

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  

---

НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ

*Ф.П. Шкрабець, Д.В. Ципленков*

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ  
З ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ  
ТА ОСНОВ ЕЛЕКТРОНІКИ**

Навчальний посібник

Дніпропетровськ  
НГУ  
2006

УДК 621.313(07)

ББК

Ш

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник  
для студентів вищих навчальних закладів  
(Лист № 1.4/18-Г-579 від 27.07.06)

Рецензенти:

Костін М.О., д-р техн. наук, професор Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна

Ю.Г. Качан, д-р техн. наук, професор Запорізької державної інженерної академії;

А.П. Сінолиций, д-р техн. наук, професор Криворізького державного технічного університету

**Шкрабець Ф.П., Ципленков Д.В.**

**Ш Збірник** задач з електротехніки та основ електроніки. Навчальний посібник. – Д.: Національний гірничий університет, 2006. – 258 с.

Навчальний посібник призначено для самостійної роботи студентів при вивченні ними курсу електротехніки та основ електроніки в практичному аспекті (розгляд прикладних питань, розв'язування задач).

Посібник має такі структурні особливості: складається з 13 глав, додатків і списку літератури. У свою чергу кожна глава має методично вмотивовану будову: спочатку подаються основні формули й рівняння стосовно певної теми навчального курсу; далі – достатня кількість прикладів розв'язування типових задач з основними положеннями та формулами, які полегшують розуміння програмового матеріалу; і нарешті – самі задачі, призначені для самостійного розв'язку.

Для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом "Гірництво".

© Ф.П.Шкрабець, Д.В.Ципленков 2006

© Національний гірничий університет, 2006

---

---

## ВСТУП

Останнім часом, у зв'язку із збільшенням уваги до гуманітарного циклу освіти та у зв'язку із впровадженням в освітню систему України елементів "Болонського процесу", при незмінному обсязі часу на засвоєння дисциплін першочергового значення набуває активізація самостійної роботи студентів і систематизація їх знань.

Необхідність у виданні пропонованого збірника викликана насамперед недостатністю українських видань цього типу та їх малим накладом. Проте практична підготовка студентів є важливим фактором їх подальшого становлення як майбутніх спеціалістів, а вміння розв'язувати задачі з електротехніки та ряду інших дисциплін, що не є профільюючими за напрямом навчання, багато в чому формує фаховий рівень сучасного випускника.

Навчальний посібник містить 13 глав з основних питань електротехніки й основ електроніки. Кожна глава складається з трьох частин: перша – основні формули й рівняння з даної теми; друга – ряд прикладів розв'язку типових задач з основними положеннями і формулами, що полегшують розуміння відповідного матеріалу; третя – безпосередньо задачі, призначені для самостійного розв'язування.

Такий спосіб подання матеріалу особливо корисний для студентів, які самостійно вивчають курс електротехніки й основ електроніки, а також для студентів, що навчаються на вечірніх і заочних відділеннях вузів.

Слід відзначити, що теоретичного матеріалу, поданого на початку кожного розділу, не достатньо для вільного розв'язування задач. Необхідно, користуючись навчальною літературою, спочатку самостійно вивчити матеріал, розібратися в процесах і явищах, які відбуваються в тому чи іншому колі або пристрої, і лише після цього приступати до розв'язування задач.

Навчальний посібник призначений для студентів, що навчаються на неелектротехнічних спеціальностях вузів і вивчають курс електротехніки та основ електроніки за навчальним планом. Матеріал може бути використаний при вивченні інших прикладних дисциплін і при вирішенні практичних питань.

*Автори*

---

## Глава 1. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

#### Закон Ома. Опір

Електричний струм – це спрямований рух носіїв зарядів. Струм визначається кількістю електрики (зарядом), яка проходить через поперечний переріз провідника в одиницю часу:

$$I = q/t. \quad (1.1)$$

Одиницею струму є ампер [А]:

$$1\text{А} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{с}}.$$

Щільність струму [А/мм<sup>2</sup>]

$$J = \frac{I}{S}, \quad (1.2)$$

де  $I$  – струм у провіднику;  $A$ ;  $S$  – площа поперечного перерізу, мм<sup>2</sup>.

*Закон Ома для ділянки кола:* струм, що проходить по ділянці кола, прямо пропорційний напрузі  $U$ , прикладеній до цієї ділянки, і зворотно пропорційний його опоріві  $R$ , тобто

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1.3)$$

де  $U$  – у вольтах [В];  $R$  – в омах [Ом].

*Закон Ома для всього кола*

$$I = \frac{E}{R+r}, \quad (1.4)$$

де  $E$  – електрорушійна сила джерела електричної енергії, В;  $R$  – опір зовнішнього кола, Ом;  $r$  – внутрішній опір джерела, Ом.

*Електричний опір провідника*

$$R = \frac{U}{I}.$$

Провідність – величина, зворотна опоріві. Її позначають  $G$  і виражають у сіменсах [См], 1См = 1/Ом:

$$G = \frac{1}{R}. \quad (1.5)$$

Опір проводу

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.6)$$

де  $\rho$  – питомий опір,  $(\text{Ом} \cdot \text{мм}^2)/\text{м}$ ;  $l$  – довжина провідника,  $\text{м}$ ;  $S$  – площа його поперечного перерізу,  $\text{мм}^2$ .

Величину, яка зворотна питомому опоріві, називають *питомою провідністю*  $[\text{м}/(\text{Ом} \cdot \text{мм}^2)]$ :

$$\nu = 1/\rho. \quad (1.7)$$

Опір провідника залежить від температури

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha(t_2^0 - t_1^0)], \quad (1.8)$$

де  $R_1$  – опір провідника при температурі  $t_1^0$ , Ом;  $R_2$  – опір провідника при температурі  $t_2^0$ , Ом;  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору, який чисельно дорівнює відносному збільшенню опору при нагріванні провідника на  $1^\circ\text{C}$ .

**Енергія і потужність електричного кола**

*Робота (енергія  $W$ )*, витрачена на перенос заряду  $q$  на ділянці кола за час  $t$ ,

$$A = W = Uq, \text{ або } A = W = U I t, \quad (1.9)$$

де  $A$  – у джоулях [Дж].

Робота, яка виконана джерелом електричної енергії з ЕРС  $E$ ,

$$A = Eq \text{ або } A = E I t. \quad (1.10)$$

*Потужність*, що споживається навантаженням,

$$P = \frac{A}{t} = UI = R^2 I = \frac{U^2}{R}, \quad (1.11)$$

де  $P$  – у ватах [Вт].

Потужність, що розвивається джерелом або генератором,

$$P_{\Gamma} = EI. \quad (1.12)$$

За законом збереження енергії потужність генератора дорівнює сумі потужностей споживачів. Цю рівність називають *балансом потужностей в електричних колах*:

$$P_{\Gamma} = \sum P \text{ або } \sum EI = \sum I^2 R.$$

**Закон Джоуля – Ленца**

Кількість теплоти [Дж], що виділяється при проходженні постійного струму в провіднику за час  $t$ ,

$$Q = I^2 R t, \quad (1.13)$$

або

$$Q = 0,24 I^2 R t, \quad (1.14)$$

де  $Q$  – у калоріях.

**Послідовне, паралельне і змішане з'єднання резисторів (опорів)**

*Послідовно з'єднані приймачі* (табл. 1.1) мають загальний струм і кожний своє спадання напруги. При послідовному з'єднанні струм дорівнює:

$$I = \frac{U}{(R_1 + R_2 + \mathbf{K} + R_n)} = \frac{U}{\sum R}. \quad (1.15)$$

Напруга дорівнює:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n. \quad (1.16)$$

Для послідовно з'єднаних приймачів:

$$R_{\text{екв}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum R; \quad (1.17)$$

$$G_{\text{екв}} = \frac{1}{R_{\text{екв}}}. \quad (1.18)$$

*Паралельно з'єднані приймачі* (табл. 1.1) мають загальну напругу і кожен свій струм. При такому з'єднанні приймачів струми кожного з них визначаються співвідношеннями:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = U G_1; \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = U G_2; \quad \dots; \quad I_n = \frac{U}{R_n} = U G_n,$$

де  $G_i$  – провідність кожного приймача.

Загальний струм кола розраховують, використовуючи вираз:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum I.$$

Для паралельно з'єднаних приймачів:

$$G_{\text{екв}} = G_1 + G_2 + \mathbf{K} + G_n = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \mathbf{K} + \frac{1}{R_n}; \quad (1.19)$$

$$R_{\text{екв}} = \frac{1}{G_{\text{екв}}}; \quad (1.20)$$

Для двох паралельно з'єднаних приймачів еквівалентний опір визначається з виразу

$$R_{\text{екв}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.21)$$

Для трьох паралельно з'єднаних приймачів еквівалентний опір визначається з виразу

$$R_{\text{екв}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}. \quad (1.22)$$

При паралельному з'єднанні  $n$  віток з однаковими опорами в кожній вітці ( $R_1 = R_2 = \mathbf{K} = R_n$ ) еквівалентний опір визначається з виразу

$$R_{\text{екв}} = \frac{R_1}{n}. \quad (1.23)$$

Таблиця 1.1

**Послідовне і паралельне з'єднання приймачів**

З'єднання	Послідовне	Паралельне
Схеми заміщення		
Еквівалентні схеми заміщення		
Загальна властивість кіл	$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$	$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum I$
Еквівалентні опір і провідність	$R_{\text{екв}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum R$	$G_{\text{екв}} = G_1 + G_2 + \mathbf{K} + G_n = \sum G$
Еквівалентний перехід	$R_{\text{екв}} = \frac{1}{G_{\text{екв}}}$	
Баланс потужності	$P_{\text{екв}} = P_1 + P_2 + \dots + P_n = \sum P$	

Змішане з'єднання приймачів – це сполучення послідовного і паралельного з'єднань приймачів або ділянок електричного кола (рис. 1.1).

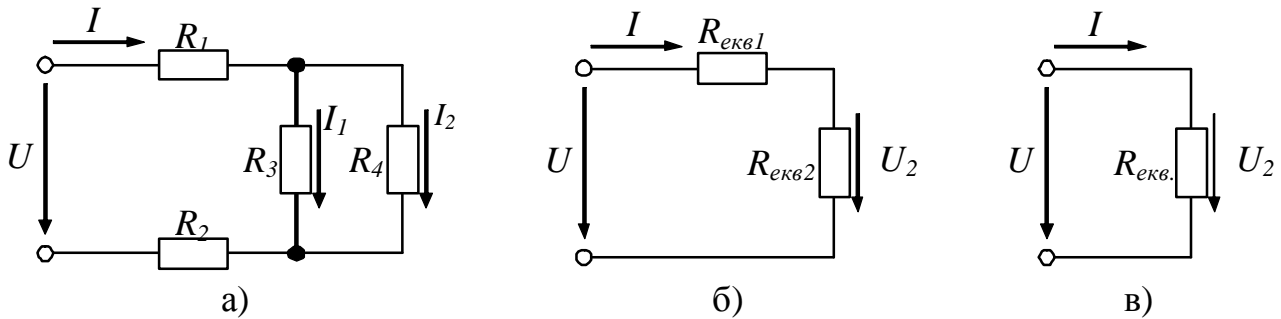


Рис. 1.1. Змішане з'єднання приймачів (а), спрощена (б) та гранично згорнута (в) вихідна схема

### Перший закон Кірхгоффа

Перше формулювання: алгебраїчна сума струмів, що течуть до будь-якого вузла схеми, дорівнює нулю.

Друге формулювання: сума струмів, що течуть до будь-якого вузла, дорівнює сумі струмів, що витікають з нього.

Так, стосовно рис. 1.2, якщо струми що підтікають до вузла вважати позитивними, а струми, що витікають – негативними, то відповідно до першого формулювання

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0,$$

відповідно до другого –

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4.$$

Фізично перший закон Кірхгоффа означає, що рух зарядів у колі, відбувається таким чином, що в жодному вузлі кола не накопичуються заряди.

### Другий закон Кірхгоффа

Він так само, як і перший, може бути сформульований подвійно.

Перше формулювання: алгебраїчна сума падінь напруг у будь-якому замкнутому контурі дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, що діють уздовж того самого контуру. Записується він таким чином:

$$\sum IR = \sum E.$$

У кожному із сум відповідні доданки входять зі знаком "плюс", якщо вони збігаються з напрямком обходу контуру, і зі знаком "мінус", якщо вони не збігаються з ним.

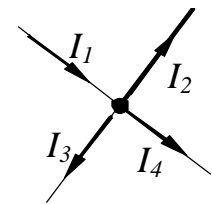


Рис. 1.2. Схема, що пояснює перший закон Кірхгоффа



Друге формулювання: алгебраїчна сума напруг (але не спадань напруг!) уздовж будь-якого замкнутого контуру дорівнює нулю.

$$\sum U_k = 0.$$

При складанні рівнянь за цим законом ЕРС джерела записують зі знаком "+", якщо її напрямок збігається з обраним напрямком обходу контуру. Спадання напруги записують зі знаком "+", якщо напрямок струму через резистор збігається з обраним напрямком обходу контуру.

### Втрата напруги в проводах лінії електропередачі

Різницю напруг на початку і кінці лінії  $U_1 - U_2$ , яка дорівнює спаданню напруги в лінії, називають *втратою напруги*:

$$\Delta U = U_1 - U_2 = IR_{\text{пр}}, \quad (1.25)$$

де  $R_{\text{пр}}$  – опір проводів у лінії:  $R_{\text{пр}} = \rho \frac{2l}{S}$  ( $l$  – довжина одного проводу двопровідної лінії, м;  $S$  – площа перетину проводу,  $\text{мм}^2$ ).

Потужність втрат у лінії [Вт]

$$\Delta P = I \Delta U = I^2 R_{\text{пр}}. \quad (1.26)$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД) лінії

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \Delta P}{P_1} = \frac{U_1 I - \Delta U I}{U_1 I} = 1 - \frac{\Delta U}{U_1}, \quad (1.27)$$

або

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\%,$$

де  $P_1$  – потужність на початку лінії, Вт;  $P_2$  – потужність наприкінці лінії, Вт.

### Розрахунок електричних кіл

При розрахунках нерозгалужених і розгалужених лінійних електричних кіл постійного струму можуть бути використані різні методи, вибір яких залежить від виду електричного кола.

**Розрахунок простих кіл постійного струму.** Простими лінійними колами постійного струму є такі кола, що розраховуються із застосуванням тільки закону Ома. Прості лінійні кола постійного струму містять один або декілька джерел енергії, розміщених тільки в одній вітці схеми. При розрахунках таких електричних кіл у багатьох

## 1. Електричні кола постійного струму

---

випадках доцільно здійснювати їхнє спрощення шляхом згортання, замінюючи окремі ділянки кола з послідовним, паралельним і змішаним з'єднаннями опорів одним еквівалентним опором за допомогою *методу еквівалентних перетворень (методу трансфігурацій)* електричних кіл (рис. 1.1). Суть цього методу можна визначити таким чином:

1. Електричне коло з послідовним з'єднанням опорів замінюється колом з одним еквівалентним опором  $R_{екв1}$ , (табл. 1.2), яке дорівнює сумі всіх опорів кола. При цьому струм  $I$  в електричному колі зберігає незмінним своє значення, через всі опори протікає один струм. Напруги (спадання напруг) на опорах при їхньому послідовному з'єднанні розподіляються пропорційно опорам окремих ділянок:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \mathbf{K} = \frac{U_n}{R_n}.$$

2. При паралельному з'єднанні опорів всі опори знаходяться під однією напругою  $U$ . Електричне коло, що складається з паралельно з'єднаних опорів, доцільно замінити колом з еквівалентним опором  $R_{екв2}$ , (див. табл. 1.2), що визначається за виразами (1.19) та (1.20) у загальному випадку або за виразами (1.21) і (1.22) – відповідно при двох або трьох паралельно ввімкнених опорах різної величини або за (1.23) – при  $n$  опорах однакової величини.

3. Розраховують загальний опір кола (рис. 1.1, в)  $R_{екв}$  як суму послідовно з'єднаних двох елементів  $R_{екв1}$  і  $R_{екв2}$ .

4. Схему гранично згортають (рис. 1.1, в). Використовуючи закон Ома, знаходимо величину струму  $I$  у колі.

5. Розгортають схему в зворотному напрямку. За рис. 1.1, б знаходимо спадання напруги на  $R_{екв2}$ :  $U_2 = R_{екв2}I$ .

6. За рис. 1.1, а знаходимо струми у вітках схеми  $I_1$  і  $I_2$ :

$$I_1 = \frac{U_2}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}.$$

7. Потужність кола визначають за (1.11), де  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_i$ ,  $P_n$  – потужності, що виділяються на кожному із приймачів.

$$P_i = R_i I_i^2.$$

Таким чином, застосовуючи закон Ома та еквівалентні перетворення кіл, можна визначити струми у вітках подібних схем.

У ряді випадків розрахунок складного електричного кола спрощується, якщо в цьому колі замінити групу резистивних елемен-

---

**Еквівалентні перетворення електричних кіл**

Тип з'єднання	Схема ділянки кола	Еквівалентна схема ділянки	Формула визначення еквівалентного опору
Послідовне			$R_{\text{екв}} = \sum_{i=1}^n R_i$
Паралельне			$R_{\text{екв}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$
Трикутник			$R_A = \frac{R_{AB}R_{CA}}{\sum R_{\Delta}};$ $R_B = \frac{R_{BC}R_{AB}}{\sum R_{\Delta}};$ $R_C = \frac{R_{CA}R_{BC}}{\sum R_{\Delta}}.$
Зірка			$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C};$ $R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A};$ $R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_C R_A}{R_B}.$

тів другою еквівалентною групою, в якій елементи з'єднані інакше, ніж у заданому колі. Взаємна еквівалентність двох груп резистивних елементів визначається тим, що після заміни режим роботи цієї частини схеми, що залишилась, не зміниться.

У загальному випадку електричне коло з резистивних елементів, з'єднаних за схемою  $n$ -променевої зірки може бути заміщено еквівалентним колом за схемою  $n$ -кутового багатокутника. У зворотному напрямку перетворення можливе в обмеженій кількості випадків. Зокрема, перетворення в обох напрямках можливі для кіл резистивних елементів, з'єднаних за схемами трикутника та трипроменевої зірки (рис.1.3). Таке перетворення часто застосовується для складних кіл постійного струму, а також при розрахунку складних кіл трифазного струму. Формули для переходу від однієї схеми до іншої (від

трикутника до зірки та навпаки) наведено у табл. 1.2. Приклад переходу від однієї схеми до іншої наведено на рис. 1.3.

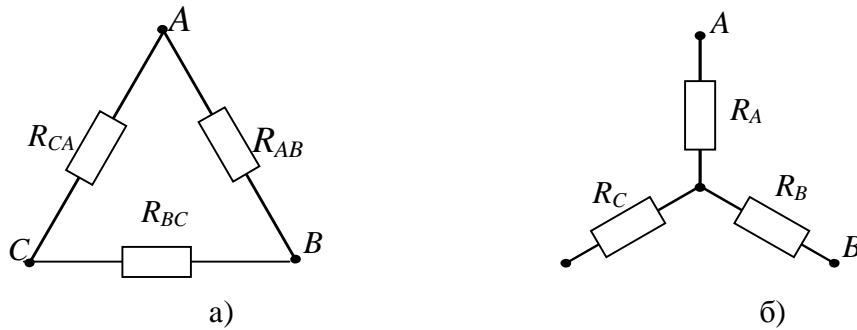


Рис. 1.3. З'єднання резистивних опорів за схемами трикутника (а) і трипроменевої зірки (б)

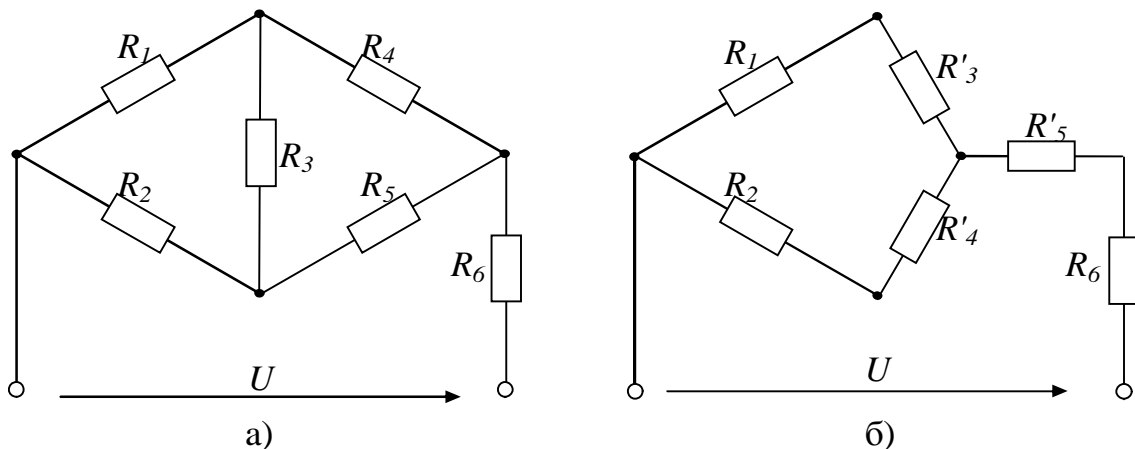


Рис. 1.4. Приклад застосування методу перетворення кіл: а – вихідна схема; б – еквівалентна схема

**Розрахунок складних лінійних електричних кіл постійного струму.** Складними електричними колами постійного струму називають розгалужені електричні кола з декількома джерелами ЕРС або струму, розміщеними в різних вітках. Розрахунок таких кіл оснований на застосуванні законів Кірхгоффа або на застосуванні інших методів, що використовуються для розрахунку електричних кіл постійного струму.

**Розрахунок складних лінійних електричних кіл постійного струму із застосуванням законів Кірхгоффа.** Рівняння, складені на підставі законів Кірхгоффа, використовуються для знаходження струмів у вітках схеми. Тому що в кожній вітці схеми тече свій струм, то число невідомих струмів дорівнює числу віток схеми. Перед тим, як скласти рівняння, необхідно:

а) довільно вибрати позитивні напрямки струмів у вітках і позначити їх на схемі;

б) вибрати позитивні напрямки обходу контурів для складання рівнянь за другим законом Кірхгофа.

Позитивні напрямки обходу рекомендується вибирати однако-вими для всіх контурів, наприклад, за годинниковою стрілкою.

Позначимо число віток схеми через  $b$ , а число вузлів через  $c$ . Для того, щоб одержати лінійно незалежні рівняння, відповідно до першого закону Кірхгофа складається число рівнянь, яке дорівнює числу вузлів без одиниці, тобто  $c - 1$ . За другим законом Кірхгофа складається число рівнянь, кількість яких дорівнює числу віток, за винятком числа рівнянь, складених за першим законом Кірхгофа, тобто

$$b - (c - 1)$$

При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа необхідно стежити за тим, щоб у кожен новий контур, для якого складається рівняння, входила хоча б одна нова вітка, що не ввійшла в попередні контури, для яких уже складені рівняння за другим законом Кірхгофа. Такі контури називаються *незалежними*.

Для практичних розрахунків електричних кіл розроблено ряд методів, більш ощадливих з міркувань затрат часу і праці, ніж метод розрахунку електричних кіл за законами Кірхгофа. Найбільш поширеним з них є метод контурних струмів і метод вузлових потенціалів [1, 2, 3, 4, 5]. Крім вищезазначених методів розрахунку складних лінійних електричних кіл постійного струму, використовуються також інші методи. Вони докладно розглянуті в [2, 3, 5].

### ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**1.1.** Визначити ЕРС генератора і його внутрішній опір, якщо при потужності навантаження  $P_1 = 2,7$  кВт напруга на затискачах генератора  $U_1 = 225$  В, при потужності  $P_2 = 1,84$  кВт напруга  $U_2 = 230$  В.

*Розв'язок.* Визначимо струми, що проходять у навантаженні для обох випадків:

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{225} = 12 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{1,84 \cdot 10^3}{230} = 8 \text{ А}.$$

## 1. Електричні кола постійного струму

---

Скористаємося законом Ома для всього кола:  $I = \frac{E}{R+r}$ , звідки  $E = IR + Ir$ , і запишемо два рівняння (для двох режимів роботи кола):

$$E = I_1 R + I_1 r = 225 + 12 \cdot r,$$

$$E = I_1 R + I_1 r = 230 + 8 \cdot r.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, визначаємо  $E$  і  $r$ :

$$E = 240 \text{ В}; \quad r = 1,25 \text{ Ом}.$$

**1.2.** До джерела постійного струму напругою  $U = 150 \text{ В}$  підключене навантаження, що складається з чотирьох паралельних віток. Потужність, що споживається кожною віткою, дорівнює відповідно  $P_1 = 90 \text{ Вт}$ ,  $P_2 = 270 \text{ Вт}$ ,  $P_3 = 157,5 \text{ Вт}$ ,  $P_4 = 360 \text{ Вт}$ . Визначити провідність і струм кожної вітки, загальну провідність і еквівалентний опір навантаження, струм у нерозгалуженій частині кола.

**Розв'язок.** Знаючи потужність і струм кожної вітки, при заданому значенні вхідної напруги, можна записати  $P = UI = U^2 G$ , тому що струм у кожній паралельній вітці дорівнює  $I = UG$ . Тоді провідність визначимо з виразу  $G = P / U^2$ .

$$G_1 = \frac{P_1}{U^2} = \frac{90}{150^2} = 0,004 \text{ См}, \quad G_2 = \frac{P_2}{U^2} = \frac{270}{150^2} = 0,012 \text{ См},$$

$$G_3 = \frac{P_3}{U^2} = \frac{157,5}{150^2} = 0,007 \text{ См}, \quad G_4 = \frac{P_4}{U^2} = \frac{360}{150^2} = 0,016 \text{ См}.$$

Еквівалентна провідність навантаження

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 = 0,004 + 0,012 + 0,007 + 0,016 = 0,039 \text{ См}.$$

Еквівалентний опір навантаження

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{0,039} = 25,6 \text{ Ом}.$$

Струми у вітках визначимо за формулою  $I = UG$ :

$$I_1 = UG_1 = 150 \cdot 0,004 = 0,6 \text{ А}, \quad I_2 = UG_2 = 150 \cdot 0,012 = 1,8 \text{ А},$$

$$I_3 = UG_3 = 150 \cdot 0,007 = 1,05 \text{ А}, \quad I_4 = UG_4 = 150 \cdot 0,016 = 2,4 \text{ А},$$

Струм у нерозгалуженій частині кола

$$I = UG = 150 \cdot 0,039 = 5,85 \text{ А}$$

або

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0,6 + 1,8 + 1,05 + 2,4 = 5,85 \text{ А}.$$

## 1. Електричні кола постійного струму

---

**1.3.** На нагрівальному елементі протягом 0,5 години роботи виділилося 550 кілокалорій теплоти. Визначити опір елемента, струм, який він споживає, його потужність і затрачувану енергію при напрузі 220 В.

**Розв'язок.** Переведемо 0,5 години у секунди:

$$0,5 \text{ год} = 30 \text{ хв} = 30 \cdot 60 = 1800 \text{ с.}$$

За законом Джоуля – Ленца,

$$Q = 0,24 U I t$$

звідки

$$I = \frac{Q}{0,24 U t} = \frac{550000}{0,24 \cdot 220 \cdot 1800} = 5,8 \text{ А.}$$

Опір нагрівача

$$R = U / I = 220 / 5,8 = 38 \text{ Ом.}$$

Потужність нагрівача

$$P = UI = 220 \cdot 5,8 = 1270 \text{ Вт} = 1,27 \text{ кВт.}$$

Енергія, споживана за 0,5 год роботи,

$$W = Pt = 1,27 \cdot 0,5 = 0,635 \text{ кВт} \cdot \text{год.}$$

**1.4.** Двопровідна лінія живиться від джерела потужністю 2,5 кВт при струмі споживання 12 А. Визначити потужність навантаження, втрату напруги і ККД лінії, якщо її довжина складає 1200 м, а діаметр мідних проводів – 4,5 мм.

**Розв'язок.** Визначимо опір проводів лінії:

$$R_{\text{пр}} = r \frac{2l}{S} = r \frac{2l \cdot 4}{\rho d^2} = 0,0175 \frac{2 \cdot 1200 \cdot 4}{3,14 \cdot 4,5^2} = 2,64 \text{ Ом,}$$

де  $r = 0,0175 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2 / \text{м}$ .

Знаючи струм у лінії, визначимо втрату напруги в ній:

$$\Delta U = R_{\text{пр}} I = 2,64 \cdot 12 = 31,7 \text{ В.}$$

Потужність втрат у лінії:

$$\Delta P_{\text{л}} = \Delta U I = 31,7 \cdot 12 = 380 \text{ Вт.}$$

Потужність, споживана навантаженням,

$$P_{\text{н}} = P_{\text{дж}} - \Delta P_{\text{л}} = 2500 - 380 = 2120 \text{ Вт} = 2,12 \text{ кВт.}$$

Коефіцієнт корисної дії лінії

$$h = \frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{дж}}} \cdot 100\% = \frac{2,12}{2,5} \cdot 100\% = 85\%.$$

## 1. Електричні кола постійного струму

1.5. Розрахувати струми у вітках схеми, поданої на рис. 1.6, якщо  $R_1 = 250 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 137 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 150 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 248 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = R_6 = 500 \text{ Ом}$ ;  $R_7 = 200 \text{ Ом}$ ;  $U = 250 \text{ В}$ .

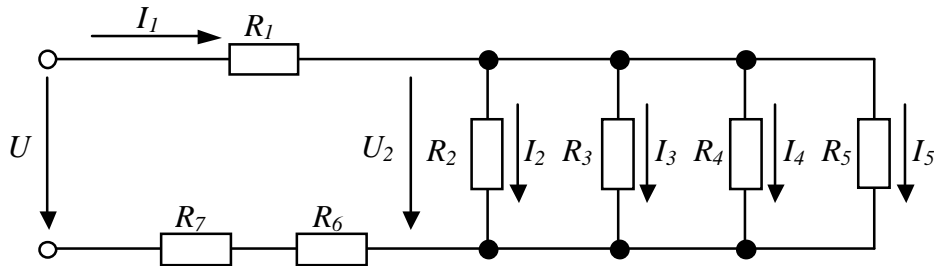


Рис. 1.6

**Розв'язок.** Застосовуючи метод еквівалентних перетворень, розв'яжемо цю задачу. Розраховуємо еквівалентний опір  $R_{\text{екв1}}$  послідовно з'єднаних елементів  $R_1$ ,  $R_6$  і  $R_7$ :

$$R_{\text{екв1}} = R_1 + R_6 + R_7 = 250 + 500 + 200 = 950 \text{ Ом}.$$

Далі розраховуємо еквівалентний опір паралельно з'єднаних опорів  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  і  $R_5$ :

$$\frac{1}{R_{\text{екв2}}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}.$$

Після перетворень запишемо

$$R_{\text{екв2}} = \frac{R_2 R_3 R_4 R_5}{R_3 R_4 R_5 + R_2 R_4 R_5 + R_2 R_3 R_5 + R_2 R_3 R_4},$$

$$R_{\text{екв2}} = \frac{137 \cdot 150 \cdot 248 \cdot 500}{150 \cdot 248 \cdot 500 + 137 \cdot 248 \cdot 500 + 137 \cdot 150 \cdot 500 + 137 \cdot 150 \cdot 248} = 50 \text{ Ом}.$$

Перейдемо від схеми (рис. 1.6) до спрощеної схеми кола (рис. 1.1, б). Після цього визначимо загальний опір усього кола  $R_{\text{екв}}$  як суму  $R_{\text{екв1}}$  і  $R_{\text{екв2}}$ :

$$R_{\text{екв}} = R_{\text{екв1}} + R_{\text{екв2}} = 950 + 50 = 1000 \text{ Ом}.$$

Спростимо схему (рис. 1.1, б) до виду, наведеного на рис. 1.1, в, і, використовуючи закон Ома, визначимо струм  $I_1$  у всій схемі таким чином:

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{екв}}} = \frac{250}{1000} = 0,25 \text{ А}.$$

Знаючи струм у колі, визначимо спадання напруги на опорі  $R_{\text{екв2}}$ :

$$U_2 = R_{\text{екв2}} I_1 = 50 \cdot 0,25 = 12,5 \text{ В}.$$



## 1. Електричні кола постійного струму

Здійснимо зворотнє перетворення кола (перейдемо від рис. 1.1, в, до рис 1.6). Знаючи напругу, яка прикладена до опору  $R_{екв2}$ , тобто напругу, прикладену до кожного з опорів  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  і  $R_5$ , визначимо струми у вітках вихідної схеми (рис. 1.6):

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{12,5}{137} = 0,091 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{12,5}{150} = 0,05 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{U_2}{R_4} = \frac{12,5}{248} = 0,084 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{U_2}{R_5} = \frac{12,5}{500} = 0,025 \text{ A}.$$

**1.6.** До двох джерел постійного струму, з'єднаних паралельно, які мають  $E_1 = 11,5 \text{ В}$ ,  $r_1 = 2,5 \text{ Ом}$ ,  $E_2 = 16,5 \text{ В}$ ,  $r_2 = 6 \text{ Ом}$  приєднано навантажувальний резистор з опором  $R_H = 30 \text{ Ом}$ . Знайти значення і напрямки струмів через джерела й навантаження. Скласти баланс потужностей. Вказати режим роботи кожного джерела і визначити спадання напруги на затискачах джерел.

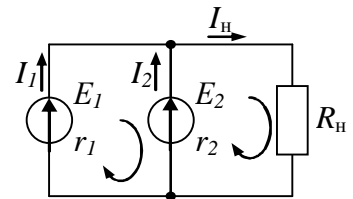


Рис. 1.7

**Розв'язок.** На рис. 1.7 наведена схема з'єднання джерел енергії і навантаження. Довільно обраний напрямок струмів показаний стрілками.

Відповідно до першого закону Кірхгофа складемо одне рівняння (у схемі є два вузли, "число рівнянь" дорівнює "числу вузлів" мінус "1", тобто  $2 - 1 = 1$ ):

$$I_H = I_1 + I_2.$$

Для двох незалежних контурів за другим законом Кірхгофа складемо два рівняння. Напрямки обходу для обох контурів вибираємо однакові – за годинниковою стрілкою (вони показані стрілками на рис. 1.7).

Для контуру, що включає в себе два джерела  $E_1$  і  $E_2$  з їхніми внутрішніми опорами  $r_1$  та  $r_2$ , запишемо:

$$E_1 - E_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2.$$

Для контуру з джерелом  $E_2$ , його внутрішнім опором  $r_2$  і опором навантаження  $R_H$  маємо:

$$E_2 = I_2 r_2 + I_H R_H.$$

Маємо систему з трьох рівнянь із трьома невідомими:  $I_1$ ,  $I_2$  і  $I_H$ . Підставивши в них значення ЕРС та опорів і розв'язавши цю систему, знаходимо:  $I_1 = -0,3 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0,71 \text{ А}$ ,  $I_H = 0,41 \text{ А}$ .

Тому що струм  $I_1$  має негативне значення, але спрямований згідно (у той саме бік) з дією ЕРС джерела  $E_1$ , отже, це джерело працює в режимі споживача. Струм  $I_2$  має позитивне значення і спрямований згідно з дією ЕРС джерела  $E_2$ , отже, це джерело працює в режимі генератора.

## 1. Електричні кола постійного струму

---

Баланс потужностей – це рівність потужностей, що віддаються генераторами, і потужностей споживачів. При складанні балансу потужностей необхідно пам'ятати, що потужність ЕРС  $E_1$  негативна. Тому

$$E_2 I_2 - E_1 I_1 = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_H^2 R_H,$$
$$16,5 \cdot 0,71 - 11,5 \cdot 0,3 = (-0,3)^2 \cdot 2,5 + 0,71^2 \cdot 6 + 0,41^2 \cdot 30,$$
$$11,7 \text{ Вт} \approx 11,72 \text{ Вт}.$$

Спадання напруги на затискачах джерел можна визначити трьома способами:

$$\begin{aligned} \text{а) } U &= I_H R_H = 0,41 \cdot 30 = 12,3 \text{ В}; \\ \text{б) } U &= E_2 - I_2 r_2 = 16,5 - 0,71 \cdot 6 = 12,24 \text{ В}; \\ \text{в) } U &= E_1 - I_1 r_1 = 11,5 - (-0,3) \cdot 2,5 = 12,25 \text{ В}. \end{aligned}$$

Примітка: При розрахунках допускається відхилення однакових величин не більше ніж на  $3 \div 5\%$ .

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**1.1.** Через провідник протягом години проходить заряд  $q = 2700$  Кл. Визначити струм в електричному колі.

**1.2.** Визначити час проходження заряду  $q = 0,6$  Кл по провіднику при заданому значенні струму: 1)  $I = 0,5$  А; 2)  $I = 15$  А; 3)  $I = 2$  мА; 4)  $I = 0,03$  А.

**1.3.** Через поперечний переріз провідника  $S = 2,5$  мм<sup>2</sup> за час  $t = 0,04$  с пройшов заряд  $q = 20 \cdot 10^{-3}$  Кл. Визначити щільність струму в провіднику.

**1.4.** Як зміниться струм, якщо заряд, що проходить через поперечний переріз провідника: а) зменшиться втричі; б) збільшиться втричі?

**1.5.** По провіднику з поперечним перерізом  $0,24$  мм<sup>2</sup> проходить струм, щільність якого дорівнює  $5$  А/мм<sup>2</sup>. Визначити струм і заряд, що пройшли через провідник за час: 1)  $0,005$  с; 2)  $1$  с; 3)  $5$  мкс; 4)  $5$  с.

**1.6.** Визначити опір проводу, що має довжину  $150$  м і діаметр  $0,2$  мм, виконаного з: 1) константану; 2) латуні; 3) сталі; 4) платини.

**1.7.** Визначити довжину мідного ізольованого проводу, якщо його діаметр  $0,3$  мм, а опір  $82$  Ом.

**1.8.** Опір  $R$  датчика, виконаного з мідного проводу, при температурі  $20^\circ$  С складає  $25$  Ом. Визначити вимірювану за його допомо-

гою температуру, якщо опір датчика зріс до 32,8 Ом.

**1.9.** Визначити матеріал, провідника, якщо його опір при  $t = 20^{\circ}\text{C}$  складає 400 Ом, а при  $t = 75^{\circ}\text{C}$  дорівнює 503,2 Ом.

**1.10.** Опір проводу становить 2,35 Ом при довжині 150 м і діаметрі 1,5 мм. Визначити матеріал проводу. Як зміниться щільність струму в провіднику, якщо площу його поперечного перерізу збільшити в  $k$  раз?

**1.11.** У скільки разів зміниться опір мідного проводу, якщо його довжину збільшити в два рази, а перетин зменшити в три рази?

**1.12.** Визначити довжину проводу діаметром 0,5 мм для нагрівального елемента, якщо його ввімкнути в мережу з напругою 220 В при струмі споживання 6,5 А, виконаного з: 1) ніхрому; 2) константану; 3) сталі; 4) фехралю. Визначити щільність струму.

**1.13.** Визначити довжину мідного проводу, намотаного на котушку, якщо при подачі на виводи котушки напруги 27 В значення струму досягло 5 А. Діаметр проводу 0,8 мм. Визначити щільність струму.

**1.14.** Визначити необхідну довжину ніхромового проводу діаметром 0,1 мм для виготовлення паяльника потужністю 80 Вт, розрахованого на напругу 220 В.

**1.15.** Мідний провід діаметром 1,2 мм має довжину 120 м. Визначити його опір при  $t = 20^{\circ}\text{C}$  та  $t = 80^{\circ}\text{C}$ .

**1.16.** Опір обмотки трансформатора до його ввімкнення в мережу при  $t = 20^{\circ}\text{C}$  дорівнював 2 Ом. Визначити температуру нагрівання його обмотки в процесі роботи, якщо її опір збільшився до 2,28 Ом. Обмотка виконана з мідного проводу.

**1.17.** При дослідженні двигуна постійного струму виміряли опір обмотки якоря до початку роботи двигуна при  $t = 16^{\circ}\text{C}$ . Обмотка виконана з міді, і її опір дорівнює 0,52 Ом. Після закінчення роботи опір якоря збільшився до 0,58 Ом. Визначити температуру нагрівання якорної обмотки.

**1.18.** При нагріванні опір проводу з: 1) алюмінію; 2) латуні; 3) ніхрому; 4) сталі; 5) фехралю; 6) вольфраму – змінився на 5%. Визначити, до якої температури був нагрітий кожен провідник, якщо  $t_1 = 20^{\circ}\text{C}$ .

**1.19.** У скільки разів збільшиться потужність розсіювання на резисторі, якщо струм у ньому збільшиться в 1,5 раза?

**1.20.** У скільки разів треба змінити час проходження струму че-

рез провідник, щоб кількість теплоти, що виділилася, залишилася тією ж самою при зменшенні струму в три рази?

**1.21.** Визначити опір резистора і напругу, підведена до нього, якщо споживаний струм дорівнює 3,5 А, а кількість теплоти, що виділилася на резисторі протягом 1 години склала 81,65 ккал.

**1.22.** Нагрівальний елемент опором 15 Ом підключений до джерела напругою 120 В. Визначити час, на який необхідно його ввімкнути, щоб виділилося 1200 кДж теплоти. Визначити також споживаний ним струм і вартість електроенергії, якщо 1 кВт-год коштує 15,6 коп.

**1.23.** Електропід, що працює при напрузі 200 В, споживає потужність 3 кВт. Визначити опір і струм в обмотці, кількість теплоти і вартість електроенергії, якщо під працювала протягом 8 год. Вартість 1 кВт-год електроенергії – 20 коп.

**1.24.** При зарядці акумуляторної батареї протягом 4 год 45 хв при напрузі 220 В була витрачена енергія 5,5 кВт-год. Визначити струм зарядки батареї і споживану нею потужність.

**1.25.** Визначити час, необхідний для зарядки акумулятора з внутрішнім опором 10 Ом, якщо напруга, підведена до батареї, дорівнює 24 В, а енергія – 0,37 кВт-год.

**1.26.** Визначити еквівалентний опір на затискачах  $AB$  схеми рис. 1.8, де  $R_1 = 0,5$  Ом,  $R_2 = 5$  Ом,  $R_3 = 9$  Ом.

**1.27.** Визначити еквівалентний опір електричного кола, зображеного на рис. 1.9, якщо  $R_1 = 2,5$  Ом,  $R_2 = 6$  Ом,  $R_3 = 2$  Ом,  $R_4 = 1,5$  Ом,  $R_5 = 3$  Ом.

**1.28.** На рис. 1.10 подана схема електричного кола, де  $R_1 = R_2 = 15$  Ом,  $R_3 = R_6 = 20$  Ом,  $R_4 = R_5 = 17,5$  Ом. Визначити еквівалентний опір кола між затискачами.

**1.29.** Визначити в загальному вигляді опір електричного кола, зображеного на рис 1.11, щодо затискачів  $AB, BD, CD$ .

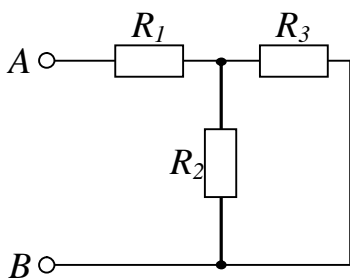


Рис. 1.8

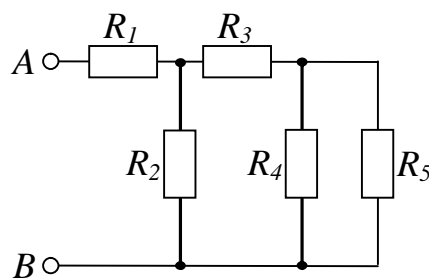


Рис. 1.9

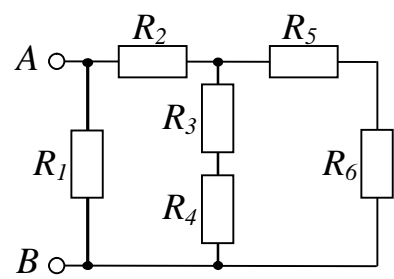


Рис. 1.10

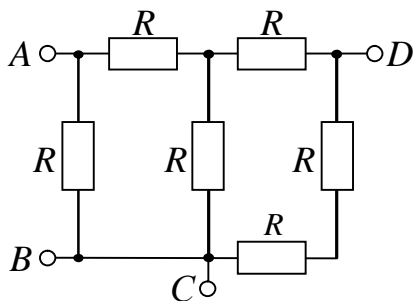


Рис. 1.11

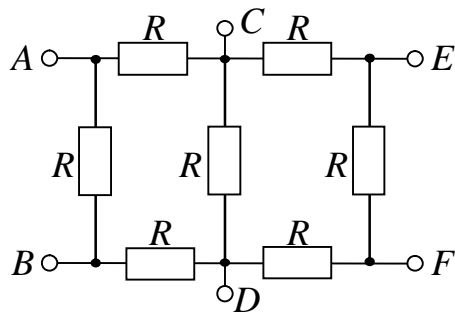


Рис. 1.12

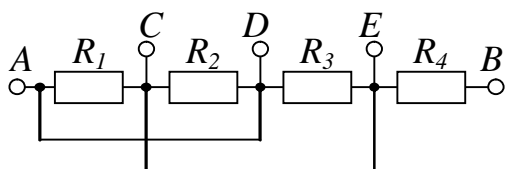


Рис. 1.13

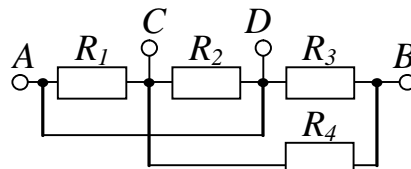


Рис. 1.14

**1.30.** У схемі рис. 1.12 значення опорів резисторів однакові і дорівнюють  $R$ . Знайти в загальному виді значення опорів між затискачами  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ ,  $CD$ ,  $EF$ .

**1.31.** Для електричного кола, поданого на рис. 1.13, визначити опір на ділянках кола  $AB$ ,  $DE$  і  $AE$  у загальному вигляді, якщо  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ .

**1.32.** Визначити опір електричного кола між затискачами  $AB$  (рис. 1.14), якщо  $R_1 = R_2 = 4$  Ом,  $R_3 = 6$  Ом,  $R_4 = 10$  Ом. Як зміниться еквівалентний опір кола, якщо замкрити точки: а)  $C$  і  $D$ ; б)  $A$  і  $C$ ; в)  $C$  і  $B$ ; г)  $D$  і  $B$ .

**1.33.** Визначити еквівалентний опір електричного кола, зображеного на рис. 1.15, де  $R_1 = R_5 = 2$  Ом;  $R_2 = 2,8$  Ом;  $R_3 = 1$  Ом;  $R_4 = 6,2$  Ом;  $R_5 = 2$  Ом.

**1.34.** Для електричного кола, поданого на рис. 1.16, визначити загальну провідність кола, якщо  $R_1 = 25$  Ом,  $R_2 = 50$  Ом,  $R_3 = 40$  Ом і  $R_4 = 60$  Ом.

**1.35.** У схемі електричного кола, зображеного на рис. 1.17, задане значення еквівалентної провідності кола  $G = 0,025$  Ом<sup>-1</sup>. Визначити провідність  $G_1$ , якщо  $G_2 = 0,01$  Ом<sup>-1</sup>  $G_3 = 0,04$  Ом<sup>-1</sup>.

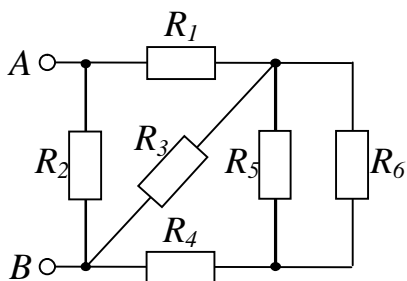


Рис. 1.15

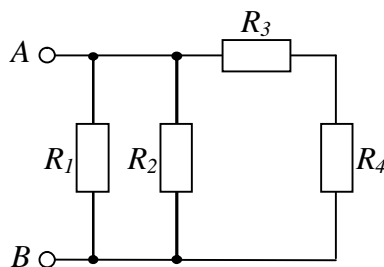


Рис. 1.16

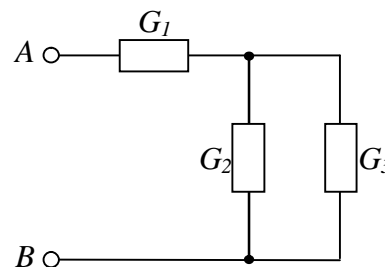


Рис. 1.17

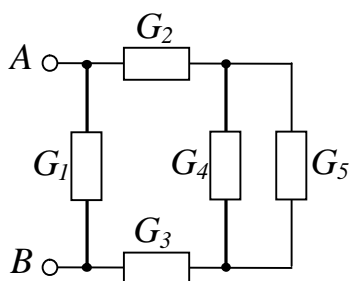


Рис. 1.18

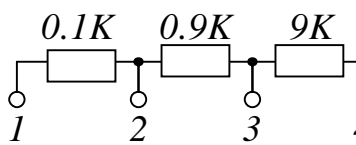


Рис. 1.19

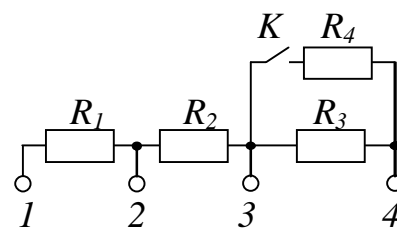


Рис. 1.20

**1.36.** Визначити провідності  $G_2$  і  $G_3$  електричного кола, поданого на рис 1.18, якщо  $G_1 = 0,05$  См,  $G_4 = 0,2$  См,  $G_5 = 0,1$  См і  $G_{\text{екв}} = 0,17$  См. Провідності  $G_2 = G_3$ .

**1.37.** На рис. 1.19 представлена схема дільника. Визначити напругу між затискачами 1 – 2, 1 – 3, 1 – 4, якщо на вхід дільника (затискачі 1 – 5) подана напруга 100 В.

**1.38.** Визначити коефіцієнти розподілу дільника, поданого на рис. 1.20, при вимкненому тумблері  $K$ . Опори резисторів дільника  $R_1 = 2$  кОм,  $R_2 = 18$  кОм,  $R_3 = 180$  кОм,  $R_4 = 125$  кОм. Визначити коефіцієнти розподілу дільника  $K_{1-2}$  і  $K_{1-3}$  при ввімкненому тумблері  $K$ .

*Примітка.* Коефіцієнт розподілу дільника визначається відношенням загального опору дільника до опору зазначеної ділянки кола.

**1.39.** До джерела постійного струму з ЕРС 11,5 В та внутрішнім опором 2,5 Ом ввімкнено резистор опором 10 Ом. Визначити струм у колі і спадання напруги на джерелі.

**1.40.** Напруга на затискачах джерела, навантаженого опором 250 Ом, дорівнює 4,5 В. Напруга на затискачах того самого джерела без навантаження – 4,77 В. Визначити внутрішній опір джерела.

**1.41.** Струм короткого замикання джерела  $I_k = 48$  А. При підключенні до джерела резистора опором 19,5 Ом струм у колі зменшився до 1,2 А. Визначити ЕРС джерела і його внутрішній опір.

**1.42.** Джерело напруги має ЕРС 4,5 В та струм короткого замикання 3,6 А. Визначити спадання напруги на ньому і струм навантаження, якщо він навантажений на резистор опором  $R = 5$  Ом.

**1.43.** Напруга на затискачах джерела при холостому ході 250 В. Напруга на тих самих затискачах при навантаженому джерелі 242 В. Внутрішній опір джерела 2,5 Ом. Визначити струм, опір навантаження і потужність, що віддається джерелом. Скласти баланс потужностей.

**1.44.** Джерело постійного струму з ЕРС 12 В і внутрішнім опором 2 Ом навантажене на резистор з опором, що змінюється від нуля

до 30 Ом. Побудувати графіки: 1) зміни потужності навантаження  $P_H$ ; 2) зміни відносної потужності  $P_H/P_{дж}$  – при таких значеннях  $R_H$ : 0; 1; 2; 3; 4; 6; 8; 10; 14; 18; 22; 28; 30 Ом. Знайти максимальне значення споживаної потужності.

**1.45.** Джерело ЕРС із внутрішнім опором 0,10 Ом навантажене на споживач, на якому за 1 год роботи виділилося 729 кал при струмі споживання 0,75 А. Визначити ЕРС джерела.

**1.46.** Потужність, що віддається джерелом живлення в режимі короткого замикання,  $P_k = 344$  Вт. Його внутрішній опір дорівнює 2,2 Ом. Визначити значення ЕРС джерела, опір навантаження при струмі 0,6 А та потужність навантаження. Скласти баланс потужностей.

**1.47.** До джерела постійного струму з ЕРС 125 В ввімкнені послідовно три резистори опорами  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом,  $R_3 = 120$  Ом. Визначити струм у колі, спадання напруги і потужність на кожному резисторі. Внутрішнім опором джерела знехтувати.

**1.48.** Резистори  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_3$  з'єднані послідовно, і до них підведена напруга 24 В. На резисторі  $R_1 = 8$  Ом виділяється потужність 4,5 Вт. Визначити опори резисторів  $R_2$  і  $R_3$  і спадання напруги на кожному з них, якщо  $R_1 = 0,5R_2$ .

**1.49.** Навантаженням джерела з ЕРС  $E = 27$  В ( $r = 0$ ) є дільник, що складається з трьох резисторів:  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_d$ . Струм, споживаний колом,  $I = 2$  мА, спадання напруги на додатковому резисторі  $R_d$  дорівнює 5 В, а  $R_1 = 10R_2$ . Визначити опори всіх резисторів і споживану потужність.

**1.50.** На вхід електричного кола, що складається з чотирьох паралельних віток, подана потужність  $P = 1200$  Вт. Струм у першій вітці  $I_1 = 0,7$  А, провідності інших віток:  $G_2 = 0,002$  См,  $G_3 = 0,0005$  См,  $G_4 = 0,00325$  См. Визначити прикладену напругу, струм у нерозгалуженій частині й у всіх вітках та провідність першої вітки. Скласти баланс потужностей.

**1.51.** До джерела з напругою  $U = 300$  В увімкнені паралельно чотири лампи розжарювання з опорами  $R_1 = R_2 = 1200$  Ом,  $R_3 = 500$  Ом;  $R_4 = 750$  Ом. Визначити загальний опір і провідність кола, струми в лампах і загальну споживану потужність.

**1.52.** Електронагрівальний елемент при напрузі 220 В споживає потужність 1770 Вт. Визначити струм, що проходить через цей елемент, його опір і кількість теплоти, яка виділилася за 0,5 год безперервної роботи.

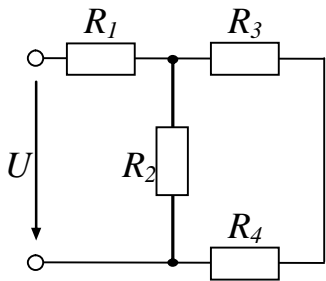


Рис. 1.21

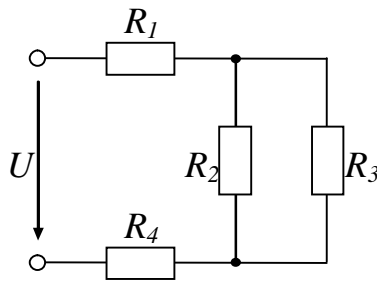


Рис. 1.22

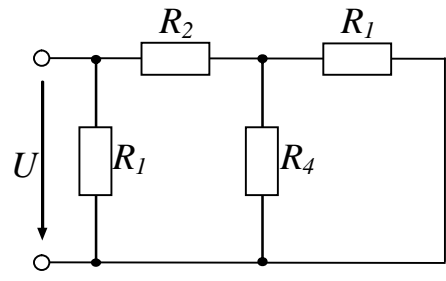


Рис. 1.23

**1.53.** На вхід кола (рис. 1.21) подана напруга 27 В. Визначити струми на всіх ділянках кола і споживану колом потужність, якщо  $R_1 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 75 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 70 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 80 \text{ Ом}$ .

**1.54.** На рис. 1.22 подана схема електричного кола з джерелом, що має  $U = 50 \text{ В}$ , навантаженим на споживач, що складається з резисторів  $R_1 = 80 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 300 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 700 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 110 \text{ Ом}$ . Визначити струми у всіх вітках.

**1.55.** Для електричної схеми рис. 1.23 задані опори резисторів  $R_1 = R_2 = 25 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 75 \text{ Ом}$  і вхідна напруга  $U = 105 \text{ В}$ . Визначити провідності й струми у вітках, падіння напруг на всіх ділянках кола і споживану нею потужність.

**1.56.** В електричній схемі рис. 1.24 опори резисторів  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 90 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = R_6 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = R_5 = 160 \text{ Ом}$ ,  $R_7 = 50 \text{ Ом}$ . Визначити еквівалентний опір кола, напругу на вході й струми у вітках, якщо  $I_4 = 0,05 \text{ А}$ .

**1.57.** ЕРС, прикладена до входу кола (рис. 1.24),  $E = 250 \text{ В}$ . Опори резисторів  $R_1 = R_5 = 6,5 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 24 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 2,5 \text{ кОм}$ ,  $R_4 = 1,5 \text{ кОм}$ ,  $R_6 = 8,5 \text{ кОм}$ ,  $R_7 = 2 \text{ кОм}$ . Визначити різницю потенціалів між точками  $a$  і  $b$ . Як зміниться ця різниця, якщо замкрити опір  $R_7$ ?

**1.58.** Для електричної схеми рис. 1.25 задані значення  $E_1 = 10 \text{ В}$ ,  $r_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = R_3 = 15 \text{ Ом}$  і струм  $I_1 = 0,34 \text{ А}$ . Визначити ЕРС  $E_2$ , струми  $I_2$  і  $I_3$  і режим роботи обох джерел.

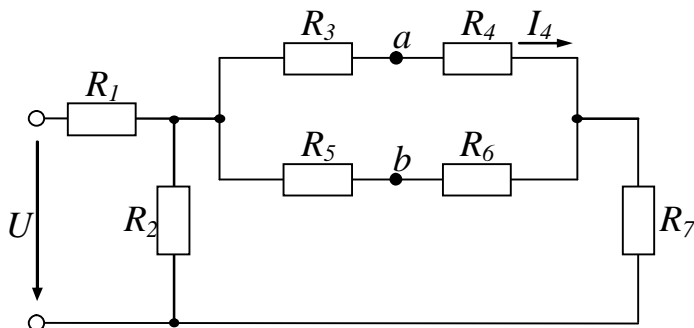


Рис. 1.24

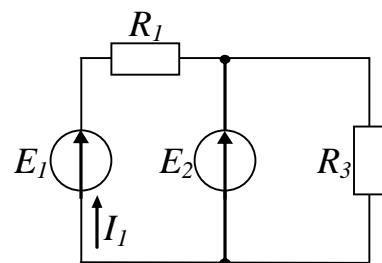


Рис. 1.25



**1.59.** Визначити ЕРС джерел  $E_1$  і  $E_2$  і струм  $I_1$  у колі (рис. 1.25), якщо спадання напруги  $U_3 = 0,6$  В,  $R_3 = 1,2$  Ом,  $R_1 = 0,9$  Ом, струм  $I_2 = 0,7$  А. Внутрішні опори джерел  $r_1 = 0,1$  Ом,  $r_2 = 0,3$  Ом. Скласти баланс потужностей.

**1.60.** Визначити опір ламп розжарювання при зазначених на них потужностях  $P = 25; 40; 60; 100; 500$  Вт і напрузі 220 В.

**1.61.** Батарея складена з трьох послідовно з'єднаних елементів з ЕРС кожного 1,5 В і внутрішнім опором 0,5 Ом. Визначити опір навантаження, спадання напруги на затискачах батареї і потужність навантаження, якщо потужність, що віддається джерелом, складає 2,25 Вт.

**1.62.** Три джерела постійного струму, кожне з яких має ЕРС 4,5 В та внутрішній опір 0,6 Ом, ввімкнені паралельно і навантажені на резистор опором 2,4 Ом. Визначити струм навантаження і спадання напруги на затискачах батареї. Визначити струм навантаження і спадання напруги на джерелі, якщо ввімкнено тільки одне джерело ЕРС.

**1.63.** Три резистори опором  $R$  кожен з'єднані послідовно. Паралельно одному з резисторів ввімкнули резистор опором  $R/2$ . Як зміниться еквівалентний опір усього кола?

**1.64.** На рис. 1.26 подано електричну схему, де  $E_1 = 130$  В,  $E_2 = 85$  В і опори резисторів  $R_1 = R_3 = 20$  Ом,  $R_2 = 40$  Ом,  $r_1 = r_2 = 0$ . Визначити струми у вітках і скласти баланс потужностей.

**1.65.** Для схеми рис. 1.27 задані значення опорів  $R_1 = 2$  кОм,  $R_2 = R_4 = 5$  кОм,  $R_3 = 20$  кОм,  $R_5 = 4$  кОм. Визначити струми у вітках і скласти баланс потужностей, якщо  $E_1 = 300$  В,  $E_2 = 500$  В та  $r_1 = r_2 = 0$ .

**1.66.** Скільки рівнянь за першим законом Кірхгоффа можна записати для схеми рис. 1.22; рис. 1.23; рис. 1.24.

**1.67.** Скільки рівнянь за другим законом Кірхгоффа можна записати для схеми рис. 1.22; рис. 1.23; рис. 1.24.

**1.68.** Записати в загальному вигляді рівняння за першим і другим законами Кірхгоффа для схеми рис. 1.21; рис. 1.23; рис. 1.24.

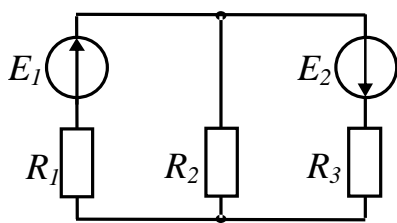


Рис. 1.26

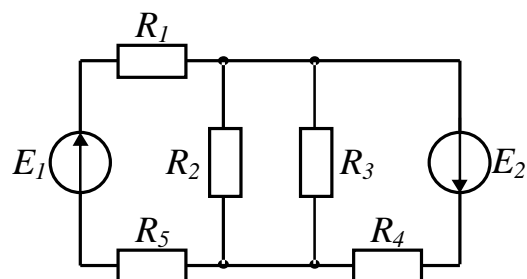


Рис. 1.27

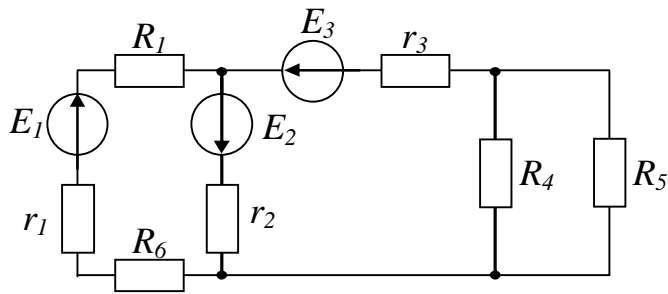


Рис. 1.28

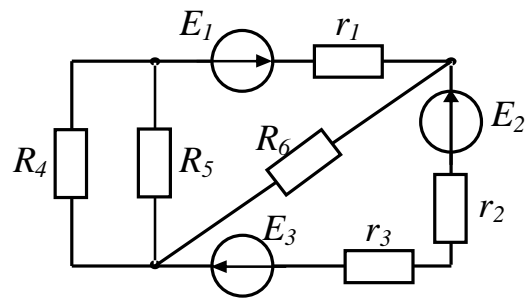


Рис. 1.29

**1.69.** В електричній схемі рис. 1.28 визначити струми у всіх вітках і скласти баланс потужностей, якщо  $E_1 = 10$  В,  $r_1 = 2$  Ом,  $E_2 = 2$  В,  $r_2 = 3$  Ом,  $E_3 = 6$  В,  $r_3 = 1,5$  Ом,  $R_1 = 5,5$  Ом,  $R_4 = R_5 = 5$  Ом,  $R_6 = 4,5$  Ом. Вказати режими роботи джерел.

**1.70.** Визначити струми у всіх вітках складного електричного кола (рис. 1.29) при заданих значеннях  $E_1 = 1,5$  В,  $r_1 = 0,5$  Ом,  $E_2 = 4,5$  В,  $r_2 = 0,4$  Ом,  $E_3 = 6,5$  В,  $r_3 = 0,5$  Ом,  $R_4 = 55$  Ом,  $R_5 = 15$  Ом,  $R_6 = 4$  Ом. Визначити потужність, що віддається джерелами.

**1.71.** До входних затискачів двопровідної лінії прикладена напруга 300 В. Опір споживача дорівнює 10 Ом, і він знаходиться на відстані 800 м від входних затискачів. Визначити втрату напруги в проводах і потужність навантаження, якщо проводи виготовлені з міді перетином  $5 \text{ мм}^2$ .

**1.72.** Напруга на навантаженні, підключеному до двопровідної лінії з алюмінієвих проводів становить 1000 В. Втрата напруги в лінії складає 27 В при струмі навантаження 100 А. Визначити перетин проводів, якщо споживач знаходиться від джерела ЕРС на відстані 7000 м.

**1.73.** Від джерела, ЕРС якого становить 1250 В, а внутрішній опір 36 Ом, живиться навантаження через двопровідну лінію з мідних проводів, перетином  $10 \text{ мм}^2$ . Визначити опір навантаження, споживану ним потужність, опір проводів і ККД лінії, якщо споживач віддалений від джерела на 1800 м, а втрата напруги в лінії  $\Delta U = 30$  В.

**1.74.** У двопровідній лінії з алюмінієвого проводу перетином  $4 \text{ мм}^2$  і довжиною 500 м відбулося коротке замикання. Для визначення місця аварії до входних затискачів приєднано потужне джерело з напругою 24 В. Виміряне значення струму при цьому склало 5 А. Визначити місце аварії.

**1.75.** Втрата напруги в лінії  $\Delta U$ . Провід мідний. Як зміниться це значення, якщо мідний провід замінити : а) сталевим; б) алюмінієвим при незмінних  $l$  і  $S$ .

## Глава 2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ПРО ЗМІННИЙ СТРУМ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

Змінний електричний струм (ЕРС, напруга) – це струм (ЕРС, напруга), що змінюється з часом. Значення цієї величини в розглянутий момент часу називається миттєвим значенням струму (ЕРС, напруги). Найбільш поширеним є змінний синусоїдальний струм (ЕРС, напруга).

Тригонометрична форма запису синусоїдальної величини, яка змінюється в часі, у загальному вигляді подається виразом

$$c = C_m \cdot \sin(\omega t + \psi) = C_m \sin \alpha,$$

де  $c$  – миттєве значення синусоїдальної функції часу;  $C_m$  – амплітудне значення синусоїдальної функції часу;  $\omega$  – кутова частота, що характеризує швидкість зміни фазового кута;  $t$  – поточне значення часу;  $\alpha = (\omega t + \psi)$  – фаза або фазовий кут (аргумент синусоїдальної функції в часі);  $\psi$  – початкова фаза (початковий фазовий кут) (рис. 2.1, а).

Відповідно до виразу для миттєвого значення синусоїдальна функція часу в багатьох випадках зображується у вигляді лінійної діаграми – графіка зміни відповідної синусоїдальної функції від часу (від кута  $\omega t$ ) (рис. 2.1, б).

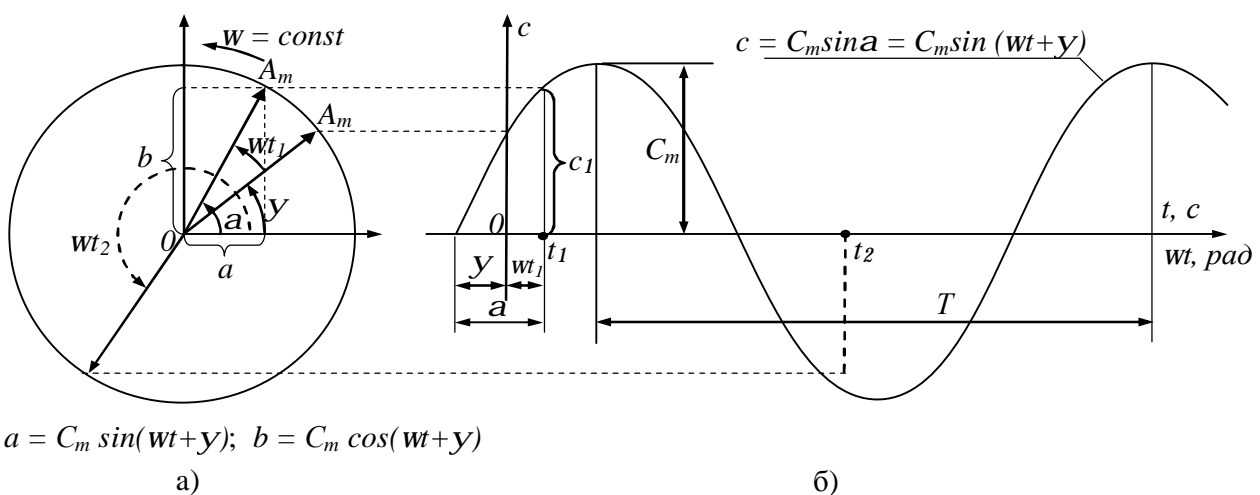


Рис. 2.1. Зображення синусоїдальних електричних величин:  
 а – векторне; б – графік залежності синусоїдальної функції від часу

Змінний синусоїдальний сигнал (рис. 2.1, б) характеризується періодом  $T$ , що виражається в секундах [с], або величиною, яка обернена періодові й називається частотою електричного струму (ЕРС,

## 2. Основні поняття про змінний струм

напруги)  $f$ , що виражається в герцах [Гц]:

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.1)$$

або

$$f = \frac{pn}{60}, \quad (2.2)$$

де  $p$  – число пар полюсів генератора;  $n$  – частота обертання якоря генератора, об/хв.

Миттєві значення струму, ЕРС, напруги відповідно:

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t \pm \psi_i), \\ e &= E_m \sin(\omega t \pm \psi_e), \\ u &= U_m \sin(\omega t \pm \psi_u), \end{aligned} \quad (2.3)$$

де  $i, e, u$  – миттєві значення струму, А; ЕРС, В; напруги, В;  $I_m, E_m, U_m$  – амплітудні значення струму, А; ЕРС, В; напруги, В;  $\omega$  – кутова частота, рад/с;  $\psi_i, \psi_e, \psi_u$  – початкові фази струму, ЕРС, напруги;  $t$  – час, с.

Кутова частота синусоїдального електричного струму (ЕРС, напруги)

$$\omega = 2\pi f. \quad (2.4)$$

Початкова фаза струму (ЕРС, напруги) ( $\psi_i, \psi_e, \psi_u$ ) – це значення фази в момент часу  $t = 0$ .

Зсув фаз – різниця початкових фаз двох синусоїдальних величин однієї і тієї самої частоти.

Зсув фаз між напругою і струмом визначається вирахуванням початкової фази струму з початкової фази напруги:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \quad (2.5)$$

Величини, що змінюються синусоїдально, зображують або графічно як функції часу  $t$ , чи кута  $\omega t$ , або обертовими векторами на комплексній площині (рис. 2.2). В останньому випадку довжина вектора в обраному масштабі являє собою амплітудне чи діюче значення цієї величини. Кут між цим вектором і

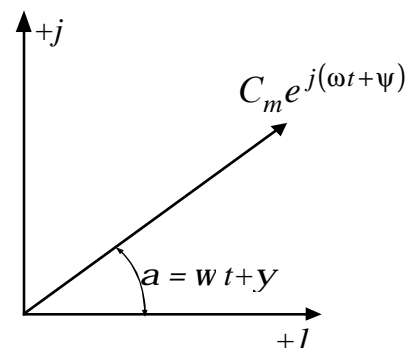


Рис. 2.2. Зображення вектора на комплексній площині

## 2. Основні поняття про змінний струм

---

позитивним напрямком осі абсцис (+1) у початковий момент часу дорівнює початковій фазі  $\psi$ , а кутова частота обертання вектора дорівнює кутовій частоті  $\omega$ . Проекція вектора на вісь ординат (+j) визначає миттєве значення синусоїдальної величини.

Сукупність двох і більшого числа векторів називають *векторною діаграмою*. Додавання та віднімання векторів здійснюють за правилом паралелограма.

*Діюче значення* змінного струму (ЕРС, напруги) – це середньоквадратичне значення змінного струму (ЕРС, напруги) за період  $T$ . Воно визначається таким чином:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2.6)$$

Якщо струм, ЕРС або напруга змінюються за синусоїдальним законом, то його діюче значення становить 0,707 амплітудного значення:

$$I = I_m / \sqrt{2} = 0,707 I_m; \quad E = E_m / \sqrt{2} = 0,707 E_m; \quad U = U_m / \sqrt{2} = 0,707 U_m.$$

Відповідно, середні значення струму, ЕРС або напруги, що змінюються за синусоїдальним законом:

$$I_{\text{ср}} = 2I_m / \pi = 0,637 I_m; \quad E_{\text{ср}} = 2E_m / \pi = 0,637 E_m;$$

$$U_{\text{ср}} = 2U_m / \pi = 0,637 U_m;$$

Тому що діючі значення струмів, ЕРС і напруг пропорційні амплітудам цих величин, то вектор, який виражає в одному масштабі амплітудне значення, в іншому – являє собою діюче значення тієї самої величини. Частіше векторні діаграми будують у діючих значеннях.

В електротехніці за позитивний напрямок обертання векторів прийнято напрямок проти ходу годинникової стрілки.

Синусоїдальні функції часу  $c = C_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$  зображуються також *комплексними числами*. При цьому на площині комплексних чисел (рис. 2.2) з початку координат під кутом  $\psi$  до осі дійсних чисел (дійсної осі) проводять вектор  $C_m$ , кінцю якого відповідає певне комплексне число. Комплексна амплітуда синусоїдальних величин визначається виразом  $\underline{C}_m = C_m e^{j\psi}$  (де  $e$  – основа натурального логарифма). Для діючих значень синусоїдальних величин цей вираз перетворюється до виду:  $\underline{C} = C e^{j\psi}$ .

## 2. Основні поняття про змінний струм

---

Зі збільшенням часу фаза  $\alpha = (\omega t + \psi)$  синусоїдальної величини зростає, при цьому кут між радіусом-вектором і віссю дійсних величин збільшиться, а радіус-вектор повертається на відповідний кут проти ходу годинникової стрілки. Для моменту часу  $t_1$  (див. рис. 2.1, б) комплексна амплітуда дорівнює  $\underline{C}_m = C_m e^{(\omega t_1 + \psi)}$ , а діюче значення  $\underline{C} = C e^{(\omega t_1 + \psi)}$ .

Комплексне число являє собою суму дійсної та уявної частин:  $\underline{C} = a + jb = \text{Re } \underline{C} + j \text{Im } \underline{C}$ , де  $a$  – дійсна частина комплексного числа;  $jb$  – уявна частина комплексного числа;  $\text{Re}$  і  $\text{Im}$  – символи, що позначають дійсну та уявну частину комплексного числа ( $\text{Re } \underline{C} = a$ ;  $\text{Im } \underline{C} = b$ ).

У виразі комплексного числа фігурує також символ  $j = \sqrt{-1}$ , тобто уявна одиниця, за допомогою якої з комплексного числа виділяється його уявна складова. Множення вектора  $\underline{C}$  на множник  $j$  відповідає оберту його на кут, який дорівнює  $\pi/2$  у додатному напрямку (проти ходу годинникової стрілки), а множення на " $-j$ " відповідає обертанню в від'ємному напрямку (за годинниковою стрілкою).

Модуль комплексного числа:

$$C = |\underline{C}| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2},$$

а його аргумент

$$\psi = \arctg \frac{b}{a}.$$

Використовують три форми запису комплексних чисел.

*Алгебраїчна* (координатна) форма запису комплексного числа:  $\underline{C} = a + jb$ . Спряжене з ним комплексне число має протилежний знак при уявній частині:  $\underline{C}^* = a - jb$ .

При цьому добуток сполучених комплексних чисел  $\underline{C} \cdot \underline{C}^* = C^2$  дорівнює квадрату модуля комплексного числа. При відсутності уявної частини комплексного числа:  $\underline{C} = a + j0 = a$ . При відсутності дійсної частини комплексного числа:  $\underline{C} = 0 \pm jb = \pm jb$ .

Варто відзначити, що алгебраїчна форма – є більш зручною для запису комплексних чисел при їх додаванні й відніманні. При додаванні двох та більшого числа комплексних чисел окремо складаються їх дійсні та уявні частини:

$$(a_1 + jb_1) + (a_2 + jb_2) + (a_3 - jb_3) = (a_1 + a_2 + a_3) + j(b_1 + b_2 - b_3).$$

Тригонометрична форма запису комплексних чисел є похідною алгебраїчної форми, при тому, що  $\cos \psi = a/C$ ,  $\sin \psi = b/C$ ;  $\underline{C} = C(\cos \psi + j \sin \psi)$ .

Тригонометрична форма запису комплексних чисел найбільш зручна при переході до алгебраїчної форми запису від показової.

Показова форма запису комплексних чисел є похідною від тригонометричної, при тому, що відповідно до формули Ейлера

$$(\cos \psi + j \sin \psi) = e^{j\psi}, \quad \underline{C} = Ce^{j\psi},$$

де  $e^{j\psi}$  – поворотний множник (показує, що вектор повернутий відносно дійсної осі в додатному напрямку на кут  $\psi$ ).

Поворотні множники  $j$  і  $e^{j\psi}$  можуть бути записані в такому вигляді:

$$j = \sqrt{-1}; \quad j \cdot j = -1; \quad \frac{1}{j} = \frac{1}{j} \cdot \frac{-j}{-j} = -j; \quad \frac{1}{-j} = j.$$

При  $\psi = \pm \pi/2$  відповідно до формули Ейлера

$$e^{\pm j\frac{\pi}{2}} = \left( \cos \frac{\pi}{2} \pm j \sin \frac{\pi}{2} \right) = (0 \pm j \cdot 1) = \pm j,$$

тому  $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$ ;  $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$ .

Показова форма запису комплексних чисел виявляється більш зручною при множенні, діленні, добуванні коренів, логарифмуванні комплексних чисел [1, 6].

### ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**2.1.** Генератор змінного струму має частоту обертання 2800 об/хв. Визначити частоту, період і кутову частоту електричного струму, якщо число пар полюсів генератора дорівнює 6.

**Розв'язок.** Частота електричного струму генератора

$$f = \frac{pn}{60} = \frac{6 \cdot 2800}{60} = 280 \text{ Гц.}$$

Період

## 2. Основні поняття про змінний струм

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{280} = 0,0036 \text{ с.}$$

Кутова частота

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 280 = 1750 \text{ рад/с.}$$

2.2. Миттєві значення струму і напруги споживача

$$i = 18 \sin(785t - 30^\circ) \text{ А, } u = 210 \sin 785t \text{ В.}$$

Визначити амплітудні й діючі значення струму і напруги, їхні початкові фази. Побудувати векторну діаграму.

**Розв'язок.** Амплітудні значення струму і напруги

$$I_m = 18 \text{ А; } U_m = 210 \text{ В;}$$

Діючі значення струму і напруги

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = 12,9 \text{ А; } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{210}{\sqrt{2}} = 149 \text{ В.}$$

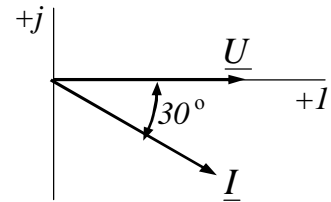


Рис. 2.3

Початкова фаза струму  $\varphi_i = 30^\circ$ , напруги  $\varphi_u = 0^\circ$ .

Векторна діаграма будується для моменту часу  $t = 0$  (рис. 2.3).

2.3. Напруга, прикладена до нерозгалуженого кола змінного струму,  $u = 180 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$  В, струм  $i = 2,7 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  А. Визначити час і кут зсуву за фазою між ними, їхні діючі значення, миттєві значення для  $t = 0$  і побудувати векторну діаграму, якщо  $f = 20$  Гц.

**Розв'язок.** Кут зсуву за фазою між двома сигналами, які змінюються за синусоїдальним законом

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{12} = 75^\circ.$$

Часовий зсув

$$\Delta t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi}{2\pi f} = \frac{5\pi/12}{2\pi \cdot 20} = \frac{5}{480} = 0,0104 \text{ с.}$$

Діючі значення

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{180}{\sqrt{2}} = 128 \text{ В; } I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2,7}{\sqrt{2}} = 1,9 \text{ А.}$$

Миттєві значення струму і напруги для  $t = 0$

$$u = 180 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = 180 \sin\left(2\pi f \cdot 0 + \frac{\pi}{4}\right) = 180 \sin 45^\circ = 180 \cdot 0,707 = 127 \text{ В,}$$

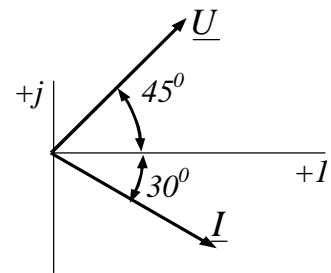


Рис. 2.4



## 2. Основні поняття про змінний струм

$$i = 2,7 \sin\left(\omega t - \frac{p}{6}\right) = 2,7 \sin\left(2\pi f \cdot t - \frac{p}{6}\right) = 180 \sin(-30^\circ) = 2,7 \cdot (-0,5) = -1,35 \text{ А.}$$

Векторна діаграма подана на рис. 2.4.

**2.4.** Записати вираз для комплексної амплітуди струму  $\underline{I}_m$ , виходячи з виразу для його миттєвого значення  $i = 10 \sin(\omega t + 30^\circ)$  А.

**Розв'язок.** Амплітудне значення струму:  $I_m = 10$  А.

Початкова фаза струму:  $\psi_i = 30^\circ$ .

Комплексна амплітуда струму:  $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = 10e^{j30^\circ}$  А.

**2.5.** Подати комплексний струм  $\underline{I} = (4 + j3)$  А в тригонометричній і показовій формах запису.

**Розв'язок.** Діюче значення струму (модуль комплексного струму):

$$I = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ А.}$$

Аргумент комплексного струму:  $\operatorname{tg} \psi_i = 3 / 4 = 0,75$ , звідки  $\psi_i = 36^\circ 50'$ .

Тригонометрична форма запису комплексного струму

$$\underline{I} = (4 + j3) = I(\cos \psi_i + j \sin \psi_i) = 5(\cos 36^\circ 50' + j \sin 36^\circ 50').$$

Показова форма запису комплексного струму

$$\underline{I} = (4 + j3) = I e^{j\psi_i} = 5e^{j36^\circ 50'} \text{ А.}$$

**2.6.** Подати комплексний струм  $\underline{I} = 10e^{j30^\circ}$  А в алгебраїчній (координатній) формі запису.

**Розв'язок.** Дійсна частина комплексного струму

$$\operatorname{Re} \underline{I} = 10 \cos 30^\circ = 10 \cdot 0,865 = 8,65 \text{ А.}$$

Уявна частина комплексного струму

$$\operatorname{Im} \underline{I} = 10 \sin 30^\circ = 5 \text{ А.}$$

Алгебраїчна форма запису комплексного струму

$$\underline{I} = (8,65 + j5) \text{ А.}$$

**2.7.** На комплексній площині (рис. 2.5) наведена векторна діаграма струмів і напруги. Подати струми  $\underline{I}_1$  і  $\underline{I}_2$  і напругу  $\underline{U}$  в алгебраїчній формі запису і знайти їх аргументи.

**Розв'язок.** Комплексні струми і напруги в алгебраїчній формі запису:

$$\underline{I}_1 = (2 + j2) \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = (-2 - j2) \text{ А};$$

$$\underline{U} = (3 - j3) \text{ В.}$$

Аргумент комплексного струму  $\underline{I}_1$ :

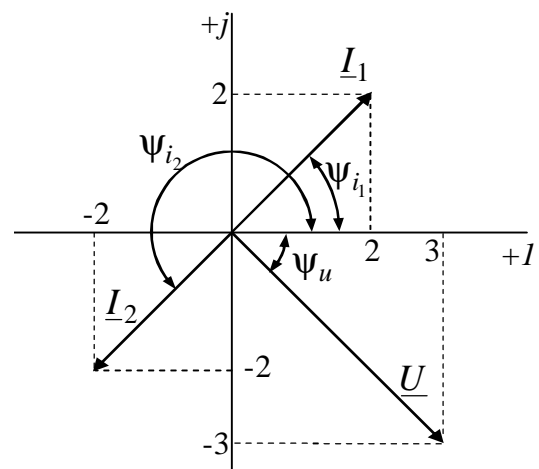


Рис. 2.5

## 2. Основні поняття про змінний струм

$\operatorname{tg} \varphi_{i1} = 2/2 = 1$ . У загальному випадку цій умові відповідають кути  $45^\circ$  і  $225^\circ$ . Але кут  $225^\circ$  в даному випадку не є аргументом числа  $(2 + j2)$ . Правильна відповідь –  $\varphi_{i1} = 45^\circ(-315^\circ)$  або  $405^\circ$ , тому що аргументами комплексного числа  $(2 + j2)$  є всі кути вигляду  $\varphi_{i1} = 45^\circ \pm 360^\circ \cdot K$  (де  $K$  – будь-яке ціле число). Цей результат вийде, якщо врахувати, що дійсна і уявна частини комплексного струму  $\underline{I}_1$  додатні.

Аргумент комплексного струму  $\underline{I}_2$ :  $\operatorname{tg} \varphi_{i2} = \frac{-2}{-2} = 1$ . Тому що абсциса і ордината комплексного струму від'ємні, то  $\varphi_{i2} = 225^\circ$ . Отже, вектор струму  $\underline{I}_2$  перебуває в третій чверті площини комплексних чисел.

Аргумент комплексної напруги  $\underline{U}_2$ :  $\operatorname{tg} \varphi_u = \frac{-3}{3} = -1$ . Тут абсциса додатна, а ордината від'ємна, тому вектор напруги  $\underline{U}$  розташований у четвертій чверті площини комплексних чисел  $\varphi_u = 315^\circ$  (або  $-45^\circ$ ).

**2.8.** У двох паралельно ввімкнених приймачах протікають струми

$$i_1 = 0,5 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ А}, \quad i_2 = 1,2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ А}.$$

Обчислити амплітудне значення та початкову фазу струму в нерозгалуженому колі і записати вираз для миттєвого значення цього струму.

**Розв'язок.** Задачу можна розв'язати трьома способами.

1. У декартовій системі координат будуються графіки зміни синусоїдальних струмів  $i_1$  та  $i_2$ . Далі для кожного моменту часу додаються абсциси цих функцій і визначається закон зміни результуючого струму.

2. Аналітичний розв'язок:

Подамо кожний струм в алгебраїчній формі запису комплексного числа

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= 0,5 \cdot \cos\left(\frac{p}{2}\right) + 0,5 \cdot j \cdot \sin\left(\frac{p}{2}\right) = 0,5 j; \\ \underline{I}_{m1} &= 1,2 \cdot \cos\left(\frac{p}{3}\right) + 1,2 \cdot j \cdot \sin\left(\frac{p}{3}\right) = 0,6 + 1,04 j. \end{aligned}$$

Виконаємо складання цих струмів

$$\underline{I}_m = \underline{I}_{m1} + \underline{I}_{m2} = 0,5 j + 0,6 + 1,04 j = 0,6 + 1,54 j.$$

Подамо струм  $\underline{I}_m$  у показовій формі запису числа:

$$\underline{I}_m = 0,6 + 1,54 j = 1,65 e^{j68^\circ 42'} \approx 1,65 e^{j \cdot 0,38p},$$

де амплітуда струму  $I_m = \sqrt{0,6^2 + 1,54^2} = 1,65 \text{ А}$ , початкова фаза шуканого

струму:  $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{1,54}{0,6} = 68^\circ 42' \approx 0,38p$ .

Миттєве значення струму

$$i = 1,65 \sin\left(\omega t + \frac{38}{100}p\right) \text{ A.}$$

3. Геометрична сума векторів  $\underline{I}_{m1}$  та  $\underline{I}_{m2}$  дасть комплексну амплітуду сумарного струму  $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi}$ . Амплітуда струму  $I_m$  визначається довжиною сумарного вектора, а початкова фаза  $\psi$  – кутом, утвореним цим вектором та віссю  $+I$ .

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**2.1.** Змінний синусоїдальний сигнал має період, який дорівнює 0,2 с; 1,0 с; 40 мс; 250 мс; 0,8 мкс. Обчислити для цих значень частоту.

**2.2.** Обчислити період сигналу, якщо частота змінного струму складає 400 Гц; 25 кГц; 2 кГц; 40 Гц; 1250 Гц.

**2.3.** Визначити кутову частоту синусоїдального струму, якщо період дорівнює 0,0025; 3; 200; 0,005 с.

**2.4.** Період змінного сигналу  $T$ . Як потрібно змінити частоту сигналу, щоб  $T$ : а) збільшився в три рази; б) зменшився в два рази; в) збільшився в 5 разів?

**2.5.** Частота сигналу змінного струму  $f$ . Як зміниться частота сигналу, якщо період: а) зменшити в  $K$  разів; б) збільшити в  $K$  разів?

**2.6.** Кутова частота змінного струму дорівнює 3140; 942; 12560; 5024; 94200; 10048 рад/с. Визначити частоту і період сигналу.

**2.7.** Період змінного струму, що виробляється генератором змінного струму, складає 0,005 с. Частота обертання ротора генератора  $n = 1500$  об/хв. Визначити число пар полюсів генератора.

**2.8.** Два генератори змінного струму працюють паралельно на один споживач, виробляючи струми однієї частоти. Число пар полюсів у першого генератора 3, у другого – 2. Визначити частоту обертання другого генератора, якщо в першого  $n = 800$  об/хв.

**2.9.** Генератор, що має 24 полюси, повинен видавати сигнал з частотою  $f = 28$  Гц. Визначити необхідну частоту обертання ротора, його кутову швидкість, а також період і кутову частоту вихідного сигналу.

**2.10.** Визначити число пар полюсів у генератора з частотою обертання  $n_1 = 900$  об/хв, якщо він працює паралельно з іншим, що

## 2. Основні поняття про змінний струм

має п'ять пар полюсів і частоту обертання  $n_2 = 1800$  об/хв. Визначити частоту сигналу, якщо  $f = f_1 = f_2$ .

**2.11.** Визначити частоту обертання ротора генератора змінного струму, який має вісім пар полюсів, якщо  $T = 1,48 \cdot 10^{-3}$  с.

**2.12.** Частота напруги змінного струму  $f = 100$  Гц. Визначити період сигналу і проміжок часу між: а) двома найближчими мінімальними значеннями; б) мінімальним і максимальним значеннями; в) двома найближчими максимальними значеннями.

**2.13.** Напруга на виході генератора має частоту  $f$ , яку змінили таким чином: а) збільшили в 100 разів; б) зменшили в 10 разів. Як при цьому змінюється період вихідної напруги?

**2.14.** Два генератори синусоїдального струму мають однакове число пар полюсів. На рис. 2.6 наведені криві зміни струмів  $i_1$  і  $i_2$ . Вказати, який генератор має більшу частоту обертання.

**2.15.** На рис. 2.7 показана зміна вихідної напруги двох генераторів. Вказати, який з генераторів має менше число пар полюсів, якщо частота обертання в них однакова.

**2.16.** Як потрібно змінити частоту обертання якоря генератора, щоб частота вихідної напруги: а) збільшилася в два рази; б) зменшилася в п'ять разів?

**2.17.** Число пар полюсів одного генератора в 6 раз менше від числа пар полюсів іншого генератора. Записати співвідношення частот їхніх вихідних сигналів, якщо  $n_1 = n_2$ .

**2.18.** На рис. 2.8 дані графіки зміни струмів  $i_1$  і  $i_2$ . Визначити початкові фази, фазовий зсув між ними і побудувати векторну діаграму.

**2.19.** Діюче значення змінного струму в колі 10,5 А при частоті  $f = 1200$  Гц. Обчислити його амплітудне значення, період і кутову частоту.

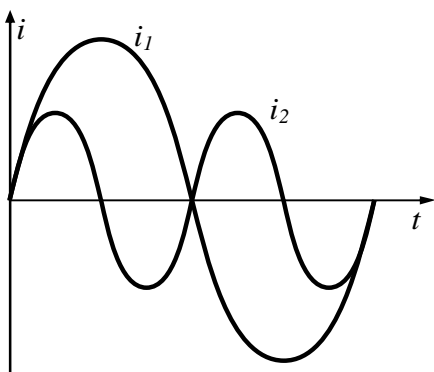


Рис. 2.6

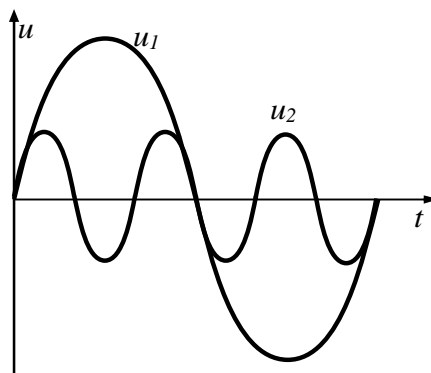


Рис. 2.7

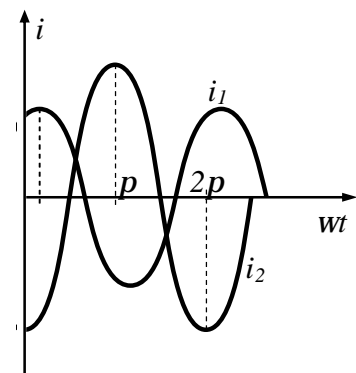


Рис. 2.8

## 2. Основні поняття про змінний струм

---

**2.20.** Амплітудне значення напруги змінного струму з періодом  $T = 2,23$  мс складає 220 В. Обчислити діюче значення цієї напруги і її частоту.

**2.21.** Амплітудне значення змінного струму частотою  $f = 800$  Гц складає 450 мА. Обчислити діюче значення струму, кутову частоту і період.

**2.22.** Миттєве значення струму  $i = 16 \sin 157t$  А. Знайти амплітудне і діюче значення цього струму і його період.

**2.23.** Амплітудне значення напруги, прикладеної до кола, складає 120 В, початкова фаза  $\pi/4$ . Записати вираз миттєвого значення цієї напруги, визначити його діюче значення.

**2.24.** Діюче значення змінного струму в колі становить 2,9 А, початкова фаза  $\psi_i = -\frac{2}{3}\pi$ . Записати вираз для миттєвого значення струму в колі. Обчислити його амплітудне значення.

**2.25.** Миттєве значення змінного струму в електричному колі  $i = 7,8 \sin(\omega t + \pi/2)$  А. Знайти значення постійного струму, який треба пропустити по тому самому колі, щоб у ньому виділилася та сама кількість теплоти.

**2.26.** По електричному колу протікає постійний струм 41 А. Обчислити амплітудне значення струму, який проходячи по тому самому колу, виділяє таку саму кількість теплоти, що і постійний струм.

**2.27.** Миттєве значення ЕРС генератора змінного струму  $e = 8,45 \sin(1256t + \pi/4)$  В. Знайти амплітудне й діюче значення ЕРС, кутову частоту, період і початкову фазу. Як зміняться  $\omega$ ,  $T$  і  $\psi_e$  генератора, якщо частота його обертання зменшиться в чотири рази?

**2.28.** Діюче значення напруги 128 В при частоті 10 Гц. Побудувати графік зміни цієї напруги в інтервалі часу  $t = 0 \div 0,1$  с через 0,0125 с. Початкова фаза напруги  $\psi_u = 0$ . Як зміниться графік, якщо початкова фаза стане рівною  $\psi_u = -60^\circ$ ?

**2.29.** Побудувати графіки зміни напруг і струмів для одного періоду, якщо частота зміни напруги становить 75 Гц, а струму – 100 Гц:

$$1) u = 100 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ В}; i = 3 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ А};$$

$$2) u = 120 \sin \omega t \text{ В}; i = 1,4 \sin\left(\omega t - \frac{5\pi}{12}\right) \text{ А}.$$

У масштабі побудувати вектори цих струмів і напруг.

---

**2.30.** В електричному колі змінного струму діють дві напруги:  $u_1 = 40 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$  В та  $u_2 = 60 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  В. Визначити час і зсув фаз цих напруг, а також їхні діючі значення при частоті сигналу 200 Гц.

**2.31.** Струм і напруга на навантаженні, виміряні амперметром і вольтметром, дорівнюють відповідно 250 мА і 12,5 В. Струм відстає від напруги на кут  $20^\circ$ . Записати вирази миттєвих значень цих величин, якщо початкова фаза струму дорівнює  $-45^\circ$ . Зобразити криві зміни цих величин і векторну діаграму для моменту часу  $t = 0$ .

**2.32.** Звуковий генератор видає сигнал з діючим значенням напруги 5 В. При цьому миттєвий струм споживача  $i = \sin 3140t$  А. Записати вираз для миттєвого значення напруги, якщо його початкова фаза дорівнює нулю. Побудувати векторну діаграму для моменту часу  $t = 0$ . Як зміниться векторна діаграма, якщо частоту підвищити в три рази?

**2.33.** Початкові фази напруг  $u_1$  і  $u_2$  складають відповідно  $-60^\circ$  і  $+45^\circ$ . Записати в загальному вигляді вирази для миттєвих значень і визначити фазовий зсув цих напруг. Зобразити криві зміни цих напруг і побудувати векторну діаграму.

**2.34.** На рис. 2.9 а, б, в подані векторні діаграми для моменту часу  $t = 0$  двох напруг  $U_1 = 40$  В та  $U_2 = 60$  В з періодом  $4 \cdot 10^{-6}$  с. Записати вирази для миттєвих значень цих напруг і побудувати графіки їх зміни.

**2.35.** Задано вирази миттєвих значень струму і напруги  $i = 6 \sin(417t + \pi)$  А, і  $u = 180 \sin(157t + \pi/2)$  В. Чи можна визначити фазовий зсув між ними?

**2.36.** Діюче значення ЕРС на виході генератора 300 В, період сигналу 0,01 с,  $\psi_e = 0$ . Записати вираз для миттєвого значення ЕРС.

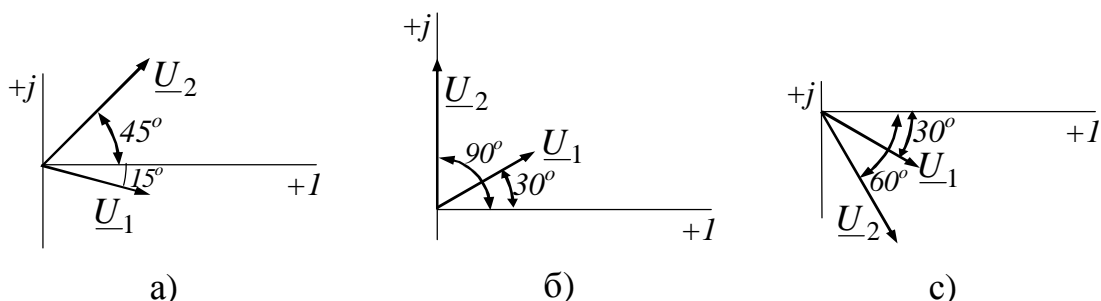


Рис. 2.9

**2.37.** Миттєве значення струму  $i = I_m \sin(\omega t + \pi)$ . Записати вираз для миттєвого значення струму, якщо частота обертання генератора зменшилася в  $n$  раз.

**2.38.** Миттєве значення напруги  $u = 564 \sin(\omega t - \pi/3)$  В. Фазовий зсув між струмом і напругою  $\varphi = \pi/6$ . Записати вираз для миттєвого значення струму, якщо його діюче значення 10 А. Обчислити діюче значення напруги.

**2.39.** Миттєве значення напруги  $u = 282 \sin(628t - \pi/4)$  В. Визначити  $U_m, U_{cp}, U, f, \omega$ .

**2.40.** В електричному колі змінного струму проходить струм  $i = I_m \sin(\omega t - \pi/3)$  А. Знайти амплітудне й діюче значення струму, якщо в момент часу  $t = 0$  миттєве значення струму дорівнює 12,5 А.

**2.41.** До електричного кола змінного струму прикладена напруга  $u = 380 \sin(\omega t + \psi_u)$  В. Обчислити початкову фазу напруги, якщо миттєве значення напруги в момент часу  $t = 0$  с,  $u = 122$  В.

**2.42.** В електричному колі змінного струму проходить струм  $i = 0,8 \sin(\omega t - \pi/2)$  А. Знайти частоту зміни струму, якщо при  $t = 10^{-3}$  с миттєве значення струму дорівнює нулю. Побудувати графік зміни струму за період.

**2.43.** На двох послідовно з'єднаних споживачах у колі змінного струму діють відповідно дві напруги:  $u_1 = 20 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right)$  В та  $u_2 = 60 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$  В. Записати вираз миттєвого значення вхідної напруги і побудувати векторну діаграму. Розв'язати задачу графічно й аналітично.

**2.44.** Напруга, прикладена до входу кола, що складається з двох послідовно ввімкнених резисторів,  $u_{BX} = 200 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$  В. Напруга на одному з резисторів  $u_2 = 120 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$  В. Побудувати векторну діаграму і визначити спадання напруги на другому резисторі. Записати вираз для його миттєвого значення.

**2.45.** Миттєве значення струму в нерозгалуженій частині кола  $i = 0,8 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{18}\right)$  А, струм у першій вітці  $i_1 = 2,2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  А. По-

## 2. Основні поняття про змінний струм

---

будувати векторну діаграму струмів і записати вираз для миттєвого значення струму в другій паралельній вітці.

**2.46.** Записати вираз для миттєвого значення струму в нерозгалуженій частині кола, якщо миттєві значення струмів у вітках:

$$i_1 = 15 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ А}, \quad i_2 = 12 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ А}, \quad i_3 = 3 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ А}.$$

**2.47.** Діюче значення ЕРС, прикладеної до електричного кола змінного струму,  $E = 250 \text{ В}$ . Початкова фаза  $-45^\circ$ . Записати вираз для миттєвого значення ЕРС та обчислити його величину для моменту  $t = T/2$ , якщо частота зміни ЕРС  $f = 1000 \text{ Гц}$ . Написати вираз для миттєвого значення синусоїдального струму  $i$ , комплексна амплітуда якого  $\underline{I}_m = 10e^{-j30^\circ} \text{ А}$ .

**2.48.** Визначити струм  $I$ , який дорівнює сумі комплексних струмів  $\underline{I}_1 = (3 + j4) \text{ А}$  і  $\underline{I}_2 = (2 + j) \text{ А}$ . Сумарний струм  $\underline{I}$  подати в показовій формі запису.

**2.49.** Записати вираз для комплексної амплітуди струмів:

$$i_1 = 15 \sin\left(\omega t_1 + \frac{\pi}{2}\right) \text{ А} \quad \text{і} \quad i_2 = 15 \sin\left(\omega t_2 + \frac{\pi}{3}\right) \text{ А}.$$

**2.50.** Виходячи з виразу для миттєвого значення струму  $i = 14,1 \sin(\omega t + \pi/6) \text{ А}$ , записати вираз для діючого значення струму  $I$  в комплексній формі запису.

**2.51.** Побудувати вектори струму і напруги на комплексній площині для моменту часу  $t = 0$ , що відповідають таким виразам:

1) $u_1 = 25 \sin(\omega t - \pi/3) \text{ В},$	$i_1 = 1,3 \sin(\omega t + \pi/10) \text{ А};$
2) $u_2 = 36 \sin(\omega t + \pi/9) \text{ В},$	$i_2 = 0,3 \sin(\omega t - \pi/8) \text{ А};$
3) $u_3 = 12 \sin \omega t \text{ В},$	$i_3 = 0,6 \sin(\omega t + \pi/4) \text{ А};$
4) $u_4 = 40 \sin(\omega t - \pi/2) \text{ В},$	$i_4 = 1,5 \sin(\omega t + \pi) \text{ А}.$

Обчислити діючі значення струмів і напруг та фазовий зсув між ними для кожного випадку. Записати напруги і струми в алгебраїчній і показовій формах.



## Глава 3. ОДНОФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

**Символічний метод розрахунку кіл синусоїдального струму.** Символічний, або комплексний, метод розрахунку кіл синусоїдального струму набув великого поширення у практиці.

Сутність символічного (комплексного) методу розрахунку полягає в тому, що при синусоїдальному струмі можна перейти від рівнянь, складених для миттєвих значень і які є диференційними до алгебраїчних рівнянь, складених відносно комплексів струму та ЕРС. Цей перехід оснований на тому, що в рівнянні, складеному за законами Кірхгоффа для миттєвих значень, виконують такі заміни:

– миттєве значення струму  $i$  замінюють комплексною амплітудою струму  $\underline{I}_m$ ;

– миттєве значення спадання напруги, що дорівнює  $Ri$ , на резисторі опором  $R$ , замінюють комплексом  $R\underline{I}_m$ , який за фазою збігається із струмом  $\underline{I}_m$ ;

– миттєве значення напруги на індуктивній котушці  $u_L = L \frac{di}{dt}$  замінюють комплексом  $\underline{I}_m j\omega L$ , що випереджає струм на  $90^\circ$ ;

– миттєве значення напруги на конденсаторі  $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$  замінюють комплексом  $\underline{I}_m \left( \frac{-j}{\omega C} \right)$ , що відстає від струму на  $90^\circ$ ;

– миттєве значення ЕРС  $e$  замінюють комплексом  $\underline{E}_m$ .

При використанні символічного методу розрахунок електричних кіл змінного струму ідентичний розрахунку електричних кіл постійного струму. Записи відповідних рівнянь, що складені відповідно до закону Ома і законів Кірхгоффа, однакові за формою для електричних кіл однофазного змінного й постійного струмів.

З огляду на це математичний вираз закону Ома в комплексній формі приводять до вигляду:

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z}.$$

де  $\underline{Z}$  – повний комплексний опір кола.

Математичний вираз *першого закону Кірхгоффа* в комплексній

формі:  $\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0$ . Відповідно до цього алгебраїчна сума комплексних струмів, що сходяться у вузлі електричного кола, дорівнює нулю. Або, якщо застосовувати це поняття до векторної діаграми зображення струмів – геометрична сума струмів, що сходяться у вузлі розгалуження електричного кола, дорівнює нулю.

Математичний вираз *другого закону Кірхгоффа* в комплексній формі:

$$\sum_{k=1}^n \underline{E}_k = \sum_{k=1}^n \underline{U}_k + \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k \underline{I}_k .$$

Згідно з цим рівнянням алгебраїчна сума комплексних ЕРС в будь-якому замкнутому контурі електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі комплексних напруг і алгебраїчній сумі комплексних спадань напруг в елементах цього контуру.

Для векторної діаграми – геометрична сума ЕРС в будь-якому замкнутому контурі електричного кола дорівнює геометричній сумі напруг і геометричній сумі спадань напруги у цьому контурі.

#### **Коло змінного струму з активним опором**

Якщо коло має тільки активний опір  $R$  (коло з резистором) і до його затискачів прикладена напруга, що змінюється за синусоїдальним законом:

$$u = U_m \sin \omega t , \quad (3.1)$$

то, за законом Ома, миттєве значення струму у колі

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t , \quad (3.2)$$

де  $U_m$  – амплітудне значення напруги, В;  $I_m = U_m / R$  – амплітудне значення струму, А.

Діюче значення струму в колі

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{R\sqrt{2}} = \frac{U}{R} . \quad (3.3)$$

Напруга і струм у колі з активним опором збігаються за фазою, і в будь-який момент часу миттєві значення струму і напруги пропорційні один одному (див. табл. 3.1).

Середня за період потужність або активна потужність електрич-

ного кола, що виражається у ватах  $[Bm]$ ,

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (3.4)$$

#### Коло змінного струму з індуктивністю

Якщо електричне коло володіє тільки індуктивністю  $L$  (активний опір котушки  $R = 0$ ) і по ньому проходить синусоїдальний струм

$$i = I_m \sin \omega t, \quad (3.5)$$

то за другим законом Кірхгофа

$$u = -e = L \frac{di}{dt} = U_{Lm} \cos \omega t = U_{Lm} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (3.6)$$

де  $U_{Lm} = E_{Lm} = LI_m \omega$ .

Отже, при синусоїдальному струмі напруга на індуктивності за фазою випереджає струм на кут  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . Векторна діаграма цього кола подана в табл. 3.1.

Діюче значення напруги  $U = I \omega L$ , звідки

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L}, \quad (3.7)$$

де  $X_L = \omega L = 2\pi fL$  – індуктивний опір, Ом.

Комплексний опір такого кола

$$\underline{Z} = jX_L = X_L e^{j90^\circ}.$$

Коло з індуктивністю має тільки реактивну потужність. Максимальне значення реактивної потужності, що виражається у вольтамперах реактивних [вар],

$$Q = UI = I^2 X_L. \quad (3.8)$$

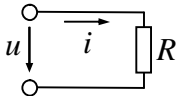
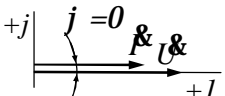
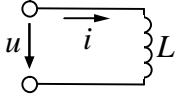
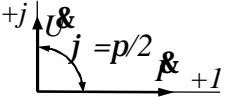
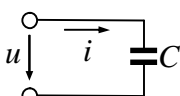
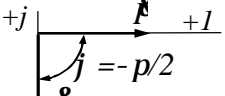
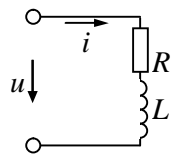
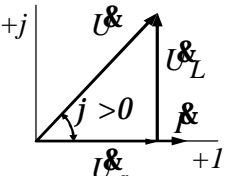
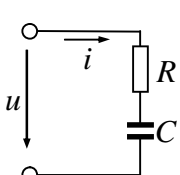
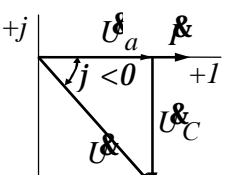
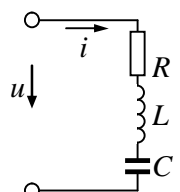
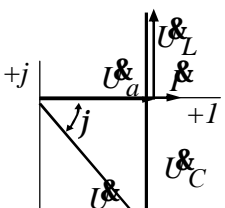
#### Нерозгалужене коло змінного струму з активним опором та індуктивністю

Нерозгалужене коло має активний опір  $R$  та індуктивність  $L$ , які підключені до джерела синусоїдальної напруги. Відповідно до другого закону Кірхгофа

$$u = iR + L \frac{di}{dt} = u_a + u_L = U_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.9)$$

### 3. Однофазні електричні кола

Таблиця 3.1

Елементи кола	Умовне позначення на схемі	Опір, Ом	Комплексний опір, Ом	Провідність, См	Комплексна провідність, См	Кут зсуву фаз між напругою і струмом, рад	Векторна діаграма напруг та струму	Потужність
Резистор		$R$	$Z = R$	$G = \frac{1}{R}$	$Y = G = \frac{1}{R}$	$\varphi = 0$		$P = UI = I^2 R$ $Q = 0; S = P$
Котушка індуктивності		$X_L = \omega L$	$Z = jX_L = j\omega L = X_L e^{j90^\circ}$	$B_L = \frac{1}{\omega L}$	$Y_L = -jB_L$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$		$Q = UI = I^2 X_L$ $P = 0; S = Q$
Конденсатор ( $R_k = 0$ )		$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$Z_C = -jX_C = -\frac{j}{\omega C} = X_C e^{-j90^\circ}$	$B_C = \omega C$	$Y_C = jB_C$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$		$Q = -UI = -I^2 X_C$ $P = 0; S = Q$
Резистор і котушка індуктивності		$z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	$Z = R + jX_L = ze^{j\varphi}$	$G = \frac{R}{R^2 + X_L^2}$ $B_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}$ $y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$	$Y = G - jB_L$	$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}$ $\varphi = \arctg \frac{B_L}{G}$		$P = UI \cos \varphi = I^2 R$ $Q = UI \sin \varphi = I^2 X_L$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$
Резистор і конденсатор		$z = \sqrt{R^2 - X_C^2}$	$Z = R - jX_C = ze^{-j\varphi}$	$G = \frac{R}{R^2 + X_C^2}$ $B_C = \frac{X_C}{R^2 + X_C^2}$ $y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$	$Y = G + jB_C$	$\varphi = -\arctg \frac{X_C}{R}$ $\varphi = -\arctg \frac{B_C}{G}$		$P = UI \cos \varphi = I^2 R$ $Q = UI \sin \varphi = -I^2 X_C$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$
Резистор, котушка індуктивності і конденсатор		$X = X_L - X_C$ $z = \sqrt{R^2 + X^2}$	$Z = R + jX = ze^{j\varphi}$	$G = \frac{R}{z^2}$ $B_L = \frac{X_L}{z^2}; B_C = \frac{X_C}{z^2}$ $y = \sqrt{G^2 + B^2}$	$B = B_L - B_C$ $Y = G - jB$	$\varphi = \arctg \frac{X}{R}$ $\varphi = \arctg \frac{B}{G}$		$P = UI \cos \varphi = I^2 R$ $Q = UI \sin \varphi = I^2 X$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

### 3. Однофазні електричні кола

де  $u_a$  та  $u_L$  – активна та індуктивна складові напруги, В.

Напруга випереджає струм за фазою на кут  $\varphi$ . Кут зсуву фаз між векторами вхідної напруги і струму в колі визначають таким чином:

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{R}{Z} \quad \text{або} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_a} = \frac{X_L}{R},$$

де  $U$ ,  $U_a$  і  $U_L$  – відповідно діюча напруга та її активна й індуктивна складові;  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  – модуль повного опору кола;  $X_L$  і  $R$  – індуктивний та активний опір кола.

Комплексний опір кола (Ом)

$$\underline{Z} = R + jX_L. \quad (3.12)$$

Струм у колі:

– у комплексній формі запису  $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$ ;

– діюче значення  $I = \frac{U}{Z}$ .

Остання формула виражає закон Ома для діючих значень струму і напруги кола з активним опором та індуктивністю.

Середнє значення потужності кола за період дії струму дорівнює середньому значенню потужності в активному опорі або активній потужності  $P$ , тобто

$$P = UI \cos \varphi = U_a I = I^2 R. \quad (3.14)$$

Тут множник  $\cos \varphi$  – коефіцієнт потужності. Залежно від його значення при незмінних струмі та вхідній напрузі активна потужність змінюється від нуля (при  $\varphi = \pi/2$ ) до максимального значення (при  $\varphi = 0$ ).

Реактивна потужність

$$Q = UI \sin \varphi = U_L I = I^2 X_L. \quad (3.15)$$

Добуток діючих значень вхідної напруги і струму називають повною потужністю [ВА]:

$$S = UI. \quad (3.16)$$

Активну, реактивну і повну потужності зображують сторонами прямокутного трикутника потужностей (рис. 3.1), тоді

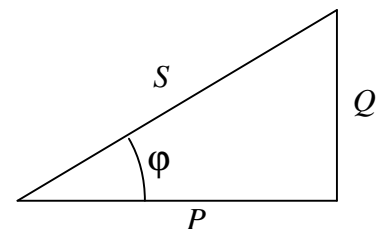


Рис. 3.1

### 3. Однофазні електричні кола

---

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (3.17)$$

Інші співвідношення і векторні діаграми наведені в табл. 3.1.

#### Коло з ємністю

Якщо електричне коло володіє тільки ємністю (конденсатор без втрат) і до нього прикладена змінна напруга  $u = U_m \sin \omega t$ , то в колі проходить струм

$$i = C \frac{du}{dt} = CU_m \omega \cos \omega t = I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (3.18)$$

тобто струм у такому колі випереджає напругу на кут  $\frac{\pi}{2}$ . Векторна діаграма цього кола подана в табл. 3.1.

Амплітудне значення струму в колі

$$I_m = CU_m \omega = \frac{U_m}{X_C}, \quad (3.19)$$

де  $C$  – ємність конденсатора,  $\Phi$ ;  $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$  – ємнісний опір, Ом.

Діюче значення струму

$$I = \frac{U}{X_C}. \quad (3.20)$$

Комплексний опір кола

$$\underline{Z} = -jX_C = X_C e^{-j90^\circ}.$$

Коло має реактивну потужність

$$Q = -UI = -I^2 X_C. \quad (3.21)$$

#### Коло з активним опором і ємністю

Якщо в колі з послідовно з'єднаним резистором і конденсатором проходить струм  $i = I_m \sin \omega t$ , то напруга на активному опорі  $u_a$  збігається за фазою зі струмом, а напруга на конденсаторі  $u_C$  відстає від струму на кут  $\pi/2$ . Напруга на затискачах кола

$$u = iR + \frac{1}{C} \int i dt = u_a + u_C = U_m \sin(\omega t - \phi). \quad (3.22)$$

### 3. Однофазні електричні кола

Напруга відстає за фазою від струму на кут  $\varphi$ . Кут зсуву фаз між векторами вхідної напруги і струму в колі визначають таким чином:

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{R}{Z}, \quad \text{або} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{U_C}{U_a} = -\frac{X_C}{R},$$

де  $U$ ,  $U_a$  і  $U_C$  – відповідно діюча напруга і його активна та ємнісна складові;  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  – модуль повного опору кола;  $X_C$  і  $R$  – ємнісний та активний опір кола.

Комплексний опір кола (Ом)

$$\underline{Z} = R - jX_C. \quad (3.12)$$

Струм у колі визначається так само, як і в попередньому випадку:

- у комплексній формі запису  $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$ ;
- діюче значення  $I = \frac{U}{Z}$ .

Останній запис виражає закон Ома для діючих значень струму і напруги кола з активним опором і ємністю.

Середнє значення потужності кола за період визначається аналогічно середньому значенню потужності в активному опорі при активно-індуктивному навантаженні.

Реактивна потужність

$$Q = UI \sin \varphi = -U_C I = -I^2 X_C. \quad (3.15)$$

Повна потужність [ВА]:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (3.16)$$

Інші співвідношення і векторні діаграми наведені в табл. 3.1.

#### Коло з активним опором, індуктивністю і ємністю

Якщо в колі з послідовно з'єднаними активним опором  $R$ , індуктивністю  $L$  і ємністю  $C$  проходить синусоїдальний струм, то миттєве значення напруги на затискачах цього кола дорівнює сумі миттєвих значень трьох складових, а саме:

$$u = u_a + u_L + u_C = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt.$$

### 3. Однофазні електричні кола

---

Ця напруга, записана в комплексній формі, має вигляд:

$$\underline{U} = \underline{U}_a + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{I}R + j\underline{I}X_L - j\underline{I}X_C. \quad (3.26)$$

Зсув за фазою між напругою і струмом

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_a} = \arctg \frac{X}{R}, \quad (3.29)$$

де  $X = X_L - X_C$  – реактивний опір кола.

Кут зсуву фаз  $\varphi \leq \frac{\pi}{2}$  залежить від параметрів і може бути додатним (при активно-індуктивному навантаженні  $X_L > X_C$ ) і від'ємним (при активно-ємнісному навантаженні  $X_C > X_L$ ).

Потужності кола:

– активна

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R; \quad (3.32)$$

– реактивна

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 X = I^2 (X_L - X_C). \quad (3.33)$$

– повна

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (3.34)$$

Векторна діаграма, а також вирази для  $RLC$ -кола у комплексній формі запису наведені в табл. 3.1.

#### Резонанс напруг

У нерозгалуженому колі  $RLC$  (рис. 3.2, *a*) при рівності реактивних опорів  $X_L = X_C$  настає резонанс напруг

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad (3.35)$$

звідки кутова резонансна частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (3.36)$$

резонансна частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (3.37)$$



### 3. Однофазні електричні кола

Повний опір кола при резонансі напруг дорівнює активному опоріві й набуває мінімального значення

$$Z = \sqrt{R^2 - (X_L - X_C)^2} = R. \quad (3.38)$$

Струм у колі при сталості діючого значення вхідної напруги  $U$  має найбільше значення  $I = U / R$  і збігається за фазою з напругою, тобто  $\varphi = 0$ . Коефіцієнт потужності  $\cos \varphi = 1$ .

При резонансі напруг миттєві значення падіння напруг  $u_L$  і  $u_C$  перебувають у протифазі, їхні діючі значення рівні між собою ( $U_L = U_C$ ) і набувають максимального значення (рис. 3.2, б). Векторна діаграма наведена на рис. 3.2, в.

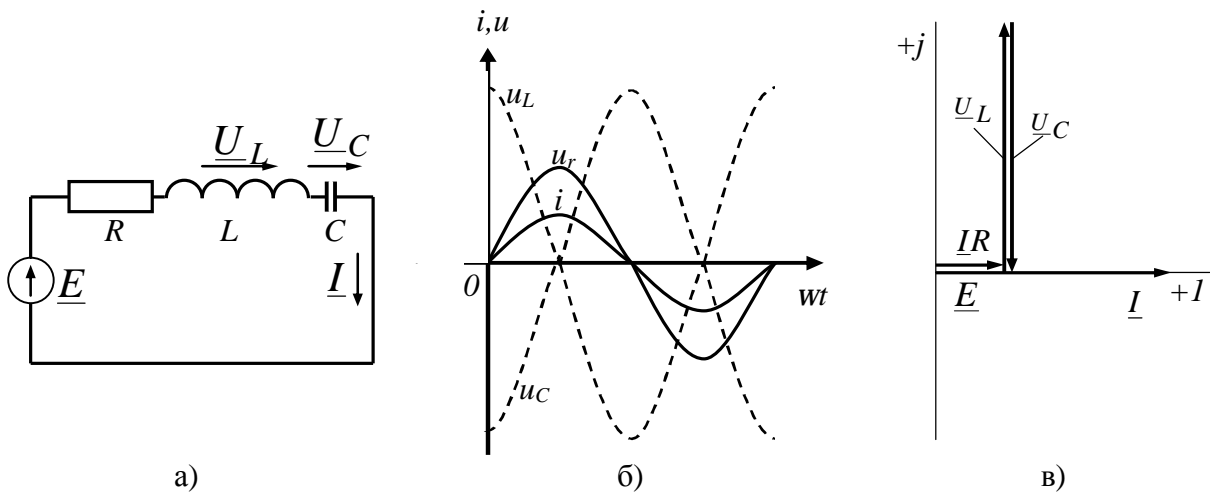


Рис. 3.2. Резонанс напруг: а – схема; б – графіки миттєвих значень струму та напруги на ділянках кола; в – векторна діаграма

#### Коло з паралельними вітками

Розгалужене коло, що складається з трьох віток, наведено на рис. 3.3. Таке коло може бути розраховане за допомогою методів, що застосовуються до кіл постійного струму.

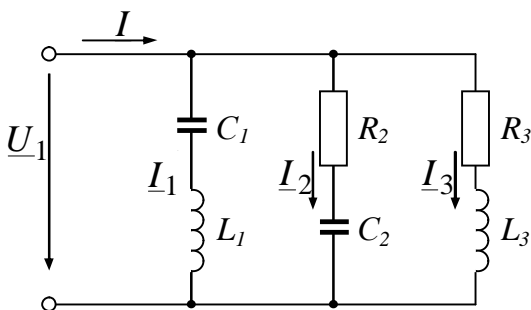


Рис. 3.3

Струм на нерозгалуженій ділянці кола визначається відповідно до першого закону Кірхгофа, що записаний для вузла у векторній формі:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3.$$

Цей струм можна визначити графічно за допомогою векторної діаграми як суму складових векторів струму, а також за допомогою комплексних

### 3. Однофазні електричні кола

чисел, тому що комплексний струм  $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ , тобто дорівнює сумі комплексних складових струмів.

Струми в окремих вітках електричного кола можуть бути визначені через комплексні опори або комплексні провідності відповідних віток:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \underline{U}_1 \frac{1}{\underline{Z}_1} = \underline{U}_1 \underline{Y}_1; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_2} = \underline{U}_1 \frac{1}{\underline{Z}_2} = \underline{U}_1 \underline{Y}_2; \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_3} = \underline{U}_1 \frac{1}{\underline{Z}_3} = \underline{U}_1 \underline{Y}_3,$$

де в загальному випадку  $\underline{Z}_1 = R_1 \pm jX_1$ ;  $\underline{Z}_2 = R_2 \pm jX_2$ ;  $\underline{Z}_3 = R_3 \pm jX_3$ .

При цьому струм у нерозгалуженій частині кола дорівнює добутку напруги  $\underline{U}_1$  на паралельній ділянці кола на суму комплексних провідностей паралельно ввімкнених опорів, тобто  $\underline{I}_1 = \underline{U}_1(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3)$ .

Опори окремих віток можуть носити активно-реактивний характер при наявності індуктивних  $X_L$  і ємнісних  $X_C$  опорів, тому в загальному випадку комплексні опори можуть бути визначені через активні  $G$  і реактивні  $B$  провідності:

$$\underline{Y}_1 = G_1 \pm jB_1; \quad \underline{Y}_2 = G_2 \pm jB_2; \quad \underline{Y}_3 = G_3 \pm jB_3.$$

Модулі повних провідностей віток

$$Y_1 = \sqrt{G_1^2 + B_1^2}; \quad Y_2 = \sqrt{G_2^2 + B_2^2}; \quad Y_3 = \sqrt{G_3^2 + B_3^2}.$$

Враховуючи це, повна провідність ділянки електричного кола з паралельним з'єднанням опорів

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = (G_1 + G_2 + G_3) \pm j(B_1 + B_2 + B_3) = \sum_{k=1}^n G_k \pm j \sum_{k=1}^n B_k,$$

де  $B_1 = (B_{L1} - B_{C1})$ ;  $B_2 = (B_{L2} - B_{C2})$ ;  $B_3 = (B_{L3} - B_{C3})$ ;  $\sum_{k=1}^n B_k = \left( \sum_{k=1}^n B_{Lk} - \sum_{k=1}^n B_{Ck} \right)$ .

При цьому активні й реактивні провідності:  $G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}$ ;  $G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2}$ ;

$$G_3 = \frac{R_3}{Z_3^2} \quad \text{і} \quad B_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1^2}; \quad B_2 = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2^2}; \quad B_3 = \frac{X_{L3} - X_{C3}}{Z_3^2}.$$

#### Резонанс струмів

При паралельному з'єднанні індуктивного і ємнісного опорів (рис. 3.4, а) в електричному колі можливий резонанс струмів (особли-

### 3. Однофазні електричні кола

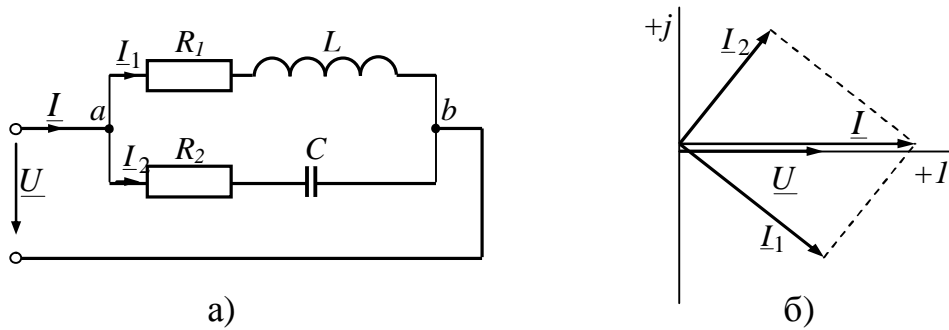


Рис. 3.4. Резонанс струмів: а – схема; б – векторна діаграма

вий стан електричного кола, при якому реактивна індуктивна провідність дорівнює реактивній ємнісній провідності, тобто  $B_L = B_C$ ).

Повна провідність електричного кола при резонансі струмів  $Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = G$  виявляється мінімальною, що дорівнює активній провідності кола.

Векторна діаграма струмів і напруги при резонансі струмів наведена на рис. 3.4, б. Коефіцієнт потужності в електричному колі  $\cos \varphi = G / Y = G / G = 1$  набуває максимального значення, а кут зсуву фаз між струмом і напругою  $\varphi = 0$ , тому при резонансі струмів напруга  $U$  і загальний струм  $I$  збігаються за фазою ( $\psi_i = \psi_u$ ).

За наявності в колі ідеальної котушки індуктивності з активним опором  $R_k = 0$  при резонансі енергія з живильної мережі не споживається.

Реактивна потужність кола

$$Q = Q_L - Q_C = U^2 B_L - U^2 B_C = U^2 (B_L - B_C) = 0.$$

#### Змішане з'єднання опорів

При змішаному з'єднанні опорів (рис. 3.5, а) електричне коло під час розрахунку приводиться до вигляду рис. 3.5, б. Повний опір  $Z_{12}$  ділянки кола 1 – 2 може бути визначений через її повну провідність

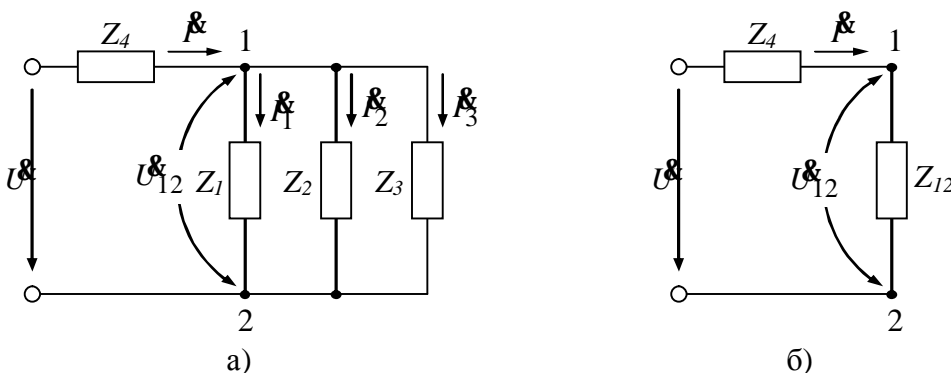


Рис. 3.5

### 3. Однофазні електричні кола

$Z_{12} = 1/Y_{12}$ . При цьому розрахунок електричного кола зі змішаним з'єднанням опорів зводиться до розрахунку найпростішого електричного кола з послідовним з'єднанням опорів.

Якщо при послідовному з'єднанні опорів векторна діаграма будується, починаючи з комплексного струму  $I$ , який є загальним для всіх опорів, то при паралельному і змішаному з'єднанні опорів векторну діаграму будують, починаючи з вектора напруги  $U_{12}$  на паралельній ділянці електричного кола.

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**3.1.** Фазовий зсув між напругою на індуктивній котушці й струмом  $i = 7 \sin(628t + 45^\circ)$  А дорівнює  $30^\circ$ , при цьому активна потужність  $P = 160$  Вт. Визначити повний, активний і реактивний опори котушки, її індуктивність, повну і реактивну потужності. Записати вирази для миттєвих значень напруги на котушці, на її активному й індуктивному опорах. Побудувати векторну діаграму.

**Розв'язок.** Діюче значення струму в колі  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} = 4,92$  А.

Діюче значення напруги на котушці  $U = \frac{P}{I \cos j} = \frac{160}{4,92 \cos 30^\circ} = 37,2$  В.

Опори котушки:

– повний  $Z = \frac{U}{I} = \frac{37,2}{4,92} = 7,5$  Ом;

– індуктивний  $X_L = Z \sin j = 7,5 \sin 30^\circ = 3,75$  Ом;

– активний  $R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} = z \cos j = 7,5 \cos 30^\circ = 6,5$  Ом.

Індуктивність котушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{3,75}{628} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 6 \text{ мГн.}$$

Потужності:

– повна  $S = UI = 37,2 \cdot 4,92 = 185$  ВА;

– реактивна  $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = UI \sin j = 37,2 \cdot 4,92 = 92,5$  вар.

Вирази для миттєвих значень напруг:

а) на котушці

$$u = U_m \sin(628t + \gamma_u) = 52,5 \sin(628t + 75^\circ) \text{ В,}$$

де  $U_m = U\sqrt{2} = 37,2 \cdot \sqrt{2} = 52,5$  В,  $\gamma_u = \gamma_i + j = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ ;

### 3. Однофазні електричні кола

б) на активному опорі котушки

$$u_a = U_{a.m} \sin(628t + 45^\circ) = 45,5 \sin(628t + 45^\circ) \text{ В,}$$

де  $U_{a.m} = U_a \sqrt{2} = I_m R = 7 \cdot 6,5 = 45,5 \text{ В;}$

в) на індуктивному опорі котушки

$$u_L = L \frac{di}{dt} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot 628 \cdot 7 \cos(628t + 45^\circ) = 26 \sin(628t + 135^\circ) \text{ В.}$$

Для побудови векторної діаграми визначаємо діючі значення

$$U_a = IR = 4,92 \cdot 6,5 = 32,2 \text{ В,} \quad U_L = IX_L = 4,92 \cdot 3,75 = 18,6 \text{ В}$$

і вибираємо масштаб за напругою і струмом. Потім по горизонталі відкладаємо додатний напрямок осі абсцис і будуємо під кутом  $\gamma_i = 45^\circ$  до неї вектор струму  $\underline{I}$  (рис. 3.6). У напрямку цього вектора відкладаємо в масштабі вектор напруги  $\underline{U}_a$ . Вектор напруги  $\underline{U}_L$  відкладаємо з кінця вектора  $\underline{U}_a$  під кутом  $90^\circ$  у бік випередження вектора струму  $\underline{I}$ . Складаючи ці вектори, одержимо в обраному масштабі вектор напруги  $\underline{U}$ , прикладеної до котушки.

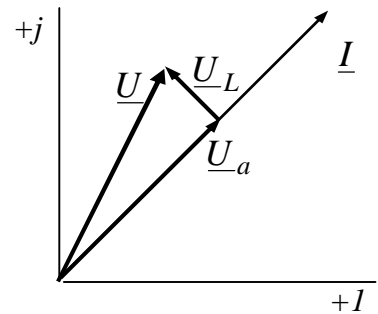


Рис. 3.6

**3.2.** До мережі змінного струму при напрузі 220 В і частоті 50 Гц підключений конденсатор з ємністю 20 мкФ. Визначити його реактивний опір  $X_C$ , струм  $I$ , реактивну потужність  $Q_C$ , максимальну енергію  $W_{Cm}$ , що накопичується в електричному полі конденсатора. Побудувати векторну діаграму для даного кола.

**Розв'язок.** Реактивний опір конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 160 \text{ Ом.}$$

Струм у колі конденсатора:  $I = U / X_C = 220 / 160 = 1,37 \text{ А.}$

Реактивна потужність кола:  $Q_C = UI = 220 \cdot 1,37 = 302 \text{ вар.}$

Максимальна енергія, що накопичується в електричному полі конденсатора:

$$W_{Cm} = CU^2 = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 220^2 = 968 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Векторна діаграма струму та напруги наведена на рис. 3.7.

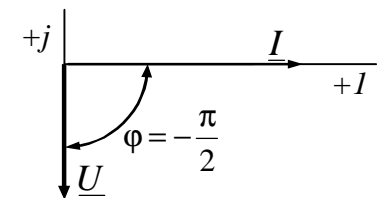


Рис. 3.7

**3.3.** Повний опір кола, що складається з послідовно з'єднаних резистора і конденсатора,  $Z = 320 \text{ Ом}$ , активна потужність кола дорівнює 17 Вт. Визначити опір резистора, ємність конденсатора, повну споживану потужність, діючі значення струму і вхідної напруги, якщо напруга на резисторі  $u_a = 60 \sin(2512t + 80^\circ) \text{ В}$ . Визначити активну й реактивну складові струму. Записати вирази для миттєвих значень струму і напруги в колі й напруги на кон-

### 3. Однофазні електричні кола

---

денсаторі.

*Розв'язок.* Діюче значення струму в колі

$$I = \frac{P}{U_a} = \frac{17}{42,5} = 0,4 \text{ A, де } U_a = \frac{U_{a.m}}{\sqrt{2}} = \frac{60}{\sqrt{2}} = 42,5 \text{ B.}$$

Діюче значення вхідної напруги

$$U_{\text{BX}} = IZ = 0,4 \cdot 320 = 128 \text{ B.}$$

Діюче значення напруги на конденсаторі

$$U_C = \sqrt{U_{\text{BX}}^2 - U_a^2} = \sqrt{128^2 - 42,5^2} = 116,5 \text{ B.}$$

Опір конденсатора

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{116,5}{0,4} = 290 \text{ Ом.}$$

Ємність конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2512 \cdot 290} = 1,37 \cdot 10^{-6} \text{ Ф.}$$

Активний опір резистора

$$R = \frac{U_a}{I} = \frac{P}{I^2} = \frac{17}{0,4^2} = 106 \text{ Ом.}$$

Повна потужність

$$S = U_{\text{BX}} I = 128 \cdot 0,4 = 51 \text{ ВА.}$$

Активна складова струму

$$I_a = I \cos j = I \frac{U_a}{U_{\text{BX}}} = 0,4 \cdot \frac{42,5}{128} = 0,133 \text{ A.}$$

Реактивна складова струму

$$I_p = I \sin j = I \frac{U_C}{U_{\text{BX}}} = 0,4 \cdot \frac{116,5}{128} = 0,365 \text{ A.}$$

Миттєве значення струму в колі

$$i = \frac{u_a}{R} = \frac{60}{106} \sin(2512t + 80^\circ) = 0,565 \sin(2512t + 80^\circ) \text{ A.}$$

Миттєві значення напруг:

– на вході кола

$$u_{\text{BX}} = U_{\text{BX}} \sqrt{2} \sin(2512t + 80^\circ - j),$$

$$\text{де } j = \arccos \frac{U_a}{U_{\text{BX}}} = \arccos \frac{P}{S} = \arccos \frac{17}{51} \approx 70^\circ,$$

тоді

$$u_{\text{BX}} = 180 \sin(2512t + 10^\circ) \text{ B;}$$

### 3. Однофазні електричні кола

– на конденсаторі

$$u_C = U_C \sqrt{2} \sin(2512t + 80^\circ - 90^\circ) = 164 \sin(2512t - 10^\circ) \text{ В.}$$

**3.4.** В електричному колі синусоїдального струму з напругою живлення  $U = 100 \text{ В}$  (рис. 3.8) можливі два з'єднання елементів: послідовне з'єднання резистора  $R$  з конденсатором  $C$ , що володіє опором  $X_C$  (суцільні лінії), і паралельне з'єднання резистора  $R'$  з конденсатором  $C'$ , що володіє опором  $X'_C$  (пунктирна лінія). Визначити струми  $I$  і  $I'$  для кожного із кіл і відношення  $K_I$  між цими струмами, якщо опори  $R = R' = 3 \text{ Ом}$ ;  $X_C = X'_C = 4 \text{ Ом}$ .

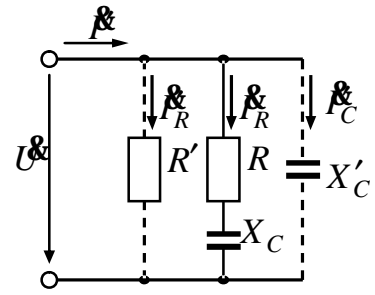


Рис. 3.8

**Розв'язок.** Комплексний опір послідовного кола (суцільні лінії):

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ Ом.}$$

Струм в послідовному колі:

$$I = U / Z = 100 / 5 = 20 \text{ А.}$$

Активна провідність першої вітки при паралельному з'єднанні (пунктирні лінії):

$$G' = 1 / R' = 1 / 3 \text{ См.}$$

Реактивна провідність другої вітки при паралельному з'єднанні:

$$B'_C = 1 / X_C = 1 / 4 \text{ См.}$$

Складові струму першої паралельної вітки:

– активна  $I'_a = I'_R = UG' = 100 \cdot 1/3 = 33,3 \text{ А}$ ,

– реактивна  $I'_p = I'_C = UB'_C = 100 \cdot 1/4 = 25 \text{ А}$ .

Струм в нерозгалуженій частині паралельного кола:

$$I' = \sqrt{(I'_a)^2 + (I'_p)^2} = \sqrt{33,3^2 + 25^2} = \sqrt{1099 + 625} = 41,5 \text{ А.}$$

Співвідношення між струмами при паралельному і послідовному з'єднанні опорів:  $K_I = I' / I = 41,5 / 20 = 2,07$ .

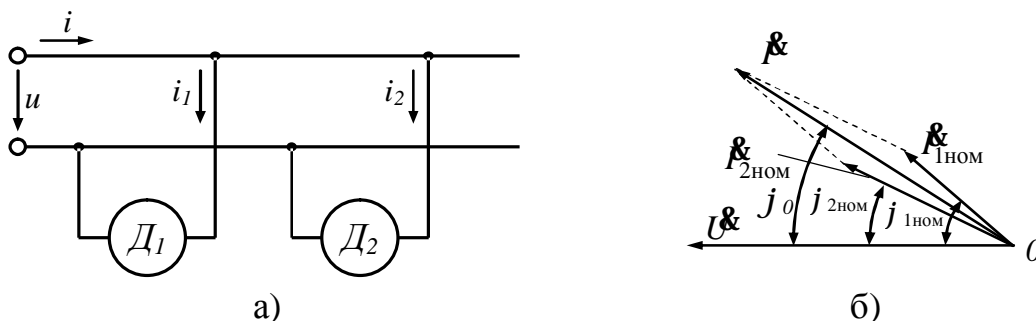


Рис. 3.9

### 3. Однофазні електричні кола

**3.5.** В електричне коло змінного струму ввімкнені два електродвигуни  $D_1$  і  $D_2$  (рис. 3.9, а). Визначити струм  $I$  в колі й загальний коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$ , побудувати векторну діаграму струмів  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}$  і напруги  $\underline{U}$ , якщо електродвигуни мають номінальні дані:  $P_{1\text{НОМ}} = 7,35$  кВт;  $U_{1\text{НОМ}} = U_{2\text{НОМ}} = 110$  В;  $\cos\varphi_{1\text{НОМ}} = 0,8$ ;  $\cos\varphi_{2\text{НОМ}} = 0,75$ ;  $P_{2\text{НОМ}} = 14,6$  кВт;  $\cos\varphi_{2\text{НОМ}} = 0,9$ .

**Розв'язок.** Потужність, що споживається електродвигунами при номінальному навантаженні:

$$P_{D1} = \frac{P_{1\text{НОМ}}}{\eta_{1\text{НОМ}}} = \frac{7,35 \cdot 10^3}{0,8} = 9200 \text{ Вт}; \quad P_{D2} = \frac{P_{2\text{НОМ}}}{\eta_{2\text{НОМ}}} = \frac{14,6 \cdot 10^3}{0,85} = 17318 \text{ Вт}.$$

Номінальні струми електродвигунів:

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{P_{D1}}{U_{1\text{НОМ}} \cdot \cos\varphi_{1\text{НОМ}}} = \frac{9200}{110 \cdot 0,75} = 111,52 \text{ А};$$
$$I_{2\text{НОМ}} = \frac{P_{D2}}{U_{2\text{НОМ}} \cdot \cos\varphi_{2\text{НОМ}}} = \frac{17318}{110 \cdot 0,9} = 174,85 \text{ А}.$$

Векторна діаграма для розглянутого кола наведена на рис. 3.9, б.

Загальний струм у колі знаходимо, виходячи із векторної діаграми:

$$I = \sqrt{I_{1\text{НОМ}}^2 + I_{2\text{НОМ}}^2 - 2I_{1\text{НОМ}}I_{2\text{НОМ}}\cos(\varphi_{1\text{НОМ}} - \varphi_{2\text{НОМ}})} =$$
$$\sqrt{111,52^2 + 174,85^2 - 2 \cdot 111,52 \cdot 174,85 \cdot \cos(41^\circ 20' - 25^\circ 50')} = 285 \text{ А}.$$

Знаходимо відповідні кути

$$\varphi_{1\text{НОМ}} = \arccos 0,75 = 41^\circ 21'; \quad \varphi_{2\text{НОМ}} = \arccos 0,9 = 25^\circ 50'.$$

Загальний коефіцієнт потужності кола

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_{D1} + P_{D2}}{U_{1\text{НОМ}}I} = \frac{9200 + 17318}{110 \cdot 285} = 0,845, \text{ звідки } \varphi_0 = 32^\circ 20'.$$

Аналогічний результат вийде, якщо  $\cos\varphi_0$  визначити через струми, а саме:

$$\cos\varphi_0 = \frac{I_{1\text{НОМ}} \cos\varphi_{1\text{НОМ}} + I_{2\text{НОМ}} \cos\varphi_{2\text{НОМ}}}{I} = \frac{111,52 \cdot 0,75 + 174,18 \cdot 0,9}{285} = 0,845.$$

**3.6.** Для електричного кола змінного струму (рис. 3.10, а) визначити покази амперметрів  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ , кути зсуву фаз  $\varphi$ ,  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  між відповідними струмами  $\underline{I}$ ,  $\underline{I}_1$  і  $\underline{I}_2$  і напругою  $\underline{U}$ , побудувати векторну діаграму струмів і напруги, якщо живильна напруга  $U = 120$  В, а активні й реактивні опори кола:  $R_1 = 2$  Ом;  $R_2 = 1$  Ом;  $X_L = 6$  Ом;  $X_C = 9,95$  Ом.

**Розв'язок.** Повні опори віток кола:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 6,23 \text{ Ом}; \quad Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{1^2 + 9,95^2} = 10 \text{ Ом}.$$

Кути зсуву фаз між струмами і напругою відповідних паралельних віток:



### 3. Однофазні електричні кола

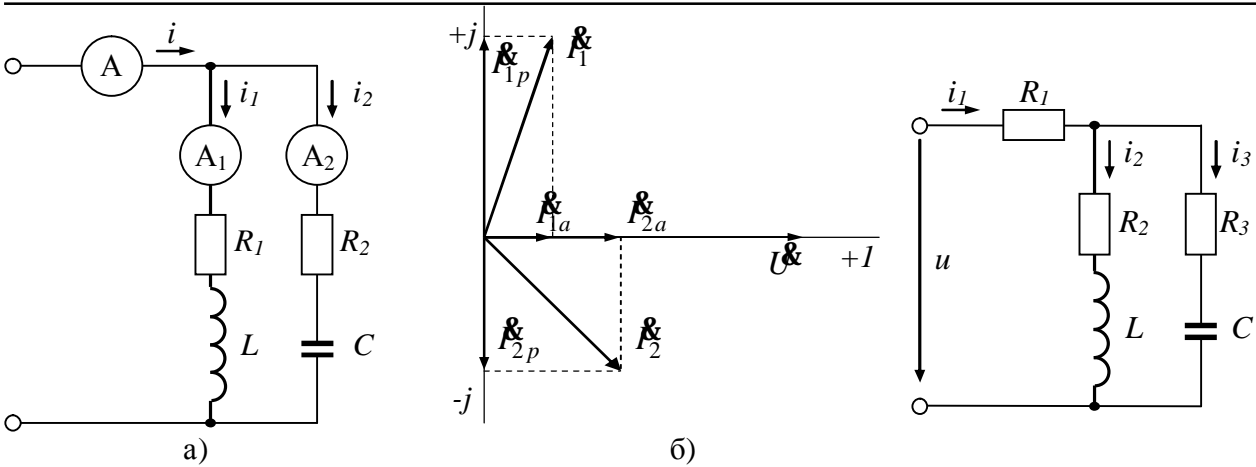


Рис. 3.10

Рис. 3.11

$$\cos j_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{2}{6,32} = 0,316; j_1 = 71^\circ 35'; \quad \cos j_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{1}{10} = 0,1; j_2 = -84^\circ 15'.$$

Покази амперметрів  $A_1$  і  $A_2$  в паралельних вітках:

$$I_1 = U / Z_1 = 120 / 6,32 = 19 \text{ A}; \quad I_2 = U / Z_2 = 120 / 10 = 12 \text{ A}.$$

Активні складові струмів у паралельних вітках:

$$I_{a1} = I_1 \cos j_1 = 19 \cdot 0,316 = 6,01 \text{ A}, \quad I_{a2} = I_2 \cos j_2 = 12 \cdot 0,1 = 1,2 \text{ A}.$$

Реактивні складові струмів у паралельних вітках:

$$I_{p1} = I_1 \sin j_1 = I_1 \frac{X_L}{Z_1} = 19 \frac{6}{6,32} = 18,01 \text{ A}; \quad I_{p2} = I_2 \sin j_2 = I_2 \frac{X_C}{Z_2} = 12 \frac{9,95}{10} = 11,93 \text{ A}.$$

Активні й реактивні складові загального струму:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = 6,01 + 1,2 = 7,21 \text{ A}; \quad I_p = I_{p1} - I_{p2} = 18,01 - 11,93 = 6,8 \text{ A}.$$

$$\text{Загальний струм у колі: } I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{7,21^2 + 6,08^2} = 9,43 \text{ A}.$$

Кут зсуву фаз між струмом  $I$  і прикладеною напругою  $U$ :

$$\cos j = I_a / I = 7,21 / 9,43 = 0,765 \text{ A}; \quad j = 40^\circ 10'.$$

Векторна діаграма струмів і напруги для даного електричного кола дана на рис. 3.10, б.

**3.7.** Визначити активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності електричного кола (рис. 3.11), якщо струми:  $I_1 = 5 \text{ A}$ ,  $I_2 = 3 \text{ A}$ ,  $I_3 = 4 \text{ A}$ , а активні й реактивні опори:  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_L = 8 \text{ Ом}$ ,  $X_C = 5,6 \text{ Ом}$ .

**Розв'язок.** Потужності кола:

– активна

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 5^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 6 + 4^2 \cdot 5 = 250 + 54 + 80 = 384 \text{ Вт};$$

– реактивна

$$Q = Q_L - Q_C = I_2^2 X_L - I_3^2 X_C = 3^2 \cdot 8 - 4^2 \cdot 5,6 = 72 - 89,6 = -17,6 \text{ вар};$$

### 3. Однофазні електричні кола

$$- \text{ повна } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{384^2 + (-17,6)^2} = 385 \text{ ВА.}$$

**3.8.** В електричному колі змінного струму напруга  $U$  і струм  $I$  змінюються в часі відповідно до законів  $u = 28,2 \sin(628t + 4\pi/9)$  В та  $i = 2,82 \sin(628t + 5\pi/18)$  А. Визначити активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $S$  потужності кола.

**Розв'язок.** Миттєве значення потужності кола:

$$p = ui = 28,2 \sin\left(628t + \frac{4p}{9}\right) \cdot 2,82 \sin\left(628t + \frac{5p}{18}\right) = 39,75 \left[ \cos\frac{p}{6} - \cos\left(1225t + \frac{13p}{18}\right) \right] \text{ Вт}$$

або для діючих значень струму і напруги:

$$p = \frac{28,2 \cdot 2,82}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \left[ \cos\frac{p}{6} - \cos\left(1225t + \frac{13p}{18}\right) \right] = 19,8 \cos\frac{p}{6} - 19,8 \cos\left(1225t + \frac{13p}{18}\right) \text{ Вт.}$$

Потужність кола:

$$- \text{ активна } P = 19,8 \cdot \cos\frac{p}{6} = 19,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,1 \text{ Вт};$$

$$- \text{ реактивна: } Q = 19,8 \cdot \sin\frac{p}{6} = 19,8 \cdot \frac{1}{2} = 9,9 \text{ вар};$$

$$- \text{ повна: } S = UI = 19,8 \text{ ВА.}$$

**3.9.** Визначити покази ватметра  $W$  в електричному колі змінного струму (рис. 3.12) при замкненому і розімкненому вимикачі  $B$ . Напруга джерела живлення  $U = 100$  В, активний і реактивний опір:  $R = X_L = X_C = 5$  Ом.

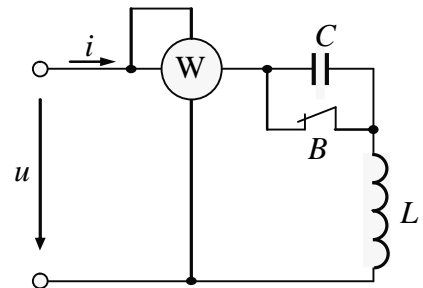


Рис. 3.12

**Розв'язок.** Повний опір електричного кола при розімкненому вимикачі  $B$

$$Z_p = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2} = \sqrt{5^2} = 5 \text{ Ом,}$$

тому що  $X_L = X_C$ , в колі має місце резонанс напруги.

Струм у колі при розімкненому вимикачі

$$I = \frac{U}{Z_p} = \frac{100}{5} = 20 \text{ А.}$$

Покази ватметра при розімкненому вимикачі

$$P = RI^2 = 5 \cdot 20^2 = 2000 \text{ Вт} = 2 \text{ кВт.}$$

Повний опір кола при замкненому вимикачі

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ Ом.}$$

Струм у колі при замкненому вимикачі

$$I = \frac{U}{Z_3} = \frac{100}{5\sqrt{2}} = 14,2 \text{ А.}$$

### 3. Однофазні електричні кола

*Покази ватметра при замкненому вимикачі*

$$P = RI^2 = 5 \cdot 14,2^2 = 1000 \text{ Вт} = 1 \text{ кВт.}$$

**3.10.** Для нерозгалуженого електричного кола змінного струму з котушкою індуктивності й конденсатором визначити частоту  $f$ , струм у колі, напруги на затискачах індуктивності  $U_L$  і на затискачах конденсатора  $U_C$  при резонансі напруги. Розрахувати ці саме значення при частоті  $f'$ , що дорівнює 0,8 від резонансної  $f$ , побудувати векторну діаграму струму  $I$  і напруг:  $U_K$ ;  $U_L$ ;  $U_C$ ;  $U$  при цій частоті, якщо індуктивність котушки 1,5 Гн, ємність конденсатора 42 мкФ, активний опір котушки 50 Ом, напруга, яка діє в мережі, 100 В.

**Розв'язок.** Резонансна частота кола

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{1,5 \cdot 42 \cdot 10^{-6}}} = 20 \text{ Гц.}$$

*При резонансі струм у колі*

$$I = U / R = 100 / 50 = 2 \text{ А.}$$

*Напруга на затискачах котушки при резонансі*

$$U_K = Z_K I = I \sqrt{R^2 + X_K^2} = I \sqrt{R^2 + (2\pi L)^2} = 2 \sqrt{50^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 1,5)^2} = 390 \text{ В;}$$

*Активна складова напруги  $U_{ак} = RI = 50 \cdot 2 = 100 \text{ В.}$*

*Реактивна складова напруги  $U_L = X_L I = 2\pi L I = 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 1,5 \cdot 2 = 378 \text{ В.}$*

*Напруга на конденсаторі  $U_C = I \frac{1}{\omega C} = 2 \frac{1}{6,28 \cdot 42 \cdot 10^{-6}} = 378 \text{ В.}$*

*Згідно з умовою значення зниженої частоти  $f' = 0,8f = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ Гц.}$*

*При зниженій частоті:*

– реактивний опір котушки індуктивності

$$X_L = \omega' L = 2\pi f' L = 6,28 \cdot 16 \cdot 1,5 = 150,72 \text{ Ом;}$$

– реактивний опір конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega' C} = \frac{1}{6,28 \cdot 16 \cdot 42 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{4220} = 237 \text{ Ом;}$$

– Комплексний опір котушки індуктивності

$$Z'_K = \sqrt{R^2 + (\omega' L)^2} = \sqrt{50^2 + (150,72)^2} = 162 \text{ Ом;}$$

– Комплексний опір кола

$$Z' = \sqrt{R^2 + \left( \omega' L - \frac{1}{\omega' C} \right)^2} = \sqrt{50^2 + (150,72 - 237)^2} \approx 100 \text{ Ом;}$$

– струм у колі  $I = U / Z' = 100 / 100 = 1 \text{ А;}$

– напруга на котушці  $U_K = Z'_K I = 162 \cdot 1 = 162 \text{ В;}$

### 3. Однофазні електричні кола

- напруга на конденсаторі  $U_C = X_C I = 237 \cdot 1 = 237 \text{ В}$ ;
- повна потужність кола  $S = UI = 100 \cdot 1 = 100 \text{ ВА}$ ;
- активна потужність кола  $P = RI^2 = 50 \cdot I^2 = 50 \text{ Вт}$ ;
- реактивна потужність кола

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 50^2} = 87 \text{ вар};$$

- коефіцієнт потужності установки

$$\cos \varphi = P / S = 50 / 100 = 0,5.$$

Векторна діаграма для розглянутого нерозгалуженого кола  $R$ ,  $L$  і  $C$  при частоті  $f = 16 \text{ Гц}$  наведена на рис. 3.13.

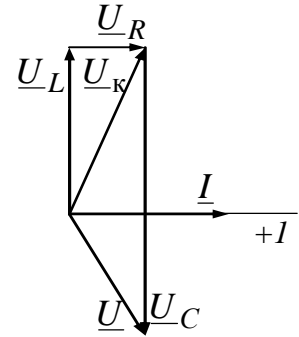


Рис. 3.13

**3.11.** До джерела змінного струму з частотою 1500 Гц і діючим значенням напруги 10 В підключена котушка, що має індуктивність 0,08 Гн та активний опір 400 Ом. Паралельно їй ввімкнений конденсатор змінної ємності. Визначити величину цієї ємності, достатньої для одержання в колі резонансу струму, повну провідність кола і паралельних ділянок, струми в них, активні й реактивну складові струму, повну потужність, якщо діюче значення струму в нерозгалуженій частині кола 50 мА. Побудувати векторну діаграму.

**Розв'язок.** Умовою резонансу струмів у колі (рис. 3.14) є рівність реактивних провідностей

$$B_L = B_C \text{ або } \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_C}{Z_2^2},$$

де  $Z_1 = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  – модуль повного опору вітки з котушкою індуктивності,

$X_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 1500 \cdot 0,08 = 750 \text{ Ом}$ ,  $Z_2 = \frac{1}{\omega C}$  модуль повного опору другої

вітки з конденсатором.

З урахуванням цього ємність конденсатора

$$C = \frac{X_L}{Z_1^2 \omega} = \frac{750}{(400^2 + 750^2) \cdot 2 \cdot 3,14} = 0,099 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \approx 0,1 \text{ мкФ}$$

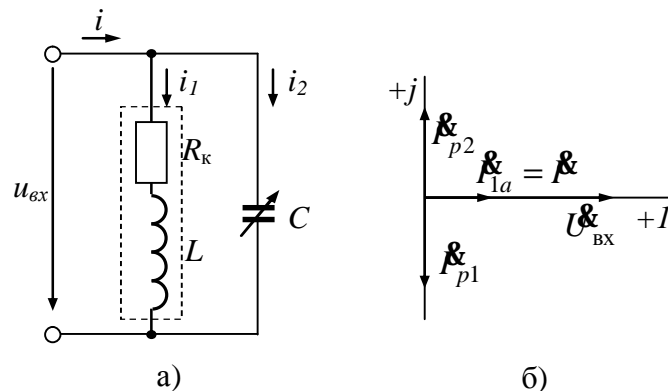


Рис. 3.14

### 3. Однофазні електричні кола

Повна провідність:

– вітки з індуктивністю

$$Y_1 = \sqrt{G_1^2 + B_1^2} = \sqrt{0,0005^2 + 0,000945^2} = 0,00106 \text{ См},$$

$$\text{де } G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{400}{400^2 + 750^2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ См}, \quad B_1 = B_L = \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{750}{400^2 + 750^2} = 9,45 \cdot 10^{-4} \text{ См};$$

– другої вітки з конденсатором

$$Y_2 = B_2 = B_C = -\omega C = -2 \cdot 3,14 \cdot 1500 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = -9,45 \cdot 10^{-4} \text{ См};$$

– кола

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_1 + B_2)^2},$$

$$G_1 + G_2 = G_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ См}, \quad B_1 + B_2 = 9,45 \cdot 10^{-4} + (-9,45 \cdot 10^{-4}) = 0.$$

$$Y = G_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ См}.$$

Діюче значення напруги на вході

$$U_{\text{вх}} = \frac{I}{Y} = \frac{0,05}{5 \cdot 10^{-4}} = 100 \text{ В}.$$

Струм у першій вітці

$$I_1 = U_{\text{вх}} Y_1 = 100 \cdot 1,06 \cdot 10^{-3} = 0,106 \text{ А}.$$

Струм у другій вітці

$$I_2 = U_{\text{вх}} Y_2 = 100 \cdot 0,945 \cdot 10^{-3} = 0,945 \text{ А}.$$

Активні й реактивна складові струму  $I_1$

$$I_a = U_{\text{вх}} G_1 = 100 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 0,05 \text{ А}, \quad I_p = U_{\text{вх}} B_1 = 100 \cdot 9,45 \cdot 10^{-4} = 0,0945 \text{ А}.$$

Струм  $I_2$  має тільки реактивну складову. При резонансі

$$I_{p2} = I_{p1} = 0,0945 \text{ А}.$$

При резонансі повна потужність кола  $S = P$ , тобто:

$$S = UI = 100 \cdot 0,05 = 5 \text{ ВА}.$$

Побудова векторної діаграми починається з вибору масштабу струмів. У горизонтальному напрямку відкладаємо вектор вхідної напруги  $\underline{U}_{\text{вх}}$  (рис. 3.14, б), у напрямку цього вектора відкладаємо струм  $\underline{I}_{a1}$ , під кутом  $90^\circ$  убік випередження вектора  $\underline{U}_{\text{вх}}$  відкладаємо вектор  $\underline{I}_{p2}$ , під кутом  $90^\circ$  убік відставання – вектор  $\underline{I}_{p1}$ . Складаючи ці вектори, у масштабі одержуємо вектор струму  $\underline{I}$  в нерозгалуженій частині кола. Фазовий зсув між струмом і напругою  $\mathbf{j} = 0$ .

### 3. Однофазні електричні кола

**3.12.** В електричному колі змінного струму (рис. 3.15) знайти розподіл струмів і покази вольметра  $V$  при замкненому і розімкненому вимикачі  $B$ . Опори резисторів:  $R_1 = R_2 = R_3 = X_L = 5$  Ом, прикладена напруга  $U = 100$  В. Задачу вирішити комплексним методом.

**Розв'язок.** Опори віток кола при замкненому вимикачі:

$$Z_1 = R_1 + R_3 = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}; \quad Z_2 = R_2 = 5 \text{ Ом}.$$

Струми у вітках:

$$I_1 = U / Z_1 = 100 / 10 = 10 \text{ А}; \quad I_2 = U / Z_2 = 100 / 5 = 20 \text{ А}.$$

Струм на нерозгалуженій ділянці кола відповідно до рівняння, складеного за першим законом Кірхгофа для вузлової точки кола

$$I = I_1 + I_2 = 10 + 20 = 30 \text{ А}.$$

Покази вольметра:  $U_3 = R_3 I_1 = 5 \cdot 10 = 50$  В.

Комплексні опори віток при розімкненому вимикачі:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + R_3 = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2 = R_2 + jX_L = (5 + j5) \text{ Ом}.$$

Струми у вітках при розімкненому вимикачі:

$$\underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U}{\underline{Z}_2} = \frac{100}{(5 + j5)} = \frac{100 \cdot (5 - j5)}{(5 + j5) \cdot (5 - j5)} = \frac{100 \cdot (5 - j5)}{5^2 + 5^2} = (10 - j10) \text{ А},$$

звідки  $I_2 = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1$  А.

Струм у нерозгалуженій ділянці кола:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 10 + (10 - j10) = (20 - j10) \text{ А}, \text{ звідки } I = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5} \text{ А}.$$

Відповідно до рівняння електричної рівноваги, складеного за другим законом Кірхгофа для нижнього замкненого контуру

$$R_3 \underline{I}_1 - jX_L \underline{I}_2 + \underline{U}_B = 0,$$

звідки  $\underline{U}_B = -R_3 \underline{I}_1 + jX_L \underline{I}_2 = -5 \cdot 10 + j5 \cdot (10 - j10) = j50$  В, тому  $U_B = 50$  В.

**3.13.** Визначити струми  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_3$  у вітках електричного кола змінного струму (рис. 3.16), якщо ЕРС джерел живлення  $e_1 = 60\sqrt{2} \cdot \sin \omega t$ ;  $E_2 = 60$  В; активний і реактивний опори:  $R_3 = 20$  Ом;  $X_1 = X_2 = 30$  Ом,  $X_3 = 20$  Ом. Задачу розв'язати використовуючи закони Кірхгофа.

**Розв'язок.** Амплітудне й діюче значення ЕРС джерела живлення  $E_1$

$$E_{1m} = 60\sqrt{2} \text{ В}; \quad E_1 = E_{1m} / \sqrt{2} = 60\sqrt{2} / \sqrt{2} = 60 \text{ В}.$$

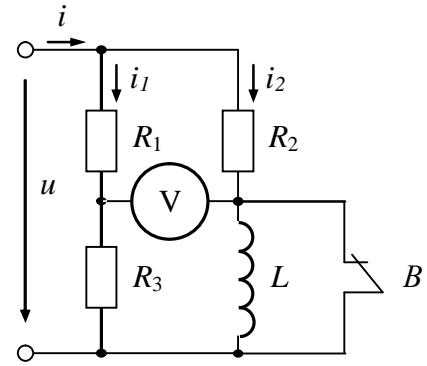


Рис. 3.15.

### 3. Однофазні електричні кола

Запишемо вирази для ЕРС джерел живлення у комплексній формі:

$$\underline{E}_1 = 60 \cdot \cos 0^\circ + j \cdot 60 \cdot \sin 0^\circ = 60 \text{ В}, \quad \underline{E}_2 = 60 \text{ В}.$$

Відповідно до прийнятих на схемі рис. 3.16 позитивних напрямів струмів складаємо за першим законом Кірхгофа одне рівняння (у схемі два вузла), а за другим законом Кірхгофа – два рівняння. При цьому маємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 - \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 \\ \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = -\underline{E}_2 \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_3, \end{cases}$$

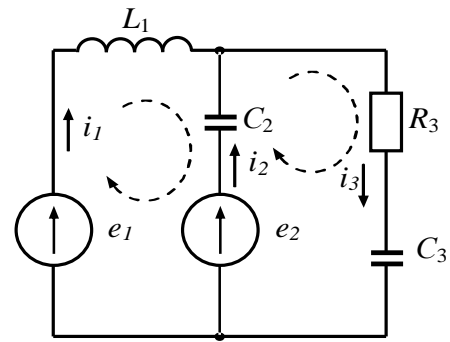


Рис. 3.16.

де  $\underline{Z}_1 = jX_1$ ;  $\underline{Z}_2 = -jX_2$ ;  $\underline{Z}_3 = R_3 - jX_3$  – Комплексні опори відповідної вітки електричного кола (рис. 3.16);

або

$$\begin{cases} \underline{I}_1 \cdot 30 \cdot j - \underline{I}_2 \cdot 30 \cdot j = 60 - 60 \\ \underline{I}_3 \cdot (20 - 20j) + \underline{I}_2 \cdot (-30j) = 60 \\ \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_3. \end{cases}$$

У результаті розв'язку отриманих рівнянь визначають струми у вітках:

$$\underline{I}_1 = 2j = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = -j2 = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ А}; \quad \underline{I}_3 = 0.$$

**3.14.** В електричне коло змінного струму з частотою живильної напруги  $f = 50$  Гц увімкнена котушка індуктивності, що має активний опір  $R = 4$  Ом і індуктивний опір  $X_L = 3$  Ом. Визначити повний опір  $Z$  котушки, струм  $I$  в колі, а також кут зсуву фаз  $\varphi$  між струмом і напругою  $\underline{U} = 110e^{j52^\circ}$ . Записати комплексні опори й провідності кола в алгебраїчній і показовій формах запису.

**Розв'язок.** Опори котушки індуктивності:

– комплексний  $\underline{Z} = R + jX_L = (4 + j3)$  Ом;

– повний  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$  Ом.

Кут зсуву фаз між струмом і напругою

$$\operatorname{tg} j = X_L / R = 3 / 4 = 0,75, \text{ звідки } j \cong 37^\circ.$$

Комплексний опір котушки в показовій формі запису  $\underline{Z} = ze^{jj} = 5e^{j37^\circ}$  Ом.

Комплексний струм у колі в показовій формі запису

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z} = \frac{110e^{j52^\circ}}{5e^{j37^\circ}} = 22e^{j15^\circ} \text{ А}.$$

Комплексний струм у колі в алгебраїчній формі запису

$$\underline{I} = I \cos 15^\circ + jI \sin 15^\circ = (22 \cdot 0,965 + j22 \cdot 0,258) = (21,2 + j5,68) \text{ А}.$$

Струм у колі  $I = U / Z = 110 / 5 = 22$  А.

### 3. Однофазні електричні кола

---

Провідність кола:

$$\text{– комплексна } \underline{Y} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X_L}{Z^2} = \frac{4}{5^2} - j \frac{3}{5^2} = (0,16 - j0,12) \text{ См};$$

$$\text{– повна } Y = \sqrt{0,16^2 + 0,12^2} = 0,2 \text{ См.}$$

Комплексна провідність кола в показовій формі запису

$$\underline{Y} = 1/\underline{Z} = 0,2e^{-j37^\circ} \text{ См.}$$

Струм у колі в показовій формі запису

$$\underline{I} = \underline{U}\underline{Y} = 110e^{j52^\circ} \cdot 0,2e^{-j37^\circ} = 22e^{-j15^\circ} \text{ А.}$$

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**3.1.** По резистору опором 20 В проходить струм  $i = 0,75 \sin \omega t$  мА. Визначити потужність, амплітудне і діюче значення спадання напруги на резисторі, записати вираз миттєвого значення цієї напруги і побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**3.2.** У коло змінного струму ввімкнений резистор. Діючі значення струму і напруги на ньому 350 мА і 42 В. Визначити опір резистора, потужність, що виділилася на ньому, а також амплітудне значення струму.

**3.3.** До резистора опором 1,5 кОм прикладена напруга. Записати вираз для миттєвого значення струму, обчислити його амплітудні й діючі значення, потужність, якщо  $u = 120 \sin(\omega t - \pi/6)$  В. Побудувати векторну діаграму.

**3.4.** У колі змінного струму через резистор проходить струм  $i = 28,4 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$  А, при цьому діюче значення спадання напруги на ньому складає 28,4 В. Визначити опір резистора і потужність, що виділилася на ньому. Записати вираз миттєвого значення напруги і побудувати криві зміни струму й напруги, якщо частота зміни сигналу 100 Гц.

**3.5.** Діючі значення струму і напруги на резисторі 125 мА і 250 В. Частота зміни сигналу 400 Гц, початкова фаза струму  $-\pi/6$ . Записати вирази для миттєвих значень струму, напруги і потужності, побудувати криві зміни цих величин у часі. Визначити опір резистора і потужність, що виділилася на ньому.

**3.6.** На резисторі опором 3,2 В, ввімкненому в коло змінного струму, виділяється потужність 20 Вт. Визначити діючі й амплітудні



### 3. Однофазні електричні кола

величини струму і напруги.

**3.7.** Через резистор опором  $51 \text{ В}$  проходить струм з діючим значенням  $0,5 \text{ мА}$ . Його початкова фаза дорівнює нулю. Записати вираз миттєвого значення напруги і потужності. Побудувати векторну діаграму.

**3.8.** Діюче значення змінної напруги, що виміряне на резисторі опором  $1,2 \text{ кОм}$ , складає  $820 \text{ мВ}$ . Початкова фаза  $\psi_u = \frac{\pi}{6}$ , частота  $150 \text{ Гц}$ . Обчислити амплітудне й діюче значення струму в резисторі, записати вираз для його миттєвого значення. Накреслити криві зміни струму і напруги, побудувати векторну діаграму.

**3.9.** Миттєве значення струму, що проходить по колу з активним опором,  $i = 2,7 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ А}$ , при цьому напруга змінюється за законом  $u = 50 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ В}$ . Знайти опір і споживану потужність кола, а також діючі значення струму й напруги.

**3.10.** У коло змінного струму послідовно ввімкнені два резистори. Струм змінюється за законом  $i = 0,2 \sin(628t - \pi/4) \text{ А}$ . Споживана ними потужність  $2,7 \text{ Вт}$ , причому на першому резисторі вона складає  $\frac{2}{3}$  усієї потужності. Визначити опори резисторів, записати закон зміни напруги на кожному з них. Побудувати векторну діаграму і визначити період сигналу.

**3.11.** Два паралельно з'єднаних резистори опором  $100 \text{ В}$  і  $20 \text{ В}$  підключені до джерела змінного струму. Струм у нерозгалуженій частині кола  $i = 3,4 \sin(\omega t - \pi/4) \text{ А}$ . Обчислити діючі значення всіх струмів і вхідної напруги, повну споживану потужність. Записати вирази для миттєвих значень струмів у паралельних вітках.

**3.12.** Діюче значення спадання напруги на опорі  $R_1$  (рис. 3.17) при проходженні по ньому струму  $i = 8,6 \sin(\omega t + \pi/8) \text{ А}$  складає  $49 \text{ В}$  при  $U_{\text{вх}} = 93 \text{ В}$ . Відношення опорів  $R_3 / R_2 = 4$ . Визначити опір кожного резистора, еквівалентний опір усього кола, повну споживану потужність. Записати вирази для миттєвих значень усіх струмів і напруг.

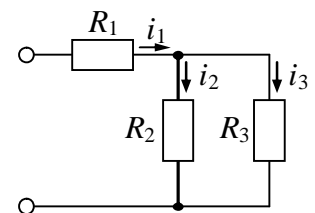


Рис. 3.17

**3.13.** В електричному колі схеми (рис. 3.17) з вхідною напругою  $110 \text{ В}$  по резистору  $R_2$  проходить струм  $800 \text{ мА}$ . Опір паралельної ділянки кола  $140 \text{ В}$ . Відомо, що  $I_2 = 0,8I_1$ , а його початкова фаза

### 3. Однофазні електричні кола

---

$\psi_u = -\pi/3$ . Визначити діючі й амплітудні значення всіх струмів, потужність на кожній ділянці кола, повну споживану потужність. Записати вирази для миттєвих значень напруги і струму і побудувати векторну діаграму.

**3.14.** Повна потужність, споживана навантаженням, з'єднаним за схемою рис. 3.17, складає 0,4 кВт при напрузі 200 В. Потужність, споживана на паралельній ділянці,  $P = 0,16$  кВт, причому 25 % цієї потужності виділяється на резисторі  $R_3$ . Визначити діючі значення струмів і напруг на всіх ділянках кола й опору цих ділянок.

**3.15.** Опори резисторів у схемі (рис. 3.17)  $R_1 = 720$  В,  $R_2 = 800$  В,  $R_3 = 1200$  В. Вхідна напруга  $u_{\text{вх}} = 73 \sin(\omega t + \pi/4)$  В. Визначити діючі значення струмів у вітках і записати вирази їхніх миттєвих значень. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг. Визначити також повну потужність кола.

**3.16.** На резисторі опором 15 В миттєве значення напруги  $u = 120 \sin(314t - \psi_u)$  В. Записати вираз для миттєвого значення струму і обчислити його амплітудне та діюче значення. Як зміниться струм у резисторі, якщо: а) частоту сигналу збільшити вдвічі; б) збільшити період у два рази; в) зменшити діюче значення напруги в три рази?

**3.17.** Визначити індуктивний опір котушки з індуктивністю 0,4 мГн, що ввімкнена в коло змінного струму з частотою  $f = 50$  Гц.

**3.18.** До котушки індуктивності прикладена напруга змінного струму частотою 100 Гц і діючим значенням 50 В при максимальному значенні струму 2 мА. Визначити індуктивність котушки (активним опором котушки знехтувати).

**3.19.** До котушки з індуктивністю 0,2 Гн прикладена напруга 36 В. Обчислити діюче значення струму в котушці й записати закон його зміни, якщо частота сигналу 150 Гц і початкова фаза напруги 0.

**3.20.** Через котушку індуктивності опором 1,2 В проходить змінний струм частотою 800 Гц і амплітудним значенням 450 мА. Обчислити індуктивність котушки, діюче значення напруги на ній, а також повну споживану потужність. Записати вираз для миттєвого значення напруги на котушці.

**3.21.** Через котушку індуктивністю 150 мГн проходить струм  $i = 0,1 \sin 500\pi t$  мА. Записати вираз для миттєвого значення ЕРС самоіндукції, знайти її амплітудне значення і побудувати векторну діаграму.

**3.22.** Діючі значення змінної напруги і струму з частотою 25 Гц

### 3. Однофазні електричні кола

у котушці індуктивності 36,5 В та 1,25 мА відповідно. Визначити індуктивність котушки, записати вирази для миттєвих значень напруги й струму, побудувати графіки зміни цих значень у часі.

**3.23.** До котушки індуктивності прикладена напруга  $u = 0,3 \sin 314t$  В. В момент часу  $t = T/2$  миттєве значення струму дорівнює 0,5 мА. Записати вираз для миттєвого значення струму, побудувати графіки зміни цих величин у часі, визначити значення індуктивності й реактивну потужність.

**3.24.** До котушки індуктивності опором 94 Ом прикладене діюче значення напруги 127 В с частотою 150 Гц. Початкова фаза струму  $\psi_i = -\pi/4$ . Записати вирази миттєвих значень напруги і струму, побудувати ці залежності у функції часу, визначити реактивну потужність і побудувати векторну діаграму за умови, що котушка має малий активний опір.

**3.25.** Напруга, що змінюється за законом  $u = 13 \sin (126t + \pi/2)$  В, прикладена до котушки з індуктивністю 0,5 Гн (активним опором котушки знехтувати). Визначити діюче значення струму в котушці, період, повну споживану потужність. Записати вираз для миттєвого значення струму і побудувати графіки зміни струму й напруги.

**3.26.** По котушці, індуктивність якої 0,02 Гн, проходить струм, що змінюється за законом  $i = 0,03 \sin 1570t$  мА. Визначити діючі значення ЕРС, повну споживану потужність. Побудувати векторну діаграму і записати закон зміни  $u$  і  $e_L$  у часі.

**3.27.** Через котушку індуктивності проходить струм  $i = 1,5 \sin 1256t$  мА. Визначити індуктивність котушки, її опір, реактивну потужність і максимальне значення ЕРС самоіндукції, якщо в момент часу  $t = \frac{2}{3}T$  значення наведеної ЕРС становило 28 В.

**3.28.** Дві котушки з індуктивностями 150 мкГн і 350 мкГн, з'єднані паралельно, ввімкнені в коло змінного струму. У нерозгалуженій частині кола струм змінюється за законом  $i = 6,1 \sin 3140t$  мА. Визначити амплітудні та діючі значення спадання напруги на затискачах котушок, записати закон зміни ЕРС самоіндукції і визначити реактивну потужність кожної котушки.

**3.29.** По двох котушках, з'єднаних послідовно, проходить струм  $i = 3,5 \sin 251t$  мА. Діюче значення напруги на вході цього кола 140 В. Визначити індуктивність котушок, їхній опір і максимальні значення ЕРС, наведеної в кожній котушці, якщо  $U_1 = 0,75U_2$ .

**3.30.** До котушки, індуктивність якої  $0,01$  Гн та опір  $15$  Ом, прикладена синусоїдальна напруга частотою  $300$  Гц і з діючим значенням  $82$  В. Визначити діюче значення струму в колі й записати закон його зміни в часі, якщо початкова фаза напруги  $\psi_u = 0$ .

**3.31.** По котушці з індуктивністю  $200$  мГн та опором  $85$  Ом проходить змінний струм  $i = 1,7 \sin 628t$  мА. Визначити амплітудне, діюче значення і записати вираз миттєвого значення напруги на котушці.

**3.32.** Миттєві значення струму і напруги на котушці індуктивності  $i = 0,17 \sin 628t$  мА та  $u = 27 \sin(628t + \pi/3)$  В. Визначити активний опір котушки, її індуктивність і значення напруг  $U_R$  і  $U_L$ . Побудувати векторну діаграму.

**3.33.** Повний опір котушки  $8$  В, її індуктивність  $300$  мкГн. Діюче значення спадання напруги на ній складає  $4,8$  В при частоті  $2500$  Гц. Визначити кут зсуву фаз між напругою і струмом, побудувати векторну діаграму і визначити повну, активну й реактивну потужності.

**3.34.** Амплітудне значення напруги, прикладеної до котушки  $52$  В, її активний опір  $63$  Ом. Фазовий зсув між напругою і струмом  $40^\circ$ . Визначити індуктивність котушки, спадання напруги на її активному й індуктивному опорах і побудувати векторну діаграму, за умови, що початкова фаза напруги  $30^\circ$ , частота  $100$  Гц.

**3.35.** Індуктивний та активний опори котушки складають відповідно  $12$  і  $5$  Ом. Діюче значення прикладеної до неї напруги  $110$  В. Побудувати векторну діаграму і трикутник потужностей.

**3.36.** Діюче значення змінного струму з частотою  $450$  Гц, що проходить по котушці,  $1,2$  мА. Активний опір котушки  $20$  Ом. Визначити індуктивність котушки, повну, активну і реактивну потужності, якщо спадання напруги на індуктивному опорі котушки в п'ять разів більше від напруги на її активному опорі. Побудувати векторну діаграму і трикутник потужностей.

**3.37.** Діючі значення напруг на активному й індуктивному опорах котушки дорівнюють відповідно  $90$  і  $120$  В, її активна потужність  $13,5$  Вт. Визначити її повну й реактивну потужності, фазовий зсув між напругою і струмом. Побудувати трикутники опорів і потужностей.

**3.38.** Миттєве значення струму, що проходить по котушці,  $i = 54,5 \sin 314t$  мА, діюче значення напруги  $54,4$  В, при цьому реактивна потужність котушки  $48$  вар. Визначити повний, активний і реактивний опори котушки, активну й повну потужності, побудувати трикутник опорів. Записати вирази для миттєвих значень напруги на

### 3. Однофазні електричні кола

---

котушці, її активному й індуктивному опорі.

**3.39.** Для котушки з активним опором  $2,4 \text{ В}$  та індуктивністю  $500 \text{ мкГн}$  відомі значення повної й активної потужності:  $73 \text{ ВА}$  і  $46 \text{ Вт}$ . Визначити реактивну потужність котушки, частоту змінного струму і кут зсуву фаз між напругою і струмом. Побудувати векторну діаграму.

**3.40.** Активна і реактивна потужності котушки з активним опором  $150 \text{ Ом}$  складають  $13,5 \text{ Вт}$  і  $22,5 \text{ вар}$ . Визначити індуктивний і повний опори котушки, повну споживану потужність, побудувати трикутники опорів і потужностей. Записати вирази миттєвих значень струму і напруги в котушці, якщо  $\psi_i = 0$ .

**3.41.** Діюче значення спадання напруги на котушці індуктивності  $36 \text{ В}$  при частоті  $200 \text{ Гц}$ . Спадання напруги на індуктивному опорі  $10 \text{ В}$ , активна потужність  $5 \text{ Вт}$ . Визначити повний, активний та індуктивний опори котушки, її індуктивність, повну й реактивну потужність, коефіцієнт потужності, побудувати векторну діаграму.

**3.42.** Напруга, прикладена до котушки індуктивності,  $u = 210 \sin(5024t - 30^\circ) \text{ В}$ , струм  $i = 12 \sin(5024t - 5^\circ) \text{ мА}$ . Визначити повний, активний і реактивний опори котушки, її індуктивність, побудувати трикутник опорів і векторну діаграму.

**3.43.** Миттєве значення напруги на котушці  $u = 210 \sin(5024t - 30^\circ) \text{ В}$ . Відношення  $X_L / R_k = 4,1$ , повна споживана потужність  $100 \text{ ВА}$ . Визначити повний, активний, реактивний опори котушки, її індуктивність, активну й реактивну потужності. Записати вирази для миттєвих значень струму і наведеної ЕРС. Побудувати векторну діаграму.

**3.44.** До котушки з індуктивністю  $50 \text{ мГн}$  прикладена напруга змінного струму з частотою  $300 \text{ Гц}$ , зсунута за фазою щодо струму на кут  $60^\circ$ . Повна потужність кола  $64,5 \text{ ВА}$ . Визначити повний, активний і реактивний опори котушки, коефіцієнт потужності. Записати вирази миттєвих значень струму і напруги, якщо  $\psi_i = -\pi/3$ . Побудувати трикутник потужностей і векторну діаграму.

**3.45.** Змінний струм  $i = 5 \sin(321t + 30^\circ) \text{ мА}$  проходить по котушці з активним опором  $0,8 \text{ В}$  та індуктивністю  $0,0063 \text{ Гн}$ . Визначити повну, активну й реактивну потужності, коефіцієнт потужності. Записати вирази миттєвих значень напруги на котушці й наведеної ЕРС. Побудувати векторну діаграму.

**3.46.** Діючі значення струму і напруги в котушці з індуктивністю

### 3. Однофазні електричні кола

500 мкГн складають 120 мА і 2 В. Визначити повний, активний і реактивний опори котушки і частоту сигналу, якщо коефіцієнт потужності кола 0,64 і діюче значення наведеної ЕРС 1,5 В. Побудувати трикутник опорів, потужностей і векторну діаграму. Записати вирази для миттєвих значень струму, напруги і наведеної ЕРС, якщо  $\psi_i = 20^\circ$ .

**3.47.** До котушки з індуктивністю 0,006 Гн прикладена напруга  $u = 140 \sin(4082t + 15^\circ)$  В, при цьому амплітудне значення напруги на індуктивному опорі 90 В. Визначити повний і активний опори котушки, коефіцієнт потужності. Записати вираз миттєвого значення струму. Побудувати трикутник потужностей і векторну діаграму.

**3.48.** При проходженні по котушці з індуктивним опором 1335 В струму 0,2 мА на ній виникає ЕРС самоіндукції з амплітудним значенням 267 В. Визначити повний та активний опори котушки, повну, активну і реактивну потужності, якщо  $\cos \varphi = 0,7$ , а частота 850 Гц. Побудувати векторну діаграму, якщо початкова фаза  $\psi_u = -60^\circ$ .

**3.49.** По котушці індуктивності проходить змінний струм з діючим значенням 18 мА, з частотою 40 Гц, при цьому повна потужність 546 ВА, а реактивна 285 вар. Визначити параметри котушки ( $R_K$ ,  $X_L$ ,  $L$ ,  $Z_K$ ), коефіцієнт потужності, побудувати трикутники опорів і потужностей.

**3.50.** Котушка індуктивності ввімкнена послідовно з резистором опором 100 Ом. Частота змінного струму, що проходить по колу, 50 Гц. Діючі значення спадання напруги на резисторі й котушці 10 В та 4 В відповідно. Активна потужність кола 12 Вт. Визначити активний опір котушки, її індуктивність, коефіцієнт потужності. Побудувати трикутник напруг.

**3.51.** Активна потужність котушки з індуктивністю 6,25 мГн, підключеної до джерела змінного струму з частотою 250 Гц, дорівнює 600 Вт. Діюче значення активної складової напруги 50,4 В. Обчислити діючі значення струму й напруги, прикладеної до котушки, повний, активний і реактивний опори котушки, повну і реактивну потужності. Побудувати векторну діаграму.

**3.52.** До джерела змінного струму з частотою 25 Гц підключена індуктивна котушка. Діюче значення струму, який протікає через котушку 7 мА, активна потужність 166,6 Вт, спадання напруги на індуктивному опорі котушки 54 В. Знайти повний та активний опори котушки, її індуктивність, діюче значення прикладеної напруги, по-

### 3. Однофазні електричні кола

---

будувати трикутник потужностей і векторну діаграму.

**3.53.** Реактивна і повна потужності, споживані індуктивним навантаженням, 103,5 вар і 108,5 ВА. Визначити діючі значення струму і прикладеної до входу напруги, коефіцієнт потужності й споживану активну потужність, якщо  $U_L = 57,6$  В. Побудувати векторну діаграму.

**3.54.** Для визначення параметрів котушки її підключили до джерела постійного струму напругою 36 В, при цьому струм дорівнює 14,4 мА. Потім котушку підключили до джерела змінного струму з частотою 600 Гц і діючим значенням напруги 60 В. При цьому діюче значення струму досягло 8,7 мА. Визначити повний, активний і реактивний опори котушки та її індуктивність.

**3.55.** Котушку з індуктивністю 242 мГн підключають до джерела постійного струму з напругою 120 В, при цьому струм становить 480 мА. Потім котушку підключають до джерела змінного струму з діючими значеннями вхідної напруги й струму 120 В та 150 мА. Визначити повний та активний опори котушки, повну, активну і реактивну потужності й частоту джерела змінного струму. Побудувати векторну діаграму.

**3.56.** Дві котушки з'єднані послідовно й підключені до джерела постійного струму напругою 27 В, при цьому струм у колі становить 135 мА. Потім коло підключають до джерела змінного струму з частотою 150 Гц і діючими значеннями напруги та струму 220 В та 490 мА. Визначити індуктивність і активний опір другої котушки, якщо  $L_1 = 0,3$  Гн і  $R_1 = 160$  Ом. Побудувати векторну діаграму.

**3.57.** Котушка з активним опором 2,8 В та індуктивністю 0,01 Гн приєднана до джерела змінного струму з періодом 0,02 с, при цьому амплітудне значення струму в котушці 7,5 мА. Визначити струм у котушці, якщо її підключити до джерела постійного струму тієї самої напруги. Визначити повну, активну і реактивну потужності котушки, побудувати трикутник опорів. Визначити також потужність, споживану котушкою від джерела постійного струму.

**3.58.** До джерела змінного струму по черзі підключають дві котушки індуктивності. Для однієї котушки повна й активна потужності 1000 ВА і 320 Вт; діюче значення струму 4 мА. Для другої котушки 250 ВА, 150 Вт і 1 мА. Ці котушки з'єднали послідовно і підключили до того самого джерела. Визначити діюче значення прикладеної напруги і струму в колі, повну, активну і реактивну потужності, побудувати трикутник опорів. Для кожного з трьох зазначених кіл визна-

### 3. Однофазні електричні кола

---

чити фазовий зсув між відповідним значенням напруги й струму та коефіцієнти потужності.

**3.59.** До джерела змінного струму з діючим значенням вихідної напруги 36 В та частотою, що змінюється, підключена котушка з індуктивністю 46 мГн і активним опором 24 В. Визначити діюче й амплітудне значення струму в котушці, повну, активну і реактивну потужності при таких значеннях частот: 0; 50; 100; 200; 500 Гц.

**3.60.** Активна потужність, споживана індуктивною котушкою від джерела змінного струму з діючим значенням напруги 240 В та періодом 0,0025 с, є постійною і дорівнює 1,2 кВт. Визначити значення повної і реактивної потужностей та діюче значення струму котушки для змінних коефіцієнтів потужності: 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,0. Побудувати залежності цих величин від  $\cos \varphi$ .

**3.61.** Котушка з індуктивністю  $L$  та активним опором  $R$  підключена до джерела змінного струму з частотою  $f$ . Як зміниться струм, що проходить через котушку, якщо її підключити до джерела постійного струму?

**3.62.** Для однофазного нерозгалуженого електричного кола змінного струму визначити спадання напруги на індуктивному опорі  $x_L$ ; напругу, прикладену до кола; активну, реактивну і повну потужності та коефіцієнт потужності  $\cos \varphi$  кола, якщо активний і реактивний опори  $R = X_L = 3$  Ом, а спадання напруги на активному опорі  $\Delta U_R = 60$  В.

**3.63.** У нерозгалужене електричне коло змінного струму з напругою 110 В при частоті 50 Гц увімкнена котушка з індуктивністю 9 мГн й активним опором 4 В. Визначити індуктивний опір котушки, спадання напруги на опорах  $\Delta U_R$  і  $\Delta U_L$ , активну і реактивну складові струму, а також енергію  $W$ , споживану колом за час  $t = 50$  с.

**3.64.** Конденсатор підключений до джерела змінного струму з частотою 50 Гц і амплітудним значенням напруги 450 В. Діюче значення струму в конденсаторі 2,5 мА. Визначити ємність конденсатора.

**3.65.** Через конденсатор ємністю 0,1 мкФ проходить струм, діюче значення якого 50 мА. Частота джерела 500 Гц. Обчислити діюче й амплітудне значення напруги на конденсаторі та його опір. Побудувати векторну діаграму.

**3.66.** До конденсатора ємністю 15 мкФ прикладена напруга змінного струму з частотою 200 Гц і діючим значенням 36 В. Визна-



### 3. Однофазні електричні кола

---

чити опір конденсатора і діюче значення струму. Записати вираз для миттєвого значення струму, якщо  $P = 0$ .

**3.67.** Діюче значення струму через конденсатор ємністю 7200 пФ складає 150 мА. При цьому амплітудне значення напруги 120 В. Визначити період змінного струму.

**3.68.** Миттєве значення напруги на конденсаторі  $u = 180 \sin 628t$  В, діюче значення струму 1 мА. Визначити ємність конденсатора, записати вираз для миттєвого значення струму і накреслити криві струму та напруги для одного періоду.

**3.69.** Миттєве значення напруги на конденсаторі ємністю 2,5 мкФ складає  $u = 180 \sin(628t + 15^\circ)$  В. Знайти діюче значення струму в конденсаторі й записати закон його зміни.

**3.70.** Діюче значення напруги, прикладеної до конденсатора, 60 В, миттєве значення струму  $i = 3,54 \sin(3140t + 40^\circ)$  мА. Обчислити опір та ємність конденсатора і записати вираз для миттєвого значення напруги. Побудувати векторну діаграму.

**3.71.** Струм  $i = 6,4 \sin(6280t - 10^\circ)$  мА проходить через конденсатор опором 108 Ом. Знайти ємність конденсатора, діюче значення напруги, реактивну потужність. Записати вираз для миттєвого значення напруги на конденсаторі. Зобразити криві зміни струму, напруги, потужності.

**3.72.** Миттєві значення струму і напруги в конденсаторі  $i = 0,72 \sin(2198t + 50^\circ)$  мА та  $u = 340 \sin(2198t - 40^\circ)$  В. Визначити ємність і опір конденсатора, повну споживану потужність і період сигналу.

**3.73.** Два послідовно з'єднаних конденсатори ємністю 2 мкФ і 1 мкФ підключені до джерела з частотою 100 Гц та діючою напругою 105 В. Обчислити діючі значення струму в колі й напругу на кожному з конденсаторів.

**3.74.** До джерела змінного струму з частотою 1400 Гц і амплітудним значенням напруги 12 В підключені два послідовно з'єднаних конденсатори  $C_1$  і  $C_2$ . Діюче значення струму 520 мА. Знайти значення  $C_1$  і  $C_2$ , діючі значення напруги на кожному з них, реактивну потужність, якщо  $C_1/C_2 = 3$ .

**3.75.** До двох послідовно ввімкнених конденсаторів  $C_1$  і  $C_2$  підведено змінну напругу з діючим значенням 300 В. Визначити ємність конденсатора  $C_1$ , якщо ємність  $C_2 = 1,5$  мкФ. Діюче значення напруги на конденсаторі  $C_1$  і струм у колі відповідно дорівнюють 144 В та

### 3. Однофазні електричні кола

---

1,25 мА. Визначити реактивну потужність.

**3.76.** Два конденсатори з'єднані послідовно і підключені до джерела змінного струму з частотою 2600 Гц. Повний опір кола 82,2 Ом, амплітудне значення спадання напруги на кожному з конденсаторів 35 і 59 В. Знайти ємність кожного конденсатора, ємність усього кола, діюче значення струму і реактивну потужність. Записати вирази миттєвого значення струму і напруги кола, якщо  $\psi_i = \pi/6$ . Побудувати графіки зміни струму, напруги й потужності.

**3.77.** Два конденсатори з'єднані паралельно і підключені до джерела змінного струму з частотою 50 Гц і діючим значенням напруги 106 В. У нерозгалуженій частині кола струм дорівнює 15 мА. Обчислити діючі значення струмів у вітках і ємність кожного конденсатора, якщо  $C_2 = 2C_1$ , а також реактивну потужність кожного конденсатора і всього кола.

**3.78.** Два конденсатори ємністю 10 мкФ і 24 мкФ з'єднані паралельно і підключені до джерела змінного струму з частотою 150 Гц. Амплітудне значення струму, який проходить через конденсатор  $C_1$ , дорівнює 18 мА. Знайти діючі значення прикладеної напруги, струм в нерозгалуженій частині кола, струм який проходить через конденсатор  $C_2$  і повну споживану потужність. Побудувати векторну діаграму.

**3.79.** Повний опір кола, що складається з 3-х паралельно з'єднаних конденсаторів, 114 Ом. Миттєве значення струму в нерозгалуженій частині кола  $i = 1,2 \sin(2198t + 30^\circ)$  мА, ємність 2,5 мкФ. Обчислити діючі значення вхідної напруги і струмів у вітках, повну споживану потужність. Записати вираз миттєвого значення напруги.

**3.80.** Для паралельно з'єднаних конденсаторів  $C_1$  і  $C_2$  відомі миттєві значення напруги на їх затискачах і струму в нерозгалуженій частині кола:  $u = 480 \sin(722t - 25^\circ)$  В та  $i = 21 \sin(722t + 65^\circ)$  мА. Діюче значення струму в конденсаторі з більшою ємністю складає 80 % діючого значення струму в нерозгалуженій частині кола. Визначити ємність конденсаторів і повну споживану потужність. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**3.81.** Конденсатор  $C_1$  ємністю 0,72 мкФ з'єднаний послідовно з конденсаторами  $C_2$  і  $C_3$ , з'єднаними між собою паралельно. Напряга на вході всього кола  $u = 464 \sin(924t - 60^\circ)$  В, амплітудне значення струму у вітці з  $C_1$  складає 0,75 мА. Реактивна потужність конденсатора  $C_2$  дорівнює 16,2 вар. Обчислити ємності конденсаторів  $C_2$  і  $C_3$ , діючі значення струмів, що проходять через них, повну споживану

### 3. Однофазні електричні кола

---

колом потужність. Побудувати векторну діаграму.

**3.82.** Конденсатор ємністю  $C$  підключений до джерела змінного струму. Як зміниться струм у конденсаторі, якщо частоту: а) збільшити в три рази; б) зменшити в два рази; в) якщо конденсатор підключити до джерела постійного струму тієї ж напруги?

**3.83.** Конденсатор з ємністю  $C$  підключений до джерела змінного струму. Як зміниться струм у конденсаторі, якщо: а) ввімкнути паралельно до нього конденсатор тієї самої ємності; б) ввімкнути послідовно з ним конденсатор тієї самої ємності?

**3.84.** Визначити реактивний опір конденсатора з ємністю  $2 \text{ мкФ}$ , що ввімкнений в коло змінного струму, при частоті живильної напруги  $20 \text{ Гц}$ .

**3.85.** Побудувати графік залежності реактивного опору конденсатора з ємністю  $2 \text{ мкФ}$ , що ввімкнений у коло змінного струму, від частоти  $f$  змінного струму в межах від  $0$  до  $100 \text{ Гц}$ .

**3.86.** Конденсатор і послідовно ввімкнений з ним резистор підключені до джерела змінного струму з частотою  $250 \text{ Гц}$ . Діючі значення струму і напруги дорівнюють відповідно  $800 \text{ мА}$  і  $36 \text{ В}$ . Реактивна потужність кола  $18,5 \text{ вар}$ . Визначити опір резистора, ємність конденсатора, повну й активну потужності кола. Побудувати векторну діаграму.

**3.87.** Діюче значення струму, що проходить через конденсатор і послідовно з'єднаний з ним резистор  $4,5 \text{ мА}$ . Повний опір кола  $3 \text{ Ом}$ . Обчислити опір резистора, ємність конденсатора, повну, активну і реактивну потужності, діюче значення напруги на вході кола, якщо  $U_R = 5 \text{ В}$ , а частота джерела  $1500 \text{ Гц}$ . Побудувати трикутник потужностей і векторну діаграму.

**3.88.** Резистор і конденсатор з'єднані послідовно й підключені до джерела змінного струму з періодом  $0,01 \text{ с}$ . Діючі значення спадання напруги на резисторі й конденсаторі дорівнюють  $12$  і  $35 \text{ В}$ , при цьому  $Q = -42 \text{ вар}$ . Знайти діючі значення струму і напруги в колі, повну й активну потужності, повний, активний, реактивний опір, ємність конденсатора. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**3.89.** Миттєві значення напруги і струму в колі, що складається з конденсатора і послідовно ввімкненого резистора,  $u = 420 \sin 314t \text{ В}$  та  $i = 7 \sin(314t + 63^\circ) \text{ мА}$ . Обчислити повний і реактивний опори кола, опір резистора, повну споживану потужність, діючі значення напруг на резисторі й конденсаторі. Побудувати криві зміни струму, вхідної напруги і повної потужності.

### 3. Однофазні електричні кола

---

**3.90.** Струм  $i = 17 \sin(1256t - 15^\circ)$  А проходить через конденсатор і послідовно ввімкнений з ним резистор. Фазовий зсув між напругою на вході й струмом  $35^\circ$ , споживана активна потужність кола 504 Вт. Обчислити діючі значення струму і напруги в колі, опори резистора, ємність конденсатора, повну і реактивну потужності кола. Записати закон зміни вхідної напруги, напруг на конденсаторі й резисторі. Побудувати векторну діаграму.

**3.91.** Напруга  $u = 154 \sin(157t + 30^\circ)$  В прикладена на вході приймача, що складається з послідовно ввімкнених резистора і конденсатора. При цьому амплітудне значення струму 2,8 мА. Визначити опір резистора, повний опір приймача, ємність конденсатора, повну, активну і реактивну потужності, якщо  $U_C = 90$  В; записати вирази миттєвих значень струму і напруги на конденсаторі. Побудувати векторну діаграму.

**3.92.** Послідовно з'єднані резистор і конденсатор підключені до джерела змінного струму, і в колі протікає струм  $i = 0,4 \sin 8792t$  А, при цьому  $u_R = 180 \sin 8792t$  В. Знайти діюче значення вхідної напруги, повний опір кола, опір резистора, повну, активну й реактивну потужності, за умови, що  $C = 0,18$  мкФ,  $\psi_u = 0$ . Записати вирази для миттєвих значень вхідної напруги і напруги на конденсаторі. Побудувати векторну діаграму.

**3.93.** До джерела змінного струму з частотою 400 Гц підключене коло, що складається з резистора і паралельно ввімкненого конденсатора ємністю 1,65 мкФ. Діючі значення струму, що споживається колом та конденсатором становлять відповідно 10 мА та 0,92 мА. Обчислити діючі значення вхідної напруги і струму в резисторі, його опір, споживану повну, активну і реактивну потужності, коефіцієнт потужності. Побудувати векторну діаграму.

**3.94.** До джерела змінного струму підключений резистор  $R$  з послідовно ввімкненим конденсатором  $C$ . Як зміниться струм у колі, якщо: а) послідовно підключається котушка індуктивністю  $L$ ; б) закорочується конденсатор  $C$ ? Як при цьому змінюється фазовий зсув між струмом і напругою?

**3.95.** В нерозгалужене електричне коло змінного струму ввімкнені резистор і конденсатор. Знайти повний опір кола, прикладену до нього напругу, а також напругу на резисторі й конденсаторі, побудувати векторну діаграму напруги й струму і трикутник опорів, якщо відомо, що миттєве значення прикладеної до кола напруги

### 3. Однофазні електричні кола

$u = 141 \sin \omega t$  В, величини активного і ємнісного опорів:  $R = 3$  Ом ;  $X_C = 4$  Ом.

**3.96.** У нерозгалужене електричне коло змінного струму з опорами  $R = 3$  Ом і  $X_C = 4$  Ом ввімкнений ватметр, який показує 1,2 кВт. Визначити струм, повний опір кола, коефіцієнт потужності й прикладену до кола напругу  $U$ , побудувати векторну діаграму струму та напруги. Накреслити схему електричного кола.

**3.97.** До електричного кола з послідовно з'єднаними резистором опором 6,5 Ом, котушкою з індуктивністю 20 мГн і конденсатора ємністю 30 мкФ підведено напругу змінного струму з частотою 150 Гц і діючим значенням напруги 30 В. Обчислити повний опір кола, діюче значення струму, повну споживану потужність, коефіцієнт потужності. Побудувати трикутник опорів.

**3.98.** Котушка з індуктивним опором 140 Ом, конденсатор з ємнісним опором 80 Ом з'єднані послідовно і підключені до джерела змінного струму з діючим значенням напруги 25 В та частотою 1 кГц. Амплітудне значення струму в колі 282 мА. Визначити повний опір споживача, активний опір котушки, повну, активну й реактивну потужності, побудувати трикутник потужностей. Записати вирази миттєвих значень струму і вхідної напруги кола, якщо  $\psi_i = \pi / 2$ .

**3.99.** В електричному колі, що складається з послідовно ввімкнених конденсатора  $X_C = 265$  Ом, котушки індуктивності з індуктивним опором  $X_L = 157$  Ом, активним опором  $R = 92$  Ом проходить струм  $i = 0,4 \sin(314t - 20^\circ)$  мА. Знайти повний опір кола, діюче значення вхідної напруги, повну споживану потужність, коефіцієнт потужності. Записати вираз для миттєвого значення вхідної напруги. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**3.100.** Для послідовно з'єднаних котушки і конденсатора задані значення вхідної напруги і струму в колі  $u = 168 \sin(3140t - 15^\circ)$  В та  $i = 0,4 \sin(314t - 20^\circ)$  А. Активна потужність споживача 18 Вт. Визначити індуктивність котушки, її активний опір, ємність конденсатора, якщо  $X_L / X_C = 3$ . Визначити повну і реактивну потужності кола. Побудувати векторну діаграму.

**3.101.** Для послідовно з'єднаних резистора, індуктивної котушки ( $R_k = 0$ ) і конденсатора відомі діючі значення трьох напруг з чотирьох:

$$1) U_R = 4 \text{ В}, U_L = 4 \text{ В}, U_C = 1,6 \text{ В}, U_{\text{вх}} = ? \text{ В};$$

### 3. Однофазні електричні кола

---

$$2) U_R = 3 \text{ В}, U_L = 1 \text{ В}, U_C = ? \text{ В}, U_{\text{вх}} = 5 \text{ В};$$

$$3) U_R = 6 \text{ В}, U_L = ? \text{ В}, U_C = 16 \text{ В}, U_{\text{вх}} = 8 \text{ В};$$

$$4) U_R = ? \text{ В}, U_L = 14 \text{ В}, U_C = 15 \text{ В}, U_{\text{вх}} = 27 \text{ В}.$$

Обчислити для кожного варіанта діюче значення невідомої напруги, коефіцієнт потужності та фазовий зсув між напругою і струмом. Для кожного випадку побудувати векторну діаграму.

**3.102.** До джерела змінного струму з частотою  $f$  і напругою  $U$  підключене навантаження, що складається з послідовно ввімкнених  $R$ ,  $L$  і  $C$ . Як зміниться струм у колі, якщо: а) частоту джерела збільшити в два рази; б) зменшити в п'ять разів; в) підключити навантаження до джерела постійного струму?

**3.103.** Послідовно з'єднані конденсатор та індуктивна котушка підключені до джерела змінного струму з частотою 50 Гц і діючим значенням напруги 220 В. Визначити повний опір кола, індуктивність котушки та її активний опір, ємність конденсатора, якщо при діючому значенні струму в колі 0,26 мА спадання напруги 208 В, а  $Q_C = 20,3$  вар. Побудувати трикутник потужностей і векторну діаграму.

**3.104.** Повна потужність, споживана навантаженням, що складається з послідовно ввімкнених елементів  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , складає 915 ВА. Діючі значення спадання напруг на цих елементах дорівнюють відповідно 150; 180; 470 В при частоті 840 Гц. Обчислити діючі значення струму і вхідної напруги; повний, активний і реактивний опір кола; ємність та індуктивність навантаження; коефіцієнт потужності. Побудувати векторну діаграму.

**3.105.** Повний опір споживача, що складається з послідовно з'єднаних індуктивної котушки і конденсатора, 250 В, активна потужність кола 100 Вт, коефіцієнт потужності 0,342. Визначити повну і реактивну потужності, активний опір котушки та її індуктивність, ємність конденсатора, якщо миттєве значення напруги на конденсаторі  $u = 40,6 \sin(9420t - 20^\circ)$  В. Записати вирази для миттєвих значень напруг на індуктивній котушці, вхідної напруги і струму споживача.

**3.106.** Котушка з індуктивністю 65 мГн й активним опором 16 Ом послідовно з'єднана з конденсатором змінної ємності. Діюче значення напруги на вході 100 В при частоті 100 Гц. Обчислити величину ємності конденсатора, необхідну для одержання резонансу напруги, і діюче значення струму в колі, а також повну, активну і реактивну потужності кола.

### 3. Однофазні електричні кола

---

**3.107.** По колу, що складається з послідовно з'єднаних резистора опором 80 В, конденсатора ємністю 5,5 мкФ і котушки з первинною індуктивністю 0,04 Гн, проходить струм  $i = 360 \sin 2512t$  А. Знайти індуктивність котушки, необхідну для одержання резонансу напруги в цьому колі при незмінній частоті джерела, і діюче значення струму. Побудувати векторні діаграми: а) при первинному значенні  $L$ ; б) при значенні  $L$ , необхідному для резонансного режиму кола.

**3.108.** Діюче значення напруги із змінною частотою, на вході навантаження, що складається з послідовно ввімкнених резистора опором 125 В, котушки з індуктивністю 0,02 Гн і конденсатора ємністю 0,564 мкФ, становить 60 В. Обчислити частоту резонансу, діючі значення струму, спадання напруг на резисторі, індуктивній котушці і конденсаторі.

**3.109.** До вхідних затискачів навантаження, що складається з послідовно з'єднаних котушки з індуктивністю 0,1 Гн, конденсатора ємністю 17,6 мкФ і резистора, прикладена напруга з амплітудним значенням 24,2 В. Знайти резонансну частоту, діюче значення струму, опір резистора і діючі значення напруг на котушці і конденсаторі, якщо повна споживана колом потужність при резонансі 73 Вт. Побудувати векторну діаграму.

**3.110.** До джерела змінного струму з діючим значенням напруги 50 В підключено паралельно з'єднані котушка з індуктивним опором 8 В та резистор опором 40 Ом. Обчислити діючі значення струмів в обох вітках і в нерозгалуженій частині кола, а також повну, активну і реактивну провідності й потужності кола, коефіцієнт потужності. Побудувати векторну діаграму.

**3.111.** За умовою попередньої задачі визначити ємність конденсатора, що вмикається паралельно цим двом віткам, для збільшення коефіцієнта потужності кола до 0,9 при незмінній активній потужності й частоті сигналу 150 Гц. Визначити провідність кожної вітки і повну провідність усього кола.

**3.112.** Паралельно з'єднані резистор опором 24 Ом, котушка з індуктивністю 15,5 мГн і конденсатор ємністю 15,5 мкФ підключені до джерела з амплітудним значенням напруги 70 В та частотою 400 Гц. Обчислити діючі значення струмів у всіх вітках, повну, активну і реактивну потужності всього кола, коефіцієнт потужності, активну і реактивну складові струму. Побудувати векторну діаграму.

**3.113.** Повний опір котушки з індуктивністю 4,2 мГн складає 10 Ом. Котушка підключена до джерела змінного струму з частотою 2500 Гц і діючим значенням напруги 150 В. Знайти ємність конденса-

### 3. Однофазні електричні кола

тора, що вмикається паралельно котушці, для одержання в колі резонансу струмів, діючі значення струмів у всіх вітках, повну споживану при цьому потужність, коефіцієнт потужності. Побудувати векторну діаграму.

**3.114.** Котушка з індуктивністю 120 мГн і конденсатор ємністю 25 мкФ з'єднані паралельно і підключені до джерела змінного струму з діючим значенням напруги 75 В. Знайти резонансну частоту і діючі значення струмів у всіх вітках.

**3.115.** У нерозгалуженому  $RLC$  колі виконується умова  $X_L > X_C$ . Побудувати в загальному вигляді векторну діаграму. Як вона зміниться, якщо закортити: а) котушку індуктивності, б) резистор  $R$ .

**3.116.** Нерозгалужене  $RLC$  коло працює в режимі резонансу напруги. Чи зміниться режим роботи кола, якщо: а) збільшити частоту джерела в два рази; б) зменшити частоту джерела в два рази; в) послідовно в коло ввімкнути додатковий резистор; г) збільшити напругу живлення в два рази?

**3.117.** Котушка з індуктивністю  $L$  і активним опором  $R$  з'єднані послідовно з конденсатором ємності  $C$ , і це коло підключене до джерела змінного струму. При деякій частоті в колі настає резонанс напруг. Чи дорівнюють одна одній напруги на конденсаторі й котушці?

**3.118.** У послідовне  $RLC$  коло увімкнений амперметр. Що покаже прилад, якщо при зміні частоти живлення в колі настає резонанс? Як зміняться покази амперметра при закортчуванні: а)  $R$ ; б)  $C$ ; в)  $L$ ; г) збільшенні опору  $R$  у 2 рази? Як зміниться при цьому споживана потужність?

**3.119.** Струм і напруга в колі описуються рівняннями  $i = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$  мА,  $u = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  В. Побудувати векторну діаграму в загальному вигляді й накреслити еквівалентну схему кола.

**3.120.** Струм і напруга в колі описуються рівняннями  $i = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$  А та  $u = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  В. Визначити кут зсуву фаз між напругою і струмом, вказати характер опору кола (активний, ємнісний, індуктивний).

**3.121.** У нерозгалуженому колі  $RLC$  створюється резонанс напруги. Як зміняться коефіцієнт потужності та фазовий зсув між напругою і струмом, якщо: а) до конденсатора кола паралельно підключити конденсатор такої самої ємності; б) збільшити опір  $R$  кола в три



### 3. Однофазні електричні кола

---

рази; в) послідовно в коло ввімкнути ще котушку індуктивністю  $L$ ; г) паралельно індуктивності кола підключити котушку тієї самої індуктивності? Для кожного із зазначених режимів роботи кола побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**3.122.** Побудувати в загальному вигляді векторні діаграми струмів і напруг для паралельних з'єднань: а) резистора і котушки індуктивності; б) резистора і конденсатора з послідовно з'єднаним резистором; в) котушки індуктивності й конденсатора  $C$ .

**3.123.** Ідеальна котушка індуктивності ( $R = 0$ ) і конденсатор  $C$  з'єднані паралельно і підключені до джерела змінного струму. При деякій частоті джерела живлення в колі настає резонанс струмів. Чому дорівнює струм у нерозгалуженій частині кола? Як визначити момент резонансу?

**3.124.** Визначити повний опір, струм і живильну напругу, побудувати векторну діаграму напруги, трикутники опорів і потужності для нерозгалуженого електричного кола змінного струму з активним і реактивним опорами  $R = 10$  Ом;  $X_L = 25$  Ом;  $X_C = 15$  Ом, якщо миттєве значення прикладеної до кола напруги  $u = 310 \sin \omega t$  В.

**3.125.** Для нерозгалуженого електричного кола змінного струму, що містить активний і реактивний опори  $R = 4$  Ом;  $X_L = 12$  Ом;  $X_C = 15$  Ом, визначити повний опір кола і струм, якщо прикладена до кола напруга 110 В. Побудувати векторну діаграму напруги і струму.

**3.126.** В електричне коло змінного струму ввімкнені послідовно котушка з індуктивністю 158 мГн і активним опором  $R_1 = 8$  Ом, конденсатор з ємністю 65 мкФ і резистор з опором  $R_2 = 3$  Ом. Чи можна ввімкнути таке коло під напругу 66 В при частоті 50 Гц, якщо номінальна напруга котушки 120 В? Побудувати векторну діаграму струму і напруги.

**3.127.** Визначити струм, напругу, активну потужність, реактивну і повну потужності нерозгалуженого електричного кола змінного струму, що містить активний і реактивний опір:  $R = 4$  Ом;  $X_L = 7$  Ом;  $X_C = 10$  Ом. Миттєве значення прикладеної напруги  $u = 310 \sin \omega t$  В. Побудувати трикутник потужностей.

**3.128.** У мережу змінного струму ввімкнені послідовно котушка з активним опором 10 Ом та індуктивністю 133 мГн і конденсатор з ємністю 159 мФ. Визначити струм  $I$  в колі, напругу на котушці й конденсаторі при напрузі живильної мережі 120 В, побудувати векторну діаграму струму і напруги.

### 3. Однофазні електричні кола

**3.129.** Нерозгалужене електричне коло змінного струму знаходиться під напругою 84,6 В і містить активний та індуктивний опори  $R = X_L = 3$  Ом. Визначити повний опір, струм, повну, активну і реактивну потужності кола.

**3.130.** Визначити повний, активний і реактивний опори електричного кола змінного струму, а також характер навантаження кола, якщо її комплексний опір  $\underline{Z} = 4e^{-j30^\circ}$  Ом.

**3.131.** У розгалужене електричне коло змінного струму ввімкнені освітлювальне навантаження з активним опором  $R_1$ , котушка індуктивності з індуктивним опором  $X_L$  і активним опором  $R_2$  і конденсатор з ємнісним опором  $X_C$  (рис. 3.18). Визначити напругу джерела живлення і струми  $I_2$  і  $I_3$  у вітках, якщо загальний струм у колі  $I_1 = 5$  мА, активні і реактивні опори кола:  $R_1 = 44$  Ом;  $R_2 = 7$  Ом;  $R_3 = 15$  Ом;  $X_L = 24$  Ом;  $X_C = 20$  Ом.

**3.132.** Визначити покази амперметра мА, що ввімкнений в електричне коло змінного струму рис. 3.19 при розімкненому ( $I$ ) і замкненому ( $I'$ ) вимикачі  $B$  у резонансному контурі. Напруга джерела живлення 100 В, активні й реактивні опори:  $R = X_L = X_C = 5$  В.

**3.133.** У розгалуженому електричному колі змінного струму (рис. 3.20) має місце резонанс струмів, при цьому покази амперметрів  $A_1$  і  $A_2$  відповідно дорівнюють:  $I_1 = 10$  мА;  $I_2 = 4$  мА. Визначити ємнісний опір  $X_2$  ідеального конденсатора ( $R_C = 0$ ), якщо індуктивний опір котушки  $X_1 = 10$  В.

**3.134.** Визначити загальний струм, активні й реактивні потужності окремих віток і всього електричного кола змінного струму рис. 3.21, побудувати векторну діаграму напруг і струмів, якщо живильна напруга 110 В, активні й реактивні опори відповідно дорівнюють  $R_1 = 2$  Ом;  $R_2 = \sqrt{6}$  Ом;  $X_L = 4$  Ом;  $X_C = 2$  Ом.

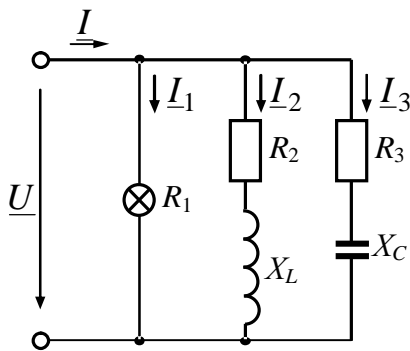


Рис. 3.18

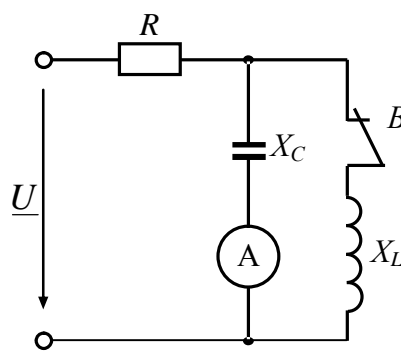


Рис. 3.19

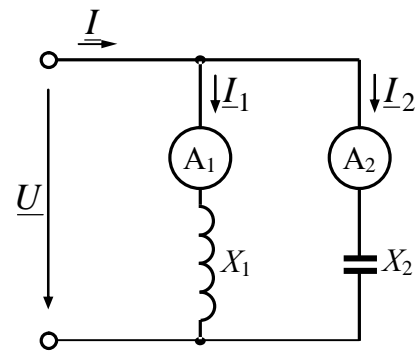


Рис. 3.20

### 3. Однофазні електричні кола

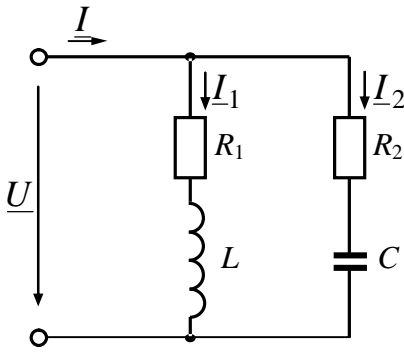


Рис. 3.21

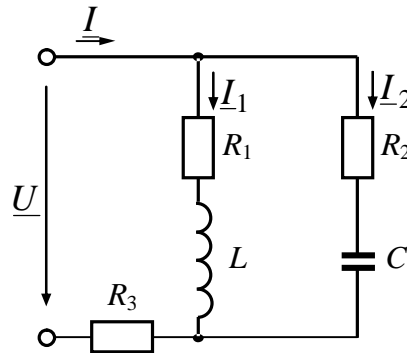


Рис. 3.22

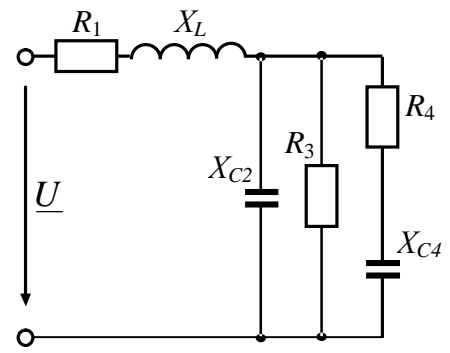


Рис. 3.23

**3.135.** Знайти значення струмів  $I_1$  та  $I_2$  у вітках, загальний струм  $I$  і відповідні коефіцієнти потужності  $\cos \varphi$ , побудувати векторну діаграму напруги і струмів електричного кола змінного струму (рис. 3.21), якщо напруга живильної мережі 120 В, активні й реактивні опори:  $R_1 = 2$  Ом;  $R_2 = 1$  Ом;  $X_L = 6$  Ом;  $X_C = 955$  Ом. Задачу розв'язати методом контурних струмів.

**3.136.** Визначити реактивну потужність розгалуженого електричного кола змінного струму (рис. 3.21), якщо живильна напруга 100 В, активні й реактивні опори:  $R_1 = 1$  Ом;  $R_2 = 3$  Ом;  $X_L = 2$  Ом;  $X_C = 1$  Ом.

**3.137.** Знайти напругу джерела живлення, активну, реактивну і повну потужності електричного кола змінного струму (рис. 3.22), якщо струм у колі 5 мА, а струми у вітках:  $I_1 = 4$  мА;  $I_2 = 3$  мА, активні й реактивні опори ділянки кола:  $R_1 = 6$  Ом;  $R_2 = 5$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $X_L = 8$  Ом;  $X_C = 5$  Ом.

**3.138.** Знайти розподіл струмів електричного кола змінного струму (рис. 3.23), якщо напруга джерела живлення 100 В, активні й реактивні опори кола:  $R_1 = 0,68$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $R_4 = 10$  Ом;  $X_L = 0,32$  Ом;  $X_{C2} = 10$  Ом;  $X_{C4} = 10$  Ом.

**3.139.** Знайти розподіл струмів електричного кола змінного струму (рис. 3.24), визначити напруги  $U_1$  і  $U_{12}$  на ділянках кола, побудувати векторну діаграму, якщо напруга джерела живлення 100 В, активні й реактивні опори:  $R_1 = 2$  Ом;  $R_2 = 3$  Ом;  $R_3 = 8$  Ом;  $X_{L3} = 6$  Ом;  $X_{C1} = 2$  Ом;  $X_{C2} = 4$  Ом. Задачу розв'язати із застосуванням законів Кірхгофа.

**3.140.** Визначити загальний струм і струми у вітках, активну, реактивну і повну потужності, а також коефіцієнт потужності електричного кола змінного струму (рис. 3.25), якщо напруга джерела

### 3. Однофазні електричні кола

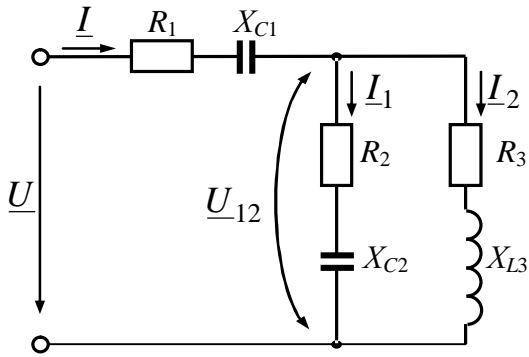


Рис. 3.24

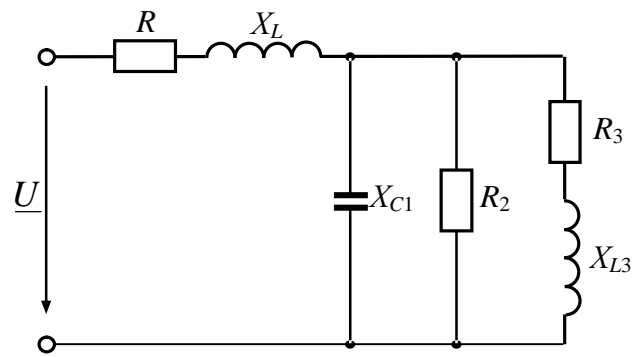


Рис. 3.25

живлення 100 В, активні і реактивні опори:  $R = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  $X_L = 18 \text{ Ом}$ ;  $X_{L3} = 10 \text{ Ом}$ ;  $X_{C1} = 10 \text{ Ом}$ . Задачу розв'язати методом комплексних чисел. Побудувати векторну діаграму струмів і напруги електричного кола.

**3.141.** Визначити струми в електричному колі змінного струму (рис. 3.26), якщо напруга джерела живлення  $U = 100 \text{ В}$ , активні й реактивні опори:  $R = 67 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  $X_C = 12,6 \text{ Ом}$ ;  $X_{C1} = 10 \text{ Ом}$ ;  $X_{C3} = 10 \text{ Ом}$ . Побудувати векторну діаграму струмів і напруги. Задачу розв'язати методом комплексних чисел.

**3.142.** Для електричного кола змінного струму (рис. 3.27) визначити струми і побудувати векторну діаграму струмів і напруги, якщо напруга джерела живлення 52 В, активні й реактивні опори:  $R_1 = R_2 = R_3 = X_{L1} = X_{L2} = X_{C1} = X_{C2} = X_{C3} = 1 \text{ Ом}$ . Задачу розв'язати методом комплексних чисел.

**3.143.** Знайти розподіл струмів і напруги на ділянках електричного кола змінного струму рис. 3.24. Побудувати векторну діаграму напруги і струмів. Напруга джерела живлення 200 В. Опори резисторів:  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 8 \text{ Ом}$ , ємнісні та індуктивні опори:  $X_{C1} = 4 \text{ Ом}$ ;  $X_{C2} = 4 \text{ Ом}$ ;  $X_{L3} = 6 \text{ Ом}$ . Задачу розв'язати із застосуванням законів Кірхгофа.

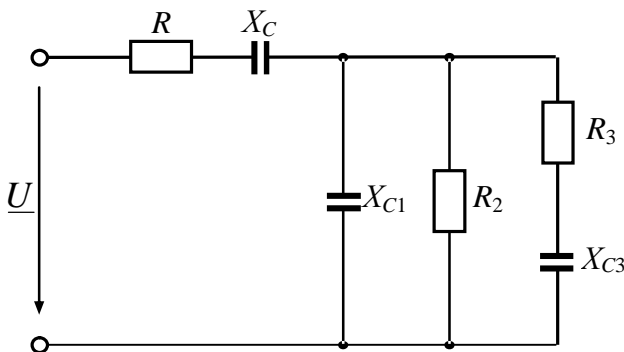


Рис. 3.26

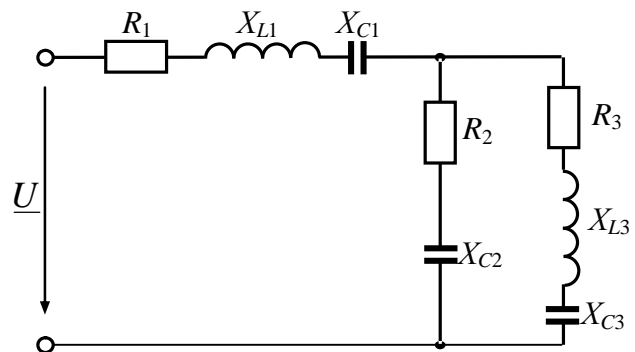


Рис. 3.27

## Глава 4. ТРИФАЗНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА

## ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

**Трифазна система. Джерело трифазної напруги**

Трифазна система електричних струмів (ЕРС, напруг) – це сукупність трьох синусоїдальних електричних струмів (ЕРС, напруг) однієї частоти, зсунутих за фазою один відносно одного на  $120^\circ$ . При рівності амплітуд струмів (ЕРС, напруг) у всіх фазах систему називають *симетричною*.

Графіки миттєвих значень трифазної симетричної системи ЕРС зображені на рис. 4.1.

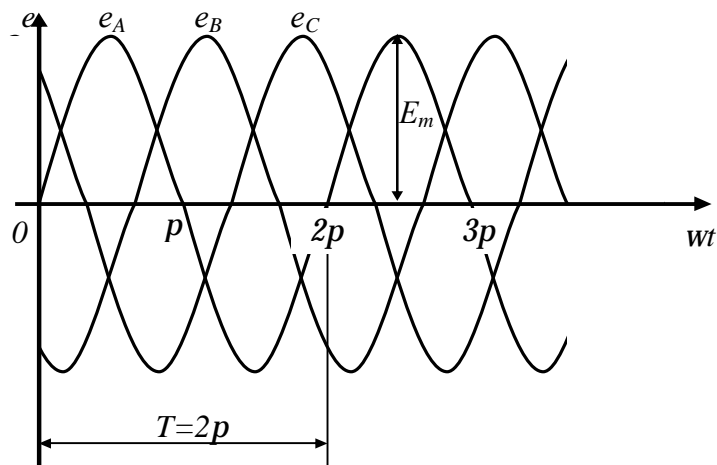


Рис. 4.1. Графіки миттєвих значень трифазної симетричної системи ЕРС

Трифазну симетричну систему ЕРС можна записати в аналітичній формі:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; \\ e_B &= E_m \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} \pi \right); \\ e_C &= E_m \sin \left( \omega t + \frac{2}{3} \pi \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

У комплексній формі трифазна симетрична система ЕРС може бути подана у вигляді:

$$\underline{E}_A = E e^{j0}; \quad \underline{E}_B = E e^{-j\frac{2}{3}\pi}; \quad \underline{E}_C = E e^{j\frac{2}{3}\pi},$$

де  $E = E_m / \sqrt{2}$ .

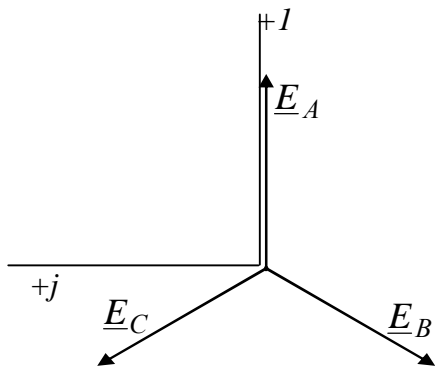


Рис. 4.2. Векторна діаграма трифазної симетричної системи ЕРС

Трифазну симетричну систему ЕРС можна подати і у вигляді векторної діаграми, яка наведена на рис. 4.2. При побудові векторної діаграми припускають, що вектор ЕРС фази А збігається з напрямком дійсної осі, а саму вісь направляють вертикально.

Частина трифазної системи, де проходить один із трьох струмів, називають *фазою трифазної системи*.

Найпростіший *трифазний генератор* – пристрій, аналогічний однофазному генератору, але він має, на відміну від останнього, три однакові обмотки (фази) на якорі, початки й кінці яких позначають відповідно А, В, С та Х, Y, Z. Ці обмотки зсунуті в просторі одна відносно одної на рівні кути  $2\pi/3 = 120^\circ$ .

При обертанні якоря в обмотках генератора індуються ЕРС однієї частоти й однакової амплітуди, зсунуті за фазою на  $120^\circ$  одна відносно одної.

Якщо окремі фази генератора і приймача з'єднані між собою, то таку систему називають зв'язаною трифазною системою, у якій фази можуть бути з'єднані в "зірку" та "трикутник".

### З'єднання обмоток генератора і приймачів у зірку

Зірка – це таке з'єднання, коли до початків обмоток генератора А, В, С приєднують три лінійних проводи, що йдуть до приймача, а кінці обмоток Х, Y, Z з'єднані у вузол, який називають нейтральною або нульовою точкою  $O(N)$  (рис. 4.3).

У *чотирипровідній* системі до цієї точки приєднаний нейтральний, або нульовий, провід, у *трипровідній* системі він відсутній.

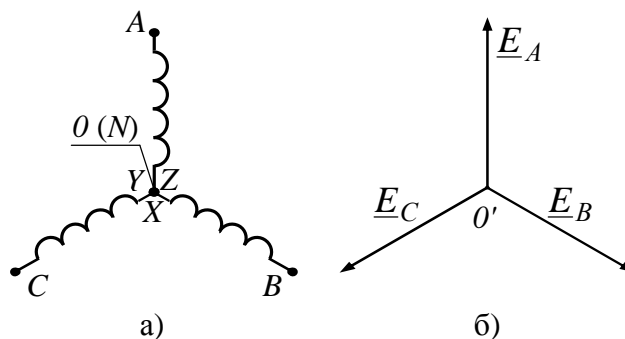


Рис. 4.3. З'єднання обмоток генератора за схемою "зірка" – а; векторна діаграма ЕРС – б

#### 4. Трифазні електричні кола

Напругу між початками і кінцями фаз генератора або між лінійними проводами і нейтральним (нульовим) проводом називають *фазною напругою*.

Напругу між будь-якими двома лінійними проводами називають *лінійною напругою*.

Струми, що проходять по лінійних проводах, називають *лінійними* і позначають  $I_A, I_B, I_C$ . Струми, які проходять у фазах, називають *фазними*.

При з'єднанні в "зірку" лінійні струми дорівнюють відповідним фазним струмам, тобто

$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}, \quad (4.2)$$

де  $I_{\text{л}}, I_{\text{ф}}$  – відповідно лінійний і фазний струми,  $A$ .

Лінійна напруга дорівнює різниці векторів відповідних фазних напруг:

$$\begin{aligned} \vec{U}_{AB} &= \vec{U}_A - \vec{U}_B, \\ \vec{U}_{BC} &= \vec{U}_B - \vec{U}_C, \\ \vec{U}_{CA} &= \vec{U}_C - \vec{U}_A. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Для симетричної системи напруг

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}}, \quad (4.4)$$

де  $U_{\text{л}}, U_{\text{ф}}$  – відповідно лінійна і фазна напруги,  $B$ .

Векторна сума лінійних напруг завжди дорівнює нулю.

При з'єднанні приймачів енергії в "зірку" трифазне коло може бути чотирипровідним (рис. 4.4, а) і трипровідним (рис. 4.4, б).

Діючи значення струмів у фазах приймачів

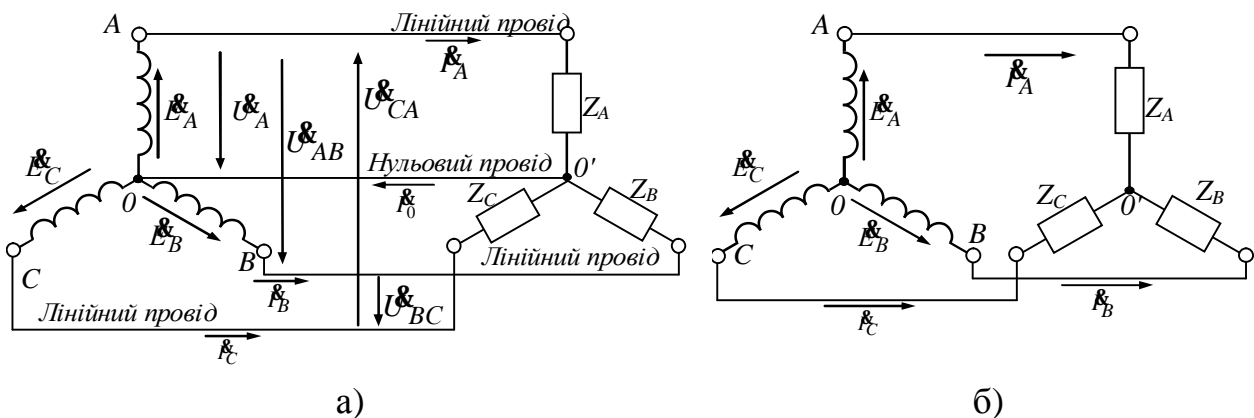


Рис. 4.4. Чотирипровідне – а; трипровідне – б трифазне коло

$$I_A = \frac{U_A}{z_A}; I_B = \frac{U_B}{z_B}; I_C = \frac{U_C}{z_C}, \quad (4.5)$$

де  $U_A, U_B, U_C$  – діючі значення фазних напруг, В;  $z_A, z_B, z_C$  – модулі повних опорів фаз приймачів, Ом.

При чотирипровідній системі струм у нейтральному проводі дорівнює векторній сумі струмів окремих фаз (рис. 4.5), тобто

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \quad (4.6)$$

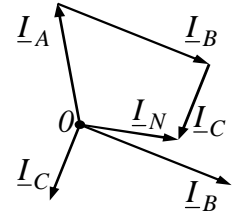


Рис. 4.5

де  $\underline{I}_N$  – струм у нейтральному проводі, А.

У чотирипровідному трифазному колі при симетричній системі напруг і *симетричному* (рівномірному) навантаженні, тобто рівності повних опорів фаз приймачів  $Z_A = Z_B = Z_C$ , струм у нейтральному проводі дорівнює нулю.

Активна потужність всього кола при *несиметричному* (нерівномірному) навантаженні ( $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$ ) дорівнює сумі активних потужностей окремих фаз і нейтрального проводу:

$$P = P_A + P_B + P_C + P_N, \quad (4.7)$$

де  $P$  – активна потужність усього кола, Вт;  $P_A, P_B, P_C, P_N$  – активні потужності фаз А, В, С і нейтрального проводу, Вт:

$$P_A = U_A I_A \cos \varphi_A; P_B = U_B I_B \cos \varphi_B; P_C = U_C I_C \cos \varphi_C;$$

$$P_N = U_N I_N \cos \varphi_N,$$

де  $U_N$  – напруга зсуву нейтралі.

Реактивна потужність усього кола при нерівномірному навантаженні дорівнює алгебраїчній сумі реактивних потужностей окремих фаз і нейтрального проводу, а саме:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_N, \quad (4.8)$$

де  $Q$  – реактивна потужність усього кола, вар;  $Q_A, Q_B, Q_C$  – реактивна потужність фаз А, В, С,  $Q_N$  – реактивна потужність нейтрального проводу вар, які визначаються таким чином:

$$Q_A = U_A I_A \sin \varphi_A; Q_B = U_B I_B \sin \varphi_B; Q_C = U_C I_C \sin \varphi_C;$$

$$Q_N = U_N I_N \sin \varphi_N.$$



Повна споживана потужність кола при несиметричному навантаженні, ВА:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (4.9)$$

де  $P$  – активна потужність усього кола, Вт;  $Q$  – реактивна потужність усього кола, вар.

При симетричній системі напруг і симетричному навантаженні:

– активна потужність всього кола

$$P = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi \text{ Вт}; \quad (4.10)$$

– реактивна потужність всього кола

$$Q = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi \text{ вар}; \quad (4.11)$$

– повна потужність всього кола

$$S = 3U_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \text{ ВА}. \quad (4.12)$$

### З'єднання обмоток генератора і приймачів енергії

#### в трикутник

З'єднання обмоток трифазного генератора в "трикутник" показано на рис. 4.6.

При з'єднанні обмоток генератора *трикутником* (рис. 4.6, а) кінець першої обмотки генератора з'єднують з початком другої, кінець другої – з початком третьої, кінець третьої – з початком першої обмотки. Геометрична сума ЕРС у замкнутому трикутнику дорівнює нулю. Тому, якщо до затискачів  $A, B, C$  не приєднане навантаження, то по обмотках генератора не буде протікати струм.

Фазні напруги на генераторі є і лінійними, тобто

$$U_A = U_{AB}; \quad U_B = U_{BC}; \quad U_C = U_{CA}. \quad (4.13)$$

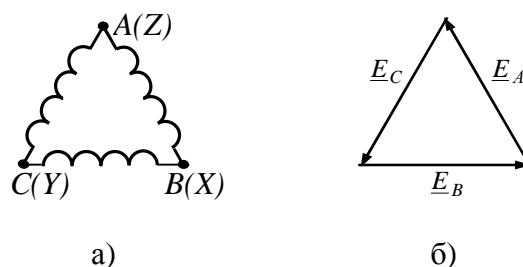


Рис. 4.6. З'єднання обмоток генератора за схемою "трикутник" – а та векторна діаграма – б

#### 4. Трифазні електричні кола

При з'єднанні приймача енергії в "трикутник" (рис. 4.7) опори  $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$ ,  $Z_{CA}$  вмикають безпосередньо до лінійних проводів, тому лінійні напруги є одночасно і фазними для приймачів.

Додатний напрямок лінійних і фазних струмів позначено на рис. 4.7.

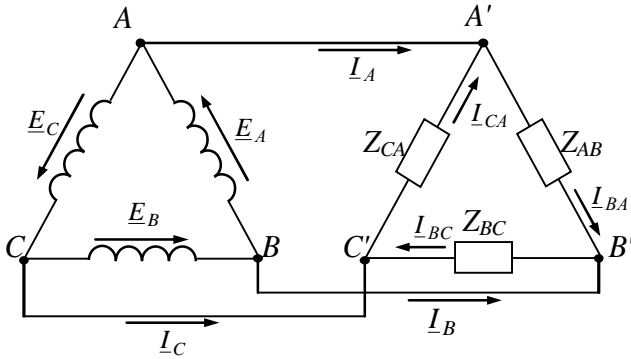


Рис. 4.7

Співвідношення між фазними і лінійними струмами можна записати, застосувавши перший закон Кірхгофа для вузлів А, В та С (рис. 4.7, 4.8, а, б):

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC};$$

де  $\underline{I}_A$ ,  $\underline{I}_B$ ,  $\underline{I}_C$  – лінійні струми трифазного кола, А;  $\underline{I}_{AB}$ ,  $\underline{I}_{BC}$ ,  $\underline{I}_{CA}$  – струми у фазах, А.

Вектор будь-якого лінійного струму знаходять як різницю векторів відповідних фазних струмів.

При симетричній системі напруг і симетричному (рівномірному) навантаженню, тобто при  $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA}$ , маємо

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}}.$$

Визначення повної, активної і реактивної потужностей кола при симетричному і несиметричному навантаженнях розраховують за формулами (4.7) – (4.12).

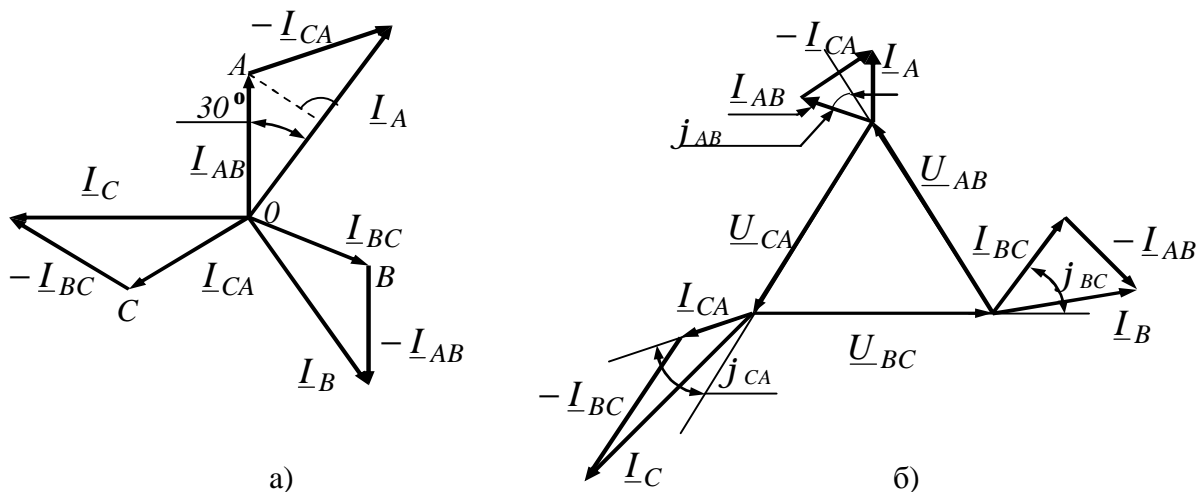


Рис. 4.8. Векторна діаграма лінійних і фазних напруг та струмів з симетричним – а та несиметричним б навантаженням фаз при з'єднанні навантаження трикутником

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**4.1.** До джерела трифазної мережі з лінійною напругою 380 В та частотою 50 Гц ввімкнено симетричне навантаження, з'єднане за схемою "зірка", з повним опором у фазі 90 Ом та індуктивністю 180 мГн. Обчислити активну, реактивну й повну потужності, коефіцієнт потужності, діючі значення лінійного струму і напруги. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

*Розв'язок.* Фазна напруга

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Фазний струм

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z} = \frac{220}{90} = 2,45 \text{ А.}$$

Лінійний струм

$$I_{\phi} = I_{\text{л}} = 2,45 \text{ А.}$$

Реактивний опір у фазі

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,18 = 56,5 \text{ Ом.}$$

Активний опір у фазі

$$R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} = \sqrt{90^2 - 56,5^2} = 70 \text{ Ом.}$$

Коефіцієнт потужності котушки

$$\cos j = \frac{R}{Z} = \frac{70}{90} = 0,778$$

Потужності, споживані навантаженням:

– активна

$$P = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos j = 3 \cdot 220 \cdot 2,45 \cdot 0,778 = 1260 \text{ Вт} = 1,26 \text{ кВт},$$

або

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos j = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,45 \cdot 0,778 = 1260 \text{ Вт} = 1,26 \text{ кВт};$$

– реактивна

$$Q = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin j = 3 \cdot 220 \cdot 2,45 \cdot 0,628 = 1000 \text{ вар} = 1,0 \text{ квар},$$

або

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin j = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,45 \cdot 0,628 = 1000 \text{ вар} = 1,0 \text{ квар};$$

– повна

$$S = 3U_{\phi}I_{\phi} = 3 \cdot 220 \cdot 2,45 = 1620 \text{ ВА} = 1,62 \text{ кВА},$$

або

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,45 = 1620 \text{ ВА} = 1,62 \text{ кВА}.$$

Векторна діаграма струмів і напруг наведена на рис. 4.9.

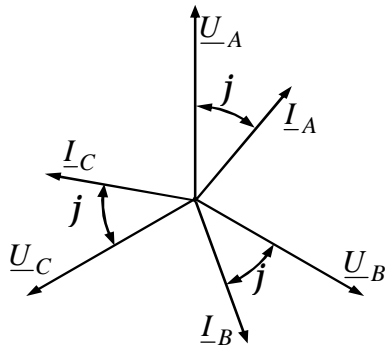


Рис. 4.9.

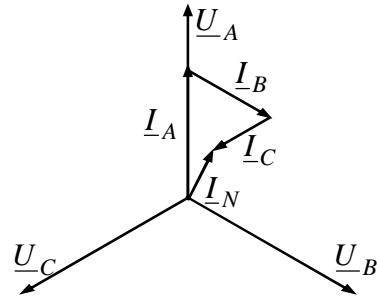


Рис. 4.10.

**4.2.** До чотирипровідної трифазної мережі з діючим значенням лінійної напруги 220 В увімкнено несиметричне активне навантаження зі споживаною потужністю у фазах  $P_A = 3$  кВт,  $P_B = 1,8$  кВт,  $P_C = 0,6$  кВт. Знайти діюче значення струму в нейтральному проводі. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

*Розв'язок.* Напруга в кожній фазі

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В.}$$

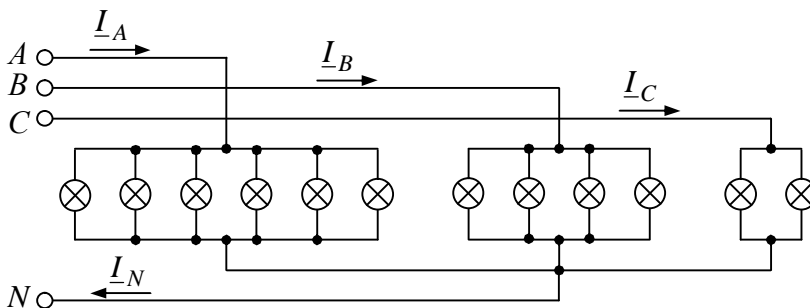
Струми у фазах

$$I_A = \frac{P_A}{U_{\phi}} = \frac{3000}{127} = 23,4 \text{ А, } I_B = \frac{P_B}{U_{\phi}} = \frac{1800}{127} = 14,2 \text{ А, } I_C = \frac{P_C}{U_{\phi}} = \frac{600}{127} = 4,7 \text{ А.}$$

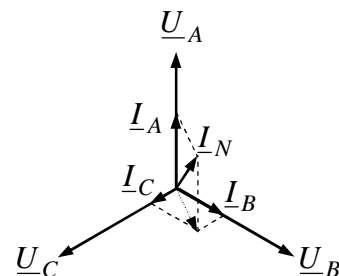
Струм у нейтральному проводі визначаємо з векторної діаграми (рис. 4.10) як суму векторів фазних струмів, а саме:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \quad \underline{I}_N = 16 \text{ А.}$$

**4.3.** Три групи освітлювальних ламп потужністю 100 Вт кожна з номінальною напругою 220 В з'єднані за схемою "зірка" з нейтральним проводом (рис. 4.11, а). При цьому у фазі А увімкнено паралельно  $n_1 = 6$  ламп, у фазі В –  $n_2 = 4$  лампи, у фазі С –  $n_3 = 2$  лампи. Лінійна симетрична напруга джерела живлення дорівнює 380 В. Визначити фазні опори і фазні струми споживача електроенергії. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг, визначити струм у нейтральному проводі.



а)



б)

Рис. 4.11

#### 4. Трифазні електричні кола

**Розв'язок.** Активні опори фаз споживача

$$R_A = \frac{U_\phi^2}{n_1 P} = \frac{220^2}{6 \cdot 100} = 81 \text{ Ом}; R_B = \frac{U_\phi^2}{n_2 P} = \frac{220^2}{4 \cdot 100} = 120 \text{ Ом}; R_C = \frac{U_\phi^2}{n_3 P} = \frac{220^2}{2 \cdot 100} = 242 \text{ Ом};$$

тут  $U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$  – фазна напруга.

Фазні струми:

$$I_A = \frac{U_\phi}{R_A} = \frac{220}{81} = 2,7 \text{ А}, I_B = \frac{U_\phi}{R_B} = \frac{220}{120} = 1,82 \text{ А}, I_C = \frac{U_\phi}{R_C} = \frac{220}{242} = 0,9 \text{ А}.$$

Струм у нейтральному проводі визначаємо графічним шляхом. На рис. 4.11, б наведена векторна діаграма напруг і струмів, із якої знаходимо струм у нейтральному проводі  $I_N = 1,57 \text{ А}$ .

**4.4.** До трифазної чотирипровідної мережі з діючим значенням лінійної напруги 380 В та частотою 50 Гц ввімкнений приймач енергії, з'єднаний за схемою "зірка". У фазу А ввімкнена котушка з індуктивністю 0,18 Гн і активним опором 80 Ом, у фазу В – резистор опором 69 Ом, у фазу С – конденсатор ємністю 30 мкФ із послідовно з'єднаним резистором опором 49 Ом. Визначити діючі значення лінійних і фазних струмів, повну споживану навантаженням потужність.

**Розв'язок.** Фазна напруга  $U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$ .

Повний опір:

– у фазі А  $Z_A = \sqrt{R_A^2 + X_A^2} = \sqrt{80^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,18)^2} = 98 \text{ Ом};$

– у фазі В  $Z_B = R_B = 69 \text{ Ом};$

– у фазі С  $Z_C = \sqrt{R_C^2 + X_C^2} = \sqrt{49^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 110 \text{ Ом}.$

Фазні струми

$$I_A = \frac{U_\phi}{Z_A} = \frac{220}{98} = 2,25 \text{ А}, I_B = \frac{U_\phi}{Z_B} = \frac{220}{69} = 3,2 \text{ А}, I_C = \frac{U_\phi}{Z_C} = \frac{220}{110} = 2 \text{ А}.$$

Активна потужність:

– у фазі А  $P_A = I_A^2 R_A = 2,25^2 \cdot 80 = 405 \text{ Вт};$

– у фазі В  $P_B = I_B^2 R_B = 3,2^2 \cdot 69 = 704 \text{ Вт};$

– у фазі С  $P_C = I_C^2 R_C = 2^2 \cdot 40 = 160 \text{ Вт};$

– загальна  $P = P_A + P_B + P_C = 405 + 704 + 160 = 1269 \text{ Вт}.$

Реактивна потужність:

– у фазі А  $Q_A = I_A^2 X_A = 2,25^2 \cdot 56,5 = 285 \text{ вар};$

#### 4. Трифазні електричні кола

$$- \text{у фазі } B \quad Q_B = I_B^2 X_B = 0 \text{ вар};$$

$$- \text{у фазі } C \quad Q_C = -I_C^2 X_C = -2^2 \cdot 106 = -425 \text{ вар};$$

$$- \text{загальна} \quad Q = Q_A + Q_B + Q_C = 285 + 0 + (-425) = -140 \text{ вар}.$$

Повна потужність навантаження

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1269^2 + 140^2} = 1280 \text{ ВА}.$$

**4.5.** Для трифазного електричного кола (рис. 4.12) визначити струм  $I_N$  у нейтральному проводі при розімкненому вимикачі В. Лінійна симетрична напруга живильної мережі 220 В, опір резисторів  $R_1 = R_2 = R_3 = 10$  Ом.

**Розв'язок.** Комплексні фазні напруги

$$\underline{U}_A = U_A e^{j0} = U_\phi = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В};$$

$$\underline{U}_B = U_B e^{-j\frac{2p}{3}} = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{2p}{3} - j \sin \frac{2p}{3} \right) = \frac{220}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{2p}{3} - j \sin \frac{2p}{3} \right) = -63,5 - j110 \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = U_C e^{-j\frac{4p}{3}} = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{4p}{3} - j \sin \frac{4p}{3} \right) = \frac{220}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{4p}{3} - j \sin \frac{4p}{3} \right) = -63,5 + j110 \text{ В}.$$

Комплексні фазні струми

$$\underline{I}_A = \frac{U_A}{R_1} = 0, \text{ тому що вимикач } B \text{ розімкнений};$$

$$\underline{I}_B = \frac{U_B}{R_2} = \frac{(-63,5 - j110)}{10} = (-6,35 - j11) \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \frac{U_C}{R} = \frac{(-63,5 + j110)}{10} = (-6,35 + j11) \text{ А}.$$

Струм у нейтральному проводі:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = -6,35 - j11 - 6,35 + j11 = -12,7 \text{ А}.$$

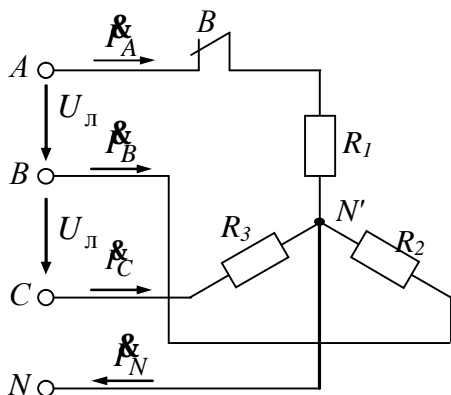


Рис. 4.12

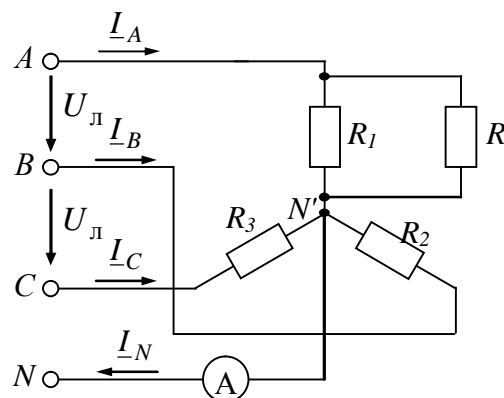


Рис. 4.13

#### 4. Трифазні електричні кола

**4.6.** Для трифазного електричного кола (рис. 4.13) визначити фазні напруги, лінійні струми і показ амперметра  $A$ . Лінійна симетрична напруга живильної мережі 380 В, опори резисторів споживача електроенергії:  $R_1 = R_2 = R_3 = R = 20$  Ом.

**Розв'язок.** Комплексні фазні напруги

$$\underline{U}_A = U_A e^{j0} = U_\phi = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В};$$

$$\underline{U}_B = U_B e^{-j\frac{2p}{3}} = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{2p}{3} - j \sin \frac{2p}{3} \right) = \frac{380}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{2p}{3} - j \sin \frac{2p}{3} \right) = -110 - j190 \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = U_C e^{-j\frac{4p}{3}} = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{4p}{3} - j \sin \frac{4p}{3} \right) = \frac{380}{\sqrt{3}} \left( \cos \frac{4p}{3} - j \sin \frac{4p}{3} \right) = -110 + j190 \text{ В}.$$

Загальний опір фази  $A$  споживача електроенергії

$$R_A = \frac{R_1 R}{R_1 + R} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10 \text{ Ом}.$$

Тому що резистори з'єднані "зіркою", лінійні струми дорівнюють фазним, а саме:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{R_A} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А або } I_A = 22 \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{R_2} = \frac{-110 - j190}{20} = (-5,5 - j9,5) \text{ А, або } I_B = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{R_3} = \frac{-110 + j190}{20} = (-5,5 + j9,5) \text{ А або } I_C = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ А}.$$

Показ амперметра визначається за рівнянням, що складене для струмів згідно з першим законом Кірхгофа для нейтральної точки  $N'$ :

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 22 + (-5,5 - 9,5j) + (-5,5 + 9,5j) = 11 \text{ А або } I_N = 11 \text{ А}.$$

**4.7.** Для схеми (рис. 4.14, а) визначити показ амперметра  $A$ , а також показ вольтметра  $V$  при розімкненому вимикачі  $B$  й обриві лінійного проводу  $A$ , якщо лінійна напруга 220 В, а опори резисторів 10 Ом.

**Розв'язок.** Комплексна фазна напруга при розімкненому вимикачі

$$\underline{U}_a = U_a e^{j0} = U_a e^{j0} = U_a = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}.$$

$$\text{Показ амперметра: } \underline{I}_\phi = \frac{\underline{U}_A}{Z_A} = \frac{\underline{U}_A}{R} = \frac{127}{10} = 12,7 \text{ А або } I_\phi = I_\pi = 12,7 \text{ А}.$$

При обриві лінійного проводу  $A$  до двох непошкоджених фаз підводиться лінійна напруга  $U_{BC} = 220$  В, яка розподілиться на рівні частини, тому що опори фаз однакові:  $U'_B = U'_C = U_{BC} / 2 = 220 / 2 = 110$  В.

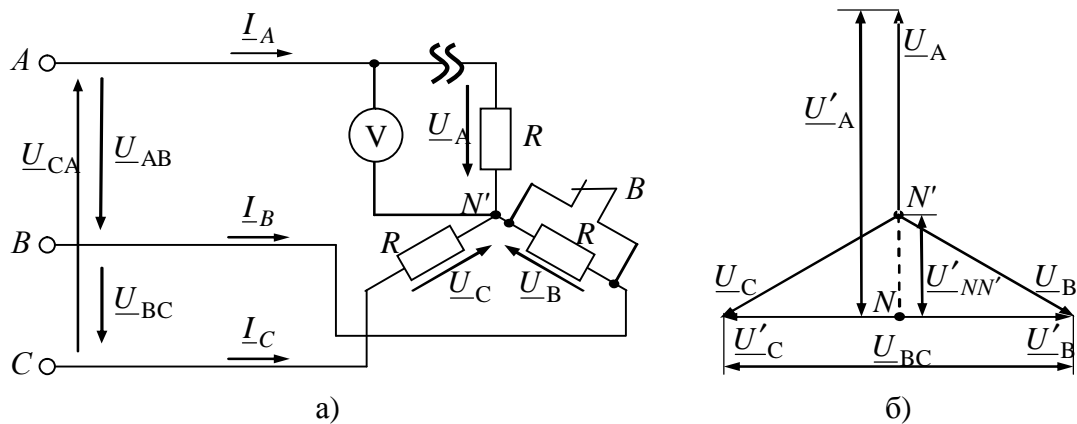


Рис. 4.14

Напругу при зміщенні нейтральної точки  $N'$  знаходять з векторної діаграми (рис. 4.12, б):  $U'_{NN'} = U_b / 2 = 127 / 2 = 63,5 \text{ В}$ .

Показ вольтметра при замкненому вимикачі знаходять з векторної діаграми (рис. 4.12, б):  $U'_A = U_A + U'_{NN'} = 127 + 63,5 = 190,5 \text{ В}$ .

**4.8.** У трифазну мережу з діючим значенням лінійної напруги 220 В і частотою 50 Гц увімкнено симетричний споживач, з'єднаний за схемою "трикутник", навантаження якого складається з котушки індуктивністю 0,3 Гн і послідовно увімкненого з нею резистора активним опором 20 Ом у кожній фазі. Знайти діючі значення лінійних і фазних струмів, фазну напругу, споживану повну, активну і реактивну потужності.

**Розв'язок.** Фазна напруга

$$U_{\phi} = U_{\pi} = 220 \text{ В.}$$

Повний опір навантаження у фазі

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{20^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,3)^2} = 96 \text{ Ом.}$$

Струм у фазі 
$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z} = \frac{220}{96} = 2,3 \text{ А.}$$

Струм лінійний 
$$I_{\pi} = \sqrt{3} I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 2,3 = 3,98 \approx 4 \text{ А.}$$

Коефіцієнт потужності 
$$\cos j = \frac{R}{Z} = \frac{20}{96} = 0,208.$$

Потужності навантаження:

– активна 
$$P = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos j = 3 \cdot 220 \cdot 2,3 \cdot 0,208 = 317 \text{ Вт;}$$

– реактивна 
$$Q = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin j = 3 \cdot 220 \cdot 2,3 \cdot 0,97 = 1470 \text{ вар;}$$

– повна 
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{317^2 + 1470^2} = 1280 \text{ ВА.}$$

**4.9.** Обмотки фаз трифазного асинхронного електродвигуна з номінальною потужністю на валу  $P_{2\text{ном}} = 4 \text{ кВт}$  увімкнені в трифазну живильну мережу



#### 4. Трифазні електричні кола

з лінійною напругою 220 В "трикутником". Коефіцієнт потужності двигуна  $\cos \varphi_{\phi} = 0,8$ ; ( $\varphi = 37^\circ$ ); ККД  $\eta = 0,85$ . Визначити лінійні та фазні струми електродвигуна.

**Розв'язок.** Потужність, що підведена до електродвигуна

$$P_1 = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta} = \frac{4 \cdot 10^3}{0,85} = 4700 \text{ Вт.}$$

Струми двигуна

$$\text{– лінійний} \quad I_{\text{л}} = \frac{P_1}{\sqrt{3}U \cos \varphi_{\phi}} = \frac{4700}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,8} = 15 \text{ А;}$$

$$\text{– фазний} \quad I_{\phi} = \frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{15}{1,73} = 9 \text{ А.}$$

Опори фази двигуна при заданому навантаженні на валу:

$$\text{– повний} \quad z_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}} = \frac{U_{\text{л}}}{I_{\text{л}}} = \frac{220}{9} = 24,45 \text{ Ом;}$$

$$\text{– активний} \quad R_{\phi} = z_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 24,45 \cdot 0,8 = 19,55 \text{ Ом.}$$

**4.10.** Знайти розподіл струмів в електричному колі (рис. 4.15) при замкненому і розімкненому вимикачі В. Лінійна симетрична напруга дорівнює 220 В, опори резисторів:  $R_1 = R_2 = R_3 = 20 \text{ Ом}$ .

**Розв'язок**

**При замкненому вимикачі комплексні фазні напруги**

$$\underline{U}_{AB} = U_{AB} e^{j0} = U_{\text{л}} = 220 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j\frac{2p}{3}} = U_{\text{л}} \left( \cos \frac{2p}{3} - j \sin \frac{2p}{3} \right) = 220 \left( \cos \frac{2p}{3} - j \sin \frac{2p}{3} \right) = -110 - j190 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{-j\frac{4p}{3}} = U_{\text{л}} \left( \cos \frac{4p}{3} - j \sin \frac{4p}{3} \right) = 220 \left( \cos \frac{4p}{3} - j \sin \frac{4p}{3} \right) = -110 + j190 \text{ В.}$$

**Комплексні струми:**

– фазні

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{R_1} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А} \quad \text{або} \quad I_{AB} = 11 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{R_2} = \frac{-110 - j190}{20} = (-5,5 - j9,5) \text{ А} \quad \text{або} \quad I_{BC} = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{R_3} = \frac{-110 + j190}{20} = (-5,5 + j9,5) \text{ А} \quad \text{або} \quad I_{CA} = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ А;}$$

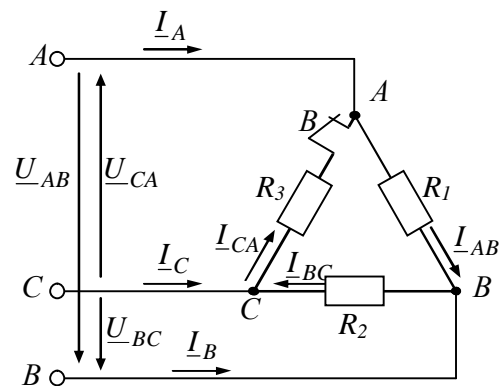


Рис. 4.15

#### 4. Трифазні електричні кола

– лінійні

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{AB} = 11 - (-5,5 + j9,5) = (16,5 - j9,5) \text{ A} \quad \text{або} \quad I_A = \sqrt{16,5^2 + 9,5^2} = 19 \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = (-5,5 - j9,5) - 11 = (-16,5 - j9,5) \text{ A} \quad \text{або} \quad I_B = \sqrt{16,5^2 + 9,5^2} = 19 \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = (-5,5 + j9,5) - (-5,5 - j9,5) = j19 \text{ A} \quad \text{або} \quad I_C = 19 \text{ A}.$$

**При розімкненому вимикачі комплексні фазні струми:**

– фазні

$$\underline{I}_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_1} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A} \quad \text{або} \quad I_{AB} = 11 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{U_{BC}}{R_2} = \frac{-110 - j190}{20} = (-5,5 - j9,5) \text{ A} \quad \text{або} \quad I_{bc} = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{U_{CA}}{R_3} = 0 \text{ A};$$

– лінійні

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = \underline{I}_{AC} - 0 = 11 \text{ A} \quad \text{або} \quad I_A = 11 \text{ A};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = (-5,5 - j9,5) - 11 = (-16,5 - j9,5) \text{ A} \quad \text{або} \quad I_B = \sqrt{16,5^2 + 9,5^2} = 19 \text{ A};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 0 - (-5,5 - j9,5) = (5,5 + j9,5) \text{ A} \quad \text{або} \quad I_C = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ A}.$$

**4.11.** До трифазного генератора, обмотки якого з'єднані за схемою "зірка", ввімкнено симетричне навантаження, з'єднане за тією самою схемою, через лінію, що володіє активним опором 2 Ом та індуктивністю 16 мГн. Повний опір навантаження в кожній фазі 80 Ом (конденсатор ємністю 53 мкФ із послідовно ввімкненим резистором). Обчислити діюче значення напруги в навантаженні, якщо лінійна напруга генератора 380 В при частоті 50 Гц. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**Розв'язок.** Фазна напруга генератора

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$$

Активний опір навантаження

$$R_{\text{н}} = \sqrt{Z_{\text{н}}^2 - X_C^2} = \sqrt{80^2 - \left( \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 53 \cdot 10^{-6}} \right)^2} = 16,7 \text{ Ом}.$$

Реактивний опір навантаження і лінії

$$X_{\text{н}} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 53 \cdot 10^{-6}} = 60 \text{ Ом}, \quad X_{\text{л}} = 2\pi f L = 2\pi \cdot 50 \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ Ом}.$$

Струм у лінії

$$I_{\text{л}} = \frac{U_{\phi}}{\sqrt{(R_{\text{н}} + R_{\text{л}})^2 + (X_{\text{н}} + X_{\text{л}})^2}} = \frac{220}{\sqrt{(16,7 + 2)^2 + (-60 + 5)^2}} = 3,8 \text{ A.}$$

Для побудови векторної діаграми (рис. 4.16) визначаємо кут зсуву фаз між напругою на затискачах генератора і струмом у лінії:

$$j = \arctg \frac{X_{\text{н}} + X_{\text{л}}}{R_{\text{н}} + R_{\text{л}}} = \arctg \frac{-60 + 5}{16,7 + 2} = -71^{\circ}.$$

Знайдемо спадання напруги на активному й індуктивному опорах лінії відповідно:

$$DU_{R_{\text{л}}} = I_{\text{л}} R_{\text{л}} = 3,8 \cdot 2 = 7,6 \text{ B,}$$

$$DU_{X_{\text{л}}} = I_{\text{л}} X_{\text{л}} = 3,8 \cdot 5 = 7,6 \text{ B.}$$

Спадання напруги на навантаженні

$$U_{R_{\text{н}}} = I_{\text{л}} R_{\text{н}} = 3,8 \cdot 16,7 = 63,6 \text{ B, } U_{X_{\text{н}}} = I_{\text{л}} X_{\text{н}} = 3,8 \cdot 60 = 228 \text{ B,}$$

$$U_{\text{н}} = \sqrt{U_{R_{\text{н}}}^2 + U_{X_{\text{н}}}^2}, U_{\text{н}} = \sqrt{63,6^2 + 228^2} = 236 \text{ B.}$$

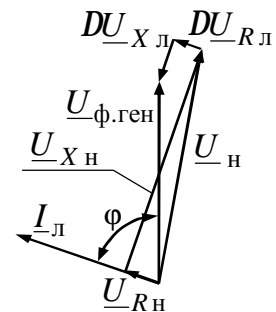


Рис. 4.16

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**4.1.** Записати вираз для миттєвих значень ЕРС, що індукуються в обмотках трифазного генератора, якщо  $e_A = E_{mA} \sin(\omega t - \pi/4)$  В.

**4.2.** В обмотках трифазного генератора індукуються ЕРС  $E_A, E_B, E_C$ . Вектор ЕРС  $E_A$  розташувати горизонтально і зобразити вектори ЕРС в інших фазах.

**4.3.** Обмотки трифазного симетричного генератора з'єднані за схемою "трикутник". Чому дорівнює струм в обмотках генератора? Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.4.** Вольтметр, увімкнений у фазу В трифазного генератора, обмотки якого з'єднані за схемою "зірка", показує діюче значення наведеної ЕРС 120 В. Які будуть покази вольтметра при ввімкненні його між початками фаз В та С? Визначити амплітудне значення лінійної напруги.

**4.5.** Три резистори, кожен опором 125 Ом, з'єднані за схемою "зірка" і ввімкнені в трифазну чотирипровідну мережу. Струм кожної фази 880 мА. Визначити діючі значення фазної та лінійної напруг, лінійного струму, повну споживану потужність навантаження, побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.6.** Визначити діючі значення струмів у кожній фазі, якщо у фазі А (див. задачу 4.5) опір навантаження збільшити вдвічі; лінійна напруга при цьому залишається незмінною.

**4.7.** Обмотки трифазного генератора з'єднані за схемою "зірка". Діюче значення напруги у фазі 127 В. Визначити його лінійну напругу.

**4.8.** Діюче значення лінійної напруги трифазного генератора, обмотки якого з'єднані за схемою "зірка" 380 В. Визначити напругу у фазі. Чому дорівнює напруга у фазі, якщо обмотки генератора з'єднати за схемою "трикутник"?

**4.9.** Подати вираження для комплексних лінійних напруг  $U_{\text{л}}$  симетричного трифазного споживача електроенергії, з'єданого "зіркою", в алгебраїчній формі запису, якщо відомі його комплексні фазні напруги в показовій формі запису:  $\underline{U}_A = U_A = U_{\text{ф}} = 127 \text{ В};$

$$\underline{U}_B = U_{\text{ф}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ В}; \underline{U}_C = U_{\text{ф}} e^{-j\frac{4\pi}{3}} \text{ В}; U_{\text{л}} = 220 \text{ В}.$$

**4.10.** Споживач, з'єднаний за схемою "зірка" (навантаження симетричне), ввімкнений у трифазну мережу змінного струму з діючим значенням лінійної напруги 380 В. Коефіцієнт потужності навантаження 0,5, струм у фазі 22 А. Визначити повний, активний і реактивний опори споживача у фазі, а також повну, активну і реактивну потужності навантаження.

**4.11.** Три індуктивні котушки з активним опором 34,2 Ом та індуктивним опором 23,5 Ом з'єднані за схемою "зірка" і ввімкнені до джерела трифазної напруги. Активна потужність у фазі становить 1,6 кВт. Одчислити діючі значення лінійної і фазної напруг, струму у фазі, повну і реактивну потужності навантаження.

**4.12.** У трипровідну трифазну мережу з лінійною напругою 220 В ввімкнені трифазний симетричний споживач, фази якого з'єднані "зіркою". Активний та індуктивний опори фаз споживача:  $R = 3 \text{ Ом}$  і  $X_L = 4 \text{ Ом}$ , активний та індуктивний опір кожного проводу живильної лінії:  $R_{\text{л}} = 3 \text{ Ом}$ ,  $X_{\text{л}} = 4 \text{ Ом}$ . Визначити напругу на затискачах джерела живлення, коефіцієнт потужності споживача, активну, реактивну і повну його потужності.

**4.13.** У трифазну мережу з діючим значенням лінійної напруги 220 В ввімкнене симетричне активне навантаження за схемою "зірка" з опором у кожній фазі 20 Ом. Визначити напруги у фазах і струми до і після перегорання запобіжника у фазі В. Побудувати векторні діаграми струмів і напруг.

**4.14.** Визначити активну потужність  $P$  симетричного трифазного споживача електричної енергії, фази якого з'єднані "зіркою" (рис. 4.17). Лінійна симетрична напруга живильної мережі  $U_{л} = 100$  В, ємнісний опір конденсаторів  $X_C = 8$  Ом, опір резистора  $R = 6$  Ом.

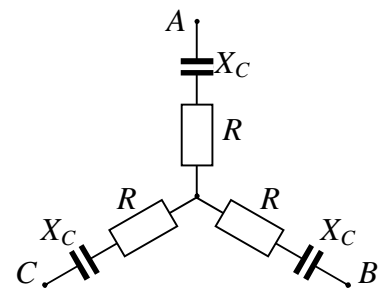


Рис. 4.17

**4.15.** У трифазну мережу з діючим значенням лінійної напруги 380 В ввімкнене активне навантаження, з'єднане за схемою "зірка". Опори резисторів у фазах  $A$ ,  $B$  та  $C$  відповідно дорівнюють 15; 15 і 35 Ом. Визначити діючі значення напруг у фазах, якщо у фазі  $A$  відбувся розрив кола. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.16.** До джерела трифазної напруги з діючим значенням лінійної напруги 380 В та частотою 50 Гц увімкнено симетричне індуктивне навантаження, з'єднане за схемою "зірка". Діюче значення струму у фазі 1,25 А, коефіцієнт потужності навантаження 0,454. Визначити повний та активний опори навантаження, його індуктивність, повну споживану потужність. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.17.** Повна потужність, що споживається симетричним навантаженням, з'єднаним за схемою "зірка", яке складається з конденсатора ємністю 80 мкФ і послідовно ввімкненого з ним резистора опором 51 Ом, у кожній фазі складає 561 ВА. Визначити діючі значення лінійної та фазної напруг, лінійного і фазного струмів, активну та реактивну потужності навантаження. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.18.** У мережу трифазного струму ввімкнене симетричне навантаження з активним опором у кожній фазі 8 Ом та індуктивним опором 14 Ом, з'єднане за схемою "зірка". Визначити напругу на початку лінії, що має активний опір 0,6 Ом, якщо напруга на навантаженні становить 110 В. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.19.** До трифазного генератора з ЕРС у фазі 309 В, обмотки якого з'єднані за схемою "зірка" і мають активний та індуктивний опори у фазі  $R = 0,5$  Ом і  $X_L = 1,5$  Ом, ввімкнено симетричне навантаження, з'єднане за схемою "зірка" з активним та індуктивним опорами у фазі 10 і 12 Ом відповідно. Визначити діючі значення лінійної напруги генератора і навантаження, струм у лінії й втрати напруги в лінії, якщо  $R_{л} = X_{л} = 2,5$  Ом.

**4.20.** У мережу з діючим значенням лінійної напруги 380 В ввімкнено трифазний асинхронний двигун, обмотки якого з'єднані за схемою "зірка". Діюче значення лінійного струму 10,5 А, коефіцієнт потужності 0,85. Визначити струм і напругу у фазі, повну, активну і реактивну потужності, що споживаються двигуном.

**4.21.** Три однакові групи ламп розжарювання, з'єднані за схемою "зірка", ввімкнені в трифазну чотирипровідну мережу з діючим значенням лінійної напруги 380 В. Визначити повну потужність, споживану навантаженням, якщо лінійний струм становить 14,5 А.

**4.22.** Приймач енергії, з'єднаний за схемою "зірка", ввімкнений у трифазну чотирипровідну мережу з діючим значенням лінійної напруги 220 В і має в кожній фазі опір 100 Ом. Визначити значення струму в лінії та у нейтральному проводі.

**4.23.** До трифазної симетричної системи живлення ввімкнені три резистори з опорами  $R_1 = R_2 = R_3 = 10$  Ом, з'єднані "трикутником". Лінійна напруга живильної мережі 220 В. Визначити фазні й лінійні струми в нормальному режимі роботи і при обриві лінійного проводу  $C$ , струми в лініях  $I_A$  і  $I_B$ .

**4.24.** В електричному колі трифазного симетричного споживача електроенергії, з'єданого "трикутником", покази амперметра, ввімкненого у фазу  $A$ :  $I_A = I_{\text{л}} = 22$  А, опори резисторів:  $R_{AB} = R_{BC} = R_{CA} = 6$  Ом, конденсаторів:  $X_{AB} = X_{BC} = X_{CA} = 8$  Ом. Визначити лінійну напругу, активну, реактивну і повну потужності. Побудувати векторну діаграму.

**4.25.** У трифазну симетричну мережу з лінійною напругою 120 В ввімкнено "трикутником" три резистори з опорами  $R = 3$  Ом та індуктивні опори  $X_L = 4$  Ом. Визначити фазні й лінійні струми, а також активну, реактивну і повну потужності фаз споживача.

**4.26.** У чотирипровідну трифазну мережу ввімкнено несиметричне активне навантаження, що має значення опорів у фазах  $A$ ,  $B$  та  $C$  відповідно 20, 40 і 10 Ом. Визначити струми у фазах, споживану потужність навантаження і струм у нейтральному проводі, якщо діюче значення лінійної напруги становить 380 В.

**4.27.** У фазах  $A$ ,  $B$  та  $C$  приймача енергії, ввімкненого в трифазну чотирипровідну мережу, діючі значення струмів відповідно дорівнюють 10, 30 і 5 А. Визначити струм у нейтральному проводі, якщо навантаження активне.

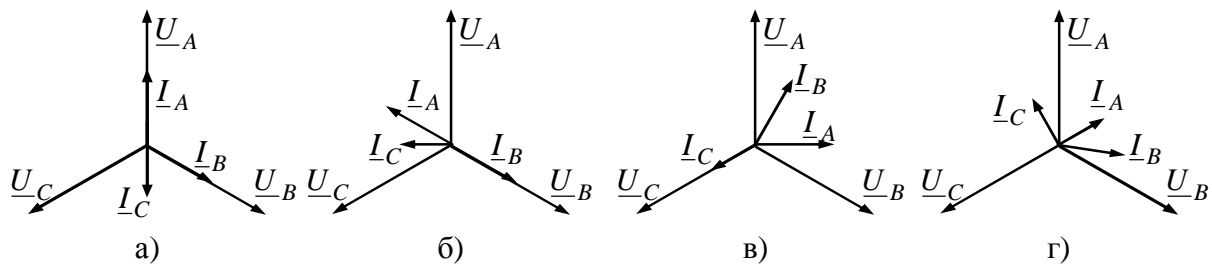


Рис. 4.18

**4.28.** На рис. 4.18, *a – г* подані векторні діаграми струмів і напруг для приймачів енергії, з'єднаних за схемою "зірка" і ввімкнених у трифазну чотирипровідну мережу. Визначити характер навантаження в кожній фазі. Зобразити схему.

**4.29.** Для трифазного споживача електроенергії, з'єданого "трикутником", визначити фазні струми, активну, реактивну і повну потужності споживача. Лінійна напруга становить 220 В, активний і реактивний опори фаз споживача  $R_{AB} = 3 \text{ Ом}$ ;  $X_{AB} = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_{BC} = 6 \text{ Ом}$ ;  $X_{BC} = 8 \text{ Ом}$ ;  $R_{CA} = 2 \text{ Ом}$ ;  $X_{CA} = 3 \text{ Ом}$ . Задачу розв'язати із застосуванням комплексних чисел.

**4.30.** Споживач електричної енергії, з'єднаний "зіркою" з активними і реактивними (індуктивними) опорами фаз  $R_A = R_B = R_C = R_\phi = 30 \text{ Ом}$ ,  $X_A = X_B = X_C = X_\phi = 4 \text{ Ом}$  ввімкнений у трифазну симетричну мережу з лінійною напругою 220 В. Визначити фазні й лінійні струми та активну потужність споживача. Побудувати векторну діаграму напруг і струмів.

**4.31.** У трифазну чотирипровідну мережу з діючим значенням лінійної напруги 380 В увімкнені три групи ламп розжарювання з опором у фазах *A*, *B* та *C*: 48; 857 та 250 Ом відповідно. Визначити напругу у фазі *A* та струми у всіх фазах при обриві нейтрального проводу, якщо виміряні значення напруг у фазах *B* та *C* такі:  $U_B = 240 \text{ В}$ ,  $U_C = 300 \text{ В}$ . Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.32.** Повна споживана потужність навантаження трифазного кола дорівнює 14 кВА, реактивна 9,5 квар. Визначити коефіцієнт потужності навантаження.

**4.33.** У трифазне симетричне джерело живлення ввімкнений несиметричний споживач електроенергії, що з'єднаний "трикутником". Активний опір живильної лінії становить 0,5 Ом; опори фаз споживача:  $Z_{AB} = 5 \text{ Ом}$ ;  $Z_{BC} = 10 \text{ Ом}$ ;  $Z_{CA} = 10 \text{ Ом}$ . Визначити лінійні струми споживача, якщо лінійна напруга на його затискачах 380 В.

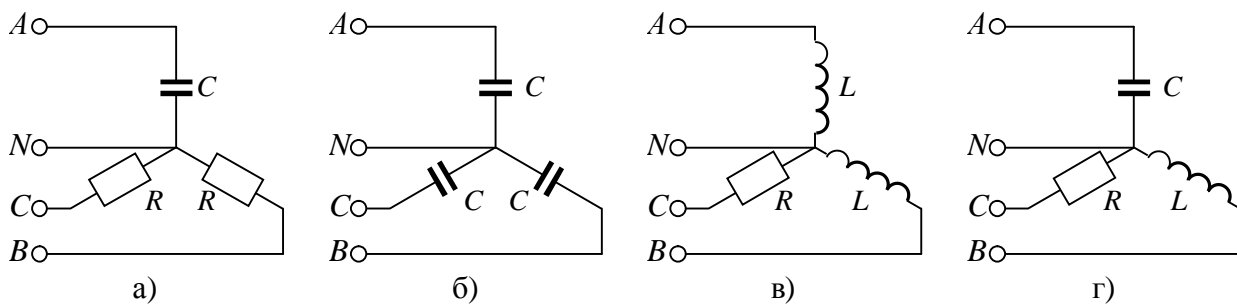


Рис. 4.19

**4.34.** На рис. 4.19, *a – г* подано схеми приймачів електричної енергії. Пояснити, чи буде струм у нейтральному проводі кожної з поданих схем, побудувати векторні діаграми струмів і напруг у загальному вигляді, припускаючи, що значення повних опорів у всіх фазах однакові.

**4.35.** У трифазну чотирипровідну мережу з діючим значенням лінійної напруги 220 В увімкнені лампи розжарювання. У кожну фазу ввімкнено паралельно по п'ять ламп потужністю 60 Вт кожна. Визначити лінійний струм, струми у фазах, струм у нейтральному проводі, опір кожної фази та напругу кожної фази при обриві нейтрального проводу. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.36.** у трифазну чотирипровідну мережу з діючим значенням лінійної напруги 380 В та частотою 50 Гц увімкнено навантаження, з'єднане за схемою рис. 4.19, *г*, де  $R_C = X_A = X_B = 176 \text{ Ом}$ . Знайти повну споживану потужність навантаження і струм у нейтральному проводі, а також значення ємності й індуктивності навантаження.

**4.37.** Приймач електричної енергії ввімкнений у трифазну чотирипровідну мережу з діючим значенням фазної напруги 127 В та частотою 50 Гц. У фазу *A* ввімкнений резистор опором 181,4 Ом, у фазу *B* – конденсатор ємністю 17,5 мкФ. Визначити характер (ємнісний, індуктивний чи активний) навантаження, ввімкненого у фазу *C*, його повний, активний і реактивний опір, необхідний для того, щоб струм у нейтральному проводі дорівнював нулю.

**4.38.** У трифазну чотирипровідну мережу з діючим значенням лінійної напруги 200 В та частотою 50 Гц ввімкнено приймач енергії відповідно до схеми, поданої на рис. 4.19, *a*, де  $R = 25 \text{ Ом}$ ,  $C = 53 \text{ мкФ}$ . Обчислити діючі значення струмів і напруг у фазах, повну, активну й реактивну потужності, побудувати векторну діаграму струмів і напруг та визначити струм у нейтральному проводі.



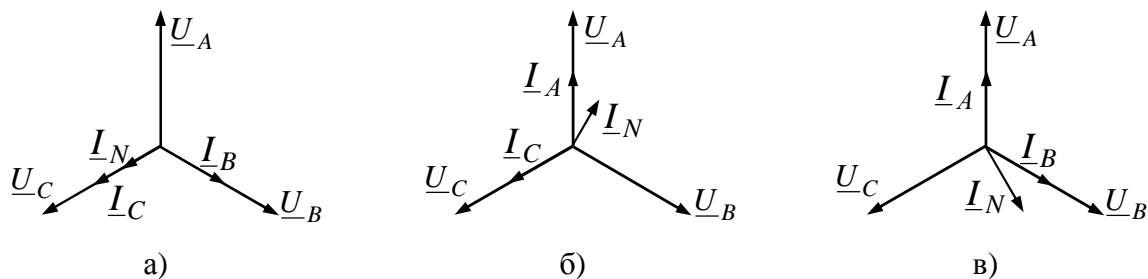


Рис. 4.20

**4.39.** З векторних діаграм, поданих на рис. 4.20, *a* – *в*, для навантаження трифазної чотирипровідної мережі, визначити в загальному вигляді вектори струмів у фазах *A*, *B* та *C*.

**4.40.** Три групи ламп розжарювання, з'єднані за схемою "трикутник" (40 ламп – паралельно в кожній фазі, струм споживання кожної лампи 0,4 А), увімкнені до джерела трифазного струму з діючим значенням лінійної напруги 127 В. Знайти діючі значення фазної напруги, лінійного струму, повну споживану потужність і опір у фазі. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.41.** У трифазну мережу з діючим значенням лінійної напруги 120 В увімкнені лампи розжарювання, з'єднані за схемою "трикутник" із симетричним навантаженням. Споживана потужність 3,6 кВт. Визначити число ламп у кожній фазі, якщо потужність кожної лампи 40 Вт.

**4.42.** Симетричне активне навантаження, з'єднане за схемою "трикутник", ввімкнено до джерела трифазної напруги. У кожну фазу (*AB*, *BC*, *CA*) і лінію *C* увімкнені амперметри *A1*, *A2*, *A3* і *A4* відповідно. Амперметри *A1*, *A2* і *A3* показують по 17 А. Що покаже амперметр *A4* у цьому випадку? Що покажуть всі амперметри, якщо відбудеться обрив: а) у лінії *B*; б) у фазі *AC*; в) одночасно у фазі *AC* і лінії *A*.

**4.43.** У мережу трифазного струму з діючим значенням лінійної напруги 120 В ввімкнений приймач енергії, з'єднаний за схемою "трикутник". У фази *AB* і *BC* увімкнені котушки з активним опором 80 Ом та індуктивним опором 140 Ом, у фазу *CA* ввімкнений конденсатор послідовно з резистором опором 25 Ом. Ємнісний опір конденсатора 25 Ом. Визначити лінійні струми, повну, активну і реактивну потужності приймача.

**4.44.** Три однакові котушки індуктивності, з'єднані за схемою "трикутник", увімкнені в трифазну мережу з діючим значенням лінійної напруги 127 В при частоті 50 Гц і споживають активну потуж-

ність 2,7 кВт при лінійному струмі 15 А. Визначити індуктивність і активний опір котушок, коефіцієнт потужності, а також повну споживану потужність навантаження.

**4.45.** Три однакових приймачі енергії, кожний з яких складається з послідовно з'єднаних резистора і конденсатора, з'єднані за схемою "трикутник" і ввімкнені до джерела трифазного струму з частотою 500 Гц. Споживана активна потужність приймача 8,4 кВт, діюче значення струму у фазі 20 А. Знайти активний опір навантаження, ємність конденсатора, повну споживану потужність, коефіцієнт потужності і струм у лінії при діючому значенні напруги на фазі 380 В. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**4.46.** Споживана активна потужність приймача енергії, з'єданого за схемою "трикутник", 3 кВт. У кожен фазу ввімкнено послідовно резистор опором 30 Ом і котушку з індуктивністю 0,24 Гн. Обчислити діючі значення струму і напруги у фазі, лінійного струму і повну споживану потужність. Частота мережі 50 Гц.

**4.47.** Як зміняться значення повної споживаної потужності й коефіцієнта потужності за умовою задачі 4.46, якщо в кожній фазі додатково ввімкнути паралельно навантаженню конденсатор ємністю 120 мкФ?

**4.48.** До джерела трифазного струму з діючим значенням лінійної напруги 220 В увімкнено симетричне навантаження, з'єдане за схемою "зірка", зі споживаною потужністю в кожній фазі 1 кВт. Визначити споживані лінійний і фазний струми. Як зміняться їх значення, якщо навантаження з'єднати за схемою "трикутник"?

**4.49.** У трифазну мережу з лінійною напругою 660 В увімкнено зіркою приймач, активний, індуктивний і ємнісний опори фаз якого  $R_A = 33 \text{ Ом}$ ,  $X_B = X_C = 33 \text{ Ом}$ ,  $X_C = X_L = 33 \text{ Ом}$ . Визначити струми і побудувати векторну діаграму.

**4.50.** У чотирипровідну трифазну мережу з лінійною напругою 220 В увімкнено зіркою приймач, активні та індуктивні опори фаз якого мають такі значення:  $R_A = 3 \text{ Ом}$ ,  $X_A = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_B = 3 \text{ Ом}$ ,  $X_B = 5,2 \text{ Ом}$ ,  $R_C = 4 \text{ Ом}$ ,  $X_C = 3 \text{ Ом}$ . Визначити струми в лінійних і нейтральних проводах і побудувати векторну діаграму.

## Глава 5. ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНІ ВИМІРЮВАННЯ Й ПРИЛАДИ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

#### Основні метрологічні поняття

*Вимірювання* – це знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів.

Щоб здійснити вимірювання, тобто порівняти вимірювану величину з одиницею вимірювання, необхідно мати цю одиницю – міру. *Міра* – це засіб вимірювання, призначений для відтворення фізичної величини заданого розміру.

У вимірюваннях використовують не тільки міри, але й вимірювальні прилади, за допомогою яких здійснюють процес порівняння вимірюваної величини з одиницею вимірювання.

*Вимірювальний прилад* – засіб вимірювання, призначений для вироблення сигналу вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем.

Електровимірювальні прилади поділяють на дві групи: прилади безпосередньої оцінки і прилади порівняння.

*Прилади безпосередньої оцінки* (амперметри, вольтметри, омметри, ватметри і т.д.) дозволяють визначити числове значення вимірюваної величини за відліковим пристроєм.

*Прилади порівняння* (мости, компенсатори) застосовують для порівняння вимірюваної величини з мірою. Їх використовують для проведення більш точних вимірювань.

*Покази приладу* – це значення вимірюваної величини, зумовлене зробленим відліком і перекладним множником (наприклад, ціною поділки).

*Відлік* – число, прочитане за відліковим пристроєм вимірювального приладу (за шкалою, цифровим табло).

#### Похибки вимірювань

*Абсолютна похибка* – це різниця між замірним і дійсним значеннями вимірюваної величини, тобто

$$\Delta A = A_{\text{вим}} - A, \quad (5.1)$$

де  $A_{\text{вим}}$ ,  $A$  – вимірюване і дійсне значення;  $\Delta A$  – абсолютна похибка.

Абсолютну похибку виражають в одиницях вимірюваної величини. Абсолютну похибку, узятую із зворотним знаком, називають *ви-*

правленням.

Відносна похибка  $\beta$  дорівнює відношенню абсолютної похибки  $\Delta A$  до дійсного значення вимірюваної величини і виражається у відсотках, а саме:

$$\beta = \frac{\Delta A}{A} \cdot 100\%. \quad (5.2)$$

Приведена похибка вимірювального приладу – це відношення абсолютної похибки до номінального значення. Номінальне значення для приладу з одnobічною шкалою дорівнює верхній межі вимірювання, для приладу з двосторонньою шкалою (з нулем посередині) – арифметичній сумі верхніх меж вимірювання, тобто

$$\beta_{\text{пр}} = \frac{\Delta A}{A_{\text{ном}}} \cdot 100\%. \quad (5.3)$$

Найбільше значення приведеної похибки в робочому діапазоні шкали вимірювального приладу називають *основною приведеною похибкою*, виражають у відсотках і вказують на шкалі цього приладу. Відповідно до стандарту прилади поділяються на вісім класів *точності*: 0,05; 0,1; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5 і 4,0.

**Вимірювання напруг і струмів.** Вимірювання напруги здійснюють за допомогою вольтметра, що вмикається паралельно тій ділянці кола, на якому виконують цю дію.

Для розширення меж вимірювання вольтметра на *постійному струмі* застосовуються додаткові опори (рис. 5.1, б), на *змінному* – додаткові опори і вимірювальні трансформатори напруги (рис. 5.1, д).

Додатковий опір вмикають послідовно з вольтметром:

$$R_{\text{д}} = R_{\text{в}}(m - 1), \quad (5.4)$$

де  $R_{\text{д}}$  – додатковий опір, Ом;  $R_{\text{в}}$  – опір вольтметра, Ом;  $m$  – число, що показує, у скільки разів необхідно збільшити межу вимірювання вольтметра.

Вимірювальний трансформатор напруги перетворює велике значення змінної напруги у відносно мале, яке вимірюється електровимірювальним приладом з невеликою межею вимірювання, і працює в режимі, близькому до режиму холостого ходу (рис. 5.1, д), тобто

$$U_1 = K_{U_{\text{ном}}} U_2, \quad (5.5)$$

де  $K_{U_{\text{ном}}}$  – номінальний коефіцієнт трансформації напруги;  $U_1$  – вимірювана напруга, В;  $U_2$  – покази приладу, В.

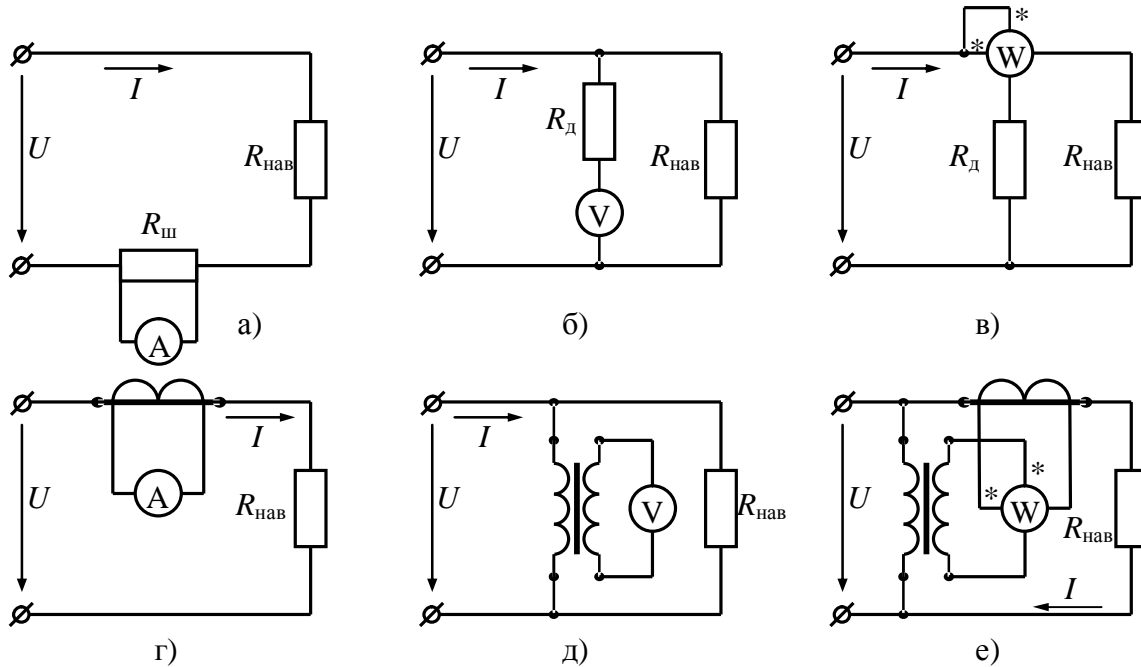


Рис. 5.1

Вимірювання струмів у вітках здійснюють за допомогою амперметрів, що вмикаються в них послідовно.

Для вимірювання струму, що перевищує номінальне значення амперметра, у колах постійного струму застосовують шунти (рис. 5.1, а), а в колах змінного струму – вимірювальні трансформатори струму (рис. 5.1, г).

Шунт – це опір, який вмикається послідовно у вимірювальне коло, а амперметр вмикається в нього паралельно.

Опір шунта

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{(n-1)}, \quad (5.6)$$

де  $R_A$  – опір амперметра, Ом;  $n = I / I_A$  – коефіцієнт шунтування, який показує, у скількох разів збільшується межа вимірювання амперметра з увімкненим шунтом;  $I$  – вимірюваний струм, А;  $I_A$  – струм, який проходить через амперметр, А.

Вимірювальний трансформатор струму перетворює великий змінний струм у відносно малий, який може бути виміряний безпосередньо електровимірювальним приладом. Схема вмикання трансформатора струму показана на рис. 5.1, г. Вимірювальний трансформатор струму працює в режимі, близькому до режиму короткого замикання. Основною його характеристикою є номінальний коефіцієнт транс-

формації  $K_{I_{\text{ном}}}$ , на який множать покази приладу для визначення вимірюваного струму.

**Вимірювання опорів.** Найбільш поширений метод – використання амперметра й вольтметра, оснований на застосуванні закону Ома для ділянки кола:

$$R_x = \frac{U}{I}, \quad (5.7)$$

де  $R_x$  – вимірюваний опір, Ом;  $U$  – спадання напруги на вимірюваному опорі, В;  $I$  – струм, що проходить через цей опір, А.

Вимірювання опорів цим методом можна здійснювати за двома схемами, які подані на рис. 5.2.

Якщо не потрібна велика точність вимірювань, то можна скористатися показами амперметра й вольтметра і розрахувати опір за формулою (5.7). Для вимірювання малих опорів з більшою точністю можна використовувати схему рис. 5.2, а, для якої

$$R_x = \frac{U}{I - U/R_V}, \quad (5.8)$$

де  $U$  – напруга, вимірювана вольтметром, В;  $I$  – струм, вимірюваний амперметром, А;  $R_V$  – опір вольтметра, Ом.

Схему рис. 5.2, б можна використовувати для визначення дійсного значення великих опорів; тоді

$$R_x = \frac{U - IR_A}{I}, \quad (5.9)$$

де  $U$  – напруга, вимірювана вольтметром, В;  $I$  – струм, вимірюваний амперметром, А;  $R_A$  – опір амперметра, Ом.

Значно точніше опори можуть бути виміряні за допомогою мостів постійного струму.

Найпростіша схема моста подана на рис. 5.3. В одне з пліч моста вмикають вимірюваний опір і, змінюючи опір будь-якого плеча, до-

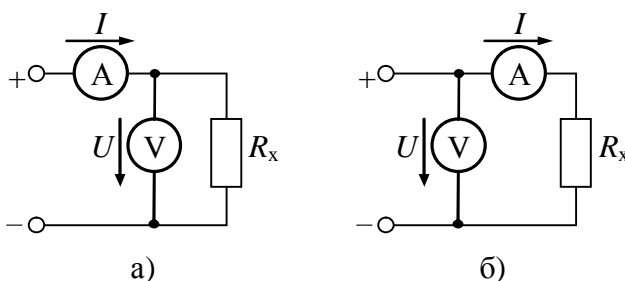


Рис. 5.2.

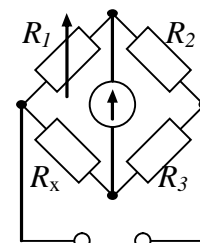


Рис. 5.3.

магаються відсутності струму у вимірювальній діагоналі – індикатор нуля повинен показати нуль. Тоді

$$R_x = R_1 \frac{R_3}{R_2}. \quad (5.10)$$

**Вимірювання потужності.** Потужність кола постійного струму можна визначити за допомогою амперметра й вольтметра:

$$P = VI,$$

де  $U$  – покази вольтметра, увімкненого на ділянці, де визначається потужність,  $B$ ;  $I$  – покази амперметра на тій самій ділянці кола,  $A$ .

Для вимірювання тієї самої потужності може бути використаний електродинамічний ватметр. Кут повороту рухомої частини цього приладу пропорційний потужності, значення якої нанесені на шкалу приладу:  $\alpha = KP$ .

Активну потужність у колах змінного струму вимірюють також ватметрами. Для розширення меж вимірювання застосовуються вимірювальні трансформатори струму й напруги (рис. 5.1, *e*).

У трифазному трипровідному колі при симетричному навантаженні для вимірювання активної потужності застосовують один ватметр, увімкнений в одну з фаз. Для визначення потужності всього трифазного кола треба покази ватметра помножити на три, тобто

$$P = 3P_1 = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \phi. \quad (5.11)$$

У трифазному трипровідному колі при симетричному або несиметричному навантаженні активну потужність усього кола вимірюють за схемою двох ватметрів (рис. 5.4), а саме:

$$P = P_1 \pm P_2, \quad (5.12)$$

де  $P_1, P_2$  – покази першого і другого ватметрів,  $Вт$ ;

$$\begin{aligned} P_1 &= U_{AC} I_A \cos \phi_1; \\ P_2 &= U_{BC} I_C \cos \phi_2; \end{aligned} \quad (5.13)$$

де  $\phi_1, \phi_2$  – відповідно зсув фаз між векторами  $\underline{U}_{CA}$  і  $\underline{I}_A$  та  $\underline{U}_{BC}$  і  $\underline{I}_C$ .

Для симетричного навантаження

$$\begin{aligned} P_1 &= U_{\perp} I_{\perp} \cos(30^\circ - \phi); \\ P_2 &= U_{\perp} I_{\perp} \cos(30^\circ + \phi); \end{aligned} \quad (5.14)$$

де  $\phi$  – фазовий зсув між напругою і струмом у фазі.

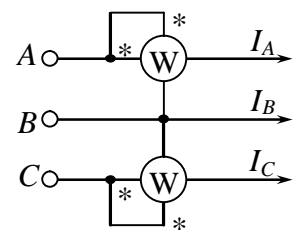


Рис. 5.4

У трифазному чотирипровідному колі для вимірювання активної потужності застосовують метод трьох ватметрів. Активна потужність усього кола дорівнює сумі показів усіх ватметрів, тобто

$$P = P_1 + P_2 + P_3, \quad (5.15)$$

де  $P_1, P_2, P_3$  – покази кожного ватметра, Вт.

Покази ватметра визначають за відліком (у поділках шкали), помноженим на ціну поділки ватметра. Ціна поділки ватметра

$$C_W = \frac{U_{\text{НОМ}} I_{\text{НОМ}}}{\alpha_{\text{МАХ}}},$$

де  $U_{\text{НОМ}}$  – номінальне значення напруги, В;  $I_{\text{НОМ}}$  – номінальне значення струму, А;  $\alpha_{\text{МАХ}}$  – максимальне число поділок ватметра.

**Вимірювання електричної енергії.** Вимірювання електричної енергії однофазного змінного струму звичайно здійснюють за допомогою електричних лічильників з індукційними вимірювальними механізмами за такою закономірністю:

$$W = CN, \quad (5.17)$$

де  $W$  – енергія, дійсно витрачена в мережі, кВт·год;  $C$  – дійсна постійна лічильника;  $N$  – число обертів диска лічильника.

*Дійсна постійна лічильника* – це кількість енергії, що пройшла через лічильник за час одного оберту диска.

Енергія, врахована лічильником

$$W' = C_{\text{НОМ}} N, \quad (5.19)$$

де  $C_{\text{НОМ}}$  – номінальна постійна лічильника, тобто кількість енергії, що враховується рахунковим механізмом за один оберт диска.

Для визначення енергії, витраченої за якийсь проміжок часу, необхідно від показу його наприкінці вимірювання відняти показ, знятий на початку.

Знаючи постійні  $C$  та  $C_{\text{НОМ}}$ , можна визначити відносну похибку лічильника таким чином:

$$\beta = \frac{W' - W}{W} = \frac{C_{\text{НОМ}} - C}{C} \cdot 100\%. \quad (5.19)$$

Поправковий коефіцієнт лічильника  $K$  – це відношення дійсно витраченої енергії до енергії, врахованої лічильником,

$$K = \frac{W'}{W} = \frac{C N}{C_{\text{НОМ}} N} = \frac{C}{C_{\text{НОМ}}}. \quad (5.20)$$



Для вимірювання енергії у трифазних три- та чотириввідних колах застосовують однофазні, двоелементні та триелементні лічильники енергії. Використовують також трифазні лічильники енергії.

### ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**5.1.** Вольтметр класу точності 1,0 з межею вимірювання 300 В, що має максимальне число поділок 150, перевірений на оцінках 30; 60; 100; 120 і 150 поділок, при цьому абсолютна похибка у цих точках становила 1,8; 0,7; 2,5; 1,2 і 0,8 В. Визначити, чи відповідає прилад зазначеному класові точності, встановити відносні похибки на кожній оцінці.

*Розв'язок.* Вольтметр класу точності 1,0 з межею вимірювання 300 В має найбільшу абсолютну похибку 3 В. Оскільки значення абсолютної похибки на всіх оцінках, що перевіряються, менші від 3 В, то прилад відповідає класу точності 1,0.

*Відносні похибки*

$$b = \frac{DU}{U} \cdot 100\%; \quad b_1 = \frac{1,8}{30 \cdot 2} \cdot 100\% = 3 \%; \quad b_2 = \frac{0,7}{60 \cdot 2} \cdot 100\% = 0,6 \%;$$

$$b_3 = \frac{2,5}{100 \cdot 2} \cdot 100\% = 1,25 \%; \quad b_4 = \frac{1,2}{120 \cdot 2} \cdot 100\% = 0,5 \%;$$

$$b_5 = \frac{0,85}{150 \cdot 2} \cdot 100\% = 0,28 \%.$$

**5.2.** Необхідно виміряти струм споживача в межах 20 – 25 А. Є мікроамперметр із межею вимірювання 200 мкА, внутрішнім опором 300 Ом і максимальним числом поділок 100. Визначити опір шунта для розширення межі вимірювання до 30 А та відносну похибку вимірювання на оцінці 85 поділок, якщо клас точності приладу 1,0.

*Розв'язок.* Необхідно спочатку визначити коефіцієнт шунтування

$$n = \frac{I}{I_A} = \frac{30}{200 \cdot 10^{-6}} = 15000.$$

Тоді

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n - 1} = \frac{300}{15000 - 1} = 0,002 \text{ Ом}.$$

Визначаємо покази амперметра, що відповідає 85 поділкам, для чого визначимо ціну поділки приладу ( $C_A = 30 / 100 = 0,3 \text{ А/поділок}$ ) і помножимо неї на число поділок 85, тоді прилад покаже  $I = 0,3 \cdot 85 = 25,5 \text{ А}$ .

*Відносна похибка у цій точці*

## 5. Електротехнічні вимірювання й прилади

---

$$b = \frac{DI_{\max}}{I} \cdot 100\% = \frac{0,3 \cdot 100}{25,5} = 1,18 \%,$$

де  $DI_{\max} = 0,3 \text{ А}$ .

**5.3.** У мережу змінного струму через трансформатор струму 100/2,5 А та трансформатор напруги 600/150 В увімкнені амперметр, вольтметр і ватметр, що показали відповідно 100, 120 і 88 поділок. Межі вимірювання приладів такі: амперметр – 3 А, вольтметр – 150 В, ватметр – 2,5 А за струмом, 150 В за напругою. Усі прилади класу точності 0,5 мають максимальне число поділок 150. Визначити повну споживану мережею потужність, її повний опір і коефіцієнт потужності.

**Розв'язок.** Визначаємо ціну поділки кожного приладу як відношення межі вимірювання до максимального числа поділок. Для амперметра ціна поділки 0,02 А/поділок, для вольтметра – 1 В/поділок, для ватметра – 2,5 Вт/поділок. Тоді маємо покази приладів:

$$I = 0,02 \cdot 100 = 2 \text{ А}; \quad U = 1 \cdot 120 = 120 \text{ В}; \quad P = 2,5 \cdot 88 = 220 \text{ Вт}.$$

*Коефіцієнти трансформації*

$$K_I = \frac{I_{\text{НОМ}}}{I_{2\text{НОМ}}} = \frac{100}{2,5} = 40, \quad K_U = \frac{U_{\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{600}{150} = 4.$$

*Струм, напруга й активна потужність мережі*

$$I_c = K_I I = 40 \cdot 2 = 80 \text{ А}, \quad U_c = K_U U = 4 \cdot 120 = 480 \text{ В},$$

$$P_c = K_U K_I P = 40 \cdot 4 \cdot 220 = 35,2 \text{ кВт}.$$

*Повну потужність, споживану мережею, визначаємо через струм і напругу, тобто*

$$S = U_c I_c = 480 \cdot 80 = 38,4 \text{ кВА}.$$

*Коефіцієнт потужності*

$$\cos \varphi = P_c / S_c = 32,5 / 38,4 = 0,92.$$

*Повний опір мережі*

$$Z_c = \frac{U_c}{I_c} = \frac{480}{80} = 6 \text{ Ом}.$$

**5.4.** Методом амперметра і вольтметра вимірюється опір за схемою рис. 5.2, а. Покази амперметра й вольтметра:  $U = 4,8 \text{ В}$ ,  $I = 0,15 \text{ А}$ . Прилади мають клас точності 1,0 і межі вимірювання 250 мА і 7,5 В відповідно. Визначити вимірюваний опір, найбільшу абсолютну і відносну похибки вимірювання.

**Розв'язок.** Вимірюваний опір

$$R_x = \frac{U}{I} = \frac{4,8}{0,15} = 32 \text{ Ом}.$$

## 5. Електротехнічні вимірювання й прилади

---

Найбільша абсолютна похибка вольтметра й амперметра відповідно до зазначених меж і класу точності 1,0

$$DU_{\max} = 1\%U_{\text{пр}} = 0,01 \cdot 7,5 = 0,075 \text{ В}, \quad DI_{\max} = 1\%I_{\text{пр}} = 0,01 \cdot 0,25 = 0,0025 \text{ мА}.$$

Найбільше значення вимірюваного опору з урахуванням класу точності застосовуваних приладів

$$R_{x \max} = \frac{U + DU_{\max}}{I - DI_{\max}} = \frac{4,8 + 0,075}{0,15 - 0,0025} = 33,05 \text{ Ом}.$$

Тоді відносна похибка вимірювання

$$\frac{R_{x \max} - R_x}{R_x} \cdot 100\% = \frac{32 - 33,05}{33,05} \cdot 100\% = -3,28 \%$$

**5.5.** Паспортні дані лічильника електричної енергії: 1 кВт·год – 640 обертів диска, 220 В, 10 А. Визначити відносну похибку лічильника і поправковий коефіцієнт, якщо він був перевірений при номінальних значеннях струму та напруги і за 10 хв. зробив 236 обертів.

**Розв'язок.** Визначаємо номінальну і дійсну сталі лічильника:

$$C_{\text{НОМ}} = W_{\text{НОМ}} / N_{\text{НОМ}} = 1000 \cdot 3600 / 640 = 5625 \text{ Вт} \cdot \text{с/об},$$

$$C = \frac{UIt}{N_1} = \frac{220 \cdot 10 \cdot 600}{236} = 5600 \text{ Вт} \cdot \text{с/об}.$$

Поправковий коефіцієнт лічильника

$$K = C / C_{\text{НОМ}} = 5600 / 5625 = 0,995.$$

Відносна похибка лічильника

$$b = \frac{C_{\text{НОМ}} - C}{C_{\text{НОМ}}} \cdot 100\% = \frac{5625 - 5600}{5625} \cdot 100\% = 0,444 \%$$

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**5.1.** Вольтметр із межею вимірювання 7,5 В та максимальним числом поділок 150 має найбільшу абсолютну похибку 36 мВ. Визначити клас точності приладу й відносну похибку в точках 40; 80; 90; 100 і 120 поділок.

**5.2.** При перевірці амперметра з межею вимірювання 10 А класу точності 0,5 відносна похибка поділки 2 А склала 5,5 %. Встановити, чи відповідає прилад зазначеному класові точності, якщо абсолютна похибка у цій точці має найбільшу величину.

**5.3.** Мілівольтметр магнітоелектричної системи класу точності

## 5. Електротехнічні вимірювання й прилади

---

0,5 з межами вимірювань 3; 1,5; 0,6; 0,3; 0,15 В має максимальне число поділок 150. Встановити для кожної межі найбільше і найменше значення вимірюваних напруг у точці, що відповідає 40 поділкам.

**5.4.** Вольтметри різних систем з однією межею вимірювання  $U$  мають такі класи точності: 1,0; 2,5; 0,5 0,25. Визначити найбільшу абсолютну похибку для кожного приладу в загальному вигляді.

**5.5.** Межа вимірювання  $I_{\text{пр}}$  амперметра з внутрішнім опором  $R_A$  повинна бути розширена до значення  $80I_{\text{пр}}$ . Знайти значення  $R_{\text{ш}}$ .

**5.6.** Вольтметр із межею вимірювання  $U_{\text{пр}}$  і внутрішнім опором  $R_V$  повинен працювати на розширеній межі  $5U_{\text{пр}}$ . Визначити додатковий опір.

**5.7.** Визначити клас точності мікроамперметра з двобічною шкалою і межею вимірювання 100 мкА, якщо найбільше значення абсолютної похибки отримане на оцінці 40 мкА і дорівнює 1,7 мкА. Знайти відносну похибку приладу для цього значення?

**5.8.** Межа вимірювання мікроамперметра на 150 мкА повинна бути розширена до 15 А. Встановити опір шунта, якщо внутрішній опір приладу 400 Ом. Встановити також клас точності приладу, якщо найбільше значення абсолютної похибки амперметра 100 мА.

**5.9.** Для розширення межі вимірювання амперметра з внутрішнім опором 0,5 Ом у 50 разів необхідно ввімкнути шунт. Обчислити опір шунта, струм повного відхилення приладу і максимальне значення струму на розширеній межі, якщо спадання напруги на шунті 75 мВ.

**5.10.** Амперметр із внутрішнім опором 0,015 Ом і межею вимірювання 20 А має шунт опором 0,005 Ом. Визначити межу вимірювання амперметра із шунтом, а також струм у колі, якщо його показ дорівнює 12 А.

**5.11.** Магнітоелектричний прилад з опором 10 Ом і струмом повного відхилення 7,5 мА може бути використаний як амперметр на 30 А. Визначити опір шунта.

**5.12.** Амперметр із зовнішнім шунтом 0,005 Ом розрахований на межу вимірювання 60 А, його внутрішній опір 15 Ом. Визначити струм повного відхилення вимірювальної котушки приладу.

**5.13.** Амперметр класу точності 1,5 з межею вимірювання 100 А має зовнішній шунт опором 0,001 Ом. Визначити опір вимірювальної котушки приладу, якщо струм повного відхилення 25 мА. Визначити також найбільшу абсолютну й відносну похибки вимірюван-

ня таких значень струмів: 20; 30; 50; 75; 80 А. Визначити найбільшу споживану амперметром потужність.

**5.14.** Мікроамперметр із межею вимірювання 1000 мкА і внутрішнім опором 300 Ом необхідно використовувати як вольтметр на межу 30 В. Визначити додатковий опір.

**5.15.** Мілівольтметр із межею вимірювання 750 мВ необхідно переробити на вольтметр із межами 7,5; 15; 75; 150 В. Додатковий опір на межі 7,5 В складає 1350 Ом. Визначити додатковий опір на кожній з меж, опір і струм повного відхилення приладу.

**5.16.** Межа вимірювання вольтметра електромагнітної системи становить 7,5 В при внутрішньому опорі 200 Ом. Визначити додатковий опір, який необхідно увімкнути для розширення межі вимірювання до 600 В.

**5.17.** Для вимірювання напруги джерела 350 В використовували два послідовно ввімкнених між собою вольтметри на межі вимірювань 300 і 150 В з внутрішнім опором відповідно 7 і 3 кОм. Визначити покази приладів, максимальну абсолютну й відносну похибки вимірювання, якщо прилади мають клас точності 0,5.

**5.18.** Напруга джерела вимірюється двома послідовно ввімкненими вольтметрами з межами вимірювань 100 і 75 В і класами точності 1,0 і 1,5. Покази приладів такі:  $U_1 = 78$  В,  $U_2 = 67$  В. Визначити, чи відповідає вимірювання заданої точності 1 %.

**5.19.** Визначити опір резистора  $R$  (див. рис. 5.2, а) для двох випадків: а) без врахування внутрішнього опору вольтметра; б) з врахуванням його. Покази вольтметра й амперметра при цьому такі:  $U = 75$  В,  $I = 5$  А, внутрішній опір вольтметра 5 кОм.

**5.20.** Опір вимірюється методом амперметра й вольтметра. Покази приладів при цьому  $U = 12$  В,  $I = 0,25$  А. Межі вимірювання і класи точності вольтметра й амперметра відповідно: 15 В, клас точності 0,5; 0,5 А, клас точності 1,0. Визначити вимірюваний опір і найбільші абсолютну та відносну похибки без врахування опору приладів.

**5.21.** Мостом постійного струму вимірюють опір резистора (див. рис. 5.3). Отримано такі значення опорів пліч моста при його урівноважуванні:  $R_1 = 136$  Ом,  $R_2 = 1000$  Ом,  $R_3 = 100$  Ом. Визначити вимірюваний опір і найбільшу абсолютну похибку вимірювання, якщо клас точності моста 1,0.

**5.22.** Визначити активний опір індуктивної котушки, що вимірюється на постійному струмі мостовим методом. При цьому значен-

ня опорів (див. рис. 5.3) виявилися такими:  $R_1 = 26,387 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 100 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Як зміниться опір плеча  $R_1$ , якщо вибрати:

- а)  $R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}$ ;                      б)  $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  
в)  $R_2 = 1000 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;        г)  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 100 \text{ Ом}$ ?

Яке з вимірювань дає найбільш точний результат, якщо  $R_1$  може змінюватися до  $1000 \text{ Ом}$ , найменше його значення  $0,001 \text{ Ом}$ ?

**5.23.** У трифазну мережу з діючим значенням лінійної напруги  $380 \text{ В}$  увімкнено трифазний асинхронний двигун. Визначити споживану двигуном активну потужність і коефіцієнт потужності в режимі холостого ходу і під навантаженням, якщо покази ватметра й амперметра, ввімкнених в одну з фаз двигуна, для зазначених режимів такі:  $P_{\text{хх}} = 20 \text{ Вт}$ ,  $I_{\text{хх}} = 0,3 \text{ А}$ ,  $P_{\text{н}} = 154 \text{ Вт}$ ,  $I_{\text{н}} = 1 \text{ А}$ .

**5.24.** Активна потужність трифазного симетричного навантаження, ввімкненого за схемою "зірка", вимірюється методом двох ватметрів. Діюче значення лінійної напруги  $220 \text{ В}$ . Повний опір кожної фази  $120 \text{ Ом}$ . Визначити покази другого ватметра при нульовому показі першого.

**5.25.** Як зміняться покази ватметрів (задача 5.24), якщо навантаження: а) чисто активне; б) чисто реактивне?

**5.26.** У трифазне чотирипровідне коло ввімкнені три ватметри, що дали такі покази (Вт):  $P_1 = P$ ,  $P_2 = -0,8P$ ,  $P_3 = 2P_2$ . Визначити споживану колом потужність.

**5.27.** Коефіцієнт потужності навантаження трифазного трипровідного кола  $\cos \varphi = 0,5$ . Потужність вимірюється за допомогою двох ватметрів. Що покажуть обидва прилади і яка активна потужність усього кола?

**5.28.** У трифазне трипровідне коло ввімкнені два ватметри. Обидва прилади дали однакові покази. Визначити, симетричне чи несиметричне це навантаження і який його характер?

**5.29.** У трифазному чотирипровідному колі з діючим значенням лінійної напруги  $220 \text{ В}$  та коефіцієнтом потужності навантаження в кожній фазі  $0,7$  покази ватметрів у фазах  $A$ ,  $B$  та  $C$  дорівнюють  $210$ ,  $320$  і  $375 \text{ Вт}$ . Визначити повну, активну і реактивну потужності, споживані навантаженням, а також повний, активний і реактивний опір навантаження в кожній фазі.

**5.30.** Через трансформатор струму  $50/5 \text{ А}$  і трансформатор напруги  $3000/150 \text{ В}$  в однофазне коло змінного струму ввімкнено ватметр електродинамічної системи з межами вимірювань  $5 \text{ А}$  та  $150 \text{ В}$ .

Визначити активну потужність кола і найбільшу відносну похибку вимірювання, якщо ватметр показав 125 поділок. Клас точності приладу 0,5, максимальне число поділок 150. (Класом точності вимірювальних трансформаторів знехтувати.)

**5.31.** Амперметр, вольтметр і ватметр увімкнені в навантаження через трансформатори струму 150/5 А та напруги 1000/100 В. Покази приладів при цьому такі:  $I = 2,4$  А,  $U = 78$  В та  $P = 165$  Вт. Визначити струм, напругу і потужність навантаження (повну, активну, реактивну) і  $\cos \varphi$ .

**5.32.** Визначити повний, активний і реактивний опори та потужності кола змінного струму, якщо амперметр, вольтметр і ватметр, увімкнені через трансформатори струму і напруги з коефіцієнтами трансформації  $K_{I_{\text{НОМ}}} = 50$  і  $K_{U_{\text{НОМ}}} = 40$  при  $I_{2_{\text{НОМ}}} = 5$  А і  $U_{2_{\text{НОМ}}} = 100$  В, показали такі значення:  $I = 4,2$  А,  $U = 90$  В і  $P = 240$  Вт.

**5.33.** Лічильник електричної енергії має паспортні дані: 120 В, 10 А, 1 кВт·год – 625 обертів диска. Визначити номінальну постійну лічильника і потужність навантаження, якщо його диск зробив за 10 хв 450 обертів.

**5.34.** Визначити номінальну і дійсну постійні лічильника електричної енергії, його відносну похибку і поправковий коефіцієнт, якщо паспортні дані лічильника: 1 кВт·год = 1280 обертів диска, 220 В, 5 А, 50 Гц. Лічильник перевірений при напрузі 220 В та струмі 5 А, зробив 150 обертів за 6 хв. Визначити потужність, споживану колом.

**5.35.** Лічильник електричної енергії, увімкнений у коло змінного струму напругою 220 В та частотою 50 Гц, зробив 600 обертів за 1,5 год. Визначити струм навантаження за умови, що воно незмінне, а  $C_{\text{НОМ}} = 4800$  Вт·с/об.

**5.36.** Лічильник електричної енергії показав  $W$  (кВт·год) за 5 год. Визначити потужність, споживану колом.

**5.37.** Поправковий коефіцієнт лічильника електричної енергії 0,8, його показ дорівнює  $W$  (кВт·год). Визначити дійсне значення витраченої в мережі енергії.

## Глава 6. ТРАНСФОРМАТОРИ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

*Трансформатором* називається статичний пристрій, що має дві або декілька індуктивно зв'язаних обмоток, і призначений для перетворення однієї чи кількох систем змінного струму з одними параметрами (струм, напруга та ін.) в іншу або кілька інших систем змінного струму з іншими параметрами.

З цього визначення випливає, що робота трансформатора основана на електромагнітній взаємодії двох або декількох нерухомих у просторі контурів.

#### Однофазні трансформатори

Діючі значення ЕРС, що наводяться в первинній і вторинній обмотках, визначають за формулами:

$$E_1 = 4.44 f w_1 \Phi_m, \quad (6.1)$$

$$E_2 = 4.44 f w_2 \Phi_m, \quad (6.2)$$

де  $E_1$  і  $E_2$  – ЕРС первинної і вторинної обмоток, В;  $f$  – частота змінного струму, Гц;  $\Phi_m$  – амплітудне значення магнітного потоку, Вб;  $w_1$  і  $w_2$  – числа витків первинної і вторинної обмоток.

Відношення ЕРС обмоток, що дорівнює відношенню чисел витків обмоток, називають *коефіцієнтом трансформації*, тобто:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_1}{U_2}. \quad (6.3)$$

Рівняння струмів має вигляд

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \frac{w_2}{w_1}, \quad (6.4)$$

де  $\underline{I}_0$  – струм холостого ходу трансформатора, А;  $\underline{I}_1$  і  $\underline{I}_2$  – відповідно струми первинної і вторинної обмоток, А.

Нехтуючи струмом холостого ходу, можна вважати, що

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{k}. \quad (6.5)$$

Струми в обмотках трансформатора обернено пропорційні числу витків цих обмоток.

ККД трансформатора при номінальному навантаженні визнача-



ють відношенням активних потужностей на виході та вході трансформатора, тобто:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_k + P_0} = \frac{P_2}{P_2 + P_{e1} + P_{e2} + P_0} = 1 - \frac{P_{e1} + P_{e2} + P_0}{P_2 + P_{e1} + P_{e2} + P_0}, \quad (6.6)$$

де  $P_2$  – активна потужність, що споживається навантаженням трансформатора, Вт;  $P_1$  – активна потужність, яка надходить у первинну обмотку з мережі, Вт;  $P_k$  і  $P_0$  – втрати потужності при короткому замиканні й холостому ході, Вт;  $P_{e1}$  і  $P_{e2}$  – електричні втрати в первинній і вторинній обмотках, Вт.

ККД трансформатора при будь-якому навантаженні визначають за формулою:

$$\eta = \frac{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2}{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_k}, \quad (6.7)$$

де  $\beta = I_2 / I_{2\text{НОМ}}$  – коефіцієнт навантаження, що визначається як відношення струму у вторинній обмотці до номінального струму вторинної обмотки;  $S_{\text{НОМ}} = U_{\text{НОМ}} I_{\text{НОМ}}$  – повна номінальна потужність трансформатора, ВА;  $\cos \varphi_2$  – коефіцієнт потужності вторинної обмотки.

Максимальний ККД відповідає такому значенню коефіцієнта навантаження:

$$\beta_m = \sqrt{\frac{P_0}{P_k}}. \quad (6.8)$$

Процентна зміна напруги на вторинній обмотці

$$\Delta u_2 = \beta(u_a \cos \varphi_2 \pm u_p \sin \varphi_2), \quad (6.9)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт навантаження;  $u_a = \frac{R_k I_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} \cdot 100\%$  – активна скла-

дова напруги короткого замикання;  $u_p = \frac{X_k I_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} \cdot 100\%$  – реактивна

складова напруги короткого замикання.

Знак плюс відповідає індуктивному, а знак мінус – ємнісному навантаженню.

Втрати холостого ходу

$$P_0 = I_0 U_1 \cos \varphi_0, \quad (6.10)$$

де  $U_1$  – напруга первинної обмотки, В.

Втрати потужності холостого ходу витрачаються на нагрівання сталі, тобто  $P_0 = P_{ст}$ .

Струм холостого ходу у відсотках від номінального значення первинного струму

$$i = \frac{I_0}{I_{ном}} \cdot 100. \quad (6.11)$$

Повний опір при холостому ході трансформатора

$$Z_0 = U_{1ном} / I_0. \quad (6.12)$$

Активний опір при холостому ході

$$R_0 = Z_0 \cos \varphi_0. \quad (6.13)$$

Втрати короткого замикання

$$P_k = I_{1ном} U_{кном} \cos \varphi_k = I_{1ном}^2 R_k, \quad (6.14)$$

де  $U_{кном}$  – напруга короткого замикання.

Потужність, що споживається трансформатором при дослідному короткому замиканні, витрачається на нагрівання обмоток, а саме:

$$P_k = P_{1e} + P_{2e} = P_e. \quad (6.15)$$

Напругу первинної обмотки, при якій струми в обмотках короткозамкненого трансформатора дорівнюють номінальним, називають *номінальною напругою короткого замикання*. Цю напругу вказують у відсотках стосовно номінальної напруги первинної обмотки, тобто

$$u_k = \frac{U_{кном}}{U_{1ном}} \cdot 100\%. \quad (6.16)$$

Повний опір при короткому замиканні

$$Z_k = U_{кном} / I_{1ном}. \quad (6.17)$$

Активний опір короткого замикання

$$R_k = Z_k \cos \varphi_k. \quad (6.18)$$

### Трифазні трансформатори

Співвідношення між лінійними і фазними значеннями струмів та напруг при з'єднанні:

а) "зіркою"

$$U_{л} = \sqrt{3}U_{ф} = 1,73U_{ф}; \quad I_{л} = I_{ф};$$

б) "трикутником"

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}; \quad I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}} = 1,73I_{\text{ф}}.$$

Номинальний первинний і вторинний струми (відповідно  $I_{1\text{НОМ}}$  і  $I_{2\text{НОМ}}$ ), визначаються величиною  $S_{\text{НОМ}}$ , номінальною напругою  $U_{1\text{НОМ}}$  і  $U_{2\text{НОМ}}$  у такому співвідношенні:

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{\sqrt{3}U_{1\text{НОМ}}}; \quad I_{2\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{\sqrt{3}U_{2\text{НОМ}}}. \quad (6.19)$$

Потужність, незалежно від схеми з'єднання, визначають за такими формулами:

а) активну  $P = 3P_{\text{ф}} = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}} \cos \varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi;$

б) реактивну  $Q = 3Q_{\text{ф}} = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}} \sin \varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin \varphi;$

в) повну  $S = 3S_{\text{ф}} = 3U_{\text{ф}}I_{\text{ф}} = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}.$

Втрати:

– електричні  $P_{\text{е}} = 3I^2R;$

– магнітні (у сталі)  $P_{\text{ст}} = 3P_0.$

Коефіцієнт трансформації залежить від схеми з'єднання обмоток таким чином:

Схема з'єднання обмоток	$Y/Y$ $Y/Y_0$	$\Delta/Y$ $\Delta/Y_0$	$\Delta/\Delta$	$Y/\Delta$
Коефіцієнт трансформації	$\frac{w_1}{w_2}$	$\frac{w_1}{\sqrt{3}w_2}$	$\frac{w_1}{w_2}$	$\frac{\sqrt{3}w_1}{w_2}$

У чисельнику вказують схему ввімкнення обмоток вищої напруги, у знаменнику – схему ввімкнення обмотки нижчої напруги.

Опори:

– повний  $Z = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}I_{\text{л}}} = \frac{U_{\text{ф}}}{3I_{\text{ф}}};$

– активний  $R = \frac{P}{\sqrt{3}I_{\text{л}}^2} = \frac{P}{3I_{\text{ф}}^2}.$

Коефіцієнт потужності

$$\cos \varphi = \frac{P_{\Phi}}{3U_{\Phi}I_{\Phi}}.$$

Коефіцієнт корисної дії

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \sum p}.$$

### **Автотрансформатори**

Прохідна потужність

$$S_{\text{пр}} = S_e + S_m = U_2 I_1 + U_2 I_{\text{ах}}, \quad (6.20)$$

де  $S_e = U_2 I_1$  – потужність, передана електричним шляхом;  $S_m = U_2 I_{\text{ах}}$  – потужність, передана магнітним шляхом;  $U_2$  – напруга на вторинній обмотці;  $I_1$  – струм первинної обмотки;  $I_{\text{ах}}$  – струм на загальній ділянці обмоток автотрансформатора.

Розрахункова, або електромагнітна, потужність

$$S_p = S_m = S_{\text{пр}}(1 - 1/k) = S_{\text{пр}} K_B, \quad (6.21)$$

де  $K_B = (1 - 1/k)$  – коефіцієнт вигідності автотрансформатора.

### **Вимірювальні трансформатори**

Дійсний коефіцієнт трансформації вимірювальних трансформаторів визначають за формулами для трансформаторів:

– струму 
$$K_I = \frac{I_1}{I_2};$$

– напруги 
$$K_U = \frac{U_1}{U_2},$$

де  $I_1, I_2, U_1, U_2$  – дійсні значення первинних і вторинних струмів та напруг.

Номинальні коефіцієнти трансформації:

– стосовно струму 
$$K_{I_{\text{ном}}} = \frac{I_{1_{\text{ном}}}}{I_{2_{\text{ном}}}}.$$

– стосовно напруги 
$$K_{U_{\text{ном}}} = \frac{U_{1_{\text{ном}}}}{U_{2_{\text{ном}}}}.$$

Навантаження між *паралельно ввімкненими* трансформаторами розподіляється обернено пропорційно напругам короткого замикання ( $u_{1к}, u_{2к}$ ), тобто

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{u_{2к}}{u_{1к}} \frac{S_{1\text{НОМ}}}{S_{2\text{НОМ}}},$$

де  $S_1$  і  $S_2$  – фактичне навантаження трансформаторів, кВА;  $S_{1\text{НОМ}}$  і  $S_{2\text{НОМ}}$  – номінальна потужність трансформаторів, кВА.

### **ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ**

**6.1.** За паспортними даними і результатами огляду однофазного трансформатора встановлено, що число витків первинної обмотки 424, а вторинної обмотки 244, дійсний перетин осердя  $28,8 \text{ см}^2$ ; 10 % припадає на ізоляцію пластин, активний опір первинної обмотки 1,2 Ом, вторинної обмотки  $R_2 = 1,4 \text{ Ом}$ , втрати холостого ходу складають 1 % від номінального значення споживаної потужності, напруга на первинній обмотці 220 В, активний струм обмоток  $I_1 = 2,95 \text{ А}$ ,  $I_2 = 4,85 \text{ А}$ , струм холостого ходу 5 % від  $I_{\text{НОМ}}$ . Визначити амплітудне значення магнітної індукції, ЕРС вторинної обмотки, електричні й магнітні втрати, номінальний ККД.

**Розв'язок.** Приблизно можна вважати, що ЕРС первинної обмотки дорівнює напрузі живильної мережі, тобто  $U_1 = E_1 = 4,44 f w_1 F_m$ . Звідси визначимо магнітний потік:

$$F_m = \frac{U_1}{4,44 f w_1} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 424} = 0,0023 \text{ Вб.}$$

Активний перетин сталі знаходимо як різницю між дійсним перетином сталі й перетином ізоляції:  $S_a = S_d - S_{iz} = 28,8 - 0,1 \cdot 28,8 \cong 26 \text{ см}^2$ .

Амплітудне значення магнітної індукції

$$B_m = \frac{F_m}{S_a} = \frac{0,0023}{0,0026} = 0,88 \text{ Тл.}$$

Коефіцієнт трансформації

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{424}{244} = 1,73.$$

Звідси ЕРС вторинної обмотки

$$E_2 = E_1 / k = 220 / 1,73 = 127 \text{ В.}$$

Абсолютне значення струму холостого ходу

$$I_0 = 5\% I_{\text{НОМ}} = 0,05 \cdot 2,95 = 0,147 \text{ А.}$$

Електричні втрати трансформатора

$$P_e = P_{e1} + P_{e2} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 2,95^2 \cdot 1,2 + 4,85^2 \cdot 1,4 = 43,3 \text{ Вт.}$$

Магнітні втрати

## 6. Трансформатори

---

$$P_M = P_0 = 1\%P_1 = 0,01 \cdot 220 \cdot 2,95 = 6,5 \text{ Вт.}$$

Сума втрат

$$\sum p = P_e + P_M = 43,3 + 6,5 = 49,8 \text{ Вт.}$$

ККД трансформатора при номінальному навантаженні

$$h = \frac{P_1 - \sum p}{P_1} = \frac{220 \cdot 2,95 - 49,8}{220 \cdot 2,95} = 0,92.$$

**6.2.** Первинну обмотку однофазного трансформатора, що споживає потужність 12 кВА, увімкнули в мережу постійного струму напругою 2 В. При цьому струм в обмотці 20 А. Потім її ввімкнули в мережу змінного струму з частотою 50 Гц і напругою 220 В, амперметр показав 5 А, ватметр – 75 Вт, а вольтметр вторинної обмотки 36,6 В. Визначити активний, індуктивний опір та опір постійному струму первинної обмотки, втрати і ККД трансформатора, якщо електричні втрати первинної обмотки дорівнюють електричним втратам вторинної обмотки,  $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,9$ .

**Розв'язок.** Опір постійному струмові визначають як відношення постійної напруги до постійного струму:  $R_{=} = U_{=} / I_{=} = 2 / 20 = 0,1 \text{ Ом.}$

Для частоти 50 Гц опір змінному струмові провідників малого перетину за значенням дорівнює опоріві постійного струму. Повний опір первинної обмотки на змінному струмі

$$Z = \frac{U_1}{I_1} = \frac{220}{5} = 44 \text{ Ом.}$$

Індуктивний опір первинної обмотки

$$X_1 = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{44^2 - 0,1^2} = 43,99 \text{ Ом.}$$

Електричні втрати в первинній обмотці при холостому ході

$$P_{1e0} = I_0^2 R = 5^2 \cdot 0,1 = 2,5 \text{ Вт.}$$

Втрати в сталі

$$P_{ст} = P_0 - P_{1e0} = 75 - 2,5 = 72,5 \text{ Вт.}$$

Номінальний струм первинної обмотки

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{12000}{220} = 54,5 \text{ А.}$$

Електричні втрати первинної обмотки

$$P_{e1} = I_1^2 R = 54,5^2 \cdot 0,1 = 297,5 \text{ Вт.}$$

Сума втрат трансформатора за умови  $P_{e1} = P_{e2}$

$$\sum p = P_{e1} + P_{e2} + P_0 = 297,5 + 297,5 + 75 = 670 \text{ Вт.}$$

ККД трансформатора при номінальному навантаженні

$$h = \frac{P_1 - \sum p}{P_1} = \frac{12000 \cdot 0,9 - 670}{12000 \cdot 0,9} = 0,938.$$

## 6. Трансформатори

**6.3.** Визначити параметри спрощеної (Г-подібної) схеми заміщення трансформатора з номінальною потужністю 50 кВА. Обмотки трансформатора з'єднані за схемою “зірка”; номінальні лінійні напруги первинної і вторинної обмоток:  $U_{1\text{НОМ}} = 6000$  В і  $U_{2\text{НОМ}} = 525$  В, частота живильної напруги 50 Гц, струм холостого ходу  $I_0 = 7\% I_{1\text{НОМ}}$ , потужність холостого ходу 0,35 кВт, напруга короткого замикання 5,5 %, потужність короткого замикання 0,325 кВт.

**Розв'язок.** Номінальні фазні (лінійні) струми трансформатора

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{1\text{НОМ}}}{\sqrt{3}U_{1\text{НОМ}}} = \frac{50 \cdot 10^3}{1,73 \cdot 6000} = 4,82 \text{ А}; \quad I_{2\text{НОМ}} = \frac{S_{1\text{НОМ}}}{\sqrt{3}U_{2\text{НОМ}}} = \frac{50 \cdot 10^3}{1,73 \cdot 525} = 55 \text{ А}.$$

Номінальні фазні напруги трансформатора

$$U_{1\phi\text{НОМ}} = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3460 \text{ В}; \quad U_{2\phi\text{НОМ}} = \frac{U_{2\text{НОМ}}}{\sqrt{3}} = \frac{525}{\sqrt{3}} = 303 \text{ В}.$$

Струм холостого ходу трансформатора

$$I_0 = 7\% \cdot I_{1\text{НОМ}} = 0,07 \cdot 4,82 = 0,338 \text{ А}.$$

Активний опір намагнічувального кола Г-подібної схеми заміщення

$$R_0 = \frac{P_0}{3I_0^2} = \frac{350}{3 \cdot 0,338^2} = 1040 \text{ Ом}.$$

Опір намагнічувального кола:

– повний  $Z_0 = U_{1\phi\text{НОМ}} / I_0 = 3460 / 0,338 = 10250 \text{ Ом};$

– індуктивний  $X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{10250^2 - 1040^2} = 9800 \text{ Ом}.$

Опори короткого замикання трансформатора:

– повний  $Z_K = U_K \frac{U_{1\text{НОМ}}^2}{S_{\text{НОМ}}} = 0,055 \frac{6000^2}{50000} = 39,6 \text{ Ом};$

– активний  $R_K = R_1 + R'_2 = R_K = R_1 + R'_2 = \frac{P_K}{3I_{1\text{НОМ}}^2} = \frac{325}{3 \cdot 4,82^2} = 4 \text{ Ом};$

– реактивний  $X_K = X_1 + X'_2 = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = \sqrt{39,6^2 - 4^2} = 39,5 \text{ Ом}.$

**6.4.** Трифазний трансформатор з номінальною потужністю 50 кВА працює протягом часу  $T = 800$  год/рік з повним навантаженням ( $\beta = 1$ ). Втрати потужності холостого ходу трансформатора складають 0,7 %, а втрати короткого замикання при номінальному навантаженні становлять 2,65 % від повної потужності. Визначити ККД  $\eta_{\text{НОМ}}$  при номінальному активному навантаженні, а також середньорічний ККД  $\eta_{\text{с.р.}}$ .

## 6. Трансформатори

---

*Розв'язок. Втрати потужності холостого ходу*

$$P_0 = 0,7\% \cdot S_{I_{\text{ном}}} = 0,007 \cdot 50 = 0,35 \text{ кВт.}$$

*Втрати короткого замикання*

$$P_k = 2,65\% \cdot S_{I_{\text{ном}}} = 0,0265 \cdot 50 = 1,325 \text{ кВт.}$$

*Сумарні втрати потужності при номінальному навантаженні*

$$\sum P_{\text{ном}} = P_0 + P_k = 0,35 + 1,325 = 1,675 \text{ кВт.}$$

*Корисна потужність, що віддається трансформатором споживачу електроенергії при номінальному навантаженні ( $b = 1$ )*

$$P_{2\text{ном}} = S_{I_{\text{ном}}} \cos j_2 = 50 \cdot 1 = 50 \text{ кВт.}$$

*Коефіцієнт корисної дії трансформатора при номінальному навантаженні*

$$h_{\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{P_{2\text{ном}} + \sum P_{\text{ном}}} = \frac{50}{50 + 1,675} = 0,96 \text{ або } h_{\text{ном}\%} = 96\%.$$

*Енергія, віддана споживачу електроенергії трансформатором за рік,*

$$W_2 = P_{2\text{ном}} T = 50 \cdot 800 = 40000 \text{ кВт} \cdot \text{год}.$$

*Енергія, споживана трансформатором при холостому ході,*

$$W_0 = P_0 T_1 = 0,35 \cdot 365 \cdot 1 = 0,35 \cdot 365 = 126 \text{ кВт} \cdot \text{год},$$

де  $T_1 = 365 \cdot 1 = 365$  год – тривалість роботи трансформатора протягом року в режимі холостого ходу (1 година на день).

*Енергія, що втрачається в проводах обмоток трансформатора при номінальному навантаженні:*

$$W_k = P_k T = 1,325 \cdot 800 = 1060 \text{ кВт} \cdot \text{год}.$$

*Енергія, що споживається трансформатором з мережі на рік:*

$$W_1 = W_2 + W_0 + W_k = 40000 + 126 + 1060 = 41186 \text{ кВт} \cdot \text{год}.$$

*Середньорічний ККД трансформатора:*

$$h_{\text{с.р.}\%} = \frac{W_2}{W_1} 100\% = \frac{40000}{41186} 100\% = 97\%.$$

**6.5.** Однофазний трансформатор має такі дані: номінальна потужність 5000 кВА; втрати холостого ходу 1400 Вт; втрати короткого замикання при номінальній потужності 4500 Вт; струм холостого ходу 4 % від номінального значення струму первинної обмотки. Напряга первинної обмотки 35 кВ, напряга вторинної обмотки 400 В. Визначити повний опір первинної обмотки, коефіцієнт потужності при холостому ході трансформатора, коефіцієнт трансформації, ККД трансформатора при номінальному навантаженні, при навантаженні 0,5 і



## 6. Трансформатори

коефіцієнті потужності 0,8. При якому значенні навантаження ККД трансформатора буде максимальним і чому дорівнює його значення?

**Розв'язок.** Номінальний струм первинної обмотки

$$I_{I\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{I\text{НОМ}}} = \frac{5\,000\,000}{35\,000} = 142,8 \text{ А,}$$

де  $S_{\text{НОМ}}$  – номінальна потужність трансформатора;  $U_{I\text{НОМ}}$  – напруга первинної обмотки.

$$\text{Повний опір первинного кола } Z_1 = \frac{U_{I\text{НОМ}}}{I_{I\text{НОМ}}} = \frac{35\,000}{142,8} = 245 \text{ Ом.}$$

Коефіцієнт потужності при холостому ході трансформатора визначаємо за відомими значеннями втрат холостого ходу і струму холостого ходу

$$\cos j_0 = \frac{P_0}{U_{I\text{НОМ}} I_0} = \frac{1400}{35\,000 \cdot 0,04 \cdot 142,8} = 0,007.$$

Коефіцієнт трансформації

$$k = U_{I\text{НОМ}} / U_{2\text{НОМ}} = 35000 / 400 = 87,5.$$

ККД трансформатора при номінальному навантаженні

$$h_{1,0} = \frac{bS_2 \cos j}{bS_2 \cos j + b^2 P_k + P_0} = \frac{1 \cdot 5\,000\,000 \cdot 0,8}{1 \cdot 5\,000\,000 \cdot 0,8 + 1^2 \cdot 4500 + 1400} = 0,9985.$$

ККД при коефіцієнті навантаження  $b = 0,5$

$$h_{0,5} = \frac{bS_2 \cos j}{bS_2 \cos j + b^2 P_k + P_0} = \frac{0,5 \cdot 5\,000\,000 \cdot 0,8}{0,5 \cdot 5\,000\,000 \cdot 0,8 + 0,5^2 \cdot 4500 + 1400} = 0,9987.$$

Максимальний ККД виникає при коефіцієнті навантаження

$$b_m = \sqrt{\frac{P_0}{P_k}} = \sqrt{\frac{1400}{4500}} = 0,557;$$

$$h_{\text{max}} = \frac{bS_2 \cos j}{bS_2 \cos j + b^2 P_k + P_0} = \frac{0,557 \cdot 5\,000\,000 \cdot 0,8}{0,557 \cdot 5\,000\,000 \cdot 0,8 + 0,557^2 \cdot 4500 + 1400} = 0,999$$

**6.6.** Трифазний трансформатор має такі дані: номінальна потужність 250 кВА, вища напруга 10 кВ, нижча напруга 400 В, активний перетин стержня і ярма  $200 \text{ см}^2$ , найбільша магнітна індукція в стержні 1,4 Тл. Знайти число витків в обмотці вищої напруги з урахуванням регулювання на +5 %.

**Розв'язок.** При холостому ході спадання напруги незначне, тому  $E_1 \cong U_1 = 10 \text{ кВ}$ .

ЕРС, що індукується в кожній фазі обмотки вищої напруги,  $E_1 = 4,44 f w_1 F_m$ .

При розрахунку трансформаторів користуються поняттям ЕРС, що ін-

## 6. Трансформатори

---

дукується в одному витку, звідки

$$E_w = 4,44 f F_m w_1 = 4,44 f B_c S_c \cdot 1 = 4,44 \cdot 50 \cdot 1,4 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 6,2 \text{ В.}$$

Попередня формула прийме такий вигляд:  $E_1 = E_w w_1$ .

Число витків на фазу первинної обмотки вищої напруги

$$w_1 = \frac{E_1}{E_w} = \frac{10000}{6,2} = 1613.$$

Тому що трансформатор повинен мати регулювання напруги на +5 %, то повне число витків на фазу при підвищенні напруги на 5 %

$$w'_1 = w_1 + 0,05 w_1 = 1613 + 0,05 \cdot 1613 = 1693.$$

**6.7.** Трифазний трансформатор ТМ – 63/10 має такі дані: нижча напруга 400 В, втрати при холостому ході 265 Вт, втрати при короткому замиканні 1280 Вт, напруга короткого замикання складає 5,5 % від номінального значення, струм холостого ходу складає 2,8 % від номінального значення. Визначити: а) фазні напруги при з'єднанні трансформатора за схемою  $Y / \Delta$ ; б) фазний і лінійний коефіцієнти трансформації; в) номінальні струми первинних і вторинних обмоток; г) ККД при навантаженні 0,5 від номінального значення і  $\cos \varphi = 0,8$ ; д) активний і реактивний опори фази при короткому замиканні; е) абсолютне значення напруги короткого замикання; ж) процентну зміну напруги у вторинному колі при  $\cos \varphi = 0,8$  для індуктивного та ємнісного характеру навантаження і при номінальному струмі; з) напругу у вторинному колі, що відповідає цьому навантаженню.

**Розв'язок.** Розшифрування марки трансформатора ТМ – 63/10 означає: Т – трифазний, М – масляний; з номінальною потужністю трансформатора 63 кВА, напругою на первинній обмотці 10 кВ.

Знак  $Y / D$  означає, що первинна обмотка з'єднана "зіркою", вторинна – "трикутником".

Відповідно до умов задачі маємо  $U_{1л} = 10000 \text{ В}$ .

Тому що первинна обмотка з'єднана "зіркою", напруга на фазі первинної обмотки

$$U_{1ф} = U_{1л} / \sqrt{3} = 10000 / \sqrt{3} = 5780 \text{ В.}$$

З умови з'єднання вторинної обмотки "трикутником" маємо

$$U_{2ф} = U_{1л} = U_{2ном} = 400 \text{ В.}$$

Фазний коефіцієнт трансформації  $k_{ф} = U_{1ф} / U_{2ф} = 5780 / 400 = 14,45$ .

Лінійний коефіцієнт трансформації  $k_{л} = U_{1л} / U_{2л} = 10000 / 400 = 25$ .

Номінальний струм у первинній обмотці

$$I_{1ном} = \frac{S}{\sqrt{3} U_{1ном}} = \frac{63000}{\sqrt{3} \cdot 10000} = 3,64 \text{ А.}$$

## 6. Трансформатори

$$\text{Номінальний струм вторинної обмотки } I_{\text{НОМ}} = \frac{S}{\sqrt{3}U_{2\text{НОМ}}} = \frac{63000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 91 \text{ А.}$$

ККД при навантаженні  $0,5P_{\text{НОМ}}$ :

$$h_{0,5} = \frac{b S_2 \cos j}{b S_2 \cos j + b^2 P_{\text{к}} + P_0} = \frac{0,5 \cdot 63000 \cdot 0,8}{0,5 \cdot 63000 \cdot 0,8 + 0,5^2 \cdot 1280 + 265} = 0,81.$$

Абсолютне значення напруги при короткому замиканні

$$U_{\text{к}} = 5,5\%U_{\text{НОМ}} = 0,055 \cdot 10000 = 550 \text{ В.}$$

Опори фази:

$$\text{– активний } R_{\text{ф}} = \frac{P_{\text{к}}}{3I_{\text{л}}^2} = \frac{1280}{3 \cdot 3,64^2} = 32,2 \text{ Ом;}$$

$$\text{– повний } Z_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{к}}}{3I_{\text{лф}}} = \frac{550}{3 \cdot 3,64} = 50,3 \text{ Ом;}$$

$$\text{– реактивний } X_{\text{ф}} = \sqrt{Z_{\text{ф}}^2 - R_{\text{ф}}^2} = \sqrt{50,3^2 - 32,2^2} = 38,6 \text{ Ом.}$$

Складові короткого замикання:

$$\text{– активна } u_{\text{а}} = \frac{P_{\text{к}}}{S_{\text{НОМ}}} \cdot 100\% = \frac{1280}{63000} \cdot 100\% = 2\%;$$

$$\text{– реактивна } u_{\text{р}} = \sqrt{u_{\text{к}}^2 - u_{\text{а}}^2} = \sqrt{5,5^2 - 2^2} = 5,12\%.$$

Зміна напруги на вторинній обмотці при індуктивному навантаженні

$$u_2 = b(u_{\text{а}} \cos j_2 + u_{\text{р}} \sin j_2) = 1(2 \cdot 0,8 + 5,12 \cdot 0,6) = 4,6\%,$$

де  $\cos j_2 = 0,8$ ,  $\sin j_2 = 0,6$ .

Спаданню напруги 4,6% відповідає абсолютне значення

$$DU = \frac{u_2 U_{2\text{НОМ}}}{100} = \frac{4,6 \cdot 400}{100} = 18,4 \text{ В.}$$

Звідси напруга на вторинній обмотці при номінальному індуктивному навантаженні

$$U'_2 = U_2 - DU = 400 - 18,4 = 381,6 \text{ В.}$$

Зміна напруги на вторинній обмотці при ємнісному навантаженні:

$$u_2 = b(u_{\text{а}} \cos j_2 - u_{\text{р}} \sin j_2) = 1(2 \cdot 0,8 - 5,12 \cdot 0,6) = -1,472\%.$$

Спаданню напруги -1,472% відповідає абсолютне значення

$$DU = \frac{u_2 U_{2\text{НОМ}}}{100} = \frac{-1,472 \cdot 400}{100} = -5,888 \text{ В.}$$

Звідси напруга на вторинній обмотці при номінальному ємнісному навантаженні

$$U''_2 = U_2 - DU = 400 - (-5,888) = 405,888 \text{ В.}$$

## 6. Трансформатори

**6.8.** Автотрансформатор з числом витків обмотки 800 увімкнений у живильну мережу з номінальною напругою 2000 В. Визначити напругу  $U_{\text{ВИТ}}$ , що припадає на один виток обмотки, і номінальну напругу  $U_{2\text{НОМ}}$  на навантаженні в режимі холостого ходу, а також коефіцієнт трансформації  $k$ , якщо число витків вторинної обмотки  $w_2 = 300$ .

*Розв'язок.* Напруга, що припадає на виток обмотки

$$U_{\text{ВИТ}} = U_{1\text{НОМ}} / w_1 = 2000 / 800 = 2,5 \text{ В.}$$

Номінальна вторинна напруга в режимі холостого ходу

$$U_{2\text{НОМ}} = U_{\text{ВИТ}} w_2 = 2,5 \cdot 300 = 750 \text{ В.}$$

Коефіцієнт трансформації автотрансформатора

$$k = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{800}{300} = \frac{2000}{750} = 2,67.$$

**6.9.** Автотрансформатор увімкнений у мережу з номінальною первинною напругою 127 В при наявності активного навантаження ( $\cos \varphi_2 = 1$ ), номінальний струм  $I_{2\text{НОМ}} = 4$  А при напрузі 220 В. Визначити номінальний струм  $I_{1\text{НОМ}}$  первинного кола автотрансформатора, коефіцієнт трансформації, потужність, що передається електричним шляхом та коефіцієнт вигідності автотрансформатора, якщо його ККД  $\eta_{\text{НОМ}} = 0,95$ , а  $\cos \varphi_{1\text{НОМ}} = 0,9$ .

*Розв'язок.* Активна потужність, що віддається трансформатором споживачу електроенергії

$$P_{2\text{НОМ}} = U_{2\text{НОМ}} I_{2\text{НОМ}} \cos \varphi_2 = 220 \cdot 4 \cdot 1 = 880 \text{ Вт.}$$

Активна потужність, що споживається автотрансформатором з мережі

$$P_{1\text{НОМ}} = P_{2\text{НОМ}} / \eta_{\text{НОМ}} = 880 / 0,95 = 925 \text{ Вт.}$$

Номінальний струм у первинному колі автотрансформатора

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{P_{1\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}} \cos \varphi_{1\text{НОМ}}} = \frac{925}{127 \cdot 0,9} = 8,1 \text{ А.}$$

Коефіцієнт трансформації трансформатора

$$k = \frac{U_{2\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{220}{127} = \sqrt{3} = 1,73.$$

Струм на ділянці обмотки автотрансформатора, що підключений до навантаження (впливом струму холостого ходу нехтуємо)

$$\underline{I}_{\text{НОМ}} = \underline{I}_{1\text{НОМ}} - \underline{I}_{2\text{НОМ}} \cong I_{1\text{НОМ}} - I_{2\text{НОМ}} = 8,1 - 4 = 4,1 \text{ А.}$$

Прохідна потужність  $S_{\text{пр}} = S_e + S_{\text{ем}} = U_2 I_2 = 220 \cdot 4 = 880 \text{ Вт.}$

Потужність:

– яка передається у вторинне коло магнітним зв'язком

$$S_{\text{ем}} = S_{\text{пр}} (1 - 1/k) = 880(1 - 1/1,73) = 371,34 \text{ Вт;}$$

## 6. Трансформатори

---

– яка передається у вторинне коло електричним шляхом

$$S_e = S_{\text{пр}} - S_{\text{ем}} = 880 - 371,34 = 508,66 \text{ Вт.}$$

Коефіцієнт вигідності  $K_B = 1 - 1/k = 1 - 1/1,73 = 0,422$ .

**6.10.** Вибрати трансформатор струму і трансформатор напруги для забезпечення контролю роботи асинхронного електродвигуна, що живиться від мережі з напругою 6000 В і споживає струм 90 А.

**Розв'язок.** Трансформатор струму вибираємо з номінальними значеннями первинного і вторинного струмів:  $I_{1\text{НОМ}} = 100 \text{ А}$  і  $I_{2\text{НОМ}} = 5 \text{ А}$  та коефіцієнтом трансформації

$$k_T = I_{1\text{НОМ}} / I_{2\text{НОМ}} = 100 / 5 = 20,$$

де  $I_{1\text{НОМ}}$  – номінальний струм первинної обмотки трансформатора струму, що вибирають найближчим стосовно струму  $I_1$  електродвигуна;  $I_{2\text{НОМ}}$  – стандартний номінальний струм вторинної обмотки трансформатора струму ( $I_{2\text{НОМ}} = 5 \text{ А}$ ).

Трансформатор напруги вибираємо з коефіцієнтом трансформації напруги:

$$k_H = U_{1\text{НОМ}} / U_{2\text{НОМ}} = 6000 / 100 = 60,$$

де  $U_{1\text{НОМ}}$  – значення напруги найближче чи відповідне номінальній напрузі електродвигуна, яке дорівнює номінальній напрузі первинної обмотки трансформатора;  $U_{2\text{НОМ}}$  – стандартна номінальна напруга вторинної обмотки трансформатора ( $U_{2\text{НОМ}} = 100 \text{ В}$ ).

**Примітка.** Вимірювальні трансформатори струму мають стандартні номінальні первинні струми  $I_{1\text{НОМ}}$ : 5; 10; 15; 20; 30; 40; 50; 75; 100; 150; 200; 300; 400; 600; 800; 1000 А і більше. Номінальний вторинний струм  $I_{2\text{НОМ}}$  для всіх трансформаторів струму прийнятий відповідним 5 А.

Використовуються трансформатори струму при напругах:

- до 500 В: а) ТКЛ – 0,5 на струми від 5 до 300 А (лита ізоляція із смоли); б) ТКМ – 0,5 на струми від 5 до 800 А (модернізований);
- до 10 кВ: а) ТКЛ – 10 на струми від 5 до 400 А; б) ТПЛ – 10 на струми від 10 до 100 А (прохідний); в) ТПФ – 10 на струми від 5 до 400 А (прохідний з порцеляною ізоляцією).

Однофазні й трифазні трансформатори напруги виготовляються на стандартні номінальні первинні напруги  $U_{1\text{НОМ}}$ : 400; 500; 3000; 6000; 10000 В і вище. Номінальна вторинна напруга  $U_{2\text{НОМ}}$  у всіх трансформаторів напруги прийнята відповідною 100 В.

Використовуються трансформатори напруги:

однофазні: а) НОМ – 0,5, номінальна первинна напруга 500 В; б) НОМ – 6, номінальна первинна напруга 3000 і 6000 В; в) НОМ – 10, номінальна первинна напруга 10000 В;

трифазні: а) НТС – 0,5, номінальна первинна напруга 500 В; б) НТМИ – 6, НТМИ – 10, номінальна первинна напруга 6000 і 10000 В.

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**6.1.** Визначити ЕРС первинної обмотки трансформатора, що має 450 витків, якщо трансформатор увімкнений у мережу змінного струму з частотою 50 Гц, а магнітний потік в осерді становить 0,00217 Вб.

**6.2.** У трансформаторі, що знижує напругу з 220 до 6,3 В, застосовані провідники перетинами  $1 \text{ мм}^2$  і  $9 \text{ мм}^2$ . До якої обмотки вищої чи нижчої напруги, належить провід перетином  $1 \text{ мм}^2$ ?

**6.3.** Первинна обмотка трансформатора має 1600 витків, коефіцієнт трансформації 26. Визначити число витків вторинної обмотки.

**6.4.** Визначити число витків вторинної обмотки трансформатора, якщо при магнітному потоці в осерді  $2 \cdot 10^{-3}$  Вб і частоті 50 Гц наведена ЕРС повинна складати 220 В.

**6.5.** Визначити перетин магнітопроводу трансформатора з коефіцієнтом трансформації 25. Трансформатор увімкнено в мережу змінного струму з напругою 10 000 В і з частотою 50 Гц, якщо магнітна індукція в магнітопроводі 1 Тл, а число витків вторинної обмотки 300.

**6.6.** Трансформатор увімкнули в мережу змінного струму з напругою 220 В і частотою 50 Гц. Визначити коефіцієнт трансформації, якщо осердя має активний перетин  $7,6 \text{ см}^2$ , найбільша магнітна індукція 0,95 Тл, а число витків вторинної обмотки 40.

**6.7.** Однофазний трансформатор номінальною потужністю 630 кВА має число витків первинної обмотки 600 і вторинної 40. Напруга на затискачах первинної обмотки при холостому ході 6000 В. Знайти напругу на затискачах вторинної обмотки і щільність струму в обмотках трансформатора, якщо перетин проводів у первинній обмотці  $30 \text{ мм}^2$ , а у вторинній обмотці  $420 \text{ мм}^2$ .

**6.8.** Для визначення втрат у сталі осердя дроселя його спочатку увімкнули в коло постійного струму. Опір обмотки дорівнює 2,0 Ом. Потім до дроселя підвели змінну напругу. При цьому вольтметр показав 127 В, ватметр – 75 Вт, амперметр 2 А. Визначити втрати в сталі й міді дроселя.

**6.9.** Однофазний трансформатор з номінальною потужністю 160 кВА увімкнений у мережу змінного струму з частотою 50 Гц. Обчислити ЕРС первинної і вторинної обмоток, якщо активний перетин стержня і ярма  $175 \text{ см}^2$ , найбільша магнітна індукція в стержні 1,5 Тл, число витків первинної обмотки 1032, вторинної – 40.

**6.10.** Котушка із сталевим осердям увімкнена в мережу змінного струму з напругою 220 В і споживає потужність 340 Вт при струмі 8 А. Ця ж котушка при тій самій напрузі, але з вийнятим сталевим осердям споживає потужність 100 Вт при струмі 10 А. Визначити втрати в міді і сталі.

**6.11.** У режимі холостого ходу струм у первинній обмотці трансформатора з активним опором 15 Ом та індуктивністю 0,16 Гн дорівнює 2,5 А. Знайти діюче значення напруги на первинній і вторинній обмотках та коефіцієнт потужності, якщо коефіцієнт трансформації дорівнює 60.

**6.12.** Однофазний трансформатор увімкнений у мережу з напругою 380 В, напруга на затискачах вторинної обмотки при холостому ході 12 В. Визначити число витків обох обмоток, якщо активний перетин стержня  $20 \text{ см}^2$ , найбільша магнітна індукція в стержні 1,2 Тл, частота 50 Гц.

**6.13.** Трансформатор увімкнули в мережу змінного струму з напругою 660 В. До вторинної обмотки приєднана освітлювальна мережа з  $\cos \varphi = 1$ , розрахована на напругу 220 В. Чому дорівнює струм вторинної обмотки, якщо струм у первинній обмотці 2 А?

**6.14.** Однофазний трансформатор увімкнули в мережу змінного струму з напругою 380 В частотою 50 Гц. Вторинна обмотка має число витків 40 і силу струму при навантаженні 10 А. Визначити коефіцієнт трансформації, якщо осердя виготовлено із сталі з перетином  $7,2 \text{ см}^2$ , магнітна індукція складає 1 Тл.

**6.15.** Втрати при холостому ході трансформатора складають 500 Вт, при короткому замиканні 1400 Вт. Визначити ККД трансформатора, якщо номінальна потужність 25 кВт.

**6.16.** Трансформатор має номінальну потужність 2,5 кВА і увімкнений у мережу змінного струму з напругою 220 В. Як зміниться струм у первинній обмотці трансформатора, якщо коефіцієнт потужності вторинної обмотки зріс з 0,85 до 0,95, а потужність, споживана навантаженням, 2200 Вт?

**6.17.** Трансформатор увімкнули в мережу змінного струму з напругою 220 В. Струм первинної обмотки 7,1 А. Визначити  $\cos \varphi$ , якщо потужність у вторинній обмотці трансформатора 1 кВт, а ККД трансформатора 0,8.

**6.18.** Струм холостого ходу трансформатора 1,2 А, напруга

первинної обмотки 220 В, втрати при холостому ході 150 Вт. Визначити реактивний опір при холостому ході.

**6.19.** Для перетворення напруги на початку і в кінці лінії електропередачі застосували трансформатор з коефіцієнтом трансформації 26. У скільки разів знизяться втрати в проводах ЛЕП, якщо передана потужність і перетин проводів залишилися такими самими, як до встановлення трансформаторів?

**6.20.** У лінії електропередачі трансформатори з коефіцієнтом трансформації 20 замінили на трансформатори з коефіцієнтом трансформації 50. Як і в скільки разів зміняться втрати енергії в проводах лінії електропередачі?

**6.21.** Чи зміниться магнітний потік в осерді трансформатора, якщо у вторинній обмотці струм зріс у три рази?

**6.22.** Збільшиться або зменшиться ЕРС що індукується у вторинній обмотці трансформатора при заміні феромагнітного осердя на мідне?

**6.23.** Є два однакових трансформатори. В одному осердя виготовлено з листів електротехнічної сталі товщиною 0,35 мм, в іншому – 0,5 мм. У якого з трансформаторів більш високий ККД?

**6.24.** Як вплине на струм холостого ходу і магнітну індукцію зменшення числа витків первинної обмотки, якщо на неї подається номінальна напруга?

**6.25.** Чи зміняться втрати на гістерезис, якщо осердя дроселя з окремих листів електротехнічної сталі замінити на монолітне осердя із сталі тієї самої марки?

**6.26.** Чи зростуть втрати на гістерезис, якщо магнітопровід з листів електротехнічної сталі товщиною 0,35 мм замінити на магнітопровід із сталі тієї самої марки, товщиною 0,5 мм?

**6.27.** Первинну обмотку однофазного трансформатора замість номінальної напруги 220 В увімкнули в мережу з напругою 127 В. Які втрати зменшаться більшою мірою: на вихрові струми чи на гістерезис?

**6.28.** Первинну обмотку однофазного трансформатора зменшили на кілька витків. Зменшиться чи збільшиться напруга на виводах вторинної обмотки, якщо первинна обмотка ввімкнена на номінальну напругу?

**6.29.** ЕРС первинної обмотки при активно-індуктивному наван-



таженні є більшою чи меншою від напруги, що підводиться?

**6.30.** Чому при видаленні осердя з котушки передана енергія з первинної обмотки у вторинну різко знижується?

**6.31.** Який із трансформаторів – з масляним чи повітряним охолодженням – має більшу потужність, якщо маса активних частин і напруга, яка підводиться, однакові?

**6.32.** Два трансформатори однакової потужності розраховані на одну номінальну напругу. У першого число витків первинної і вторинної обмоток більше, ніж у другого. У якого трансформатора перетин осердя буде меншим?

**6.33.** При дослідженні однофазного трансформатора в режимі холостого ходу на первинну обмотку подали завищену напругу. Зменшиться чи збільшиться струм холостого ходу?

**6.34.** Чи зміниться ККД трансформатора, якщо магнітопровід з електротехнічної сталі замінити на магнітопровід, виготовлений з листів звичайної сталі?

**6.35.** Збільшиться чи зменшиться ККД трансформатора при незмінній напрузі, яка підводиться, якщо ЕРС первинної обмотки зросте?

**6.36.** У якому випадку напруга на вторинній обмотці навантаженого трансформатора може виявитися вищою від напруги холостого ходу?

**6.37.** Чи може в навантаженому трансформаторі струм первинної обмотки бути однаковим або меншим від значення струму холостого ходу?

**6.38.** Первинну обмотку трифазного трансформатора замість з'єднання "трикутником" з'єднали "зіркою". Як вплине таке з'єднання на струм холостого ходу; на втрати в сталі, у міді; на значення магнітної індукції?

**6.39.** Як відрізняються за масою магнітопровід та обмотка звичайного трансформатора від автотрансформатора, якщо коефіцієнти трансформації однакові? Потужність і номінальна напруга апаратів однакові.

**6.40.** Трансформатор, увімкнули в лінію електропередачі напругою 6000 В. Визначити коефіцієнт трансформації трансформатора і число витків первинної обмотки, якщо число витків вторинної обмотки 250, а напруга в режимі холостого ходу на вторинній обмотці 220 В.

**6.41.** Число витків первинної обмотки трансформатора 900, вторинної – 35. Визначити напругу холостого ходу на вторинній обмотці, якщо трансформатор увімкнений до мережі змінного струму з напругою 6000 В.

**6.42.** Визначити струм у вторинній обмотці трансформатора, що має коефіцієнт трансформації 25, струм холостого ходу 1 А, якщо при увімкненні активного навантаження струм у первинній обмотці становить 10 А.

**6.43.** Визначити число витків у первинній і вторинній обмотках трансформатора, увімкненого в мережу змінного струму з напругою 220 В та частотою 50 Гц, якщо в режимі холостого ходу напруга на вторинній обмотці 12 В, а магнітний потік в осерді  $2,5 \cdot 10^{-4}$  Вб.

**6.44.** У знижувальному трансформаторі з коефіцієнтом трансформації 15 струм вторинної обмотки 210 А. Знайти перетин проводів первинної і вторинної обмоток, якщо щільність струму в них не повинна перевищувати  $3,5 \text{ А/мм}^2$ .

**6.45.** Чому дорівнює ККД трансформатора, якщо загальні втрати складають 8 % від потужності, споживаної навантаженням?

**6.46.** Однофазний трансформатор з номінальною потужністю 30 кВА при холостому ході має напругу 380 В. Визначити номінальні струми обмоток, напругу на затискачах вторинної обмотки, якщо число витків первинної обмотки 346, а вторинної – 200. Втратами в трансформаторі знехтувати.

**6.47.** Однофазний трансформатор з номінальною потужністю 5 кВА при увімкненні в мережу змінного струму з напругою 220 В при холостому ході на вторинній обмотці має напругу 15 В. Визначити номінальні струми обмоток, коефіцієнт трансформації і число витків у первинній обмотці, якщо число витків у вторинній обмотці – 224 (втратами в трансформаторі знехтувати).

**6.48.** У режимі короткого замикання трансформатора струм у первинній обмотці дорівнює 0,9 А, активний опір – 20 Ом, індуктивність – 0,03 Гн, коефіцієнт трансформації – 50. Знайти напругу на первинній обмотці, струм вторинної обмотки і коефіцієнт потужності.

**6.49.** Визначити номінальну потужність трансформатора, увімкнено в мережу змінного струму з напругою 3000 В, якщо відомо, що номінальний струм вторинної обмотки становить 23 А, коефіцієнт трансформації – 13, ККД – 94 %.

**6.50.** Втрати трансформатора в режимі холостого ходу 150 Вт, у режимі короткого замикання 500 Вт. Обчислити ККД трансформатора при номінальному режимі, якщо коефіцієнт потужності в цьому режимі дорівнює 0,9, а потужність навантаження 2,5 кВА.

**6.51.** Трансформатор з номінальною потужністю 1 кВА має номінальну напругу на обмотках 220 В та 12 В, ККД трансформатора 0,9, коефіцієнт потужності вторинного кола 0,8. Визначити номінальні струми в обмотках трансформатора.

**6.52.** Втрати трансформатора, що має номінальну потужність 525 кВА, при холостому ході – 450 Вт, при короткому замиканні – 800 Вт. Визначити коефіцієнт навантаження, якщо коефіцієнт потужності навантаженого трансформатора становить 0,9, а ККД 95 %.

**6.53.** Трансформатор працює в номінальному режимі 12 годин на добу, а решту часу – у режимі холостого ходу. Визначити середньодобовий ККД трансформатора, якщо його номінальна потужність 100 кВт, втрати холостого ходу 1,1 кВт, а втрати короткого замикання 3,5 кВт.

**6.54.** Номінальна потужність трансформатора дорівнює 40 кВА, втрати в режимі холостого ходу 500 Вт, втрати в режимі короткого замикання 1000 Вт. Визначити коефіцієнт навантаження трансформатора, якщо ККД 95 %.

**6.55.** Визначити процентну зміну напруги на вторинній обмотці трансформатора потужністю 100 кВА при номінальному струмі й  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , якщо  $u_k = 5,5$  %, а  $P_k = 2500$  Вт.

**6.56.** Трансформатор з номінальною потужністю 20 кВА і  $\cos \varphi_2 = 0,9$  працює від змінного струму з напругою 380 В. Струм у первинній обмотці 50 А. Знайти потужність, споживану навантаженням, якщо ККД дорівнює 80 %.

**6.57.** Обчислити процентну зміну напруги на вторинній обмотці однофазного трансформатора, при номінальному активно-індуктивному, активно-ємнісному навантаженнях і коефіцієнті потужності який дорівнює 1; 0,8 і 0,6, якщо відомі такі дані трансформатора:  $S = 100$  кВА,  $U_1 = 6$  кВ,  $U_2 = 380$  В,  $P_k = 1970$  Вт,  $u_k = 4,5$  %.

**6.58.** Визначити потужність, що віддається трансформатором споживачу електроенергії, сумарні втрати потужності, електричні й магнітні втрати в трансформаторі при номінальному режимі роботи. Номінальна лінійна напруга його вторинної обмотки 400 В, ККД тра-

трансформатора  $\eta_{\text{НОМ}} = 0,95$ , лінійний струм навантаження 10 А, лінійний струм первинної обмотки 0,3 А, активні опори первинної обмотки  $R_1 = 200$  Ом, вторинної  $R_2 = 0,1$  Ом, навантаження є активним. Поток розсіювання і струмом холостого ходу знехтувати.

**6.59.** Два однофазних трансформатори з однаковими номінальними потужностями 63 кВА, але різними напругами короткого замикання ( $u_{k1} = 4,5$  %,  $u_{k2} = 6$  %) увімкнені паралельно. Як розподілиться навантаження між ними?

**6.60.** Два однофазних трансформатори мають такі дані:  $S_{1\text{НОМ}} = 63$  кВА,  $u_{k1} = 4,5$  %,  $S_{2\text{НОМ}} = 100$  кВА,  $u_{k2} = 5$  %. Як розподілиться між ними сумарна потужність, що дорівнює 150 кВт, і наскільки завантажений кожен трансформатор, якщо вони увімкнені паралельно?

**6.61.** Два однофазних трансформатори працюють паралельно на одне навантаження. Дані першого трансформатора  $S_{1\text{НОМ}} = 100$  кВА,  $u_{k1} = 10$  %, другого  $S_{2\text{НОМ}} = 200$  кВА,  $u_{k2} = 5$  %. Яку потужність можна одержати від спільної роботи трансформаторів?

**6.62.** Трифазний трансформатор має число витків на фазу в первинній обмотці 2080, вторинній – 80. Первинна лінійна напруга 10 кВ. Визначити коефіцієнти трансформації при таких схемах з'єднань: а) Y/Y; б) Y/ $\Delta$ ; в)  $\Delta$ /Y; г)  $\Delta$ / $\Delta$ , а також визначити фазну та лінійну напругу на вторинній обмотці при заданих з'єднаннях.

**6.63.** Трифазний трансформатор із групою з'єднання обмоток Y/Y має фазні напруги 3000 В і 220 В. Визначити число витків у кожній фазі обмоток вищої і нижчої напруг, якщо магнітний потік в осерді 0,0021 Вб, а частота 50 Гц.

**6.64.** Трифазний трансформатор, який має число витків на фазу первинної обмотки 836 і вторинної обмотки 135, увімкнений у трифазну мережу з лінійною напругою 3000 В. Визначити коефіцієнт трансформації і вторинні лінійні напруги для з'єднань обмоток Y/Y і Y/ $\Delta$ .

**6.65.** Трифазний трансформатор працює на освітлювальну мережу з навантаженням 40 кВт. Вторинна напруга при цьому навантаженні 220 В, а первинна 10 000 В. Визначити вторинний і первинний струми трансформатора, якщо обмотки в ньому з'єднані за схемою Y/Y, а ККД і  $\cos \phi$  дорівнюють 0,9.

**6.66.** У вторинне коло трифазного трансформатора, номінальна потужність якого 75 кВА, увімкнене рівномірне змішане навантаження з фазними опорами – активним 2 Ом та індуктивним 1,5 Ом, фазна напруга вторинної обмотки 400 В. Чи можна підключити до трансформатора ще яке-небудь навантаження або трансформатор, навантажений повністю?

**6.67.** Визначити, струм у первинній і вторинній обмотках трифазного трансформатора, з'єднаних за схемою Y/Y, що працює на освітлювальну мережу з навантаженням 45 кВт, якщо відомо, що  $U_{1\text{НОМ}} = 6000$  В,  $U_{2\text{НОМ}} = 220$  В,  $\cos \varphi = 0,9$ .

**6.68.** Трифазний трансформатор з номінальною потужністю 100 кВА і групою з'єднання обмоток Y/Y має номінальні фазні напруги на первинній і вторинній обмотках, які дорівнюють 6000 В та 230 В. Чому дорівнюють номінальні струми і число витків у кожній обмотці, якщо активний перетин осердя трансформатора  $154 \text{ см}^2$ , найбільша магнітна індукція в сердечнику 1,3 Тл, а частота 50 Гц? Втратами в трансформаторі знехтувати.

**6.69.** При проведенні досліду короткого замикання трифазного трансформатора були отримані такі дані: потужність короткого замикання 3700 Вт, струм 23 А і напруга 330 В. Визначити повний опір короткого замикання, активний і реактивний опори первинних обмоток трансформатора.

**6.70.** Трифазний трансформатор із групою з'єднання обмоток Y/Y має такі паспортні дані:  $S_{\text{НОМ}} = 25$  кВА,  $P_0 = 125$  Вт,  $P_K = 600$  Вт. Знайти ККД кожної фази, якщо коефіцієнти потужності при номінальних навантаженнях дорівнюють  $\cos \varphi_A = 0,85$ ,  $\cos \varphi_B = 0,8$ ,  $\cos \varphi_C = 0,9$ .

**6.71.** Трифазний масляний трансформатор типу ТМ – 10/6, під'єднаний за схемою Y/Y, має такі паспортні дані: потужність 10 кВА, напруга первинної обмотки 6000 В, напруга вторинної обмотки 2400 В, напруга короткого замикання 5,5 %, струм холостого ходу  $0,01I_{\text{НОМ}}$ , втрати при холостому ході 105 Вт, втрати при короткому замиканні 335 Вт. Визначити номінальні струми, активний і реактивний опори первинної обмотки.

**6.72.** Паспортні дані трансформатора ТМ–6300/10: частота 50 Гц, напруга вторинної обмотки 400 В, номінальний струм первин-

ної обмотки 364 А, струм вторинної обмотки 24 А, втрати при холостому ході 9 кВт. Напряга короткого замикання 6,5 %, втрати при короткому замиканні 46,5 кВт. Визначити процентну зміну напруги на вторинній обмотці при індуктивному та ємнісному характері навантаження при  $\beta = 1,25$  і  $\cos \varphi = 0,8$ . Знайти напругу у вторинному колі, що відповідає цьому навантаженню.

**6.73.** Визначити напругу на вторинній обмотці трифазного трансформатора при номінальному індуктивному і ємнісному навантаженнях і  $\cos \varphi = 0,8$ , якщо номінальна потужність трансформатора 100 кВА, номінальна напруга первинної обмотки 6 кВ, вторинної – 380 В, втрати при холостому ході 365 Вт, при короткому замиканні 1970 Вт, напруга короткого замикання 4,5 %.

**6.74.** Обмотки трифазного трансформатора типу ТМ – 100/6 з номінальною потужністю 100 кВА з'єднані зіркою. Визначити коефіцієнт трансформації і ККД трансформатора при номінальному навантаженні ( $\cos \varphi_2 = 0,8$ ). Номінальні лінійні напруги  $U_{1\text{ном}} = 6$  кВ і  $U_{2\text{ном}} = 0,525$  кВ, втрати холостого ходу при номінальній напрузі 600 Вт, втрати короткого замикання при номінальному струмі 2400 Вт.

**6.75.** Визначити середньорічний ККД трифазного трансформатора з номінальною потужністю 50 кВА, якщо він протягом 3000 годин на рік працює при  $\cos \varphi_2 = 1$  з повним навантаженням, 1500 годин – з навантаженням 50 % і 1000 годин – у режимі холостого ходу. Втрати холостого ходу при номінальній напрузі складають 350 Вт, втрати короткого замикання 1325 Вт.

**6.76.** Визначити число витків вторинної обмотки трансформатора струму, якщо первинна обмотка розрахована на струм 1000 А та має один виток, а вторинна – на 5 А.

**6.77.** Визначити число витків вторинної обмотки трансформатора напруги, якщо первинна обмотка розрахована на напругу 6000 В і має 12000 витків, а вторинна – на 100 В.

**6.78.** Визначити приблизно коефіцієнт трансформації вимірювальних кліщів, якщо відомо, що вторинна обмотка має 200 витків.

**6.79.** Визначити приблизно число витків первинної та вторинної обмоток вимірювального трансформатора напруги 6000/100 за умови, що допустиме напруження ізоляції на один виток становить не більше 0,85 В.

**6.80.** Вимірювальний трансформатор струму має обмотки з числом витків  $w_1 = 2$  і  $w_2 = 100$ . Визначити коефіцієнт трансформації, номінальний струм первинної обмотки трансформатора і струм вторинної обмотки, якщо до вторинної обмотки ввімкнено амперметр, розрахований на 5 А, а струм споживача 95 А.

**6.81.** Амперметр із шкалою 500 поділок, розрахований на 5 А, увімкнений у коло через трансформатор струму 400/5 А. Який струм проходить у первинній і вторинній обмотках трансформатора, якщо амперметр показує 350 поділок?

**6.82.** Для вимірювання струму в колі трифазного синхронного генератора, що має номінальну потужність 2500 кВА при лінійній напрузі 6000 В, використовується амперметр, розрахований на номінальний струм 5 А і приєднується до мережі через вимірювальний трансформатор струму. Визначити необхідний коефіцієнт трансформації цього трансформатора.

**6.83.** Обмотки ватметра, розраховані на номінальну потужність 500 Вт, приєднані до мережі змінного струму через вимірювальний трансформатор напруги НОМ – 6 (3000/100 В) і трансформатор струму ТПЛ – 10 (440/5 А). Визначити потужність первинного кола, якщо потужність у колі ватметра 380 Вт.

**6.84.** Ватметр, що має межі виміру 150 В, 5 А і число поділок шкали 150 увімкнений через вимірювальний трансформатор напруги 6000/100 В і трансформатор струму 500/5 А. Визначити потужність первинного кола, якщо покази ватметра – 124 поділок.

**6.85.** До трансформатора напруги НОМ – 10 (номінальна напруга первинної обмотки 10 000 В) увімкнули вольтметр, розрахований на 150 В. Визначити напругу на вольтметрі, якщо напруга в первинному колі знизилася до 9950 В.

**6.86.** Через трансформатори струму 500/5 А і напруги 6000/100 В у мережу змінного струму ввімкнені амперметр, вольтметр і ватметр. Визначити струм, напругу, активну потужність і коефіцієнт потужності кола, якщо амперметр показав 4 А, вольтметр – 100 В, а ватметр – 350 Вт.

**6.87.** Вибрати трансформатор струму і трансформатор напруги та номінальні первинні і вторинні струми трансформатора струму і номінальні значення напруг первинної і вторинної обмоток трансформатора напруги, призначених для ввімкнення електровимірюва-

льних приладів у трифазне коло, по якому передається потужність 1850 кВт при коефіцієнті потужності  $\cos \varphi = 0,9$  і напрузі 6000 В. Визначити їх коефіцієнти трансформації.

**6.88.** Визначити струм у лінії, якщо амперметр, увімкнений у коло вторинної обмотки трансформатора струму, показує 4 А, а номінальні первинний і вторинний струми трансформатора струму  $I_{1\text{ном}} = 50$  А,  $I_{2\text{ном}} = 5$  А.

**6.89.** Визначити покази вольтметра, увімкненого у вторинне коло автотрансформатора, якщо число витків первинної обмотки 180, а рухомий контакт автотрансформатора послідовно встановлюється в положення, коли число витків вторинної обмотки буде дорівнювати 25; 50; 100; 180. Автотрансформатор увімкнений у мережу змінного струму з напругою 220 В.

**6.90.** Обмотка однофазного автотрансформатора має 1730 витків і увімкнена в мережу з напругою 660 В. Від якого витка варто зробити відвід для вторинної обмотки, щоб напруга на навантаженні дорівнювала 380 В?

**6.91.** Автотрансформатор увімкнений у мережу змінного струму з напругою 220 В. Струм у первинній обмотці 9 А. Визначити струм у вторинному колі, якщо  $U_2 = 127$  В. Втратами у автотрансформаторі знехтувати.

**6.92.** Автотрансформатор з числом витків 450 увімкнений у мережу змінного струму з напругою 220 В. У яких місцях потрібно зробити виводи, щоб можна було знімати напруги 10; 50; 75; 100; 127 і 150 В?

**6.93.** Однофазний трансформатор замінили автотрансформатором, причому номінальні напруги в первинній і вторинній обмотках і струми у вторинній обмотці в обох випадках однакові й складають 380 В; 220 В; 29 А. Чому дорівнює коефіцієнт вигідності автотрансформатора?

**6.94.** Обмотка автотрансформатора з числом витків 800 увімкнена в живильну мережу з напругою 2000 В, активне навантаження 300 Ом увімкнене в обмотку з числом витків 600. Визначити струми й потужності у колах автотрансформатора, якщо його ККД  $\eta = 0,97$ , а  $\cos \varphi_1 = 0,9$ .



## Глава 7. ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ ЗМІННОГО СТРУМУ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

Ковзання  $s$  – це відношення різниці між частотою обертання магнітного поля статора і частотою обертання ротора машини змінного струму до частоти обертання магнітного поля, тобто:

$$s = \frac{n - n_2}{n}, \quad (7.1)$$

де  $n$  – частота обертання магнітного поля, об/хв;  $n_2$  – частота обертання ротора, об/хв.

Критичне ковзання – це ковзання, при якому асинхронна машина розвиває максимальний обертальний момент, визначається воно таким чином:

$$s_{кр} = s_{ном} (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}), \quad (7.2)$$

де  $\lambda = M_{max} / M_{ном}$  – коефіцієнт, що визначає перевантажувальну здатність двигуна;  $s_{ном}$  – ковзання при номінальному навантаженні.

Частота обертання магнітного поля асинхронної машини

$$n_1 = \frac{60f_1}{p}, \quad (7.3)$$

де  $f_1$  – частота струму живильної мережі, Гц;  $p$  – число пар полюсів обмотки машини.

Частота обертання ротора

$$n_2 = n_1(1 - s) = \frac{60f_1}{p}(1 - s). \quad (7.4)$$

Частота струму та ЕРС, що індукується магнітним полем статора в провідниках ротора,

$$f_2 = sf_1 = s \frac{pn_1}{60}. \quad (7.5)$$

Діюче значення ЕРС, що наводиться в кожній фазі обмотки статора,

$$E_1 = 4,44f_1w_1\Phi_m K_{об1}, \quad (7.6)$$

де  $w_1$  – число витків однієї фази статора;  $\Phi_m$  – амплітудне значення магнітного потоку обертового магнітного поля, Вб;  $K_{o\phi 1}$  – обмотувальний коефіцієнт статора.

Діюче значення ЕРС обмотки нерухомого ротора

$$E_2 = 4,44 f_2 w_2 \Phi_m K_{o\phi 2}, \quad (7.7)$$

де  $f_1 = f_2$  – частота ЕРС, що наводиться в провідниках ротора, Гц;  $w_2$  – число витків однієї фази ротора;  $K_{o\phi 2}$  – обмотувальний коефіцієнт ротора.

Діюче значення ЕРС обмотки обертового ротора

$$E_{2s} = E_2 s, \quad (7.8)$$

де  $E_2$  – ЕРС нерухомого ротора, В.

Відношення ЕРС обмоток статора  $E_1$  до ЕРС обмоток ротора  $E_2$  називають коефіцієнтом трансформації ЕРС асинхронного двигуна:

$$k_e = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1 K_{o\phi 1}}{w_2 K_{o\phi 2}}. \quad (7.9)$$

Активна потужність, що споживається двигуном з мережі,

$$P_1 = 3U_{1\phi} I_{1\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos \varphi, \quad (7.10)$$

де  $U_{1\phi}$  – фазне значення напруги, В;  $I_{1\phi}$  – фазне значення струму, А;  $U_1$  – лінійне значення напруги, В;  $I_1$  – лінійне значення струму, А;  $\cos \varphi$  – кут зсуву фаз між струмом і напругою (коефіцієнт потужності).

Таким чином,

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta}, \quad (7.11)$$

де  $\eta$  – ККД двигуна.

Потужності:

– реактивна

$$Q_1 = 3U_{1\phi} I_{1\phi} \sin \varphi = \sqrt{3} U_1 I_1 \sin \varphi; \quad (7.12)$$

– електромагнітна

$$P_{ем} = P_1 - \sum p_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos \varphi - (p_{e1} + p_{ст1}) = M \omega_1 = \frac{P_{e2}}{s}, \quad (7.13)$$

де  $\sum p_1$  – втрати в статорі,  $Вт$ ;  $p_{e1} = 3I_1^2 R_1$  – електричні втрати в статорі,  $Вт$ ;  $p_{ст1}$  – магнітні втрати в сталі статора,  $Вт$ ;  $M$  – обертальний момент,  $Н \cdot м$ ;  $\omega_1$  – кутова синхронна частота обертового магнітного поля,  $рад/с$ .

Корисна потужність на валу двигуна

$$P_2 = P_1 - \sum p = P_1 - (p_{e1} + p_{ст1} + p_{e2} + p_{ст2} + p_{мех} + p_{дод}), \quad (7.14)$$

$$P_2 = P_1 \eta, \quad (7.15)$$

$$P_2 = P_{ем}(1-s) = M\omega_2 = \frac{Mn_2}{9,55}, \quad (7.16)$$

де

$$\sum p = p_{e1} + p_{ст1} + p_{e2} + p_{ст2} + p_{мех} + p_{дод} \quad (7.17)$$

– сума втрат асинхронного двигуна,  $Вт$ ;  $p_{e2}$  – електричні втрати ротора,  $Вт$ ;  $p_{ст2}$  – магнітні втрати ротора,  $Вт$ ;  $p_{мех}$ ,  $p_{дод}$  – механічні й додаткові втрати,  $Вт$ ;  $\omega_2$  – кутова частота обертового ротора,  $рад/с$ ;  $M$  – обертальний момент на валу двигуна,  $Н \cdot м$ .

Обертальний момент на валу асинхронного двигуна

$$M = 9,55 \frac{P_2}{n_2}; \quad (7.18)$$

$$M = \frac{3E_2 I_2 \cos \varphi_2}{\omega_1} = C_M I_{2s} \Phi_m \cos \varphi_2 = C_1 U_1^2; \quad (7.19)$$

де  $C_1$  – постійний коефіцієнт, що залежить від конструктивних даних двигуна;  $I_{2s}$  – струм обертового ротора,  $А$ ;  $\cos \varphi_2$  – кут зсуву фаз між струмом і ЕРС ротора.

Струм у нерухомому роторі

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}}. \quad (7.20)$$

Струм в обертовому роторі

$$I_{2s} = \frac{E_{2s}}{Z_{2s}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}}. \quad (7.21)$$

## 7. Електричні машини змінного струму

---

де  $R_2$ ,  $X_2$  – активний та індуктивний електричні опори обмотки нерухомого ротора, Ом;  $Z_2$  – повний електричний опір фази обмотки ротора, Ом.

Приблизно активний електричний опір однієї фази обмотки ротора можна знайти з виразу

$$R_2 = \frac{M_{\text{ном}}(n_1 - n_2)}{9,55m_2 I_{2\text{ном}}^2}, \quad (7.22)$$

де  $M_{\text{ном}}$  – номінальний момент,  $H \cdot м$ ;  $m_2$  – число фаз ротора;  $I_{2\text{ном}}$  – номінальний струм ротора, А.

Кратність пускового струму

$$m_I = \frac{I_{\text{пуск}}}{I_{\text{ном}}}, \quad (7.23)$$

де  $I_{\text{пуск}}$  – пусковий струм двигуна.

Кратність пускового моменту

$$m_{\text{пуск}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{ном}}}, \quad (7.24)$$

де  $M_{\text{пуск}}$  – пусковий момент двигуна.

Перевантажувальна здатність двигуна

$$\lambda = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}}, \quad (7.25)$$

де  $M_{\text{max}}$  – максимальний обертальний момент двигуна,  $H \cdot м$ .

Опір регулювального реостата для асинхронного двигуна з фазним ротором

$$R_{\text{рег}} = R_2(s / s_{\text{ном}} - 1). \quad (7.26)$$

Індуктивний опір обертового ротора

$$X_{2s} = X_2 s, \quad (7.27)$$

де  $X_2$  – індуктивний опір нерухомого ротора.

ККД електричної машини дорівнює відношенню корисної потужності  $P_2$  до активної потужності  $P_1$ , яка підводиться, тобто:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{P_1 - \sum P}{P_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{\sum P}{P_1}\right) \cdot 100\%. \quad (7.28)$$

Частота обертання ротора та обертового магнітного поля статора синхронної машини

$$n = n_1 = \frac{60 f_1}{p}. \quad (7.29)$$

Потужність трифазного генератора при симетричному навантаженні

$$P_2 = 3UI \cos \varphi. \quad (7.30)$$

Обертальний момент генератора

$$M = \frac{P_{\text{ем}}}{\omega_1} = 9,55 \frac{P_1}{n_1}. \quad (7.31)$$

Рівняння балансу потужностей трифазного генератора

$$P_2 = P_{\text{ем}} - P_e = P_{\text{ем}} - 3R_1 I^2. \quad (7.32)$$

Число пазів в обмотці статора

$$Z = 2pqt, \quad (7.33)$$

де  $q$  – число пазів, що припадають на полюс і фазу;  $m$  – число фаз; для трифазної обмотки  $m = 3$ .

ЕРС первинної обмотки статора синхронної машини

$$E_1 = 4,44 f_1 w_1 \Phi_m K_{\text{об1}}. \quad (7.34)$$

Рівняння ЕРС для синхронного генератора

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_0 + \underline{E}_c + \underline{I}_1 R_1, \quad (7.35)$$

де  $\underline{E}_0$  – основна ЕРС генератора, В;  $\underline{E}_c$  – ЕРС реакції якоря і розсіювання, В;  $\underline{I}_1$  – струм обмотки статора;  $A$ ;  $R_1$  – активний опір обмотки статора, Ом.

Електромагнітний момент, що розвивається синхронним електродвигуном у процесі роботи, який знаходять залежно від кута непогодження (навантаження)  $\theta$ :

$$M = \frac{mpUE}{\omega_0 x} \sin \theta, \quad (7.36)$$

де  $\omega_0 = \frac{2\pi n_0}{60}$  – кутова частота обертання ротора.

З цього рівняння видно, що при постійних напрузі  $U = \text{const}$  та

струмі збудження  $I_{36} = const$ , а отже, і при  $E = const$  момент, що розвивається синхронною машиною, є синусоїдальною функцією кута  $\theta$ . Залежність  $M = f(\theta)$  називається кутовою характеристикою.

Корисну потужність на валу синхронного двигуна розраховують за виразом:

$$C_2 = 0,105M_2n_0.$$

ККД синхронного двигуна

$$\eta = \frac{C_2}{C_1 + U_{36}I_{36}}, \quad (7.37)$$

де  $C_{36} = U_{36}I_{36} = I_{36}^2 R_{36}$  – потужність кола збудження, що підведена до ротора синхронного двигуна.

Синхронні електродвигуни зберігають незмінною частоту обертання  $n_0$  при зміні навантаження на валу і дозволяють покращувати  $\cos\phi$  споживачів електроенергії. Вони більш стійкі до коливань напруги живильної мережі, ніж асинхронні, оскільки момент, що розвивається цими двигунами, пропорційний живильній напрузі  $U$  у першому степені, тоді як момент асинхронного двигуна пропорційний квадрату напруги  $U^2$  живильної мережі.

Перевантажувальна здатність синхронного двигуна оцінюється відношенням

$$\lambda = \frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} = \frac{1}{\sin\theta_{\text{ном}}},$$

що при куті  $\theta_{\text{ном}} = (15 \div 30)^\circ$  складає відповідно  $4 \div 2$ ;  $\theta$  – кут навантаження.

ККД трифазного генератора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{P_2}{P_2 + \sum p} \cdot 100\%. \quad (7.36)$$

### ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**7.1.** Знайти ЕРС, що індукується у фазі обмоток статора і ротора асинхронного короткозамкненого двигуна при нерухомому та обертовому роторі, коефіцієнт трансформації ЕРС і процентне значення ЕРС від напруги, яка під-

## 7. Електричні машини змінного струму

водиться до обмотки статора, якщо відомі такі паспортні дані двигуна: ковзання 4 %, обмотка статора з'єднана в "зірку" і підключена до мережі змінного струму з лінійною напругою 380 В, число витків у кожній фазі статора 88, ротора 12, магнітний потік  $1,21 \cdot 10^{-2}$  Вб, обмотувальний коефіцієнт статора 0,92, ротора – 0,95, частота струму 50 Гц.

**Розв'язок.** *Визначаємо ЕРС, що індукується у фазі обмотки статора*

$$E_1 = 4,44 f_1 w_1 F_m K_{об1} = 4,44 \cdot 50 \cdot 88 \cdot 1,21 \cdot 10^{-2} \cdot 0,92 = 217,5 \text{ В.}$$

*ЕРС, що індукується у фазі обмотки нерухомого ротора,*

$$E_2 = 4,44 f_2 w_2 F_m K_{об2} = 4,44 \cdot 50 \cdot 12 \cdot 1,21 \cdot 10^{-2} \cdot 0,95 = 30,6 \text{ В.}$$

*Коефіцієнт трансформації ЕРС*

$$k_e = E_1 / E_2 = 217,5 / 30,6 = 7,1.$$

*ЕРС, що індукується у фазі обмотки обертового ротора,*

$$E_{2s} = E_2 s = 30,6 \cdot 0,04 = 1,22 \text{ В.}$$

*Фазна напруга обмотки статора*

$$U_\phi = U_\Delta / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В.}$$

*Звідси ЕРС у фазі обмотки статора від підведеної напруги складає*

$$\frac{E_1}{U_\phi} \cdot 100\% = \frac{217,5}{220} \cdot 100\% = 98,8\%.$$

**7.2.** Асинхронний трифазний двигун з короткозамкненим ротором марки АО2–82–6 має такі паспортні дані: напруга 220/380 В, номінальна потужність 40 кВт, частота обертання 980 об/хв, ККД – 91,5 %, коефіцієнт потужності 0,91, кратність пускового струму  $k_{пуск} = 5$ , кратність пускового моменту  $m_{пуск} = 1,1$ , перевантажувальна здатність двигуна 1,8. Визначити число пар полюсів, номінальне ковзання, номінальні максимальний і пусковий обертальні моменти, номінальний і пусковий струми двигуна при з'єднанні обмотки статора в "трикутник" і "зірку". Чи можливо здійснити пуск навантаженого двигуна, якщо напруга, що підводиться, нижча від номінальної на 10 % і пуск здійснюється перемиканням обмоток статора із "зірки" на "трикутник від мережі з напругою 220 В.

**Розв'язок.** *Для визначення числа пара полюсів можна скористатися маркуванням двигуна, частотою обертання магнітного поля або ротора:*

– якщо відоме маркування, то останнє число в марці двигуна означає кількість полюсів. У марці даного двигуна остання цифра "шість" Отже, у даному двигуні шість полюсів, тобто три пари;

– при відомій частоті обертання магнітного поля число пар полюсів визначаємо за формулою  $p = 60 f_1 / n_1$ ;

– за цією самою формулою визначаємо число пар полюсів, якщо задано

## 7. Електричні машини змінного струму

частоту обертання ротора, але в цьому випадку одержаний результат округляємо до найближчого цілого числа. Наприклад, для заданих умов

$$p = 60 f_1 / n_2 = 60 \cdot 50 / 980 = 3,06 ;$$

відкинувши соті частки, одержуємо число пар полюсів двигуна – 3.

Частота обертання магнітного поля

$$n_1 = 60 f_1 / p = 60 \cdot 50 / 3 = 1000 \text{ об/хв.}$$

Номінальне значення ковзання

$$s_{\text{НОМ}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \cdot 100\% = \frac{1000 - 980}{1000} \cdot 100\% = 2\% .$$

Потужність, споживана двигуном,

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{40 \cdot 10^3}{0,915} = 43\,715 \text{ Вт.}$$

Номінальний обертальний момент двигуна

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_2}{n_2} = 9,55 \frac{40 \cdot 10^3}{980} = 389,8 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Максимальний момент

$$M_{\text{max}} = 1 M_{\text{НОМ}} = 1,8 \cdot 389,8 = 701,6 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Пусковий момент

$$M_{\text{пуск}} = m_{\text{пуск}} M_{\text{НОМ}} = 1,1 \cdot 389,8 = 428,8 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Для визначення фазних, лінійних і пускових струмів (фазні – струми в обмотках статора, лінійні – струми в проводах, що підводяться до двигуна) потрібно врахувати такі обставини: якщо двигун розрахований на роботу від мережі змінного струму з напругою 220/380 В, це значить, що кожна фаза обмотки статора розрахована на напругу 220 В.

Обмотку необхідно ввімкнути за схемою "трикутник", якщо в мережі лінійна напруга 220 В, і за схемою "зірка", якщо в мережі лінійна напруга 380 В.

Визначаємо фазний, лінійний і пусковий струми при лінійній напрузі 220 В і з'єднанні обмотки статора за схемою "трикутник".

Фазний струм в обмотці статора

$$I_{\Phi} = \frac{P_1}{3 U_{\Phi} \cos j} = \frac{43715,8}{3 \cdot 220 \cdot 0,91} = 72,8 \text{ А.}$$

Струми:

– лінійний  $I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\Phi} = \sqrt{3} \cdot 72,8 = 125,9 \text{ А};$

– пусковий  $I_{\text{пуск}} = k_{\text{пуск}} I_{\text{л}} = 5 \cdot 125,9 = 629,5 \text{ А.}$

Знайдемо значення фазних, лінійних і пускових струмів, якщо обмотки статора ввімкнені за схемою "зірка" і підключені до мережі з лінійною напру-



## 7. Електричні машини змінного струму

---

гою 380 В.

При з'єднанні обмоток у "зірку":

$$\text{– лінійний струм } I_{\Phi} = I_{\text{л}} = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_{\text{л}} \cos j} = \frac{43715,8}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,91} = 73 \text{ А,}$$

$$\text{– пусковий струм } I_{\text{пуск}} = k_{\text{пуск}} I_{\text{л}} = 5 \cdot 73 = 365 \text{ А.}$$

Зіставляючи фазні, лінійні і пускові струми при різних з'єднаннях обмоток, можна помітити, що фазні струми виявилися практично однаковими, а лінійні і пускові – різними.

Для визначення можливості пуску в хід двигуна, що перебуває під номінальним навантаженням зі зниженою напругою, необхідно визначити пусковий обертальний момент при зниженій напрузі.

Відповідно до формули  $M = CU^2$  обертальний момент двигуна пропорційний квадрату підведеної напруги. При зниженні напруги на 10 % обертальний момент

$$M' = C(0,9U_{\text{НОМ}})^2 = 0,81M_{\text{НОМ}} = 0,81 \cdot 389,8 = 315,74 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Відповідно пусковий момент

$$M'_{\text{пуск}} = m_{\text{пуск}} M' = 1,1 \cdot 315,74 = 347,3 \text{ Н} \cdot \text{м,}$$

що менше від номінального моменту на валу на 42,5 Н·м, тобто здійснити пуск неможливо.

Для зниження пускових струмів часто пуск асинхронних двигунів здійснюють при зниженій напрузі. Двигуни, що працюють при з'єднанні обмоток статора за схемою "трикутник", пускають без навантаження шляхом переключення обмоток із "зірки" на "трикутник". Визначимо пусковий момент двигуна при даному виді пуску.

У момент пуску обмотки перебувають під напругою

$$U_{\Phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В,}$$

– що складає 57,7 %  $U_{\text{НОМ}}$ . Пусковий момент при переключенні обмоток

$$M' = C(0,577U_{\text{НОМ}})^2 = 0,33M_{\text{НОМ}} = 0,33 \cdot 389,8 = 128,8 \text{ Н} \cdot \text{м,}$$

тобто у три рази менший від номінального значення.

**7.3.** Трифазний асинхронний двигун з короткозамкненим ротором серії 4А280S6 має такі технічні характеристики: номінальна потужність на валу 75 кВт, номінальна напруга мережі 220/380 В, номінальне ковзання 2 %, ККД – 92 %, коефіцієнт потужності при номінальному навантаженні 0,89, при холостому ході 0,2, кратність пускового струму 6; кратність пускового моменту 1,1, кратність максимального моменту 1,8. Визначити номінальний, максимальний і пусковий обертальні моменти, фазний, лінійний і пусковий струми при номінальному навантаженні, струм холостого ходу, втрати енергії в роторі, загальний, активний та індуктивний опори фази при номінальному навантаженні, частоту обертання ротора при максимальному навантаженні, частоту струму ротора при номінальному і максимальному навантаженнях.

## 7. Електричні машини змінного струму

**Розв'язок.** Визначаємо частоту обертання магнітного поля. Число пар полюсів двигуна подано в позначенні типу двигуна ( $p = 3$ ), тоді

$$n_1 = 60 f_1 / p = 60 \cdot 50 / 3 = 1000 \text{ об/хв.}$$

Число обертів ротора при номінальному навантаженні та при відомому ковзанні

$$n_{\text{НОМ}} = n_1(1 - s) = 1000 \cdot (1 - 0,02) = 980 \text{ об/хв.}$$

Обертальні моменти:

$$\text{– номінальний } M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{2\text{НОМ}}} = 9,55 \cdot \frac{75 \cdot 10^3}{980} = 730,86 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\text{– максимальний } M_{\text{max}} = 1 M_{\text{НОМ}} = 1,8 \cdot 730,86 = 1315,56 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\text{– пусковий } M_{\text{пуск}} = m_{\text{пуск}} M_{\text{НОМ}} = 1,1 \cdot 730,86 = 803,95 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Потужність, споживана двигуном з мережі,

$$P_1 = P_{\text{НОМ}} / \eta = 75 \cdot 10^3 / 0,92 = 81521 \text{ Вт.}$$

Номінальний фазний струм в обмотках статора при з'єднанні "трикутником"

$$I_{\phi} = \frac{P_1}{3U_{\phi} \cos j} = \frac{81521}{3 \cdot 220 \cdot 0,89} = 138,8 \text{ А.}$$

$$\text{Лінійний номінальний струм } I_{\text{Л}} = \sqrt{3} I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 138,8 = 240,12 \text{ А.}$$

$$\text{Пусковий струм } I_{\text{пуск}} = k_{\text{пуск}} I_{\text{Л}} = 6 \cdot 240,12 = 1440,72 \text{ А.}$$

Загальні втрати двигуна становлять різницю між споживаною і номінальною потужністю

$$\sum p = P_1 - P_2 = 81512 - 75000 = 6512 \text{ Вт.}$$

Струм холостого ходу визначаємо з формули потужності холостого ходу

$$P_{\text{ХХ}} = \sqrt{3} U_{\text{НОМ}} I_{\text{ХХ}} \cos j_{\text{ХХ}},$$

звідки

$$I_{\text{ХХ}} = \frac{P_{\text{ХХ}}}{P_{\text{ХХ}} = \sqrt{3} U_{\text{НОМ}} \cos j_{\text{ХХ}}} = \frac{6512}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,2} = 85,55 \text{ А.}$$

Електромагнітну потужність, тобто потужність, передану електромагнітним шляхом із статора в ротор визначаємо як добуток обертального моменту на кутову частоту обертання магнітного поля:

$$P_{\text{ЕМ}} = M_{\text{НОМ}} \omega_1 = M_{\text{НОМ}} \frac{2\pi n_1}{60} = M_{\text{НОМ}} \frac{n_1}{9,55} = 730,86 \frac{1000}{9,55} = 76529,84 \text{ Вт.}$$

$$\text{Втрати енергії в статорі } p_c = P_1 - P_{\text{ЕМ}} = 81512 - 76529 = 4983 \text{ Вт.}$$

$$\text{Втрати енергії в роторі } p_p = \sum p - p_c = 6512 - 4983 = 1529 \text{ Вт.}$$

## 7. Електричні машини змінного струму

Опір фази при номінальному навантаженні:

$$- \text{загальний } Z_{\phi \text{ ном}} = \frac{U_{\phi \text{ ном}}}{I_{\phi \text{ ном}}} = \frac{220}{138,8} = 1,58 \text{ Ом};$$

$$- \text{активний } R_{\phi \text{ ном}} = Z_{\phi \text{ ном}} \cos j = 1,58 \cdot 0,89 = 1,41 \text{ Ом};$$

$$- \text{індуктивний } X_{\phi \text{ ном}} = \sqrt{Z_{\phi \text{ ном}}^2 - R_{\phi \text{ ном}}^2} = \sqrt{1,58^2 - 1,41^2} = 0,71 \text{ Ом}.$$

Критичне ковзання

$$s_{\text{кр}} = s_{\text{ном}} \left( 1 + \sqrt{1^2 - 1} \right) = 0,02 \cdot \left( 1,8 + \sqrt{1,8^2 - 1} \right) = 0,065.$$

Частота обертання ротора при максимальному навантаженні

$$n_{\text{кр}} = n_1 (1 - s_{\text{кр}}) = 1000 \cdot (1 - 0,065) = 935 \text{ об/хв}.$$

Частота струму ротора при номінальному навантаженні

$$f_{2 \text{ ном}} = f_1 s_{\text{ном}} = 50 \cdot 0,02 = 1 \text{ Гц}.$$

Частота струму ротора при максимальному навантаженні

$$f_{2 \text{ max}} = f_1 s_{\text{кр}} = 50 \cdot 0,065 = 3,25 \text{ Гц}.$$

**7.4.** Трифазний шестиполіусний асинхронний двигун з фазним ротором має такі паспортні дані: номінальна потужність 5,0 кВт, номінальна напруга 220/380 В, номінальна частота обертання 940 об/хв, номінальний коефіцієнт потужності 0,68, номінальний ККД 74,5 %. Визначити потужність, що підводиться до двигуна, струми двигуна при з'єднанні обмоток статора в "трикутник" і "зірку", обертальний момент і ковзання, якщо частота струму статора 50 Гц. Розрахувати опір регулювального реостата, що вмикається в коло ротора для зниження частоти обертання вала двигуна до 750 об/хв, при номінальному моменті на валу і з'єднанні обмоток у "зірку".

**Розв'язок.** Потужність, що підводиться до двигуна з мережі

$$P_{1 \text{ ном}} = P_{2 \text{ ном}} / \eta_{\text{ном}} = 5000 / 0,745 = 6711 \text{ Вт}.$$

Струми двигуна при з'єднанні обмоток статора:

$$- \text{у "зірку"} I_Y = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_1 \cos j} = \frac{6711}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,68} = 15 \text{ А};$$

$$- \text{у "трикутник"} I_{\Delta} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_1 \cos j} = \frac{6711}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,68} = 25,9 \text{ А}.$$

Обертальний момент двигуна при номінальному навантаженні

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{2 \text{ ном}}} = 9,55 \cdot \frac{5 \cdot 10^3}{940} = 50,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ковзання при номінальному навантаженні

$$s_{\text{НОМ}} = \frac{n_1 - n_{2\text{НОМ}}}{n_1} = \frac{1000 - 940}{1000} = 0,06,$$

де

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об/хв.}$$

Ковзання при  $n_2 = 750$  об/хв

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1000 - 750}{1000} = 0,25.$$

Для визначення опору регулювального реостата скористаємося рівністю

$$\frac{R_2 + R_p}{s} = \frac{R_2}{s_{\text{НОМ}}},$$

звідки опір регулювального реостата

$$R_{\text{рег}} = R_2 (s / s_{\text{НОМ}} - 1).$$

Активний опір фази ротора знайдемо з формули, що виражає залежність електричних втрат у роторі  $p_{e2} = 3I_{2\text{НОМ}}^2 R_2$  від електромагнітної потужності  $P_{\text{ем}} = M_{\text{НОМ}} \frac{n_1}{9,55}$  при номінальному навантаженні:

$$3I_{2\text{НОМ}}^2 R_2 = s_{\text{НОМ}} P_{\text{ем}} = s_{\text{НОМ}} M_{\text{НОМ}} \frac{n_1}{9,55},$$

звідки

$$R_2 = s_{\text{НОМ}} \frac{M_{\text{НОМ}} n_1}{9,55 \cdot 3I_{2\text{НОМ}}^2} = 0,06 \frac{50,8 \cdot 1000}{9,55 \cdot 3 \cdot 15^2} = 0,47 \text{ Ом.}$$

Опір регулювального реостата

$$R_{\text{рег}} = R_2 \left( \frac{s}{s_{\text{НОМ}}} - 1 \right) = 0,47 \left( \frac{0,25}{0,06} - 1 \right) = 1,49 \text{ Ом.}$$

**7.5.** Для приведення в рух групи виконавчих механізмів виробничого підприємства використовують асинхронні короткозамкнені двигуни серії 4А, що працюють в режимі номінального навантаження. Значення номінальних величин: потужності  $P_{2\text{НОМ}}$  ККД  $\eta_{\text{НОМ}}$  та коефіцієнта потужності  $\cos \varphi_{1\text{НОМ}}$  двигунів наведені в табл. 7.1. Нехтуючи втратами потужності холостого ходу  $P_0$ , визначити потужність  $S_k = Q_k$  синхронної машини, що працює в режимі синхронного компенсатора, яка необхідна для підвищення коефіцієнта потужності установки до значення  $\cos \varphi_2 = 0,94$ .

**Розв'язок.** Номінальна потужність електродвигуна першої групи

$$C_{I\text{НОМ}} = \frac{P_{\text{НОМ}}}{h_{\text{НОМ}}} = \frac{1,5}{0,75} = 2 \text{ кВт.}$$

## 7. Електричні машини змінного струму

Сумарна активна потужність першої групи

$$R_{\Sigma 1} = NR_{\text{НОМ}} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ кВт.}$$

Сумарна реактивна потужність першої групи електродвигунів

$$Q_{\Sigma 1} = R_{\Sigma 1} \operatorname{tg} j_{\text{НОМ}} = 20 \cdot 0,932 = 18,64 \text{ квар.}$$

Аналогічним чином визначають сумарну активну і реактивну потужності решти груп електродвигунів. Одержані розрахункові дані зведені в таблицю 7.1.

Таблиця 7.1

Двигуни		Кількість двигунів $N$	Номинальна потужність двигуна $R_{2\text{НОМ}},$ кВт	$h_{\text{НОМ}}$	Номинальний коефіцієнт потужності двигуна $\cos j_{\text{НОМ}}$	Сумарна підведена потужність групи $R_{\Sigma},$ кВт	$\operatorname{tg} j_{\text{НОМ}}$	Сумарна реактивна потужність групи $Q_{\Sigma},$ квар
група	тип							
1	4A90L6	10	1,5	0,75	0,74	20	0,932	18,64
2	4A100L6	5	2,2	0,81	0,73	13,75	0,901	12,37
3	4A112M6	10	3,0	0,81	0,76	37	0,854	31,6
4	4A112MB6	5	4,0	0,82	0,81	24,35	0,727	17,7
5	4A1132S6	10	5,5	0,85	0,80	64,7	0,701	45,9

Загальна активна потужність всіх електродвигунів установки

$$\Sigma R_{\Sigma} = R_{\Sigma 1} + R_{\Sigma 2} + R_{\Sigma 3} + R_{\Sigma 4} + R_{\Sigma 5} = 20 + 13,75 + 37 + 24,35 + 64,7 = 159,8 \text{ кВт.}$$

Загальна реактивна потужність всіх електродвигунів установки

$$\Sigma Q_{\Sigma} = Q_{\Sigma 1} + Q_{\Sigma 2} + Q_{\Sigma 3} + Q_{\Sigma 4} + Q_{\Sigma 5} = 18,64 + 12,37 + 31,6 + 17,7 + 45,9 = 126,21 \text{ квар.}$$

Середнє значення  $\operatorname{tg} j_{\text{ср}}$  установки

$$\operatorname{tg} j_{\text{ср}} = \frac{\Sigma Q_{\Sigma}}{\Sigma R_{\Sigma}} = \frac{126,21}{159,8} = 0,789.$$

Виходячи із заданого значення коефіцієнта потужності  $\cos j_2 = 0,96$  установки, визначають відповідне значення  $\operatorname{tg} j_2 = 0,284$ .

Реактивна потужність, що підлягає компенсації

$$Q_{\text{к}} = \Sigma R_{\Sigma} (\operatorname{tg} j_{\text{ср}} - \operatorname{tg} j_2) = 159,8 (0,789 - 0,284) = 159,8 \cdot 0,505 = 80,7 \text{ квар.}$$

Нехтуючи втратами потужності за відсутності навантаження на валу, визначають потужність синхронної машини, необхідну для компенсації, таким чином:

$$S_{\text{к}} = \sqrt{R_{\text{к}}^2 + Q_{\text{к}}^2} = \sqrt{0 + 80,7^2} = 80,7 \text{ кВА, тобто } S_{\text{к}} = Q_{\text{к}} = 80,7 \text{ кВА.}$$

Відповідно до цього вибираємо за каталогом синхронну машину типу СМ з номінальною потужністю

$$S_{\text{НОМ}} = 120 \text{ кВА.}$$

**7.6.** Трифазний синхронний електродвигун серії СДН типу СДН 14-49-6 має такі номінальні дані: активну потужність на валу  $P_{2\text{НОМ}} = 1000$  кВт, число пар полюсів  $p = 3$ , відношення максимального моменту до номінального моменту  $M_{\text{max}} / M_{\text{НОМ}} = 2,0$ , частоту обертання  $n_{\text{НОМ}} = 1000$  об/хв., частоту живильної напруги  $f = 50$  Гц. Визначити номінальні значення кутової частоти обертання  $\omega_{\text{НОМ}}$ , моменти електродвигуна  $M_{\text{НОМ}}$ ,  $M_{\text{max}}$  та кут непогодження (кут навантаження)  $\theta_{\text{НОМ}}$ .

**Розв'язок.** Номінальна кутова частота обертання електродвигуна

$$\omega_{\text{НОМ}} = \frac{2\pi f}{p} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50}{3} = 104,7 \text{ рад/с.}$$

Номінальний момент електродвигуна

$$M_{\text{НОМ}} = \frac{P_{2\text{НОМ}}}{\omega_{\text{НОМ}}} = \frac{1000 \cdot 10^3}{104,7} = 9,55 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Максимальний момент електродвигуна

$$M_{\text{max}} = 2M_{\text{НОМ}} = 2 \cdot 9,55 \cdot 10^3 = 19,1 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Кут непогодження при номінальному навантаженні

$$\sin \theta_{\text{НОМ}} = \frac{M_{\text{НОМ}}}{M_{\text{max}}} = \frac{1}{2} = 0,5, \quad \text{звідки} \quad \theta_{\text{НОМ}} = 30^\circ = \frac{p}{6}.$$

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**7.1.** Ротор чотириполюсного асинхронного двигуна, підключений до мережі трифазного струму з частотою 50 Гц, обертається з частотою 1440 об/хв. Чому дорівнює ковзання?

**7.2.** Двигун марки 4А355М4 має номінальну частоту обертання 1485 об/хв. Визначити номінальне ковзання.

**7.3.** Визначити кутову частоту обертового магнітного поля асинхронного двигуна, що має синхронну частоту обертання 30 об/хв.

**7.4.** Яке число (що вказує кількість полюсів) повинно бути поставлене наприкінці марки двигуна 4А180М, якщо, відомо, що частота обертання магнітного поля 1500 об/хв?

**7.5.** Знайти число пар полюсів асинхронного двигуна, що живиться від мережі змінного струму з частотою 50 Гц, при частоті обертання магнітного поля статора 1000 об/хв.

**7.6.** Ротор асинхронного трифазного двигуна марки 4АА63А4 обертається з частотою 1450 об/хв. Чому дорівнює ковзання і частота струму ротора?

**7.7.** Визначте номінальне ковзання асинхронного трифазного двигуна, ротор якого обертається з частотою 2900 об/хв, якщо синхронна частота обертання магнітного поля 3000 об/хв.

**7.8.** Ковзання шестиполюсного трифазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором при зміні навантаження від холостого ходу до номінального значення змінюється в межах 0,1 – 6 %. Визначити діапазон зміни частоти обертання ротора, якщо частота живильної напруги мережі 50 Гц.

**7.9.** Знайти частоту обертання магнітного поля магнітного асинхронного двигуна, підключеного до мережі змінного струму з напругою 220 В і частотою 5 Гц.

**7.10.** Трифазний дво полюсний асинхронний двигун при номінальному навантаженні має ковзання 5,4 %. Чому дорівнює частота обертання ротора, якщо частота змінного струму статора 50 Гц?

**7.11.** Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором обертається з частотою 1440 об/хв. Визначити число пар полюсів і ковзання, якщо синхронна частота обертання магнітного поля 1500 об/хв.

**7.12.** Визначити частоту обертання магнітного поля асинхронного двигуна, підключеного до мережі змінного струму з частотою 50 Гц, при шести полюсах статора.

**7.13.** Яке число полюсів повинен мати асинхронний двигун, що живиться від мережі змінного струму з частотою 50 Гц, при частоті обертання магнітного поля 1000 об/хв?

**7.14.** Визначити ковзання двигуна марки 4А80А6, якщо відомо, що частота обертання ротора відстає від частоти обертання магнітного поля на 50 об/хв.

**7.15.** Яку максимальну частоту обертання може мати обертове магнітне поле асинхронного двигуна при частоті змінного струму 50 Гц?

**7.16.** Визначити число пар полюсів і частоту обертання магнітного поля асинхронного двигуна, якщо відомо, що в обмотці статора є 15 котушок, критичне ковзання 15 %, синхронна частота обертання 1000 об/хв.

**7.17.** Наскільки зміниться частота обертання ротора при перемиканні обмотки статора з двох пар на три пари полюсів?

**7.18.** Яку кількість котушок має статорна обмотка чотирьополюсного асинхронного двигуна?

**7.19.** Визначити число полюсів і котушок у статорній обмотки асинхронного трифазного двигуна, що має номінальну частоту обертання 725 об/хв.

**7.20.** Статор трифазного асинхронного двигуна 4А112М2 має 24 пази. Скільки пазів припадає на один полюсний розподіл?

**7.21.** Визначити, на скільки електричних і просторових градусів зміщені осі котушок двох сусідніх фаз статорної обмотки трифазного асинхронного двигуна, що має чотири полюси.

**7.22.** Чи може трифазний асинхронний двигун при наявності трьох пар полюсів і критичному ковзанні 12 % мати частоту обертання 860 об/хв?

**7.23.** Скільки обертів зробить обертове магнітне поле трифазного двигуна за один період змінного струму, якщо статорна обмотка має дві пари полюсів?

**7.24.** У скільки разів зросте частота обертового магнітного поля статора, якщо частота змінного струму збільшиться у вісім разів?

**7.25.** Яку максимальну частоту обертання можна одержати в асинхронних трифазних двигунах, якщо перший підключений до мережі змінного струму з частотою 50 Гц, другий – до мережі з частотою 400 Гц?

**7.26.** У яких межах змінюється частота обертання ротора асинхронного трифазного двигуна від холостого ходу  $s = 0,1$  % до максимального навантаження  $s = 5$  %).

**7.27.** Визначити ККД трифазного двигуна, якщо постійні втрати 1,5 кВт, змінні 3,5 кВт, а споживана з мережі потужність 25 кВт?

**7.28.** Визначити ковзання асинхронного двигуна, якщо електричні втрати 50 Вт, а електромагнітна потужність 1 кВт?

**7.29.** При зміні навантаження ковзання зросло з 2 до 4 %. У скільки разів збільшилися електричні втрати в роторі?

**7.30.** Знайти номінальну електромагнітну потужність трифазного асинхронного двигуна, якщо номінальне ковзання 4 %, а електричні втрати ротора складають 250 Вт.

**7.31.** Чому дорівнює сума втрат асинхронного двигуна при ККД 90 %, якщо він споживає потужність 20 кВт?

**7.32.** Визначити ЕРС, що індукується в обмотках статора і ротора асинхронного короткозамкненого двигуна при нерухомому та обертовому роторі, якщо  $\Phi_m = 0,011$  Вб,  $s = 0,04$ ,  $w_1 = 320$ ,  $w_2 = 40$ ,  $f = 50$  Гц.

**7.33.** Трифазний асинхронний двигун увімкнений у мережу змінного струму з напругою 220 В. Обмотки статора з'єднані в трикутник, число витків фази обмотки статора 336, ротора – 52. Ковзання 4 %. Визначити ЕРС, що індукуються у фазах обмоток статора і рото-



ра при нерухомому й обертовому роторі. Спадання напруги в обмотці статора складає  $0,01U_1$ . Обмотувальні коефіцієнти статора і ротора прийняти за одиницю.

**7.34.** Визначити ЕРС, що індукуються у фазах обмоток статора і ротора трифазного асинхронного двигуна при нерухомому та обертовому роторі, якщо відомі такі характеристики: ковзання 0,06, основний магнітний потік 0,0136 Вб, число витків фази обмотки статора 72, ротора 32, обмотувальні коефіцієнти обмотки статора і ротора прийняти за одиницю, частота струму 50 Гц.

**7.35.** Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором увімкнений у мережу змінного струму з напругою 220 В. Число витків у фазі обмотки статора, з'єднаної в "трикутник", 750, число витків фази обмотки ротора, з'єднаної в "зірку", 300. Визначити ЕРС, що індукуються у фазі обмотки ротора при розімкненому і нерухомому роторі, ЕРС обертового ротора при ковзанні 4 % та ЕРС ротора, якщо обмотку статора перемкнути на "зірку". Спаданням напруги в обмотках знехтувати і вважати, що обмотувальні коефіцієнти однакові.

**7.36.** Обчислити ЕРС, що індукуються у фазах обмоток статора і ротора трифазного асинхронного двигуна при нерухомому та обертовому роторі, якщо відомі такі паспортні дані: ковзання 0,04, основний магнітний потік  $\Phi_m = 0,0149$  Вб, число витків фази обмотки статора 120, ротора 80, обмотувальний коефіцієнт обмотки статора 0,95, ротора 0,96, Частота струму в статорі 50 Гц.

**7.37.** Основний магнітний потік трифазного асинхронного двигуна 0,004 Вб. ЕРС, що індукуються в обмотці статора, з'єднаного в "трикутник", 220 В. Визначити число витків у фазі обмотки статора, якщо  $K_{об1} = 0,95$ , а  $f_1 = 50$  Гц.

**7.38.** Визначити ЕРС, що індукуються у фазах статора і ротора асинхронного двигуна при нерухомому роторі і при роторі, що обертається з ковзанням 0,06. Число витків обмотки статора 360, ротора 30, магнітний потік 0,004 Вб, частота струму 50 Гц.

**7.39.** Напруга живлення трифазного асинхронного двигуна 660 В, частота струму мережі 50 Гц, число пар полюсів 3. Нехтуючи спаданням напруги в обмотці статора, визначити ЕРС, яка індукуюється у фазі обмотки ротора, і частоту струму, якщо ротор обертається з частотою 2950 об/хв. Коефіцієнт трансформації ЕРС двигуна 15.

**7.40.** Визначити ЕРС, що індукуються у фазах обмоток статора і ротора трифазного асинхронного двигуна при нерухомому та обертовому роторі, якщо ковзання 3,3 %, число витків обмотки статора 118,

ротора 24, обмотувальні коефіцієнти обмоток 0,95, магнітний потік 0,0087 Вб, частота струму 50 Гц.

**7.41.** Число витків фази обмотки статора асинхронного двигуна 123, ротора 18, обмотувальні коефіцієнти відповідно 0,96 і 0,975. Обчислити ЕРС, що індукуються у фазах обмоток статора і ротора двигуна при нерухомому роторі та при обертанні його з ковзанням 0,04, якщо магнітний потік 0,0025 Вб. Двигун підключений до мережі змінного струму частотою 50 Гц.

**7.42.** Індуктивний опір фази обмотки нерухомого ротора асинхронного двигуна 1,45 Ом. Обчислити індуктивний опір фази обмотки обертового ротора з ковзанням 0,05.

**7.43.** Активний та індуктивний опір фази нерухомого ротора асинхронного короткозамкненого двигуна відповідно 0,5 і 20 Ом. Визначити струм у фазі ротора в момент пуску двигуна і при обертанні ротора з ковзанням 4 %. ЕРС, що індукується у фазі ротора, дорівнює 13 В.

**7.44.** Визначити індуктивний опір нерухомого ротора асинхронного двигуна, якщо  $R_2 = 3$  Ом,  $E_2 = 107$  В,  $I_2 = 7$  А.

**7.45.** Потужність, що підводиться до асинхронного двигуна, 19,3 кВт. Визначити ККД двигуна, якщо сумарні втрати складають 2300 Вт.

**7.46.** Знайти сумарну потужність втрат асинхронного двигуна АО2-62-2, що має ККД 90 % і потужність на валу 17 кВт.

**7.47.** Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором МТ-42-8 споживає від мережі потужність 19,4 кВт при струмі 73,8 А і напрузі 220 В. Знайти ККД і  $\cos \phi$ , якщо потужність на валу двигуна 16 кВт.

**7.48.** Трифазний асинхронний двигун споживає від мережі потужність 9,55 кВт при струмі 36,36 А і напрузі 220 В. Визначити ККД і  $\cos \phi$ , якщо корисна потужність на валу двигуна 27,5 кВт.

**7.49.** Трифазний асинхронний двигун споживає з мережі потужність 1,875 кВт при струмі 3,5 А і напрузі 220 В. Чому дорівнює коефіцієнт потужності й ККД, якщо корисна потужність на валу двигуна 1,5 кВт?

**7.50.** Трифазний асинхронний двигун з фазним ротором споживає з мережі потужність 26 кВт при струмі 97,6 А і напрузі 220 В. Чому дорівнює коефіцієнт потужності й ККД, якщо корисна потужність на валу двигуна 22 кВт?

**7.51.** При обертанні ротора асинхронного двигуна 4АН132Л4 з частотою 1435 об/хв потужність, що підводиться до двигуна, стано-

вить 27,47 кВт, а сумарна потужність втрат 2,47 кВт. Знайти ковзання двигуна і його ККД, якщо частота струму 50 Гц.

**7.52.** Визначити ковзання, обертальний момент і потужність, що підводиться до трифазного асинхронного двигуна з фазним ротором МТ–63–10, а також струм у колі статора при з'єднанні його обмоток у "зірку" і "трикутник", якщо двигун має такі паспортні дані: напруга 220/380 В, частота обертання вала 577 об/хв., потужність 60,0 кВт, коефіцієнт потужності 0,77 і ККД 85 %.

**7.53.** Визначити ККД асинхронного трифазного двигуна, що має номінальну потужність 100 кВт, потужність холостого ходу 5,4 кВт і короткого замикання 2,5 кВт.

**7.54.** Трифазний шестиполісний асинхронний двигун споживає потужність 4,82 кВт; частота обертання ротора 960 об/хв, втрати в статорі складають 654 Вт, у роторі – 166 Вт. Визначити ковзання, потужність на валу і ККД.

**7.55.** Трифазний асинхронний двигун має у фазах статора і ротора кількість витків відповідно 288 і 24. Визначити струм в обмотці статора і потужність, що підводиться до двигуна, якщо відомо, що номінальний струм у фазі ротора 250 А, струм холостого ходу складає 10 % від номінального значення струму ротора. Лінійна напруга 660 В, а  $\cos \varphi = 0,9$ .

**7.56.** Визначити обертальний момент асинхронного чотиришвидкісного двигуна, що має число полюсів 2, 4, 6, 8 і номінальну потужність 10 кВт.

**7.57.** Трифазний шестиполісний асинхронний двигун з фазним ротором, увімкнений у мережу змінного струму з напругою 660 В, переборює корисний момент опору 390 Н·м при частоті обертання 2980 об/хв. Визначити потужність на валу двигуна, ККД, ковзання, якщо фазний струм двигуна 26 А, а коефіцієнт потужності 0,91.

**7.58.** Крановий трифазний шестиполісний асинхронний двигун з фазним ротором увімкнений у мережу змінного струму з напругою 380 В і переборює момент опору 70 Н·м при ковзанні 53 %. Визначити коефіцієнт потужності, частоту обертання ротора, потужність на валу двигуна і ККД, якщо відомо, що потужність, яка підводиться до двигуна, 7,5 кВт при лінійному струмі 12,5 А.

**7.59.** Трифазний асинхронний двигун АИ160Л8 з короткозамкненим ротором має потужність 55 кВт, напругу 380 В (при з'єднанні обмоток статора в "зірку"), частоту обертання ротора при номінальному навантаженні 2740 об/хв;  $\cos \varphi = 0,9$ ,  $\eta = 0,925$ , відношення пус-

кового струму до номінального 5. Визначити номінальний обертальний момент, номінальний і пусковий струми двигуна у фазах і лініях.

**7.60.** Трифазний восьмиполюсний асинхронний двигун споживає потужність 6,47 кВт при напрузі 220 В і струмі 23,55 А. Визначити частоту обертання ротора, потужність на валу двигуна, коефіцієнт потужності й ККД, якщо обертальний момент двигуна 72,5 Н·м, ковзання 53,0 %, частота струму 50 Гц.

**7.61.** Трифазний шестиполюсний асинхронний двигун споживає потужність 6,7 кВт при напрузі 380 В та струмі 45,0 А. Визначити частоту обертання ротора, корисну потужність на валу двигуна, коефіцієнт потужності й ККД, якщо момент двигуна 249,2 Н·м, ковзання 3 %, частота струму 50 Гц.

**7.62.** Трифазний десятиполюсний асинхронний двигун з фазним ротором, має такі дані: номінальна потужність 245 кВт, номінальна напруга 220/380 В, номінальна частота обертання 574 об/хв, номінальний коефіцієнт потужності 0,74 і номінальний ККД 86,0 %. Обчислити потужність, що підводиться до двигуна, струми двигуна при з'єднанні обмоток статора в "трикутник" і "зірку", обертальний момент і ковзання, якщо частота струму в статорі 50 Гц.

**7.63.** Короткозамкнений трифазний асинхронний двигун ВАМП-52-8 має такі паспортні дані:  $P_2 = 7,5$  кВт,  $n_2 = 660$  об/хв,  $U = 220/380$  В,  $I = 23/13,3$  А,  $k_{\text{пуск}} = 6,5$ ,  $\eta = 71$  %. Визначити число пар полюсів двигуна, ковзання і пусковий струм для випадків з'єднання обмоток статора в "трикутник" і "зірку", номінальний обертальний момент і споживану потужність.

**7.64.** Краново-металургійний трифазний електродвигун змінного струму з фазним ротором має такі паспортні дані: потужність 22 кВт, напруга 380/220 В, частота обертання 2960 об/хв, коефіцієнт потужності 0,73, кратність максимального моменту 2,8. Визначити критичне ковзання, число оборотів при максимальному моменті, номінальний і максимальний обертальні моменти.

**7.65.** Чотириполюсний асинхронний вибухонепроникний рудниковий електродвигун ЭДКОФ-33-4 має такі паспортні дані: потужність 30 кВт, номінальна напруга 380/660 В, номінальна частота обертання 1465 об/хв, номінальний ККД 88,5 %, номінальний коефіцієнт потужності 0,85, кратність пускового струму 6,5, кратність за моментом 2,3, перевантажувальна здатність двигуна 3,2. Визначити споживану потужність і пусковий струм при з'єднанні обмоток статора в

"зірку" і "трикутник", номінальний, пусковий і максимальний моменти.

**7.66.** Асинхронний трифазний двигун має номінальну потужність 4,0 кВт, ККД 85,5 %,  $\cos \varphi = 0.89$ , частоту обертання ротора 2880 об/хв, магнітного поля 3000 об/хв. Двигун увімкнений у мережу змінного струму з напругою 220 В за схемою "трикутник". Визначити споживану потужність, суму втрат, лінійний струм, обертальний момент на валу й ковзання.

**7.67.** Трифазний асинхронний двигун марки АТ2–82–6 увімкнений у мережу змінного струму з напругою 380 В споживає з мережі потужність 43716 Вт при коефіцієнті потужності 0,91. Сума втрат 3716 Вт, ковзання 2,0 %. Визначити потужність на валу, ККД, лінійний струм, частоти обертання магнітного поля і ротора.

**7.68.** Асинхронний трифазний двигун марки 4А100М6 підключений до мережі змінного струму з напругою 220 В за схемою "трикутник" і споживає струм 9,24 А при  $\eta = 81,0$  %,  $\cos \varphi = 0,77$ , частота обертання ротора 2950 об/хв. Визначити споживану потужність, потужність на валу, суму втрат, обертальний момент і частоту обертання магнітного поля.

**7.69.** Асинхронний трифазний двигун АОЛ2-42-6 при номінальному обертальному моменті 39,8 Н·м, частоті обертання 960 об/хв і  $\cos \varphi = 0.79$  споживає потужність 4820 Вт. Обмотки статора з'єднані за схемою "трикутник" і підключені до мережі змінного струму з напругою 220 В. Визначити потужність на валу, суму втрат, ККД, споживаний струм, ковзання і частоту струму ротора.

**7.70.** Асинхронний трифазний двигун з короткозамкненим ротором підключений до мережі змінного струму з напругою 220 В і з'єднаний за схемою "трикутник". Двигун споживає струм 3,3 А при  $\cos \varphi = 0,68$ ,  $\eta = 70$  % і ковзанні 8,5 %. Частота обертання магнітного поля статора 1000 об/хв. Визначити споживану потужність, потужність на валу, суму втрат, обертальний момент, частоту обертання ротора і частоту струму ротора.

**7.71.** Асинхронний трифазний двигун марки АОЛ2-22-6 підключений до мережі змінного струму з напругою 380 В за схемою "зірка". Двигун споживає потужність 1447 Вт при  $\cos \varphi = 0,73$  і розвиває потужність на валу 1100 Вт, при цьому частота струму ротора 3,5 Гц. Визначити лінійний струм, ККД, ковзання, частоту обертання магнітних полів статора і ротора.

**7.72.** Асинхронний двигун з короткозамкненим ротором увімкнений у мережу змінного струму з напругою 380 В. Обмотки статора з'єднані за схемою "зірка". Двигун при ККД 87,5 %,  $\cos \varphi = 0,81$  і ковзанні 0,033 розвиває обертальний момент 131,7 Н·м. Синхронна частота обертання магнітного поля 1750 об/хв. Визначити суму втрат, лінійний струм і частоту струму ротора.

**7.73.** Асинхронний трифазний двигун з короткозамкненим ротором підключений до мережі змінного струму з напругою 380 В. Обмотки статора з'єднані за схемою "зірка". При номінальному обертальному моменті 653 Н·м і  $\cos \varphi = 0,82$  ротор розвиває частоту обертання 585 об/хв. Сума втрат двигуна складає 4,2 кВт. Визначити ККД, номінальний лінійний струм і частоту струму ротора.

**7.74.** Визначити споживаний струм, ККД і частоту струму ротора трифазного шестиполюсного асинхронного двигуна, підключеного до мережі змінного струму з напругою 380 В. Обмотки статора з'єднані за схемою "зірка". При номінальному обертальному моменті 216,6 Н·м частота обертання 970 об/хв і  $\cos \varphi = 0,9$ , сума втрат 2,3 кВт.

**7.75.** Визначити обертальний момент і частоту струму ротора трифазного асинхронного двигуна, підключеного до мережі змінного струму з напругою 220 В та споживаний струм 306,3 А при  $\cos \varphi = 0,92$ , ковзанні 0,02 і частоті обертання магнітного поля 1500 об/хв. Сума втрат двигуна 7526 Вт. Обмотки статора з'єднані за схемою "зірка".

**7.76.** Асинхронний трифазний двигун з короткозамкненим ротором, обмотки якого з'єднані за схемою "трикутник" і підключені до мережі змінного струму з напругою 220 В, споживає при  $\eta = 87$  % і  $\cos \varphi = 0,82$  струм 27 А. Частоти обертання магнітного поля 1000 об/хв, ротора 2970 об/хв. Визначити суму втрат, обертальний момент, число пар полюсів і ковзання.

**7.77.** Шестиполюсний трифазний асинхронний двигун при ККД 88 %,  $\cos \varphi = 0,89$  і ковзанні 3 % споживає струм 43,5 А, Обмотки статора з'єднані за схемою "трикутник" і приєднані до мережі змінного струму з напругою 220 В. Визначити суму втрат і обертальний момент на валу двигуна.

**7.78.** Асинхронний трифазний двигун з короткозамкненим ротором марки АОЛ2–22–2 увімкнений у мережу змінного струму з напругою 380 В за схемою "зірка". При номінальному обертальному

моменті на валу  $7,34 \text{ Н} \cdot \text{м}$  розвиває частоту обертання  $2860 \text{ об/хв}$ . Номінальний ККД  $83 \%$ ,  $\cos \varphi = 0,89$ . Визначити споживану потужність, потужність на валу, суму втрат, лінійний струм, частоту обертання магнітного поля і ковзання.

**7.79.** Асинхронний трифазний двигун марки АОЛ2–12–2 увімкнений у мережу змінного струму з напругою  $220 \text{ В}$  за схемою "трикутник" і споживає струм  $4,17 \text{ А}$ . При номінальній потужності на валу  $1,1 \text{ кВт}$  розвиває частоту обертання  $2815 \text{ об/хв}$ . Сума втрат  $283 \text{ Вт}$ . Визначити споживану потужність, ККД,  $\cos \varphi$ , обертальний момент на валу, ковзання і частоту обертання магнітного поля.

**7.80.** Визначити суму втрат, ковзання та обертальний момент на валу трифазного асинхронного двигуна, якщо він має такі характеристики: споживаний струм  $14 \text{ А}$ , частота обертання магнітного поля  $750 \text{ об/хв}$ , частота обертання ротора  $720 \text{ об/хв}$ , ККД  $\eta = 80 \%$ ,  $\cos \varphi = 0,70$ . Обмотки статора з'єднані за схемою "трикутник" і підключені до мережі змінного струму з напругою  $220 \text{ В}$ .

**7.81.** Восьмиполісний трифазний асинхронний двигун, обмотки якого з'єднані за схемою "зірка", підключений до мережі змінного струму з напругою  $380 \text{ В}$ . При номінальній потужності на валу  $5500 \text{ Вт}$ , сума втрат  $970 \text{ Вт}$ , обертальний момент  $72,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$  і  $\cos \varphi = 0,72$ . Визначити споживаний струм, ККД і ковзання.

**7.82.** Для асинхронного двигуна з фазним ротором розрахувати опір пускового реостата, яким вмикається в коло ротора для забезпечення максимального пускового моменту, якщо активний опір ротора  $0,2 \text{ Ом}$ , номінальне ковзання  $0,04$ , критичне ковзання  $0,22$ .

**7.83.** Визначити опір, необхідний для ввімкнення в коло фазного ротора, щоб початковий пусковий момент, який розвивається двигуном, склав  $780 \text{ Н} \cdot \text{м}$  при номінальній потужності  $70 \text{ кВт}$ , номінальній частоті обертання  $955 \text{ об/хв}$ , критичному ковзанні  $12 \%$  і опорі фази ротора  $0,06 \text{ Ом}$ .

**7.84.** Асинхронний двигун з фазним ротором типу МТ-42-8 має такі паспортні дані:  $P_{\text{ном}} = 16 \text{ кВт}$ ,  $n_{\text{ном}} = 720 \text{ об/хв}$ ,  $\eta_{\text{ном}} = 82,5 \%$ ,  $\lambda = 3$ , номінальний струм ротора  $46,3 \text{ А}$ , опір фази ротора  $0,123 \text{ Ом}$ . Визначити опір, необхідний для ввімкнення в коло ротора, щоб при номінальному обертальному моменті на валу двигун мав ковзання  $0,6$ .

**7.85.** Визначити опір, який необхідно ввімкнути в коло фазного ротора шестиполісного асинхронного двигуна, щоб при номіналь-

ному обертальному моменті на валу частота обертання ротора становила 400 об/хв при номінальному ковзанні 55 % й опорі обмотки ротора 0,04 Ом.

**7.86.** Знайти опір, що вмикається в коло фазного ротора асинхронного двигуна і необхідний для одержання при номінальному обертальному моменті частоти обертання 700 об/хв, якщо відомі опір обмотки ротора 0,08 Ом і номінальна частота обертання 950 об/хв.

**7.87.** Визначити частоту обертання асинхронного трифазного двигуна з фазним ротором при номінальному обертальному моменті на валу, якщо в коло ротора ввімкнений додатковий опір 0,45 Ом. Номінальне ковзання 10 %, опір фази обмотки ротора 0,15 Ом, число пар полюсів 7.

**7.88.** Яка кількість полюсів повинна бути в синхронному генераторі, що має частоту генерованого струму 500 Гц, якщо ротор обертається з частотою 1250 об/хв?

**7.89.** Число пар полюсів синхронного генератора 16. Визначити частоту обертання магнітного поля статора, якщо частота генерованого струму 50 Гц.

**7.90.** Визначити частоту обертання ротора синхронного двигуна, що має три пари полюсів і ввімкнений у мережу змінного струму промислової частоти.

**7.91.** Число пар полюсів синхронного генератора 6. Визначити частоту обертання магнітного поля статора, якщо частота струму 50 Гц.

**7.92.** З якою частотою обертається ротор синхронного генератора, що має чотири полюси і частоту мережі 400 Гц?

**7.93.** Визначити, який із двох двигунів асинхронний, а який – синхронний, якщо перший має частоту обертання 700 об/хв, а другий – 750 об/хв?

**7.94.** З якою частотою та в який бік обертається магнітне поле статора, якщо ротор синхронного генератора обертається за годинниковою стрілкою з частотою 500 об/хв?

**7.95.** У синхронного трифазного двигуна навантаження на валу зменшилося в три рази. Чи зміниться частота обертання ротора?

**7.96.** Чому дорівнює ККД синхронного генератора, якщо сумарна потужність втрат становить 7,5 % від корисної потужності генератора?

**7.97.** При магнітному потоці 0,02 Вб у фазі обмотки статора при холостому ході синхронного генератора індукується ЕРС 400 В з час-



тотою 50 Гц. Яке число витків має фаза статора, якщо обмотувальний коефіцієнт 0,938?

**7.98.** З якою частотою обертається магнітне поле обмоток статора синхронного генератора, якщо в його обмотках індукується ЕРС частотою 50 Гц, а індуктор має чотири полюси?

**7.99.** Генератор змінного струму має 32 пари полюсів і обертається з частотою 750 об/хв. Визначити частоту змінного струму.

**7.100.** Визначити число пар полюсів синхронного гідрогенератора СВФ, який виробляє енергію змінного струму з частотою 50 Гц, якщо частота обертання ротора 68,2 об/хв.

**7.101.** Знайти ЕРС, яка індукується у фазі статора генератора змінного струму при холостому ході, якщо  $w_1 = 115$ ,  $K_{об1} = 0,9$ ,  $f_1 = 50$  Гц, а  $\Phi_m = 0,01$  Вб.

**7.102.** Фазна напруга однофазного синхронного генератора 6300 В, а фазний струм 2,5 А. Визначити корисну потужність, якщо кут зсуву фаз між струмом і напругою  $\cos \varphi = 0,8$ .

**7.103.** Визначити ЕРС синхронного генератора в режимі холостого ходу, якщо відомі його паспортні дані: число послідовно з'єднаних витків 226, обмотувальний коефіцієнт 0,8, частота обертання 1500 об/хв, число пар полюсів 2, обмотка збудження створює магнітний потік  $\Phi_m = 0,01$  Вб.

**7.104.** Знайти ККД синхронного генератора, якщо сумарна потужність втрат 6 % від корисної потужності, що віддається генератором.

**7.105.** Сумарна потужність втрат у синхронному двигуні 36,6 кВт. Яку потужність споживає двигун від мережі, якщо його ККД 94,5 %?

**7.106.** Трифазний синхронний двигун має такі номінальні характеристики:  $P_{2ном} = 100$  кВт,  $U = 380$  В,  $f = 50$  Гц,  $\eta = 0,8$ , число полюсів 2,  $\cos \varphi = 1$ . Обмотки з'єднані в "зірку". Визначити номінальний струм і обертальний момент.

**7.107.** Синхронний генератор СГН-14-36-12 має такі паспортні дані: потужність 500 кВА, напруга 6,3 кВ, коефіцієнт потужності 0,9,  $\eta = 92,4$  %. Визначити номінальну активну потужність, суму втрат і струм синхронного генератора при номінальному навантаженні.

**7.108.** Визначити номінальний струм синхронного двигуна при ввімкненні за схемами "зірка" й "трикутник", якщо двигун має такі

паспортні дані: потужність 120 кВА; напруга 660/380 В,  $\eta = 0,88$ , коефіцієнт потужності  $\cos \varphi = 0,9$ .

**7.109.** Визначити частоту обертання, номінальний обертальний момент, струм і споживану потужність восьмиполюсного синхронного двигуна марки СД–102, що має такі номінальні характеристики:  $P_{2\text{ном}} = 75$  кВт,  $\eta = 96\%$ ,  $U = 380$  В,  $f = 50$  Гц,  $\cos \varphi = 0,9$ .

**7.110.** Знайти електричні втрати в статорі та електромагнітну потужність синхронного генератора, який при симетричному навантаженні віддає корисну потужність 250 кВт, має фазний струм 7300 А, активний опір фази обмотки статора 0,12 Ом.

**7.111.** Визначити число пар полюсів, обертальний момент і струм гідрогенератора ГЕС, що має такі паспортні дані: потужність 500 МВт, напруга 15 750 В,  $\cos \varphi = 0,85$ ,  $\eta = 98,2\%$ , частота обертання 93,8 об/хв.

**7.112.** Трифазний синхронний двигун, обмотки якого з'єднані в "зірку", має активний і синхронний індуктивний опори на фазу, які відповідно дорівнюють 1 Ом і 10 Ом. Обчислити потужність, що підводиться до двигуна, і ЕРС при коефіцієнті потужності 0,85, якщо напруга на затискачах двигуна 11 000 В, а струм двигуна 60 А.

**7.113.** Синхронний шестиполюсний двигун має такі паспортні дані:  $P_{\text{ном}} = 125$  кВт, ККД  $\eta = 90\%$ , перевантажувальна здатність 2,3. Визначити кут навантаження  $\theta$  при номінальному навантаженні двигуна.

**7.114.** Визначити, чи витримає синхронний двигун навантаження, яке перевищує номінальне у 2 рази, якщо кут навантаження двигуна дорівнює  $35^\circ$ .

**7.115.** Трифазний синхронний електродвигун СДН 14–49–6 має такі номінальні дані: потужність на валу 1000 кВт, число пар полюсів 3, відношення максимального моменту до номінального моменту 2,0, частоту живильної напруги 50 Гц. Визначити номінальні значення кутової частоти обертання, номінальний і максимальний моменти двигуна, кут навантаження.

**7.116.** Синхронний двигун типу СД312–46–10 має такі номінальні дані: повну потужність 380 кВА, активну потужність на валу 320 кВт, ККД 0,93, частоту обертання 600 об/хв. Визначити номінальні значення потужності, що споживається двигуном з живильної мережі, момент навантаження на валу і коефіцієнта потужності.

**7.117.** В електричну мережу з номінальною напругою  $U_{\text{НОМ}} = 380$  В увімкнено паралельно три синхронні трифазні електричні машини типу СМ114–6 з номінальними значеннями повної потужності  $S_{\text{НОМ}} = 80$  кВА, струму якоря  $I_{\text{НОМ}} = 122$  А, коефіцієнта потужності  $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,9$ . Машини працюють у режимі генератора. Визначити сумарну активну потужність  $P_{\Sigma \text{НОМ}}$ , що віддається синхронними генераторами в мережу при номінальному режимі роботи, а також потужності  $P'_1$  та  $P'_2$ , що віддаються в живильну мережу генераторами у випадку, якщо із зміною струму збудження і обертового моменту первинного двигуна струм якоря  $I_1$  одного генератора зріс на 10 % при  $\cos \varphi_1 = 0,96$ , а струм якоря  $I_2$  другого генератора знизився на 10 % при  $\cos \varphi_2 = 0,8$ .

**7.118.** Група трифазних асинхронних електродвигунів споживає з мережі сумарну активну потужність  $P_{\text{НОМ}} = 15000$  кВт при середньому коефіцієнті потужності  $\cos \varphi_2 = \cos \varphi_{\text{ср}} = 0,65$ . Визначити потужність синхронного компенсатора, за допомогою якого необхідно довести коефіцієнт потужності установки шляхом компенсації реактивної (індуктивної) складової до  $\cos \varphi_2 = 0,96$ .

**7.119.** Встановлене на виробничому підприємстві електроустаткування характеризується такими потужностями: сумарною активною  $P = 150$  кВт і сумарною реактивною (індуктивною)  $Q = 200$  квар. Номінальна лінійна напруга живильної мережі  $U_{\text{НОМ}} = 380$  В. Визначити  $Q_{\text{НОМ}}$ , результуючі струми навантаження  $\check{I}$  та  $\check{I}_2$ , коефіцієнти потужності установки  $\cos \varphi_1$  та  $\cos \varphi_2$  до і після підключення до мережі синхронного електродвигуна типу СМ127–6 з номінальними даними: активною потужністю  $P_{2\text{НОМ}} = 158$  кВт, коефіцієнтом потужності  $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,8$  (ємнісим), ККД  $\eta_{\text{НОМ}} = 91,9$  %

**7.120.** Визначити номінальні значення кутової частоти обертання ротора  $\Omega_{\text{НОМ}}$ , моменту на валу  $M_{\text{НОМ}}$  та струму  $I_{\text{НОМ}}$ , що споживається з живильної мережі синхронним електродвигуном типу СД12–24–6, який має такі номінальні дані: активну потужність на валу  $P_{2\text{НОМ}} = 250$  кВт; лінійну напругу  $U_{\text{НОМ}} = 380$  В; коефіцієнт потужності  $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,9$ ; частоту обертання  $n_{\text{НОМ}} = 1000$  об/хв; ККД  $\eta_{\text{НОМ}} = 0,92$ .

## Глава 8 ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

Електрорушійна сила обмоток якоря машини постійного струму

$$E = c_E \Phi n = \frac{pN}{60a} \Phi n, \quad (8.1)$$

де  $c_E$  – електрична стала, що залежить від конструктивних даних машини;  $\Phi$  – магнітний потік, Вб;  $n$  – частота обертання якоря, об/хв;  $p$  – число пар полюсів машини;  $N$  – число активних провідників обмотки якоря;  $a$  – число пар паралельних віток обмотки якоря.

Напруга на затискачах генератора

$$U = E - I_a R_a. \quad (8.2)$$

Напруга на затискачах двигуна

$$U = E + I_a R_a, \quad (8.3)$$

де  $E$  – ЕРС обмоток якоря, В;  $I_a$  – струм якоря, А;  $R_a$  – опір кола якоря, Ом.

Корисна потужність, що віддається генератором

$$P_2 = UI. \quad (8.4)$$

Потужність, що підводиться до двигуна,

$$P_1 = UI, \quad (8.5)$$

де  $U$  – напруга на затискачах, В;  $I$  – струм зовнішнього кола, А.

Електромагнітна потужність,

$$P_{ем} = EI_a. \quad (8.6)$$

Струм якоря в генераторах із самозбудженням

$$I_a = I + I_{зб}. \quad (8.7)$$

Струм двигуна з паралельною обмоткою збудження

$$I = I_a + I_{зб}, \quad (8.8)$$

де  $I_{зб}$  – струм в обмотці збудження, А.

Струм якоря двигуна

$$I_a = \frac{U - E}{R_a} = \frac{U - c_E \Phi}{R_a}. \quad (8.9)$$

Струм у колі збудження двигуна

$$I_{зб} = \frac{U}{R_{зб.о}} = \frac{U}{R_{зб} + R_{рег}}, \quad (8.10)$$

де  $R_{зб.о}$  – загальний опір кола збудження, Ом;  $R_{зб}$  – опір обмотки збудження, Ом;  $R_{рег}$  – опір реостата в колі збудження, Ом;

Опір пускового реостата

$$R_{п} = \frac{U}{I_{aном}} - R_a. \quad (8.11)$$

де  $I_{aном}$  – номінальний струм якоря, А.

Частота обертання якоря двигуна

$$n = \frac{E_a}{c_E \Phi} = \frac{U - IR_a}{c_E \Phi}. \quad (8.12)$$

Частота обертання ідеального холостого ходу двигуна

$$n_0 = n_{ном} \frac{U_{ном}}{U_{ном} - I_{aном} R_a} = \frac{U}{c_E \Phi}. \quad (8.13)$$

Рівняння механічної характеристики двигуна

$$n = \frac{U}{c_E \Phi} - \frac{MR_a}{c_E c_M \Phi^2}, \quad (8.14)$$

де  $M$  – обертальний момент, що розвивається двигуном, Н·м;  $c_M$  – стала двигуна, що зумовлює момент двигуна.

Обертальний момент двигуна

$$M_{ем} = c_M \Phi I_a = \frac{pN}{2\pi a} \Phi I_a, \quad (8.15)$$

$$M = 9,55 \frac{P_2}{n}, \quad (8.16)$$

де  $P_2$  – потужність на валу двигуна, Вт.

Зв'язок між сталими коефіцієнтами машини

$$c_M = 9,55 c_E. \quad (8.17)$$

Рівняння моментів генератора

$$M_{\Gamma} = M_0 + M_{\text{ем}} = M_0 + c_M \Phi I_a, \quad (8.18)$$

де  $M_0$  – момент холостого ходу, Н·м;  $M_{\text{ем}}$  – електромагнітний гальмівний момент, Н·м.

Рівняння моментів двигуна

$$M = c_M \Phi I_a = M_0 + M_c + M_{\text{дин}}, \quad (8.19)$$

де  $M_c$  – корисний протидіючий (статичний) момент механізму, Н·м;  $M_{\text{дин}}$  – динамічний момент, Н·м.

Кратність за струмом

$$K_I = I_{\text{пуск}} / I_{\text{ном}}. \quad (8.20)$$

де  $I_{\text{пуск}}$  – пусковий струм двигуна, А;  $I_{\text{ном}}$  – номінальний струм двигуна, А.

Кратність за моментом

$$K_M = M_{\text{пуск}} / M_{\text{ном}}, \quad (8.21)$$

де  $M_{\text{пуск}}$  – пусковий момент двигуна, Н·м,  $M_{\text{ном}}$  – номінальний момент двигуна, Н·м.

ККД генератора

$$\eta = \frac{P_{2\Gamma}}{P_1} = \frac{P_{2\Gamma}}{P_{2\Gamma} + \sum p} = \frac{UI}{UI + \sum p} = 1 - \frac{\sum p}{UI + \sum p}, \quad (8.22)$$

де  $P_{2\Gamma}$  – потужність на затискачах генератора, Вт;  $P_1$  – механічна потужність, яка підводиться, Вт;  $U$  – напруга на затискачах генератора, В;  $I$  – струм навантаження, А.

ККД двигуна

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \sum p}{P_1} = \frac{UI - \sum p}{UI} = 1 - \frac{\sum p}{UI}, \quad (8.23)$$

де  $P_2$  – потужність на валу двигуна, Вт;  $P_1 = UI$  – потужність, яка підводиться, Вт;  $\sum p$  – сума втрат, Вт.

Суму втрат визначають за виразом:

$$\sum p = p_0 + p_e = p_{\text{ст}} + p_{\text{мх}} + p_{\text{е.зб}} + p_{\text{е.а}} + p_{\text{е.щ}} + p_{\text{дод}}, \quad (8.24)$$

де  $p_0$  – втрати при холостому ході, Вт;  $p_e$  – електричні втрати, Вт;  $p_{ст}$  – магнітні втрати, Вт;  $p_{мх}$  – механічні втрати, Вт;  $p_{e.зб}$  – електричні втрати в обмотках збудження, при вмиканні регулювального реостата, Вт;  $p_{e.a}$  – електричні втрати в обмотках якоря, Вт;  $p_{e.щ}$  – втрати електричні в щітках, Вт;  $p_{дод}$  – втрати додаткові, Вт (під додатковими розуміють втрати, які важко враховуються, і визначають їх як 1 % від потужності, що підводиться до двигуна).

Максимальне значення ККД виникає за умови рівності втрат при холостому ході (постійних) і втрат електричних (змінних), тобто

$$p_0 = p_e, \quad \text{або} \quad I_{ном}^2 \sum R = p_0 + I_{зб} U_{зб}. \quad (8.25)$$

Струм навантаження, що відповідає максимальному ККД,

$$I = \sqrt{\frac{p_0 + I_{зб} U_{зб}}{R_a}}, \quad (8.26)$$

де  $U_{зб}$  – напруга на обмотці збудження, В.

### ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**8.1.** Генератор постійного струму П51 з паралельним збудженням має такі паспортні дані: потужність 5 кВт, напруга 230 В, частота обертання 1450 об/хв, опір кола якоря 0,635 Ом, опір обмотки збудження 91 Ом, магнітні й механічні втрати складають 5,2 % від номінальної потужності. Визначити номінальний струм обмотки якоря, ЕРС обмотки якоря при номінальному режимі, втрати електричні, суму втрат, споживану (механічну) потужність, ККД при номінальному режимі роботи.

**Розв'язок.** Для визначення номінального струму якоря знайдемо номінальний струм генератора і струм обмотки збудження.

*Номінальний струм генератора*

$$I_{ном} = P_{ном} / U_{ном} = 5000 / 230 = 21,74 \text{ А.}$$

*Струм обмотки збудження*

$$I_{зб} = U_{ном} / R_{зб} = 230 / 91 = 2,52 \text{ А.}$$

*Струм кола якоря відповідно до закону Кірхгоффа дорівнює сумі струмів у колі навантаження та обмотки збудження, а саме:*

$$I_a = I_{ном} + I_{зб} = 21,74 + 2,52 = 24,26 \text{ А.}$$

*ЕРС обмотки якоря при номінальному режимі*

$$E = U_{ном} + I_a R_a = 230 + 24,26 \cdot 0,635 = 245,4 \text{ В.}$$

## 8. Електричні машини постійного струму

---

Електричні втрати в обмотках:

$$- \text{якоря } p_{e.a} = I_a^2 R_a = 24,26^2 \cdot 0,635 = 373,7 \text{ Вт};$$

$$- \text{збудження } p_{e.зб} = I_{зб}^2 R_{зб} = 2,52^2 \cdot 91 = 577,8 \text{ Вт}.$$

Магнітні й механічні втрати

$$p_{ст} + p_{мх} = 0,052 P_{ном} = 0,052 \cdot 5000 = 260 \text{ Вт}.$$

Сума втрат при номінальному режимі

$$\sum p = p_{e.a} + p_{e.зб} + p_{ст} + p_{мх} = 373,7 + 577,8 + 260 = 1211,5 \text{ Вт}.$$

Споживана потужність

$$P_1 = P_{ном} + \sum p = 5000 + 1211,5 = 6211,5 \text{ Вт}.$$

ККД при номінальному режимі

$$h = P_{ном} / P_1 = 5000 / 6211,5 = 0,805.$$

**8.2.** Генератор постійного струму з паралельним збудженням має такі паспортні дані: число пар полюсів 2, число витків якоря 124, число пар паралельних віток 2, опір обмотки якоря 0,04 Ом, струм обмотки збудження 2 А, частота обертання 2850 об/хв, ЕРС у номінальному режимі 234,4 В, номінальний струм 108 А, ККД 89 %. Визначити потужності електромагнітну, споживану і на виводах генератора, суму втрат, втрати електричні, додаткові, механічні й магнітні, напругу при холостому ході генератора.

**Розв'язок.** Для визначення електромагнітної потужності знайдемо сталі двигуна, магнітний потік та струм у колі якоря, а саме:

– електрична й магнітна сталі машини

$$c_E = \frac{pN}{60a} = \frac{p(2w)}{60a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 124}{60 \cdot 2} = 4,13; \quad c_M = 9,55 c_E = 9,55 \cdot 4,13 = 39,47.$$

– магнітний потік генератора

$$F = \frac{E_{ном}}{c_E n} = \frac{234,4}{4,13 \cdot 2850} = 0,02 \text{ Вб}.$$

– струм у колі якоря

$$I_a = I_{ном} + I_{зб} = 108,7 + 2 = 110,7 \text{ А}.$$

Електромагнітна потужність

$$P_{ем} = E_a I_a = 234,4 \cdot 110,7 = 25951 \text{ Вт}.$$

Напругу на затискачах генератора при номінальному режимі

$$U_{ном} = E_a - I_a R_a = 234,4 - 110,7 \cdot 0,04 = 230 \text{ В}.$$

Потужність на виході генератора при номінальному режимі

$$P_{ном} = U_{ном} I_{ном} = 230 \cdot 108,7 = 25\,000 \text{ Вт}.$$

Потужність, споживана генератором,

$$P_1 = P_{ном} / h = 25\,000 / 0,89 = 28\,090 \text{ Вт}.$$



## 8. Електричні машини постійного струму

---

Суму втрат при номінальному навантаженні

$$\sum p = P_1 - P_{\text{НОМ}} = 28\,090 - 25\,000 = 3\,090 \text{ Вт.}$$

Електричні втрати в обмотках якоря і збудження

$$P_e = P_{e.a} + P_{e.зб.} = I_a^2 R_a + I_{зб.} U_{\text{НОМ}} = 108,7^2 \cdot 0,04 + 2 \cdot 230 = 932 \text{ Вт.}$$

Додаткові втрати, які відповідно до ДСТУ становлять 1 % від номінальної потужності генератора:

$$P_{\text{ДОД}} = 0,01 P_{\text{НОМ}} = 0,01 \cdot 25\,000 = 250 \text{ Вт.}$$

Механічні й магнітні втрати

$$P_{\text{МХ}} + P_{\text{СТ}} = \sum p - (P_e + P_{\text{ДОД}}) = 3090 - (932 + 250) = 2808 \text{ Вт.}$$

Напругу при холостому ході генератора

$$U_0 = E - I_{зб.} R_a = 234,4 - 2 \cdot 0,04 = 234,32 \text{ В,}$$

бо навантажувальний струм являє собою струм обмотки збудження.

**8.3.** Двигун постійного струму з паралельним збудженням підключений до мережі з напругою 110 В и споживає струм 50,5 А. Опір обмотки якоря і додаткових полюсів 0,21 Ом, опір обмотки збудження 62 Ом, номінальна частота обертання 1000 об/хв, ККД 81 %. Визначити суму втрат, втрати електричні, додаткові, механічні й магнітні, струм при максимальному ККД, максимальний ККД.

**Розв'язок.** Потужність, що споживається двигуном при номінальному навантаженні,

$$P_1 = U_{\text{НОМ}} I_{\text{НОМ}} = 110 \cdot 50,5 = 5555 \text{ Вт.}$$

Номінальна потужність на валу двигуна

$$P_{\text{НОМ}} = \eta P_1 = 0,81 \cdot 5555 \approx 4500 \text{ Вт.}$$

Сума втрат при номінальному навантаженні

$$\sum p = P_1 - P_{\text{НОМ}} = 5555 - 4500 = 1055 \text{ Вт.}$$

Струм обмотки збудження

$$I_{зб.} = U_{\text{НОМ}} / R_{зб.} = 110 / 62 = 1,77 \text{ А.}$$

Струм в обмотці якоря

$$I_a = I_{\text{НОМ}} - I_{зб.} = 50,5 - 1,77 = 48,73 \text{ А.}$$

Електричні втрати в колі якоря та обмотці збудження при номінальному навантаженні

$$P_e = P_{e.a} + P_{e.зб.} = I_a^2 R_a + I_{зб.}^2 R_{зб.} \text{ Вт.}$$

Додаткові втрати становлять 1 % від номінальної потужності:

$$P_{\text{ДОД}} = 0,01 P_{\text{НОМ}} = 0,01 \cdot 4500 = 45 \text{ Вт.}$$

Механічні й магнітні втрати

$$P_{\text{МХ}} + P_{\text{СТ}} = \sum p - (P_e + P_{\text{ДОД}}) = 1055 - (693 + 45) = 317 \text{ Вт.}$$

## 8. Електричні машини постійного струму

Умовою максимального ККД є рівність постійних і змінних втрат, тобто  $I_{\text{НОМ}}^2 \sum R = p_0 + I_{3\phi} U_{3\phi}$ , звідки струм у колі навантаження при максимальному ККД

$$I_1 = \sqrt{\frac{p_0 + I_{3\phi} U_{3\phi}}{R_a}} = \sqrt{\frac{317 + 45 + 1,77^2 \cdot 62}{0,21}} = 51,5 \text{ A.}$$

Максимальний ККД

$$h_{\text{max}} = 1 - \frac{\sum p}{U(I_1 + I_{3\phi})} = 1 - \frac{2 \cdot 317 + 45}{110(51,5 + 1,77)} = 0,884.$$

**8.4.** Двигун постійного струму з паралельним збудженням має такі паспортні дані: напруга 220 В, струм 43 А, частота обертання 1000 об/хв, номінальний струм збудження 1,5 А, опір кола якоря 0,03 Ом. Визначити частоту обертання якоря, якщо напруга, підведена до обмотки якоря, знизиться до 200 В, а обертальний момент на валу двигуна і струм збудження при цьому залишаться незмінними.

**Розв'язок.** Струм у колі якоря при номінальній потужності

$$I_a = I_{\text{НОМ}} - I_{3\phi} = 43 - 1,5 = 41,5 \text{ A.}$$

Обертальний момент при номінальній потужності й номінальній напрузі  $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$

$$M_{\text{НОМ}} = c_M F I_a.$$

Обертальний момент при зниженій напрузі

$$M'_{\text{НОМ}} = c_M F' I'_a.$$

Тому що за умовою обертальний момент і струм збудження постійні, то і магнітні потоки рівні між собою ( $F = F'$ ); отже, струм якоря в обох випадках

$$I_a = I'_a = 41,5 \text{ A.}$$

Частота обертання якоря при номінальній напрузі  $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$

$$n_{\text{НОМ}} = \frac{U_{\text{НОМ}} - I_{\text{НОМ}} R_a}{c_E F}.$$

Частота обертання двигуна при напрузі  $U' = 200 \text{ В}$

$$n' = \frac{U' - I_{\text{НОМ}} R_a}{c_E F}.$$

Поділивши одне рівняння на інше, одержимо

$$\frac{n'}{n_{\text{НОМ}}} = \frac{U' - I_a R_a}{U_{\text{НОМ}} - I_a R_a},$$

звідки

$$n' = n_{\text{НОМ}} \frac{U' - I_a R_a}{U_{\text{НОМ}} - I_a R_a} = 1000 \frac{200 - 0,3 \cdot 41,5}{220 - 0,3 \cdot 41,5} = 903 \text{ об/хв.}$$

## 8. Електричні машини постійного струму

**8.5.** На табличці-паспорті двигуна постійного струму зазначені такі дані: тип двигуна П22, номінальний режим роботи – тривалий, номінальна потужність 1 кВт, номінальна напруга 110 В, номінальна частота обертання 1500 об/хв, система збудження – паралельна, ККД 76 %. Крім того, відомий опір кола обмотки якоря 0,88 Ом і обмотки збудження 166 Ом. Визначити номінальний обертальний момент, потужність, споживану двигуном з мережі, споживаний струм, струм в обмотках якоря і збудження, струм в обмотці якоря при короткому замиканні (при пуску), пусковий струм та опір пускового реостата за умови  $I_{\text{пуск}} = 2,5I_{\text{ном}}$ , втрати при холостому ході й струм двигуна при холостому ході.

**Розв'язок.** Номінальний обертальний момент

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \frac{1000}{1500} = 6,36 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Споживана потужність з мережі при номінальному навантаженні

$$P_1 = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta} = \frac{1000}{0,76} = 1315 \text{ Вт}.$$

Споживаний струм при номінальному режимі

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_1}{U_{\text{ном}}} = \frac{1315}{110} = 12 \text{ А}.$$

Струм обмотки збудження

$$I_{3\phi} = U_{\text{ном}} / R_{3\phi} = 110 / 166 = 0,66 \text{ А}.$$

Струм якоря при номінальному моменті на валу двигуна

$$I_a = I_{\text{ном}} - I_{3\phi} = 12 - 0,66 = 11,34 \text{ А}.$$

Струм якоря при короткому замиканні (при вимкненій обмотці збудження або в момент пуску при вимкненому пусковому реостаті)

$$I_k = \frac{U_{\text{ном}}}{R_a} = \frac{110}{0,88} = 125 \text{ А}.$$

Пусковий струм за умови  $I_{\text{пуск}} = 2,5I_{\text{ном}}$

$$I_{\text{пуск}} = 2,5I_{\text{ном}} = 2,5 \cdot 12 = 30 \text{ А}.$$

Опір пускового реостата за умови  $I_{\text{пуск}} = 2,5I_{\text{ном}}$

$$R_{\text{п}} = \frac{U_{\text{ном}}}{I_{\text{пуск}}} - R_a = \frac{110}{30} - 0,88 = 2,78 \text{ Ом}.$$

Сума втрат двигуна

$$\sum p = P_1 - P_{\text{ном}} = 1315 - 1000 = 315 \text{ Вт}.$$

Електричні втрати

$$p_e = p_{e.a} + p_{e.3\phi} = I_a^2 R_a + I_{3\phi}^2 R_{3\phi} = 11,34^2 \cdot 0,88 + 0,66^2 \cdot 166 = 185,4 \text{ Вт}.$$

## 8. Електричні машини постійного струму

Втрати магнітні й механічні

$$P_{\text{МХ}} + P_{\text{СТ}} = \sum p - p_e = 315 - 185,4 = 129,4 \text{ Вт.}$$

Тому що потужність, яка споживається двигуном при холостому ході приблизно дорівнює сумі втрат у сталі, в колі збудження і механічних втрат, то струм холостого ходу

$$I_0 = I_{36} + P_{\text{П}} / U_{\text{НОМ}} = 0,66 + 129,4 / 110 = 1,8 \text{ А.}$$

**8.6.** Визначити частоту обертання двигуна постійного струму П12 при холостому ході й номінальному навантаженні, якщо відомо, що регулювання здійснювалось за рахунок зміни опору в колі збудження і магнітний потік мав три значення: 1)  $\mathcal{C}_{\text{НОМ}}$ ; 2)  $0,8\mathcal{C}_{\text{НОМ}}$ ; 3)  $0,5\mathcal{C}_{\text{НОМ}}$ . Паспортні дані двигуна:  $P_{\text{НОМ}} = 1 \text{ кВт}$ ;  $\eta = 77 \%$ ,  $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$ ;  $I_{a\text{НОМ}} = 5,6 \text{ А}$ ,  $n_{\text{НОМ}} = 3000 \text{ об/хв}$ ,  $R_a = 2 \text{ Ом}$ .

**Розв'язок.** Визначення частоти обертання при регулюванні двигунів постійного струму за рахунок зміни магнітного потоку здійснюємо в такій послідовності:

Визначаємо частоту обертання двигуна при холостому ході й номінальному магнітному потоці, а саме:

$$n_0 = n_{\text{НОМ}} \frac{U_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}} - I_{a\text{НОМ}} R_a} = 3000 \frac{220}{220 - 5,6 \cdot 2} = 3160 \text{ об/хв.}$$

Частоти обертання якоря і магнітних потоків пов'язані співвідношенням

$$n'_0 / n_0 = F_{\text{НОМ}} / F'.$$

Звідси частота обертання при холостому ході й зниженому магнітному потоці  $\mathcal{C}' = 0,8\mathcal{C}_{\text{НОМ}}$

$$n'_0 = n_0 \frac{F_{\text{НОМ}}}{F'} = 3160 \frac{1}{0,8} = 3950 \text{ об/хв.}$$

Частота обертання при холостому ході й зниженому магнітному потоці  $\mathcal{C}'' = 0,5\mathcal{C}_{\text{НОМ}}$ .

$$n''_0 = n_0 \frac{F_{\text{НОМ}}}{F''} = 3160 \frac{1}{0,5} = 6320 \text{ об/хв.}$$

Для визначення частоти обертання при номінальному моменті й зниженому магнітному потоці спочатку визначають перепад частоти обертання між холостим ходом і номінальним навантаженням. Перепад частоти обертання

$$Dn' = (n_0 - n_{\text{НОМ}}) \frac{F_{\text{НОМ}}}{F'} = (3160 - 3000) \frac{1}{0,8} = 250 \text{ об/хв,}$$

$$Dn'' = (n_0 - n_{\text{НОМ}}) \frac{F_{\text{НОМ}}}{F''} = (3160 - 3000) \frac{1}{0,5} = 640 \text{ об/хв.}$$

## 8. Електричні машини постійного струму

Частота обертання при номінальному моменті й магнітному потоці  $\mathcal{C}' = 0,8\mathcal{C}_{\text{ном}}$

$$n'_{\text{ном}} = n'_0 - Dn' = 3950 - 250 = 3700 \text{ об/хв};$$

те саме, при магнітному потоці  $\mathcal{C}'' = 0,5\mathcal{C}_{\text{ном}}$

$$n''_{\text{ном}} = n''_0 - Dn'' = 6320 - 640 = 5680 \text{ об/хв}.$$

За відомою частотою обертання холостого ходу і номінальною частотою обертання для даного магнітного потоку можна побудувати механічні характеристики двигуна при зміні основного магнітного потоку.

**8.7.** Двигун постійного струму з послідовним збудженням увімкнений у мережу з напругою 220 В та при номінальному обертальному моменті 101,7 Нм розвиває частоту обертання 750 об/хв; ККД 75 %. Опори: обмотки якоря 0,443 Ом, обмотки збудження 0,197 Ом, пускового реостата 1,17 Ом. Визначити номінальну, споживану та електромагнітну потужності, пусковий момент, якщо відповідне збільшення струму приводить до збільшення магнітного потоку в 1,2 раза.

*Розв'язок. Номінальна потужність*

$$P_{\text{ном}} = \frac{M_{\text{ном}} n_{\text{ном}}}{9,55} = \frac{101,7 \cdot 750}{9,55} = 8000 \text{ Вт}.$$

*Споживана потужність*

$$P_1 = P_{\text{ном}} / \eta = 8000 / 0,75 = 10\,666 \text{ Вт}.$$

Струм якоря в двигуні послідовного збудження дорівнює струму в колі збудження і споживаному струму:

$$I_1 = I_a = I_{3\phi} = P_1 / U_{\text{ном}} = 10\,666 / 220 = 48,5 \text{ А}.$$

*ЕРС обмоток якоря*

$$E_a = U_{\text{ном}} - I_a (R_a + R_{3\phi}) = 220 - 48,5(0,443 + 0,197) = 189 \text{ В}.$$

*Електромагнітна потужність*

$$P_{\text{ем}} = E_a I_a = 189 \cdot 48,5 = 9166 \text{ Вт}.$$

*Пусковий струм*

$$I_{\text{пуск}} = \frac{U_{\text{ном}}}{(R_a + R_{3\phi}) + R_{\text{п}}} = \frac{220}{(0,443 + 0,197) + 1,17} = 121,5 \text{ А}$$

*Кратність пускового струму*

$$K_I = I_{\text{пуск}} / I_{\text{ном}} = 121,5 / 48,5 = 2,5$$

Обертальний момент при пуску й зростанні струму в 2,5 раза приводить до збільшення магнітного потоку в 1,2 раза:

$$M_{\text{пуск}} = c_M \cdot 1,2F \cdot 2,5I_a = 1,2 \cdot 2,5 \cdot c_M F I_a = 3M_{\text{ном}} = 3 \cdot 101,7 = 305 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

**8.8.** Двигун постійного струму з послідовним збудженням працює при напрузі на затискачах 110 В і струмі 24 А. Якір двигуна обертається з частотою 1500 об/хв і розвиває на валу обертальний момент 14 Нм. Загальний опір обмо-

## 8. Електричні машини постійного струму

ток якоря і збудження 0,35 Ом. Визначити електромагнітну, корисну і споживану потужності, електричні магнітні й механічні втрати. Як змінюються споживаний струм, магнітний потік, частота обертання, споживана потужність і ККД при зниженні напруги до 90 В та при незмінному обертальному моменті на валу?

*Розв'язок.* Тому що  $I_a = I_{зб} = I_{НОМ}$ , то ЕРС обмотки якоря

$$E_a = U - I_a \sum R = 110 - 24 \cdot 0,35 = 101,6 \text{ В.}$$

*Електромагнітна потужність*

$$P_{ем} = E_a I_a = 101,6 \cdot 24 = 2438,4 \text{ Вт.}$$

*Корисна потужність, що розвивається двигуном на валу,*

$$P_{НОМ} = \frac{M_{НОМ} n_{НОМ}}{9,55} = \frac{14 \cdot 1500}{9,55} = 2200 \text{ Вт.}$$

*Споживана потужність при номінальному навантаженні*

$$P_1 = U_{НОМ} I_{НОМ} = 110 \cdot 24 = 2640 \text{ Вт.}$$

*Електричні втрати в обмотках якоря і збудження*

$$p_e = P_1 - P_{ем} = 2640 - 2438,4 = 201,6 \text{ Вт, або } p_e = I_a^2 \sum R = 24^2 \cdot 0,35 = 201,6 \text{ Вт.}$$

*Втрати механічні й магнітні*

$$P_{мх} + P_{ст} = P_{ем} - P_{НОМ} = 2438,4 - 2200 = 238,4 \text{ Вт.}$$

*ККД при номінальному режимі*

$$h = \frac{P_{НОМ}}{P_1} = \frac{2200}{2640} = 0,833.$$

*При зниженні напруги на затискачах двигуна до 90 В і незмінному обертальному моменті на валу струм якоря і магнітний потік залишаються незмінними, а частота обертання знижується, тобто*

$$n' = n_{НОМ} \frac{U' - I_a \sum R}{U_{НОМ} - I_a \sum R} = 1500 \frac{90 - 24 \cdot 0,35}{110 - 24 \cdot 0,35} = 1204 \text{ об/хв.}$$

$$\text{Потужність на валу двигуна } P_2 = \frac{M_{НОМ} n'}{9,55} = \frac{14 \cdot 1204}{9,55} = 1766 \text{ Вт.}$$

$$\text{Споживана потужність } P_1 = U' I_{НОМ} = 90 \cdot 24 = 2160 \text{ Вт.}$$

$$\text{ККД при зниженій нарузі } h' = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1766}{2160} = 0,811.$$

*Отже, зі зниженням напруги при незмінному обертальному моменті споживаний струм (струм якоря), магнітний потік, електричні втрати залишаються незмінними, а частота обертання, споживана потужність і ККД знижуються і становлять, відповідно до початкового значення:*

$$n^* = \frac{n'}{n_{НОМ}} \cdot 100\% = \frac{1204}{1500} \cdot 100\% = 80\%;$$

$$P_2^* = \frac{P_2}{P_{\text{НОМ}}} \cdot 100\% = \frac{1766}{2200} \cdot 100\% = 80\%;$$
$$h^* = \frac{h'}{h_{\text{НОМ}}} \cdot 100\% = \frac{0,811}{0,833} \cdot 100\% = 97,3\%$$

**8.9.** Шестиполюсний двигун постійного струму змішаного збудження працює від мережі з напругою 220 В, обертається з частотою 1000 об/хв. Двигун розрахований на номінальний струм 13,3 А, ККД 75 %, опір кола якоря 1,65 Ом, опір паралельної обмотки збудження 183 Ом, має три пари паралельних віток і 240 провідників обмотки якоря. Визначити магнітний потік, обертальний момент на валу двигуна, електромагнітну, споживану і номінальну потужності.

**Розв'язок.** Для визначення магнітного потоку спочатку знайдемо струм якоря та ЕРС обмотки якоря.

Струм у паралельній обмотці збудження

$$I_{3\phi} = U_{\text{НОМ}} / R_{3\phi} = 220 / 183 = 1,2 \text{ А},$$

звідки струм у колі якоря

$$I_a = I_{\text{НОМ}} - I_{3\phi} = 13,3 - 1,2 = 12,1 \text{ А}.$$

ЕРС, що індукуюється в обмотці якоря,

$$E_a = U_{\text{НОМ}} - I_a R_a = 220 - 12,1 \cdot 1,65 = 200 \text{ В}.$$

Магнітний потік визначаємо з формули  $E = \frac{pN}{60a} n_{\text{НОМ}} F$ , звідки

$$F = \frac{60aE}{pNn_{\text{НОМ}}} = \frac{60 \cdot 3 \cdot 200}{3 \cdot 240 \cdot 1000} = 0,05 \text{ Вб}.$$

Потужності:

– електромагнітна  $P_{\text{ЕМ}} = E_a I_a = 200 \cdot 12,1 = 2420 \text{ Вт};$

– споживана  $P_1 = U_1 I_{\text{НОМ}} = 220 \cdot 13,3 = 2926 \text{ Вт};$

– номінальна  $P_{\text{НОМ}} = P_1 h = 2926 \cdot 0,752 = 2200 \text{ Вт}.$

Обертальний момент на валу двигуна при номінальному навантаженні

$$M = 9,55 \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{2200}{1000} = 21 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

## **ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ**

**8.1.** Знайти ЕРС, яка індукуюється в обмотці якоря двигуна постійного струму, якщо частота обертання двигуна 1000 об/хв, магнітний потік 0,02 Вб, а стала машини  $c_E = 10$ .

**8.2.** Визначити ЕРС обмотки якоря машини постійного струму, якщо магнітний потік  $0,05$  Вб, число пари полюсів  $2$ , частота обертання  $1000$  об/хв, число пар паралельних віток  $2$ , число активних провідників якоря  $120$ .

**8.3.** Знайти магнітний потік машини постійного струму, якщо  $E = 100$  В, стала машини  $c_E = 10$ , а число обертів  $1000$  об/хв.

**8.4.** Визначити частоту обертання якоря машини постійного струму, якщо  $E = 100$  В,  $N = 200$ ,  $\Phi = 0,05$  Вб,  $p = 2$ ,  $a = 2$ .

**8.5.** Відомо, що при частоті обертання якоря  $1450$  об/хв ЕРС дорівнює  $120$  В. Знайти сталу машини  $c_E$ , якщо магнітний потік  $0,02$  Вб.

**8.6.** Знайти ЕРС генератора при частотах обертання якоря  $1450$  і  $2850$  об/хв, якщо магнітний потік  $0,012$  Вб, а сталий коефіцієнт  $c_E = 12$ .

**8.7.** Визначити ЕРС, яка індукується в обмотці якоря двигуна послідовного збудження, якщо число пар паралельних віток обмотки  $2$ , число активних провідників обмотки  $860$ , число пар полюсів  $2$ , магнітний потік  $0,012$  Вб. Частота обертання  $1450$  об/хв.

**8.8.** ЕРС шестиполюсного генератора постійного струму  $210$  В. Визначити частоту обертання якоря, якщо магнітний потік полюса  $0,017$  Вб,  $N = 500$ ,  $a = 3$ .

**8.9.** Двигун постійного струму обертається з частотою  $1500$  об/хв, магнітний потік  $0,02$  Вб. Скільки полюсів має двигун, якщо відношення числа активних провідників обмотки якоря до числа пар її паралельних віток дорівнює  $70$ ? ЕРС двигуна  $210$  В.

**8.10.** Машина постійного струму має такі паспортні дані: число пазів  $36$ , число витків у пазу  $10$ , число пар полюсів і пар паралельних віток по  $2$ . Чому дорівнює магнітний потік, необхідний для створення в обмотці якоря ЕРС  $211$  В при частоті обертання  $750$  об/хв?

**8.11.** Визначити число активних провідників у якорі, якщо відомо, що число пар паралельних віток дорівнює числу пар полюсів, ЕРС обмотки якоря  $212$  В, магнітний потік  $0,02$  Вб, частота обертання  $3000$  об/хв.

**8.12.** При збільшенні частоти обертання генератора постійного струму в  $1,5$  рази ЕРС зросла на  $250$  В. Розрахувати первинне значення ЕРС при незмінному магнітному потоці.

**8.13.** Частота обертання двигуна постійного струму зменшилася з  $3000$  до  $1500$  об/хв. Як змінилася ЕРС обмотки якоря, якщо магнітний потік залишався незмінним?



**8.14.** Визначити напругу на затискачах генератора паралельного збудження при номінальному опорі навантаження 2 Ом, якщо відомо, що ЕРС 118 В,  $R_a = 0,05$  Ом, опір обмотки збудження 25 Ом.

**8.15.** Визначити напругу на затискачах генератора паралельного збудження, якщо відомо, що опір обмотки збудження 1 Ом, опір регулювального реостата 22 Ом, а струм кола збудження 5 А.

**8.16.** Знайти ЕРС генератора паралельного збудження і струм в обмотці якоря, якщо напруга на затискачах генератора 115 В, опір кола якоря 0,04 Ом, опір обмотки збудження 25,6 Ом, опір в колі навантаження 1,53 Ом.

**8.17.** Визначити опір навантаження, якщо при ЕРС генератора 240 В і опорі кола якоря 0,4 Ом струм якоря 6,25 А.

**8.18.** Знайти струм якоря та обмотки збудження генератора паралельного збудження, якщо напруга на затискачах генератора 230 В, опір кола збудження 28,75 Ом, а струм навантаження 25 А.

**8.19.** Напруга генератора паралельного збудження 115 В, номінальний струм 100 А. Визначити струм у колі якоря і потужність на виході, якщо опір обмотки збудження 46 Ом.

**8.20.** Генератор постійного струму з паралельним збудженням має такі номінальні дані:  $U_{\text{ном}} = 115$  В,  $I_{\text{ном}} = 100$  А,  $R_a = 0,05$  Ом,  $R_{3\phi} = 36$  Ом. Визначити ЕРС генератора в номінальному режимі, електричні втрати в колі якоря і обмотці збудження, електромагнітну потужність і падіння напруги в колі якоря.

**8.21.** Визначити опір якоря, щоб ЕРС генератора змішаного збудження становила 240 В при струмі в колі якоря 90 А й опорі навантаження 2,0 Ом.

**8.22.** Напруга на затискачах генератора із змішаним збудженням 115 В. Опір обмотки якоря 0,24 Ом, а опір послідовної обмотки 0,06 Ом. Визначити ЕРС в якорі генератора й опір паралельної обмотки збудження, якщо струм у зовнішньому колі 40 А, а струм збудження 1,5 А. Знайти напругу на затискачах машини, якщо струм навантаження зріс до 60 А.

**8.23.** Визначити частоту обертання генератора постійного струму з незалежним збудженням, якщо  $c_E = 2$ ,  $\Phi = 0,021$  Вб, а напруга холостого ходу 120 В.

**8.24.** Обмотка якоря дво полюсного генератора з паралельним збудженням має число провідників 252, магнітний потік  $\Phi = 0,023$  Вб. Частота обертання якоря 1450 об/хв. Число пар паралель-

них віток обмотки якоря  $a = 1$ . Визначити напругу на затискачах генератора, якщо  $R_a = 0,2$  Ом, струм навантаження 30 А, а струм в обмотці збудження 2,0 А.

**8.25.** Визначити напругу на затискачах чотириполюсного генератора з паралельним збудженням, якщо опір обмотки якоря 1 Ом, обмотки збудження 100 Ом, відношення числа активних провідників до числа пар паралельних віток складає 510, частота обертання 1450 об/хв, магнітний потік  $\Phi = 0,0185$  Вб

**8.26.** Визначити напругу на навантаженні, що має опір 150 Ом і підключене до генератора з послідовним збудженням, який обертається з частотою 1450 об/хв, має магнітний потік  $\Phi = 0,02$  Вб, опір обмотки якоря 0,25 Ом, обмотки збудження 2 Ом і сталу машини 4,2.

**8.27.** Знайти корисну потужність генератора змішаного збудження із струмом навантаження 60 А, якщо напруга на його затискачах 230 В.

**8.28.** Потужність генератора 18 кВт, втрати потужності в обмотці якоря 1,5 кВт. Чому дорівнює струм якоря, якщо ЕРС становить 243,7 В?

**8.29.** Визначити електромагнітну потужність, що розвивається якорем генератора паралельного збудження, якщо  $E = 240$  В,  $I_{зб} = 2$  А,  $I_{ном} = 108$  А.

**8.30.** Знайти опір якоря, якщо струм якоря 78 А, потужність генератора 8,0 кВт, а електромагнітна потужність 8,3 кВт.

**8.31.** ЕРС генератора паралельного збудження 120 В, опір кола якоря 0,2 Ом опір обмотки збудження 36 Ом, опір зовнішнього кола 1 Ом. Визначити струм у якорі, напругу на затискачах генератора, струм у колі збудження, струм у зовнішньому колі та потужність, що віддається генератором.

**8.32.** Генератор постійного струму з паралельним збудженням має номінальну потужність 50 кВт при нарузі 115 В, опір якоря 0,009 Ом, опір обмотки збудження 11 Ом. Визначити струми збудження у навантаженні, якоря, ЕРС генератора, втрати в колі якоря, втрати в колі збудження.

**8.33.** Генератор постійного струму з паралельним збудженням живить лампи розжарювання із загальним опором 3 Ом, при цьому напруга на затискачах генератора 114 В, опір якоря 0,1 Ом, струм обмотки збудження 2 А. Визначити струм якоря, ЕРС обмоток якоря, електромагнітну потужність на виході генератора.

**8.34.** Генератор постійного струму з паралельним збудженням має такі номінальні дані: потужність 14,0 кВт, напруга 115 В, частота обертання 2850 об/хв, опір кола якоря 0,03 Ом, опір кола збудження 57,5 Ом. Магнітні й механічні втрати складають 5 % від номінальної потужності генератора. Визначити струм якоря, ЕРС, ККД і номінальний обертальний момент.

**8.35.** ККД  $\eta$  генератора послідовного збудження при напрузі 220 В і струмі 20 А дорівнює 94 %. Визначити опір кола якоря, опір кола навантаження, ЕРС, що індукується в обмотці якоря, корисну потужність генератора.

**8.36.** Струм генератора паралельного збудження 60,87 А при напрузі 230 В. Розрахувати струм у колі збудження, опір кола збудження, струм у колі якоря, ЕРС, що індукується в обмотці якоря, опір кола якоря, якщо втрати в колі якоря складають 4 %, а втрати в колі збудження – 5 % від корисної потужності генератора.

**8.37.** Номінальна потужність чотиріполюсного генератора паралельного збудження 7,2 кВт, напруга 230 В, опори обмотки якоря 0,2 Ом, обмотки збудження 65,7 Ом. Визначити частоту обертання якоря, якщо його обмотка має 240 активних провідників і дві пари паралельних віток, магнітний потік дорівнює 0,021 Вб.

**8.38.** Двигун паралельного збудження має такі паспортні дані: напруга 220 В, номінальний струм 10 А, струм збудження 2 А, опір якоря 1 Ом. Чому дорівнює ЕРС якоря?

**8.39.** Визначити напругу мережі постійного струму, якщо номінальний струм двигуна 10 А, ЕРС при номінальній частоті обертання 105 В, опір кола якоря 0,5 Ом.

**8.40.** Знайти ЕРС двигуна, якщо відомі опір кола якоря 0,2 Ом, споживаний струм 10 А, напруга мережі 220 В.

**8.41.** Визначити струм обмотки якоря, якщо напруга, що підводиться до нього, 220 В, ЕРС 218 В, а опір кола якоря 0,1 Ом.

**8.42.** Знайти пусковий струм двигуна паралельного збудження, якщо двигун працює при напрузі 110 В, опір кола якоря 2,5 Ом, струм в обмотці збудження 1 А.

**8.43.** Напруга живлення двигуна постійного струму з паралельним збудженням 220 В. Пусковий струм якоря без пускового реостата дорівнює 275 А. Визначити струм у якорі працюючого двигуна, якщо ЕРС якоря 210 В.

**8.44.** Визначити опір пускового реостата для двигуна з паралельним збудженням, що має такі паспортні дані: напруга 220 В, но-

мінальний струм 20 А, опір якоря 0,5 Ом – за умови, що пусковий струм не повинен перевищувати номінального значення.

**8.45.** Двигун паралельного збудження має такі паспортні дані: напруга 110 В, опір якоря 0,5 Ом, номінальний струм якоря 10 А. Визначити опір пускового реостата, щоб обмежити значення пускового струму до  $2I_{\text{ном}}$ .

**8.46.** Двигун з паралельним збудженням увімкнений у мережу з напругою 220 В, при опорі в колі якоря 0,4 Ом, номінальному струмі 20 А. Визначити пусковий струм за відсутності пускового реостата й опір реостата за умови, що  $I_{\text{п}} = 2,5I_{\text{ном}}$ .

**8.47.** Двигун паралельного збудження з номінальною електричною потужністю 11 кВт і номінальною напругою 220 В має опір якоря 0,22 Ом та опір обмотки збудження 55 Ом. Визначити опір пускового реостата, якщо відомо, що пусковий струм не повинен перевищувати номінальний більш ніж у 2,5 рази.

**8.48.** У коло якоря двигуна паралельного збудження введено пусковий реостат опором  $R = 2,5$  Ом. При цьому пусковий струм перевищує номінальний в 2,5 рази і дорівнює 78 А. Визначити опір кола якоря і пусковий струм за відсутності реостата при напрузі 220 В.

**8.49.** Знайти опір у колі якоря двигуна паралельного збудження в момент пуску, якщо найбільший опір пускового реостата 4 Ом, а струм у момент пуску при напрузі мережі 110 В становить 22 А.

**8.50.** Яким повинен бути опір регулювального реостата двигуна паралельного збудження, щоб струм в обмотці збудження не перевищував 1 А, якщо напруга, яка підводиться до двигуна, дорівнює 110 В, а опір обмотки збудження 30 Ом?

**8.51.** Потужність, споживана двигуном постійного струму з мережі, 1,5 кВт. Корисна потужність, що віддається двигуном в навантаження, 1,125 кВт. Визначити ККД двигуна.

**8.52.** Обчислити змінні втрати в двигуні послідовного збудження, якщо струм якоря 18 А, опір обмотки якоря 0,3 Ом, опір обмотки збудження 0,2 Ом.

**8.53.** Обчислити електричні втрати в двигуні паралельного збудження, якщо струм якоря 18 А, опір обмотки якоря 0,3 Ом, опір обмотки збудження 170 Ом, а напруга, що підводиться, 110 В.

**8.54.** Обчислити змінні втрати в двигуні змішаного збудження, якщо струм якоря 18 А, опір обмотки якоря 0,3 Ом, опір послідовної обмотки 0,2 Ом, а паралельної обмотки – 170 Ом.

**8.55.** Двигун паралельного збудження приєднаний до мережі

постійного струму з напругою 220 В і споживає струм 33 А. Чому дорівнює номінальна потужність двигуна, якщо ККД  $\eta = 82\%$  ?

**8.56.** Яку потужність споживає двигун послідовного збудження, якщо він приєднаний до мережі з напругою 110 В, а загальний опір у колі якоря 20 Ом?

**8.57.** Двигун паралельного збудження ввімкнено в мережу з напругою 220 В. Струм двигуна 12,2 А, опір кола збудження 100 Ом, опір кола якоря 1 Ом. Знайти струм у колі збудження, струм у колі якоря, втрати в колі збудження, втрати в колі якоря і ЕРС, що індукується в обмотці якоря.

**8.58.** Двигун паралельного збудження споживає потужність 70 кВт при струмі якоря 360 А. ККД двигуна 90 %. Визначити опір кола якоря, корисну потужність на валу двигуна, суму втрат у двигуні, якщо електричні втрати в колі якоря 2333 Вт.

**8.59.** Двигун паралельного збудження працює від мережі з напругою 110 В. Струм у якорі двигуна при холостому ході 4,0 А, опір кола якоря 0,1 Ом, струм збудження 1 А. Знайти механічні й магнітні втрати, корисну потужність на валу двигуна при навантаженні та ККД, якщо двигун навантажений так, що в струм якорі 25 А. Магнітні й механічні втрати постійні.

**8.60.** Двигун паралельного збудження має такі паспортні дані: номінальна потужність 8,0 кВт, номінальна напруга 220 В, номінальний струм збудження 1,0 А, номінальний ККД 84 %, опір кола якоря 0,1 Ом. Визначити струм двигуна при холостому ході.

**8.61.** У двигуні постійного струму з паралельним збудженням при напрузі 220 В струм якоря при холостому ході 2,5 А, в номінальному режимі – 10 А. Визначити, в якому випадку електромагнітна потужність більша, якщо опір кола якоря 2 Ом.

**8.62.** Визначити обертальний момент двигуна, якщо при частоті обертання 1000 об/хв струм в обмотці якоря 43 А, а ЕРС 210 В.

**8.63.** Визначити максимальний обертальний момент двигуна в процесі пуску, якщо момент холостого ходу 5 Н·м, корисний момент 85 Н·м, а динамічний момент при зростанні частоти досяг 15 Н·м.

**8.64.** Визначити обертальний момент на валу двигуна, якщо при напрузі 220 В споживаний струм 103 А, ККД 0,8, а частота обертання 750 об/хв.

**8.65.** Знайти обертальний момент двигуна постійного струму, якщо струм якоря 62,8 А, магнітний потік 0,05 Вб, число провідників якоря 120. число пар полюсів і пар паралельних віток дорівнює 4.

**8.66.** Визначити магнітний потік двигуна постійного струму, якщо обертальний момент  $80 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , струм якоря  $31,4 \text{ А}$ , число провідників обмотки якоря  $400$ , число пар полюсів і пар паралельних віток  $p = a = 2$ .

**8.67.** Двигун паралельного збудження МП має такі паспортні дані: потужність  $130 \text{ кВт}$ ,  $U_{\text{НОМ}} = 200 \text{ В}$ , частота обертання  $600 \text{ об/хв}$ , струм  $635 \text{ А}$ . Визначити номінальний обертальний момент і частоту обертання якоря при холостому ході, якщо  $R_a = 0,0075 \text{ Ом}$ .

**8.68.** Визначити ККД і обертальний момент двигуна при номінальному навантаженні, якщо номінальна потужність  $2,5 \text{ кВт}$  при напрузі  $110 \text{ В}$ , струмі  $28,3 \text{ А}$  і частоті обертання  $1500 \text{ об/хв}$ .

**8.69.** Двигун постійного струму з паралельним збудженням має такі паспортні дані: напруга  $220 \text{ В}$ , струм якоря  $100 \text{ А}$ , опір якоря  $0,2 \text{ Ом}$ , магнітний потік  $0,01 \text{ Вб}$ , стала машини  $63,6$ . Визначити ЕРС якоря, обертальний момент і частоту обертання якоря.

**8.70.** Двигун з паралельним збудженням має такі паспортні дані: напруга  $220 \text{ В}$ , струм  $42,0 \text{ А}$ , частота обертання  $1500 \text{ об/хв}$ , струм обмотки збудження  $2 \text{ А}$ , опір обмотки якоря  $0,5 \text{ Ом}$ . Визначити частоту обертання якоря двигуна на холостому ході.

**8.71.** Визначити частоту обертання двигуна з паралельним збудженням на холостому ході, якщо  $U = 220 \text{ В}$ ,  $I_{\text{НОМ}} = 108 \text{ А}$ ,  $R_a = 0,08 \text{ Ом}$ ,  $I_{3\phi} = 3 \text{ А}$ ,  $n_{\text{НОМ}} = 1000 \text{ об/хв}$ .

**8.72.** Визначити сталу машини, що пов'язує ЕРС з частотою обертання, якщо напруга, яка підводиться, дорівнює  $220 \text{ В}$ , струм якоря двигуна з паралельним збудженням  $10 \text{ А}$ , опір якоря  $0,1 \text{ Ом}$ , частота обертання якоря  $1500 \text{ об/хв}$ .

**8.73.** Двигун постійного струму з паралельним збудженням має такі паспортні дані: напруга  $220 \text{ В}$ , номінальний струм  $170 \text{ А}$ , потужність  $32 \text{ кВт}$ , частота обертання  $1500 \text{ об/хв}$ , опір кола якоря  $0,067 \text{ Ом}$ . Визначити частоту обертання якоря на холостому ході і номінальний обертальний момент.

**8.74.** Визначити опір якоря двигуна постійного струму, якщо відомо, що частота обертання якоря на холостому ході  $3173 \text{ об/хв}$ , при номінальному навантаженні  $3000 \text{ об/хв}$ , струм  $10 \text{ А}$ , напруга, що підводиться,  $110 \text{ В}$ .

**8.75.** Чотириполюсний двигун увімкнений в мережу з напругою  $220 \text{ В}$ . Струм у якорі  $100 \text{ А}$ , частота обертання  $750 \text{ об/хв}$ , магнітний потік  $0,056 \text{ Вб}$ , число активних провідників обмотки якоря  $300$ . Число пар паралельних віток  $2$ . Обчисліть електромагнітну потужність дви-

гуна, потужність на валу, якщо втрати в сталі складають 5 %, а втрати на тертя – 2 % від електромагнітної потужності.

**8.76.** Двигун паралельного збудження ввімкнений в мережу з напругою 220 В, обертається з частотою 750 об/хв. Струм двигуна 63,0 А, ЕРС, індукована в обмотці якоря, 209 В, опір обмотки збудження 88 Ом. Обчислити струм у якорі, опір кола якоря, корисну потужність на валу двигуна, корисний обертальний момент, якщо ККД  $\eta = 80 \%$ .

**8.77.** Двигун паралельного збудження має такі паспортні дані: номінальна напруга 220 В, номінальний струм 55 А, номінальна частота обертання 1500 об/хв, номінальний струм збудження 5,0 А, опір кола якоря 0,02 Ом. Знайти частоту обертання двигуна, якщо напруга на його затискачах зменшиться до 180 В, при цьому підтримуються незмінними струм у колі збудження і гальмівний момент.

**8.78.** Двигун з паралельним збудженням має такі паспортні дані: напруга 220 В, струм якоря 100 А, опір якоря 0,15 Ом магнітний потік 0,068 Вб, стала машини 20. Визначити ЕРС обмотки якоря, електромагнітну потужність, обертальний момент, частоту обертання.

**8.79.** Чотиріполюсний двигун паралельного збудження працює від мережі з напругою 220 В. Струм у якорі двигуна 170 А, число провідників обмотки якоря 212, магнітний потік 0,04 Вб, число пар паралельних віток обмотки якоря 2 і опір кола якоря 0,05 Ом. Визначити частоту обертання якоря при номінальному навантаженні й холостому ході.

**8.80.** Чотиріполюсний двигун з паралельним збудженням працює при напрузі 220 В і споживає струм 78 А, число провідників якоря 600, магнітний потік 0,022 Вб, опір якоря 0,171 Ом, струм в обмотці збудження 2,5 А, ККД 0,82, число пар паралельних віток в обмотці якоря 2. Визначити частоту обертання якоря й обертальний момент.

**8.81.** Визначити потужність, яка підводиться до двигуна паралельного збудження, що має такі паспортні дані: номінальна потужність на валу 6,0 кВт, номінальна напруга 220 В, номінальний струм 32 А, номінальна частота обертання 1000 об/хв. Знайти ККД і номінальний обертальний момент двигуна.

**8.82.** Визначити обертальний момент двигуна паралельного збудження, що має частоту обертання 1000 об/хв. Споживаний струм 11,1 А, напруга 110 В, опір кола якоря 0,7 Ом, опір кола збудження 100 Ом.

**8.83.** Визначити ККД двигуна послідовного збудження, якщо потужність на валу 4,5 кВт, напруга, що підводиться, 220 В, а спожив-

ваний струм 24,3 А.

**8.84.** Двигун постійного струму з послідовним збудженням має такі паспортні дані:  $U = 220$  В,  $I_{\text{ном}} = 160$  А,  $\eta = 86$  %. Визначити споживану потужність і потужність на валу.

**8.85.** Двигун постійного струму з послідовним збудженням має такі паспортні дані:  $U = 220$  В,  $P_{\text{ном}} = 25$  кВт,  $\eta = 0,88$ ,  $R_a = 0,09$  Ом. Визначити споживану і електромагнітну потужності, електричні втрати, ЕРС обмоток якоря.

**8.86.** Тяговий двигун послідовного збудження має такі паспортні дані:  $P_{\text{ном}} = 20$  кВт,  $U = 220$  В,  $I_{\text{ном}} = 100$  А,  $n_{\text{ном}} = 1500$  об/хв. Обчислити потужність, що підводиться до двигуна, коефіцієнт корисної дії та обертальний момент двигуна.

**8.87.** Двигун з послідовним збудженням працює при напрузі на затискачах 110 В і струмі 24 А. Якір обертається з частотою 1500 об/хв і розвиває на валу момент 14 Нм. Сумарний опір обмоток якоря і збудження 0,28 Ом. Визначити ЕРС двигуна, потужність на валу і ККД двигуна.

**8.88.** Двигун постійного струму послідовного збудження типу 2П91 з номінальною напругою 220 В має потужність на валу 25 кВт, струм 136 А і частоту обертання 750 об/хв. Визначити обертальний момент двигуна і його ККД.

**8.89.** Двигун послідовного збудження ввімкнений у мережу з напругою 220 В, обертається з частотою 750 об/хв; при цьому ЕРС, що індукуються в обмотці якоря, дорівнює 205 В. Визначити магнітний потік, падіння напруги в колі якоря і струм двигуна, якщо опір кола якоря 0,05 Ом, число провідників обмотки якоря 210, число пар полюсів 2, число паралельних віток обмотки якоря 2.

**8.90.** Двигун послідовного збудження ввімкнений у мережу з напругою 220 В, обертається з частотою 1000 об/хв. При цьому струм у якорі 100 А. Магнітний потік 0,071 Вб. Обчислити ЕРС, що індукуються в обмотці якоря, опір кола якоря і обертальний момент, що розвивається двигуном, якщо число провідників обмотки якоря 180, число полюсів 4, число паралельних віток обмотки якоря 4.

**8.91.** Двигун послідовного збудження ввімкнений у мережу з напругою 220 В, обертається з частотою 1500 об/хв, при цьому обертальний момент на валу двигуна 477,5 Нм, опір кола якоря 0,02 Ом і ККД 88,5 %. Знайти корисну потужність на валу двигуна, потужність, що підводиться до двигуна, струм у якорі, електричні втрати в колі якоря та електрорушійну силу яка індукуються в обмотці якоря.

**8.92.** Двигун з послідовним збудженням при напрузі 220 В роз-



виває на валу обертальний момент 70 Нм при струмі 60 А і частоті обертання 1500 об/хв. Той самий двигун, при тій самій напрузі, розвиває обертальний момент 162 Нм при струмі 90 А і частоті обертання 1000 об/хв. Визначити відношення споживаних потужностей, потужностей на валу, струмів і ККД.

**8.93.** Двигун змішаного збудження працює від мережі з напругою 220 В, споживає з мережі потужність 75 кВт, струм у паралельній обмотці збудження 4,5 А і ККД 88,5 %. Визначити споживаний струм двигуна, ЕРС, що індукується в обмотці якоря, потужність на валу двигуна, обертальний момент, якщо частота обертання 1500 об/хв, а опір кола якоря 0,02 Ом.

**8.94.** Визначити частоту обертання на холостому ході і при номінальному обертальному моменті, якщо регулювання частоти обертання виконувалося шляхом зміни магнітного потоку з  $\Phi_{\text{ном}}$  до  $\Phi_1 = 0,5\Phi_{\text{ном}}$ . Характеристики двигуна:  $P_{\text{ном}} = 5$  кВт,  $U = 220$  В,  $I_{\text{ном}} = 33$  А,  $n_{\text{ном}} = 955$  об/хв,  $R_a = 0,66$  Ом.

**8.95.** Знайти частоту обертання на холостому ході і при номінальному моменті, якщо регулювання частоти обертання виконувалося шляхом зміни магнітного потоку з  $\Phi_{\text{ном}} = 0,05$  Вб до  $\Phi_1 = 0,025$  Вб. Двигун має такі паспортні дані: число провідників у якорі 120, число пар полюсів і пар паралельних віток 2, струм якоря 62,8 А, номінальна частота обертання 2000 об/хв.

**8.96.** Дві машини постійного струму серії П мають різні номінальні напруги. Перша  $U_{\text{ном}} = 110$ , друга  $U_{\text{ном}} = 115$  В. Яка з машин є генератором, яка – двигуном?

**8.97.** Два двигуни мають однакові потужність і обертальний момент. Як зміниться струм кожного двигуна, якщо обертальний момент на валу знизився до 0,9 від первинного значення? Відомо, що один двигун з паралельним, а інший – з послідовним збудженням.

**8.98.** Чи можна визначити, який з двох двигунів з паралельним збудженням, а який – з послідовним, якщо відомо, що при однакових номінальних характеристиках і навантаженні, вищому від номінального, частота обертання першого двигуна виявилася меншою, а при навантаженні нижчому від номінального – більшою, ніж для другого двигуна?

## Глава 9. ОСНОВИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

Потужність електродвигуна для тривалого режиму роботи з постійним навантаженням вибирають з умови, що

$$P_{\text{дв}} \geq P_{\text{мх}}, \quad (9.1)$$

де  $P_{\text{дв}}$  – потужність двигуна, Вт;  $P_{\text{мх}}$  – розрахункова потужність механізму, Вт.

Потужність електродвигуна для тривалого режиму із змінним навантаженням вибирають:

– методом еквівалентного струму

$$I_{\text{екв}} = \sqrt{\frac{\sum I^2 t}{\sum t}}; \quad (9.2)$$

– методом еквівалентного моменту

$$M_{\text{ек}} = \sqrt{\frac{\sum M^2 t}{\sum t}}; \quad (9.3)$$

– методом еквівалентної потужності

$$P_{\text{ек}} = \sqrt{\frac{\sum P^2 t}{\sum t}}; \quad (9.4)$$

де  $I$ ,  $M$ ,  $P$  – струм, А; момент Н·м; потужність, Вт за робочий цикл електродвигуна;  $t$  – час роботи електродвигуна, с.

Максимальний момент двигуна постійного струму

$$M_{\text{max}} = \lambda M_{\text{ном}} = \lambda \frac{9,55 P_{2\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}}. \quad (9.5)$$

Максимальний момент асинхронного двигуна визначається з урахуванням можливого зниження напруги в мережі на 10%, тобто

$$M_{\text{max}} = 0,81 \lambda M_{\text{ном}} = \lambda \frac{9,55 P_{2\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}}, \quad (9.6)$$

де  $M_{\text{ном}}$  – номінальний момент двигуна Н·м;  $n_{2\text{ном}}$  – номінальна частота обертання вала, об/хв;  $\lambda$  – перевантажувальна здатність двигуна.

Вибір потужності двигуна для повторно-короткочасного режиму роботи проводять відповідно до формули

$$P_{\text{ст}} = P_{\text{екв}} \sqrt{TB_1 / TB_{\text{ст}}},$$

де  $P_{\text{екв}}$  – еквівалентна потужність, Вт;  $TB_1$  – дійсна,  $TB_{\text{ст}}$  – стандартна тривалість ввімкнення.

Тривалість ввімкнення

$$TB = \frac{t_p}{t_p + t_0} = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}}, \quad (9.7)$$

або

$$TB = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100\% = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}} 100\%, \quad (9.8)$$

де  $t_p$  – час роботи двигуна, с;  $t_0$  – тривалість пауз, с;  $t_{\text{ц}}$  – час циклу (загальний час роботи двигуна і паузи), с.

Стандартні тривалості ввімкнення  $TB = 15, 25, 40, 60\%$  при тривалості циклу не більше 10 хвилин.

При використанні двигунів у повторно-короткочасному режимі роботи заздалегідь визначають потужність при стандартній тривалості ввімкнень, яка дорівнює 15, 25, 40, 60 %, тобто

$$P_{\text{ек}} = P_{\text{мх}} \sqrt{TB_{\text{ст}}}. \quad (9.9)$$

У цьому випадку при  $TB_{\text{ст}} = 25\%$  двигун можна навантажити на подвійну потужність, а при  $TB_{\text{ст}} = 40\%$  – на  $1,58P_{\text{ном}}$ . Після цього проводять перерахунок на стандартну тривалість увімкнення.

Найвигідніше передавальне число з великим числом увімкнень в одиницю часу визначають за найменшим значенням добутку махового моменту  $mD^2$  на квадрат передавального відношення  $u^2$ , тобто

$$mD^2 u^2 = \min. \quad (9.10)$$

Маховий момент знаходять з рівняння

$$mD^2 = 4J, \quad (9.11)$$

де  $m$  – маса, кг;  $D$  – діаметр, м;  $J$  – момент інерції  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

Передавальне відношення – це відношення частоти обертання

двигуна ( $n_{\text{ДВ}}$ ) до частоти обертання барабана лебідки ( $n_{\text{б}}$ ), а саме:

$$u = n_{\text{ДВ}} / n_{\text{б}}. \quad (9.12)$$

Розрахункова потужність для приводу відцентрового вентилятора

$$P = \frac{QH}{\eta}, \quad (9.13)$$

де  $Q$  – витрати газу, м<sup>3</sup>/с;  $H$  – тиск газу, Н/м<sup>2</sup>;  $\eta$  – ККД передачі й вентилятора (0,4 – 0,75).

Розрахункова потужність для приводу насоса

$$P = \frac{\gamma Q(H + \Delta H)}{\eta}, \quad (9.14)$$

де  $\gamma$  – питома вага, Н/м<sup>3</sup>;  $Q$  – продуктивність, м<sup>3</sup>/с;  $H$  – висота напору, м;  $\Delta H$  – падіння напору в магістралях, м.

Потужність підйомного пристрою при підйомі вантажу:

а) без противаги

$$P = \frac{(G + G_0)v}{\eta}; \quad (9.15)$$

б) з противагою

$$P = \frac{(G + G_0 - G_{\text{пр}})v}{\eta}, \quad (9.16)$$

де  $G$  – вага корисного вантажу Н;  $G_0$  – вага захоплюючих пристроїв та ін., Н;  $G_{\text{пр}}$  – вага противаги, Н;  $v$  – швидкість підйому, м/с;  $\eta$  – ККД.

Потужність двигунів для переміщення стрічок конвеєрів, транспортерів і т.д.

$$P = \frac{Fv}{\eta}, \quad (9.17)$$

де  $F$  – тягове зусилля, Н;  $v$  – швидкість, м/с;  $\eta$  – ККД механізму і редуктора.

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**9.1.** Вибрати двигун для електропривода відцентрового вентилятора, що створює тиск газу  $76 \text{ Н/м}^2$  при його витраті  $15 \text{ м}^3/\text{с}$ , ККД вентилятора  $0,55$ .

**Розв'язок.** Визначаємо потужність, необхідну для приведення в дію вентилятора,

$$P = \frac{QH}{h} = 15 \cdot 76 / 0,55 = 2072 \text{ Вт.}$$

Потужність електродвигуна при тривалому режимі вибирають з умови  $P_{\text{дв}} \geq P_{\text{мх}}$ . Використовуючи каталог асинхронних двигунів, вибираємо двигун потужністю  $2,2 \text{ кВт}$ .

**9.2.** Насос, що працює в тривалому режимі, має такі паспортні дані: продуктивність  $0,5 \text{ м}^3/\text{с}$ , напір  $8,2 \text{ м}$ , частота обертання  $950 \text{ об/хв.}$ , ККД  $0,6$  і питома вага рідини  $1000 \text{ Н/м}^3$ . Вибрати електродвигун змінного струму.

**Розв'язок.** Потужність, що розвивається насосом

$$P = \frac{gQH}{h} = \frac{1000 \cdot 0,55 \cdot 8,2}{0,6} = 6833,3 \text{ Вт.}$$

Потужність двигуна при тривалому режимі має дорівнювати або бути трохи більшою від потужності виробничого механізму. Відповідно до умов задачі вибираємо двигун марки АО2–52–6 потужністю  $7,5 \text{ кВт}$  і частотою обертання  $970 \text{ об/хв.}$

**9.3.** Визначити приведений момент інерції  $J_{\text{пр}}$  підйомного механізму, якщо відомі такі дані: частота обертання вала електродвигуна  $\omega = 75,36 \text{ рад/с}$ , маса поступально-рухомих частин  $G_{\text{рух}} = 98000 \text{ кг}$ , передавальне число редуктора: першого ступеня  $i_1 = 8$ , другого ступеня  $i_2 = 8,7$ , діаметр барабана  $d = 0,5 \text{ м}$ , момент інерції ротора електродвигуна  $J_{\text{д}} = 0,668 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , момент інерції муфти і гальмівного шківів  $J_{\text{М}} = 0,225 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , ККД передачі  $\eta_{\text{пер}} = 0,95$ .

**Розв'язок.** Момент інерції електродвигуна і частин механізму, що знаходяться в ньому на одному валу

$$J = J_{\text{д}} + J_{\text{М}} + J_{\text{ред}} = 0,668 + 0,225 + 0,2 \cdot 0,668 = 1,08 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

(момент інерції редуктора приймаємо як  $J_{\text{ред}} = 0,2J_{\text{д}}$ ).

Частота обертання вала електродвигуна

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\rho} = \frac{30 \cdot 75,36}{3,14} = 720 \text{ об/хв.}$$

Лінійна швидкість поступально-рухомих частин

$$v = \frac{\rho d n}{i} = \frac{3,14 \cdot 0,5 \cdot 720}{70} = 11,3 \text{ м/хв} = 0,188 \text{ м/с,}$$

де  $i = i_1 i_2 = 8 \cdot 8,7 = 70$  – передавальне число редуктора.

## 9. Основи електропривода

Приведений до вала електродвигуна момент інерції підйомного механізму з урахуванням поступально-рухомих частин

$$J_{np} = J + \frac{9,3G_{пyx}v^2}{n^2h_{пер}} = 1,08 + \frac{9,3 \cdot 98000 \cdot 0,188^2}{720^2 \cdot 0,95} = 1,08 + 0,068 = 1,15 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

**9.4.** Визначити номінальну кутову частоту обертання, час пуску і гальмування електродвигуна. Приведений до вала електродвигуна момент інерції системи становить  $2,59 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , момент статичного опору –  $10 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , номінальна потужність трифазного асинхронного короткозамкненого електродвигуна  $7,5 \text{ кВт}$ , номінальна частота обертання  $980 \text{ об/хв}$ .

*Розв'язок.* Номінальна кутова частота обертання електродвигуна

$$\omega_{2ном} = \frac{pn_{2ном}}{30} = \frac{3,14 \cdot 980}{30} = 102,5 \text{ рад/с}.$$

Номінальний момент навантаження на валу електродвигуна

$$M_{ном} = 9550 \frac{P_{2ном}}{n_{2ном}} = 9550 \cdot \frac{7,5}{980} = 72,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Середнє значення моменту на валу електродвигуна в період пуску

$$M_{ср.пуск} = aM_{ном} = 1,5 \cdot 72,8 = 109 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

де  $a$  – коефіцієнт, що характеризує зміну моменту при пуску електродвигуна (приймається  $a = 1,5$ ).

Час пуску (розгону) електродвигуна до номінальної частоти обертання

$n_{ном}$

$$t_{пуск} = \frac{J_{пр}\omega_{2ном}}{M_{ср.пуск} - M_{ст}} = \frac{2,59 \cdot 102,5}{109 - 10} = 2,68 \text{ с}$$

або

$$t_{пуск} = \frac{J_{пр}n_{2ном}}{9,55(M_{ср.пуск} - M_{ст})} = \frac{2,59 \cdot 980}{9,55 \cdot (109 - 10)} = 2,68 \text{ с}.$$

Середнє значення гальмівного моменту

$$M_T = aM_{ном} = 1,5 \cdot 72,8 = 109 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Час гальмування електродвигуна від номінальної частоти обертання  $n_{2ном}$  до повної зупинки (при відключенні від живильної мережі)

$$t_T = \frac{J_{пр}n_{2ном}}{9,55(M_{ср.пуск} - M_{ст})} = \frac{2,59 \cdot 980}{9,55 \cdot (109 + 10)} = 2,2 \text{ с}.$$

**9.5.** Вибрати асинхронний двигун для вентилятора, якщо при частоті обертання  $475 \text{ об/хв}$  обертальний момент  $10 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Номінальна частота обертання вентилятора  $950 \text{ об/хв}$ , а залежність моменту вентилятора від частоти

## 9. Основи електропривода

обертання задана рівнянням  $M_2 = M_1(n_2/n_1)^2$ .

**Розв'язок.** Визначаємо момент, необхідний для обертання, при номінальній частоті обертання

$$M_2 = M_1(n_2/n_1)^2 = 10 \cdot (950/475)^2 = 40 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Потужність двигуна

$$P = \frac{M \cdot n}{9,55} = \frac{40 \cdot 950}{9,55} = 4000, \text{ кВт}$$

За каталогом вибираємо двигун марки 4A112MB6 потужністю 4 кВт і частотою обертання 950 об/хв.

**9.6.** Металообробний автомат приводиться в обертання двигуном постійного струму паралельного збудження. Напряга живлення двигуна 220 В, частота обертання 3000 об/хв. Графік зміни струму в двигуні заданий у табл. 9.1.

Таблиця 9.1

Струм, А	40	30	20	40	30	20
Час, с	120	180	300	120	180	300

Підібрати двигун з серії П, який забезпечить роботу автомата.

**Розв'язок.** Еквівалентний струм двигуна

$$I_{\text{ек}} = \sqrt{\frac{\sum I^2 t}{\sum t}} = \sqrt{\frac{40^2 \cdot 120 + 30^2 \cdot 180 + 20^2 \cdot 300}{120 + 180 + 300}} = 28 \text{ А}.$$

Еквівалентна потужність двигуна

$$P_{\text{ек}} = UI_{\text{ек}} = 220 \cdot 28 = 6160 \text{ Вт}.$$

Для тривалого режиму потужність двигуна знаходимо з умови  $P_{\text{дв}} \geq P_{\text{мх}}$ . За каталогом вибираємо двигун П42, що має потужність 8 кВт, напругу 220 В, частоту обертання 3000 об/хв, ККД 0,83, номінальний струм 43,5 А.

Номінальний струм двигуна перевищує максимальне значення струму при навантаженні, що оберігає двигун від перегрівання.

**9.7.** Вибрати двигун постійного струму для підйомного механізму, що працює в повторно-короткочасному режимі, з двигунів, які працюють у тривалому режимі, якщо цикл триває 135 с і має такі робочі відрізки часу:

- 1)  $M_1 = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $t_1 = 5 \text{ с}$ ;
- 2)  $M_2 = 225 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $t_2 = 20 \text{ с}$ ;
- 3)  $M_3 = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $t_3 = 5 \text{ с}$ ;
- 4)  $M_4 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $t_4 = 5 \text{ с}$ .

Необхідна частота обертання двигуна 740 об/хв, напруга 220 В.

*Розв'язок. Еквівалентний момент механізму*

$$M_{\text{ек}} = \sqrt{\frac{\sum M^2 t}{\sum t}} = \sqrt{\frac{500^2 \cdot 5 + 225^2 \cdot 20 + 150^2 \cdot 5 + 50^2 \cdot 15}{5 + 20 + 5 + 15}} = 231,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

*Еквівалентна потужність*

$$P = \frac{M_{\text{ек}} n}{9,55} = \frac{231,5 \cdot 740}{9,55} = 17,9 \text{ кВт}.$$

*Тривалість увімкнення*

$$TB\% = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}} 100\% = \frac{5 + 20 + 5 + 15}{135} 100\% = 33\%.$$

*Потужність двигуна тривалого режиму при  $TB=25\%$*

$$P_{\text{ст.ек}} = P_{\text{ек}} \sqrt{0,25} = 17,9 \cdot 0,5 = 8,95 \text{ кВт}.$$

*Перерахуємо на  $TB_1 = 33\%$ :*

$$P_{\text{дв}} = P_{\text{ст.ек}} \sqrt{PB / PB_{\text{ст}}} = 8,95 \sqrt{0,33 / 0,25} = 10,28 \text{ кВт}.$$

*За каталогом вибираємо двигун П72. Його паспортні дані:*

$$P_{\text{дв}} = 11 \text{ кВт}, n = 750 \text{ об/хв.}, \eta = 81\%, I = 3.$$

*Номінальний момент двигуна*

$$M_{\text{ном}} = \frac{9,55 P_{\text{ном}}}{n} = \frac{9,55 \cdot 11000}{750} = 140 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

*Звідси максимальний момент*

$$M_{\text{ном}} = I M_{\text{ном}} = 3,0 \cdot 140 \approx 420 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

*Протидійний момент механізму перевищує момент двигуна, а саме:*

$$DM = M_{\text{дв}} - M_{\text{мх}} = 420 - 500 = -80 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

*Двигун не підходить за перевантажувальною здатністю.*

*Вибираємо двигун П81 потужністю 14 кВт. Його паспортні дані:*

$$P_{\text{дв}} = 14 \text{ кВт}, n = 750 \text{ об/хв.}, \eta = 80,5\%, I = 3.$$

*Проводимо перевірку на перевантажувальну здатність, тобто*

$$M_{\text{мах}} = I M_{\text{ном}} = I \frac{9,55 P_{\text{ном}}}{n} = \frac{3 \cdot 9,55 \cdot 14000}{750} = 534,8 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$DM = M_{\text{дв}} - M_{\text{мх}} = 534,8 - 500 = 34,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

*Двигун підходить за перевантажувальною здатністю.*

**9.8.** Визначити найвигідніше передавальне відношення редуктора з умови мінімального загального часу перехідних процесів для електропривода верстака, що працює в діапазоні частот обертання від 20 до 187 об/хв при максимальній потужності 4,2 кВт.



## 9. Основи електропривода

**Розв'язок.** Найвигідніше передавальне відношення редуктора виходить при якнайменшому добутку махового моменту двигуна на квадрат передавального відношення, тобто  $mD^2u^2$ . Зіставляючи дані двигунів постійного струму з різними частотами обертання 750, 1000, 1500, 3000 об/хв і потужністю 4,5 кВт, визначаємо якнайменший добуток:  $mD^2u^2$ . Спочатку вносимо в табл. 9.2 (графи 1, 2, 3, 4) паспортні дані двигунів, після чого визначаємо передавальні відношення:

$$u_1 = n_{\text{дв}} / n_{\text{мх}} = 3000 / 187 = 16 ;$$

$$u_2 = n_{\text{дв}} / n_{\text{мх}} = 1500 / 187 = 8 ;$$

$$u_3 = n_{\text{дв}} / n_{\text{мх}} = 1000 / 187 = 5,3 ;$$

$$u_4 = n_{\text{дв}} / n_{\text{мх}} = 750 / 187 = 4 .$$

Далі знаходимо квадрат передавального відношення

$$u_1^2 = 256, \quad u_2^2 = 64, \quad u_3^2 = 28,49, \quad u_4^2 = 16 .$$

Визначаємо момент за відомим моментом інерції:

$$mD_1^2 = 4J_1 = 4,0 \cdot 0,026 = 0,106 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_2^2 = 4J_2 = 4,0 \cdot 0,045 = 0,18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_3^2 = 4J_3 = 4,0 \cdot 0,1 = 0,4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_4^2 = 4J_4 = 4,0 \cdot 0,14 = 0,56 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 .$$

Знаходимо добуток махового моменту на квадрат передавального відношення:

$$mD_1^2 u_1^2 = 0,106 \cdot 256 = 26,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_2^2 u_2^2 = 0,18 \cdot 64 = 11,52 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_3^2 u_3^2 = 0,4 \cdot 28,49 = 11,4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_4^2 u_4^2 = 0,56 \cdot 16 = 8,96 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 .$$

Одержані дані заносимо в табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Тип двигуна	P, кВт	$n_{\text{ном}}$ , об/хв	$mD^2$ , кг·м <sup>2</sup>	u	u <sup>2</sup>	$mD^2 u^2$ , кг·м <sup>2</sup>
П32	4,5	3000	0,106	16	256	26,9
П42	4,5	1500	0,18	8	64	9,52
П52	4,5	1000	0,4	5,3	28,49	9,4
П61	4,5	750	0,56	4	16	8,96

Найвигідніше передавальне відношення з боку двигуна П61.

**9.9.** Вибрати найвигідніше передавальне відношення з умов мінімального часу перехідного процесу для нерегульованого електропривода потужністю 1 кВт і з частотою обертання 250 об/хв.

## 9. Основи електропривода

**Розв'язок.** З каталогу асинхронних двигунів серії 4А випикуємо технічні дані двигунів потужністю 7,5 кВт (табл. 9.3) та розраховуємо номінальну частоту обертання вала за формулою  $n_{\text{НОМ}} = n_{\text{С}}(1 - s_{\text{НОМ}})$ .

Визначаємо передавальні відношення:

$$u_1 = n_{\text{ДВ}} / n_{\text{МХ}} = 2925 / 250 = 11,7;$$

$$u_2 = n_{\text{ДВ}} / n_{\text{МХ}} = 1456,5 / 250 = 5,83;$$

$$u_3 = n_{\text{ДВ}} / n_{\text{МХ}} = 968 / 250 = 3,87.$$

Таблиця 9.3

Тип двигуна	$P_{\text{НОМ}}$ , кВт	$n_{\text{С}}$ , об/хв	$s_{\text{НОМ}}$ , %	$n_{\text{НОМ}}$ об/хв	$J$ , кг·м <sup>2</sup>
4A112M2	7,5	3000	2,5	2925	0,010
4A132S4	7,5	1500	2,9	1456,5	0,028
4A132M6	7,5	1000	3,2	968	0,058

Знаходимо квадрат передавального відношення

$$u_1^2 = 136,89, \quad u_2^2 = 33,99, \quad u_3^2 = 14,98.$$

Визначаємо маховий момент:

$$mD_1^2 = 4J_1 = 4,0 \cdot 0,01 = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$mD_2^2 = 4J_2 = 4,0 \cdot 0,028 = 0,11 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$mD_3^2 = 4J_3 = 4,0 \cdot 0,058 = 0,23 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Обчислюємо добуток махового моменту на квадрат передавального відношення:

$$mD_1^2 u_1^2 = 0,04 \cdot 136,89 = 5,47 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$mD_2^2 u_2^2 = 0,11 \cdot 33,99 = 3,74 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$mD_3^2 u_3^2 = 0,23 \cdot 14,98 = 3,44 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Дані з каталогу та одержані розрахункові дані заносимо в зведену табл. 9.4.

Таблиця 9.4

Тип двигуна	$P_{\text{НОМ}}$ , кВт	$n_{\text{НОМ}}$ об/хв	$J$ , кг·м <sup>2</sup>	$u$	$u^2$	$mD^2$ , кг·м <sup>2</sup>	$mD^2 u^2$ , кг·м <sup>2</sup>
4A112M2	7,5	2925	0,010	9,7	136,89	0,04	5,47
4A132S4	7,5	1456,5	0,028	5,83	33,99	0,11	3,74
4A132M6	7,5	968	0,058	3,87	14,98	0,23	3,44

Найвигідніше передавальне відношення буде у редуктора з двигуном 4A132M6, що має найменший добуток моменту на квадрат передавального відношення.

## 9. Основи електропривода

**9.10.** Вибрати двигун для нерегульованого підйомного механізму, якщо відомо, що вага вантажу, що піднімається, 7500 Н, максимальна висота підйому 15 м, швидкість підйому 0,3 м/с, час кріплення вантажу 60 с, ККД підйомного механізму 60 %, діаметр барабана лебідки 0,4 м.

*Розв'язок.* Споживана потужність механізму

$$P_{\text{мх}} = Fn / h = 7500 \cdot 0,3 / 0,6 = 3750 \text{ Вт.}$$

Час підйому вантажу

$$t = h / v = 15 / 0,3 = 50 \text{ с.}$$

Частота обертання барабана лебідки

$$n_{\text{б}} = 60v / (\pi \cdot 0,4) = 14,33 \text{ об/хв.}$$

Визначаємо такі величини:

– передавальні відношення двигунів серії 4А потужністю 3 – 4 кВт

$$u_1 = n_{\text{дв}} / n_{\text{б}} = 2880 / 14,33 \approx 200 ;$$

$$u_2 = n_{\text{дв}} / n_{\text{б}} = 1440 / 14,33 \approx 100 ;$$

$$u_3 = n_{\text{дв}} / n_{\text{б}} = 960 / 14,33 \approx 67 ;$$

$$u_4 = n_{\text{дв}} / n_{\text{б}} = 725 / 14,33 \approx 50 ;$$

– квадрат передавального відношення

$$u_1^2 = 40000, \quad u_2^2 = 10000, \quad u_3^2 = 4490, \quad u_4^2 = 2500 ;$$

– маховий момент (момент інерції беремо з каталога)

$$mD_1^2 = 4J_1 = 4,0 \cdot 0,01 = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_2^2 = 4J_2 = 4,0 \cdot 0,02 = 0,08 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_3^2 = 4J_3 = 4,0 \cdot 0,04 = 0,16 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

$$mD_4^2 = 4J_4 = 4,0 \cdot 0,072 = 0,288 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 .$$

Визначаємо добуток махового моменту на квадрат передавального відношення. Одержані дані заносимо в табл. 9.5.

Табл. 9.5

$P_{\text{ном}},$ кВт	$n_{\text{ном}},$ об/хв	$mD^2,$ кг · м <sup>2</sup>	$u$	$u^2$	$mD^2 u^2,$ кг · м <sup>2</sup>
3,0 – 4,0	2880	0,04	200	40000	1600
3,0 – 4,0	1440	0,08	100	10000	800
3,0 – 4,0	960	0,16	67	4490	718
3,0 – 4,0	725	0,288	50	2500	720

Найвигідніше передавальне відношення буде у двигуна з частотою обертання 960 об/хв.

Статичний момент опору механізму

## 9. Основи електропривода

---

$$M_{\text{мх}} = 9,55 P_{\text{мх}} / h = 9,55 \cdot 3750 / 960 = 37,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Визначаємо такі показники:

– тривалість ввімкнення:

$$TB = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100 \% = \frac{50}{50 + 60} 100 \% = 45 \%;$$

– потужність двигуна для стандартної  $TB\% = 40\%$

$$P_{\text{дв}} = P_{\text{мх}} \sqrt{TB} = 3750 \cdot \sqrt{0,4} = 2371 \text{ Вт}.$$

Перераховуємо потужність двигуна на дійсне значення  $TB\% = 45\%$ :

$$P_{\text{дв}} = P_{\text{ст}} \sqrt{TB_{\text{д}} / TB_{\text{ст}}} = 2371 \cdot \sqrt{0,45 / 0,40} \approx 2,5 \text{ кВт}.$$

Найближчим за шкалою потужностей є двигун марки 4А112МА6 потужністю 3,0 кВт і з частотою обертання 960 об/хв; ККД 81,0 %, коефіцієнт перевантаження 2,5.

Визначаємо такі величини:

– обертальний момент двигуна

$$M = 9,55 P_{\text{ном}} / h_{\text{ном}} = 9,55 \cdot 3000 / 960 = 29,8 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

– максимальний обертальний момент

$$M_{\text{max}} = 1 M_{\text{ном}} = 1,8 \cdot 29,8 = 53,64 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Перевіряємо двигун на перевантажувальну здатність таким чином:

$$DM = M_{\text{дв}} - M_{\text{мх}} = 74,5 - 37,3 = 37,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Двигун підходить за перевантажувальною здатністю, оскільки його момент перевищує момент механізму на 37,2 Н·м.

**9.11.** Визначити розрахункову потужність і вибрати за каталогом трифазний асинхронний електродвигун який має короткозамкнений ротор з числом пар полюсів  $p = 3$  для приводу механізму. Графік навантаження цього двигуна зображено на рис. 9.1. Погіршення умов охолодження в період пауз при розрахунку не береться до уваги.

**Розв'язок.** Синхронна частота обертання електродвигуна

$$n_1 = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об/хв}.$$

Тривалість ввімкнення двигуна

$$TB\% = \frac{t_p 100\%}{t_{\text{ц}}} = \frac{t_p 100\%}{t_p + t_0} = \frac{(t_1 + t_2) 100\%}{t_1 + t_2 + t_0} = \frac{(2 + 4) \cdot 100\%}{2 + 4 + 10} = 37,4 \% ,$$

де  $t_p$  – час роботи механізму ( $t_p = t_1 + t_2$ ), с;  $t_{\text{ц}}$  – час циклу роботи механізму ( $t_{\text{ц}} = t_p + t_0$ ), с;  $t_0$  – час паузи, с.

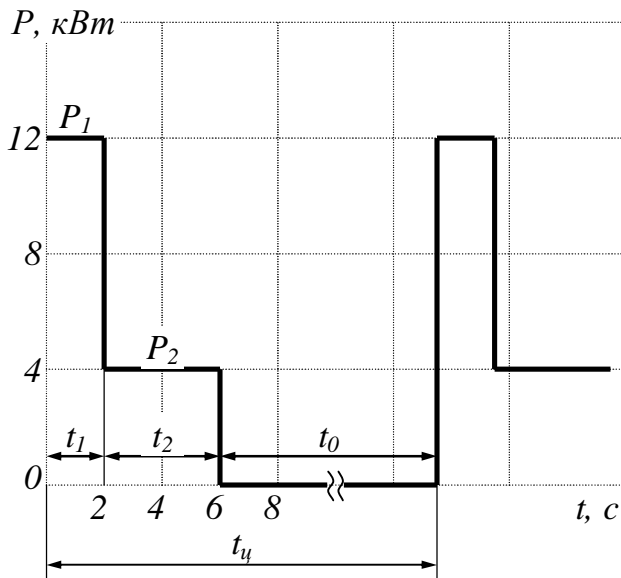


Рис. 9.1

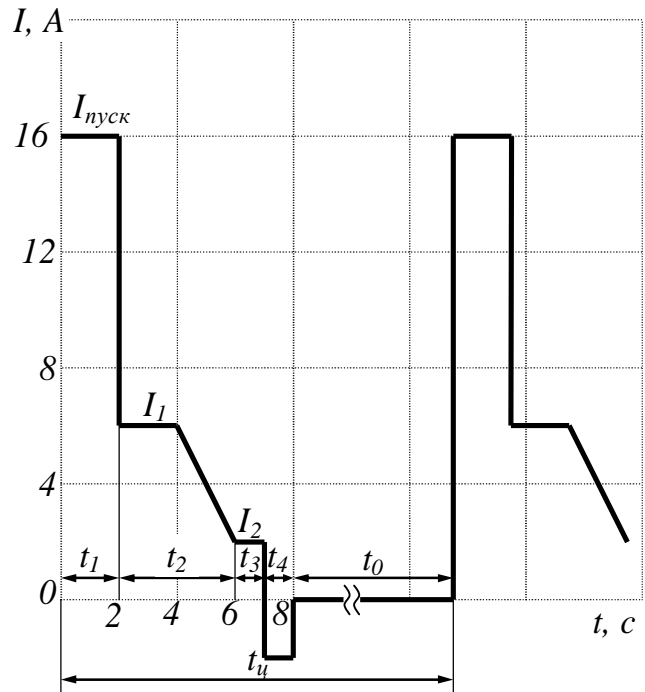


Рис. 9.2

Еквівалентна потужність електродвигуна за час одного циклу

$$P_{\text{ек}} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2}{t_1 + t_2}} = \sqrt{\frac{12^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 4}{2 + 4}} = \sqrt{\frac{352}{6}} = 7,65 \text{ кВт.}$$

Розрахункова потужність електродвигуна при найближчому до каталожного значення  $TB_{\text{ном}}\% = 40\%$ , визначається так:

$$P_{40} = P_{\text{ек}} \sqrt{\frac{TB_{\%}}{TB_{\% \text{ном}}}} = 7,65 \sqrt{\frac{37,4}{40}} = 7,4 \text{ кВт.}$$

За даними розрахунків вибираємо із каталогу найближчий більший за потужністю, відповідний частоті обертання  $n_1$  електродвигун типу МТКФ311-6, з номінальними даними:

$$P_{2\text{ном}} = 11 \text{ кВт}; n_{2\text{ном}} = 910 \text{ об/хв}; TB_{\text{ном}}\% = 40\%; U_{I\text{ном}} = 380 \text{ В.}$$

**9.12.** Перевірити придатність краново-металургійного асинхронного трифазного електродвигуна типу МТКФ – 112 – 6 з фазним ротором, призначеного для приводу механізму, що працює за графіком рис. 9.2. Електродвигун має такі номінальні дані:

$$P_{2\text{ном}} = 5 \text{ кВт}; n_{2\text{ном}} = 930 \text{ об/хв}; TB_{\text{ном}}\% = 40\%;$$

$$U_{I\text{ном}} = 380 \text{ В}, h_{\text{ном}} = 75\%; \cos \phi_{I\text{ном}} = 0,7.$$

**Розв'язок.** Еквівалентний струм за час роботи одного циклу

$$I_{\text{эк}} = \sqrt{\frac{I_{\text{пуск}}^2 t_1 + I_1^2 t_2 + \frac{I_1^2 + I_1 I_2 + I_2^2}{3} t_3 + I_2^2 t_4 + I_T^2 t_5}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}} =$$

$$= \sqrt{\frac{16^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 2 + \frac{6^2 + 6 \cdot 2 + 2^2}{3} \cdot 2 + 2^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1}{2 + 2 + 2 + 1 + 1}} = \sqrt{\frac{635,6}{8}} = 8,9 \text{ А.}$$

Тривалість увімкнення електродвигуна з урахуванням поправок на погіршення умов охолодження в період пуску, гальмування і паузи

$$TB\% = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100\% = \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5) \cdot 100\%}{K_1(t_1 + t_5) + t_2 + t_3 + t_4 + K_2 t_0} =$$

$$\frac{(2 + 2 + 2 + 1 + 1) \cdot 100\%}{0,75 \cdot (2 + 1) + 2 + 2 + 1 + 0,5 \cdot 24} = \frac{8 \cdot 100\%}{19,25} = 40\%,$$

де  $t_{Ц}$  – час циклу ( $t_{Ц} = t_p + t_0$ );  $K_1 = 0,75$ ;  $K_2 = 0,5$ .

Номінальний струм електродвигуна

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_{2\text{НОМ}} \cdot 10^3}{\sqrt{3} U_{\text{НОМ}} h_{\text{НОМ}} \cos j_{\text{НОМ}}} = \frac{5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,75 \cdot 0,7} = 14,48 \text{ А.}$$

Тому що  $I_{\text{НОМ}} > I_{\text{ЕК}}$  при  $TB_{\text{НОМ}} = 40\%$ , то електродвигун проходить стосовно нагрівання і придатний для приводу механізму, що працює в даних умовах.

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**9.1.** Визначити обертальний момент і потужність електродвигуна для машини, що працює в тривалому режимі, якщо при необхідному зусиллі 2000 Н швидкість переміщення 0,45 м/с при обертанні вала з частотою 700 об/хв і ККД 70 %.

**9.2.** Визначити потужність трифазного асинхронного двигуна, що використовується для підйому вантажу 15000 Н із швидкістю 0,3 м/с, ККД редуктора 0,5.

**9.3.** Для перекачування води використовують насос продуктивністю 0,05 м<sup>3</sup>/с, висота напору 4,5 м. Вибрати електродвигун змінного струму, якщо необхідна частота обертання 1440 об/хв, а ККД 0,64.

**9.4.** Визначити розрахункову потужність і вибрати за каталогом трифазний асинхронний короткозамкнений електродвигун загальнопромислового призначення захищеного виконання для приводу вентилятора подачею 9000 м<sup>3</sup>/год при тиску 981 Па. ККД вентилятора  $\eta_{\text{В}} = 0,35$ , частота обертання вентилятора 1450 об/хв.

**9.5.** Конвеєр працює в тривалому режимі. Вибрати двигун змінного струму з частотою обертання 2880 об/хв, який створює швидкість стрічки 3,5 м/с при тяговому зусиллі 1000 Н і ККД 96 %.

**9.6.** Для приводу механізму, що працює в тривалому режимі зі змінним навантаженням, вибрати асинхронний електродвигун з фазним ротором і номінальною частотою обертання 700 об/хв, який працює за таким графіком:

$$\begin{aligned}M_1 &= 203,8 \text{ Н} \cdot \text{м}, & t_1 &= 50 \text{ с}; \\M_2 &= 128,5 \text{ Н} \cdot \text{м}, & t_2 &= 20 \text{ с}; \\M_3 &= 300,1 \text{ Н} \cdot \text{м}, & t_3 &= 15 \text{ с}.\end{aligned}$$

**9.7.** Вибрати тип і потужність двигуна, що використовується для приводу механізму, який працює за таким графіком:

$$\begin{aligned}M_1 &= 600 \text{ Н} \cdot \text{м}, & t_1 &= 20 \text{ с}; \\M_2 &= 350 \text{ Н} \cdot \text{м}, & t_2 &= 10 \text{ с}; \\M_3 &= 150 \text{ Н} \cdot \text{м}, & t_3 &= 50 \text{ с}.\end{aligned}$$

За умов роботи механізму частота обертання 740 об/хв повинна бути постійною.

**9.8.** Визначити маховий і обертальний моменти двигуна, якщо його потужність 30 кВт, частота обертання 980 об/хв, а момент інерції  $0,82 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

**9.9.** Підйомний механізм працює в тривалому режимі з таким графіком навантаження:

$$\begin{aligned}P_1 &= 45,5 \text{ кВт}, & t_1 &= 20 \text{ с}; \\P_2 &= 40 \text{ кВт}, & t_2 &= 10 \text{ с}; \\P_3 &= 18 \text{ кВт}, & t_3 &= 50 \text{ с}; \\P_4 &= 75,5 \text{ кВт}, & t_4 &= 25 \text{ с}; \\P_5 &= 8 \text{ кВт}, & t_5 &= 45 \text{ с}.\end{aligned}$$

Вибрати електродвигун крана постійного струму послідовного збудження з частотою обертання 850 об/хв.

**9.10.** Визначити найвигідніше передавальне відношення для нерегульованого механізму, що споживає потужність 16,5 кВт і має частоту обертання вала 10 об/хв.

**9.11.** Знайти тип і частоту обертання вала двигуна постійного струму, що використовується для механізму потужністю 22 кВт з частотою обертання вала 35 об/хв. Напруга мережі 220 В.

**9.12.** Вибрати двигун з серії АО2 для редуктора з найвигіднішим передавальним відношенням. Потужність механізму 3,5 кВт, частота обертання вала 5 об/хв.

**9.13.** Користуючись каталогом електродвигунів змінного струму для повторно-короткочасного режиму роботи, визначити потужність

електродвигуна з частотою обертання вала 730 об/хв при навантаженні 18 кВт і  $TB\% = 31\%$ .

**9.14.** Користуючись каталогом двигунів трифазного струму єдиної серії АО2, обчислити потужність двигуна з частотою обертання 1440 об/хв відповідно до такого графіка:

$$\begin{array}{ll} P_1 = 10 \text{ кВт}, & t_1 = 15 \text{ с}; \\ P_2 = 0 \text{ кВт}, & t_2 = 40 \text{ с}; \\ P_3 = 10 \text{ кВт}, & t_3 = 15 \text{ с}; \\ P_4 = 0 \text{ кВт}, & t_4 = 40 \text{ с}. \end{array}$$

**9.15.** Визначити еквівалентний момент, еквівалентну потужність і вибрати двигун за потужністю, якщо частота обертання 1500 об/хв, загальний цикл роботи складає 15 с, а час роботи заданий таким графіком:

$$\begin{array}{ll} M_1 = 7,5 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_1 = 5 \text{ с}; \\ M_2 = 5,6 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_2 = 1 \text{ с}; \\ M_3 = 3,6 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_3 = 6 \text{ с}. \end{array}$$

**9.16.** Визначити потужність двигуна для машини, що працює в повторно-короткочасному режимі, відповідно до такого графіка:

$$\begin{array}{ll} M_1 = 200 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_1 = 0,5 \text{ с}; \\ M_2 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_2 = 10 \text{ с}; \\ M_3 = 150 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_3 = 0,6 \text{ с}. \end{array}$$

Загальний час перерви в роботі складає 4 с, а необхідна частота обертання 1440 об/хв.

**9.17.** Вибрати асинхронний двигун за потужністю для електропривода ліфта, якщо задані такі умови: вага кабіни 14500 Н, максимальний вантаж 17500 Н, противага 20000 Н, швидкість переміщення 0,25 м/с при ККД механізму 60 % і  $TB\% = 35\%$ .

**9.18.** Вибрати потужність двигуна для механізму, що працює в повторно-короткочасному режимі, за таким графіком:

$$\begin{array}{ll} M_1 = 588 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_1 = 5 \text{ с}; \\ M_2 = 345 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_2 = 17 \text{ с}; \\ M_3 = 155 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_3 = 11 \text{ с}. \end{array}$$

Час циклу 120 с, частота обертання вала механізму 720 об/хв.

**9.19.** Вибрати електродвигун для підйомного механізму, що працює в повторно-короткочасному режимі з важкими умовами пуску і з частотою обертання вала 725 об/хв. Механізм працює за таким графіком:



$$\begin{aligned}
 M_1 &= 859 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_1 &= 0,45 \text{ с;} \\
 M_2 &= 394 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_2 &= 36 \text{ с;} \\
 M_3 &= 672 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_3 &= 0,18 \text{ с.} \\
 M_4 &= 298 \text{ Н}\cdot\text{м}, & t_3 &= 19,5 \text{ с.}
 \end{aligned}$$

Загальний час циклу дорівнює 120 с.

**9.20.** Асинхронний трифазний двигун типа МТК має такі номінальні технічні дані: потужність 9,0 кВт, частота обертання 920 об/хв, напруга 380/220 В;  $TB_{\%} = 25 \%$ , ККД 81 %. Яку потужність зможе дати двигун при  $TB_{\%} = 40; 60 \%$  ?

**9.21.** Користуючись каталогом електродвигунів для повторно-короткочасного режиму роботи, визначити потужність двигуна постійного струму для механізму, що має такий графік навантаження:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 42 \text{ кВт}, & t_1 &= 9 \text{ с;} \\
 P_2 &= 29 \text{ кВт}, & t_2 &= 11 \text{ с;} \\
 P_3 &= 0 \text{ кВт}, & t_3 &= 75 \text{ с;} \\
 P_4 &= 65 \text{ кВт}, & t_4 &= 1,5 \text{ с;} \\
 P_5 &= 8 \text{ кВт}, & t_5 &= 25 \text{ с.}
 \end{aligned}$$

Частота обертання повинна регулюватися в межах 1200 – 1800 об/хв.

**9.22.** Двигун марки МТК має такі номінальні технічні дані: потужність 3,5 кВт, частота обертання 875 об/хв, напруга 380/220 В, номінальний струм 16,6/9,6 А,  $TB_{\%} = 25 \%$ , ККД – 70 %. Яку потужність зможе дати двигун, при  $TB_{\%} = 15; 40; 60 \%$  і тривалому режимі роботи?

**9.23.** Визначити відповідність краново-металургійного трифазного асинхронного короткозамкненого електродвигуна МТКФ–411–6 (його номінальні дані:  $TB_{\text{НОМ}} = 40 \%$ ;  $P_{2\text{НОМ}} = 22 \text{ кВт}$ ;  $n_{2\text{НОМ}} = 965 \text{ об/хв}$ ;  $M_{\text{max}} = 650 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ) механізму, що працює в повторно-короткочасному режимі роботи за графіком навантаження (рис. 9.3). Діаграма дана без урахування махового моменту інерції електродвигуна. Коефіцієнт  $K_u$ , що враховує можливе зниження напруги, дорівнює 0,9.

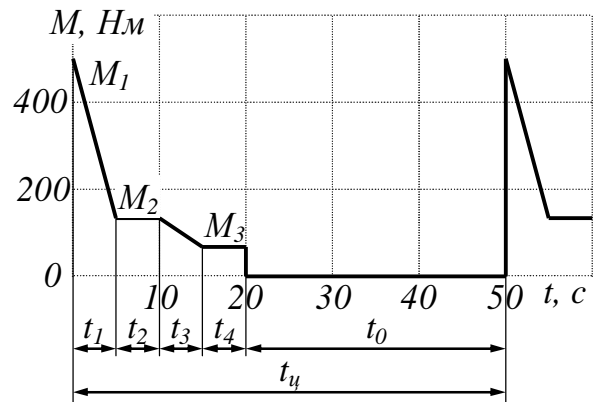


Рис. 9.3

## Глава 10. НАПІВПРОВІДНИКОВІ ПРИЛАДИ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

#### Діод

Опір діода постійному струму

$$R_o = U_d / I_d, \quad (10.1)$$

де  $U_d$  – пряма напруга на діоді, В;  $I_d$  – прямий струм через діод, А.

Опір діода змінному струму (диференціальний опір)

$$R_i = \Delta U_d / \Delta I_d, \quad (10.2)$$

де  $\Delta U_d$  – зміна прямої напруги, В;  $\Delta I_d$  – зміна прямого струму під дією зміни прямої напруги, А.

Крутизна вольт-амперної характеристики діода

$$S = \Delta I_d / \Delta U_d. \quad (10.3)$$

Потужність втрат на аноді діода

$$P_d = I_d U_d. \quad (10.4)$$

#### Стабілітрон

Опір обмежувального резистора  
(рис.10.1)

$$R_{обм} = \frac{U_{вх} - U_{ст}}{I_{ст} + I_H}, \quad (10.5)$$

де  $U_{вх}$  – напруга на вході стабілітрона;  
 $U_{ст}$ ,  $I_{ст}$  – напруга і струм стабілізації;  $I_H$  – струм навантаження.

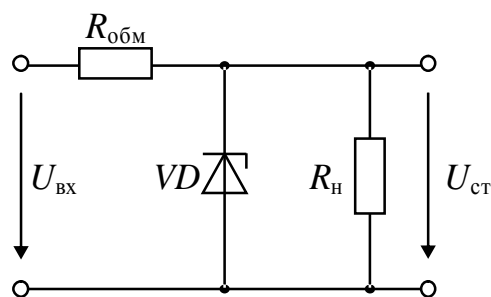


Рис. 10.1

#### Транзистор

Вхідний опір транзистора змінному струму

$$R_{вх} = \Delta U_{вх} / \Delta I_{вх}, \quad (10.6)$$

де  $\Delta U_{вх}$  – зміна вхідної напруги, В;  $\Delta I_{вх}$  – зміна вхідного струму під дією зміни вхідної напруги, А.

Коефіцієнт посилення струму бази у схемі із загальним емітером

$$h_{21E} = \Delta I_K / \Delta I_B. \quad (10.7)$$

Коефіцієнт передачі струму емітера у схемі із загальною базою

$$h_{21Б} = \Delta I_K / \Delta I_E, \quad (10.8)$$

де  $\Delta I_K$ ,  $\Delta I_B$ ,  $\Delta I_E$  – відповідно зміни струмів колектора, бази й емітера.

Зв'язок між коефіцієнтом посилення струму бази і коефіцієнтом передачі струму емітера

$$h_{21E} = h_{21Б} / (1 - h_{21Б}). \quad (10.9)$$

Потужність втрат на колекторі

$$P_K = I_K U_K, \quad (10.10)$$

де  $I_K$  – струм колектора, А;  $U_K$  – напруга на колекторі, В.

### Фотоелектронні прилади

Питома чутливість фоторезистора

$$K_o = I_\phi / (\Phi U), \quad (10.11)$$

де  $I_\phi$  – фотострум, мкА;  $\Phi$  – світловий потік, лм;  $U$  – робоча напруга, В.

Інтегральна чутливість:  
– фоторезистора

$$K_\phi = I_\phi / \Phi; \quad (10.12)$$

– фотодіода

$$K_o = I_d / \Phi, \quad (10.13)$$

де  $I_d$  – фотострум діода, мкА;  $\Phi$  – світловий потік, лм.

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**10.1.** Стабілітрон увімкнено за схемою (рис. 10.1). Визначити струм, що проходить через стабілітрон, якщо відомі:  $R_{обм} = 200$  Ом;  $R_H = 1$  кОм;  $U_{вх} = 16$  В;  $U_{ст} = 10,5$  В.

**Розв'язок.** З виразу (10.1) знайдемо загальний струм, що проходить через обмежувальний опір, тобто:

$$I_{обм} = (U_{вх} - U_{ст}) / R_{обм} = (16 - 10,5) / 200 = 27,5 \text{ мА}.$$

Струм, що проходить через навантаження

$$I_H = U_{ст} / R_{обм} = 10,5 / 1000 = 10,5 \text{ мА};$$

Струм, що проходить через стабілітрон

$$I_{ст} = I_{общ} - I_{н} = 27,5 - 10,5 = 17 \text{ мА.}$$

**10.2.** У транзисторі КТ315А, увімкненому за схемою із загальним емітером, струм бази змінився на 0,1 мА. Визначити зміну струму емітера, якщо коефіцієнт передачі струму бази  $h_{12} = 0,975$ .

**Розв'язок.** Визначаємо зміну струму колектора, а саме:

$$\Delta I_K = h_{21E} \Delta I_B = \frac{h_{21B} \Delta I_B}{1 - h_{21B}} = \frac{0,97 \cdot 0,1}{1 - 0,975} = 3,9 \text{ мА.}$$

Знаходимо зміну струму емітера, тобто:

$$\Delta I_E = \Delta I_K + \Delta I_B = 3,9 + 0,1 = 4,0 \text{ мА}$$

**10.3.** За сімейством вихідних характеристик транзистора КТ339А (рис. 10.2) у схемі із загальним емітером визначити струм бази і напругу на колекторі в робочій точці А, в якій струм колектора дорівнює 6 мА, а потужність, що розсіюється на колекторі, становить 72 мВт.

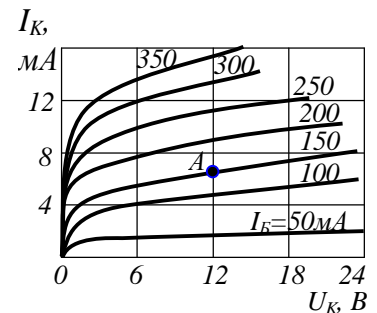


Рис. 10.2

**Розв'язок.** Напруга на колекторі

$$U_K = \frac{P_K}{I_K} = \frac{72 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} = 12 \text{ В.}$$

Отже, положення робочої точки А на вихідних характеристиках визначається величиною  $I_K = 6 \text{ мА}$ . Знаходимо положення робочої точки А на вихідних характеристиках транзистора КТ339А (рис. 10.2) і визначаємо струм бази, який дорівнює 150 мкА.

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

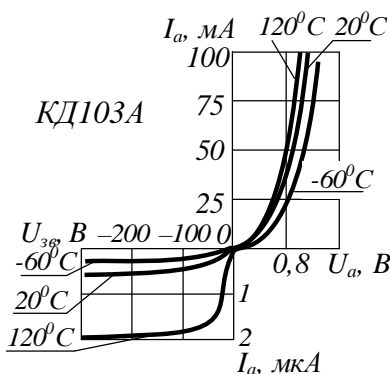


Рис. 10.3

**10.1.** За вольт-амперною характеристикою кремнієвого випрямного діода КД103А при  $t = 20^\circ\text{C}$  (рис. 10.3) визначити опір постійному струму при прямому вмиканні для напруг 0,4; 0,6; 0,8 В. Побудувати графік залежності  $R_d = f(U_{пр})$ .

**10.2.** Використовуючи вольт-амперну характеристику діода КД103А при  $t = 20^\circ\text{C}$  (рис. 10.3), визначити опір постійному струму при зворотному вмиканні для напруг  $U_{зв} = -50; -100; -200 \text{ В}$ . Побудувати графік залежності  $R_d = f(U_{зв})$ .

**10.3.** Побудувати графічні залежності опору постійному струму діода КД103А при прямому вмиканні від температури навколишнього середовища, використовуючи характеристики, зображені на рис. 10.3, для  $U_{пр} = 0,4; 0,6; 0,8$  В.

**10.4.** Використовуючи вольт-амперну характеристику діода КД103А при  $t = 20^\circ\text{C}$  (рис. 10.3), визначити диференціальний опір і крутизну прямої вітки для напруги  $U_{пр} = 0,8$  В.

**10.5.** Визначити диференціальний опір і крутизну зворотної вітки вольт-амперної характеристики діода КД103А при  $t = 20^\circ\text{C}$  (рис. 10.3) для напруги  $U_{обр} = -50$  В.

**10.6.** Побудувати графік залежності опору постійному струму діода КД103А при зворотному вмиканні від температури навколишнього середовища, використовуючи вольт-амперні характеристики (рис. 10.3), для напруги  $U_{обр} = -50; -100$  В.

**10.7.** За вольт-амперними характеристиками діода КД103А (рис. 10.3) визначити зміни прямого струму при зміні температури від  $-60$  до  $+120^\circ\text{C}$  для значень  $U_{пр} = 0,4; 0,6; 0,8, 1$  В.

**10.8.** За вольт-амперними характеристиками діода КД103А (рис. 10.3) визначити зміну зворотного струму при зміні температури від  $-60$  до  $+120^\circ\text{C}$  для значень  $U_{обр} = -50; -100; -200$  В.

**10.9.** Для діода Д312 при зміні прямої напруги від  $0,2$  до  $0,8$  В прямий струм збільшується від  $2,5$  до  $16$  мА. Визначити крутизну характеристики і диференціальний опір діода.

**10.10.** Визначити зміну прямого струму для діода Д311А, якщо відомо, що при зміні прямої напруги від  $0,2$  до  $0,6$  В крутизна характеристики становить  $150$  мСм.

**10.11.** При зміні прямої напруги від  $0,2$  до  $0,4$  В диференціальний опір діода становить  $36,4$  Ом. Визначити зміну прямого струму діода.

**10.12.** У скільки разів зміниться прямий струм діода КД103А при збільшенні температури від  $-60$  до  $120^\circ\text{C}$  для  $U_{пр} = 0,4; 0,6; 0,8$  В? Вольт-амперні характеристики діода КД103А наведені на рис. 10.3.

**10.13.** Використовуючи вольт-амперні характеристики діода КД103А (рис. 10.3), визначити зміну зворотного струму діода при збільшенні температури від  $-60$  до  $120^\circ\text{C}$  для значень  $U_{зв} = -50; -100; -200$  В.

**10.14.** Визначити, на скільки зміниться прямий опір опорного діода Д814А, якщо при струмі стабілізації  $5$  мА напруга стабілізації змінюється від  $7$  до  $8,5$  В.

**10.15.** Яку напругу можна стабілізувати на навантаженні при послідовному ввімкненні двох стабілітронів Д814Г, кожний з яких має напругу стабілізації 10 – 12 В?

**10.16.** Як можна ввімкнути в електричне коло два однотипні напівпровідникові діоди, кожний з яких розрахований на максимально допустимий струм 100 мА, якщо в колі проходить струм 150 мА?

**10.17.** Для діодів КД103А найбільша зворотна напруга 50 В. Як можна ввімкнути такі діоди в коло, в якому діє напруга 80 В?

**10.18.** Для стабілізації напруг на навантаженні 15 кОм використовують стабілітрон, напруга стабілізації якого 10,6 В, середній струм 17,5 мА. Визначити опір обмежувального резистора, якщо середнє значення напруги джерела живлення 25 В.

**10.19.** Два однакові стабілітрони ввімкнено послідовно для стабілізації напруги 21 В. Визначити опір обмежувального резистора, якщо через кожний стабілітрон проходить струм 25 мА; опір навантаження 2,1 кОм. Напруга на вході схеми 28 В.

**10.20.** Для транзистора КТ312А зворотний струм колектора 10 мкА при напрузі 15 В. Визначити зворотний опір колекторного переходу постійному струму.

**10.21.** Для транзистора КТ312А потужність, що розсіюється на колекторі, дорівнює 225 мВт. Використовуючи сімейство вихідних характеристик транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером (рис. 10.4), визначити робочу ділянку, враховуючи, що найбільша допустима напруга на колекторі 20 В.

**10.22.** Для транзистора КТ312А статичний коефіцієнт посилення струму бази  $10 \div 100$ . Визначити, в яких межах може змінюватися коефіцієнт передачі струму емітера.

**10.23.** Для транзистора ГТ109А коефіцієнт передачі струму емітера  $0,95 \div 0,98$ . Визначити, в яких межах може змінюватися коефіцієнт посилення струму бази.

**10.24.** Використовуючи сімейство вихідних характеристик транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером (рис. 10.4), встановити значення струму колектора при напрузі на колекторі 15 В для значень струму бази 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 мА. Побудувати графік залежності  $I_K = f(I_B)$ .

**10.25.** За сімейством вихідних характеристик транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером (рис. 10.4) встановити значення коефі-

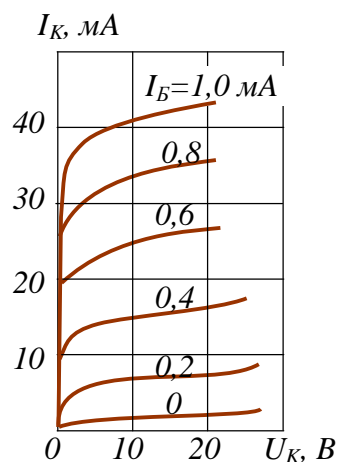


Рис. 10.4

цієнтів посилення струму бази при напругах на колекторі 5; 10; 15 В і струмі бази 0,4 мА. Побудувати залежність  $h_{21E} = f(U_K)$ .

**10.26.** За вхідною характеристикою транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером встановити вхідний опір змінному струму  $R_{вх}$  при напрузі на колекторі 5 В і напругах на базі 0,3; 0,4; 6,5 В. Побудувати залежність  $R_{вх} = f(U_B)$ .

**10.27.** За сімейством вихідних характеристик транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером визначити значення коефіцієнта посилення струму бази  $h_{21E}$  при напрузі на колекторі 15 В для струмів бази 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 мА. Побудувати графік залежності  $h_{21E} = f(U_K)$ .

**10.28.** Використовуючи сімейство вихідних характеристик транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером (рис 10.4), визначити вихідний опір транзистора при струмі бази 0,6 мА і напругах на колекторі 5; 10; 15 В. Побудувати графік залежності  $R_{вих} = f(U_K)$ .

**10.29.** За сімейством вихідних характеристик транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером (рис. 10.4) визначити вихідний опір транзистора при напрузі на колекторі 10 В і струмах бази 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 мА. Побудувати графік залежності  $R_{вих} = f(I_B)$ .

**10.30.** За сімейством вихідних характеристик транзистора КТ312А у схемі із загальним емітером (рис. 10.4) визначити напругу на колекторі, при якій проходить струм колектора 31,5 мА, а струм бази 0,8 мА. Оцініть потужність, що розсіюється колектором в даному режимі.

**10.31.** Для транзистора КТ339А, ввімкненого за схемою із загальною базою, при зміні струму емітера на 10 мА струм колектора змінюється на 9,7 мА. Визначити коефіцієнт посилення струму для транзистора у схемі із загальним емітером.

**10.32.** На рис. 10.5 зображено сімейство вихідних характеристик транзистора ГТ403А у схемі із загальною базою. Визначити коефіцієнт передачі струму емітера для напруги на колекторі 8 В і струмів емітера 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 А. Побудувати графік залежності  $h_{21B} = f(I_E)$ .

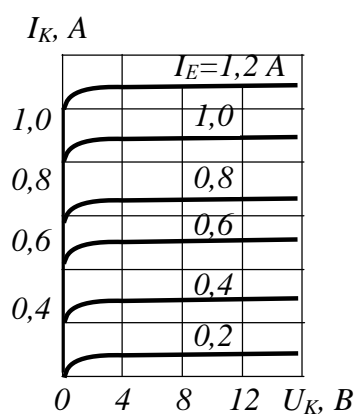


Рис. 10.5

**10.33.** За вхідною характеристикою транзистора ГТ403А у схемі із загальною базою (рис. 10.6) визначити вхідний опір змінному струму, якщо відомо, що струм емітера змінюється в межах від 0,15 до 0,35 А.

**10.34.** Використовуючи вхідну характеристику транзистора ГТ403А у схемі із загальною базою (рис. 10.6), визначити вхідний опір постійному струму для напруг 0,2; 0,4; 0,6 В.

**10.35.** Використовуючи вхідну характеристику транзистора ГТ403А, ввімкненого у схемі із загальною базою (рис. 10.6), визначити вхідний опір змінному струму при напругах  $U_E = 0,2; 0,4; 0,6$  В.

**10.36.** Для транзистора ГТ403А, ввімкненого за схемою із загальним емітером, струм колектора змінюється на 140 мА, а струм емітера – на 145 мА. Визначити коефіцієнт посилення струму бази.

**10.37.** Для транзистора КТ315А, ввімкненого за схемою із загальним емітером, вхідний опір змінному струму  $R_{вх} = 160$  Ом. Визначити вхідний опір транзистора у схемі із загальною базою, якщо коефіцієнт передачі струму емітера 0,96.

**10.38.** Для транзистора КТ339А, сімейство вихідних характеристик якого у схемі із загальним емітером зображено на рис. 10.2, визначити струми колектора і бази в робочій точці А, якщо напруга на колекторі 10 В, а опір постійному струму 1,25 кОм.

**10.39.** Використовуючи сімейство вихідних характеристик транзистора КТ339А у схемі із загальним емітером (див. рис. 10.2), визначити струм бази і напругу на колекторі в робочій точці А, якщо струм колектора 12 мА, а опір постійному струму  $R_o = 333$  Ом.

**10.40.** За сімейством вихідних характеристик транзистора МП41 у схемі із загальною базою (рис. 10.7) визначити зміну струму колектора, якщо при напрузі колектора 10 В струм емітера міняється від 15 до 35 мА.

**10.41.** Для транзистора МП41 у схемі із загальною базою, сімейство вихідних характеристик якого наведено на рис. 10.7, визначити в робочій точці А струм емітера, струм колектора і напругу на колекторі, якщо потужність втрат на колекторі  $P_K = 150$  мВт, а опір постійному струму  $R_o = 402$  Ом.

**10.42.** Використовуючи сімейство вихідних характеристик транзистора

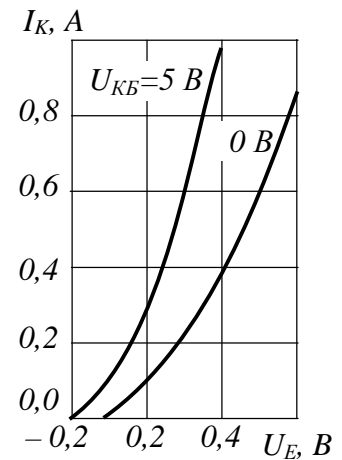


Рис. 10.6

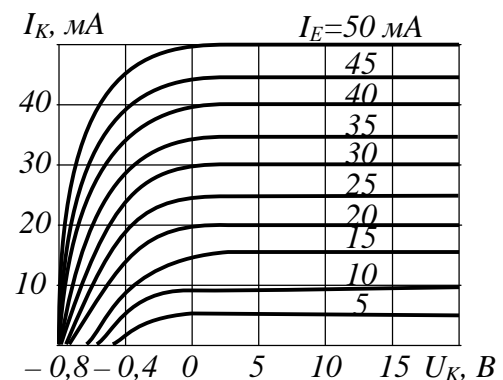


Рис. 10.7



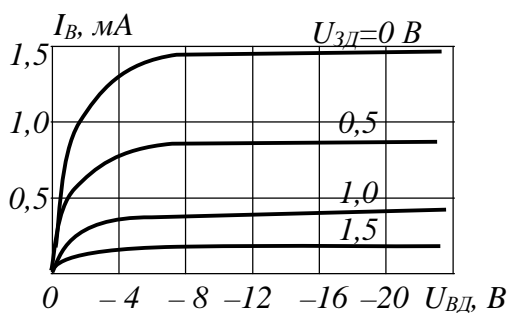


Рис. 10.8

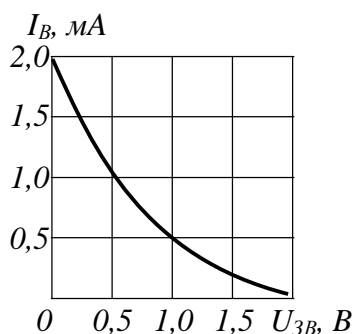


Рис. 10.9

МП41 у схемі із загальною базою (рис. 10.7), визначити потужність, що розсіюється на колекторі, при напрузі 5 В і струмі емітера 30 мА.

**10.43.** За сімейством вихідних (витокових) характеристик польового транзистора КП103И (рис. 10.8) визначити робочу ділянку, якщо найбільша потужність, що розсіюється витоком,  $P_{Вmax} = 120$  мВт.

**10.44.** За сімейством вихідних (витокових) характеристик польового транзистора КП103И (рис. 10.8) побудувати витокозатворну характеристику  $I_B = f(U_{ЗД})$  для напруги  $U_{ВД} = 10$  В.

**10.45.** Для польового транзистора КП103И (рис. 10.8) визначити опір постійному струму  $R_o$  при напрузі  $U_{ВД} = 10$  В і напругах  $U_{ЗД} = 0,5; 1,0; 1,5$  В.

**10.46.** За витокозатворною характеристикою польового транзистора КП103И (рис. 10.9) визначити крутизну характеристики при  $U_{ЗД} = 1,5; 1,0; 0,5$  В. Побудувати залежність  $S = f(U_{ЗД})$ .

**10.47.** Користуючись вольт-амперними характеристиками фотоеlementів (рис. 10.10), побудувати світлові характеристики  $I = f(\Phi)$  при напрузі живлення 180 В.

**10.48.** Питома чутливість фоторезистора  $K_o = 300$  мкА/мВ при напрузі 15 В. Визначити його інтегральну чутливість.

**10.49.** Визначити фотострум діода, якщо на нього падає світловий потік  $\Phi = 0,02$  лм, а інтегральна чутливість  $K_\phi = 15000$  мкА/лм.

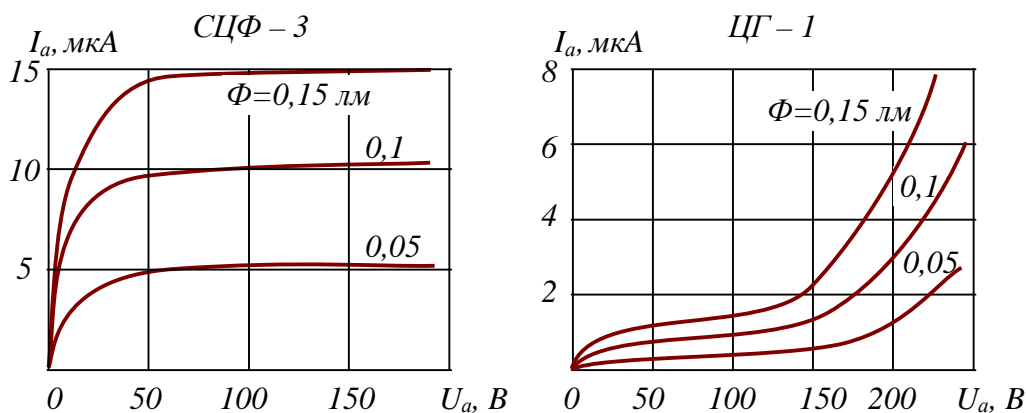


Рис. 10.10

## Глава 11. ВИПРЯМЛЯЧІ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

Випрямлена напруга для однопівперіодного випрямляча (рис. 11.1)

$$U_d = \frac{U_{2m}}{\pi}, \quad (11.1)$$

де  $U_{2m}$  – амплітуда напруги вторинної обмотки трансформатора.

Випрямлена напруга для двопівперіодного випрямляча з середньою точкою (рис. 11.2) і мостової схеми (див. рис. 11.3)

$$U_d = \frac{2U_{2m}}{\pi}, \quad (11.2)$$

де  $U_{2m}$  – амплітуда напруги вторинної обмотки трансформатора.

Найбільша зворотна напруга, прикладена до діода:

– для однопівперіодного випрямляча з середньою точкою і мостової схеми (рис. 11.2)

$$U_{звор} = 2U_{2m}; \quad (11.3).$$

– для двопівперіодного випрямляча (мостової схеми (рис. 11.3)

$$U_{звор} = U_{2m}. \quad (11.4)$$

Коефіцієнт пульсацій випрямленої напруги

$$\epsilon_{\Pi} = \frac{U_{1m}}{U_d}, \quad (11.5)$$

де  $U_{1m}$  – амплітуда першої гармоніки напруги на навантаженні.

Коефіцієнт згладжування

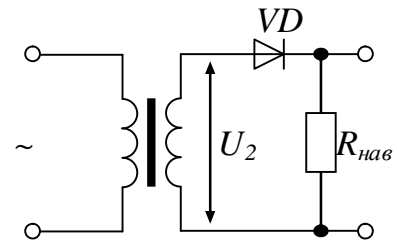


Рис. 11.1

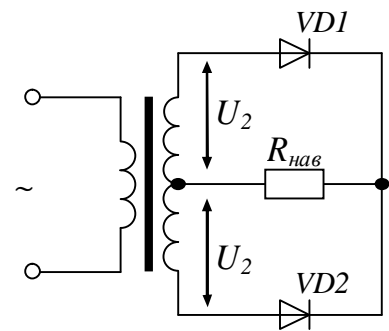


Рис. 11.2

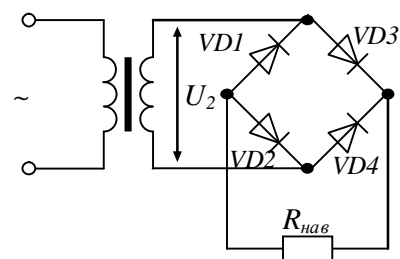


Рис. 11.3

$$q = \frac{\varepsilon_{\text{п.вх}}}{\varepsilon_{\text{п.вих}}}, \quad 11.6)$$

де  $\varepsilon_{\text{п.вх}}$ ,  $\varepsilon_{\text{п.вих}}$  – коефіцієнти пульсацій на вході й виході згладжувального фільтра.

### **ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ**

**11.1.** У схемі однопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.1) через діод проходить випрямлений струм 75 мА. Визначити опір навантаження, якщо амплітуда напруги вторинної обмотки трансформатора 220 В.

*Розв'язок.* Згідно з (11.1) випрямлена напруга на навантаженні

$$U_d = \frac{U_{2m}}{p}$$

$$\text{Опір навантаження } R_{\text{нав}} = \frac{U_d}{I_d} = \frac{U_{2m}}{pI_d} = \frac{220}{p \cdot 0,075} = 850 \text{ Ом.}$$

**11.2.** Амплітуда напруги вторинної обмотки трансформатора двопівперіодної схеми випрямляча (рис. 11.2) 210 В. Визначити випрямлений струм, що проходить через кожний діод, якщо опір навантаження 510 Ом.

*Розв'язок.* Згідно з (11.2) випрямлена напруга

$$U_d = \frac{2U_{2m}}{p}$$

Струм, що проходить через діод

$$I_d = \frac{U_d}{2 \cdot R_{\text{нав}}} = \frac{2U_{2m}}{2 \cdot R_{\text{нав}} \cdot p} = \frac{U_{2m}}{R_{\text{нав}} \cdot p} = \frac{210}{510 \cdot p} = 0,131 \text{ А.}$$

**11.3.** Для схеми двопівперіодного випрямляча з індуктивним згладжувальним фільтром (рис. 11.4) визначити коефіцієнт згладжування, якщо відомо, що амплітуда напруги вторинної обмотки трансформатора 300 В, випрямлений струм, що проходить через навантаження, 200 мА, частота мережі 50 Гц, індуктивність дроселя 10 Гн.

*Розв'язок.* Випрямлена напруга на навантаженні

$$U_d = \frac{2U_{2m}}{p} = \frac{2 \cdot 300}{p} = 191 \text{ В.}$$

Опір навантаження

$$R_{\text{нав}} = \frac{U_d}{I_d} = \frac{191}{0,200} = 955 \text{ Ом.}$$

*Коефіцієнт згладжування*

$$q = \frac{e_{\text{п. вх}}}{e_{\text{п. вих}}} = \frac{X_{I\phi}}{R_{\text{нав}}} = \frac{2pf_c L_{\phi}}{R_{\text{нав}}} = \frac{2p \cdot 50 \cdot 10}{955} = 6,6.$$

### **ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ**

**11.1.** У схемі однопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.1) на навантаженні 510 Ом постійна напруга 100 В. Чи правильно вибраний діод Д205, для якого максимальна зворотна напруга 400 В, а найбільший випрямлений струм 400 мА?

**11.2.** Для схеми однопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.1) визначити випрямлену напругу, якщо амплітуда напруги первинної обмотки трансформатора 220 В, коефіцієнт трансформації 1.43.

**11.3.** Для схеми однопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.1) визначити постійну напругу на навантаженні, якщо на вторинній обмотці трансформатора 250 В.

**11.4.** У схемі двопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.2) через навантаження проходить постійний струм 600 мА. Чи можна в схемі використовувати діоди типу Д229В, у яких найбільший середній прямий струм не перевищує 400 мА?

**11.5.** Визначити частоту пульсації першої гармоніки напруги на навантаженні двопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.2), якщо напруга первинної обмотки трансформатора має частоту 400 Гц?

**11.6.** Для схеми двопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.2) визначити випрямлену напругу на навантаженні, якщо діюче значення напруги вторинної обмотки трансформатора 120 В.

**11.7.** У схемі двопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.2) зворотна напруга, яка діє на кожному діоді, складає 47 В. Визначити випрямлену напругу на навантаженні.

**11.8.** Визначити амплітуду змінної напруги на навантаженні в схемі двопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.2), якщо випрямлений струм, що проходить через кожний діод, 70 мА, а опір навантаження 39 Ом.

**11.9.** Частота коливань пульсації випрямленої напруги в схемі двопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.2) 2 кГц. Яка частота живильної мережі?

**11.10.** Визначити випрямлену напругу на навантаженні двопівперіодної мостової схеми випрямляча (рис. 11.3), якщо амплітуда напруги первинної обмотки трансформатора 150 В, а коефіцієнт трансформації трансформатора 2.

**11.11.** У двопівперіодній мостовій схемі випрямляча (рис. 11.4) зворотна напруга на діодах 235,5 В. Визначити струм, що проходить через кожний діод, якщо опір навантаження 390 Ом.

**11.12.** Визначити діюче значення напруги вторинної обмотки трансформатора в схемі двопівперіодного мостового випрямляча (рис. 11.3), якщо через кожний діод тече струм 150 мА, а опір навантаження 430 Ом.

**11.13.** Для двопівперіодної мостової схеми випрямляча (рис. 11.4) визначити зворотну напругу на діодах, якщо через кожний діод тече струм 250 мА, а опір навантаження 610 Ом.

**11.14.** Побудувати схему двопівперіодного мостового випрямляча із згладжувальним фільтром ємності й визначити коефіцієнт згладжування за умови що амплітуда напруги вторинної обмотки трансформатора 250 В, випрямлений струм, що проходить через кожний діод, 50 мА, частота мережі 400 Гц, ємність конденсатора фільтра 10 мкФ.

**11.15.** У схему однопівперіодного випрямляча (див. рис. 11.1) увімкнено згладжувальний ємнісний фільтр. Визначити ємність конденсатора фільтра, якщо опір навантаження 820 Ом, частота мережі 50 Гц, коефіцієнт згладжування 10.

**11.16.** У схему однопівперіодного випрямляча (см рис. 11.1) увімкнено індуктивний згладжувальний фільтр. Визначити індуктивність дроселя, якщо випрямлений струм 75 мА, випрямлена напруга 12 В, частота мережі 400 Гц, коефіцієнт згладжування 15.

**11.17.** У схему двопівперіодного мостового випрямляча (рис. 11.3) увімкнений згладжувальний індуктивно-ємнісний фільтр. Визначте елементи фільтра  $L_{\phi}$ ,  $C_{\phi}$ , якщо випрямлений струм, який проходить через кожний діод, 100 мА, випрямлена напруга на навантаженні 150 В, частота мережі 50 Гц, коефіцієнт згладжування  $q = q_L \cdot q_C = 100$ .

## Глава 12. ТРАНЗИСТОРНІ ПІДСИЛЮВАЧІ

## ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

Коефіцієнт підсилення за напругою

$$K_U = \frac{U_{\text{ВИХ}}}{U_{\text{ВХ}}}, \quad (12.1)$$

де  $U_{\text{ВИХ}}$ ,  $U_{\text{ВХ}}$  – напруги на виході та вході підсилювача.

Коефіцієнт підсилення за напругою, виражений у децибелах

$$K_{\text{дБ}} = 20 \lg K_U. \quad (12.2)$$

Коефіцієнт підсилення багатокаскадного підсилювача

$$K = K_1 K_2 \mathbf{K} K_n$$

або

$$K_{\text{дБ}} = K_{1\text{дБ}} + K_{2\text{дБ}} + \mathbf{K} + K_{n\text{дБ}}, \quad (12.3)$$

де  $K_1, K_2, \dots, K_n$  – коефіцієнти підсилення окремих каскадів.

Коефіцієнт частотних спотворень підсилювального каскаду

$$M = \frac{K_0}{K}, \quad (12.4)$$

де  $K_0$  – коефіцієнт підсилення на середніх частотах;  $K$  – коефіцієнт підсилення на якій-небудь частоті робочого діапазону.

Коефіцієнт частотних спотворень, виражений в децибелах

$$M_{\text{дБ}} = 20 \lg M. \quad (12.5)$$

Коефіцієнт частотних спотворень багатокаскадного підсилювача

$$M_{\text{заг.}} = M_1 M_2 \mathbf{K} M_n \quad (12.6)$$

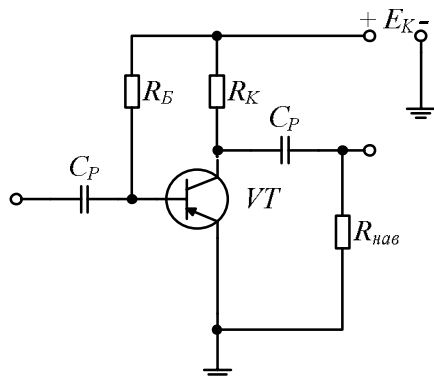


Рис. 12.1

або

$$M_{\text{заг.дБ}} = M_{1\text{дБ}} + M_{2\text{дБ}} + \mathbf{K} + M_{n\text{дБ}}.$$

Коефіцієнт підсилення транзисторного каскаду на середніх частотах (рис. 12.1)

$$K_0 = h_{21E} \frac{R_{\text{наг}}}{R_{\text{ВХ}}}, \quad (12.7)$$

## 12. Транзисторні підсилювачі

де  $h_{21E}$  – статичний коефіцієнт підсилення струму бази в схемі із загальним емітером;  $R_{\text{нав}}$  – опір навантаження, Ом;  $R_{\text{вх}}$  – вхідний опір транзистора, Ом.

Напруга зсуву в транзисторному каскаді при використанні схеми емітерної температурної стабілізації (рис. 12.2)

$$U_{\text{BE}} = I_{\text{діл}} R_2 - I_{\text{E0}} R_E, \quad (12.8)$$

де  $I_{\text{діл}} = \frac{E_K}{R_1 + R_2}$  – постійний струм діляника

в колі бази транзистора;  $I_{\text{E0}}$  – постійна складова струму емітера, А.

Ємність блокувального конденсатора в колі катода (емітера)

$$C \geq \frac{10}{2\pi f_H R}, \quad (12.9)$$

де  $f_H$  – нижня частота спектра коливань, які підсилюються, Гц;  $R$  – опір резистора в колі катода (емітера), Ом.

Електричний ККД підсилювача

$$\eta = \frac{P_{\text{вих}}}{P_0}, \quad (12.10)$$

де  $P_{\text{вих}}$  – вихідна потужність підсилювача;  $P_0$  – потужність, що витрачається джерелом живлення колектора.

Потужність на навантаженні

$$P_{\text{нав}} = \eta_T P_{\text{вих}}, \quad (12.11)$$

де  $\eta_T$  – ККД вихідного трансформатора;  $P_{\text{вих}}$  – потужність, що віддається транзистором.

Опір навантаження, приведений до параметрів первинної обмотки трансформатора (рис. 12.3)

$$R'_{\text{нав}} = \frac{R_{\text{нав}}}{k^2}, \quad (12.12)$$

де  $R_{\text{нав}}$  – опір навантаження;  $k$  – коефіцієнт трансформації вихідного трансформатора.

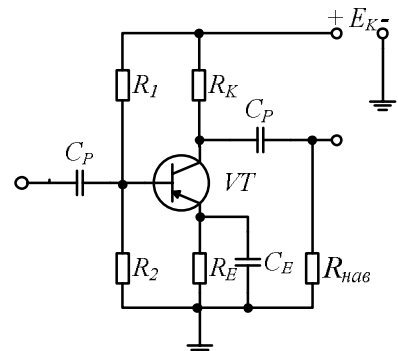


Рис. 12.2

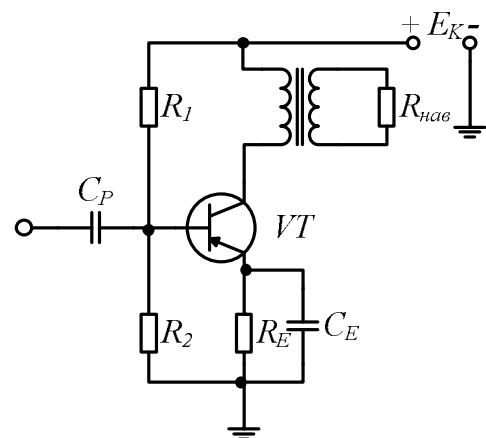


Рис. 12.3

Коефіцієнт підсилення каскаду, охопленого негативним зворотним зв'язком (НЗЗ)

$$K_0^* = \frac{K_0}{1 + K_{зз} K_0}, \quad (12.13)$$

де  $K_0$  – коефіцієнт підсилення каскаду до введення НЗЗ;  $K_{зз}$  – коефіцієнт зворотного зв'язку.

Добротність коливального контуру

$$Q = \frac{Z_{хв}}{r_K}, \quad (12.14)$$

де  $Z_{хв}$  – хвильовий опір контуру, Ом;  $r_K$  – опір втрат, Ом.

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**12.1.** На низькій граничній частоті двокаскадного підсилювача коефіцієнт частотних спотворень другого каскаду 1,3 при загальному коефіцієнті частотних спотворень 1,41. На середніх частотах підсилення підсилювача 200, а підсилення другого каскаду 10. Визначити напругу на виході першого каскаду на нижній граничній частоті, якщо вхідна напруга підсилювача для всіх частот однакова і складає 50 мВ.

*Розв'язок.* Напруга на виході першого каскаду на середніх частотах

$$U_{\text{вих}} = U_{\text{вх}} K_{01} = U_{\text{вх}} \frac{K_0}{K_{02}} = 0,050 \frac{200}{10} = 1 \text{ В.}$$

На нижній граничній частоті напруга на виході першого каскаду

$$U_{\text{вихн1}} = \frac{U_{\text{вих1}}}{M_{\text{н1}}} = \frac{U_{\text{вих1}}}{M_{\text{н}}/M_{\text{н2}}} = \frac{1}{1,41/1,31} = 0,92 \text{ В.}$$

**12.2.** Підсилювач на транзисторі ГТ308А зібраний за схемою (рис. 12.2). Користуючись вхідними і вихідними характеристиками транзистора ГТ308А (рис. 12.4, а, б), визначити положення робочої точки А, якщо відомо, що  $R_K = 240$  Ом,  $R_1 = 3$  кОм, Ом,  $E_K = 10$  В.

*Розв'язок.* Визначаємо напругу зсуву бази:

$$U_{\text{БЕ}} = E_K \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \cdot \frac{100}{3000 + 100} = 0,32 \text{ В.}$$

За вхідною характеристикою транзистора при напрузі  $U_K = 2,5$  В і  $U_{\text{БЕ}} = 0,32$  В знаходимо струм бази в робочій точці:  $I_{\text{Б0}} = 0,6$  мА.



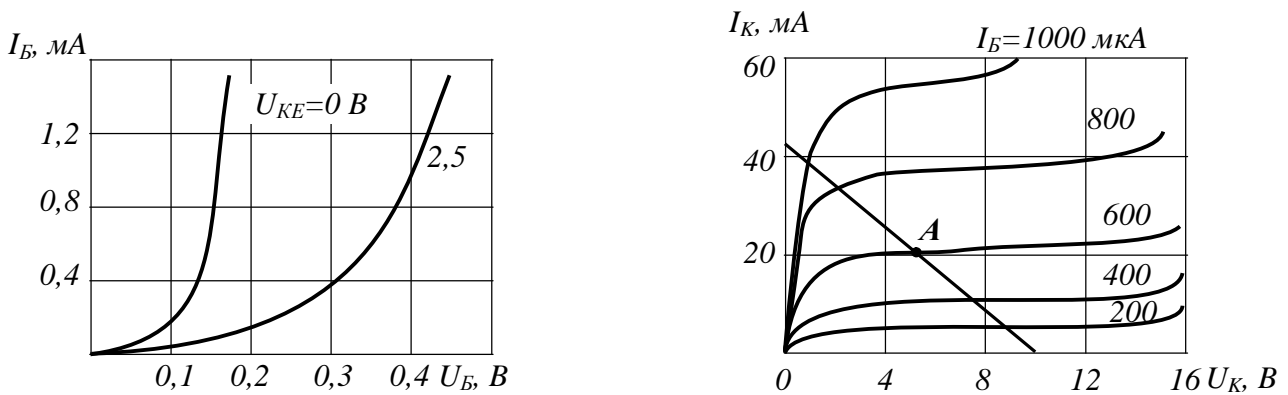


Рис. 12.4

На вихідних характеристиках транзистора будемо пряму навантаження в точках  $I_K = 0$  при  $U_K = E_K = 10$  В і  $I_K = \frac{E_K}{R_K} = \frac{10}{240} = 0,042$  мА при  $E_K = 0$ .

Робоча точка А є точкою перетину прямої навантаження з вихідною характеристикою для  $I_{B0} = 0,6$  мА. У робочій точці А  $I_{K0} = 21$  мА,  $U_K = 4,7$  В.

**12.3.** З розрахунку підсилювального каскаду (див. рис. 12.2) відомо, що струм бази 50 мкА, струм емітера 5 мА, напруга  $U_{BE} = 0,8$  В, напруга живлення 10 В. Розрахувати елементи температурної стабілізації.

**Розв'язок.** Для збільшення стабілізуючої дії схеми опір резистора  $R_E$  слід вибирати якомога більшим. Проте при збільшенні  $R_E$  зменшується напруга на транзисторі  $U_K$ . Тому  $R_E$  визначаємо з умови, що

$$U_E = I_{E0} R_E = (0,1 \div 0,2) E_K.$$

Вибираємо  $U_E = 0,2 E_K = 2$  В, тоді Ом.

Таким чином, для отримання необхідної напруги  $U_{BE} = 0,8$  В необхідно на ділянці напруги забезпечити співвідношення  $U_{діл} = U_E + U_{BE} = 2,8$  В.

Опори резисторів  $R_1$  і  $R_2$  вибираємо так, щоб струм діляника  $I_{діл} = \frac{E_K}{R_1 + R_2}$  був набагато більшим від струму бази  $I_{B0}$  і щоб зміни останнього не впливали на напругу  $U_{діл}$ . Звичайно  $I_{діл} = (3 \div 10) I_{B0}$ . Вибираємо  $I_{діл} = 10 I_{B0} = 0,5$  мА, тоді

$$R_1 + R_2 = \frac{E_K}{I_{діл}} = \frac{10}{0,0005} = 20 \text{ кОм.}$$

Знаходимо

$$R_2 = \frac{U_{діл}}{I_{діл}} = \frac{2,8}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 5,6 \text{ кОм}$$

та

$$R_1 = (R_1 + R_2) - R_2 = 20 - 5,6 = 14,4 \text{ кОм.}$$

**12.4.** У транзисторному підсилювальному каскаді потужність вхідного сигналу 0,150 мВт при вхідному струмі 500 мкА. Визначити коефіцієнт підсилення каскаду за напругою, якщо опір резистора в колі колектора 4700 Ом, опір навантаження 350 Ом, а статичний коефіцієнт підсилення струму бази 40.

*Розв'язок.* Визначаємо вхідний опір каскаду, тобто:

$$R_{\text{вх}} = \frac{P_{\text{вх}}}{I_{\text{вх}}^2} = \frac{0,15 \cdot 10^{-3}}{(500 \cdot 10^{-6})^2} = 600 \text{ Ом.}$$

Опір еквівалентного навантаження в колі колектора каскаду

$$R'_{\text{наб}} = \frac{R_{\text{К}} R_{\text{наб}}}{(R_{\text{К}} + R_{\text{наб}})} = \frac{4700 \cdot 350}{4700 + 350} = 325 \text{ Ом.}$$

Коефіцієнт підсилення каскаду за напругою

$$K_U = h_{21E} \frac{R'_{\text{наб}}}{R_{\text{наб}}} = 40 \cdot \frac{325}{600} = 21,7.$$

**12.5.** У трикаскадному підсилювачі перший каскад, що має коефіцієнт підсилення 20, охоплений колом негативного зворотного зв'язку з коефіцієнтом 0,01, а два інші каскади охоплено загальним колом негативного зв'язку при коефіцієнті 0,02. Визначити коефіцієнт підсилення підсилювача, якщо коефіцієнти підсилення другого і третього каскадів відповідно дорівнюють 20 та 15.

*Розв'язок.* Згідно з (12.13) коефіцієнт підсилення першого каскаду з урахуванням дії, негативного зворотного зв'язку

$$K_1^* = \frac{K_1}{1 + K_{\text{ос1}} K_1} = \frac{20}{1 + 0,01 \cdot 20} = 16,7.$$

Загальний коефіцієнт підсилення другого і третього каскадів з урахуванням дії негативного зворотного зв'язку

$$K_{2-3}^* = \frac{K_2 K_3}{1 + K_{\text{ос2}} K_2 K_3} = \frac{20 \cdot 15}{1 + 0,02 \cdot 20 \cdot 15} = 42,9.$$

Коефіцієнт підсилення підсилювача

$$K^* = K_1^* K_{2-3}^* = 16,7 \cdot 42,9 = 716,4.$$

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**12.1.** Коефіцієнт підсилення підсилювального каскаду 50. Переведіть це значення в децибели.

**12.2.** Відомо, що підсилення за напругою трикаскадного підсилювача дорівнює 1000. Визначити підсилення другого каскаду, якщо підсилення першого каскаду складає 25 дБ, а третього –10 дБ.

**12.3.** У трикаскадному підсилювачі підсилення кожного каскаду становить 30, 20 і 10 дБ. Визначити загальне підсилення підсилювача.

**12.4.** Коефіцієнти підсилення окремих каскадів підсилювача складають 20, 30 і 10. Визначити загальний коефіцієнт підсилення підсилювача. Перевести одержаний результат у децибели.

**12.5.** На вході підсилювача є сигнал з напругою 5 мВ. Визначити напругу на виході підсилювача, якщо його коефіцієнт підсилення 60 дБ.

**12.6.** Визначити коефіцієнт підсилення підсилювача за потужністю, якщо його коефіцієнт підсилення за напругою 20 дБ, а за струмом 10.

**12.7.** Коефіцієнт підсилення за потужністю підсилювача 250. Визначити коефіцієнт підсилення за напругою, якщо коефіцієнт підсилення за струмом 28 дБ.

**12.8.** Напруга на вході підсилювача 20 мВ. Визначити потужність на виході підсилювача, якщо опір навантаження 25 Ом, а коефіцієнт підсилення за напругою 25.

**12.9.** У трикаскадному підсилювачі коефіцієнти підсилення каскадів відповідно дорівнюють 10, 15 та 5 дБ. Визначити коефіцієнт підсилення підсилювача.

**12.10.** На виході двокаскадного підсилювача напруга 2 В. Визначити напругу на вході кожного каскаду, якщо підсилення першого каскаду 40 дБ, а другого 20 дБ.

**12.11.** Напруга на вході підсилювача 6 мВ, коефіцієнт підсилення на середніх частотах 1000. Визначити вихідну напругу на нижній граничній частоті, якщо відомо, що коефіцієнт частотних спотворень 1,2.

**12.12.** На рис. 12.5 наведена частотна характеристика підсилювача. Визначити граничні частоти смуги пропускання при коефіцієнтах частотних спотворень підсилювача  $M_H = M_B = 3$  дБ.

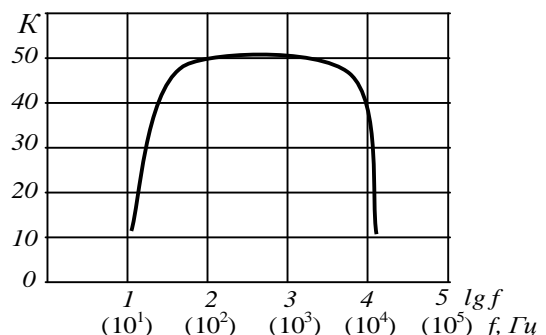


Рис. 12.5

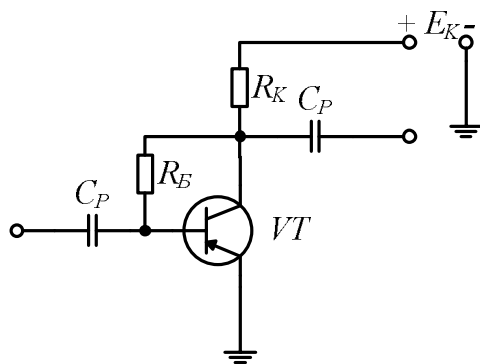


Рис. 12.6

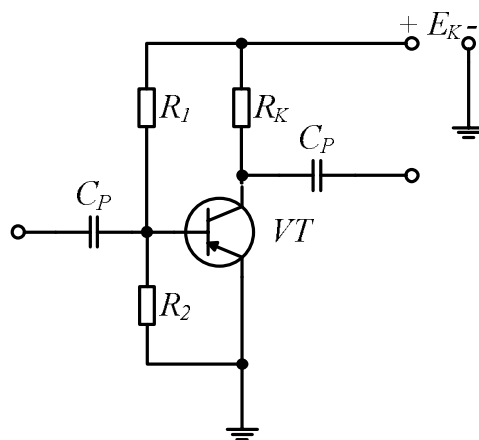


Рис. 12.7

**12.13.** У двокаскадному підсилювачі коефіцієнти частотних спотворень каскадів  $M_{н1} = 1,3$  дБ і  $M_{н2} = 2,5$  дБ. Визначити коефіцієнт частотних спотворень підсилювача (рис. 12.6).

**12.14.** Транзистор ГТ308А ввімкнений у схему (рис. 12.7). Користуючись сімейством вихідних характеристик транзистора (див. рис. 12.4), визначити положення робочої точки, якщо напруга живлення 10 В, а опори резисторів  $R_K = 330$  Ом та  $R_B = 24$  кОм.

**12.15.** Для підсилювального каскаду на транзисторі ГТ308А (рис. 12.7) визначити опори резисторів  $R_K$  і  $R_B$ , необхідні для забезпечення в робочій точці струму колектора 20 мА при струмі бази 0,6 мА, якщо напруга джерела живлення 12 В.

**12.16.** У трикаскадному підсилювачі коефіцієнт підсилення 300. Визначити коефіцієнт підсилення другого каскаду, якщо відомі  $K_1 = 20$  дБ і  $K_3 = 6$ .

**12.17.** Коефіцієнт частотних спотворень двокаскадного підсилювача на верхній граничній частоті 3 дБ. Визначити напругу на виході першого каскаду на верхній граничній частоті, якщо напруга на вході на всіх частотах 0,2 В, коефіцієнт підсилення першого каскаду на середніх частотах 15, а коефіцієнт частотних спотворень другого каскаду  $M_{в2} = 1,8$ .

**12.18.** Коефіцієнт підсилення підсилювача на середніх частотах 80. Визначити коефіцієнт частотних спотворень на нижній і верхній граничних частотах, на яких коефіцієнти підсилення відповідно 65 і 55.

**12.19.** Використовуючи вхідні й вихідні характеристики транзистора ГТ308А (див. рис. 12.4) для схеми з рис. 12.3, визначити положення робочої точки А, якщо відомо, що  $U_B = 0,32$  В,  $R_K = 240$  Ом,  $E_K = 12$  В.

**12.20.** У схемі (рис. 12.7) зсув задається фіксованим струмом бази. Використовуючи вхідну характеристику транзистора ГТ308А (див. рис. 12.4), визначити опір резистора  $R_B$ , якщо необхідно забезпечити напругу на базі  $0,37$  В, а напруга джерела живлення  $12$  В.

**12.21.** У схемі (рис. 12.8) зсув задається фіксованим струмом бази. Розрахувати опір резистора  $R_B$ , якщо відомо, що струм бази  $250$  мкА, а напруга  $10$  В.

**12.22.** Як вибирають опір  $R_B$  резистора (рис. 12.7) для забезпечення зсуву фіксованим струмом бази?

**12.23.** Як вибирають елементи ділянки напруги  $R_1$ ,  $R_2$  (рис. 12.7) для забезпечення зсуву фіксованою напругою на базі?

**12.24.** Для схеми (рис. 12.8) визначити опори резисторів  $R_1$ ,  $R_2$ , якщо відомо, що  $E_K = 10$  В, а  $U_B = 0,5$  В і  $I_{B0} = 25$  мкА.

**12.25.** Для схеми (рис. 12.8) визначити напругу на базі, якщо відомо, що  $R_2 = 500$  Ом,  $R_1 = 20$  кОм,  $E_K = 9$  В,  $I_{B0} = 30$  мкА.

**12.26.** У підсилювачі (рис. 12.8) зсув задається фіксованою напругою на базі. Визначити положення робочої точки на характеристиках транзистора ГТ308А (див. рис. 12.4), якщо відомо, що  $E_K = 10$  В,  $R_K = 200$  Ом,  $I_{дiл} = 4,8$  мА,  $R_2 = 75$  Ом.

**12.27.** Для схеми рис. 12.8 відоме положення робочої точки А на вихідних характеристиках транзистора ГТ308А:  $I_{K0} = 20$  мА,  $U_K = 4$  В. Визначити положення робочої точки А на вхідних характеристиках транзистора.

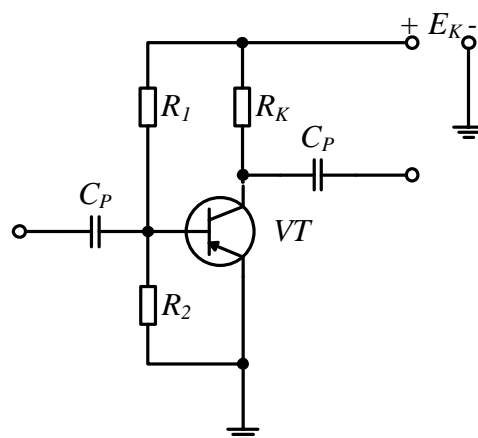


Рис. 12.8

**12.28.** Використовуючи вихідні характеристики транзистора КТ301А (рис. 12.9), провести пряму навантаження через робочу точку А ( $I_{K0} = 2,1$  мА,  $U_K = 12$  В) при опорі навантаження 1 кОм.

**12.29.** Визначити зміну струму колектора транзистора КТ301А (рис. 12.9) в динамічному режимі при зміні напруги на колекторі від 16 до 4 В, якщо напруга живлення 20 В, а навантаження колектора 3,6 кОм.

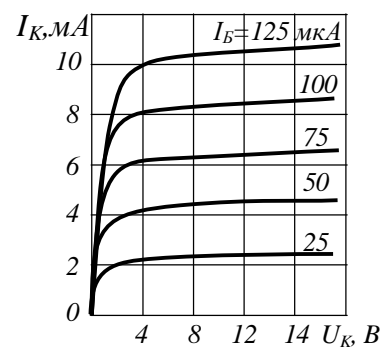


Рис. 12.9

**12.30.** Для схеми підсилювального каскаду (див. рис. 12.2) визначити напругу, якщо відомо, що  $E_K = 9$  В,  $R_1 = 9$  кОм,  $R_2 = 3$  кОм,  $R_E = 510$  Ом,  $I_{B0} = 100$  мкА,  $I_{E0} = 3$  мА.

**12.31.** Визначити коефіцієнт підсилення за напругою транзисторного каскаду підсилювача низької частоти, якщо вхідний опір каскаду 510 Ом, статичний коефіцієнт підсилення струму бази 30, опір у колі колектора 5,1 кОм, а опір навантаження 500 Ом.

**12.32.** У транзисторному підсилювальному каскаді коефіцієнт підсилення 35. Визначити статичний коефіцієнт підсилення за струмом бази, якщо вхідний опір каскаду 450 Ом, а опір навантаження 370 Ом.

**12.33.** Визначити потужність у навантаженні підсилювача потужності (див. рис. 12.3), якщо ККД підсилювача 0,4, потужність, споживана від джерела живлення, 1 Вт, а ККД вихідного трансформатора 0,75.

**12.34.** Визначити потужність, споживану від джерела живлення в підсилювачі потужності (див. рис. 12.3), якщо ККД підсилювача 0,45, потужність у навантаженні 2 Вт, а ККД вихідного трансформатора 0,8.

**12.35.** Знайти приведений опір навантаження для однотактного підсилювача потужності (див. рис. 12.3), якщо коефіцієнт трансформації трансформатора 0,1, а опір навантаження 4 Ом.

**12.36.** У однотактному підсилювачі потужності (див. рис. 12.3) приведений опір навантаження змінному струму 470 Ом. Визначити коефіцієнт трансформації трансформатора, якщо опір навантаження 3 Ом.

**12.37.** Коефіцієнт підсилення каскаду 50. Як зміниться підсилення при введенні негативного зворотного зв'язку з коефіцієнтом 0,02?

**12.38.** Після введення негативного зворотного зв'язку коефіцієнт підсилення підсилювача зменшився з 150 до 100. Визначити коефіцієнт зворотного зв'язку.

**12.39.** На яких частотах спектра (низьких, середніх, вищих) підсилення підсилювача змінюється більшою мірою при введенні негативного зворотного зв'язку?

**12.40.** Двокаскадний підсилювач, що має коефіцієнти підсилення окремих каскадів 20 і 5, охоплений негативним зворотним зв'язком. Визначити підсилення підсилювача, якщо коефіцієнт негативного зворотного зв'язку 0,01.

**12.41.** У двокаскадному підсилювачі після введення негативного зворотного зв'язку з коефіцієнтом 0,01 підсилення зменшилося до 80. Знайти коефіцієнт підсилення першого каскаду без впливу негативного зворотного зв'язку, якщо коефіцієнт підсилення другого каскаду до введення негативного зворотного зв'язку складав 20.

**12.42.** На рис. 12.10 наведена схема підсилювача, охопленого колом негативного зворотного зв'язку. Як визначити коефіцієнт зворотного зв'язку?

**12.43.** Два підсилювачі з різними коефіцієнтами підсилення охоплено негативним зворотним зв'язком з однаковим коефіцієнтом зворотного зв'язку. В якому підсилювачі коефіцієнт нелінійних спотворень зменшиться більшою мірою?

**12.44.** З яких співвідношень необхідно вибирати ємність конденсатора  $C$  у схемі (рис. 12.10), щоб коефіцієнт негативного зворотного зв'язку був однаковим для всіх частот спектра вхідного сигналу?

**12.45.** Визначити добротність паралельного контуру  $Q$ , якщо його хвильовий опір 5 кОм, а опір втрат 50 Ом.

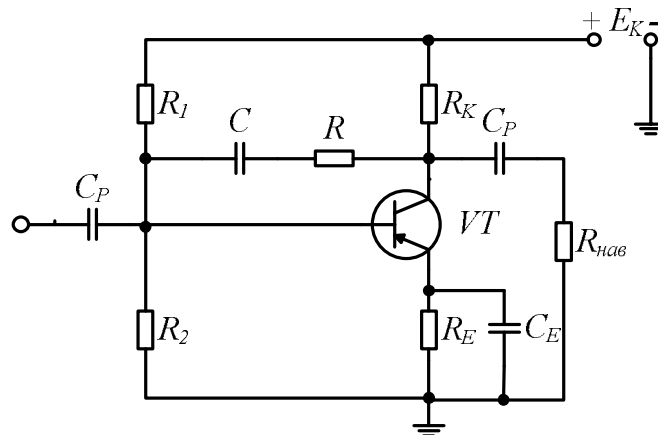


Рис. 12.10

## Глава 13. ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ТЕХНІКИ

### ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТА РІВНЯННЯ

Математичною базою цифрової техніки є алгебра логіки, яка оперує змінними, що набувають тільки двох значень, які умовно позначаються  $0$  і  $1$ , тобто двійковими змінними. Функції двійкових змінних називаються логічними. Вони також можуть приймати тільки два значення. Логічна функція від  $n$  змінних є повністю визначеною, якщо вказані значення для всіх двійкових наборів її аргументів. Число таких наборів залежить від числа змінних  $n$  і дорівнює  $2^n$ .

Логічна функція може бути задана словесно, аналітично або у вигляді таблиці відповідності чи таблиці істинності (табл. 13.1).

Таблиця 13.1

#### Приклад таблиці відповідності (істинності) логічної функції

Аргумент $X$	Функції			
	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

Можливий і аналітичний спосіб запису логічної функції. У звичайній математиці аналітичний спосіб подання функції припускає її запис у вигляді математичного виразу, в якому аргументи функції зв'язуються певними математичними операціями. Подібно до цього аналітичний спосіб задання логічної функції передбачає її запис у формі логічного виразу, що показує, як і в якій послідовності повинні виконуватися логічні операції над аргументами функції.

У табл. 13.2 наведено перелік основних логічних операцій, що використовуються при записі логічних виразів. Надалі функції одного і двох аргументів називаються елементарними логічними функціями.

Дії над двійковими змінними проводяться за правилами логічних операцій (законів алгебри логіки) [1, 7, 8, 9].

У математиці встановлено певний порядок виконання операцій у складному виразі. Наприклад, у виразі  $x_1 + x_2 x_3$  спочатку виконується операція множення, а потім – операція додавання. Якщо потрібно змінити цей порядок, використовуються дужки. Подібно цьому і для



**Деякі логічні операції, що використовуються  
при записі логічних виразів**

Позначення логічних операцій		Таблиця відповідності					Як читається	Назва операції
		$x_1$	0	0	1	1		
Основне	Додаткове	$x_2$	0	1	0	1		
$x_1 \wedge x_2$	$x_1 x_2$ ; $x_1 \cdot x_2$ ;	$x_1 \cdot x_2$	0	0	0	1	$x_1$ і $x_2$	Кон'юнкція; логічне "І"; логічний добуток
$x_1 \vee x_2$	$x_1 + x_2$	$x_1 + x_2$	0	1	1	1	$x_1$ чи $x_2$	Диз'юнкція; логічне "АБО"; логічна сума
$x_1 \mid x_2$	$\overline{x_1 \cdot x_2}$	$x_1 \mid x_2$	1	1	1	0	$x_1$ і $x_2$ не спільні	Логічне "І-НІ"; заперечення кон'юнкції
$x_1 \downarrow x_2$	$\overline{x_1 + x_2}$	$x_1 \downarrow x_2$	1	0	0	0	ні $x_1$ ні $x_2$	Логічне "АБО-НІ"; заперечення диз'юнкції
$\overline{x}$	—	$x$	0	1			ні $x$	Логічне "НІ"; інверсія; логічне заперечення
		$\overline{x}$	1	0				

складного логічного вираження установлений визначений порядок виконання операцій: спочатку виконуються операції інверсії, потім операції кон'юнкції і в останню чергу операції диз'юнкції. В алгебрі логіки діють сполучний, переставний і розподільний закони:

$$\text{сполучний закон} \quad \begin{cases} x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3) = (x_1 \cdot x_2) \cdot x_3; \\ x_1 + (x_2 + x_3) = (x_1 + x_2) + x_3; \end{cases}$$

$$\text{переставний закон} \quad \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1; \\ x_1 + x_2 = x_2 + x_1; \end{cases}$$

$$\text{розподільний закон} \quad \begin{cases} x_1 \cdot (x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 \\ x_1 + (x_2 \cdot x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_3) \end{cases}$$

Операціям кон'юнкції і диз'юнкції характерні деякі властивості:

$$1 \cdot x = x; \quad 1 + x = 1; \quad x \cdot x = x; \quad x + x = x;$$

$$0 \cdot x = 0; \quad 0 + x = x; \quad x \cdot \bar{x} = 0; \quad x + \bar{x} = 1;$$

$$\overline{\bar{x}} = x.$$

Для операцій кон'юнкції і диз'юнкції справедливі так звані *формули де Моргана*:

$$\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2, \quad \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2.$$

Для зменшення числа логічних елементів, що реалізують функцію, застосовуються різні методи мінімізації. Для мінімізації нескладних функцій застосовуються перетворення алгебри. Для функцій, що мають велике число змінних (більше трьох) і велике число доданків, існують спеціальні методи. Найчастіше застосовують методи з використанням карт Вейча і карт Карно [7, 8, 9].

Для реалізації логічних операцій застосовують відповідні логічні елементи. Система елементів, що дозволяє будувати на їх базі логічні функції будь-якої складності, називається функціонально повною системою або базисом. Базис утворюють логічні елементи "АБО", "І", "НІ" (рис. 13.1, а, б, в – відповідно). Крім того, на практиці широко застосовуються логічні елементи, що реалізують найпростіші функції двох змінних "АБО – НІ", "І – НІ" та деякі інші (рис. 13.1, г, д, е – відповідно). Ці функції також називають операторами, а запис складніших функцій у вигляді суперпозиції операторів логічних елементів називається "операторною формою логічних елементів".

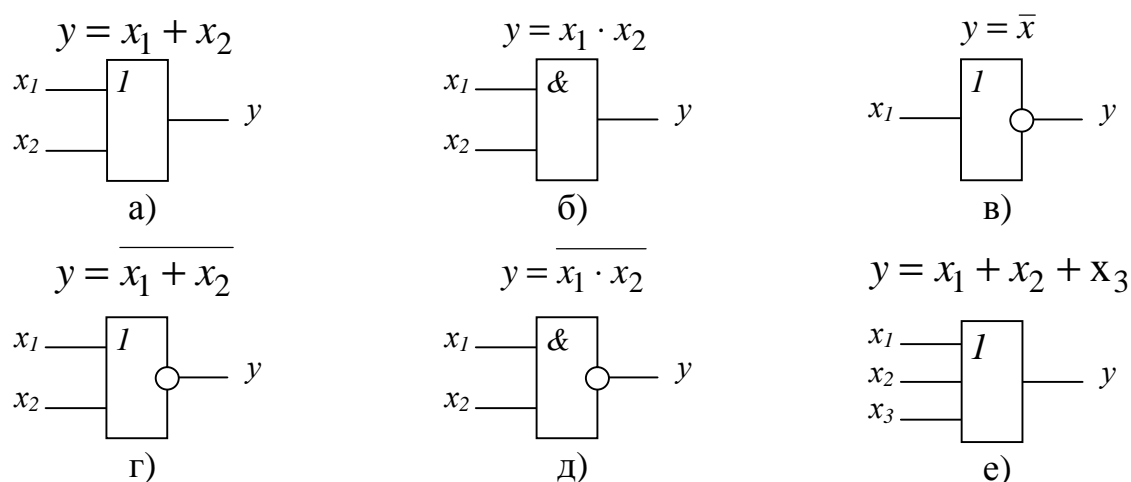


Рис. 13.1. Позначення логічних елементів у схемах:

а – елемент "АБО"; б – елемент "І"; в – елемент "НІ";

г – елемент "АБО – НІ"; д – елемент "І – НІ"; е – елемент з кількома входами

Логічні операції, що виконуються елементами, залежать від кодування. Якщо високий рівень напруги відповідає логічній одиниці, а низький – логічному нулю, то логіка називається позитивною; якщо навпаки (високий рівень – логічному нулю, а низький — логічній одиниці), то логіка називається негативною.

### ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

**13.1.** Спростити логічний вираз  $F = x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1x_2 + x_1 + x_2$ .

**Розв'язок.** Для зручності обчислення виконаємо об'єднання елементів виразу:

$$F = (x_1\bar{x}_2 + x_1) + (\bar{x}_1x_2 + x_2) + x_1 + x_2$$

і винесемо за дужки загальний множник:

$$F = x_1(\bar{x}_2 + 1) + x_2(\bar{x}_1 + 1) + x_1 + x_2.$$

Відповідно до властивостей операції диз'юнкції, що  $x + 1 = x$  та  $x + x = x$ , отримаємо:

$$\begin{aligned} F &= x_1(\bar{x}_2 + 1) + x_2(\bar{x}_1 + 1) + x_1 + x_2 = x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot 1 + x_1 + x_2 = \\ &= x_1 + x_2 + x_1 + x_2 = x_1 + x_2. \end{aligned}$$

**13.2.** За заданим логічним рівнянням скласти таблицю відповідності для всіх можливих значень функції  $F = \overline{x_1 \cdot (x_1 \cdot x_2)} + x_3 \cdot x_1$ .

**Розв'язок.** Для зручності складання таблиці відповідності спочатку спростимо даний логічний вираз. Відповідно до формули де Моргана

$$\overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2,$$

тоді

$$F = \overline{x_1 \cdot (x_1 \cdot x_2)} + x_3 \cdot x_1 = x_1 \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) + x_3 \cdot x_1 = x_1\bar{x}_1 + x_1\bar{x}_2 + x_3x_1$$

або з врахуванням властивостей операції кон'юнкції, тобто  $x \cdot \bar{x} = 0$ , отримаємо:

$$F = \overline{x_1\bar{x}_1 + x_1\bar{x}_2 + x_3x_1} = 0 + \overline{x_1\bar{x}_2 + x_3x_1} = \overline{x_1\bar{x}_2 + x_3x_1} = x_1(\bar{x}_2 + x_3).$$

Функція  $F = f(x_1, x_2, x_3)$  може приймати  $2^n$  значень. Тому що  $n = 3$ , то число значень даної функції становить  $2^3 = 8$ .

Для спрощення складання таблиці відповідності (табл. 13.3) отриману функцію  $F = f(x_1, x_2, x_3)$  розіб'ємо на прості операції:

$$F_1 = \bar{x}_2;$$

$$F_2 = F_1 + x_3 = \bar{x}_2 + x_3;$$

$$F_3 = F_2 \cdot x_1 = x_1 \cdot (\bar{x}_2 + x_3);$$

$$F = F_4 = \overline{F_3} = x_1 \cdot (\overline{x_2} + x_3).$$

Тому що функція може приймати 8 значень, то кількість рядків у таблиці буде дорівнювати 8.

Таблиця 13.3

Таблиця відповідності для заданого логічного виразу

№ значення	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F=F_4$
1	0	0	0	1	1	0	1
2	0	0	1	1	1	0	1
3	0	1	0	0	0	0	1
4	0	1	1	0	1	0	1
5	1	0	0	1	1	1	0
6	1	0	1	1	1	1	0
7	1	1	0	0	0	0	1
8	1	1	1	0	1	1	0

**11.3.** Для логічного виразу  $F = x_1 + \overline{x_2x_3} + x_1$  скласти схему, використовуючи логічні елементи.

**Розв'язок.** Використовуючи властивості логічних операцій, спрощуємо вихідний вираз:

$$F = x_1 + \overline{x_2x_3} + x_1 = x_1 + \overline{x_2x_3}.$$

Розкладаємо отриманий вираз на елементарні операції, використовуючи правила пріоритету й визначаємо типи логічних елементів:

$$F_1 = \overline{x_2x_3} \text{ (заперечення кон'юнкції, елемент "І – НІ")};$$

$$F = F_2 = x_1 + F_1 \text{ (логічна сума, елемент "АБО").}$$

Складаємо схему (рис. 13.2).

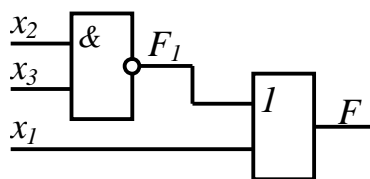


Рис. 13.2

**13.4.** Потрібно створити логічний пристрій для підключення напруги до устаткування. Пристрій може бути ввімкнений безпосередньо чи за командою з диспетчерського пункту. Агрегат працює тільки тоді, коли напруга живлення  $U \geq U_{min}$ .

**Розв'язок.** Складаємо таблицю відповідності. Відповідно до умов задачі заповнюємо таблицю відповідності, в яку записуємо значення вихідної функції  $F$  залежно від вхідних функцій  $A, B, C$  для всіх можливих варіантів їх поєднань. При трьох вхідних функціях число поєднань дорівнює  $N = 2^3 = 8$ . Таблиця відповідності наведена в табл. 13.4.

Таблиця відповідності логічного пристрою

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>F</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Складаємо логічне рівняння. Значення, наведені в таблиці відповідності, необхідно записати у вигляді рівняння. Насамперед виділимо рядки у яких  $F = 1$ . Це рядки 4-й, 6-й і 8-й. Функція  $F$  дійсна, якщо вхідні змінні мають значення, що відповідають кожному з цих рядків. Сформулюємо це словесно: "Функція  $F$  дійсна (дорівнює 1), коли дійсні "ні  $A$ " і " $B$ " і " $C$ " (4-й рядок) або " $A$ " і "ні  $B$ " і " $C$ " (6-й рядок) або " $A$ " і " $B$ " і " $C$ " (8-й рядок)".

Змінимо слово "ні" на знак операції "НИ", слово "або" на знак операції "АБО", а слово "і" на знак операції "І". Одержимо

$$F = \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC .$$

Мінімізуємо функцію. Можна створити логічний пристрій, що безпосередньо реалізує отриманий вираз. Тоді для виконання двох інверсій будуть необхідні два елементи "НИ"; тричі виконується операція "І", беремо три тривходових елементи "І"; потім виконуємо операцію "АБО" на одному тривходовому елементі "АБО". Усього використовуємо шість елементів.

Але отриманий вираз можна спростити. Для цього скористаємося тотожністю  $x + x = x$  і винесемо за дужки загальні члени, тобто

$$F = \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C + ABC = BC(A + \bar{A}) + AC(B + \bar{B}).$$

Для виразів у дужках застосуємо тотожність  $x + \bar{x} = 1$ , одержимо, що

$$F = BC(A + \bar{A}) + AC(B + \bar{B}) = BC + AC .$$

Складаємо логічну схему. Функція  $F = BC + AC$  містить дві операції: "АБО" та "І". Відповідно до цього схема логічного пристрою, наведена на рис. 13.3.

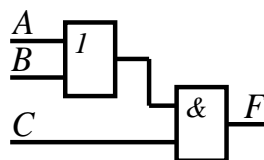


Рис. 13.3

13.5. Визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, схема якого зображена на рис 13.4 і записати логічне рівняння, що описує його роботу, якщо  $A = 10101100$ ;  $B = 00110011$ ;  $C = 11110111$ ;  $D = 01010010$ .

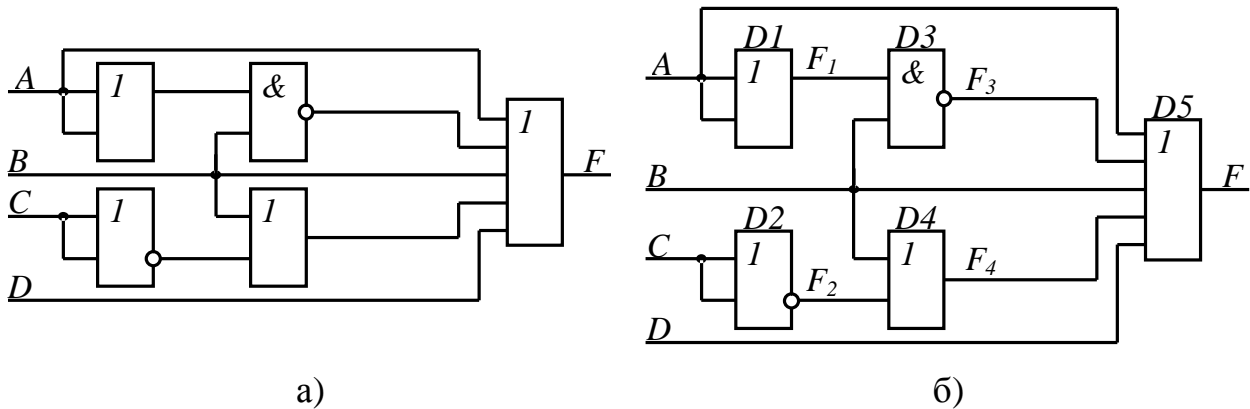


Рис. 13.4

**Розв'язок.** На схемі, поданій на рис. 13.4, а використовуються п'ять логічних елементів. Пронумеруємо їх (рис. 13.4, б) і для кожного складемо рівняння, яке вони виконують:

$$D1: F_1 = \bar{A} + \bar{A} = \bar{A}; \quad D2: F_2 = \overline{\bar{C}} + \overline{\bar{C}} = \bar{C} = C;$$

$$D3: F_3 = F_1 \cdot B = \bar{A} \cdot B; \quad D4: F_4 = F_2 + B = C + B;$$

$$D5: F_5 = A + F_3 + B + F_4 + D.$$

Можна спростити отриманий вираз:

$$\begin{aligned} F = F_5 &= A + F_3 + B + F_4 + D = A + \bar{A} \cdot B + B + C + B + D = \\ &= A + \bar{A} \cdot B + B + C + D = A + (\bar{A} + 1) \cdot B + C + D = A + B + C + D. \end{aligned}$$

Для заданої послідовності сигналів на вході складемо таблицю відповідності (табл. 13.5), а функцію  $F = f(A, B, C, D)$  обчислимо за двома виразами – основним  $F_5$  і спрощеним  $F$ .

Таблиця 13.5

Таблиця відповідності для схеми, наведеної на рис. 13.4, а

A	B	C	D	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	F
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1	1

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

**13.1.** Вкажіть, які значення може приймати логічна функція трьох змінних.

**13.2.** Перерахуйте логічні функції двох змінних і вкажіть мінімальне число типів логічних елементів, необхідне для їх реалізації.

**13.3.** Скільки існує елементарних логічних функцій двох змінних?

**13.4.** Скільки може бути елементарних функцій трьох змінних?

**13.5.** Запишіть у вигляді таблиці відповідності та в аналітичній формі логічну функцію  $F$  від двох змінних  $x_1$  і  $x_2$  за таким словесним описом: функція дорівнює одиниці тільки в тих випадках, коли тільки одна із змінних дорівнює нулю.

**13.6.** Запишіть логічну функцію  $F$  від трьох змінних  $x_1, x_2, x_3$  за таким словесним описом: функція дорівнює одиниці, якщо дві з вхідних змінних дорівнюють одиниці.

**13.7.** Електродвигун умикається автоматично від реле  $P$  або від кнопки  $K$ . Запишіть аналітично умову вмикання електродвигуна.

**13.8.** Запишіть у вигляді таблиці відповідності й аналітично функцію включення електродвигуна за таким словесним описом: електродвигун умикається, якщо натиснути кнопки  $x_1$  і  $x_2$ , або  $x_2$  і  $x_3$ , або  $x_3$  і  $x_1$ .

**13.9.** Запишіть логічну функцію, що відображає умову вмикання насоса, за таким словесним описом: насос вмикається, якщо натиснуто кнопку  $K$  і вимкнено реле  $P$  або якщо спрацювало реле  $P$ , а кнопка не натиснута  $K$ .

**13.10.** Спростіть логічні функції, використовуючи аксіоми й тотожності алгебри логіки:

а)  $F = \bar{x}_2 x_1 + x_2 x_1$ ;

б)  $F = x_1 + x_2 x_1 + x_3$ ;

в)  $F = \bar{x}_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 x_1$ ;

г)  $F = x_1(\bar{x}_1 + x_2) + x_2(\bar{x}_2 + x_3) + x_3$ .

**13.11.** Спростіть логічні функції, використовуючи аксіоми й тотожності алгебри логіки та зобразіть логічні схеми.

а)  $F = x_1(x_1 + \bar{x}_2)$ ;

б)  $F = (x_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2)$ ;

в)  $F = (x_3 x_2 x_1 + \bar{x}_3 x_2) x_2$ ;

г)  $F = \bar{x}_1 + x_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_3 x_2$ .

**13.12.** Використовуючи таблиці відповідності, доведіть тотожність виразів:

- а)  $\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \bar{x}_2$ ;      б)  $\overline{x_1 x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$ ;  
 в)  $x_1 + x_2 = \overline{\bar{x}_1 \bar{x}_2}$ ;      г)  $x_1 x_2 = \overline{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}$ .

**13.13.** Використовуючи закони алгебри логіки, спростіть логічний вираз  $F = \overline{x_2 x_1} + \bar{x}_3 x_1 + x_4 \bar{x}_2$ .

**13.14.** Спростіть такі логічні вирази, запишіть таблиці відповідності та складіть схеми:

- а)  $F = x_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 x_1 + x_2 x_1$ ;  
 б)  $F = \overline{x_2 x_1} + \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_2 x_1$ ;  
 в)  $F = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + \bar{x}_2) \cdot (\bar{x}_1 + x_2)$ ;  
 г)  $F = x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_3 x_2 \bar{x}_1$ ;  
 д)  $F = \bar{x}_2 x_1 + \overline{x_2 x_1} + x_3$ ;  
 е)  $F = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 + x_3 x_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_3 x_2 x_1 + x_3 x_2 x_1$ .

**13.15.** Складіть таблицю відповідності й запишіть аналітичну форму для логічної функції, яка реалізується схемою з трьома входами (рис. 13.5, а), якщо значення логічної одиниці відповідає високому рівню напруги, а значення логічного нуля – низькому рівню напруги (логіка позитивна).

**13.16.** Складіть таблицю відповідності й запишіть аналітичну форму для логічної функції, яка реалізується схемою з трьома входами (рис. 13.5, б), якщо значення логічної одиниці відповідає низькому рівню напруги, а значення логічного нуля – високому рівню напруги (логіка негативна).

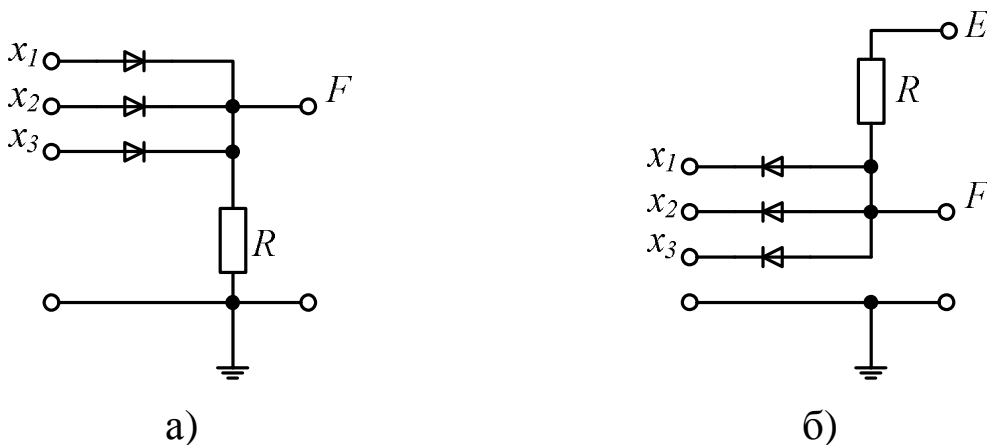


Рис. 13.5

**13.17.** Складіть таблицю відповідності й запишіть аналітичну форму для логічної функції, яка реалізується схемою з трьома вхо-



дами (рис. 13.5, б), якщо значення логічної одиниці відповідає низькому рівню напруги, а значення логічного нуля – високому рівню напруги.

**13.18.** Складіть таблицю відповідності й запишіть аналітичну форму для логічної функції, яка реалізовується схемою з трьома входами (рис. 13.5, б), якщо значення логічної одиниці відповідає високому рівню напруги, а значення логічного нуля – низькому рівню напруги.

**13.19.** Побудувати схему логічного пристрою та визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, робота якого описується логічним рівнянням  $F = (A + \overline{B \cdot C}) + (\overline{A + B \cdot C}) + (\overline{A + B \cdot C}) + A$ , за умови, що кожен із сигналів визначається такою послідовністю:

$$A = 10010011; \quad B = 11100011; \quad C = 10101010.$$

**13.20.** Побудувати схему логічного пристрою та визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, робота якого описується логічним рівнянням  $F = \overline{A + B \cdot A + C \cdot A + C}$ , за умови, що кожен із сигналів визначається такою послідовністю:

$$A = 11100011; \quad B = 11001100; \quad C = 00011101.$$

**13.21.** Побудувати схему логічного пристрою і визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, робота якого описується логічним рівнянням  $F = (\overline{A \cdot B \cdot C + B \cdot C}) \cdot A + \overline{C \cdot C}$ , за умови, що кожен із сигналів визначається такою послідовністю:

$$A = 11110011; \quad B = 01010101; \quad C = 00001111.$$

**13.22.** Побудувати схему логічного пристрою і визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, робота якого описується логічним рівнянням  $F = (\overline{A + B \cdot \overline{C} + B \cdot C}) \cdot A + B$ , за умови, що кожен із сигналів визначається такою послідовністю:

$$A = 10010011; \quad B = 11100011; \quad C = 10101010.$$

**13.23.** Побудувати схему логічного пристрою і визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, робота якого описується логічним рівнянням  $F = A + \overline{D \cdot B \cdot (C + \overline{D} \cdot A)} + \overline{C \cdot C \cdot B}$ , за умови, що кожен із сигналів визначається такою послідовністю:

$$A = 00001110; \quad B = 01100110; \quad C = 10110110; \quad D = 10100001.$$

**13.24.** Запишіть рівняння логічних функцій для схем, зображених на рис. 13.6.

**13.25.** Запишіть рівняння логічних функцій для схем, зображених на рис. 13.7.

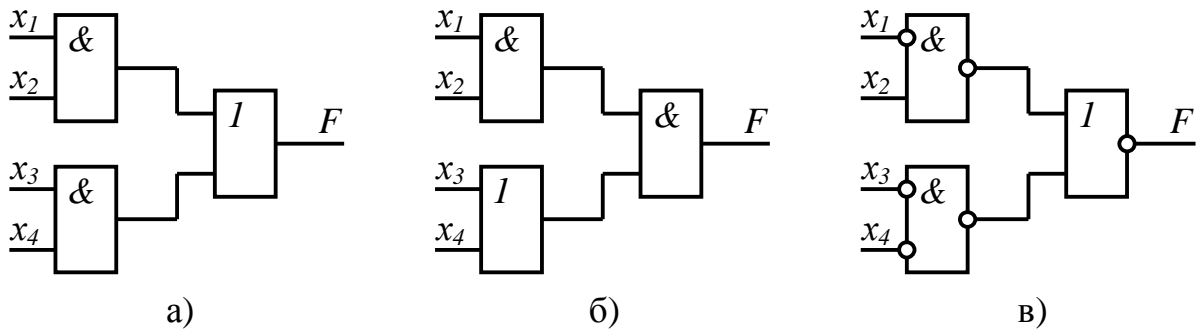


Рис. 13.6

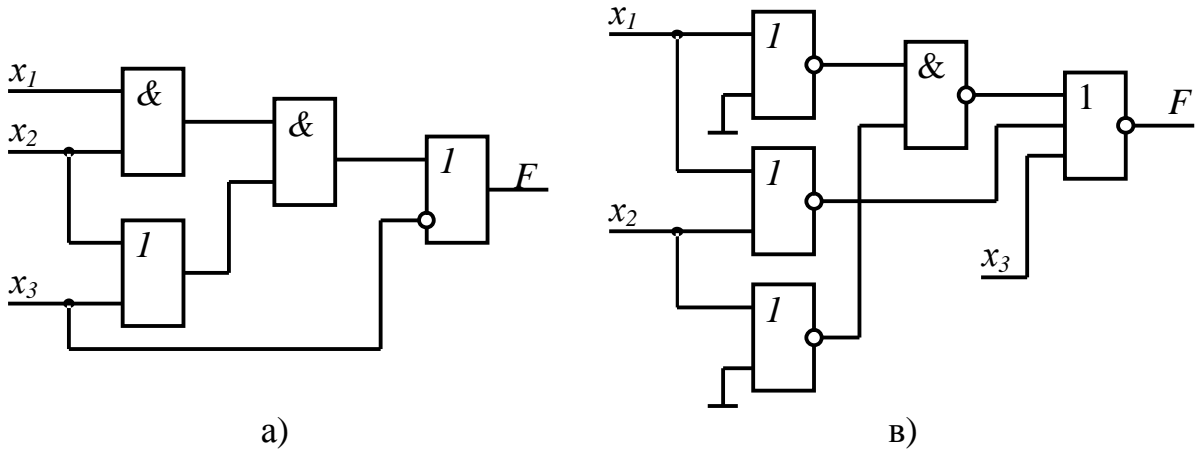


Рис. 13.7

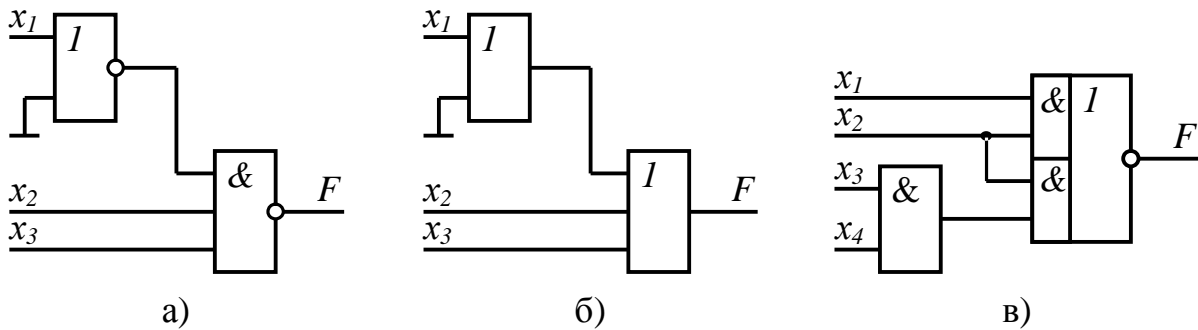


Рис. 13.8

**13.26.** Запишіть рівняння логічних функцій для схем, зображених на рис. 13.8.

**13.27.** Запишіть рівняння логічних функцій для схем, зображених на рис. 13.9.

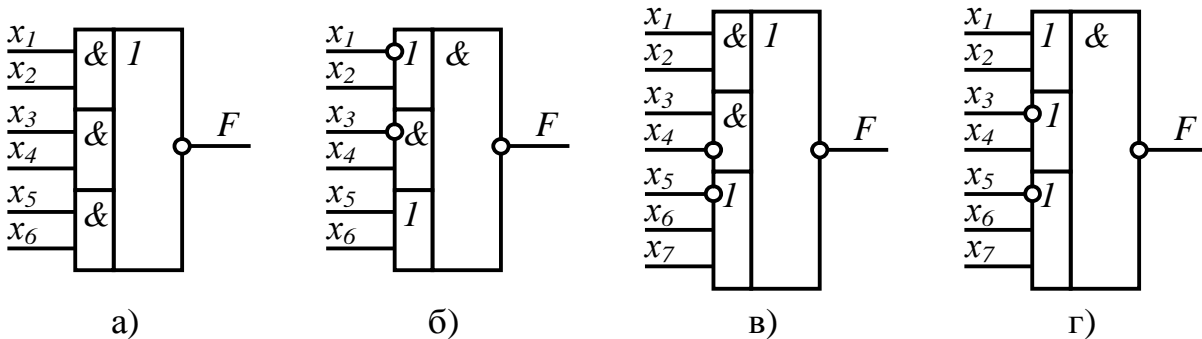


Рис. 13.9

**13.28.** Визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, схема якого зображена на рис. 13.10, і записати логічне рівняння, яке описує його роботу, якщо

$$A = 10111011; \quad B = 11000011; \quad C = 10101010.$$

**13.29.** Визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, схема якого зображена на рис. 13.11, і записати логічне рівняння, яке описує його роботу, якщо  $A = 10101100$ ;  $B = 00110011$ .

**13.30.** Визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, схема якого зображена на рис. 13.12, і записати логічне рівняння, яке описує його роботу, якщо

$$A = 10101100; \quad B = 00110011; \quad C = 11111100; \quad D = 01010101.$$

**13.31.** Визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, схема якого зображена на рис. 13.13, і записати логічне рівняння, яке описує його роботу, якщо

$$A = 10101100; \quad B = 00110011; \quad C = 11110111; \quad D = 01010010.$$

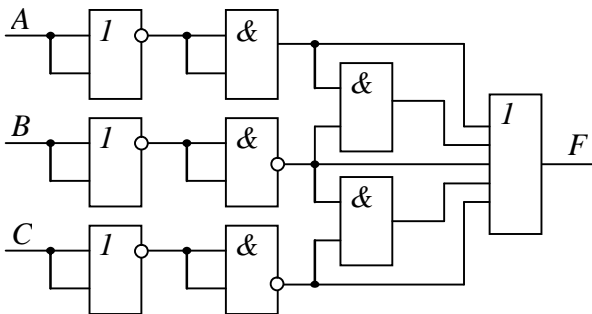


Рис. 13.10

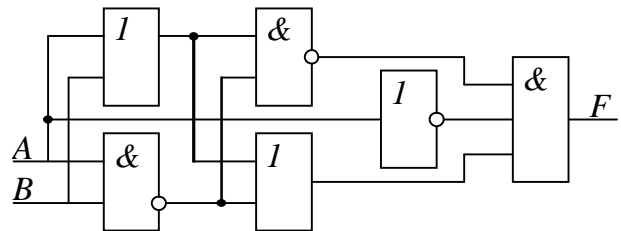


Рис. 13.11

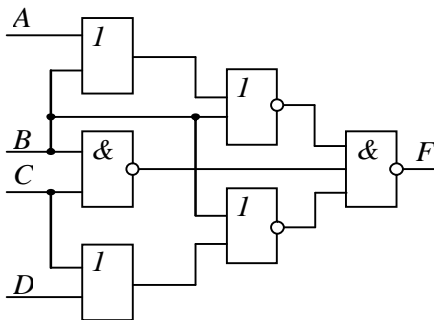


Рис. 13.12

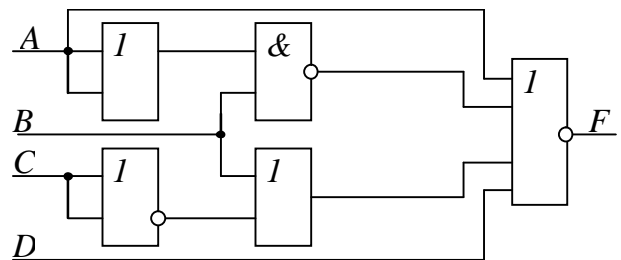


Рис. 13.13

**13.32.** Визначити стан сигналів на виході логічного пристрою, схема якого зображена на рисунку 13.14, і записати логічне рівняння, яке описує його роботу, якщо:

$$A = 10101100; \quad B = 00110011.$$

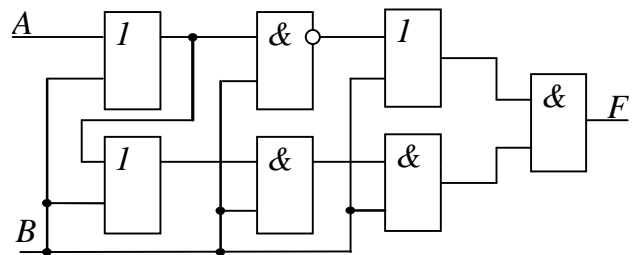


Рис.13.14

**13.33.** Складіть схеми пристроїв, що реалізують такі логічні функції: а)  $F = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$ ; б)  $F = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 x_4$ .

**13.34.** Складіть схеми пристроїв, що реалізують такі логічні функції:

а)  $F = \bar{x}_1 x_2 + x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_3$ ;

б)  $F = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_3$ ;

в)  $F = \overline{(x_1 + \bar{x}_2) \cdot (\bar{x}_2 + x_3) \cdot (x_1 + x_2 + x_3)}$ .

**13.35.** Складіть функціональні схеми пристроїв, що реалізують логічну функцію  $F = x_1 + x_2 + x_3$  на логічних елементах з двома входами: а) "АБО – НІ"; б) "І – НІ". Визначте число елементів.

**13.36.** Складіть функціональні схеми пристроїв, що реалізують логічну функцію  $F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$  на логічних елементах з двома входами: а) "АБО – НІ"; б) "І – НІ". Визначте необхідне число елементів.

**13.37.** Запишіть, яку логічну функцію від змінних  $x_1, x_2, x_3, x_4$  реалізує функціональна схема, зображена на рис. 13.15.

**13.38.** Яку функцію від змінних реалізує схема, зображена на рис. 4.18, якщо в ній всі елементи "АБО – НІ" замінити елементами "І – НІ"?

**13.39.** Яку логічну функцію реалізує схема (рис. 13.15), якщо елемент DD3 вийшов з ладу, і на його виході постійно діє: а) сигнал логічної одиниці; б) сигнал логічного нуля?

**13.40.** Яку логічну функцію реалізує схема (рис. 13.15), якщо елемент DD1 вийшов з ладу, і на його виході постійно діє: а) сигнал логічної одиниці; б) сигнал логічного нуля?

**13.41.** Яку логічну функцію реалізує схема (рис. 13.15), якщо в ній об'єднати входи: а)  $x_2 = x_3$ ; б)  $x_1 = x_4$ ; в)  $x_2 = x_3$ ;  $x_1 = x_4$ ?

**13.42.** Яку логічну функцію реалізує схема (рис. 13.16)?

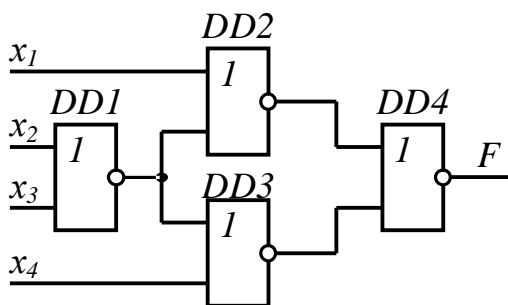


Рис. 13.15

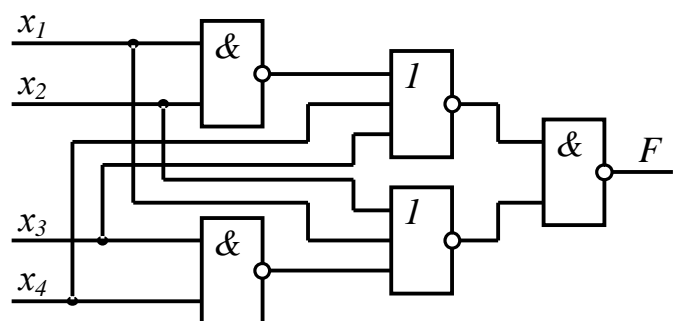


Рис. 13.16

## ДОДАТКИ

Додаток 1

## Питомий опір металів та сплавів і температурний коефіцієнт опору

Матеріал	$\rho$ , Ом · мм <sup>2</sup> /м	$\alpha$ , °С	Матеріал	$\rho$ , Ом · мм <sup>2</sup> /м	$\alpha$ , °С
Алюміній	0,0295	0,004	Платина	0,1	0,004
Вольфрам	0,0503	0,0048	Ртуть	0,958	0,0009
Константан	0,44	0,00005	Свинець	0,21	0,0039
Латунь	0,071	0,002	Срібло	0,016	0,004
Мідь	0,0175	0,004	Сталь	0,12	0,006
Ніхром	1,1	0,0001	Чавун	0,15	0,001
Манганін	0,42	0,000006	Фехраль	1,4	0,0002

Додаток 2

## Технічні дані двигунів серії 2П потужністю 1,0 – 10 кВт

Тип двигуна	Номинальна потужність $P_{\text{НОМ}}$ , кВт	Максимальна частота обертання при послабленні поля, об/хв та номінальній напрузі, В				Маховий момент, кг · м <sup>2</sup>	Маса, кг
		110	220	340	440		
$n_{\text{НОМ}} = 3000$ об/хв							
2ПБ100М	1,2	4000	4000	3600	–	0,011	36
2ПБ110М	1,4	4000	4000	4000	4000	0,014	47
2ПБ112L	2,0	4000	4000	4000	4000	0,017	56
2ПБ132М	4,5	4000	4000	4000	4000	0,0375	86
2ПБ160М	7,1	4000	4000	4000	4000	0,0835	147
2ПБ160L	8,1	–	4000	4000	4000	0,104	159
2ПО132М	5,5	4000	4000	4000	4000	0,0375	100
2ПО132L	6,7	4000	4000	4000	4000	0,0468	110
2ПО160М	9,5	4000	4000	4000	4000	0,0835	151
2ПН90М	1,0	4000	4000	3600	–	0,004	24
2ПН90L	1,3	4000	4000	3600	–	0,005	27
2ПН100L	2,2	4000	4000	3600	–	0,012	39
2ПН112М	3,6	4000	4000	4000	4000	0,014	47
2ПН112L	5,3	4000	4000	4000	4000	0,017	56
2ПФ132М	7,5	4000	4000	4000	4000	0,0375	98
$n_{\text{НОМ}} = 1500$ об/хв							
2ПБ112	1,0	4000	4000	3750	3750	0,068	56
2ПБ132М	2,4	4000	4000	3750	3750	0,15	86
2ПБ132	3,2	4000	4000	3750	3750	0,187	96

Тип двигуна	Номинальна потужність $P_{\text{НОМ}}$ , кВт	Максимальна частота обертання при послабленні поля, об/хв та номінальній напрузі, В				Маховий момент, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	Маса, кг
		110	220	340	440		
2ПБ160М	4,2	4000	4000	3750	3750	0,334	141
2ПБ160L	5,3	4000	4000	3750	3750	0,416	159
2ПБ180М	7,1	3500	3500	3500	3500	0,8	213
2ПБ180L	8,5	3500	3500	3500	3500	0,916	234
2ПО160М	6,0	4000	4000	3750	3750	0,334	161
2ПО160L	7,1	4000	4000	3750	3750	0,416	169
2ПО180М	10,0	1500	3500	3500	3500	0,8	235
$n_{\text{НОМ}} = 1000$ об/хв							
2ПН112L	1,25	4000	3500	2500	2500	0,068	56
2ПН132М	2,5	4000	3000	2500	2500	0,15	86
2ПН132L	3,0	4000	3000	2500	2500	0,187	96
2ПН160М	4,5	4000	3000	2500	2500	0,334	141
2ПН160L	6,3	4000	3000	2500	2500	0,416	159
2ПН180М	8,0	3500	3000	2500	2500	0,8	213
2ПН180L	10,0	3500	3000	2500	2500	0,916	234
2ПБ132М	1,6	4000	3000	2500	2500	0,15	86
2ПБ132L	1,9	4000	3000	2500	2500	0,187	96
2ПБ160М	2,5	4000	3000	2500	2500	0,334	141
2ПБ160L	3,2	4000	3000	2500	2500	0,416	152
2ПБ180М	4,5	3500	3000	2500	2500	0,8	213
2ПБ180L	5,5	3500	3000	2500	2500	0,916	242
2ПО132L	2,2	4000	3000	2500	2500	0,187	110
2ПО160М	3,2	4000	3000	2500	2500	0,334	151
2ПО160L	4,0	4000	3000	2500	2500	0,418	169
2ПО180М	6,3	3500	3000	2500	2500	0,8	235
$n_{\text{НОМ}} = 750$ об/хв							
2ПН132М	1,6	3000	2500	2000	1850	0,15	86
2ПН132L	1,9	3000	2500	2000	1850	0,187	96
2ПН160М	3,0	3000	2500	2000	1850	0,334	141
2ПН160L	4,0	3000	2500	2000	1850	0,416	159
2ПН180М	5,6	3000	2500	2000	1850	0,8	213
2ПО160L	3,2	3000	2500	2000	1850	0,416	169
2ПО180М	4,5	3000	2500	2000	1850	0,800	235
2ПН180L	7,1	3000	2500	2000	1850	0,916	234
2ПН200М	8,5	3000	2500	2000	1850	1,0	282

## Паспортні дані асинхронних двигунів серії 4А

Тип двигуна	$h$ , мм	$P_{ном}$ , кВт	$U_{ном.ф}$ , В	$J$ , кг·м/с	$h_{ном}$ , %	$\cos\varphi_{ном}$	$m_{пуск}$	$m_{min}$	$m_{max}$	$S_{ном}$ , %	$S_{кр}$ , %
$n_c = 3000$ об/хв											
4АА63А2	63	0,37	220	0,0076	70,0	0,86	2,0	1,5	2,2	8,3	50,5
4АА63В2	63	0,55	220	0,009	73,0	0,86	2,0	1,5	2,2	8,5	54,0
4А71А2	71	0,75	220	0,0097	77,0	0,87	2,0	1,5	2,2	5,9	38,0
4А71В2	71	1,1	220	0,011	77,5	0,87	2,0	1,5	2,2	6,3	39,0
4А80А2	80	1,5	220	0,018	81,0	0,85	2,1	1,4	2,6	4,2	35,5
4А80В2	80	2,2	220	0,021	83,0	0,87	2,1	1,4	2,6	4,3	38,0
4А90L2	90	3,0	220	0,035	84,5	0,88	2,1	1,6	2,5	4,3	32,5
4А100S2	100	4,0	220	0,059	86,5	0,89	2,0	1,6	2,5	3,3	28,0
4А100L2	100	5,5	220	0,075	87,5	0,91	2,0	1,6	2,5	3,4	29,0
4А112M2	112	7,5	220	0,01	87,5	0,88	2,0	1,8	2,8	2,5	17,0
4А132M2	132	11,0	220	0,023	88,0	0,90	1,7	1,5	2,8	2,3	19,0
4А160S2	160	15,0	220	0,048	88,0	0,91	1,4	1,0	2,2	2,1	12,0
4А160M2	160	18,5	220	0,053	88,5	0,92	1,4	1,0	2,2	2,1	12,5
4А180S2	180	22,0	220	0,07	88,5	0,91	1,4	1,1	2,5	1,9	12,5
4А180M2	180	30,0	220	0,085	90,5	0,90	1,4	1,1	2,5	1,8	12,5
4А200S2	200	37,0	220	0,15	90,0	0,89	1,4	1,0	2,5	1,9	11,5
4А200M2	200	45,0	220	0,17	91,0	0,90	1,4	1,0	2,5	1,8	11,5
4А225S2	225	55,0	220	0,25	91,0	0,92	1,4	1,2	2,5	1,8	11,0
4А250S2	250	75,0	220	0,47	91,0	0,89	1,2	1,0	2,5	1,4	10,0
4А250M2	250	90,0	220	0,52	92,0	0,90	1,2	1,0	2,5	1,4	10,0
4А280S2	280	110,0	220	1,1	91,0	0,89	1,2	1,0	2,2	2,0	8,5
4А280M2	280	132,0	220	1,2	91,5	0,89	1,2	1,0	2,2	2,0	8,5
4А315S2	315	160,0	220	1,4	92,0	0,90	1,0	0,9	1,9	1,9	8,5
4А315M2	315	200,0	220	1,6	92,5	0,90	1,0	0,9	1,9	1,9	9,0
4А355S2	355	250,0	220	2,9	92,5	0,90	1,0	0,9	1,9	1,9	7,0
4А355M2	355	315,0	220	3,2	93,0	0,91	1,0	0,9	1,9	2,0	7,5
$n_c = 1500$ об/хв											
4АА63В4	63	0,37	220	0,014	68,0	0,69	2,0	1,5	2,2	9,0	48,0
4А71А4	71	0,55	220	0,013	70,5	0,70	2,0	1,8	2,2	7,3	39,0
4А71В4	71	0,75	220	0,014	72,0	0,73	2,0	1,8	2,2	7,5	40,0
4А80А4	80	1,1	220	0,032	75,0	0,81	2,0	1,6	2,2	5,4	34,0
4А80В4	80	1,5	220	0,033	77,0	0,83	2,0	1,6	2,2	5,8	34,5
4А90L4	90	2,2	220	0,056	80,0	0,83	2,1	1,6	2,4	5,1	33,0
4А100S4	100	3,0	220	0,087	82,0	0,83	2,0	1,6	2,4	4,4	31,0
4А100L4	100	4,0	220	0,011	84,0	0,84	2,0	1,6	2,4	4,6	31,5
4А112M4	112	5,5	220	0,017	85,5	0,85	2,0	1,6	2,2	3,6	25,0
4А132S4	132	7,5	220	0,028	87,5	0,86	2,2	1,7	3,0	2,9	19,5

Тип двигуна	$h$ , мм	$P_{ном}$ , кВт	$U_{ном.ф}$ , В	$J$ , кг·м/с	$h_{ном}$ , %	$\cos j_{ном}$	$m_{пуск}$	$m_{min}$	$m_{max}$	$S_{ном}$ , %	$S_{кр}$ , %
4A132M4	132	11,0	220	0,04	87,5	0,87	2,2	1,7	3,0	2,8	19,5
4A160S4	160	15,0	220	0,1	88,5	0,88	1,4	1,0	2,3	2,3	16,0
4A160M4	160	18,5	220	0,13	89,5	0,88	1,4	1,0	2,3	2,2	16,0
4A180S4	180	22,0	220	0,19	90,0	0,90	1,4	1,0	2,3	2,0	14,0
4A180M4	180	30,0	220	0,23	91,0	0,89	1,4	1,0	2,3	1,9	14,0
4A200S4	200	37,0	220	0,37	91,0	0,90	1,4	1,0	2,5	1,7	10,0
4A200M4	200	45,0	220	0,45	92,0	0,90	1,4	1,0	2,5	1,6	10,0
4A225S4	225	55,0	220	0,64	92,5	0,90	1,3	1,0	2,5	1,4	10,0
4A250S4	250	75,0	220	1	93,0	0,90	1,2	1,0	2,3	1,2	9,5
4A250M4	250	90,0	220	1,2	93,0	0,91	1,2	1,0	2,3	1,3	9,5
4A280S4	280	110,0	220	2,3	92,5	0,90	1,2	1,0	2,0	2,3	8,5
4A280M4	280	132,0	220	2,5	93,0	0,90	1,3	1,0	2,0	2,3	6,5
4A315S4	315	160,0	220	3,1	93,5	0,91	1,3	0,9	2,2	1,4	6,5
4A315M4	315	200,0	220	3,6	94,0	0,92	1,3	0,9	2,2	1,3	5,0
4A355S4	355	250,0	220	6	94,5	0,92	1,2	0,9	2,0	1,0	4,0
4A355M4	355	315,0	220	7	94,5	0,92	1,2	0,9	2,0	1,0	4,0
$n_c = 1000$ об/хв											
4A71A6	71	0,37	220	0,017	64,5	0,69	2,0	1,8	2,2	9,2	49,0
4A71B6	71	0,55	220	0,02	67,5	0,71	2,0	1,8	2,2	10,0	49,0
4A80A6	80	0,75	220	0,031	69,0	0,74	2,0	1,6	2,2	8,4	37,0
4A80B6	80	1,1	220	0,046	74,0	0,74	2,0	1,6	2,2	8,0	38,0
4A90L6	90	1,5	220	0,073	75,0	0,74	2,0	1,7	2,2	6,4	31,0
4A100L6	112	2,2	220	0,013	81,0	0,73	2,0	1,6	2,2	5,1	25,5
4A112MA6	112	3,0	220	0,017	81,0	0,76	2,0	1,8	2,5	4,0	37,0
4A112MB6	132	4,0	220	0,021	82,0	0,81	2,0	1,8	2,5	5,0	38,0
4A132S6	132	5,5	220	0,04	85,0	0,80	2,0	1,8	2,5	3,3	36,0
4A132M6	160	7,5	220	0,058	85,5	0,81	2,0	1,8	2,5	3,2	26,0
4A160S6	160	11,0	220	0,14	86,0	0,86	1,2	1,0	2,0	2,7	15,0
4A160M6	180	15,0	220	0,18	87,5	0,87	1,2	1,0	2,0	2,6	14,0
4A180M6	180	18,5	220	0,22	88,0	0,87	1,2	1,0	2,0	2,4	13,5
4A200S6	200	22,0	220	0,4	90,0	0,90	1,3	1,0	2,4	2,3	13,5
4A200L6	200	30,0	220	0,45	90,5	0,90	1,3	1,0	2,4	2,1	13,5
4A225M6	225	37,0	220	0,74	91,0	0,89	1,2	1,0	2,3	1,8	11,5
4A250S6	250	45,0	220	1,2	91,5	0,89	1,2	1,0	2,1	1,4	9,0
4A250M6	250	55,0	220	1,3	91,5	0,89	1,2	1,0	2,1	1,3	9,5
4A280S6	280	75,0	220	2,9	92,0	0,89	1,2	1,0	2,2	2,0	8,3
4A280M6	280	90,0	220	3,4	92,5	0,89	1,2	1,0	2,2	1,8	8,3
4A315S6	315	110,0	220	4	93,0	0,90	1,0	0,9	2,2	1,8	8,2
4A315M6	315	132,0	220	4,5	93,5	0,90	1,4	0,9	2,2	1,7	8,2
4A355S6	355	160,0	220	7,3	93,5	0,90	1,4	0,9	2,2	1,4	6,5
4A355M6	355	200,0	220	8,8	94,0	0,90	1,4	0,9	2,2	1,3	6,4



## Одиниці Міжнародної системи (ГОСТ 8.417 – 81)

Найменування величини	Найменування одиниці виміру	Скорочене позначення одиниці	
		Українське	Міжнародне
<b>Основні одиниці</b>			
Довжина	метр	м	m
Маса	кілограм	кг	kg
Час	секунда	с	s
Електричний струм	ампер	А	A
Термодинамічна температура	кельвін	К	K
Кількість речовини	моль	моль	mol
Сила світла	кандела	кд	cd
<b>Додаткові одиниці</b>			
Плоский кут	радіан	рад	rad
Тілесний кут	стерадіан	ср	sr
<b>Похідні одиниці</b>			
<i>1. Одиниці простору і часу</i>			
Площа	квадратний метр	м <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
Об'єм, місткість	кубічний метр	м <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>
Швидкість	метр за секунду	м/с	m/s
Кутова швидкість	радіан за секунду	рад/с	rad/s
Прискорення	метр за секунду в квадраті	м/с <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>
Кутове прискорення	радіан за секунду в квадраті	рад/с <sup>2</sup>	rad/s <sup>2</sup>
Частота	герц	Гц	Hz
<i>2. Механічні одиниці</i>			
Щільність	кілограм на кубічний метр	кг/м <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
Сила, вага	ньютон	Н	N
Тиск, механічна напруга	паскаль	Па	Pa
Момент	ньютон-метр	Н·м	N·m
Момент інерції	кілограм-метр у квадраті	кг·м <sup>2</sup>	kg·m <sup>2</sup>
<i>3. Електричні й магнітні одиниці</i>			
Енергія, робота	джоуль	Дж	J
Потужність	ват	Вт	W

Найменування величини	Найменування одиниці виміру	Скорочене позначення одиниці	
		Українське	Міжнародне
Кількість електрики (електричний заряд)	кулон	Кл	С
Електрична напруга, різниця електричних потенціалів, електрорушійна сила	вольт	В	V
Електрична ємність	фарад	Ф	F
Електричний опір	ом	Ом	W
Електрична провідність	сіменс	См	S
Напруженість електричного поля	вольт на метр	В/м	V/m
Магнітний потік	вебер	Вб	Wb
Магнітна індукція	тесла	Тл	T
Напруженість магнітного поля	ампер на метр	А/м	A/m
Магніторушійна сила	ампер	А	A
Індуктивність, взаємна індуктивність	генрі	Гн	H
Потужність електричного кола:			
Активна	ват	Вт	W
Реактивна	вар	вар	var
Повна	вольт-ампер	В·А	V·A
<i>4. Світлові одиниці</i>			
Світловий потік	люмен	лм	lm
Освітленість	люкс	лк	lx
Яскравість	кандела на квадратний метр	кд/м <sup>2</sup>	cd/m <sup>2</sup>
<i>5. Одиниці теплових величин</i>			
Кількість теплоти, термодинамічний потенціал, ентальпія	джоуль	Дж	J
Питома кількість теплоти	джоуль на кілограм	Дж/кг	J/kg
Теплоємність системи, ентропія	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K
Питома теплоємність, питома ентропія	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/(кг·К)	J/(kg·K)
Тепловий потік	ват	Вт	W
Поверхнева щільність теплового потоку	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>	W/m <sup>2</sup>
Теплопровідність	ват на метр-кельвін	Вт/(м·К)	W/(m·K)
Температурний градієнт	кельвін на метр	К/м	K/m

**Літерні позначення найбільш вживаних  
в електротехніці величин (ГОСТ 1494 –77)**

Найменування величини	Позначення	
	головне	запасне
Енергія електромагнітна	$W$	–
Ємність електрична	$C$	–
Заряд електричний	$Q$	–
Зсув фаз між напругою і струмом	$j$	–
Індуктивність взаємна	$M$	$L_{mn}$
Індуктивність власна	$L$	–
Індукція магнітна	$B$	–
Ковзання	$s$	–
Коефіцієнт загасання	$d$	–
Коефіцієнт магнітного розсіювання	$s$	–
Коефіцієнт потужності при синусоїдальних напрузі й струмі	$\cos j$	–
Коефіцієнт трансформації	$k$	$n$
Коефіцієнт трансформації трансформатора напруги (ТН)	$K$	$K_U$
Коефіцієнт трансформації трансформатора струму (ТТ)	$K$	$K_I$
Напруга електрична	$U$	–
Напруженість електричного поля	$E$	–
Напруженість магнітного поля	$H$	–
Опір електричний, опір постійному струму, опір активний	$R$	$r$
Опір електричний повний	$Z$	–
Опір електричний питомий	$r$	–
Опір електричний реактивний	$X$	$x$
Опір магнітний	$R_m$	$r_m$
Період коливань електричної чи магнітної величини	$T$	–
Потік магнітний	$\Phi$	–
Потокозчеплення	$Y$	–
Потужність кола постійного струму, потужність активна	$P$	–
Потужність повна	$S$	$P_S$
Потужність реактивна	$Q$	$P_Q$
Провідність електрична магнітна	$G$	$g$
Провідність електрична повна	$Y$	–
Провідність магнітна	$L$	–
Провідність реактивна	$B$	$b$
Сила коерцитивна	$H_C$	–

Найменування величини	Позначення	
	голове	запасне
Сила електрорушійна (ЕРС)	$E$	–
Сила магніторушійна (МРС) уздовж замкнутого контуру	$F$	$F_m$
Стала часу електричного кола	$t$	$T$
Стала електрична	$e_0$	–
Стала магнітна	$m_0$	–
Струм	$I$	–
Частота коливань електричної чи магнітної величини	$f$	$g$
Частота коливань кутова електричної чи магнітної величини	$w$	$W$
Число витків	$N$	$w$
Число пар полюсів	$p$	–
Число фаз багатофазної системи	$m$	–
Щільність струму	$J$	–

П р и м і т к и:

1. Запасні позначення застосовуються, коли основні використовувати нерационально, наприклад, якщо можуть виникнути непорозуміння внаслідок позначення однієї і тією самою буквою різних величин.

2. Миттєві значення ЕРС, електричної напруги, потенціалу, струму, щільності струму, електричного заряду, потужності, електромагнітної енергії варто позначати відповідними малими літерами.

3. Для амплітудних значень величин, що є синусоїдальними функціями часу, застосовується нижній індекс  $m$  (наприклад,  $I_m$ ).

Додаток 6

### Множники і префікси для утворення десяткових кратних і часткових одиниць

Множник	Найменування префікса	Позначення префікса		Множник	Найменування префікса	Позначення префікса	
		українське	міжнародне			українське	міжнародне
$10^{12}$	тера-	Т	T	$10^{-1}$	деци-	д	d
$10^9$	гіга-	Г	G	$10^{-2}$	санті-	с	c
$10^6$	мега-	М	M	$10^{-3}$	мілі-	м	m
$10^3$	кіло-	к	k	$10^{-6}$	мікро-	мк	μ
$10^2$	гекто-	г	h	$10^{-9}$	нано-	н	n
$10^1$	дека-	да	d	$10^{-12}$	піко-	п	p

---

---

## ЛІТЕРАТУРА

1. Електротехніка, основи електроніки та мікропроцесорної техніки: Навч. посібник. /Ф.П. Шкрабець, Д.В. Ципленков, Ю.В. Куваєв та ін.– Д.: Національний гірничий університет, 2004. – 515 с.

2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – 10-е изд. – М.: УИЦ "Гардарика", 2001. – 638 с.

3. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. – М.: Высш. шк., 2002. – 542 с.

4. Задачник по общей электротехнике с основами электроники: Учеб. пособие для неэлектротехнических специальностей техникумов. /Т.Ф. Березкина, Н.Г. Гусев, В.В. Маслеников. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1991. – 380 с.

5. Рекус Г.Г., Белоусов А.И. Сборник задач и упражнений по электротехнике и основам электроники: Учеб. пособие для неэлектротехнических специальностей вузов. – 2-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2001. – 416 с.

6. Анго А., Математика для электро- и радиоинженеров /Пер. с франц. – М.:Наука, 1967. – 779 с.

7. Скаржепа В.А., Сенько В.И. Электроника и микросхемотехника: Сб. задач/ Под общ. ред. А.А. Краснопрошиной. – К.: Выща шк. 1989. – 232 с.

8. Аналоговая и цифровая электроника. Учебник для вузов. /Ю.Ф. Опадчий, О.П. Глудкин, А.И. Гуров; Под ред. О.П. Глудкина. – М.: Горячая линия – Телеком, 2000. – 768 с.

9. Калабеков Б.А. Цифровые устройства и микропроцессорные системы: Учебник для техникумов связи. – М.: Горячая линия – Телеком, 2000. – 336 с.

---

---

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	5
Глава 1. Електричні кола постійного струму .....	6
Глава 2. Основні поняття про змінний струм .....	29
Глава 3. Однофазні електричні кола .....	43
Глава 4. Трифазні електричні кола .....	87
Глава 5. Електротехнічні вимірювання й прилади .....	109
Глава 6. Трансформатори .....	122
Глава 7. Електричні машини змінного струму .....	147
Глава 8. Електричні машини постійного струму .....	174
Глава 9. Основи електропривода .....	196
Глава 10. Напівпровідникові прилади .....	212
Глава 11. Випрямлячі .....	220
Глава 12. Транзисторні підсилювачі .....	224
Глава 13. Основи цифрової техніки .....	234
ДОДАТКИ .....	247
ЛІТЕРАТУРА .....	255

---

## ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ



### **Шкрабець Федір Павлович**

*(Народився у 1949 р.)*

Завідувач кафедри електричних машин. Закінчив Дніпропетровський гірничий інститут у 1971 р. Гірничий інженер-електрик, доктор технічних наук, професор, академік Академії наук вищої школи України. Основні напрями наукової роботи: процеси в розподільчих і тягових мережах при несиметричних пошкодженнях, надійність та електробезпека систем електропостачання гірничих підприємств

### **Ципленков Дмитро Володимирович**

*(Народився у 1975 р.)*

Закінчив Державну гірничу академію України у 1997 р. Інженер електромеханік, кандидат технічних наук, доцент кафедри електричних машин. Наукова робота пов'язана з системами векторного керування асинхронним електроприводом.



Навчальне видання

**Шкрабець Федір Павлович**  
**Ципленков Дмитро Володимирович**

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ**  
**З ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ**  
**ТА ОСНОВ ЕЛЕКТРОНІКИ**

(Навчальний посібник )

Редактор О.Н. Ільченко

Підписано до друку 01.08.06. Формат 30 x 42/4,  
Папір офсет. Ризографія.  
Ум. друк. арк. 15,0. Обл.-вид. арк. 13,4.  
Тираж 300 прим. Зам. №

Підготовлено до друку та видруковано  
у Національному гірничому університеті,  
49005, м. Дніпропетровськ, 27, просп. К. Маркса, 19,  
Свідоцтво про внесення до державного реєстру ДК № 1842