шириною смуги пропускання приймача, а також тривалістю розгортки за віддаллю індикатора та роздільної здатності ЕПТ, використаної для побудови індикатора. Ці ж параметри впливають і на точність вимірювання віддалі. Точність і роздільна здатність при вимірюванні кутових координат і, як частковий випадок — азимута, залежать від ширини діаграми напрямленності антени ДНА.

6.6. ВИДІЛЕННЯ СИГНАЛІВ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ НА ФОНІ ПАСИВНИХ ЗАВАД

Пасивні завади —це радіосигнали, відбиті сторонніми об'єктами при їх опроміненні зондуючими сигналами РЛС. Інтенсивність цих завад може істотно перевищувати не тільки рівень

власних шумів приймача, але і корисний сигнал. Це в значній мірі утруднює виявлення корисного сигналу, а деколи робить це виявлення неможливим.

Методи боротьби з завадами грунтуються на різниці між характеристиками сигналів, відбитих від цілі і від сторонніх відбивачів, обумовленій їх протяжністю, положенням у просторі, швидкістю руху та властивостями відбиття.

Для покращення “помітності”сигналу на фоні пасивних завад необхідно перш за все покращити просторову вибірність РЛС шляхом підвищення роздільної здатності РЛС з метою наближення розміру елемента розділення до розмірів цілі.

Якщо параметри зондуючого сигналу РЛС задані і в приймачі застосовано оптимальний фільтр, який максимізує відношення сигнал/шум, то при наявності пасивної завади виникає необхідність введення ще одного фільтра, який пригамовує частотні складові спектра завади, якщо останні відрізняються від складових спектра сигналу доплерівськими зсувами частоти. Така фільтрація (називається вона селекцією рухомих цілей - СРЦ) є ефективним засобом покращення радіолокаційного зображення і широко використовується в РЛС різного призначення.

Принципово для СРЦ можна використати всі зміни відбитого сигналу, однак практично використовується зміна частоти та фази високочастотного заповнення, бо всі інші зміни сигналу є дуже малими і їх важко зафіксувати. В таких системах СРЦ сигнали, відбиті від нерухомих цілей, пригамовуються спеціальним компенсуючим пристроєм, а сигнали відбиті від рухомих цілей проходять на індикаторні пристрої. Розрізняють системи СРЦ з внутрішньою та зовнішньою когерентністю.

6.7.ПРИНЦИП ДІЇ ТА ПОБУДОВА СИСТЕМ СРЦ З ВНУТРІШНЬОЮ КОГЕРЕНТНІСТЮ

Структурна схема такої системи має вигляд, зображений на рис.6.3

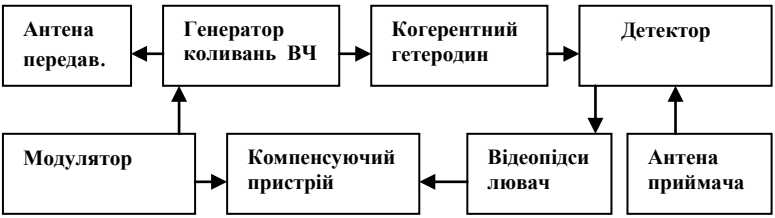


Рис. 6.3. Структурна схема компенсатора завад

Під час випромінювання радіоімпульса (зондуючого сигналу) коливання когерентного гетеродина фазуються коливаннями високочастотного генератора передавача. Когерентність коливань повинна зберігатися протягом часу проходження зондуючого сигналу до найдальшої цілі (на границі зони виявлення - $\mathbf{R_{max}}$) і назад.

Прийнятий сигнал $\mathbf{U_c(t)}$ і напруга когерентного гетеродина $\mathbf{U_{кг}(t)}$ надходять на вхід детектора. Оскільки при цьому виникає різниця фаз $\mathbf{\Delta\varphi}$ між когерентними коливаннями і сигналом, то результуюча напруга биттів на виході детектора дорівнює

$$\mathbf{U_{бит} = \sqrt{U_{кг}^2 + U_c^2 + 2\, U_{кг} U_c \cos\Delta\varphi}}, \quad \mathbf{(6.19)}$$

де $\mathbf{U_{кг}}$ і $\mathbf{U_c}$ —амплітуди когерентних коливань та сигналу;

$\mathbf{U_{бит}}$ —амплітуда коливань биттів.

При умові $\mathbf{U_{кг} >> U_c}$

$$\mathbf{U_{бит} = U_{кг}(1+m \cos\Delta\varphi)}, \quad \mathbf{(6.20)}$$

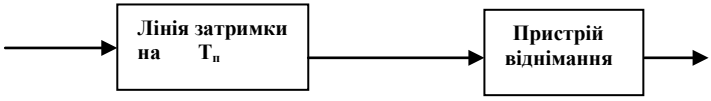
де $\mathbf{m = U_c/U_{кг}}$.

Оскільки тривалість імпульса $\mathbf{T_c}$ є малою, то набігом фаз протягом імпульса можна знехтувати і тоді фазовий зсув $\mathbf{\Delta\varphi}$ в основному визначається віддаллю до цілі

$$\mathbf{\Delta\varphi = \omega_0 t_з = \frac{\omega_0 2R}{c}}. \quad \mathbf{(6.21)}$$

Коли ціль рухається, віддаль до цілі **R** змінюється, викликаючи зміну фази відбитого сигналу, що веде до зміни $\mathbf{U_{бит}}$ від імпульса до імпульса. В той же час при нерухомих об'єктах $\mathbf{U_{бит}}$ залишається незмінним.

У компенсуючому пристрої черезперіодної компенсації (рис.6.4), коли віднімаються сигнали в двох сусідніх періодах повторення, сигнали відбиті від нерухомих об'єктів мають однакові амплітуди і будуть скомпенсовані.



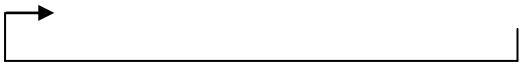


Рис.6.4. Структурна схема пристрою черезперіодної компенсації

Фазовий зсув сигналів, відбитих від рухомих об'єктів (від рухомих цілей), змінюється, що приводить до зміни напруги биттів $\mathbf{U_{бит}}$. При черезперіодному відніманні виникає різницевий сигнал, який подається на вихідний пристрій системи. Амплітуда сигналів, відбитих рухомими об'єктами, на виході пристрою черезперіодної компенсації (ЧПК) буде змінюватися з частотою Доплера $\mathbf{F_д}$. Якщо частота Доплера є кратною до частоти повторення імпульсів $\mathbf{F_д = nF_п}$ **, n=1,2,3,....,** то фазовий зсув $\Delta\varphi$ за час $\mathbf{T_п}$ дорівнює $\mathbf{2n\pi}$ і напруга биттів $\mathbf{U_{бит}}$ залишається постійною, не дивлячись на те, що об'єкт рухається і сигнали при черезперіодному віднімані компенсуються. Радіальна швидкість об'єкта, коли система ЧПК не забезпечує виділення сигналів відбитих цим об'єктом, називається "сліпою швидкістю"

$$\mathbf{V_r = V_{сл} = F_д\ c/2f_o = nF_п\lambda/2} \quad \mathbf{(6.22)}$$

За умови $\mathbf{F_д=(2n+1)F_п/2,\ n=1,\ 2,\ 3,.....}$ різниця аплітуд імпульсів в сусідніх періодах буде максимальною, бо набіг фази за час $\mathbf{T_п}$ дорівнюватиме непарному числу $\boldsymbol{\pi}$. Максимальним буде і результуючий сигнал на виході ЧПК. Тому швидкість руху об'єкта

$$\mathbf{V_r = F_д\lambda/2 = (2n+1)F_п\lambda/4,\ n=1,\ 2,\ 3,.....,} \quad \mathbf{(6.23)}$$

яка відповідає наведеній вище умові, називається оптимальною.

Появу "сліпих швидкостей" можна компенсувати деякою зміною частоти повторення зондуючих імпульсів.

6. 8. ПРИНЦИПИ ДІЇ СИСТЕМ СРЦ З ЗОВНІШНЬОЮ КОГЕРЕНТНІСТЮ

В системах СРЦ з зовнішньою когерентністю як еталонні (когерентні) коливання використовуються сигнали, відбиті від нерухомих об'єктів, які знаходяться в межах площі розрізнення РЛС. Такий сигнал можна представити як суму сигналів, відбитих від

елементарних відбивачів, що знаходяться в межах об'єму розрізнення

$$U(t) = \sum_{i=1}^{н} U_{mi} \sin(\omega_I t - \varphi_{oi}), \qquad (6.24)$$

де U_{mi}, ω_i, φ_{oi} —амплітуда, частота і початкова фаза сигналу, відбитого від і-го відбивача.

Якщо відносне положення елементарних відбивачів незмінне, то сумарний сигнал є регулярною функцією часу. Коли окремі відбивачі рухаються (наприклад із-за вітру), то відбитий сигнал стає випадковим. Середня частота спектра флуктуацій завади f_{cp}, яка визначається радіальною швидкістю V_r руху множинного відбивача (фону) в цілому, дорівнює $f_{cp} = f_i + F_{vcp}$,

де F_{vcp} —доплерівський зсув середньої частоти спектра завади.

Чим вужчим є спектр флуктуацій порівняно з частотою повторення імпульсів $F_п$, тим краще виділяються сигнали рухомих об'єктів на фоні пасивних завад.

Сигнал на виході приймача є результатом биттів сигналів, відбитих ціллю, яка рухається, та нерухомим фоном. Тому після детектування амплітуда відеоімпульсів, що відповідають рухомій цілі, буде змінюватися з частотою, яка є різницею доплерівського зсуву частоти сигналу відбитого ціллю, яка рухається, і доплерівського зсуву середньої частоти спектра завад.

Для придушення відбиттів від фону використовується система ЧПК, як і в системах з внутрішньою когерентністю. Щоби відбулося компенсування пасивної завади в системах із зовнішньою когерентністю необхідно, щоб відбиття від фону були інтенсивнішими порівняно з сигналом відбитим від рухомої цілі.

6.9.ПАСИВНІ РАДІОЛОКАЦІЙНІ СИСТЕМИ

В пасивній радіолокації для визначення місцезнаходження об’єктів використовують природне випромінювання об’єктів спостереження теплового та нетеплового походження. Теплове випромінювання створюють нагріті тіла: сонце, зорі, поверхня землі, різні споруди. Нетеплове випромінювання виникає під час вибухів, причиною випромінювань є блискавки під час громовиці, джерелом нетеплових випромінювань є багато явищ в атмосфері та в космічному просторі.

У пасивній радіолокації в основному використовується теплове випромінювання нагрітих тіл, яке проявляється в

ультрафіолетовому, видимому, інфрачервоному діапазонах та в діапазоні радіовипромінювання (довжина хвиль випромінювання від 0.4 мкм до декількох сантиметрів). Для виявлення та вимірювання координат об'єктів найчастіше використовують теплове випромінювання в інфрачервоному діапазоні та в діапазоні радіохвиль.

В теорії теплового випромінювання при визначенні кількісних співвідношень користуються спектральними та енергетичними величинами. Спектральні величини визначаються спектральними густинами потужності; енергетичні – сумарною потужністю в усьому частотному діапазоні випромінюваних коливань.

Спектральною густиною випромінювання називається відношення потужності, яка випромінюється елементарною ділянкою **dS** поверхні випромінення **S** , в простір, обмежений півсферою, описаною довкола цієї ділянки та площею елементарної ділянки , до площі елементарної ділянки **dS**

$$\mathbf{g=dP/dS,} \qquad \mathbf{(6.25)}$$

Елементарною ділянкою називають частинку площі випромінювання, в межах якої густину випромінювання можна вважати рівномірною.

Основним законом теплового випромінювання є закон, який визначає залежність спектральної густини випромінювання абсолютно чорного тіла від температури. Математично цей закон визначається формулою Планка

$$g(\lambda,T)=\frac{2\pi hf}{\lambda^2\exp\{\frac{hf}{kT}\}-1}\quad, \qquad (6.26)$$

де **h** = 6.624 10^{-24} Дж.с. – постійна Планка;

k = 1.38 10^{-23} Дж/К – постійна Больцмана;

f – частота; **λ** – довжина хвилі, **T** – абсолютна температура,

В діапазоні теплового випромінювання справджується нерівність **hf <<kT**, а тому формулу Планка можна спростити. Апроксимуючи експоненціальну функцію рядом

$$\exp\{\frac{hf}{kT}\}=1+\frac{hf}{kT}+\frac{(hf)^2}{2(kT)^2}+.....$$

та обмежуючись першими двома членами ряду, одержимо формулу Релея – Джинса для обчислення спектральної густини теплового випромінення

$$g(\lambda,T)=\frac{2\pi}{\lambda^2}kT\,. \qquad (6.27)$$

Спектральну густину абсолютно чорного тіла приймають за еталон, з яким порівнюють випромінюючу здатність нагрітих тіл. Відношення спектральної густини $\mathbf{g_1(\lambda,T)}$ тіла з даною температурою до спектральної густини $\mathbf{g(\lambda,T)}$ абсолютно чорного тіла з тією ж температурою називають випромінюючою здатністю

$$\varepsilon=g_1(\lambda,T)/g(\lambda,T)\ . \qquad (6.28)$$

Властивість реального випромінювача , випромінювання якого відрізняється від випромінювання абсолютно чорного тіла , описують за допомогою еквівалентної температури $\mathbf{T_{екв}}$, яка є добутком його фізичної температури **T** на випромінюючу здатність, тобто

$$T_{екв}=\varepsilon\,T \qquad (6.29)$$

Таким чином, еквівалентна температура реального випромінювача - це температура абсолютно чорного тіла , яке дає таку ж потужність випромінювання , як і реальне тіло.

Реальні тіла не тільки випромінюють , але ще і відбивають енергію, яка падає на них. Відбивна здатність тіл характеризується коефіцієнтом відбиття

$$\zeta=1-\varepsilon, \qquad (6.30)$$

що випливає з закону збереження енергії. Енергію відбитого сигналу можна характеризувати деякою еквівалентною температурою

$$T_{екв\ відб}=\zeta\,T_{екв\ сер}, \qquad (6.31)$$

де $\mathbf{T_{екв\ сер}}$ - еквівалентна температура середовища. Для абсолютно чорного тіла $\boldsymbol{\varepsilon=1}$, тобто абсолютно чорне тіло є не тільки ідеальним випромінювачем , але і ідеальним поглиначем. Реальні тіла енергію і поглинають і відбивають. Сумарна кількість енергії, випроміненої нагрітим тілом, та відбитої енергії, що падає на нього з довколишнього середовища, можна враховувати так званою “уявною” температурою

$$T_{уяв}=\varepsilon\,T+\zeta\,T_{екв\ сер}, \qquad (6.32)$$

Різницю уявних температур називають температурним контрастом. Якщо уявна температура відома, то можна, використовуючи закон Релея – Джинса , визначити спектральну

інтенсивність випромінення з поверхні **S** в одиничному просторовому куті $(2\pi/\lambda^2)kT_{уяв}S$. Тоді потужність випромінювання в просторовому куті $\Delta\Omega$ дорівнює

$$P_{сер} = (\frac{2\pi}{\lambda^2}kT_{уяв}S)F\Delta\Omega, \qquad (6.33)$$

де **F** – смуга частот сигналу. Просторовий кут визначається ефективною площею приймальної антени $S_{пр}$ та віддаллю до цілі, тобто $\Delta\Omega = S_{пр}/R^2$.

Основною задачею пасивної радіолокації є одержання інформації про джерела теплового випромінювання. Ця інформація міститься в параметрах прийнятих сигналів (амплітуді, частоті та фазі). Широкосмуговість прийнятих сигналів та їх випадковий характер вимагають розв'язувати задачу їх виявлення як виявлення випадкових сигналів. Очевидно, що стає проблематичною можливість добування інформації з таких параметрів сигналу як частота та фаза. Враховуючи , що амплітудні методи визначення віддаллі (а амплітуду прийнятого випадкового сигналу можна оцінити) забезпечують низьку точність вимірювання, визначення місцезнаходження цілі проводять кутомірними методами , реалізуючи їх за допомогою амплітудних методів визначення кутової координати.

Будь-який тепловий сигнал можна описати моделлю квазігармонічного випадкового сигналу з нормальною щільністю розподілу імовірностей миттєвих значень, з випадковими огинаючою та фазою високочастотних коливань.

Важливими характеристиками теплових сигналів є також їх форма та тривалість. Тривалість сигналу визначає його енергію, а знання форми необхідне для побудови оптимальних фільтрів. Для оглядових РЛС форма сигналу залежить від діаграми напрямленості приймальної антени, а тривалість – від часу спостерігання сигналу при сканувані діаграми напрямленості антени.

Далекість дії такої системи визначається за допомогою співвідношень (6.11,а) та (6.33) при відомій тривалості сигналу. Основу структури приймача буде визначати структура оптимального виявника випадкового сигналу (рис.2.18).

Радіолокаційні системи пасивної радіолокації, які виявляють джерела теплового випромінювання часто називають радіометрами. Структурна схема такого радіометра зображена на рис.6. 5.

↓

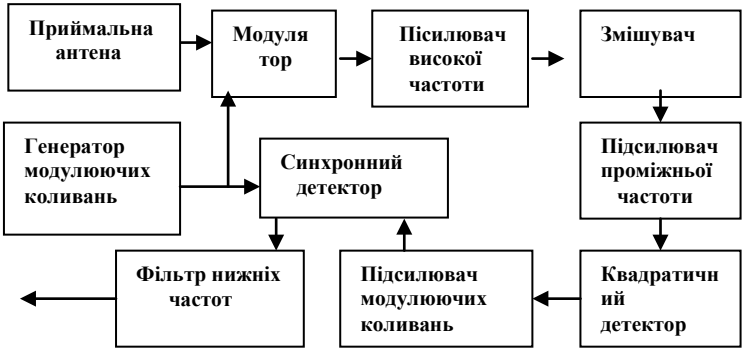
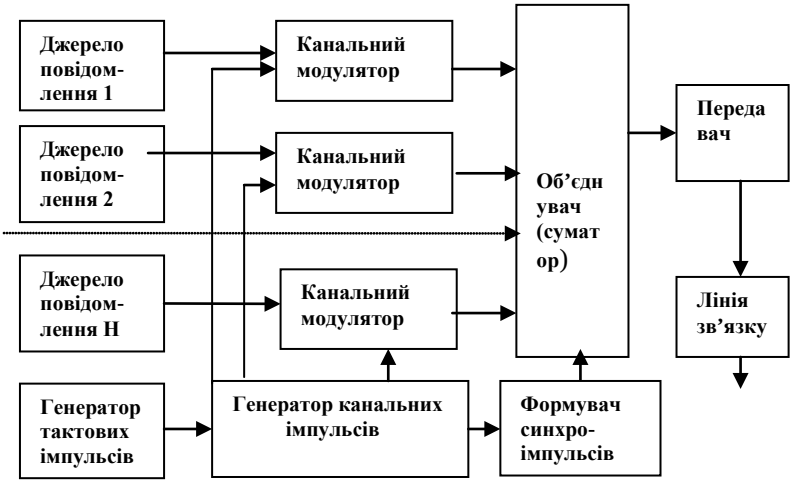


Рис.6.5. Структурна схема радіометра модуляційного виду.

Достоїнством пасивних РЛС є скритність їх роботи, пов’язана з відсутністю зондуючого сигналу. Одночасно енергетичні характеристики, габарити та маса пасивних РЛС вигідно відрізняють їх від РЛС, які працюють в активному режимі. До недоліків радіометричних методів слід віднести малий рівень та випадковий характер вхідних сигналів і необхідний із-за цього великий інтервал часу накопичення сигналу, що робить системи теплолокації дуже інерційними.

7.5. БАГАТОКАНАЛЬНІ СИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ З ЧАСОВИМ РОЗДІЛЕННЯМ КАНАЛІВ

Часове ущільнення каналів полягає в тому, що з допомогою комутатора спільний (груповий) канал почергово надається для передачі сигналів кожного каналу багатоканальної системи передачі інформації. Оскільки сигнали в цьому випадку не перекриваються в часі, то вони стають ортогональними при довільній формі кожного з інформаційних сигналів (канального повідомлення). Очевидно, канальним повідомленням можна ставити у відповідність (модулювати) не тільки амплітуду канального сигналу, але і інші його параметри, такі як тривалість , часовий зсув та інше. Узагальнена функціональна схема передавальної та приймальної частин багатоканальної системи з ЧсРК наведена на рисунку 7.7. Різновидності систем з часовим розділенням каналів (ЧсРК) визначаються в основному способом перетворення канальних повідомлень в сигнали (тобто способом модуляції) та видом синхронізації. Роботу функціональних схем передавальної та приймальної частин системи можна пояснити за допомогою діаграм, наведених на рисунках 7. 8 ÷ 7. 10.



а) передавальна частина

184

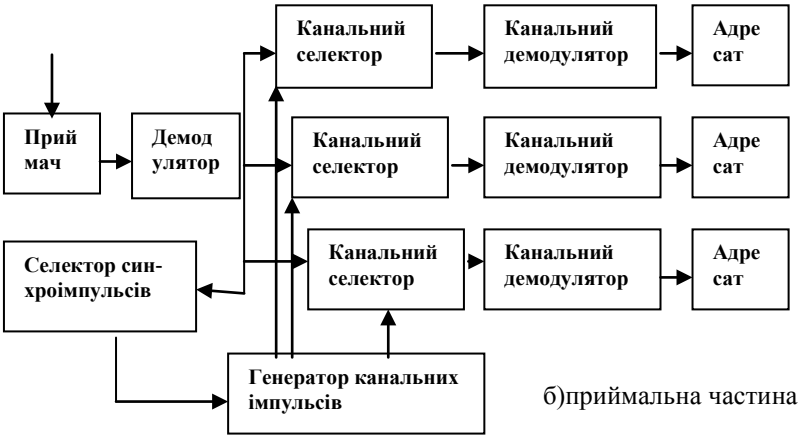
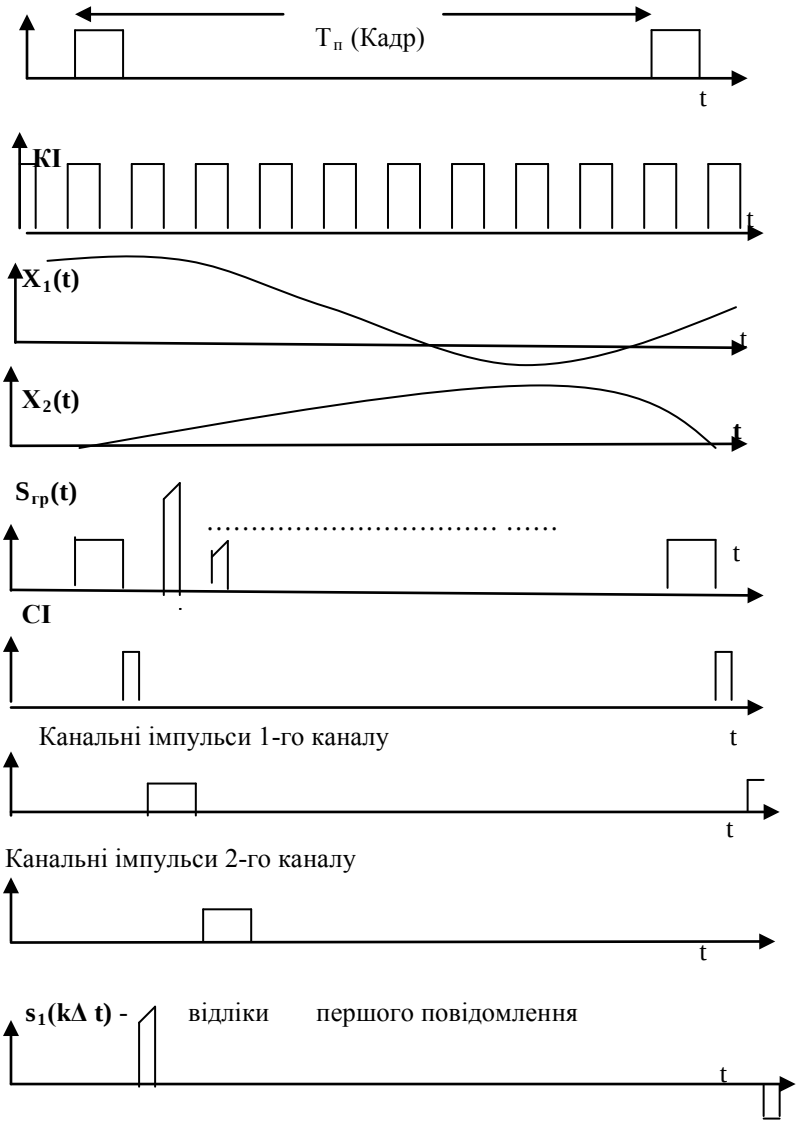


Рис.7.7.Структурна схема багатоканальної системи передачі інформації з часовим розділенням каналів

Повідомлення в кожному каналі передаються послідовністю імпульсів, середній період повторення яких $\mathbf{T_п = 1/F_{max}}$, де $\mathbf{F_{max}}$ – найбільша з верхніх частот спектрів повідомлень. Часові інтервали, які виділяються під передачу канальних сигналів, формуються генератором канальних імпульсів Ці імпульси забезпечують почергове під'єднання джерел інформації до канального модулятора, в якому відбувається модуляція певного параметра імпульса відповідним значенням відліку повідомлення. Початок циклу взяття відліків від окремих джерел повідомлень і формування відповідних канальних сигналів визначається синхронізуючим імпульсом, який передається разом з канальними імпульсами спільним тракту. Розділення сигналів на приймальній стороні відбувається в часових (канальних) селекторах, які стробуються імпульсами від генератора канальних імпульсів (ГКІ). Робота генератора ГКІ синхронізується синхроімпульсами, виділеними з групового сигналу тракту за допомогою схеми виділення синхроімпульса . Для полегшення синхронізації досить часто кожному каналові відводять однакові проміжки часу**T**,так що $\mathbf{T_п = (N+1)}$. Різні системи з ЧсРК відрізняються одна від одної на передавальній стороні лише блоками канальної модуляції і формування синхроімпульсів, а на приймальній стороні – пристроєм обробки групового сигналу схемою

185


Тп (Кадр)
t
КІ
t
X1(t)
t
X2(t)
t
Sгр(t)
t
СІ
Канальні імпульси 1-го каналу
t
t
Канальні імпульси 2-го каналу
t
s1(kΔ t) - відліки першого повідомлення
t

186

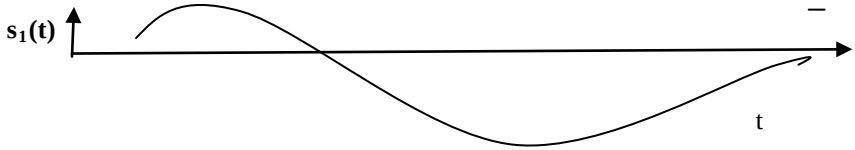


Рис.7.8. Часові діаграми сигналів в деяких вузлах системи. виділення синхроімпульсів та демодуляторами канальних сигналів.

Наприклад, у системі з ФІМ-ЧМв першому ступені модуляції використовується фазово-імпульсна модуляція (ФІМ), а в другому ступені - частотна модуляція (ЧМ). Класифікація багатоканальних систем передачі інформації з часовим розділенням каналів (ЧсРК) ведеться за видами модуляції в ступенях.

7.5.1.ІМПУЛЬСНІ ВИДИ МОДУЛЯЦІЇ ТА СПОСОБИ ДЕМОДУЛЯЦІЇ В СИСТЕМАХ З ЧАСОВИМ РОЗДІЛЕННЯМ КАНАЛІВ.

Послідовність канальних імпульсів одного каналу подамо у вигляді

$$S_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U(t) f(t - t_k), \qquad (7.\ 29)$$

де **U(t)** - закон зміни амплітуди; $\mathbf{t_k = k\,T_п + t_0 + \Delta_k}$.

Найчастіше $\mathbf{f(t-t_k)}$ є послідовністю прямокутних імпульсів, тоді $\mathbf{S_i(t)}$ набуває вигляду, зображеного на рис. 7.9.

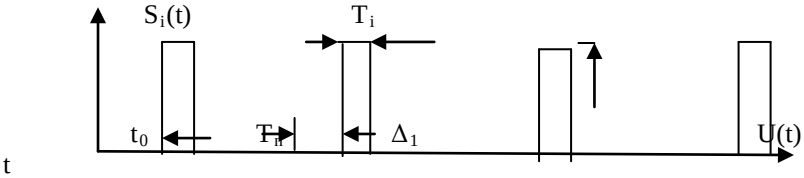


Рис. 7.9.Загальний вигляд канального сигналу

В багатоканальних системах з ЧсРК застосовуються такі види модуляції:

. 1. Амплітудно-імпульсна модуляція (АІМ). В цьому випадку пропорціонально повідомленню змінюється амплітуда імпульсів, тобто **U(t) = f(t,x$_i$)** повторює зміну повідомлення **X$_i$(t)** в інтервалі часу, коли існує цей імпульс; АІМ -2, коли значення величин імпульсів відповідає значенням **X$_i$(t)** в моменти тактових точки, а вершини імпульсів залишаються плоскими. .

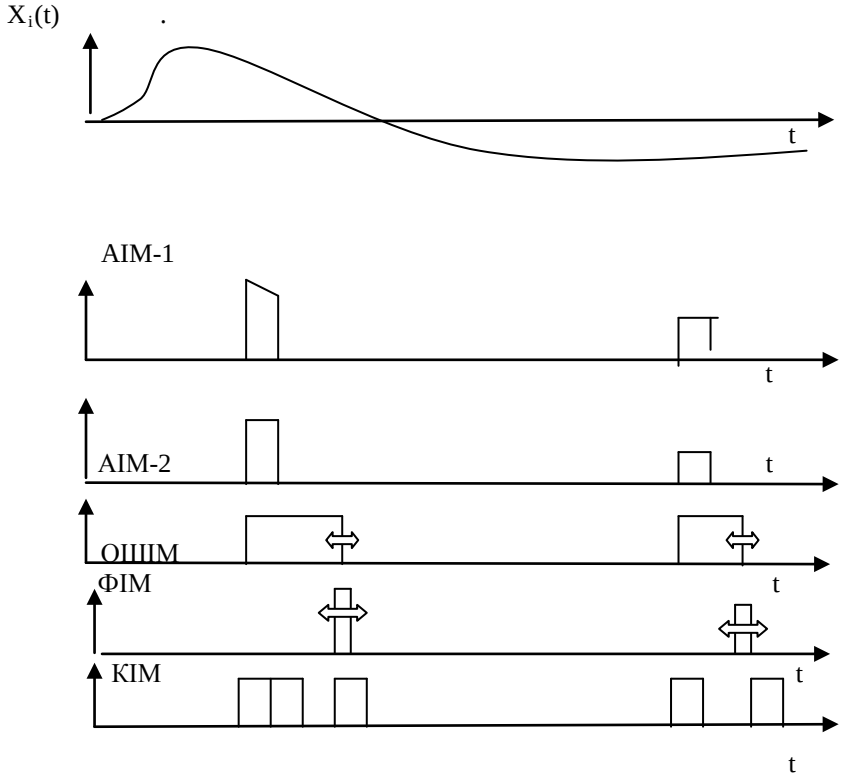


Рис. 7.10. Види імпульсної модуляції

. Очевидно, що при $\mathbf{T_i << 1/F_{max}}$ різниці між АІМ -1 та АІМ – 2 нема. Демодуляція сигналів з АІМ здійснюється з допомогою фільтра нижніх частот з смугою пропускання $\mathbf{[0 – F_{max}]}$, або з допомогою смугового фільтра (СФ) з середньою частотою смуги пропускання $\mathbf{mF_п}$, m =1, 2, 3, ... та смугою пропускання $\mathbf{2F_{max}}$ і наступним детектуванням з допомогою амплітудного детектора.

. 2. Широтно - імпульсна модуляція (ШІМ) . При цьому виді модуляції пропорціонально канальному повідомленню змінюється ширина канального імпульсу, тобто $\mathbf{T_i = f(X_i)}$. Найчастіше використовується різновид широтно-імпульсної модуляції — одностороння широтно -імпульсна модуляція, коли ширина канального імпульсу збільшується (зменшується) в одну сторону від тактової точки (ОШІМ).

. 3. Фазово - імпульсна модуляція (різновид часово-імпульсної модуляції). В цьому випадку пропорціонально повідомленню змінюється часове положення імпульса, тобто відбувається зсув кожного імпульса ГКІ в часі пропорціонально значенню повідомлення в момент тактової точки. Сигнал з ФІМ можна одержати з сигналу з ОШІМ шляхом диференціювання заднього фронту імпульса генератора керованої ширини. Демодулюють сигнали з ФІМ спочатку перетворюючи їх в сигнали з ОШІМ, пізніше сигнали ОШІМ перетворюють в сигнали з АІМ і детектують вже як сигнали з АІМ.

7.5.2.ПЕРЕКРУЧЕННЯ СИГНАЛІВ В БАГАТОКАНАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ З ЧАСОВИМ РОЗДІЛЕННЯМ КАНАЛІВ

Для систем з ЧсРК характерними є три види перекручень: модуляційні, демодуляційні та перехресні (між каналами). Модуляційні перекручення виникають при нераціональному виборі періоду повторення $\mathbf{T_п}$ канальних імпульсів та коефіцієнта модуляції, а також внаслідок нелінійності модуляційних характеристик. Демодуляційні перекручення при АІМ виникають через недосконалість частотних характеристик ФНЧ та СФ. Рівень цих перекручень можна зменшити шляхом збільшення частоти повторення $\mathbf{F_п}$ канальних імпульсів порівняно зі значенням частоти повторення, необхідної відповідно до теореми Котельнікова, тобто

вибиром $\mathbf{F_п / F_{max} = r > 2.}$ Задовільні результати одержуються вже при **r** = 3....4. Відносні середньоквадратичні значення помилок при цьому не перевищують одиниць відсотків.
При ШІМ та ФІМ демодуляційні перекручення не усуваються навіть при ідеально прямокутній формі частотних характеристик фільтрів, бо бокові смуги біля частот $\mathbf{mF_п}$ мають безмежне число складових. Шляхом збільшення значень **r** рівень перекручень можна знизити, однак при таких же ФНЧ помилки за рахунок перекручень при ШІМ та ФІМ в 2....4 рази більші, ніж при АІМ. Через це сигнали ШІМ та ФІМ на приймальній стороні попередньо перетворюються в АІМ і лише після цього демодулюються за допомогою ФНЧ. Перехресні перекручення в системах з часовим розділенням каналів виникають головним чином внаслідок нерівномірності частотної характеристики спільного тракту.
Перекручення першого роду виникають внаслідок обмеження смуги пропускання зверху. При цьому перехідні процеси від імпульсів попередніх каналів не встигають заникнути до моменту появи імпульсів наступних каналів і, додаючись до них, змінюють їх форму, викликаючи зміни амплітуди, тривалості чи часового положення. Перекручення другого роду спричиняються нерівномірністю частотної характеристики групового тракту в ділянці нижніх частот.
Радіотехнічні системи передачі інформації з часовим розділенням каналів мають очевидну перевагу над системами з частотним розділенням каналів. Це обумовлене тим, що завдяки рознесенню передачі сигналів в різних каналах в них відсутні перехідні завади нелінійного походження. Досить важливим є те, що в системах з часовим розділенням каналів є значно меншим пік –фактор.

7.6.ЦИФРОВІ БАГАТОКАНАЛЬНІ СИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Цифрові багатоканальні системи передачі інформації будуються у вигляді систем з часовим розділенням каналів і кодово-імпульсноюмодуляцією (КІМ) (імпульсно-кодовою модуляцією - ІКМ) в першому ступені, або ж у вигляді систем з КІМ та нелінійним ущільненням каналів

При реалізації цифрових багатоканальних систем з часовим розділенням каналів протягом інтервалу **T,** який відводиться для передачі повідомлень кожного каналу, формуються послідовності

нормованих імпульсів, різних для різних значень повідомлення. Як правило, це бувають послідовності коректуючого коду, які дозволяють виявляти та виправляти помилки, що виникають внаслідок завад в процесі передачі.

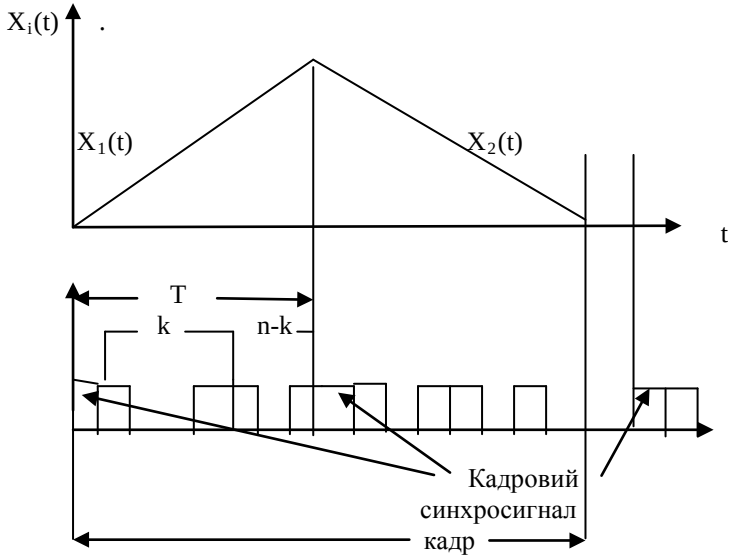


Рис.7.11. Напруги на виході комутатора та груповий сигнал.

Функціональна схема передавальної та приймальної частини такої системи відповідає структурним схемам, зображеним на рис. 7.7. Канальний модулятор (рис.7.7) складається з аналого-цифрового перетворювача (АЦП) канальних повідомлень $\mathbf{X_i(t)}$ в **к** - розрядні двійкові комбінації інформаційних символів та кодера, який виробляє відповідні надлишкові символи, що разом з інформаційними символами утворюють **n**-розрядні кодові комбінації(рис.7.11).

В системах з КІМ вимоги до точності синхронізації значно вищі, ніж в системах з АІМ, ШІМ, ФІМ. Помилка у визначені положення тактових імпульсів на приймальній стороні не повинна перевищувати десятої частини тривалості кодових символів $\mathbf{T_i}$. Тому в таких системах здійснюється подвійна синхронізація: кодових слів

та кадрів. Для забезпечення можливості виділення імпульсів синхронізації слів (ІСС) на початку кожного слова в груповому сигналі вставляється спеціальний символ, наприклад «1». Тоді слово складається з **n+1** символів. В приймальній частині системи з КІМ специфічними будуть блок обробки групового сигналу і схема виділення синхроімпульсів. Вважатимемо, що в радіотракті системи використовується фазова або частотна маніпуляція. При цьому відеоімпульси на виході приймального пристрою (детектора) будуть двополярними.

Імпульси тактової синхронізації на приймальній стороні формуються з допомогою блоку тактової синхронізації (БТС), який на основі аналізу моментів переходу через нуль відеоімпульсів прийнятого сигналу $\mathbf{Y_{гр}(t)}$ виробляє послідовність імпульсів, що збігаються з положеннями тактових точок (з символами). Безпосередньо в прийнятій реалізації $\mathbf{Y_{гр}(t)}$ нема складової частоти повторення символів $\mathbf{F = 1/T_i}$. Для її утворення застосовується нелінійна операція «обмеження- диференціювання - взяття модуля». Така схема працює за принципом фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ) керованого генератора коливань з частотою повторення символів. З коливань генератора формуються тактові імпульси та імпульси скидання інтеграторів рис.7.12).

В блоці синхронізації слів використовується повторення одного символа на початку кожного слова. Також здійснюється, шляхом поділу частоти послідовності тактових імпульсів в **(n+1)** раз (тобто до частоти повторення слів) прив'язування вихідних імпульсів до початку слова. Признаком початку слова є перевага одиниць над нулями. Схема аналізу співставляє їх кількість. Якщо числа їх близькі, то формується імпульс зсуву, який додається до вхідного сигналу подільника тактових імпульсів, що забезпечує зсув моментів часу формування вихідних імпульсів.

Блок синхронізації кадрів реалізується у вигляді погодженого з сигналом кадрової синхронізації фільтром, на виході якого формується імпульс в момент закінчення кадрового синхросигналу.

7. 6. 1. ПЕРЕКРУЧЕННЯ СИГНАЛІВ В ЦИФРОВИХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Перекручення сигналів в цифрових системах зв’язку можуть виникати як внаслідок зовнішніх шумів, так і через шуми квантування.

Реалізація сигналу на вході приймача цифрової системи, як і у випадку будь-яких систем зв'язку, представляє собою адитивну суміш

корисного сигналу у вигляді послідовності імпульсів кодових комбінацій і шуму. Наявність шуму в прийнятій реалізації може викликати помилки у розпізнаванні імпульсів та пауз кодових комбінацій, імовірність помилки залежить від відношення сигнал/шум на вході приймача та виду модуляції несучого коливання. Ці помилки, коли імпульс кодової комбінації замінюється паузою і зворотньо, змінюють кодові комбінації, через що виникають перекручення інформаційних сигналів. Зменшення імовірності таких помилок досягається вибором певних величин вхідних відношень сигнал/шум , а також використанням коректуючих кодів, які дають можливість такі помилки виявляти та виправляти.

Шуми квантування виникають тільки в цифрових системах передачі інформації і повністю визначаються числом рівнів квантування. Їх можна зробити як завгодно малими, вибираючи велике число рівнів квантування. Очевидно , що при цьому необхідно збільшити число кодових символів у кодових комбінаціях та зменшити тривалість символів, збільшуючи тим самим ширину спектра сигналу в каналі зв'язку.

Для визначення потужності шумів квантування запишемо реалізацію **X(t)** неперервного повідомлення у вигляді розкладу його в ряд Котельникова

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\Delta t)\frac{\sin[2\pi F_c(t-k\Delta t)]}{[2\pi F_c(t-k\Delta t)]} \quad . \qquad (7.30)$$

Після квантування відліків одержимо функцію **Xкв(t),** яка буде наближеним описом **X(t)**

$$X_{кв}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{кв}(k\Delta t)\frac{\sin[2\pi F_c(t-k\Delta t)]}{[2\pi F_c(t-k\Delta t)]} \quad . \qquad (7.31)$$

Квантоване значення відліку $\mathbf{X_{кв}(t)}$ запишемо у вигляді суми

$$\mathbf{X_{кв}(k\,\Delta t) = X(k\,\Delta t) + l_k\,\Delta t}\ ,$$

де $\mathbf{l_k}$ - безрозмірна випадкова величина з рівномірним законом розподілу в інтервалі $\mathbf{-0.5 < l_k < 0.5}$.

При розрахунках часто вважають, що помилка квантування має рівномірний розподіл (при великому числі рівнів квантування це близько до істини).

193

$$p(l_к)=\begin{cases} 1 \quad \text{при} \quad l_k < 0.5; \\ 0 \quad \text{при} \quad l_k > 0.5. \end{cases} \qquad (7.32)$$

Позначивши відновлюючу функцію Котельникова в (7.30) через **Ξ(t),** перепишемо вираз (7.31) у вигляді

$$X_{кв}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [X(k\Delta t) + l_k \Delta x] \Xi_k(t) \qquad (7.33)$$

або $$X_{кв}(t) = X(t) + \Delta x \sum_{k=-\infty}^{\infty} l_k \Xi_k(t) \ ,$$

тоді помилка квантування (шум квантування)

$$\varepsilon(t) = \Delta x \sum_{k=-\infty}^{\infty} l_k \Xi_k(t) \qquad (7.34)$$

З врахуванням (7.30) одержуємо

$$l_k^2 = D_{l_k} = \int l_k^2 dl_k = \frac{l_k^3}{3}\Big|_{-0.5}^{0.5} = \frac{1}{12} \qquad (7.35)$$

Тому середня потужність шуму квантування

$$\left[\varepsilon^2(t)\right]_{сер} = (\Delta x)^2 D_{l_k} = \frac{(\Delta x)^2}{12} \qquad (7.36)$$

Виразимо **Δx** через число рівнів квантування **L**. Вважаючи, що **X(t)** є нормованим повідомленням **-1< X(t) < 1** , одержимо

$$\Delta x = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{L-1} \ , \qquad (7.37)$$

а

$$\left[\varepsilon^2(t)\right]_{сер} = \frac{1}{3(L-1)^2} = \frac{1}{3(2^n-1)^2}, \qquad (7.38)$$

де **n** - число розрядів двійкового коду, яким задається значення величини одного відліку

З цього співвідношення видно, що точність задання квантованого повідомлення залежить від числа рівнів квантування. Вибираючи це число досить великим, можна зменшити відносний рівень шумів квантування до будь-якого мінімального рівня.

7.6.2. СИНХРОНІЗАЦІЯ В БАГАТОКАНАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ З ЧАСОВИМ РОЗДІЛЕННЯМ КАНАЛІВ

Для розділення каналів на приймальній стороні необхідно передавати спеціальні сигнали , які дозволяють визначити початок кадра. Ці сигнали називають синхроімпульсами. Вони повинні чим – небудь відрізнятися від канальних.

. Найпростіше реалізуються синхросигнали, які відрізняються від канальних імпульсів амплітудою або тривалістю. Разом з тим використання таких синхронізуючих сигналів забезпечує низьку точність синхронізації, чим пояснюється їх використання лише в системах з АІМ та ШІМ, де дуже висока точність синхронізації необов'язкова. При фазово-імпульсній модуляції помилка синхронізації прямо веде до виникнення помилки демодуляції і спричиняє перекручення вихідних сигналів.

. Реалізувати більш точну синхронізацію можна за рахунок використання в якості синхросигналів інтервально – часових кодів (наприклад, послідовностей коротких імпульсів з властивістю "не більше одного збігу"). В цьому випадку синхроімпульси представляють собою групу коротких імпульсів, віддалених один від одного на певні (як правило, некратні) проміжки часу.

. На приймальній стороні ставиться погоджений з синхроімпульсами фільтр, вихідний сигнал якого представляє собою стиснутий в часі сигнал (функцію кореляції вхідного сигналу синхронізації), що дозволяє його виділити з поміж інших сигналів і , завдяки його малій тривалості, забезпечити точну синхронізацію.

. . В системах з високими вимогами до точності синхронізації (системи з часово-імпульсною модуляцією) застосовуються більш складні пристрої синхронізації з фазовим автопідстроюванням частоти генератора неперервних коливань (рис.7.12).

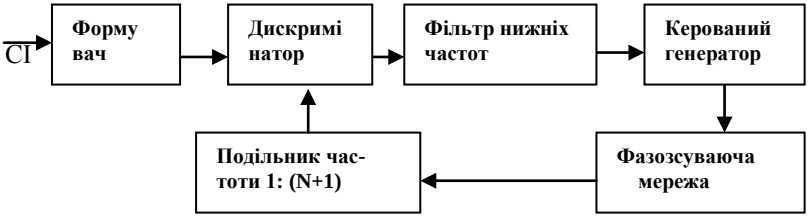


Рис.7.12. Генератор частоти селекторних імпульсів з фазовим автопідстроюванням частоти.

Керований генератор генерує коливання з періодом повторення селекторних імпульсів. З коливань керованого генератора лічильник та дешифратор формує селекторні імпульси. Остання частина схеми (рис.7.12) забезпечує корекцію частоти та фази коливань цього генератора.

Фазове автопідстроювання частоти здійснюється шляхом порівняння на дискримінаторі взаємного часового положення двох коливань: коливання, виділенного з послідовності синхроімпульсів , та коливання, одержаного з напруги керованого генератора шляхом поділу його частоти в **(N+1)** раз. Сигнал розузгодження згладжується фільтром нижніх частот, усереднюється за багато періодів повторення $\mathbf{T_п}$ **,** і реалізує фазове автопідстроювання частоти. Фазозсуваюча мережа використовується для компенсації неминучих в схемі шкідливих часових зсувів.Звужуючи смугу пропускання фільтра нижніх частот, можна одержати дуже малу помилку синхронізації.. Але при цьому система робиться все більш інерційною, зростає час входження в синхронізм, зростають динамічні помилки фазового автопідстроювання частоти.

7.7. БАГАТОКАНАЛЬНІ СИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ З НЕЛІНІЙНИМ УЩІЛЬНЕННЯМ КАНАЛІВ

Нелінійним ущільненням називається формування групового сигналу із канальних сигналів з допомогою нелінійного пристрою. Відомо багато різних способів нелінійного ущільнення. Так, при модуляції канальними сигналами різних, незалежних між собою параметрів одного і того ж коливання (наприклад, амплітуди та частоти) груповий сигнал залежить від канальних нелінійно. Можна одержати груповий сигнал шляхом перемноження канальних. Для передачі повідомлень, представлених у цифровій формі, використовується синхронне комбінаційне ущільнення. Як приклад побудови таких систем далі розглядатиметься лише випадок комбінаційного ущільнення.

Завдяки синхронності можна вважати, що символи канальних сигналів з'являються одночасно. Тоді сукупність **N** каналів можна розглядати як нове джерело, яке виробляє в кожний момент часу символи, представлені кодовими комбінаціями в паралельній формі. Об'єм алфавіту нового джерела $\mathbf{q^N}$, де **q-** основа коду, який використовується в окремому каналі (найчастіше **q = 2**). Для передачі по двійковому каналу кожному символу нового джерела повинна відповідати комбінація групового сигналу. Цим і пояснюється назва методу ущільнення.

Таким чином, пристрій комбінаційного ущільнення виконує функції кодера. Правило кодування вибирається виходячи із простоти реалізації пристроїв ущільнення та розділення канальних сигналів. Ці пристрої реалізуються на базі цифрової техніки досить просто , якщо здійснювати мажоритарне ущільнення каналів. В цьому випадку значення двійкового символа групового сигналу визначається більшістю символів канальних сигналів. Перевагою такого мажоритарного ущільнення є те, що одержується груповий сигнал з мінімальним пік – фактором, що в значній мірі полегшує побудову передавачів. Крім цього, розділення сигналів на приймальній стороні здійснюється досить простими лінійними пристроями (кореляторами).

7.7.1.СТРУКТУРНА СХЕМА СИСТЕМИ З МАЖОРИТАРНИМ УЩІЛЬНЕННЯМ КАНАЛІВ

Структурні схеми передавальної та приймальної апаратури з мажоритарним ущільненням зображені на рис.7.13.

Джерела інформації видають повідомлення в формі двійкових послідовностей. Кожний символ джерела $\mathbf{X_i(t)}$ **, i = [0,1],** з допомогою

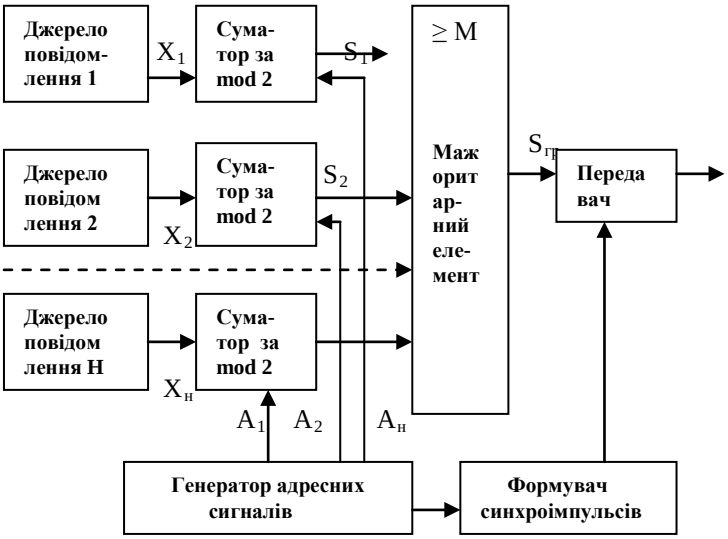
суматора за модулем 2 модулює піднесучу даного каналу. Піднесучі $\mathbf{A_i = \{a_{i1}, a_{i2}, ...,a_{in}\}}$ формуються генератором адрес і представляють собою двійкові комбінації довжиною **n**. Тривалість символа джерела $\mathbf{T_c = nT}$, де **T** – тривалість символа адреси (каналу).

Канальний сигнал $\mathbf{S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \ldots, s_{in}\}}$ також є двійковою послідовністю довжиною n символів, при цьому $\mathbf{s_{ij} = x_i + a_{ij}}$. З властивостей додавання за модулем 2 випливає, що при передавані $\mathbf{x_i=0}$ канальний сигнал $\mathbf{S_i = A_i}$, а при $\mathbf{x_i = 1}$ і $\mathbf{S, = \bar{A}_i}$, де $\bar{A}_i$ – інверсія комбінації адреси, одержана шляхом заміни в $\mathbf{A_i}$ всіх "1" на "0" , а "0" на "1".

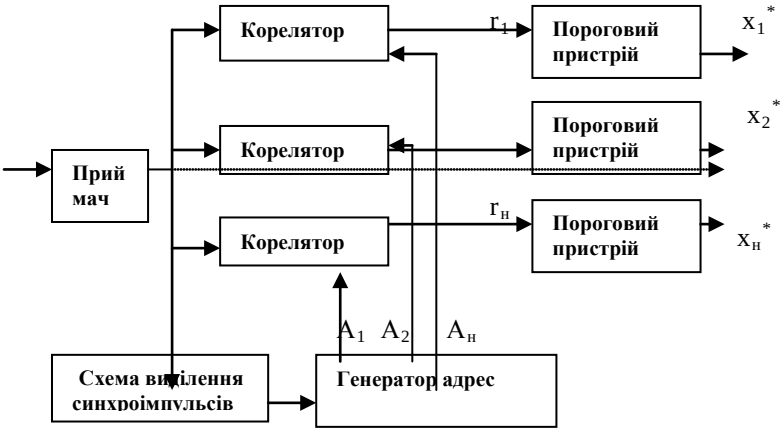
Груповий сигнал $\mathbf{S_{гр} = \{s_1, s_2, \ldots, s_j, \ldots, s_n\}}$ на виході мажоритарного елемента є логічною функцією абсолютної більшості канальних сигналів. Кожний символ

$\mathbf{s_j = maj(s_{1j}, s_{2j}, \ldots, s_{Nj}), j=1, 2, \ldots, n.}$ При цьому вважають, що **N** – непарне число.Іншими словами, символ $\mathbf{s_j}$ групового сигналу приймає значення рівне 1, коли в даний момент часу більшість символів канальних сигналів дорівнюють 1. Символ $\mathbf{s_j = 0}$, якщо більшість символів дорівнює 0. Груповий сигнал є двійковою послідовністю, яка маніпулює несуче коливання $\mathbf{f_{нес}}$ передавача. В приймачі при демодуляції вхідного коливання формується двійкова послідовність, яка відповідає груповому сигналу $\mathbf{Y_{гр}}$

.



а) передавальна частина



б) приймальна частина

Рис.7.13. Структурна схема багатоканальної системи передачі інформації з мажоритарним ущільненням каналів.

Через дію завад та перекручень одержана послідовність $\mathbf{Y_{гр}}$ може відрізнятися від переданого $\mathbf{S_{гр}}$. В кожному каналі обчислюється коефіцієнт кореляції $\mathbf{r_i}$ між $\mathbf{Y_{гр}}$ та адресою $\mathbf{A_i}$, яка надходить з генератора адрес. Синхронну роботу генераторів адрес в приймачі та в передавачі забезпечує система синхронізації.

Ненормований коефіцієнт кореляції r_i визначається для двох послідовностей за допомогою співвідношення:

$$r_i = n_c - n_{нс} \quad , \tag{7.39}$$

де $\mathbf{n_c}$, $\mathbf{n_{нс}}$ – відповідно число позицій, на яких збігаються і на яких не збігаються символи $\mathbf{Y_{гр}}$ та $\mathbf{A_i}$, При цьому $\mathbf{n_c + n_{нс} = n}$.

З (7.39) видно, що схему корелятора можна реалізувати у вигляді послідовного з'єднання суматора за модулем 2 та реверсивного лічильника. На сумуючий вхід лічильника надходять імпульси, коли на виході суматора за модулем 2 є нулі, або імпульси надходять на віднімаючий вхід лічильника , коли на виході суматора за модулем 2 є одиниці. Це відповідає або збігові символів в $\mathbf{Y_{гр}}$ та $\mathbf{A_i}$ або їх незбігові.

Коефіцієнт кореляції визначається після приймання всього групового сигналу, тобто після приймання **n** символів.

Пороговий пристрій виробляє оцінку переданого символа за правилом:

$$x_i^* = \begin{cases} 0, \text{ якщо } r_i \geq 0{,}1 \\ 1, \text{ якщо } r_i < 0. \end{cases} \qquad (7.40)$$

Таке правило прийняття рішення обумовлене вибраним правилом кодування на передавальній стороні. Дійсно, при передаванні $\mathbf{x_i = 0}$ між $\mathbf{Y_{гр}}$ та $\mathbf{A}_i$ повинна існувати додатня кореляція, бо $\mathbf{S_i = A_i}$ і , тому, коли при приймані $\mathbf{r_i > 0}$ слід брати $\mathbf{x_i^* = 0}$. Якщо $\mathbf{x_i=1}$, то $\mathbf{S_i = \bar{A}_i}$, і коефіцієнт кореляції між $\mathbf{Y_{гр}}$ та $\mathbf{A_i}$ повинен бути від'ємним.

Часові діаграми, які пояснюють роботу системи для випадку **n=8, N=3**, наведені на рисунках 7.14, 7.15. Адресними сигналами вибрані двійкові послідовності, що відповідають функціям Уолша.

Нагадаємо, що функції Уолша приймають значення ± 1, задовільняють умові ортогональності та мультиплікативності. Останнє означає, що добуток будь-яких функцій Уолша є також функцією Уолша.

В прикладі , який розглядається тут, береться система з 8 функцій Уолша. Як адреси трьох каналів $\mathbf{A_1, A_2, A_3}$ можна вибрати будь-які три функції Уолша з восьми.

Часові діаграми побудовані для випадку, коли $\mathbf{A_1=A_{001}, A_2=A_{011}, A_3=A_{100}}$. перекручення групового сигналу відсутні $\mathbf{Y_{гр}= S_{гр}}$, а корелятор реалізовано у вигляді послідовного з'єднання суматора за модулем 2 та реверсивного лічильника. Діаграми, позначені як $\mathbf{Y_{гр}+A_i}$ є зображенням сигналу на виході суматора і-го каналу. На діаграмах, позначених $\mathbf{r_i}$, для ілюстрації процесу обчислення коефіцієнта кореляції зображено вміст реверсивного лічильника. Який з символів передано , визначається за знаком $\mathbf{r_i}$ у 8-му такті. З наведених рисунків видно, що при мажоритарному ущільнені та при відсутності перекручень групового сигналу є можливим правильне приймання символів у всіх каналах.

Завершуючи розгляд систем з нелінійним ущільненням слід звернути увагу на те, що мажоритарне ущільнення може проходити в декілька етапів. Так, виходи мажоритарних елементів, які об'єднують сигнали різних груп ущільнюваних каналів, можна підключати до мажоритарного елемента наступного каскаду ущільнення і.т.д.

Оцінка переданого символа за правилом (7.40) забезпечує правильне декодування при відсутності зовнішніх завад і при довільно малій величині коефіцієнта кореляції. Однак порівняно з лінійним ущільненням коефіцієнт кореляції зменшується в декілька

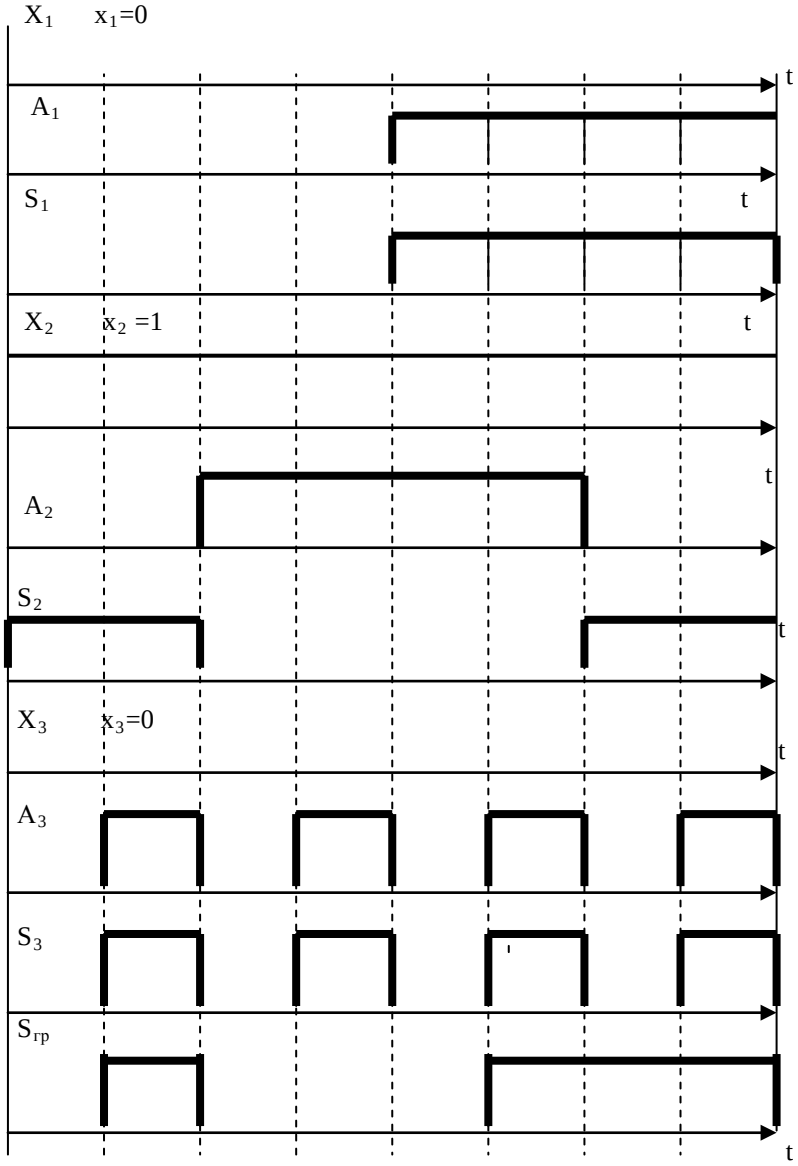


Рис.7.14.Часові діаграми процесів у передавальній частині системи передачі інформації з мажоритарним ущільненням

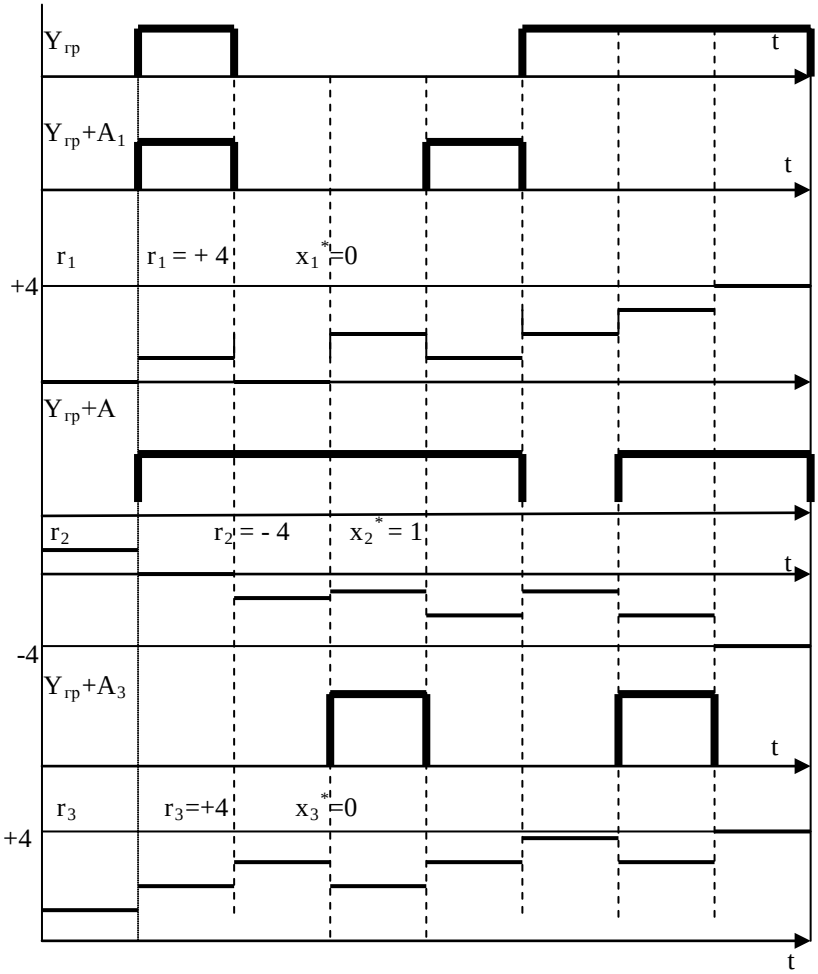


Рис.7.15.Часові діаграми процесів у приймальній частині системи передачі інформації з мажоритарним ущільненням

раз, що еквівалентно дії в лінійній системі додаткового шуму, інтенсивність якого залежить від числа каналів, довжини кодів та інше. Так як при мажоритарному ущільнені величина r_i менша ніж при лінійному, то введення нелінійної операції веде до зменшення завадостійкості системи відносно до зовнішніх завад.

7.8. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

1. Що таке багатоканальна система передачі інформації і мета її побудови ?.
2. Яким умовам повинні задовільняти канальні сигнали в багатоканальних системах передачі інформації ?
3. Які існують принципи ущільнення каналів ?
4. На яких принципах будуються багатоканальні системи передачі інформації з частотним ущільненням каналів ?
5. Які види перекручень сигналів виникають в багатоканальних системах передачі інформації з частотним ущільненням каналів та чому ?
6. На яких принципах будуються багатоканальні системи передачі інформації з часовим розділенням каналів ?
7. Які види перекручень сигналів виникають в багатоканальних системах передачі інформації з часовим розділенням каналів та чому ?
8. Які багатоканальні системи передачі інформації називаються цифровими , на яких принципах вони будуються ?
9. Як необхідно вибирати період повторення канальних імпульсів в багатоканальних системах передачі інформації з часовим розділенням каналів ?
10. Яким умовам повинні відповідати канальні сигнали в багатоканальних системах передачі інформації з розділеннм каналів за формою сигналів ?
11. Що таке нелінійне ущільнення каналів в багатоканальних системах передачі інформації і як його можна реалізувати ?
12. Визначіть необхідну смугу частот для передачі групового сигналу 12-ти канальної системи передачі інформації з односмуговою амплітудною модуляцією при умові, що ширина спектра канальних повідомлень 300.....3400 Гц, а захисний інтервал між каналами складає 30% від рознесення піднесучих частот.
13. Визначіть необхідну смугу частот для передачі групового сигналу 12-ти канальної системи передачі інформації з часовим розділенням каналів при умові , що ширина спектра канальних повідомлень 300.....3400 Гц, а в системі використовується фазо-імпульсна модуляція.
14. Визначіть необхідну смугу частот для передачі групового сигналу 12-ти канальної системи передачі інформації з кодово-імпульсною модуляцією (цифрової багатоканальної системи передачі інформації), якщо ширина спектра канальних повідомлень 300....3400 Гц.

Частина 4.

ОСНОВИ ТЕОРІЇ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

7. ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

7. 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

За допомогою радіолокаційних та радіонавігаційних систем добувають інформацію про координати різних рухомих об'єктів, яка набуває вигляду повідомлень - ”в такому то елементі простору є об'єкт”, “віддаль до об'єкта 300 км, азимут 20°, висота 12 км”, “координати літака —$223^o20'30''$західної довготи і $60^o5'48''$північної широти” тощо.

Але крім цих подій, інформація про які добута РЛС, у світі відбуваються безліч інших подій, які також впливають на стан суспільства та на життя людей. Виокремлена у вигляді різних повідомлень ця інформація повинна бути передана збирачам інформації, які її приймуть, оброблять і на основі результатів обробки інформації вироблять конкретні керуючі дії, необхідні для покращення функціонування системи (суспільства), або до запобігання небажаних ситуацій. Значна частина такої інформації передається від місця збору інформації (джерела повідомлення) до місця використання інформації (одержувача повідомлення) за допомогою радіотехнічних систем передавання інформації (РТС ПІ). Що ж таке інформація?

Інформація — це відображення стану навколишнього світу в деякому фізичному носії (коливанні повітря, зміні в часі електричного струму, зміні світла, фотографії, надрукованому тексті і т.д.). Переміщуючи цей фізичний носій з однієї точки простору в іншу реалізують передачу інформації, роблячи доступним зміст повідомлення в деякій віддаленій точці.

В радіотехнічних системах фізичними носіями виступають електричні величини- струми, заряди, напруги, напруженості електромагнітних полів. Перевагою цих електричних фізичних носіїв є те, що вони можуть переміщуватися в просторі з найбільшою швидкістю — швидкістю світла **c** і переміщення їх може відбуватися навіть в космічному просторі.

Щоб мати можливість передавати за допомогою РТС ПІ будь-які повідомлення, необхідно їх перетворити в електричні сигнали.

Електричний сигнал — це змінна в часі електрична величина, характер зміни якої відповідає деякому повідомленню. Передачу інформації за допомогою таких електричних сигналів і здійснює РТС ПІ, структурна схема якої зображена на рис. 7. 1.

Пристрій, який перетворює повідомлення в сигнал, називають

передавачем, а пристрій, що перетворює прийнятий сигнал в повідомлення, називають приймачем.

Повідомлення, яке необхідно передати, або результат перетворення цього повідомлення в сигнал (первинний сигнал) деяким чином перетворюють, щоб надати сигналові певних властивостей: протистояти дії завад, зробити неможливим несанкціоноване виділення інформації і т.п.. Таке перетворення називається кодуванням.

В передавачі первинний сигнал **x(t)** (звичайно низькочастотний) перетворюється у вторинний (високочастотний) сигнал **s(t),** зручний для передавання каналом зв'язку. Таке перетворення, пов'язане з перенесенням спектру сигналу з низькочастотного діапазону у високочастотний, називається модуляцією.

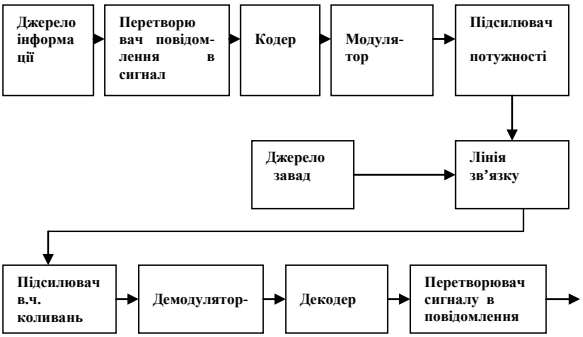


Рис. 7. 1. Структурна схема РТС ПІ

Перетворення повідомлення в сигнал повинно бути зворотнім. В цьому випадку за вихідним сигналом можна відновити вхідний первинний сигнал, тобто одержати всю інформацію, яка міститься в переданому повідомлені. Якщо умова зворотності не виконується, то частина інформації буде при передачі втрачатися, навіть якщо сигнал доходить до приймального пристрою без перекручень.

Лінією зв'язку називається середовище, яке використовується для передавання сигналів від передавача до приймача. В системах

Адресат

електричного зв'язку — це кабель або хвилевід, в системах радіозв'язку — ділянка простору, в якому поширюються електромагнітні коливання від передавача до приймача. При передачі сигнал може перекручуватись і на нього накладаються різного роду завади.

Приймач обробляє прийняту реалізацію **y(t),** яка представляє собою суму сигналу **s(t)** і завади **n(t),** і відновлює з деякими помилками передане повідомлення **x(t).** Іншими словами, приймач повинен на основі аналізу **y(t)** визначити, яке з можливих повідомлень передавалось. Тому приймач є одним з найбільш відповідальних і складних елементів системи зв'язку.

Сукупність технічних засобів для передавання повідомлень від джерела повідомлення до адресата (одержувача повідомлення) називається системою зв'язку.

Сукупність пристроїв (без джерела інформації та адресата), які забезпечують передачу сигналу з однієї точки простору в іншу називається каналом зв'язку. Якщо сигнали, що надходять на вхід каналу зв'язку та сигнали на виході каналу зв'язку, є дискретними, то канал зв'язку називається дискретним. Якщо вхідні та вихідні сигнали каналу зв'язку неперервні, то канал зв'язку називається неперервним.

Системи зв'язку бувають у більшості випадків багатоканальними, забезпечуючи передачу декількох повідомлень по одній спільній лінії зв'язку. Подальшу теорію побудови систем передавання інформації розглядатимемо стосовно теорії побудови багатоканальних систем передачі інформації, вважаючи одноканальні системи передавання інформації, типова структурна схема яких зображена на рис.7.1, частковим випадком багатоканальних систем.

7. 2. БАГАТОКАНАЛЬНІ РАДІОТЕХНІЧНІ СИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

7. 2. 1. УЗАГАЛЬНЕНА СХЕМА БАГАТОКАНАЛЬНОЇ РАДІОТЕХНІЧНОЇСИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Для виявлення найбільш істотних особливостей багатоканальної передачі інформації (повідомлень) розглянемо узагальнену структурну схему багатоканальної радіотехнічної системи передачі інформації (рис. 7. 2).

Реалізації повідомлень кожного джерела $\mathbf{x_1(t), x_2(t), ..., x_н(t)}$ надходять на канальні модулятори КМ , які перетворюють

повідомлення у відповідні канальні сигнали **$s_1(t)$, $s_2(t)$, ..., $s_н(t)$.** Пристрій об'єднання (суматор) канальних сигналів формує груповий сигнал **$S_{гр}(t)$,** який в загальному (груповому) передавачі ПРД модулює коливання несучої частоти і перетворюється в радіосигнал **$S_р(t)$.** Сигнал **$S_р(t)$** передається по лінії зв'язку на приймальну частину системи.

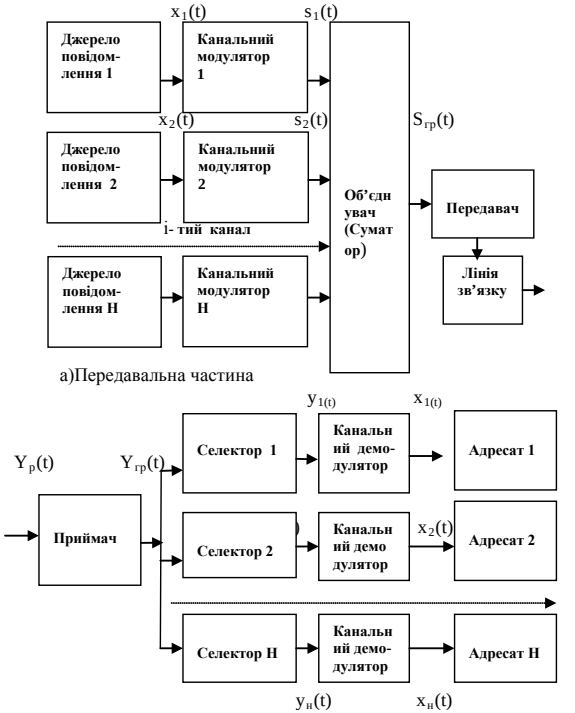


Рис.7.2. Узагальнена структурна схема багатоканальної РТС передачі інформації

Сукупність канальних модуляторів і пристрій об'єднання канальних сигналів утворюють пристрій ущільнення багатоканальної системи. В залежності від способу перетворення канальних сигналів у груповий розрізняють багатоканальні системи з лінійним та нелінійним ущільненням каналів.

При лінійному ущільнені

$$S_{гр}(t) = \sum_{i=1}^{H} S_i(t). \quad (7.01)$$

Примечание [C1]:

При нелінійному ущільнені груповий сигнал є нелінійною функцією канальних сигналів.

У більшості сучасних систем використовується лінійне ущільнення каналів, тому основну увагу приділимо саме таким методам ущільнення.

Прийнятий радіосигнал $\mathbf{Y_p(t)}$ перетворюється загальним приймачем ПРМ в груповий сигнал $\mathbf{Y_{гр}(t)}$, який надходить на Н селекторів, призначенням яких є виділення "своїх" канальних сигналів . Канальні демодулятори КДМ перетворюють виділені сигнали в прийняті повідомлення $\mathbf{x_j(t)}$, $\mathbf{j=1, H}$. Селектори та демодулятори утворюють пристрій розділення каналів.

Із-за перекручень сигналів в загальному груповому каналі, а також в результаті дії зовнішніх завад прийнятий груповий сигнал $\mathbf{Y_{гр}(t)}$ відрізняється від переданого $\mathbf{S_{гр}(t)}$. В найпростішому випадку при відсутності перекручень прийнятий груповий сигнал можна подати у вигляді

$$Y_{гр}(t)= S_{гр}(t)+n(t)= \sum_{i=1}^{H} S_i(t)+n(t) , \quad (7.02)$$

де $\mathbf{n(t)}$- адитивна зовнішня завада.

При побудові багатоканальних систем найбільш складною є задача розділення канальних сигналів за допомогою селекторів.

Дійсно, для j-го селектора прийнятий груповий сигнал

$$Y_{гр}(t)=S_j(t)+ \sum_{i=1, i\neq j}^{H} S_i(t)+n(t) \quad (7.03)$$

є сумою корисного сигналу $\mathbf{s_j(t)}$, системної завади, яка утворюється за рахунок інших канальних сигналів, і зовнішньої завади $\mathbf{n(t)}$. Особливістю системної завади є те, що вона "створюється" в

передавальній частині системи і її властивості можна міняти шляхом вибору методу утворення канальних сигналів.

Тому при розробці багатоканальних систем передавання інформації необхідно використати ті положення теорії розділення сигналів, які дозволяють одержати відповіді на такі принципіальні питання:

1. Якими повинні бути канальні сигнали, щоби забезпечити їх найкраще розділення?

2. Якою повинна бути структура селектора, що забезпечує мінімум взаємних завад на виходах селекторів?

В загальному випадку ці задачі треба розв'язувати з врахуванням зовнішніх завад.

7. 2.2. НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ РОЗДІЛЕННЯ КАНАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

За принципом розділення каналів багатоканальні системи діляться на лінійні та нелінійні. В лінійних системах канальний селектор представляє собою лінійний пристрій з постійними чи змінними параметрами.

В нелінійних системах селектор є нелінійним пристроєм. Теорія нелінійного розділення до цього часу розроблена недостатньо, тому основну увагу приділимо питанням лінійного розділення каналів.

Вважаємо, що перекручення групового сигналу та зовнішня завада відсутні. Тоді прийнятий груповий сигнал

$$\mathbf{Y_{гр}(t)=\sum_{i=1}^{н} S_i(t).} \qquad \mathbf{(7.04)}$$

Визначимо, яким умовам повинні задовільняти канальні сигнали, щоб їх можна було розділити без взаємних завад.

Дію j-го канального селектора можна умовно позначити оператором $\mathbf{L_j}$. Тоді реакція селектора j-го каналу на прийнятий груповий сигнал (7.04) можна записати у вигляді

$$\mathbf{U_j(t)=L_j\{Y_{гр}(t)\}=\sum_{i=1}^{н} L_j\{S_i(t)\}.} \qquad \mathbf{(7.05)}$$

Очевидно, що для ідеального розділення канальних сигналів достатньо, щоб реакція j-го селектора була однозначною функцією

сигналу $\mathbf{S_j(t)}$, який передається по заданому каналу, і не залежала від сигналів інших каналів. Для виконання цієї умови оператор $\mathbf{L_j}$ і сигнали $\mathbf{S_i(t)}$ повинні при будь-яких j та і задовільняти вимогам:

$$\mathbf{L_j\{S_i(t)\}= \begin{cases} f\ [S_j(t)]\ , i=j; \\ 0\ , \qquad i\neq j. \end{cases}} \qquad \mathbf{(7.06)}$$

Для виконання умови (7.06) необхідно, щоб канальні сигнали **Si(t)** були лінійно —незалежними, тобто тотожність

$$\mathbf{\sum_{i=1}^{H} C_iS_i(t) =0} \qquad \mathbf{(7.07)}$$

повинна виконуватись лише тоді, коли всі коефіцієнти $\mathbf{C_i}$ одночасно дорівнюють нулю. Фізично лінійна незалежність сигналів означає, що ні один із них не може бути представленим лінійною комбінацією інших сигналів.

Для доказу необхідності лінійної незалежності подіємо на обидві частини тотожності (7.07) лінійним оператором $\mathbf{L_j}$. Тоді з врахуванням (7. 06) одержимо

$$\mathbf{L_j\{\sum_{i=1}^{H} C_iS_i(t)\}= \sum_{i=1}^{H} C_iL_j\{S_i(t)\}=C_jf\ [S_j(t)]=0.} \qquad \mathbf{(7.08)}$$

Оскільки з умов виділення корисного сигналу $\mathbf{f[S_j(t)] = 0}$, то тотожність (7.08) виконується тільки при $\mathbf{C_j = 0}$ і будь-яких $\mathbf{i = [1, H]}$, тобто, коли сигнали $\mathbf{S_i(t),\ i =[1, H]}$ лінійно-незалежні.

Достатню умову розділення канальних сигналів одержимо, якщо накладемо на сигнали додаткові обмеження.

Представимо канальний сигнал у вигляді

$$\mathbf{S_i(t)=X_i\ a_i(t),} \qquad \mathbf{(7.09)}$$

де $\mathbf{a_i(t)}$-функція, що описує несучу і-го каналу, задана на інтервалі [0, T]; $\mathbf{X_i}$-деякий коефіцієнт, залежний від виду повідомлення, яке передається (при неперервному повідомленні $\mathbf{X_i}$ пропорціональне відліку повідомлення, а у випадку дискретного повідомлення $\mathbf{X_i}$ — число, яке відповідає переданому символу). При такому представлені канального сигналу для розділення каналів без взаємних завад очевидно достатньо, щоб оператор $\mathbf{L_j}$ і сигнали $\mathbf{s_i(t)}$

задовільняли вимогам:

$$L_j\{S_j(t)\}=X_iL_j\{a_i(t)\}\begin{cases} g_jX_j, & i=j; \\ 0, & i\neq j \end{cases} \qquad (7.\ 10)$$

Тоді реакція j-го селектора $U_j=g_jX_j$ залежить лише від X_j. Нехай дія лінійного оператора L_j на сигнал **S(t)** записується у вигляді

$$L_j\{S(t)\}=\int_0^{T_п} S(t)\, b_j(t)dt, \qquad (7.\ 11)$$

де $b_j(t)$ – вагова функція, яка визначається імпульсною характеристикою селектора.

Тоді вимога (7. 10) набуває вигляду

$$\int_0^{T_п} S_i b_j(t)dt = X_i \int_0^{T_п} a_i(t)b_j(t)dt = \begin{cases} g_jX_j, & i=j; \\ 0, & i\neq j. \end{cases} \qquad (7.\ 12)$$

Для розділення канальних сигналів без взаємних завад достатньо, щоб сигнали $a_i(t)$, $i=[1, H]$ та вагові функції $b_j(t)$, $j=[1, H]$ задовільняли вимозі

$$\int_0^{T_п} a_i(t)\, b_j(t)dt=\begin{cases} g_j, & i=j; \\ 0, & i\neq j. \end{cases} \qquad (7.\ 13)$$

Системи функцій $a_i(t)$ та $b_j(t)$, які задовільняють умові (7. 13), називаються взаємно ортогональними. Таким чином, при відомих несучих $a_i(t)$ для розділення канальних сигналів достатньо знайти взаємно ортогональну систему вагових функцій $b_j(t)$.

Якщо $a_i(t)$, $i=[1, H]$ —лінійно-незалежні функції, то функції взаємно ортогональної системи

$$b_j(t)=\sum_{k=0}^{н} C_{kj}a_k(t). \qquad (7.\ 14)$$

Дійсно, підставляючи (10.14) в (10.13) одержуємо

$$\int_0^{T_п} \sum^{н} \begin{cases} g_j, & i=j; \\ & \end{cases}$$

$$\int_0 a_i(t)\,dt \sum_{k=1} C_{kj} a_k(t)\,dt = 0, \quad i \neq j. \qquad (7.15)$$

При заданих g_j останнє співвідношення представляє собою скорочений запис системи з H^2 рівнянь з H^2 невідомими коефіцієнтами. Розв'язавши систему рівнянь відносно C_{kj} і підставивши їх в (7. 14), можна одержати вагові функції $b_j(t)$, а значить і структуру селектора.

Таким чином, при заданих канальних сигналах у вигляді (7. 09) і при відсутності зовнішніх завад необхідно та достатньо, щоб несучі $a_i(t)$, були лінійно-незалежні.

Розглянемо умови розділення канальних сигналів при наявності зовнішніх завад, коли прийнятий груповий сигнал записується у вигляді

$$Y_{гр}(t) = \sum_{i=1}^{н} S_i(t) + n(t) = \sum_{i=1}^{н} X_i\, a_i(t) + n(t) \qquad (7.16)$$

Примечание [C2]: Σ

При цьому реакція j-го селектора,заданого співвідношенням (7. 11) при виконанні умови (7. 13) буде такою

$$U_j = X_j \int_0^{T_n} a_j(t) b_j(t) dt + \int_0^{T_n} n(t) b_j(t) dt = q_j X_j + U_n \;, \qquad (7.17)$$

де $g_j X_j$ — корисна складова (сигнал),

$U_n = \int_0^{T_n} n(t) b_j(t) dt$ —складова завади.

Найкращими (оптимальними) будуть такі сигнали $a_i(t)$ та вагові функції $b_j(t)$, які при виконанні умови (7. 13) забезпечують максимальне відношення сигнал/шум на виході селектора.

З (7. 17) видно, що селектор реалізує структуру кореляційного приймача суміші корисного сигналу $S_j(t)$ та завади. У випадку, коли завада представляє собою білий шум, максимальне відношення сигнал/шум на виході кореляційного приймача досягається при $b_j(t)=a_i(t)$, тобто коли вагові функції збігаються з сигнальними. З іншої сторони сигнали $a_i(t)$ та вагові функції $b_j(t)$ повинні задовільняти вимозі (7. 13).

Очевидно, обидві вимоги виконуються, якщо сигнали $a_i(t)$ задовільняють умові

$$\int_{-\infty}^{\infty} a_i(t)a_j(t)dt=\begin{cases} g_j, & i=j; \\ 0, & i\neq j. \end{cases} \qquad (7.18)$$

Такі сигнали називаються ортогональними і є частковим випадком лінійно-незалежних сигналів. Очевидно, що при ортогональності несучих $\mathbf{a_i(t)}$ ортогональними будуть і канальні сигнали $\mathbf{S_i(t)=X_i a_i(t)}$. Таким чином, з врахуванням дії зовнішніх завад канальні сигнали повинні бути не просто лінійно-незалежними, а й ортогональними.

При обмеженнях (7.09), які накладаються на канальні сигнали, останні відрізняються один від одного лише формою несучої, що і використовується для їх розділення з допомогою селекторів, описаних оператором (7.11). Багатоканальні системи, які використовують такі сигнали, називаються системами з розділенням каналів за формою сигналів. При цьому сигнали, які використовуються, повинні бути лінійно-незалежними, а при дії зовнішніх завад, і ортогональними.

Поряд з системами, в яких використовується розділення каналів за формою канальних сигналів, широке застосування знаходять багатоканальні системи з частотним розділенням каналів (ЧРК) та часовим розділенням каналів (ЧсРК).

В системах з ЧРК до канальних сигналів ставляться вимоги обмеженості їх спектрів деякою смугою частот ΔF_i та незбігу спектрів канальних сигналів на осі частот. Можна довести, що такі сигнали є ортогональними. Канальні сигнали в цих системах можна розділювати за допомогою смугових фільтрів з прямокутними частотними характеристиками, які збігаються на осі частот з спектрами відповідних канальних сигналів.

При цьому дія селектора (фільтра) j-го каналу описується оператором

$$L_j\{Y_{гр}(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty} Y_{гр}(\tau)g_j(t-\tau)d\tau, \qquad (7.19)$$

де $\mathbf{g_j(t)}$ - імпульсна характеристика ідеального смугового фільтра, який пропускає без перекручень смугу частот ΔF_i. У спектральній області перетворення (7. 19) відповідає множенню спектра групового сигналу на П-подібну передавальну функцію селектора (фільтра).

В системах з ЧСРК до канальних сигналів висуваються вимоги незбігу їх в часі. При цьому для кожного канального сигналу виділяється окремий проміжок часу $\mathbf{T_i}$, на якому сигнали інших

каналів рівні нулю. Очевидно, що такі сигнали є ортогональними, оскільки їх добуток завжди дорівнює нулю.

Дія селектора j-го каналу при цьому визначається оператором

$$L_j\{Y_{гр}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} Y_{гр}(\tau)\vartheta(t,\tau)d\tau, \qquad (7.20)$$

де $\vartheta(t,\tau) = \delta(t-\tau)$ при $t \equiv T_j$; $\vartheta(t,\tau) = 0$ при $t \neq T_j$;
$\delta(t-\tau)$- дельта-функція; T_i відповідає стробуванню канального сигналу $S_j(t)$ протягом інтервала часу T_j.

Детально принципи побудови багатоканальних систем передачі інформації розглядатимемо окремо для кожного типу систем.

7. 3. ЗАГАЛЬНА ФУНКЦІОНАЛЬНА СХЕМА СИСТЕМИ З РОЗДІЛЕННЯМ КАНАЛІВ ЗА ФОРМОЮ СИГНАЛІВ

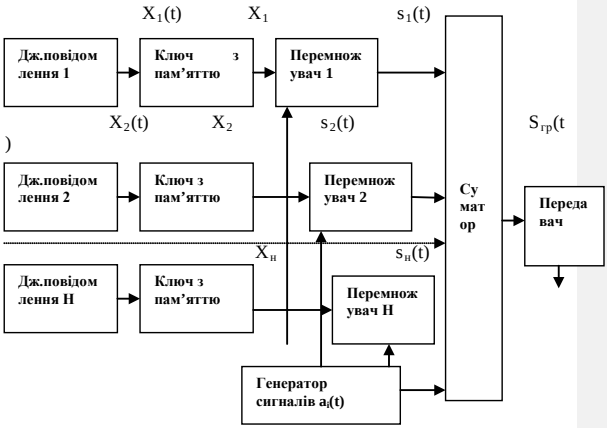
Функціональна схема багатоканальної системи передачі інформації з розділенням каналів за формою сигналів (рис. 7. 3) повністю визначається основними операціями формування канальних та групового сигналів (співвідношення (7. 09), (7.01) , а також (7. 11) та (7. 17)), які визначають структуру канальних сигналів.

При передачі неперервних повідомлень їх реалізації $X_i(t)$ надходять від джерел інформації на лінійні ключі з пристроями запам'ятовування (ЛКзПЗ). Останні відкриваються дуже короткими імпульсами $a_o(t)$, які надходять з генератора сигналів $a_i(t)$ з періодом $T_п < 1/2F_{max}$, де F_{max} - найбільша з верхніх граничних частот спектрів повідомлень, які передаються. Протягом тривалості імпульсів проводиться одночасний відрахунок на виходах джерел інформації миттєвих значень повідомлень, які запам'ятовуються на час $T_п$ (рис. 7.3). В результаті цього неперервні повідомлення $x_i(t)$ замінюються відліками X_i, які протягом інтервалу $T_п$ надходять до перемножувачів, які виконують функції канальних модуляторів. Одночасно на всі перемножувачі періодично (з періодом $T_п$) подаються сигнали піднесучих $a_i(t)$. Одержані на виходах перемножувачів канальні сигнали підсумовуються, утворюючи груповий сигнал.

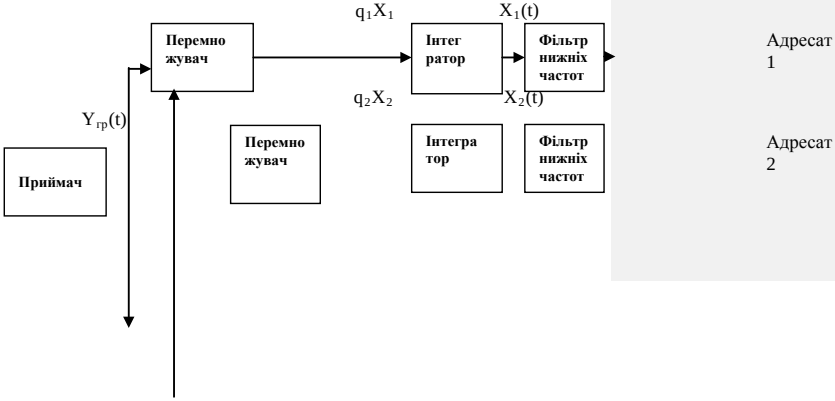
Для визначення на приймальній стороні моменту початку формування сигналів $a_i(t)$ в груповий сигнал додається сигнал синхронізації $a_{n+1}(t)$, який відрізняється від канальних сигналів.

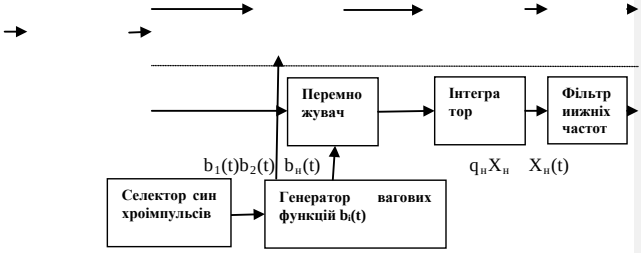
Зі спільного приймача груповий сигнал надходить на канальні

селектори, кожний з яких складається з перемножувача та інтегратора, і одночасно на схему виділення синхроімпульсів (селектора синхроімпульсів). Виділений синхронізуючий імпульс запускає одночасно **H** генераторів вагових функцій $\mathbf{b_j(t)}$, вигляд яких для заданих $\mathbf{a_i(t)}$ задається співвідношеннями (7.13), (7. 17). В кінці кожного інтервалу $\mathbf{T_и}$ генератор вагових функцій виробляє короткий імпульс скидання інтегратора і взяття відліків принятого повідомлення $\mathbf{X_j}$. Ці відліки в кожному каналі надходять до згладжувальних фільтрів нижніх частот, з виходів яких неперервні прийняті повідомлення надходять до адресата (абонента, одержувача повідомлення).



а) передавальна частина





б) приймальна частина

Рис.7.3. Структурна схема багатоканальної системи передачі інформації з розділенням каналів за формою сигналів.

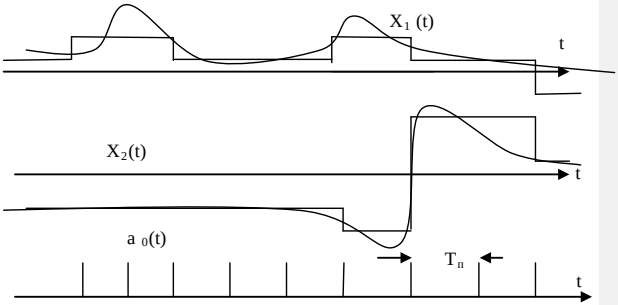


Рис. 7.4 . Дискретизація неперервних повідомлень та запам'ятовування відліків. .

Очевидно, що при використанні в якості канальних несучих $\mathbf{a_i(t)}$ ортогональних сигналів, загальна функціональна схема системи не зміниться. Тільки генератор вагових функцій $\mathbf{b_j(t)}$ буде подібний до генератора сигналів $\mathbf{a_i(t)}$.

7.4. БАГАТОКАНАЛЬНІ СИСТЕМИ З ЧАСТОТНИМ РОЗДІЛЕННЯМ КАНАЛІВ (ЧРК)

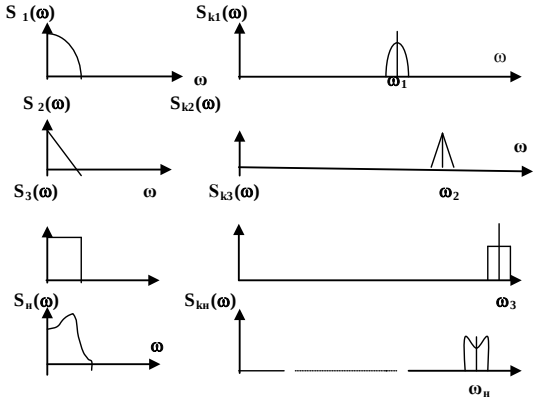
В багатоканальних системах з частотним розділенням каналів піднесучими коливаннями є гармонічні коливання з різними частотами

$$\mathbf{U_i(t)=U_i\ cos(\omega_i t+\varphi_o),\quad i=1, 2 , 3, ...H.} \qquad (7.21)$$

Шляхом амплітудної (АМ), частотної (ЧМ) або фазової модуляції (ФМ) цих коливань та певному виборі частот утворюють канальні сигнали з частотними спектрами, що не перекриваються.

Сформовані таким чином канальні сигнали утворюють систему ортогональних сигналів (7. 01). Їх можна об'єднувати в один груповий сигнал, передавати спільним каналом зв'язку і розділяти. Спектри $S_i(\omega)$ інформаційних сигналів розміщені, як правило, в області нульової частоти (рис. 7. 5, а). Після модуляції піднесучих спектри канальних сигналів розміщуються на осі частот так, щоб вони не перекривалися (рис. 7. 5, б).

Перенесення спектрів здійснюється канальними модуляторами M_1, M_2, M_3, ...M_n (рис. 7. 6). На кожний модулятор подаються два коливання: $\mathbf{r_i(t)}$ — повідомлення(модулююча напруга), яка передається в і-му каналі та коливання виду (7. 21)- піднесуче коливання з частотою $\mathbf{f_i}$, яке генерується спеціальним генератором піднесучих коливань. На виходах модуляторів одержують канальні сигнали $\mathbf{S_i(t)}$.



,

а)Спектри інформаційних сигналів; б)Спектри канальних сигналів

Рис. 7. 5 .Форми спектрів сигналів у вузлах БСПІ.

Кожний канальний сигнал подається на фільтр Φ_i, який пропускає всі спектральні складові модульованого коливання разом з відповідною піднесучою $\mathbf{f_i}$ даного каналу і не пропускає їх другу та вищі гармоніки. Друга та вищі гармоніки виникають внаслідок нелінійностей у тракті та в канальному модуляторі. Описане перетворення називається першим ступенем модуляції.

Модульовані піднесучі коливання (канальні сигнали) підсумовуються і утворюють груповий сигнал

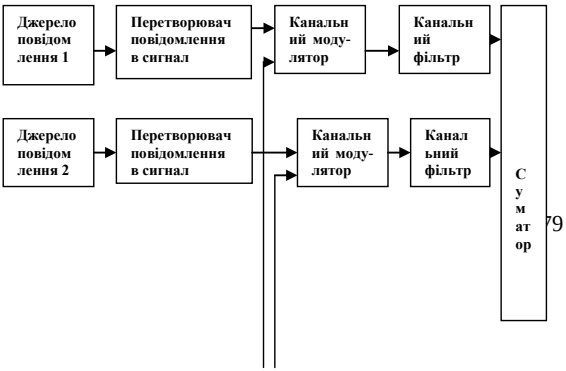
$$S_{гр}(t) = \sum_{0}^{H} s_{ki}(t) = \sum_{0}^{H} S_{oi}(t) \cos \Phi_i(t). \qquad (7.22)$$

В (7.22) - **Н** - число каналів; **Soi(t)** та **Фi(t)** —огинаюча та фаза модульованої піднесучої **i**-го каналу, закон зміни яких визначається **i**-им повідомленням та видом модуляції піднесучих .Одержаний груповий сигнал подається на модулятор передавача, де відбувається модуляція несучого коливання. У другому ступені модуляції, як і в першому, можливі АМ, ЧМ або ФМ коливання (другий ступінь модуляції) несучої передавача. Види модуляцій піднесучих та несучого коливання визначають функціональну схему системи та її назву (наприклад: АМ-АМ; АМ-ЧМ; ЧМ-ЧМ; ЧМ-АМ тощо).

Сигнал після підсилення в приймачі демодулюється спільним демодулятором Д, на виході якого утворюється сигнал **Y(t),** що представляє собою адитивну суміш групового сигналу та шуму

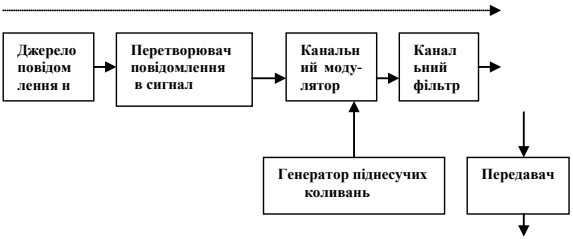
$$Y(t)= S_{гр}(t) + n(t) . \qquad (7. 23)$$

.

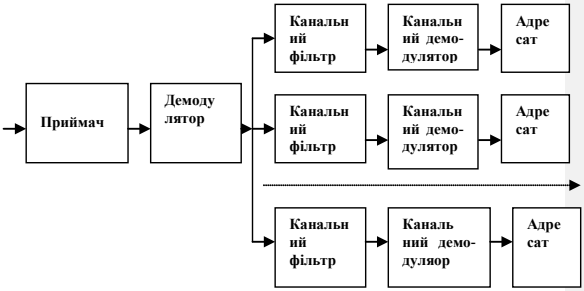


Переда вач

Лінія зв'язку



а) передавальна частина



б) приймальна частина

Рис.7.6**.** Структурна схема багатоканальної системи передачі інформації з частотним розділенням каналів.

Прийнятий сигнал **Y(t)** надходить до пристрою розділення сигналів (каналів), утвореного паралельним ввімкненням фільтрів $Ф_1$, $Ф_2$, $Ф_3$, ..., $Ф_и$, частотні характеристики яких вибираються так,

щоб пропускати на вихід окремі канальні сигнали. На виході кожного фільтра утворюється відповідний канальний сигнал $S_i(t)$, а також складові взаємних завад і шуми. Такі суміші корисних канальних сигналів та завад демодулюються в канальних демодуляторах і утворюють на виходах останніх канальні повідомлення $r_i(t)$.

Аналіз, проведений в [3] показує, що ширина спектра групового сигналу $2\Delta f$ залежить від виду модуляції в першому та в другому ступені модуляції, від ширини спектра повідомлення і в узагальненому вигляді визначається наступним чином (рис. 7. 4, в)

$$2\Delta f = Z\{ \sum_{i=1}^{н} Z_i F_{вi} + \sum_{i=1}^{н} F_i - F_н\}, \qquad (7.24)$$

де $F_{вi}$ —верхня частота повідомлення в і-му каналі;

Z_i —коефіцієнт пропорційності, який залежить від виду модуляції піднесучих повідомленнями;

Z —коефіцієнт пропорційності, який залежить від виду модуляції несучої груповим повідомленням (при АМ $Z_i = Z = 2$, а при ФМ та ЧМ ці коефіцієнти залежать від індексів фазової чи частотної модуляції і завжди більші 2);

F_i —захисний інтервал між частотними спектрами і-го та і+1-го каналів;

$F_н$ —найнижча частота спектра групового повідомлення.

Величини F_i залежать від селективності частотних фільтрів в передавальному та в приймальному пристроях і при заданій величині селективності визначаються допустимим рівнем взаємних завад.

Практична ширина спектра при ФМ та ЧМ обмежена, залежить від значення індекса фазової модуляції $\Delta\varphi_m$ чи, відповідно - від індекса частотної модуляції, верхньої граничної частоти $F_в$ модулюючого коливання і визначається за формулою Манаєва

$$\Delta f_{сп} = 2F_в(1+ \Delta\varphi_m + \sqrt{\Delta\varphi_m}\ ) \qquad (7.25)$$

Формула (7. 25) забезпечує достатньо високу точність, коли індекси модуляції задовільняють умові $0.1 < \Delta\varphi_m < 24$.

В системах з ЧРК, при розділені сигналів, виникають міжканальні спотворення:

1. Спотворення викликані безмежно широким спектром

канальних сигналів. Ідеальне розділення канальних сигналів можливе лише при обмеженій смузі частот, яку займає канальний сигнал. Оскільки тривалість сигналів у часі є обмеженою, то їх спектр безмежно широкий. При проходжені групового сигналу через канальні селектори частина спектру одного канального сигналу проникає в сусідній канал, викликаючи спотворення канального сигналу сусіднього каналу. Ці спотворення називаються перехідними спотвореннями 1- го роду.

2. Спотворення, викликані неідеальністю частотних характеристик вузькосмугових фільтрів. Оскільки ідеальний фільтр з безмежним вгамуванням поза смугою пропускання практично реалізувати неможливо, то в кожний канал проникають сигнали інших каналів, спричиняючи спотворення. Ці спотворення неможливо усунути і їх називають перехідними спотвореннями 2-го роду.

Для зменшення перехідних спотворень 2-го роду слід використовувати фільтри з більшою прямокутністю частотних характеристик фільтрів та вводити захисні інтервали величиною (10— 15)% від ширини спектра канального сигналу.

3. Спотворення за рахунок неідеальності характеристик спільного тракту системи передачі інформації. При передачі багатоканального сигналу $\mathbf{S_p(t)}$ спотворення виникають у всіх частинах спільного тракту: в модуляторі, в передавачі, в просторі (за рахунок дії флуктуаційних шумів), в приймачі, в спільному демодуляторі. Як показує аналіз [3], при відсутності завад в лінії передачі, основною причиною виникнення спотворень при ЧМ є нелінійність характеристик модулятора та демодулятора спільного тракту. Наявність нелінійності викликає появу великої кількості складових з комбінаційними частотами, які проходять через роздільчі фільтри, утворюючи перехресні спотворення. Для цього типу завад є характерним те, що всі канали взаємно перешкоджають роботі один одному.

Під впливом флуктуаційних шумів в лінії передачі, власних шумів приймача і міжканальних спотворень, форма прийнятого багатоканального сигналу $\mathbf{S_p'(t)}$ відрізняється від форми переданого $\mathbf{S_p(t)}$

$$\mathbf{S_p'(t)= S_p(t) + E_{фл}(t) + E_{перехр}(t),} \qquad \mathbf{(7.26)}$$

де

$\mathbf{E_{фл}(t)}$ **-** напруга помилки, зумовлена завадами в лінії передачі та

власними шумами приймача;

$E_{перехр}(t)$ - напруга помилки, зумовлена прехресними спотвореннями.

Строгий аналіз спотворень, викликаних нелінійністю в системі, повинен проводитися одночасно з урахуванням завад в лінії та відхилень характеристик тракту від розрахункових значень. При малому рівні спотворень можна проводити наближений аналіз, розглядаючи вплив флуктуаційних шумів і недосконалість характеристик вузлів системи окремо. Тоді при розгляді впливу флуктуаційних шумів вважають характеристики тракту ідеальними, а при розгляді впливу перехресних завад враховують лише реальні характеристики тракту, вважаючи відсутніми шуми. При таких допущеннях значно простіше одержується оцінка окремих складових помилки без значних втрат точності аналізу. Проведений таким чином аналіз показує, що перехресна завада може бути оцінена за допомогою наступного співвідношення

$$_{перехр}(t) = a_2[\sum_{i=1}^{H} S_i(t)]^2 + a_3[\sum_{i=1}^{H} S_i(t)]^3, \qquad (7.27)$$

де a_1, a_2, a_3, ...- постійні коефіцієнти, величина і знак яких визначається нелійністю амплітудної характеристики спільного тракту.

Аналіз перехресних завад, проведений при допущенні, що модуляція піднесучих коливань відсутня, дозволяє оцінити потужність перехресних завад, які діють в смузі частот□ **Δfs**, зайнятій спектром багатоканального повідомлення з допомогою наступного співвідношення

$$\varepsilon_{перехр}(t) = 0.25[a_2 U_o^4 H^2 + 1.5\, a_3 U_o^6 H^3], \qquad (7.28)$$

де

U_o —амплітуда немодульованого піднесучого коливання в кожному каналі;

H- число каналів.

З виразу (7. 28) видно, що збільшення числа каналів Н веде до різкого зростання потужності перехресних завад. Ця обставина і є основною причиною того, що в багатоканальних системах з ЧРК важко реалізувати велике число каналів. Наприклад, в радіотелеметричних системах з ЧРК максимальне число каналів, які

реалізуються, дорівнює 18 — 20.

При практичній реалізації багатоканальних систем передачі інформації з частотним розділенням каналів з метою зменшення перекручень сигналів збільшують величини захисних інтервалів між частотними діапазонами, виділеними для передачі канальних сигналів. Це стає причиною недовикористання пропускної здатності каналу зв'язку . В радіотелеметричних системах перекручення сигналів повинні бути дуже малими, тому в них захисні інтервали робляться неоднаковими (некратними між собою).

8. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ ТА КОДУВАННЯ

8. 1. КІЛЬКІСНА МІРА ІНФОРМАЦІЇ

Для порівняння між собою різних джерел повідомлень і різних радіотехнічних систем передачі інформації (каналів зв'язку) необхідно ввести кількісну міру інформації, яка дала би можливість об'єктивно оцінювати інформацію, що міститься в повідомленні і яка передається за допомогою сигналів по лінії зв'язку.

Повідомлення, яке передається, нерозривно пов'язане з деякою подією і є її описом. Подія — це зміна (в часі чи в просторі) стану деякого об'єкта або процесу. Повідомлення вказує на те, в якому із можливих положень знаходиться об'єкт. Очевидно, необхідність в передачі повідомлення виникає лише тоді, коли дана подія є для одержувача повідомлення новою, несподіваною. Якщо б одержувач повідомлення заздалегідь знав зміст повідомлення, то передавати це повідомлення було би недоцільно.

Цінність повідомлення визначається його несподіваністю. Чим більш несподіване повідомлення, тим воно більш цінне, тим більшу кількість інформації одержить адресат після приймання повідомлення. З цього можна зробити висновок, що для надання поняттю “кількість інформації” чіткого математичного змісту, необхідно числовим методом оцінювати “степінь несподіваності” повідомлення. “Степінь несподіваності” можна оцінювати лише імовірнісними характеристиками.

Нехай передається повідомлення про подію, імовірність якої (апріорна —до досліду) дорівнює $\mathbf{P_1}$. Після приймання повідомлення імовірність (апостеріорна —після досліду) цієї події для одержувача повідомлення стає рівною $\mathbf{P_2}$. Тоді кількість інформації, яка міститься в цьому повідомлені

$$\mathbf{I=\log(P_2/P_1) = \log P_2 - \log P_1}\ , \qquad \mathbf{(8.01)}$$

тобто є обернено пропорційною $\mathbf{P_1}$.

Коли в каналі зв'язку нема завад і інформація, що передається, не перекручується, то після передачі повідомлення про те , що подія відбулася, для одержувача повідомлення знімається вся невизначенність про цю подію і тоді $\mathbf{P_2 = 1}$.

В цьому випадку

$$I = \log(1/P_1) = — \log P_1. \quad (8.02)$$

Вибір логарифмічної одиниці для кількісної оцінки інформації дає ряд переваг, головна з них відображає властивість адитивності інформації (сумування, накопичення інформації).

Вважатимемо, що передаються два повідомлення про дві події x_i та y_i, які є незалежними. Апріорна імовірність $P(x_i\ y_i)$ того, що відбудуться обидві події, дорівнює добутку імовірностей цих подій

$$P(x_i\ y_i)= P(x_i)\ P(y_i).$$

Тоді, відповідно з визначенням (8.02), інформація, яка міститься в обох повідомленнях, дорівнює

$$I(x_i\ y_i) = \log[1/P(x_i\ y_i)] = - \log[P(x_i)\ P(y_i)]= - \log P(x_i) - \log P(y_i)= =I(x_i)+I(y_i). \quad (8.03)$$

Таким чином, інформація, одержана в результаті передачі двох повідомлень про незалежні події, дорівнює сумі інформацій, які містяться в повідомленнях про кожну подію окремо.

Слід мати на увазі, що $P_1 < 1$ тому $\log P_1 < 0$, і кількість інформації завжди додатня.

Основу логарифма у виразі (8.01) можна вибирати будь-якою. Однак, найчастіше використовуються двійкові логарифми.

При передачі повідомлення про подію, яка має два однаково імовірних наслідки, тобто $P_1 = 0.5$ і $P_2 = 0.5$, кількість інформації в повідомленні про те, який саме наслідок має місце, дорівнює

$$I = - \log_2 0.5 = \log_2 2 = 1 . \quad (8.04)$$

За одиницю кількості інформації вибирається така кількість інформації, яка міститься в повідомленні про подію з двома рівноімовірними наслідками. При виборі логарифму з основою 2, така одиниця інформації називається двійковою одиницею інформації або бітом (bit —скорочена назва “binary digit” (двійкова цифра)).

Очевидно, що кожне повідомлення має певний зміст (семантика повідомлення), який представляє цінність для одержувача повідомлення . В системах зв'язку враховується лише кількісна сторона інформації, визначена через степінь несподіваності, відкидаючи семантичну сторону.

Для визначення об'єму великих потоків інформації використовують часто похідні одиниці кількості інформації, а саме: байт -8 біт, кілобайт-10^3 байт, мегабайт -10^6 байт.

8. 2. КІЛЬКІСТЬ ІНФОРМАЦІЇ В ДИСКРЕТНИХ ПОВІДОМЛЕННЯХ

Повідомлення, яке складається з послідовності окремих елементів називають дискретним повідомленням, а окремі елементи дискретного повідомлення —символами. Символами дискретних повідомлень можуть бути цифри від 0 до 9, букви українського або латинського алфавіту тощо. Символами можуть бути імпульс та його відсутність (“пауза”), 1 або 0.

. Провівши статистичний аналіз тексту, написаного українською (або якоюсь іншою) мовою, переконуємось, що окремі символи (букви) неоднаковоімовірні та існує залежність між появою окремих символів. Тобто при передачі текстових повідомлень, маємо справу з неоднаковоімовірними та взаємозалежними символами. За допомогою таких символів утворюють повідомлення у вигляді слів довжиною **n** символів.Набір всіх символів, що використовуються для передачі інформації в конкретному випадку, називається алфавітом. Так при передачі інформації українською мовою використовуються 32 символи (“букви”) і основою українського алфавіту є **m** = 32 символи.Кількість символів в повідомленні **n** може бути дуже великою. Тоді величину n називають довжиною слова.

Для обчислення кількості інформації, яка міститься в слові довжиною із **n** символів алфавіту з основою **m**, важливо вияснити, скільки різних послідовностей (“слів”) можна утворити з **m** символів алфавіту ($\mathbf{S_1, S_2, S_3,...,S_m}$) довжиною **n**. При цьому вважаємо, що кожна послідовність відрізняється одна від другої вибором символу з алфавіту, або порядком розміщення цих символів. Тут не враховується, чи має логічний зміст чи ні ця комбінація символів, тобто не враховується семантика повідомлення.Якщо довжина слова **n**=1, то з **m** символів можна скласти лише **m** слів.Якщо довжина слова **n=2**, то з **m** символів можна утворити такі комбінації

$$\mathbf{S_1S_1;\ S_1S_2;\ S_1S_3;\ S_1S_4;.....;S_1S_m}$$
$$\mathbf{S_2S_1;\ S_2S_2;\ S_2S_3;\ S_2S_4;.....;S_2S_m}$$
$$\mathbf{S_3S_1;\ S_3S_2;\ S_3S_3;\ S_3S_4;.....;S_3S_m}$$

.....……..
- -.

$\mathbf{S_mS_1; S_mS_2; S_mS_3; S_mS_4; ...; S_mS_m}$

тобто всього $\mathbf{m^2}$ комбінацій.

Якщо довжина слова n, то з m символів можна утворити такі комбінації

$S_1\ S_1\ S_1 ... S_1$, $S_1S_1S_1 \ldots S_2$, $S_1S_1S_1 \ldots S_3$, ……, $S_1S_1S_1 \ldots S_m$
$S_2\ S_1S_1 \ldots S_1$, $S_2S_1S_1 \ldots S_2$, $S_2S_1S_1 \ldots S_3$, ……, $S_2S_1S_1 \ldots S_m$
$S_3S_1S_1 \ldots S_1$, $S_3S_1S_1 \ldots S_2$, $S_3S_1S_1 \ldots S_3$, ……, $S_3S_1S_1,,,S_m$
- -

- -
$S_mS_1S_m \ldots S_m$, $S_mS_2\ S_m \ldots S_m$, $S_mS_3S_m \ldots S_m$, …..$S_mS_mS_m \ldots S_m$

тобто m^n комбінацій.

Таким чином, при **n**= 1, одержуємо **m** слів;
при **n**= 2, одержуємо $\mathbf{m^2}$ слів;
при **n**= 3, одержуємо $\mathbf{m^3}$ слів;
при n=4 , одеожуємо m^4 слів;
.....……..
- -.
при довжині слова **n**, одержуємо $\mathbf{M = m^n}$ слів.

Тоді імовірність появи такої комбінації $\mathbf{P_i=1/M=1/m^n}$, а кількість інформації, одержана при передачі такої комбінації, дорівнює

$$\mathbf{I = -\log_2(1/m^n) = n \log_2 m}$$ **двійкових одиниць (біт).**
(8.05)

Отримане співвідношення справедливе, якщо окремі символи взаємонезалежні і мають однакову імовірність появи.

Провівши статистичний аналіз тексту, написаного українською (або якоюсь іншою) мовою, переконаємося, що окремі символи (букви) неоднаковоімовірні та існує залежність (кореляційний зв’язок) між появою окремих символів. Тобто при передачі текстових повідомлень маємо справу з неоднаковоімовірними та

взаємозалежними символами.

Нехай з алфавіту, який складається з взаємонезалежних символів

$\mathbf{S_1, S_2, S_3, S_4,.....,S_m}$

імовірність появи яких відповідно дорівнює

$\mathbf{P_1, P_2, P_3, P_4,.....,P_m,}$

утворюються слова певної довжини.

Тоді в слові довжиною $\mathbf{n}$ $(\mathbf{n = n_1+n_2+n_3+...+n_m})$ символів буде:

$\mathbf{n_1}$ символів $\mathbf{S_1}$,
$\mathbf{n_2}$ символів $\mathbf{S_2}$,
$\mathbf{n_3}$ символів $\mathbf{S_3}$,
- - - - - - - - - - - -

…… .....
$\mathbf{n_m}$ символів $\mathbf{S_m}$.

Кількість інформації, яка міститься в символах $\mathbf{n_1}$, дорівнює $\mathbf{I_1= - n_1 \log P_1}$; кількість інформації, яка міститься в символах $\mathbf{n_2}$, дорівнює $\mathbf{I_2= - n_2 \log P_2}$; і. т. д.

Тоді кількість інформації, яка міститься в слові довжиною $\mathbf{n}$ символів

$$\mathbf{I = I_1+I_2+I_3+.....+I_m=}$$

$$\mathbf{= - (n_1 \log_2 P_1+n_2 \log_2 P_2+....+n_m \log_2 P_m) = -\sum_{i=1}^{m} n_i \log P_i} \ .$$

Перетворивши одержаний вираз до вигляду

$$\boldsymbol{I = -n\sum_{i=1}^{m} \frac{n_i}{n} \log P_i} \ ,$$

і враховуючи, що при достатньо великому $\mathbf{n}$ справедливо $\mathbf{\lim_{n\to\infty} (n_i/n) = P_i}$,отримуємо

$$\boldsymbol{I = -n\sum_{i=1}^{m} P_i \log P_i} \qquad \mathbf{(8.06)}$$

Очевидно, користуватися такими загальними співвідношеннями для обчислення кількості інформації не дуже зручно. Тому практично користуються введеним К. Шенноном поняттям середньої кількості інформації, яка припадає на один символ — ентропією.

8. 3. ЕНТРОПІЯ ПОВІДОМЛЕННЯ. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ЕНТРОПІЇ

Визначена за допомогою співвідношення (8.06) кількість інформації є випадковою величиною, оскільки самі повідомлення є випадковими. Її розподіл імовірностей визначається розподілом імовірностей повідомлень в даному ансамблі. Для характеристики ж всього ансамблю (або джерела) повідомлень використовується математичне сподівання кількості інформації, яке називається ентропією і позначається

$$H(A) = M\{\log \frac{1}{P(a)}\}.$$

Тут математичне сподівання означає, як завжди, усереднення за всім ансамблем повідомлень. При цьому повинні враховуватися всі імовірнісні зв'язки між різними повідомленнями. Чим більша ентропія джерела , тим в середньому більша степінь несподіванності повідомлення, яке передається, і тим більшою є невизначеність в появі даного повідомлення. Тому ентропію часто називають мірою невизначеності повідомлень. Необхідно враховувати , що невизначеність існує лише до передачі повідомлення. Після передачі повідомлення вся (або частина) невизначеності знімається. Це дозволяє трактувати кількість інформації як міру зменшення невизначеності. Ентропія є основною характеристикою джерела повідомлення . Чим більша ентропія , тим трудніше запам'ятати (записати) повідомлення або передати його каналом зв'язку. У випадку дискретного повідомлення ентропією називається середня кількість інформації, яка припадає на один символ

. $$H = \frac{I}{n} \frac{дв.одиниць}{символ} . \qquad (8.07)$$

Для двох однаковоімовірних взаємонезалежних символів ентропія повідомлення

$$H = \log_2 m , \qquad (8.08)$$

У випадку неоднаковоімовірних але взаємонезалежних символів енторопія повідомлення

$$H = -\sum_{i=1}^{m} P_i \log P_i \quad . \qquad \textbf{(8.09)}$$

Останню формулу називають ще формулою Шеннона для визначення ентропії.

Щоб визначити кількість інформації, яка передається за допомогою певного алфавіту, спочатку визначають ентропію алфавіту, а тоді, знаючи довжину повідомлення **n** обчислюють кількість інформації в повідомленні

$$\mathbf{I = n\,H\,.} \qquad \textbf{(8.10)}$$

Ентропія має ряд властивостей:

1. Якщо імовірність одного символу дорівнює 1, то імовірність решта символів дорівнює нулю, (символи алфавіту утворюють повну групу подій $\sum_{i=1}^{m} P_i = 1$).

   В цьому випадку ентропія **H = 0.**

2. Ентропія завжди додатня величина.

3. Ентропія максимальна, якщо всі символи мають однакову імовірність.

Для доказу цієї властивості визначимо екстремум ентропії

$\mathbf{H} = -\sum_{i=1}^{m} P_i \log_2 P_i$ з врахуванням граничної умови

$$\sum_{i=1}^{m} P_i = 1\,.$$

Для того, щоб визначити екстремум якоїсь функції

$\mathbf{H = f\,(x_1,x_2,...,x_m)}$ при граничних умовах $\mathbf{f_1(x_1,x_2,...,x_m) = 0}$, $\mathbf{f_2(x_1,x_2,...,x_m) = 0}$

складається функціонал

$$\mathbf{F\,(x_1,x_2,...,x_m) = H(x_1,x_2,...,x_m) + \lambda_1\, f_1(x_1,x_2,...,x_m) + \lambda_2\, f_2(x_1,x_2,...,x_m)}\,,$$

де $\boldsymbol{\lambda_1, \lambda_2,...}$- постійні коефіцієнти,

береться похідна цього функціоналу і ця похідна прирівнюється до нуля.

В нашому випадку

$$F(P_i) = -\sum_{i=1}^{m} P_i \log_2 P_i + \lambda(\sum_{i=1}^{m} P_i - 1)$$

Похідна цього функціоналу

$$\frac{dF(P_i)}{dP_i} = -\sum_{i=1}^{m} \frac{d(P_i \log_2 P_i)}{dP_i} + \lambda \frac{\sum_{i=1}^{m} dP_i}{dP_i} =$$

$$-\sum_{i=1}^{m} (\log_2 P_i + \frac{P_i}{P_i \ln 2}) + \lambda \sum_{i=1}^{m} 1 =$$

$$-\sum_{i=1}^{m} \log_2 P_i - \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\ln 2} + \lambda \sum_{i=1}^{m} 1 = -\sum_{i=1}^{m} (\log_2 P_i + \frac{1}{\ln 2} - \lambda)$$

Прирівнюємо похідну функціоналу до нуля

$$-\sum_{i=1}^{m} (\log_2 P_i + \frac{1}{\ln 2} - \lambda) = 0$$

Сума складових дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли всі члени суми дорівнюють нулю.

Звідси одержуємо $\log_2 P_i = \lambda - 1/\ln 2$, тобто для всіх P_i значення $\log_2 P_i$ повинні бути однаковими.

Проведений аналіз показує , що найдоцільніше, з метою одержання максимальної ентропії, вибирати алфавіт з однаковоімовірними символами. Якщо імовірність появи символів не однакова, то при передачі виникає надлишковість. Це означає, що фактична ентропія **H** є меншою, ніж максимально можлива H_{max} і що цю кількість інформації можна передати меншим числом символів порівняно до фактично переданих.

Надлишковість характеризують коефіцієнтом надлишковості

$$R = 1 - H/H_{max} \qquad (8.11)$$

Надлишковість виникає не лише через неоднакову імовірності символів, але також через взаємозалежність між окремими символами (кореляційних зв'язків) в повідомлені. Тому фактична ентропія реального повідомлення часто є набагато меншою від

максимально можливої.

В системах з малим рівнем завад цю надлишковість стараються усунути і тим самим підвищити ефективність систем. В системах з великим рівнем завад надлишковість часто збільшують для підвищення завадостійкості системи. Змінюють надлишковість в повідомлені спеціальними методами кодування.

8. 4. КІЛЬКІСТЬ ІНФОРМАЦІЇ В НЕПЕРЕРВНИХ ПОВІДОМЛЕННЯХ

Під час передавання інформації про об'єкти та процеси, стан яких може змінюватися неперервно, повідомлення та відповідні їм сигнали є неперервними функціями часу. При цьому нема потреби передавати всі значення сигналу. Відповідно до теореми Котельникова-Найквіста сигнал, спектр якого обмежений верхньою частотою $\mathbf{F_в}$, може бути повністю відновленим за відліками цього сигналу, взятими через інтервал $\mathbf{\Delta t= 1/2F_в}$.

Нехай відлік сигналу в $\mathbf{t_i}$-й момент часу дорівнює значенню $\mathbf{X_i}$, яке розглядатимемо як випадкову величину з щільністю розподілу імовірностей $\mathbf{p_1(x)}$. Поділимо діапазон зміни **X** на дискретні рівні $\mathbf{x_i}$ **(i=1, 2, 3, …L)** з інтервалом між ними $\mathbf{\Delta x}$. Величину $\mathbf{\Delta x}$ називають кроком квантування неперервного сигналу за рівнями (станами).

Якщо взяти якесь значення $\mathbf{x_i}$ цієї випадкової величини, то імовірність того, що ця випадкова величина прийме значення в якомусь інтервалі, обмеженому границями $\mathbf{x_i \div x_i+\Delta x_i}$, дорівнює $\mathbf{p(x_i)\Delta x_i}$.

Коли б випадкова величина приймала одне з дискретних значень $\mathbf{x_1,x_2,.....,x_i,}$ **.....** з імовірностями $\mathbf{P_1,P_2,.....,P_i,}$……, то ентропія одного відліку повідомлення визначалася б як

$$H = -\sum_{i=1}^{L} P_i \log P_i \ . \qquad (8.12)$$

Тут через **L** позначено максимальну кількість рівнів, яку може приймати один відлік.

При неперервному розподілі випадкової величини можна говорити лише про те, що з імовірністю $\mathbf{p(x_i)\Delta x_i}$ випадкова величина попадає в малий інтервал $\mathbf{\Delta x_i}$. Зменшуючи величину цього інтервалу $\mathbf{\Delta x_i \to 0}$ одержимо граничне значення виразу (8.12)

$$H = \lim_{\Delta x_i \to 0}\{-\sum_{i=1}^{L} p(x_i)\Delta x_i \log[p(x_i)\Delta x_i]\} \qquad (8.13)$$

Коли Δx_i стремить до нуля, максимальна кількість рівнів квантування **L** прямує до безмежності.

Тоді

$$H = \lim_{\Delta x_i \to 0}\{-\sum_{i=1}^{L} p(x_i)\Delta x_i \log p(x_i) -$$

$$-\sum_{i=1}^{L}[p(x_i)\Delta x_i \log \Delta x_i]\Delta x_i\} = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log p(x)dx -$$

$$-\lim_{\Delta x_i \to 0}\{-\sum_{i=1}^{L}[p(x_i)\log \Delta x_i]\Delta x_i\} \qquad (8.14)$$

Запишемо (8.14) у такому вигляді $\mathbf{H = H_n + H^*}$,

де

$$H_n = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log p(x)dx \quad , \qquad (8.15)$$

$$H^* = -\lim_{\Delta x_i \to 0}\sum_{i=1}^{L}[p(x_i)\log p(x_i)]\Delta x_i \ . \qquad (8.16)$$

У тому випадку , коли $\Delta x_i \to 0$, H^* перетворюється в безмежність, бо випадкова величина X може приймати безмежно велику кількість значень і ентропія прямує до безмежності. Але з (8 .16) видно, що швидкість зростання H^* при зменшені Δx_i фактично не залежить від закону розподілу випадкової величини **X**. Дійсно, вважаючи Δx_i однаковим при будь-яких значеннях **i**, одержуємо

$$H^* = -\log_{\Delta x_i \to 0}\sum_{i=1}^{L} p(x_i)[\log \Delta x_i]\Delta x_i =$$

$$-\lim_{\Delta x_i \to 0}[\log \Delta x_i]\sum_{i=1}^{L} p(x_i)\Delta x_i =$$

$$= -\lim_{\Delta x_i \to 0}[\log \Delta x_i]\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = -\lim_{\Delta x_i \to 0}[\log \Delta x_i]$$

Ця величина прямує до безмежності однаковим чином для будь-

яких неперервних процесів, незалежно від їх законів розподілу. Якщо врахувати , що досліджувану величину вимірюють з певною точністю, то при абсолютно точній її передачі все одно в кінцевому результаті буде помилка , викликана неточним виміром вхідної величини. Якщо вибрати Δx_i меншим від помилки вимірювання , то можна останньою величиною H^* знехтувати.

Тому розрахунок ентропії неперервних повідомлень проводять за допомогою співвідношення (8.15).

Величину H_n називають ще диференційною ентропією джерела неперервних повідомлень. Однак через те, що **p(x)** залежить від маштабу **x**, величина H_n не може бути абсолютною мірою невизначенності (інформації) неперервного повідомлення. Вона не має багатьох властивостей звичайної ентропії дискретних повідомлень, деколи навіть може приймати від'ємні значення. Інформаційний зміст має не сама диференційна ентропія, а різниця диференційних ентропій, наприклад, на вході та на виході каналу зв'язку. Власне для таких розрахунків і використовується диференційна ентропія у вигляді (8.15).

8.5. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ КАНАЛІВ ЗВ'ЯЗКУ

Канали зв'язку можна вважати послідовним з'єднанням пристроїв, які виконують певні функціональні задачі в загальній системі передачі інформації. З інформаційної точки зору є несуттєвими методи реалізації цих пристроїв у вигляді передавачів, приймачів чи у вигляді яких – небудь інших електронних блоків. Тут у першу чергу слід сконцентрувати увагу на правильному виборі функціональних блоків з метою забезпечення найбільшої ефективності передачі інформації.

Класифікація каналів зв'язку можлива за різними ознаками. В залежності від призначення систем канали зв'язку ділять на телефонні, телеграфні, телевізійні, фототелеграфні, звукового мовлення, телеметричні, змішані тощо. В залежності від того де поширюється сигнал між пунктами зв'язку: у вільному просторі чи в деяких лініях зв'язку виділяють канали радіо- та дротового зв'язку (повітряні, кабельні, волоконно-оптичні, хвилевідні та інші) .

Найцікавішою з точки зору теорії передачі інформації є класифікація каналів зв'язку за характером сигналів на вході та на виході каналу зв'язку. За цими ознаками виділяють канали:

а) дискретні (за станами), на вході та на виході яких сигнали є дискретними;

б) неперервні (за станами), на вході та на виході яких сигнали є

неперервні;
в) дискретні з сторони входу та неперервні з сторони виходу, і навпаки.
Такі канали називаються дискретно-неперервними.

Слід враховувати, що будь-який дискретний чи дискретно-неперервний канал обов'язково має всередині неперервний канал. Тому доцільно канал зв'язку розглядати як одне ціле, завданням якого є передача інформації з входу на вихід без всяких перекручень та втрат.

Точний математичний опис реального каналу зв'язку дуже складний.Тому використовують спрощені математичні моделі, які дозволяють виявити найбільш суттєві закономірності реального каналу з врахуванням найважливіших особливостей каналу та відкиданням другорядних деталей, що мало впливають на хід передачі інформації.

Найпростішими та широковикористовуваними моделями каналів зв'язку є такі моделі:

1.Ідеальний неперервний канал зв'язку без завад. Він являє собою лінійну мережу з постійною передавальною функцією, зосередженою в обмеженій смузі частот шириною **ΔF,** з обмеженою середньою потужністю $\mathbf{P_{сер}}$. В ідеальному каналі вихідний сигнал при заданому вхідному є детермінованим. Цю модель деколи використовують для опису кабельних каналів. Але ця модель непридатна для опису реальних каналів, в яких завжди присутні, хоч би і дуже малі, адитивні шуми.

2.Неперервний канал зв'язку з адитивним гаусівським шумом. На вході каналу діє сигнал $\mathbf{z(t)=ks(t-\tau)+n(t).}$

3.Дискретні канали зв'язку. Їх моделі містять множину можливих сигналів на вході та розподіл умовних імовірностей вихідного сигналу при заданому вхідному. Тут вхідними та вихідними сигналами є послідовності кодових символів. Тому для визначення можливих вхідних сигналів досить вказати число **m** різних символів (основу коду), а також тривалість **T** передачі кожного символу. Величина $\mathbf{v=1/T}$ визначає кількість символів, які передаються за одиницю часу, і називається технічною швидкістю передавання. Величина **v** вимірюється в бодах. Кожний символ, який надходить на вхід каналу, викликає появу одного символу на виході , так що технічна швидкість на вході та на виході однакова.

4. Симетричний канал без пам'яті визначається як дискретний канал зв'язку, в якому кожний переданий кодовий символ може бути прийнятий помилково з фіксованою імовірністю помилки при передачі символа **q** та з імовірністю правильної передачі символу

p=1-q. У випадку помилки замість переданого символу **S** може з однаковою імовірністю прийматися будь-який інший символ.Визначення “без пам’яті” означає, що імовірність помилки при приймані символу не залежить від передісторії, тобто не залежить від того, який символ передавався до нього і як він був прийнятий.

5. Симетричний канал без пам’яті із стиранням відрізняється від попереднього тим, що алфавіт на виході каналу доповнюється **(m+1)** –им символом, який позначається **‘?”**. Цей символ на виході каналу з’являється тоді, коли розв’язуюча схема (демодулятор) не може надійно розпізнати переданий символ. Імовірність такої відмови від розв’язку(або імовірність стирання символу) дорівнює $\mathbf{p_{ст}}$ **і** в даний момент часу є постійною і незалежною від того, який символ передавався. За рахунок введення стирання вдається значно зменшити імовірність помилки.

6. Марківський канал представляє собою просту модель дискретного каналу зв’язку з пам’яттю. В цій моделі імовірність помилки утворює простий ланцюг Маркова, тобто ця імовірність залежить від того, правильно чи помилково прийнято попередній символ, але не залежить від того, який символ передається.

Для наочності математичні моделі каналів зв’язку зображають за допомогою графів (рисунки 8.8, 8.9, 8.10)

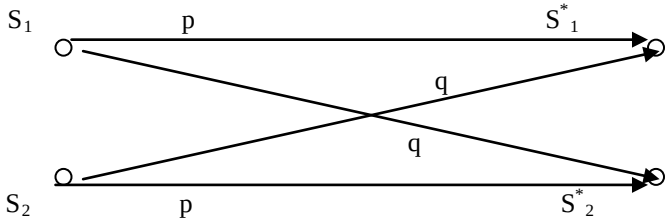


Рис.8.8. Математична модель бінарного симетричного каналу зв’язку

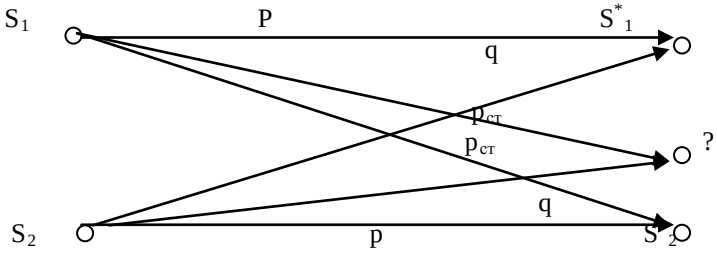


Рис.8.9. Математична модель симетричного бінарного каналу зв’язку з стиранням

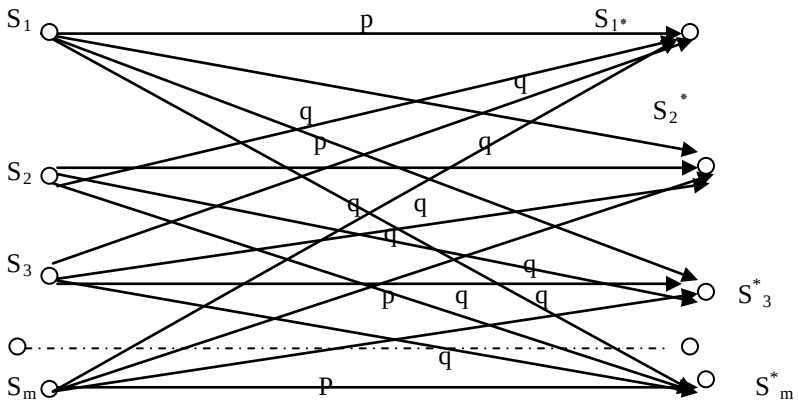


Рис.8.10.Математична модель m-ричного симетричного каналу зв’язку.

Таким чином для побудови математичної моделі дискретних каналів зв’язку необхідно знати імовірності правильної передачі символу **p** та імовірності переходу одного символу в інший **q.**

Для побудови математичних моделей неперервних каналів зв’язку необхідно знати ширину смуги пропускання каналу зв’язку **ΔF** та відношення сигнал/шум в каналі зв’язку $\mathbf{P_c/P_n}$.

8.6. ІНФОРМАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛІВ ЗВ’ЯЗКУ. ПРОПУСКНА ЗДАТНІСТЬ КАНАЛУ ЗВ’ЯЗКУ

Інформація по каналу зв’язку передається з певною швидкістю. Швидкістю передачі інформації по каналу зв’язку називається середня кількість інформації, яка надходить на вихід каналу зв’язку за одиницю часу.

В ідеальному каналі зв’язку без завад та перекручень кількість прийнятої інформації є тотожно рівною кількості переданої. Наявність в каналі зв’язку завад викликає перекручення сигналів,

внаслідок чого не можна достовірно визначити, яке повідомлення передавалося. Стає очевидним, що в каналі зв'язку із завадами виникають втрати інформації, які тим більші, чим більшим є рівень завад. Тому, визначаючи швидкість передачі інформації в каналі зв'язку з завадами, слід враховувати втрати інформації. Так , в дискретному каналі зв'язку швидкість передачі визначається як

$$\mathbf{B_{дк} = [H(U) - H_{втр}(U)] / T_c},$$

а для неперервного каналу

$$\mathbf{B_{неп} = 2F_{max}[H_n(U) - H_{n\,втр}(U)]},$$

де **H(U)** – ентропія дискретного первинного сигналу, який передається каналом зв'язку;

$\mathbf{H_n(U)}$ –диференційна ентропія неперервного первинного сигналу;

$\mathbf{H_{втр}(U)}$, $\mathbf{H_{n\,втр}(U)}$- ентропія втрат у дискретному та в неперервному каналах зв'язку відповідно;

$\mathbf{T_c}$- середня тривалість дискретного первинного сигналу (символа);

$\mathbf{F_{max}}$- максимальна частота спектра неперервного первинного сигналу.

Втрати інформації визначаються імовірністю помилки $\mathbf{P_{пох}}$ в дискретному каналі та рівнем завад в неперервному каналі. Очевидно, що втрати зменшуються із покращенням якості передачі сигналів, тобто при зменшені імовірності помилки та рівня завад. Як показують результати досліджень, при $\mathbf{P_{пох} < 10^{-3}}$ та при відношені сигнал/шум більшим 10, втрати інформації незначні, становлять долі відсотків від переданої інформації.

Найбільше значення швидкості передачі інформації **B** каналом зв'язку при заданих обмеженнях називається пропускною здатністю канала зв'язку

$$\mathbf{C = \max B.}$$

Під заданими обмеженнями розуміють тип каналу зв'язку (дискретний, неперервний), характеристики сигналу та завад.

Пропускна здатність дискретного каналу зв'язку, по якому передається інформація за допомогою алфавіту з **m** дискретних символів, обчислюється за допомогою співвідношення

$$\mathbf{C_{дк}=(1/T_c)[\log_2 m + P_{пох} \log_2 P_{пох} /(m-1) + (1- P_{пох})\log_2 (1-P_{пох})]},$$

(8.17)

де $\mathbf{T_c}$ – мінімальна тривалість сигналу (символа);

$\mathbf{P_{пох}}$ – імовірність помилки при передачі символів в каналі зв'язку.

Пропускна здатність двійкового каналу зв'язку

$$C_{дк} = v[1+P_{пох} \log_2 P_{пох} + (1-P_{пох}) \log_2 (1-P_{пох})], \text{ біт/с,} \quad (8.18)$$

де **v** – технічна швидкість модуляції, бод.

При $P_{пох} = 0.5$ пропускна здатність бінарного каналу зв'язку **C = 0.** Цей випадок називають обривом каналу зв'язку, бо імовірність помилки $P_{пох} = 0.5$ можна одержати нічого не передаючи каналом зв'язку.

Для неперервного каналу зв'язку максимальна швидкість передачі інформації досягається для гаусівського каналу з постійними параметрами при умові, що сигнал теж має нормальний закон розподілу імовірностей миттєвих значень при обмеженій середній потужності.

$$C_{неп} = F_k \log_2(1+P_s/P_n) \quad (8.19)$$

де $F_к$ – смуга пропускання каналу зв'язку;

P_s, P_n – середні потужності сигналу та завади в смузі пропускання каналу зв'язку відповідно.

Співвідношення (8.19) показує, що можливим є обмін ширини смуги пропускання на потужність сигналу при тій же пропускній здатності каналу зв'язку. Але, збільшуючи ширину смуги пропускання каналу, не можна безмежно збільшувати пропускну здатність. При зростані $F_к$ збільшується потужність завад, бо для білого шуму зі спектральною густиною потужності N_0 $P_n = N_0 F_к$. Тоді, якщо врахувати , що $\log_2 (1+x) \approx x \ln 2$, одержують

$$C_\infty = 1{,}443\, P_s / N_0 , \quad (8.20)$$

Тобто максимальне значення, до якого прямує пропускна здатність неперервного каналу при зростані ширини смуги пропускання каналу, пропорціональна відношенню середньої потужності сигналу до спектральної густини потужності шуму.

8.7.ПОГОДЖЕННЯ ДЖЕРЕЛА ПОВІДОМЛЕННЯ З КАНАЛОМ ЗВ'ЯЗКУ.

Більшість джерел повідомлень передають інформацію з фіксованою швидкістю, витрачаючи на передачу кожного повідомлення (символу) час T_c.. Такі джерела повідомлення можна описувати за допомогою деякої характеристики, яку називають продуктивністю джерела повідомлення.

Продуктивністю джерела повідомлення називають середню кількість інформації, яку виробляє джерело за одиницю часу

$$\mathbf{H'(X) = H(X) / T, \text{ (біт за секунду)}} \qquad \mathbf{(8.21)}$$

Вибираючи канал зв'язку, необхідно забезпечити передачу всієї інформації, виробленої джерелом повідомлення, на вихід каналу (до споживача інформації) без втрат та перекручень. Можливість розв'язку цієї задачі витікає з основної теореми К.Шеннона. Формулюється ця теорема для дискретного каналу зв'язку наступним чином: якщо продуктивність джерела $\mathbf{H'(X)}$ є меншою ніж пропускна здатність каналу зв'язку **C**, тобто коли

$$\mathbf{H'(X) < C,} \qquad \mathbf{(8.22)}$$

то існує метод кодування (перетворення повідомлення в сигнал на вході каналу) та декодування (перетворення сигналу на виході каналу в повідомлення), при якому імовірність помилкового декодування буде безмежно малою. Якщо ж $\mathbf{H'(X) \geq C}$, то таким методів не існує.

Для неперервних каналів формулювання теореми таке ж, але під помилкою треба розуміти середньоквадратичну помилку.

Таким чином, відповідно до теореми Шеннона, помилки в каналі зв'язку не є перепоною для безпомилкової передачі інформації. Помилки дещо зменшують пропускну здатність каналу, але коли виконується умова (8.22), то вибором методів кодування та декодування всі помилки можна виявити та виправити. Однак в доведенні теореми , яке є досить складним і тут не наводиться, не говориться конкретно за допомогою якого коду можна ці помилки виявляти та виправляти. На сьогодні ще не знайдені коди, за допомогою яких реалізувалися б основні положення теореми Шеннона з виявлення та виправлення всіх помилок.

8.8. ЕФЕКТИВНЕ КОДУВАННЯ

При передачі інформації по ідеальному каналу зв'язку без завад його пропускна здатність $\mathbf{C = v \log_2 m}$, тобто такий канал може передавати всю інформацію, яка виробляється джерелом повідомлення зі швидкістю **v**.

Однак ентропія повідомлення на виході джерела може бути набагато меншою від максимально можливої внаслідок надлишковості . Це означає, що за один і той же інтервал часу при наявності надлишковості в повідомлені передається менша кількість

інформації, ніж можна було би передати по каналу зв'язку. Щоб у цьому випадку погодити джерело повідомлення з каналом зв'язку , необхідно усунути надлишковість джерела повідомлень .

Оскільки надлишковість є наслідком неоднакової імовірності символів повідомлення , то її можна усунути або ж значно зменшити шляхом кодування ефективними кодами і тим самим ефективніше використати канал зв'язку.

Умови найбільш ефективного використання каналу зв'язку визначаються теоремою кодування Шеннона для каналів без завад. Суть цієї теореми в наступному: якщо пропускна здатність каналу зв'язку більша або менша продуктивності джерела повідомлення, то відповідним кодуванням всю інформацію, яка надходить на вхід каналу зв'язку , можна передати зі швидкість дуже близькою до пропускної здатності каналу. Ця теорема стверджує, що коли існує умова $\mathbf{H'(X) < C}$, то відповідним вибором кодування можна збільшити швидкість передачі інформації до величини $\mathbf{H'_к}$, при якій різниця $\mathbf{(C - H'_к) < \varepsilon}$, де $\boldsymbol{\varepsilon}$ – заздалегідь задана як завгодно мала величина.

Якщо ж $\mathbf{C<H'_к}$, то канал виявляється "перевантаженим" і частина інформації при передачі буде втрачена. Застосовуючи кодування в цьому випадку, можна знизити швидкість передачі так, щоб $\mathbf{H'_к}$ стала меншою від **C** і тим самим забезпечити неспотворену передачу інформації.

Погодження надлишкового джерела повідомлення з каналом зв'язку можна досягнути шляхом використання нерівномірного блочного коду, побудованого за методом Шеннона – Фано. Суть цього методу в тому, що символи, які найчастіше з'являються в повідомлені , кодуються більш короткими кодовими комбінаціями.

Метод побудови коду Шеннона – Фано реалізується наступним чином. Всі символи записуються в такому порядку, щоб імовірність появи наступного символу була меншою імовірності появи попереднього. Тоді символи діляться на дві групи так, щоб імовірності появи груп символів були приблизно однаковими. Верхній групі символів ставиться у відповідність символ "0", а нижній — "1". Далі кожна група знову ділиться на дві приблизно однаковоімовірні підгрупи. Верхнім підгрупам присвоюється символ "0", а нижнім "1". Такий поділ продовжується до тих пір, аж поки в підгрупах не залишиться по одному символу.

Приклад побудови коду Шеннона – Фано для джерела повідомлення з нижче наведеним ансамблем символів показано в таблиці 8.1.

Розглянутій тут методиці побудови ефективних кодів притаманна

деяка неоднозначність для випадків, коли неможливо розбити символи на групи з однаковими імовірностями появи. У таких випадках для одного і того ж розподілу імовірностей появи символів алфавіту можна одержати різні коди.

Цієї неоднозначності можна уникнути, якщо для побудови ефективного коду використати метод, запропонований Хафменом.

Розглянуті тут коди використовуються для усунення надлишковості джерел інформації і підвищення за рахунок цього швидкості передачі інформації по каналу зв'язку без шумів, тобто використовуються для інформаційного погодження джерела повідомлень з каналом зв'язку без шумів.

Символи:	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
Імовірності появи симолів P_i:	0.10	0.15	0.05	0.04	0.01	0.25	0.30	0.10

Таблиця 8.1.

Букви	Імовірності	Двійкові символи						Кодові слова
		1	2	3	4	5	6	
S_7	0.30	0	0					00
S_6	0.25	0	1					01
S_2	0.15	1	0	0				100
S_1	0.10	1	0	1				101
S_8	0.10	1	1	0				110
S_3	0.05	1	1	1	0			1110
S_4	0.04	1	1	1	1	0		11110
S_5	0.01	1	1	1	1	1		11111

8.9. ЗАВАДОСТІЙКЕ КОДУВАННЯ

8.9.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Одним із потужних сучасних методів боротьби із завадами є використання коректуючих (завадостійких) кодів.

Коректуючими кодами називаються коди, завдяки яким вдається виявити та виправити помилки, які виникають при передачі інформації каналом зв'язку з шумами. Такі коди можна будувати при будь-якій основі, тобто при будь-якому числі будь-яких символів. В сучасній теорії кодування найчастіше використовують теорію двійкових кодів, найбільш досконало розроблену та яку порівняно легко можна реалізувати за допомогою сучасної цифрової техніки.

Основний принцип побудови коректуючих кодів полягає у введені надлишковості в повідомлення, яке передається. Ця надлишковість утворюється шляхом введення додаткових (перевірних, коректуючих) символів в кодові групи примітивних

двійкових кодів.

Вважатимемо, що буде передаватися повідомлення у вигляді слів довжиною n двійкових символів. Тоді загальне число можливих повідомлень $\mathbf{M = 2^n}$. Кожне з таких повідомлень можна подати у вигляді деякого вектора $\mathbf{X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}}$, де $\mathbf{x_i}$ **= "0"** або "**1"** для всіх **i = 1,2,....,n.**

Наприклад, при **n** = 3 можна утворити 8 повідомлень: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111. Набір цих восьми кодових груп двійкового коду і утворює примітивний двійковий трьохрозрядний код. В цьому коді використовуються всі можливі кодові групи. Якщо в будь-якій кодовій групі (в слові) виникне через дію завад помилка (заміна символа "1" на символ "0" та навпаки), то виявити , а тим більше виправити її неможливо, бо при цьому одна кодова група (слово) трансформується в іншу і не відомо на виході каналу зв'язку чи надійшла правильна чи спотворена кодова група.

Якщо з восьми векторів вибрати лише декілька – дозволених, віднісши решта векторів до заборонених, і передавати лише дозволені, то факт помилки можна встановити, якщо помилки переведуть дозволені вектори в заборонені.

Так, виберемо 4 вектори : 000, 011, 101, 110 як дозволені (в цих векторів парне число символів "1"), решту векторів вважатимемо забороненими. Тоді будь-яка одинична помилка (або потрійна) переводить дозволене слово (вектор) в заборонене і цей факт легко встановити, бо в спотвореному слові число символів "1" стане непарним.

Таким чином, ідея можливості виявлення помилок дуже проста. Треба в рівномірному блочному коді використовувати не всі $\mathbf{M_0}$ можливі кодові комбінації, а лише **M –** деяку їх частину так , щоб $\mathbf{M_0 > M}$**.** Використовувані в даному коді **M** комбінацій називають дозволеними, а решту ($\mathbf{M_0 - M}$) – забороненими. Якщо в результаті помилок передана (дозволена) комбінація перетворюється в одну із заборонених, то тим самим виявляється наявність помилки. При цьому очевидно, що якщо сукупність помилок в даній кодовій комбінації перетворює її в будь–яку іншу дозволену комбінацію, то помилки виявити неможливо.

Найбільш вживаною характеристикою коректуючого коду, яка визначає його можливості виявляти та виправляти помилки, є кодова віддаль. Для двійкового коду кодова віддаль визначається числом символів, якими одна кодова комбінація відрізняється від іншої. Визначену таким чином віддаль часто називають хемінговою віддаллю і обчислюють її за допомогою співвідношення

$$d(X,Y)=\sum_{i=1}^{n}(x_i \oplus y_i), \qquad (8.23)$$

де $\mathbf{x}_i$ та $\mathbf{y}_i$ - значення символів відповідного кодового слова **X** та **Y,** а сумування ведеться за модулем 2. Для того, щоб код виправляв всі помилки, кратність яких не перевищує **t**, всі пари $\mathbf{x_i}$,$\mathbf{y_j}$ повинні бути віддалені на віддаль не меншу **2t+1.**

У загальному випадку для виправлення всіх помилок кратності не більше **t** і одночасного виявлення помилок кратності не більше **f** необхідно і достатньо виконання умови

$$d \geq f + t + 1. \qquad (8.24)$$

З попереднього розгляду видно, що кожне кодове слово коректуючого коду має довжину **n** і складається з **k** інформаційних символів та **r = (n - k)** надлишкових (перевірних, контрольних). Такі блочні коди позначаються наступним чином - (**n,k**).

В теорії завадостійкого кодування існує багато способів утворення коректуючих кодів. Ці способи вибрані так, щоб існували певні правила утворення кодових комбінацій в кодерах та правила обробки і виправлення помилок в декодерах. Важливою умовою при цьому є умова простоти реалізації кодера та декодера. Правило утворення кодових комбінацій коректуючого коду називають правилом кодування. Для корекції помилок нерівномірні коди , як правило, не застосовуються, Тому розглядатимемо лише рівномірні коректуючі коди.

8.9.2. КЛАСИФІКАЦІЯ КОРЕКТУЮЧИХ КОДІВ.

Загальна класифікація коректуючих кодів наведена на рис.8.11..

Коректуючі коди ділять на два великих класи: на блочні коди та на неперервні коди. Кодова послідовність блочних кодів складається з окремих кодових комбінацій (блоків), які кодуються та декодуються незалежно. Неперервні коди представляють собою неперервну послідовність кодових символів, їх поділ на окремі кодові комбінації не відбувається.

Блочні та неперервні коди бувають розділювані та нерозділювані. В розділюваних блочних кодах інформаційні та перевірні символи завжди займають одні і ті ж позиції (розряди). Позначують ці коди як **(n,к)** – коди, де **n** – число символів в комбінації (довжина коду), **к**- число інформаційних символів.

Коректуючі коди

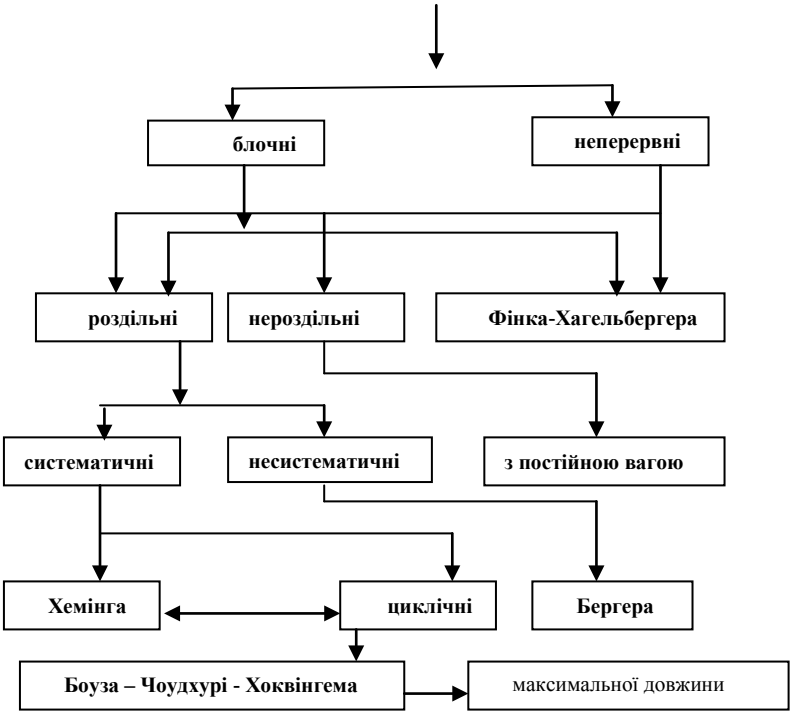


Рис.8.11. Класифікація коректуючих кодів.

Систематичними кодами називають **(n,k)** – коди, в яких **r = n-k** перевірних символів є лінійними комбінаціями інформаційних. Таке формування кодових комбінацій істотно спрощує технічну реалізацію пристроїв кодування та декодування. Тому систематиичні коди є одними з найпоширеніших кодів. Підкласом систематичних кодів є коди Хемінга та циклічні коди. Більш детально принципи побудови покажемо на прикладі формування та декодування циклічних кодів.

8.9.3. ЦИКЛІЧНІ КОДИ.

Циклічні коди відносяться до систематичних кодів.Свою назву вони одержали завдяки такій їх властивості: циклічна перестановка символів дозволеної комбінації утворює нову дозволену комбінацію. При циклічній перестановці символи кодової комбінації

переміщуються зліва направо на одну позицію, а крайній правий символ переноситься на місце крайнього лівого.Наприклад, циклічна перестановка комбінації $\mathbf{A_1 = 101\ 100}$ утворює нову комбінацію $\mathbf{A_2 = 010\ 110}$.

В теорії циклічних кодів всі перетворення кодових комбінацій проводяться у вигляді математичних операцій над поліномами (багаточленами). Для цього кодові комбінації циклічного коду подають у вигляді поліномів.

Так, кодова комбінація $\mathbf{A = a_n\, a_{n-1}\, a_{n-2}.....a_1\, a_0}$ при $\mathbf{a_i = [1,0]}$ записується у вигляді

$$A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 x^0 .$$

Форму запису поліному часто спрощують, опускаючи множники $\mathbf{a_j=1}$ та викреслюючи складові, що множаться на $\mathbf{a_j=0}$. Так,кодова комбінація $\mathbf{A_1=101100}$ подається поліномом $\mathbf{A_1(x) = x^5+x^3+x^2}$, а $\mathbf{A_2 = 010110}$ - поліномом $\mathbf{A_2(x) = x^4+x^2+x}$.

При формуванні кодових комбінацій циклічного коду використовуються математичні операції додавання, віднімання, множення та ділення поліномів. Ці операції виконуються за звичайними арифметичними правилами, тільки додавання здійснюється як додавання за модулем 2, а віднімання замінюється додаванням. Так

$\mathbf{A_1(x)+A_2(x)=A_1(x) -A_2(x)=x^5+x^3+x^2+x^4+x^2+x = x^5+x^4+x^3+x}$, **бо** $\mathbf{x^2+x^2= 0\ (1 \oplus 1=0)}$.

$\mathbf{A_1(x)A_2(x) = (x^5+x^3+x^2)(x^4+x^2+x) = x^9+x^7+x^6+x^7+x^5+x^4+x^6+x^4+x^3 =x^9+x^5+x^3}$.

$$\begin{array}{l} \mathbf{A_1(x)/A_2(x) = x^5+x^3+x^2 \quad | x^4+x^2+x} \\ \qquad\qquad \oplus \qquad\qquad\qquad \text{----------} \\ \qquad\qquad \mathbf{x^5+x^3+x^2} \qquad\quad \mathbf{x} \\ \qquad\qquad \text{----------} \\ \qquad\qquad \mathbf{0 \quad 0 \quad 0.} \end{array}$$

Дозволені кодові комбінації циклічного коду мають ту властивість, що вони без остачі діляться на поліном **G(x),** який називається утворюючим поліномом. З цієї властивості одержують дуже простий метод формування дозволених кодових комбінацій шляхом множення комбінацій первинного коду $\mathbf{A_i(x)}$ на твірний поліном **G(x):**

$$\mathbf{B_{i\,p}(x) = A_i(x)G(x)} \qquad \mathbf{(8.25)}$$

В теорії циклічних кодів доказується, що твірними можуть

бути лише поліноми, які є дільниками двочлена $\mathbf{x^n+1}$. Всі такі поліноми, знайдені при теоретичних розробках , зведено в таблиці, які є обов'язковим додатком до наукових робіт з теорії завадостійкого кодування.

Для формування дозволених кодових комбінацій за алгоритмом (8.25) можна використовувати будь-який твірний поліном в якого максимальна степінь дорівнює числу необхідних перевірних символів. Але в одержаній таким чином комбінації $\mathbf{B_{ip}(x)}$ нема в явному вигляді інформаційних символів (одержується нероздільний код), тому при практичній реалізації пристроїв кодування використовують дещо інший метод, який дозволяє одержати кодову комбінацію $\mathbf{B_{i\ p}(x)}$ з зазделегідь визначенними положеннями інформаційних та перевірних символів.

$$B_{sp}(x) = A_i(x)x^r + R(x), \qquad (8.26)$$

де **R(x)** – остача від ділення $\mathbf{A_i(x)/G(x)}$.

В алгоритмі (8.26) можна виділити три етапи формування дозволених кодових комбінацій:

1. До комбінації первинного коду $\mathbf{A_i}$ дописуються справа **r** нулів, що еквівалентно множенню $\mathbf{A_i(x)}$ на x^r;
2. Добуток $\mathbf{A_i(x)x^r}$ ділиться на твірний поліном **G(x)** і визначається остача **R(x)**, степінь якої не перевищує **r-1**;
3. Одержана остача приєднується до $\mathbf{A_i(x)x^r}$.

Проілюструємо викладене на прикладі. Для кодової комбінації $\mathbf{A_i=1011}$ сформуємо кодову комбінацію циклічного коду **(7,4).**
З таблиць твірних поліномів вибираємо твірний поліном
$\mathbf{G(x) = x^3+x^2+1}$. Відповідно до алгоритму (8.26) виконаємо такі операції для одержання циклічного коду:

1. $\mathbf{A_i(x)x^r = (x^3+x+1)x^3 = x^6+x^4+x^3;}$

$$\begin{array}{l}
\mathbf{2.A_i(x)x^r/G(x) = x^6+x^4+x^3 \quad /x^3+x^2+1} \\
\qquad\qquad \oplus \qquad\qquad\qquad\qquad \text{----------} \\
\qquad\qquad \mathbf{x^6+x^5+x^3} \qquad\qquad\qquad \mathbf{x^3+x^2} \\
\qquad\qquad\quad \text{----------} \\
\qquad\qquad\qquad\quad \mathbf{x^5+x^4} \\
\qquad\qquad \oplus \quad \mathbf{x^5+x^4+x^2} \\
\qquad\qquad\qquad\quad \text{----------}
\end{array}$$

$$R(x) = x^2$$

$$3.A_i(x)x^r+R(x) = x^6+x^4+x^3+x^2 = B_{i\,p}(x).$$

Одержану кодову комбінацію циклічного коду можна записати у вигляді $\mathbf{B_{i\,p}=1011100}$, де перші чотири символи інформаційні, а останні три – перевірні.

Виявлення та виправлення помилок в декодері здійснюється за допомогою синдрому. Синдромом називається одержана в процесі проведення перевірок кодова комбінація, яка вказує на місце виникнення помилки.

Для одержання синдрому циклічного коду достатньо поділити прийняту кодову комбінацію на твірний поліном. Остача від ділення і є синдромом. Якщо прийнята комбінація - дозволена, то остача від ділення буде нульовою. Ненульова остача свідчить про наявність у прийнятій комбінації помилок.

Взаємозв'язок між синдромом (остачею) та помилковим символом визначається досить просто. Необхідно взяти будь-яку дозволену комбінацію, внести в неї помилку і поділити на **G(x).** Одержана остача (синдром) і буде вказувати на наявність помилки в цьому символі. Взаємозв'язок між синдромом та спотвореним символом при вибраному вище твірному поліномі наведено в таблиці 8.2.

Таблиця 8.2.

Помилка в символі	x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x	x^0
Синдром	110	011	111	101	100	010	001

8.9.4.НЕПЕРЕРВНІ КОРЕКТУЮЧІ КОДИ.

До неперервних кодів відноситься рекурентний або ланцюговий код. В найпростішому його варіанті інформаційні символи чергуються з перевірними, утворюючи послідовність

..... $\mathbf{a_1, b_{1,2}, a_2, b_{2,3}, a_3, b_{3,4}, a_4, b_{4,5}, a_5, b_{5,6}, a_6}$, **……,**

(8.27)

де $\mathbf{a}_i$ – і-й інформаційний символ , який може приймати значення “1” або “0” відповідно до повідомленн, що передається, а $\mathbf{b}_{i,i+1}$ - перевірний символ, значення якого визначаються з рівняння

$$\mathbf{b}_{i,i+1} = \mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1}\ , \qquad \textbf{(8.28)}$$

тобто додавання відбувається за модулем 2.

Ланцюговий код, в якому на **n** символів припадає **к** інформаційних , позначають як **(k/n)** код. Таким чином наведений в (8.27) код є ланцюговим кодом виду (1/2) .

Помилка при прийманні одного інформаційного символу $\mathbf{b_i}$ стає причиною того, що співвідношення (8.28) не виконується для двох перевірних символів: $\mathbf{b_{i-1,i}}$ та $\mathbf{b_{i\ ,i+1}}$. Тому правило декодування можна сформулювати наступним чином: якщо (8.28) не виконується для двох сусідніх перевірних символів, то інформаційний символ, який знаходиться між ними, треба змінити на протилежний.

Ланцюговий код (8.27) дає можливість виправляти помилки, які виникають в будь-якому місці, при умові, що між двома будь-якими помилково прийнятими символами є, щонайменше, три правильно прийнятих символи.

Останнім часом широко стали використовуватися запропоновані досить давно згорткові коди, які є більш загальним класом рекурентних кодів. Для цих кодів розроблено спеціальні алгоритми послідовного декодування, які дозволяють ефективно виправляти помилки порівняно не дуже великої складності. Досить широко використовують так званий алгоритм Вітербі.

Для каналів з групуванням помилок часто застосовують метод перемежовування символів, або декореляції помилок. Суть методу в тому, що символи, які входять в одну кодову комбінацію, передаються не безпосередньо один за одним, а перемежовуються символами інших кодових комбінацій. Якщо інтервал між символами, що входять в одну кодову комбінацію, зробити довшим ніж “пам’ять” (інтервал кореляції) каналу, то в межах кодової комбінації групування помилок не буде і її можна декодувати так само, як і в каналі без пам’яті.

8.10.КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ.

1. Яка різниця існує між поняттями інформація, повідомлення,

сигнал ?

2. Який сигнал називають первинним сигналом?

3. Поясніть принцип дискретизації та кодування неперервних сигналів.

4. Дайте визначення кількісної одиниці інформації.

5. Чому використовується логарифмічна одиниця кількості інформації?

6. Що таке один біт, один байт, один мегабайт інформації?

7. Що називається ентропією джерела повідомлення?

8. Які причини появи надлишковості джерела повідомлення?

9. Визначіть кількість інформації, яка міститься в повідомлені "радіотехнічна система".

10. Напишіть вираз для ентропії джерела при об'ємі алфавіту L та неоднакових імовірностях елементарних повідомлень, вважаючи, що повідомлення вибираються незалежно одне від другого.

11. Визначіть надлишковість двійкового джерела, яке видає повідомлення "1" та "0" незалежно з імовірностями P(1) = 0.25; P(0) = 0.75.

12. Обчисліть пропускні здатності дискретних каналів зв'язку без завад, якщо в першому каналі основа коду m=2, а в другому каналі m=4 та технічні швидкості в першому каналі B_1=75 бод, а в другому B_2= 50 бод.

13. Дайте визначення пропускної здатності каналу зв'язку із завадами.

14. Джерело незалежних повідомлень містить в своєму алфавіті вісім повідомлень з імовірностями P(A) = 0.3; P(B) = 0.2; P(C) = 0.2; P(D) = 0.15; P(F) = 0.1; P(G) = 0.03; P(H) = P(I) = 0.01. Обчисліть ентропію повідомлень, побудуйте нерівномірний код за методом Шеннона-Фано та визначіть, наскільки він є близьким до оптимального. Порівняйте необхідні швидкості передачі в каналі з кодом Шеннона-Фано та в каналі з рівномірним кодом.

15. Який код є коректуючим?

16. Для чого використовуються перевірні символи в кодових комбінаціях коректуючого коду?

17. Закодуйте всі цифри десяткової системи числення примітивним двійковим кодом.

18. Як закодувати одержані в попередній задачі кодові комбінації циклічним кодом?

19. Що таке синдром коду? Як його обчислюють у випадку циклічних кодів?

20. Поясніть процес виявлення помилок в кодах з перевіркою на парність.

21. При використані циклічного коду (**7, 4**) з твірним поліномом $\mathbf{G(x) = x^3+x^2+1}$ прийнято кодові комбінації: 1011010, 0110100, 1101101. Перевірити ці кодові комбінації на наявність в них помилок. При наявності помилок – виявити та виправити їх.Записати кодові комбінації без помилок.

Л І Т Е Р А Т У Р А

1. Радиотехнические системы. Під редакцією Ю.М.Казаринова.Підручник. –М.: ВШ, 1990.
2. Дымова А.И., Альбац М.Е., Бонч-Бруевич А.М. Радиотехнические системы. Підручник. –М.:"Сов.радио", 1975.
3. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. Підручник. –М.: РиС, 1986.
4. Чердынцев В.А. Радиотехнические системы. Навч.посібник.- Минск.: "Вышейшая школа", 1988.
5. Радиотехнические системы передачи информации. Під редакцією Калмикова В.В. Навч.посібник. –М.: РиС,1990.
6. Свердлик М.Б. Методические указания по изучению раздела "Обнаружение сигналов" курса "Радиотехнические системы" .- Одесса ОПИ, 1983.
7. Свердлик М.Б., Сумик М.Н. Дискретные сигналы (анализ, синтез, обработка). Навч.посібник. –Одесса, 1971.
8. Свердлик М.Б. Методические указания по изучению дисциплины " Радиотехнические системы" . – Одесса,1984.
9. Карамущенко В.И., Новосельцев Л.Я., Смирнов В.Н. Многоканальные системы передачи информации. Навч.посібник. - Ленинград, 1983.
10. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. –М.: РиС, 1986.
11.Васин В.Б.,СтепановБ.М. Справочник-задачник по радиолокации.-М.: Сов. радио, 1977.
12. Свердлик М.Б. Выделение сигналов на фоне мешающих отражений. Навч.посібник.-Одеса, 1977
13. Ширман Л.Д.,Голиков В.Н.,Бусыгин И.Н. и др.Теоретические основы радиолокации.-М.: Сов.радио,1970
14.Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники.- М.: РиС, 1989
15.ПенинП.И.,Филиппов Л.И. Радиотехнические системы передачи информации.-М.: РиС, 1983.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Абсолютно чорне тіло 155
Азимут 14
Алгоритм виявлення 36
Алфавіт коду 207

База пеленгатора 23
------ сигналу 95
Білий шум 44

Віддаль дії системи 138,142
----- радіолінії з активною відповіддю 144
----- зв'язку 144
----- з пасивною відповіддю 143
Відношення правдоподібності 38

Гетеродин когерентний 151
Гіпотеза 39,41
----- проста 43
----- складна 60

Діаграма невизначенності 95
---------- перевипромінення 141
Доплерівські вимірники швидкості 27

Ефективна поверхня розсіювання140
Ентропія повідомлення 209
----- властивості 211

Завади
----- пасивні 150
Закони розподілів імовірностей 37
Закон Планка 155
----- Релея 60
----- Релея узагальнений 64
Зона дії системи 146

Імовірність апріорна 32
----- апостеріорна 32
----- правильного виявлення 39
----- помилки повної 40

----- пропуску 39
----- хибної тривоги 39

Квантування сигналу 213
Класифікація кодів 225
Коди примітивні двійкові 214
----- ефективні 221
----- ланцюгові 230
----- коректуючі 225
----- циклічні 227
Кодова послідовність 217
Коефіцієнт надлишковості 212
Компенсатор черезперіодний 151
Координати об’єкта 13
Кореляційний приймач 48
Коефіцієнт
----- втрат 143
----- розрізнення 143
Критерій ідеального спостерігача 82
----- мінімуму середнього ризику 41
----- мінімуму суми умовних імовірностей 40
----- Неймана – Пірсона 40
Критична швидкість 153

Лінеаризований алгоритм Калмана 131
Лінія положення 13
ЛЧМ-сигнал95

Марковська послідовність 126,129
Метод віддалемірний14
----- компенсаційний 152
----- максимуму 25
----- пеленгаційний 14
----- порівняння амплітуд 25
----- різницево- віддалемірний 159
Місцезнаходження об’єкта 12

Навігації методи 158
Надлишковість повідомлень 212
Нерівність Крамера – Рао 114
----- Шварца- Буняковського 52
Неймана – Пірсона критерій 40
Нормальний закон 44

Огляд круговий 146
Одиниця кількості інформації 206
Оцінка параметрів 107
----- беєсівська 109
----- ефективна 115
----- за максимумом апостеріорної імовірності 110
---------- функції правдоподібності 114
----- незміщена 109

Параметри інформаційні 107
----- перешкаджаючі 108
Пасивна радіолокація 154
Пеленгація, методи 14
Поверхня положення 13
Пошук цілі144
Поріг виявлення 46,48
Приймач енергетичний 78
----- кореляційний 48

Радіолокація 9
----- задачі 9
Радіолокатор кругового огляду 147
Радіосистема 5
Ризик середній 41
Роздільна здатність :
----- за віддаллю 97
----- за кутовою координатою 104
----- за швидкістю 100
Розрізнення сигналів 81

Сигнали детерміновані 44
----- дискретні 125
----- ортогональні 86,173
----- протилежні 86
----- складні 97
----- шумоподібні 97
Синдром 229
Синхронізація 196
Система 5
Системні методи 5

Тіло невизначеності 102
Точність потенціqна 116

Фільтр
----- Калмана 132
----- оптимальний 57
----- погодженний 67
Функція невизначеності 92
----- взаємокореляції 110
----- кореляції 94
----- правдоподібності 35

Характеристики виявлення 56, 66

Частота Доплера 27

Шенонна теорема 213
Шум білий 44
----- тепловий 154
Шуми цілі 141

З М І С Т

Передмова..... .....……..... 5
Частина 1.Основи теорії радіолокаційних та радіонавігаційних систем
1.Фізичні основи побудови радіолокаційних та радіонавігаційних систем
1.1. Основні поняття та визначення. .....…...…9
1.2. Фізичні основи радіолокації та радіонавігації.....…....…...9
1.3. Методи визначення місцезнаходження об'єктів.....…...…12
1.4.Методи радіовіддалеметрії..... 16
1.4.1.Фазовий метод.....…..…. 16
1.4.2.Частотний метод..... .....…..…. 18
1.4.3.Імпульсний метод.....…….20
1.5.Методи радіопеленгації..... …..22
1.5.1.Фазовий метод.....…….23
1.5.2.Амплітудні методи..... .....…...25
1.6. Методи вимірювання швидкості.....….27
1.7. Контрольні питання та задачі.....….30
Частина 2. Основи статистичної теорії радіотехнічних систем.....31
2.Виявлення сигналів
2.1. Синтез оптимальної процедури виявлення сигналів..... 32
2.1.1.Основні поняття та визначення.....32
2.1.2.Показники ефективності виявлення..... 37
2.1.3.Основні положення теорії виявлення сигналів.....39
2.1.4.Синтез оптимальної процедури виявлення сигналів за критерієм мінімуму середнього ризику..... 41
2.1.5.Відношення правдоподібності для детермінованого сигналу та білого гаусівського шуму..... .....…44
2.2.Структура та якісні показники оптимального виявника повністю відомого сигналу на фоні білого шуму.....47
2.2.1.Структура оптимального кореляційного виявника.....47
2.2.2.Статистичні властивості кореляційного інтеграла.....48
2.2.3.Відношення сигнал/шум на виході корелятора..... 51
2.2.4.Якісні показники оптимального виявника..... 53
2.2.5.Структура оптимального фільтраційного приймача виявлення.....57
2.3.Структура та якісні показники оптимального виявника сигналу з випадковою початковою фазою на фоні білого шуму.....….59

2.3.1.Відношення правдоподібності для сигналу з випадковими параметрами.....59
2.3.2.Структура оптимальних кореляційного та фільтрового виявників.....62
2.3.3.Статистичні властивості модуля кореляційного інтеграла.....64
2.3.4.Якісні показники оптимального приймача виявлення сигналу з невідомою випадковою початковою фазою.....65
2.4.Структура та якісні показники оптимального виявника сигналу з випадковою початковою фазою та флуктуючою амплітудою на фоні білого шуму..... 67
2.4.1.Структура оптимальних кореляційного та фільтрового виявників..... 67
2.4.2.Якісні показники оптимального виявника.. 68
2.5.Структура та якісні показники оптимального виявника когерентних пачок імпульсів на фоні білого шуму.....70
2.6.Особливості виявлення некогерентних пачок імпульсів.....72.
2.7. Виявлення випадкових сигналів.....77
2.8. Контрольні питання та задачі.....79
3.Розрізнення сигналів
3.1.Основні поняття та визначення.....81
3.2.Розрізнення детермінованих сигналів..... 82
3.2.1.Розрізнення амплітудно-маніпульованих сигналів.....87
3.2.2.Розрізнення частотно-маніпульованих сигналів.....88
3.2.3.Розрізнення фазо-мапіпульованих сигналів..... 88
3.3.Контрольні питання та задачі.....90
4.Розділення сигналів
4.1.Основні поняття та визначення..... 91
4.1.1.Функція невизначеності зондуючого сигналу.....92
4.2.Оцінка роздільної здатності..... 96
4.2.1.Роздільна здатність за віддаллю.....97
4.2.2.Роздільна здатність за швидкістю..... 100
4.2.3.Розділення сигналів за кутовою координатою.....104
4.3.Контрольні питання та задачі.....106
5.Оцінка та фільтрація параметрів сигналів
5.1.Основні поняття та визначення. 107
5.2.Критерії ефективності оцінювання параметрів сигналів.....109
5.3.Метод максиально-правдоподібного оцінювання..... 110
5.4.Оцінка максимальної правдоподібності. Нерівність Крамера-Рао.....114
5.5.Потенційна точність вимірювання параметра сигнала.....116
5.5.1.Оцінка початкової фази радіоімпульса.....118
5.5.2.Оцінка часу запізнення радіоімпульса з випадковими початковою фазою та амплітудою.....120

5.5.3.Оцінка зсуву частоти радіосигналу..... 123
5.6.Фільтрація параметрів сигналів..... 124
5.7.Контрольні питання та задачі..... 133
Частина 3.Радіолокаційні та радіонавігаційні системи.....135
6.1.Основні поняття та визначення.....136
6.2.Характеристики радіолокаційних цілей.....140
6.3.Віддаль дії радіосистем.....142
6.4.Пошук сигналів в радіолокаційних та радіонавігаційних системах.....144
6.5.Радіолокатор кругового огляду..... 147
6.6.Виділення сигналів рухомих об'єктів на фоні пасивних завад.....150
6.7.Принцип дії та побудова системи селекції рухомих цілей з внутрішньою когерентністю..... 151
6.8.Принцип дії системи селекції рухомих цілей з зовнішньою когерентністю.....153
6.9.Пасивні радіолокаційні системи.....154
6.10.Фазові радіонавігаційні системи.....158
6.10.1. Особливості фазових радіонавігаційних систем.....158
6.10.2. Радіонавігаційна гіперболічна система..... ...160
6.11.Контрольні питання та задачі..... ...162
Частина 4.Основи теорії радіотехнічних систем передачі інформації
7.Загальні принципи побудови радіотехнічних систем передачі інформації
7.1.Основні поняття та визначення.....165
7.2.Багатоканальні радіотехнічні системи передачі інформації..... 167
7.2.1.Узагальнена структурна схема багатоканальної радіотехнічної системи передачі інформації..... 167
7.2.2.Необхідні та достатні умови розділення канальних сигналів.....170
7.3.Загальна структурна схема системи з розділенням каналів за формою сигналів.....175
7.4.Багатоканальні системи передачі інформації з частотним розділенням каналів..... 177
7.5.Багатоканальні системи передачі інформації з часовим розділенням каналів..... 184
7.5.1.Імпульсні види модуляції та способи демодуляції в системах з часовим розділенням каналів..... 187
7.5.2.Перекручення сигналів в багатоканальних системах передачі інформації з часовим розділенням каналів.....189
7.6.Цифрові багатоканальні системи передачі інформації..... 190
7.6.1.Перекручення сигналів в цифрових системах передачі інформації.....193

7.6.2. Синхронізація в багатоканальних системах передачі інформації з часовим розділенням каналів..... 195
7.7.Багатоканальні системи передачі інформації з нелінійним ущільненням каналів.... 197
7.7.1.Структурна схема системи з мажоритарним ущільненням каналів.....200
7.8.Контрольні питання та задачі.....203
8.Основи теорії інформації та кодування
8.1.Кількісна міра інформації.....204
8.2.Кількість інформації в дискретних повідомленнязх..... 206
8.3.Ентропія повідомлення.Основні властивості ентропії.....208.
8.4.Кількість інформації в неперервних повідомленнях..... .....212.
8.5.Математичні моделі каналів зв'язку..... 214
8.6.Інформаційні характеристика каналів зв'язку.Пропускна здатність каналу зв'язку..... 217
8.7.Погодження джерела повідомлення з каналом зв'язку.....219.
8.8.Ефективне кодування..... .....220.
8.9.Завадостійке кодування.....222
8.9.1.Основні поняття та визначення.....223
8.9.2.Класифікація коректуючих кодів.....224
8.9.3.Циклічні коди..... 227
8.9.4. Неперервні коректуючі коди..... 230
8.10.Контрольні питання та задачі..... 231
Література.....232
Предметний покажчик..... 233
Зміст.....239

Н А В Ч А Л Ь Н Е В И Д А Н Н Я

Сумик Маркіян Миколайович

ОСНОВИ ТЕОРІЇ РАДІОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Абсолютно чорне тіло 163
Азимут 19
Алгоритм виявлення 38
Алфавіт коду 211
---------- джерела 220

База пеленгатора 28
------ сигналу 105
Багатоканальна система 175
---------- з ЧРК 184
---------- з ЧсРК 190
---------- з мажоритарним ущільненням 202
Байєса формула 42
Білий шум 44

Віддаль дії радіосистеми 150, 152
---------- радіолінії з активною відповіддю 152
---------- радіолінії зв'язку 152
---------- системи з пасивною відповіддю 151
Відношення правдоподібності 44

Гетеродин когерентний 159
Гіпотеза 45,47
---------- проста 45
---------- складна 66

Діаграма невизначеності 103
---------- перевипромінення 149
Доплерівські вимірники швидкості 34

Ефективна поверхня розсіювання148
Ентропія повідомлення 213
---------- дискретного повідомлення 214
---------- неперервного повідомлення 216

Завади пасивні 158
Завадостійкість системи 147
Закони розподілів імовірностей 44
Закон Планка 162
------- Релея 70

------- Релея узагальнений 70
Зона дії системи 146

Імовірність апріорна 41
---------- апостеріорна 41
---------- правильного виявлення 45
---------- помилки повної 46
---------- пропуску цілі 46
---------- хибної тривоги 46
---------- правильного невиявлення 46

Калмана фільтр 140
Канал зв'язку 218
---------- математичні моделі 218
---------- симетричний бінарний 221
---------- із стиранням 221
---------- пропускна здатність 222
Квантування сигналу 216
Класифікація кодів 229
Коди примітивні двійкові 227
-------ефективні 225
------ ланцюгові 230
------ корегуючі 227
------ циклічні 230
Кодова послідовність 217
Коефіцієнт надлишковості 214
Компенсатор черезперіодний 151
Координати об'єкта 13
Кореляційний приймач 48
Коефіцієнт взаємної кореляції 152
Котельникова теорема 51
---------- приймач 42
Критерій ідеального спостерігача 89
---------- мінімуму середнього ризику 46
---------- мінімуму суми умовних імовірностей 46
---------- мінімуму повної помилки 46
---------- Неймана – Пірсона 46
Критична швидкість 160

Лінеаризований алгоритм Калмана 140
Лінія положення 18
ЛЧМ-сигнал 105

Марковська послідовність 137
Метод віддалемірний 18
-------- компенсаційний 161
-------- максимуму 30
-------- пеленгаційний 18
-------- порівняння амплітуд 32
-------- різницево- віддалемірний 167
Місцезнаходження об’єкта 20

Навігації методи 165
Надлишковість повідомлень 214
Нерівність Крамера – Рао 123
---------- Шварца- Буняковського 58
Неймана – Пірсона критерій 46
Нормальний закон розподілу 42

Огляд круговий 155
Одиниця кількості інформації 210
Основне рівняння радіолокації 152
Оцінка параметрів 115
--------- байєсівська 117
--------- ефективна 124
--------- незміщена 120
Оцінка за максимумом апостеріорної імовірності 119
--------- за максимумом функції правдоподібності 118

Параметри інформаційні 114
---------- перешкаджаючі 114
Пасивна радіолокація 162
Пеленгація, методи 28
Поверхня положення 19
Поріг виявлення 53
Пошук цілі 152
Приймач енергетичний 86
---------- кореляційний 54

Радіолокація 14
----- ---------- задачі 14
Радіолокатор кругового огляду 155
Радіомаяк 165
Радіометр 165
Радіосистема 9
Ризик середній 46

Роздільна здатність 102
---------- за віддаллю 104
---------- за кутовою координатою 111
---------- за швидкістю 107
Розрізнення сигналів 88
---------- якісні показники 94

Сигнали детерміновані 50
---------- дискретні 179,219
---------- ортогональні 93,181,182
---------- протилежні 94
---------- складні 104
---------- шумоподібні 84
Символи 42,211
Синдром 232,234
Синхронізація 200
Система 9
Системні методи 9
Спотворення із-за квантування 198
---------- перехідні 188,195
---------- перехресні 189,195
Стала розділення за часом запізнення 110,111
---------- за частотою 110, 111

Теорема Шеннона 224
Тіло невизначеності 110
Точність потенційна 121, 123

Фільтр Калмана 140
--------- погодженний 63
Формула Шеннона 214
Формула Релея – Джинса 163
Функція вартості 116
Функція невизначеності 100
---------- взаємокореляції 93
---------- кореляції 105
---------- правдоподібності 41

Характеристики виявлення 72, 75,76

Частота Доплера 34

Шум тепловий 162