

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**А.В. БУЛАШЕНКО**

# **ОСНОВИ ТЕОРІЇ КІЛ. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ**

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра  
за освітніми програмами: «Інформаційна та комунікаційна радіоінженерія»,  
«Інтелектуальні технології радіоелектронної техніки»,  
«Радіотехнічні комп'ютеризовані системи»  
спеціальності 172 Електронні комунікації та радіотехніка

Електронне мережне навчальне видання

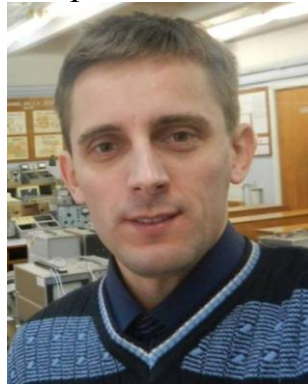
Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2023

Рецензент *Вишневий С.В.*, к.т.н., старший викладач кафедри РТС РТФ

Відповідальний редактор *Мартинюк С.Є.*, к.т.н., доцент, зав. кафедри РІ

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 6 від 30.03.2023 р.)  
за поданням Вченої ради Радіотехнічного факультету (протокол № 03/2023  
від 27.02.2023 р.)*

Електронне мережне навчальне видання



*Булашенко Андрій Васильович, ст. викладач кафедри радіоінженерії*

## **ОСНОВИ ТЕОРІЇ КІЛ. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ**

Основи теорії кіл. Рекомендації до виконання розрахункової роботи. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 172 Електронні комунікації та радіотехніка / А. В. Булашенко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл 2.65 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 80с.

Навчальний посібник містить варіанти завдання та зразки виконання розрахункової роботи з дисципліни «Основи теорії кіл». У роботі обчислення здійснюються для електричних кіл у режимах постійного струму, у режимі гармонічного струму та у резонансному режимі. Цей посібник буде корисним студентам, що виконують розрахункову роботу, для отримання практичних навичок по розрахунку електричних кіл.

© А.В. Булашенко, 2023  
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. ВАРИАНТИ ЗАВДАНЬ ДО РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ.....	4
2. БАЗОВИЙ СКЛАД РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ.....	14
3. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ РОЗДІЛІВ РОБОТИ .....	15
3.1. Приклад обчислення кола постійного струму .....	15
3.1.1. Порядок перетворення схеми .....	15
3.1.2. Обчислення струмів методом контурних струмів .....	16
3.1.3. Обчислення струмів методом вузлових напруг .....	19
3.1.4. Обчислення струму $I_0$ із методом еквівалентного генератора.....	23
3.1.5. Обчислення струму $I_0$ методом еквівалентних перетворень .....	28
3.1.6. Обчислення всіх струмів та напруг у початковій схемі .....	33
3.2. Приклад обчислення кола гармонічного струму .....	37
3.2.1. Обчислення вхідного опору .....	37
3.2.2. Обчислення вхідного опору у точках за схемою Горнера .....	41
3.2.3. Обчислення вхідного струму методом еквівалентного генератора .....	42
3.2.4. Обчислення всіх струмів та напруг кола.....	44
3.2.5. Обчислення початкової схеми.....	49
3.2.6. Обчислення балансу потужностей.....	50
3.2.7. Побудова часових діаграм струмів та напруг.....	52
3.2.8. Побудова векторних діаграм струмів та напруг.....	55
3.3. Приклад обчислення послідовного контуру .....	58
3.3.1. Визначення точної формули резонансної частоти.....	58
3.3.2. Обчислення параметрів послідовного контуру .....	59
3.3.3. Побудова модуля та аргументу вхідного опору .....	60
3.3.4. Обчислення контуру на резонансній частоті.....	62
3.3.5. Обчислення параметрів контуру із урахуванням генератора .....	64
3.4. Приклад обчислення паралельного контуру .....	66
3.4.1. Обчислення параметрів паралельного контуру.....	66
3.4.2. Обчислення модуля та аргументу вхідного опору паралельного контуру.....	67
3.4.3. Обчислення паралельного контуру на резонансній частоті.....	69
3.4.4. Обчислення параметрів паралельного контуру із урахуванням генератора.....	71
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	74
ДОДАТОК А. Зразок титульного аркуша.....	75
ДОДАТОК Б. Зразок розрахунку модуля та аргументу у MathCAD .....	76
ДОДАТОК В. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD.....	77
ДОДАТОК Г. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD .....	78
ДОДАТОК Д. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD.....	79
ДОДАТОК Е. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD.....	80

## ВСТУП

Під час вивчення предмету «Основи теорії кіл» студенти виконують розрахункову роботу (РР), що робиться згідно варіанту завдання індивідуально кожним студентом. Відповідний номер варіанту на початку семестру видає викладач. Розрахункова робота містить три складові частини. У першій частині здійснюють розрахунки складного лінійного кола постійного струму за допомогою відомих методів розрахунку. У другій частині здійснюють розрахунки лінійного кола гармонічного струму за допомогою відомих методів аналізу таких кіл. Під час здійснення розрахунків у третій частині необхідно порахувати режими роботи послідовного або паралельного коливального контуру. Запропонований навчальний посібник містить нові приклади виконання розрахункової роботи, що оснащені скріншотами розрахунків із програми MathCAD. Таким чином, цей посібник містить різні приклади виконання розрахункової роботи. Тому він може використовуватися студентами одночасно, залежно від того, який приклад ближчий до їх варіанту завдання. Також цей посібник дає можливість студентам побачити різні варіанти розрахунку електричних кіл. Завдання до роботи були взяті із джерела [1] із модифікацією, а всі приклади повністю перероблені. Навчальний посібник було написано із використанням джерел [1-9].

## 1. ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

Метою виконання РР є опанування відомих методів аналізу електричних кіл у розгалужених колах. При виконанні РР студент має суворо дотримуватися свого номеру варіанту, який видає викладач на початку семестру. РР має містити титульний аркуш (додаток А), аркуш із змістом та аркуш із завдання для кожної частини окремо. У таблицях нижче представлені варіанти завдань для кожної частини окремо. При формуванні аркушу із завданням для відповідної частини не обхідно обов'язково числові значення елементів нанести на схему.

### **Частина 1. «РОЗРАХУНОК КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ»**

Перше, що треба зробити – це накреслити схему, згідно варіанту завдання. На схему нанести числові значення елементів (рис. 2.2.).

Для кола (рис.2.1) необхідно виконати:

1.1. За методом контурних струмів обчислити струми у гілках та напругу на всіх її елементах та здійснити перевірку закону балансу потужностей.

1.2. За методом вузлових напруг обчислити струми у гілках та напругу на всіх її елементах та здійснити перевірку закону балансу потужностей

1.3. За методом про еквівалентний генератор або еквівалентних перетворень обчислити струм  $I_0$  згідно варіанту завдання. Визначити величину опору навантаження (опір, через який протікає струм  $I_0$ ) за умови, коли на ньому ви-

ділитись максимальна активна потужність та визначити цю потужність.

1.4. Для початкової схеми із джерелами струмів та напруг обчислити всі струми та напруги та здійснити перевірку закону балансу потужностей. За результатами розрахунків числові значення та напрямки всіх струмів і напруг нанести на початкову схему.

Числові значення елементів схеми (рис. 2.1) для всіх варіантів становлять:  $E_1 = 10$  В,  $R_1 = 2$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм,  $R_9 = 4$  кОм,  $R_{10} = 5$  кОм значення інших елементів наведені у Таблиці 2.1. Всі опори задані в [кОм], струми – в [мА], напруги – в [В]. Джерела напруги з нульовим значенням  $E$  замінити на закоротку; джерела струму з нульовим значенням  $J$  просто видалити зі схеми. Всі проміжні розрахунки потрібно виконувати з точністю (розрядністю), яка забезпечує похибку у балансі потужностей не більше 1%.

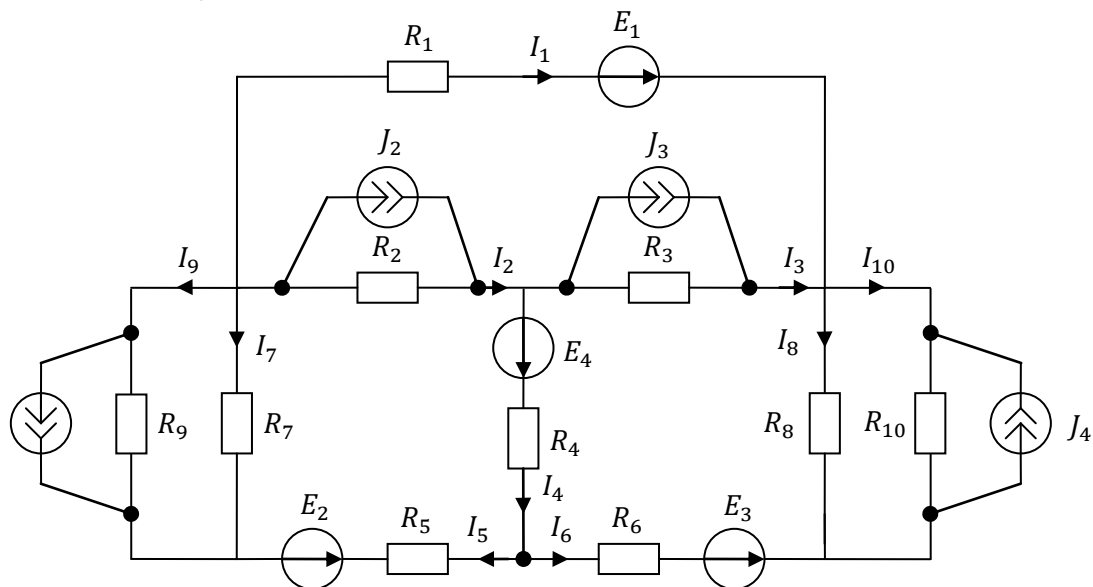


Рисунок 2.1 – Початкова схема для розрахунку кола постійного струму

Якщо значення струму від’ємне, то краще змінити його напрям на протилежний. Значення струмів надати в мА, напруг – в вольтах.

Приклад наведений на рис. 2.2.

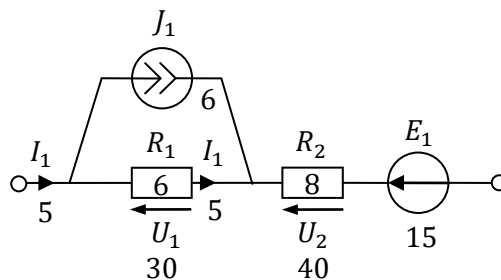


Рисунок 2.2 – Приклад нанесення числових значень

Таблиця 2.1. Варіанти завдань до розрахунку кола постійного струму

Варіант	I <sub>0</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>8</sub>
		В			мА				кОм					
1	I <sub>1</sub>	15	8	0	-5	14	0	16	3	5	9	5	8	2
2	I <sub>1</sub>	20	8	5	0	25	0	16	8	5	4	7	2	5
3	I <sub>1</sub>	16	4	8	14	18	0	6	6	4	8	5	3	8
4	I <sub>1</sub>	10	8	4	-8	-6	0	-6	4	8	2	4	6	9
5	I <sub>1</sub>	-8	5	-8	18	26	0	12	5	7	3	5	9	3
6	I <sub>1</sub>	-6	7	12	-8	25	6	0	6	8	3	5	9	2
7	I <sub>1</sub>	12	6	-8	15	-5	4	0	6	4	8	2	3	7
8	I <sub>1</sub>	24	8	12	-9	12	8	0	4	5	2	1	6	8
9	I <sub>1</sub>	18	6	7	-6	15	5	0	3	7	2	8	5	2
10	I <sub>1</sub>	12	6	8	-6	-8	3	0	5	8	3	1	7	3
11	I <sub>1</sub>	10	8	-8	15	12	0	6	10	8	12	12	15	18
12	I <sub>1</sub>	0	0	12	15	15	0	15	8	6	4	1	7	9
13	I <sub>1</sub>	0	0	15	-6	20	0	-8	7	4	3	8	3	1
14	I <sub>1</sub>	0	0	12	20	-7	0	6	9	5	3	9	2	7
15	I <sub>1</sub>	0	0	-8	15	12	6	0	8	4	3	6	3	2
16	I <sub>1</sub>	0	2	6	-5	-8	0	0	6	2	4	8	5	7
17	I <sub>1</sub>	0	20	6	-6	-9	5	0	7	3	7	2	1	3
18	I <sub>1</sub>	12	0	0	15	10	0	15	8	4	3	7	2	1
19	I <sub>1</sub>	15	0	4	12	15	0	-8	7	4	6	3	3	6
20	I <sub>1</sub>	6	0	8	-8	-9	6	4	6	3	5	2	4	2
21	I <sub>1</sub>	-8	0	12	10	0	0	15	8	4	3	9	6	5
22	I <sub>1</sub>	6	0	20	-8	18	0	6	8	6	5	3	2	4
23	I <sub>1</sub>	6	0	16	15	-8	8	6	6	3	3	7	6	9
24	I <sub>1</sub>	10	0	16	-6	20	8	4	4	6	4	7	3	2
25	I <sub>1</sub>	-8	12	0	8	0	0	-8	5	7	3	2	1	8
26	I <sub>2</sub>	12	10	0	-6	10	0	0	7	5	3	5	2	1
27	I <sub>2</sub>	10	15	0	-8	-8	0	14	8	5	3	6	9	5
28	I <sub>2</sub>	15	-6	0	-8	4	0	10	5	8	3	4	2	9
29	I <sub>2</sub>	12	10	0	-6	-8	0	15	7	5	9	3	6	1
30	I <sub>2</sub>	16	20	0	25	8	0	6	4	8	3	2	7	4
31	I <sub>2</sub>	20	12	0	15	-6	0	8	6	7	4	2	8	3
32	I <sub>2</sub>	16	10	0	5	8	0	6	6	8	5	3	2	8
33	I <sub>2</sub>	15	8	8	0	9	0	-8	7	7	5	3	2	4
34	I <sub>2</sub>	12	7	4	0	8	0	-6	4	3	6	8	4	2
35	I <sub>2</sub>	10	7	3	8	0	0	-4	4	7	8	3	4	1
36	I <sub>2</sub>	14	8	16	0	0	0	-6	8	4	2	7	4	9
37	I <sub>2</sub>	20	8	-8	0	0	0	-6	3	2	5	6	2	1
38	I <sub>2</sub>	14	6	8	0	0	0	8	4	6	4	3	9	7
39	I <sub>2</sub>	10	8	6	-8	0	0	4	4	2	1	5	3	7
40	I <sub>2</sub>	8	7	5	0	0	0	-8	5	3	7	8	2	3
41	I <sub>2</sub>	8	12	16	-8	0	0	-8	5	7	4	6	2	1
42	I <sub>2</sub>	20	16	12	0	0	0	6	6	3	2	8	3	9
43	I <sub>2</sub>	10	8	-8	0	0	0	7	4	3	1	7	8	3
44	I <sub>2</sub>	-8	6	12	5	0	0	0	5	8	6	3	2	3

Продовження таблиці 2.1

Варіант	I <sub>0</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>8</sub>
		В			мА				кОм					
45	I <sub>2</sub>	20	7	18	6	0	0	0	7	4	2	3	9	6
46	I <sub>2</sub>	18	16	10	9	0	0	0	4	7	3	2	8	4
47	I <sub>2</sub>	8	5	13	0	6	5	0	4	2	3	8	7	5
48	I <sub>2</sub>	-7	4	5	0	0	0	8	6	4	2	8	4	1
49	I <sub>2</sub>	10	7	8	0	0	0	4	4	2	8	6	7	5
50	I <sub>2</sub>	15	4	9	0	0	0	-6	8	7	9	4	2	3
51	I <sub>3</sub>	12	8	6	0	0	0	15	8	5	9	4	6	3
52	I <sub>3</sub>	7	12	-8	0	0	0	-6	5	3	8	4	3	2
53	I <sub>3</sub>	10	-8	0	0	0	15	-6	4	3	7	5	3	1
54	I <sub>3</sub>	12	-3	0	0	0	-8	12	2	4	1	3	5	2
55	I <sub>3</sub>	6	-8	0	0	0	7	15	7	5	8	9	4	2
56	I <sub>3</sub>	6	4	0	4	0	0	10	7	5	4	2	1	8
57	I <sub>3</sub>	4	6	0	3	0	6	-8	5	9	6	7	4	8
58	I <sub>3</sub>	7	3	0	2	0	-5	-4	4	7	4	2	3	8
59	I <sub>3</sub>	-8	5	0	0	3	-6	-4	7	3	5	2	8	5
60	I <sub>3</sub>	-7	3	0	3	6	-5	0	8	6	4	8	5	3
61	I <sub>3</sub>	5	3	0	0	0	-6	5	5	7	3	2	3	8
62	I <sub>3</sub>	4	10	-6	0	0	4	6	4	2	3	7	6	4
63	I <sub>3</sub>	7	-6	5	0	0	0	7	4	5	2	3	8	7
64	I <sub>3</sub>	-12	0	0	6	0	0	-7	5	3	8	4	0	9
65	I <sub>3</sub>	-6	0	0	15	0	0	14	7	4	5	2	1	3
66	I <sub>3</sub>	-5	0	0	8	0	5	4	3	4	2	7	4	5
67	I <sub>3</sub>	-6	0	0	8	0	-4	0	4	2	7	4	8	9
68	I <sub>3</sub>	-6	0	0	5	0	2	7	4	5	3	2	7	2
69	I <sub>3</sub>	14	12	0	0	18	6	4	6	3	2	8	3	7
70	I <sub>3</sub>	15	5	0	0	4	7	-6	4	2	8	3	4	1
71	I <sub>3</sub>	20	12	16	0	0	5	-7	3	6	3	7	2	1
72	I <sub>3</sub>	14	-12	8	0	0	0	10	5	4	2	8	3	4
73	I <sub>3</sub>	-10	0	0	0	4	0	-15	3	4	9	3	2	6
74	I <sub>3</sub>	-7	0	0	6	9	0	-5	2	6	3	8	4	9
75	I <sub>3</sub>	10	0	0	8	4	-4	0	8	4	2	3	7	5
76	I <sub>4</sub>	12	0	-8	0	0	12	6	10	7	5	8	9	6
77	I <sub>4</sub>	16	0	0	0	4	7	-5	6	3	5	8	2	3
78	I <sub>4</sub>	-7	4	0	0	0	7	9	5	3	2	4	1	8
79	I <sub>4</sub>	-5	6	0	0	0	3	-7	4	2	7	4	3	8
80	I <sub>4</sub>	15	-5	0	0	0	20	-9	4	6	5	6	6	4
81	I <sub>4</sub>	10	-7	0	0	9	12	-6	7	5	2	4	9	3
82	I <sub>4</sub>	12	14	0	0	0	18	12	6	3	1	8	3	2
83	I <sub>4</sub>	12	15	0	0	0	-9	18	8	4	2	7	3	4
84	I <sub>4</sub>	6	-8	0	0	0	7	15	6	7	3	2	2	5
85	I <sub>4</sub>	6	4	0	5	0	0	15	3	3	5	2	7	3
86	I <sub>4</sub>	9	4	0	-6	0	0	14	6	3	7	2	4	9
87	I <sub>4</sub>	4	6	0	0	-6	0	20	5	5	2	6	8	3
88	I <sub>4</sub>	7	3	0	3	0	0	18	2	1	4	7	4	8
89	I <sub>4</sub>	-8	5	0	0	3	-6	-4	5	8	3	5	2	1
90	I <sub>4</sub>	-7	3	0	3	6	-6	14	3	7	4	9	2	5

Продовження таблиці 2.1

Варіант	I <sub>0</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	R <sub>8</sub>
		В			мА				кОм					
91	I <sub>4</sub>	5	3	0	0	0	-6	24	5	3	8	3	2	7
92	I <sub>4</sub>	4	10	-6	0	0	4	6	4	3	2	4	2	3
93	I <sub>4</sub>	7	-6	5	0	0	0	7	5	6	7	3	4	1
94	I <sub>5</sub>	-9	0	0	5	8	4	-9	5	3	2	7	4	2
95	I <sub>5</sub>	-6	0	4	8	0	12	-9	3	4	6	2	6	3
96	I <sub>5</sub>	12	0	5	7	0	12	-6	6	7	4	8	2	5
97	I <sub>5</sub>	-6	0	3	0	0	8	-4	2	5	6	2	4	7
98	I <sub>5</sub>	12	10	0	0	0	6	-8	4	3	8	5	3	8
99	I <sub>5</sub>	14	5	0	8	0	-6	12	3	8	4	2	3	7
100	I <sub>5</sub>	-6	0	0	9	-8	4	10	4	2	5	3	6	8
101	I <sub>5</sub>	10	15	0	0	18	0	0	4	9	3	7	2	5
102	I <sub>5</sub>	-8	20	12	0	0	0	14	3	5	9	2	8	3
103	I <sub>5</sub>	20	-8	12	0	5	0	0	8	6	8	4	2	3
104	I <sub>5</sub>	3	-8	20	15	0	6	4	6	3	2	4	5	5
105	I <sub>5</sub>	-9	16	12	0	0	0	12	1	3	2	4	5	2
106	I <sub>5</sub>	8	5	0	0	6	0	-3	2	3	1	5	2	3
107	I <sub>5</sub>	12	15	0	0	0	-9	18	6	4	6	3	8	5
108	I <sub>5</sub>	-5	4	0	-7	0	10	0	3	4	5	6	7	8

**Частина 2. «РОЗРАХУНОК КОЛА ГАРМОНІЧНОГО СТРУМУ»**

Перше, що треба зробити – це намалювати схему, згідно варіанту завдання. На схему нанести числові значення елементів (рис. 2.3).

Для кола (рис.2.3) необхідно виконати:

2.1. Для підсхеми 2 (рис. 2.3) визначити двома способами аналітичний вираз комплексного вхідного опору  $Z(\omega)$ . Вираз  $Z(p)$  спочатку надати у вигляді відношення двох поліномів змінної  $p$  із числовими коефіцієнтами, а потім для розрахунків замінити  $p$  на  $j\omega$ .

2.2. Побудувати залежність модуля  $|Z(\omega)|$  та аргументу  $\varphi_Z(\omega)$ . Колові частоти на графіку взяти в рад/мкс. Під графіками додати вісь частот  $f$  в кГц. Побудову для осі частот здійснити у лінійному масштабі та логарифмічному. Розрахувати значення комплексного вхідного опору  $Z(\omega)$  у 5 точках за допомогою схеми Горнера та представити їх значення в алгебраїчній та показниковій формах.

2.3. Методом еквівалентного генератора або еквівалентних перетворень обчислити струм через опір  $R$  для колової частоти  $\omega = 10^6$  рад/с. Джерела струму та напруги при цьому змінюються за такими гармонічними законами  $e(t) = E \cos(\omega t + \varphi_0)$  В,  $j(t) = J \cos(\omega t + \varphi_0)$  мА.

2.4. Методом контурних струмів та методом вузлових напруг визначити всі струми та напруги. Результат надати у алгебраїчній та показниковій формі.

2.5. Перевірити виконання балансу потужностей за результатами п. 2.4 для кожного пункту окремо. Потужності джерел та споживачів енергії надати у алгебраїчній та показниковій формі.



2.6. На одному графіку накреслити часові діаграми струмів (для одного вузла) та часові діаграми напруг (для одного контуру, що має мінімум три напруги).

2.7. Побудувати у математичному пакеті MathCAD векторні діаграми всіх струмів та всіх напруг окрема.

Числові значення елементів  $R_i$ ,  $C_i$  та  $L_i$  кола та числові значення джерел  $e(t)$  та  $j(t)$  наведені у таблиці 2.2. Всі опори задані в [кОм], струми – в [мА], напруги – в [В], ємності – в [нФ], індуктивності – в [мГн], кути – у градусах. Якщо  $L = 0$ ,  $C = \infty$ , то на схемі зобразити короткозамкнену ділянку. Якщо  $L = \infty$ ,  $C = 0$ , то на схемі зобразити розрив у місці включення таких елементів.

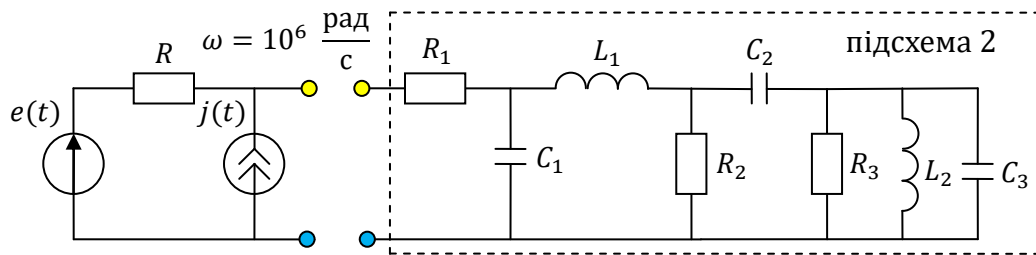


Рисунок 2.3 – Початкова схема для розрахунку кола змінного струму

Таблиця 2.2. Варіанти завдань до розрахунку кола гармонічного струму

Варі- ант	$\varphi_0$	E	J	$L_1$	$L_2$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	R	$R_1$	$R_2$	$R_3$
	град	В	мА	мГн		нФ			кОм			
1	-60	10	0	2	2	1.5	0	1	0.3	0.1	0.4	2
2	90	5	0	3	3	2	0	2	0.2	0.4	0.4	1
3	180	15	0	1	2	3	0	1	0.4	0.1	0.2	2
4	270	20	0	0.5	1	3	0	2	0.3	0.2	1	3
5	0	50	0	3	3	0.5	0	3	0.1	0.1	1	2
6	20	7	0	1	$\infty$	0	0.5	0	0.1	0.4	0.3	0.3
7	40	15	0	1.5	$\infty$	0	1	0	0.2	0.1	0.2	0.4
8	-20	20	0	2	$\infty$	0	0.5	0	0.1	0.4	0.5	0.7
9	-60	30	0	2.5	$\infty$	0	0.3	0	0.3	0.3	0.7	1
10	-90	-10	0	3	$\infty$	0	1.3	0	0.4	0.2	1	2
11	180	-15	0	1.5	$\infty$	0	1.5	0	0.3	0.1	2.5	2
12	180	-90	0	2.4	$\infty$	0	1.2	0	0.8	0.4	1.8	3
13	-90	-40	0	3	$\infty$	0	1.8	0	0.4	0.2	1.5	2
14	-90	-15	20	3	$\infty$	0	3	0	0.2	0.4	3.5	4
15	-10	10	0	0	1	0	1.5	0	0.5	0.1	2	0.3
16	30.	-10	0	0	2	0	2	0	1	0.1	1	0.2
17	200	20	0	0	1.5	0	1.5	0	1.5	0.1	2	0.5
18	120	2	0	0	0.7	0	2	0	2	0.1	1	0.7
19	-120	4	0	0	0.5	0	0.7	0	1.5	0.1	2	1
20	15	10	0	0	$\infty$	0	0.5	0.5	0.1	0.3	8	2
21	10	15	0	0	$\infty$	0	0.8	5	0.2	0.2	7	3
22	15	20	0	0	$\infty$	0	4	2	0.3	0.1	1	5
23	30	-10	0	0	$\infty$	0	2	1	0.1	0.5	4	5

Продовження таблиці 2.2

Варіант	$\varphi_0$	<b>E</b>	<b>J</b>	<b>L<sub>1</sub></b>	<b>L<sub>2</sub></b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>C<sub>2</sub></b>	<b>C<sub>3</sub></b>	<b>R</b>	<b>R<sub>1</sub></b>	<b>R<sub>2</sub></b>	<b>R<sub>3</sub></b>
	град	<b>B</b>	<b>мА</b>	<b>мГн</b>		<b>нФ</b>			<b>кОм</b>			
24	-10	-20	0	0	$\infty$	0	1.5	3	0.2	0.6	1	6
25	-20	30	0	0	$\infty$	0	3	1.5	0.3	0.2	5	7
26	-45	4	0	0	$\infty$	0	2.5	2	0.4	0.2	3	8
27	180	5	0	0	$\infty$	0	3	2	0.5	0.1	2	9
28	90	8	0	0	1	0	$\infty$	2.5	0.6	0.3	2	4
29	-90	10	0	0	1.5	0	$\infty$	1	0.7	0.2	4	2
30	180	30	0	0	2	0	$\infty$	2.5	1	0.1	3	1
32	0	20	5	0	2	0	$\infty$	1.5	0.8	0.2	4	6
33	0	30	10	0	0.7	0	$\infty$	2.5	0.7	0.1	1	7
34	30	10	20	0	0.5	0	$\infty$	2.5	0.6	0.2	2	2
35	30	-20	10	0	0.2	0	$\infty$	3	0.5	0.5	3	4
36	45	30	20	0	2	0	$\infty$	3	0.4	0.3	1	3
37	-45	4	10	0	3	0	$\infty$	0.5	0.3	0.3	4	5
38	-90	5	15	3	$\infty$	0	$\infty$	2.5	0.2	0.5	2	3
39	90	8	5	2	$\infty$	0	$\infty$	3.5	0.1	0.6	1	3
40	70	15	10	1	$\infty$	0	$\infty$	2.5	0.2	0.6	2	2
41	65	-15	15	3	$\infty$	0	$\infty$	1.5	0.3	0.4	2	1
42	40	-20	20	2	$\infty$	0	$\infty$	1.5	0.4	0.4	3	4
43	25	70	30	1	$\infty$	0	$\infty$	2.5	0.6	0.3	2	3
44	-25	15	40	1.5	$\infty$	0	$\infty$	2.5	0.7	0.2	1.5	2
45	-40	20	-10	1.5	$\infty$	0	$\infty$	3.5	1	0.1	3	2
46	-30	10	-20	2	$\infty$	0	$\infty$	1.5	0.9	0.1	1	2
47	10	7	30	4	$\infty$	0	$\infty$	1	0.8	0.1	2	2
48	20	12	15	1	$\infty$	0	$\infty$	4.5	0.5	0.3	1	4
49	-50	12	12	1	$\infty$	0	$\infty$	4.5	1	0.3	3	1
50	25	25	10	1.5	$\infty$	0	$\infty$	4.5	2	0.4	1	3
51	-90	-25	10	3.5	$\infty$	0	$\infty$	1.5	4	0.5	3	2.5
52	-45	30	20	4	5	1.5	2.5	1.5	2	1.5	0	5
53	25	30	0.4	3.6	4.5	2.6	3.5	2	0.7	1.8	0	2.8
54	-18	15	0.8	3	2.4	2.2	2.4	2	0.3	2.4	0	4.2
55	120	-15	0	2	3.4	1.5	0	2	2.1	0.3	0.4	2.5
56	120	30	12	3.3	1.8	2.3	0	3	0.5	0.3	3	2.8
57	-45	15	12	3	3.5	5	0	3	0.8	0.5	3	2.5
58	-30	-25	10	4	1.5	3	0	4	0.4	0.1	5	1.5
59	-60	0	10	1.5	2.5	2	0	4	0.3	0.1	1	2.5
60	90	0	5	3	3	2	0	2	0.2	0.4	0.4	5.5
61	180	0	15	1	3.2	3	0	6	0.4	0.1	0.2	4.5
62	270	0	20	0.5	1	3	0	4	0.3	0.2	1	3
63	0	0	50	3	3.4	0.5	0	5	0.1	0.4	1	5
64	20	0	7	1	$\infty$	0	0.5	0	0.1	0.4	0.3	0.4
65	40	0	18	3.5	$\infty$	0	0.2	0	0.2	0.1	2	0.4
66	-20	10	20	3.3	$\infty$	0	0.5	0	0.1	0.4	3	0.3
67	-60	0	30	3	$\infty$	0	0.3	0	0.3	0.3	0.7	1
68	290	-5	10	3	$\infty$	0	1.3	0	0.4	0.2	1	2
69	180	0	-15	1.5	$\infty$	0	1.5	0	0.3	0.1	2.5	2

Продовження таблиці 2.2

Варіант	$\varphi_0$	<b>E</b>	<b>J</b>	<b>L<sub>1</sub></b>	<b>L<sub>2</sub></b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>C<sub>2</sub></b>	<b>C<sub>3</sub></b>	<b>R</b>	<b>R<sub>1</sub></b>	<b>R<sub>2</sub></b>	<b>R<sub>3</sub></b>
	град	B	мА	мГн		нФ			кОм			
70	180	16	10	2.4	$\infty$	0	1.8	0	0.3	1	2	3
71	-90	0	-40	3.3	$\infty$	0	1.8	0	0.4	0.2	3	1.5
72	-90	16	-16	3	$\infty$	0	4	0	0.2	0.4	3.3	4.5
73	-90	0	40	2	$\infty$	0	3	0	0.5	1	5	0.3
74	30	10	30	2.8	$\infty$	0	6.5	0	0.8	0.3	2	4.5
75	15	10	0	10	$\infty$	0	0.4	0	10	5	4	0.3
76	135	15	15	10	$\infty$	0	0.3	0	2	1	6	0.8
77	15	10	18	2.5	$\infty$	0	4.5	0	3.3	2	3	0.4
78	25	15	6	4	$\infty$	0	7.5	0	4.2	3	2	4.4
79	-30	20	8	3	$\infty$	0	5.6	0	2.4	4	1	3.6
80	90	0	15	1.5	6	1	0	4	0.5	0.2	2	5
81	20	0	10	2.5	6	1	0	4	0.3	0.2	3	6
82	30	5	8	1.5	3	1	0	4	0.3	0.1	4	5
83	25	6	0	1	$\infty$	0	0.4	0	0.2	0.4	0.2	0.2
84	-25	25	0	1	$\infty$	0	0.7	0	0.1	0.3	0.4	2
85	-90	19	0	3	$\infty$	0	1.3	0	0.2	0.4	1	1.5
86	180	35	0	2	$\infty$	0	2.3	0	0.6	0.4	3	1.8
87	75	15	0	3	$\infty$	0	4	0	0.2	0.4	3.5	3
88	30	14	0	0	3	0	3	0	1	0.1	2	0.2
89	120	4	0	0	0.7	0	3	0	2	0.4	1	2
90	15	10	0	0	$\infty$	0	0.6	0.5	0.2	0.3	6	2
91	15	20	5	0	$\infty$	0	2	2	0.3	0.2	4	6
92	-15	20	0	0	$\infty$	0	2.5	3	0.2	0.6	1	5
93	-45	4	0	0	$\infty$	0	2.5	2	0.4	0.3	3	4
94	90	8	0	0	3.5	0	$\infty$	2.5	0.6	0.5	2	4
95	150	30	0	0	3.5	0	$\infty$	1.5	1	0.1	3	2
96	25	5	25	0	4.5	0	$\infty$	3.5	0.8	0.4	5	4
97	30	10	20	0	3.5	0	$\infty$	2.5	0.6	0.3	2	3
98	45	30	20	0	2.5	0	$\infty$	1	0.4	0.5	2	4
99	-90	5	12	3	$\infty$	0	$\infty$	2.5	0.3	0.5	2	3
100	70	15	12	1	$\infty$	0	$\infty$	1.5	0.3	0.6	2	3.5
101	40	20	15	2	$\infty$	0	$\infty$	4.5	0.4	0.5	3	4
102	-25	15	0	1.5	$\infty$	0	$\infty$	3.2	0.7	0.2	2	3.5
103	-30	10	-5	2	$\infty$	0	$\infty$	1.8	0.9	0.3	1	2
104	20	12	5	1	$\infty$	0	$\infty$	2.5	0.5	0.3	2	4
105	25	25	0	2.5	$\infty$	0	$\infty$	4.5	0.3	0.4	2	3
106	45	30	20	3	$\infty$	0	$\infty$	3.3	2	1.5	2	2.5
107	75	20	5	2	$\infty$	0	$\infty$	4.5	2	4.5	3.5	3
108	30	10	0	1.5	1	1	0	1	0.1	0.1	0.1	2

### Частина 3. «РОЗРАХУНОК ПООДИНОКОГО КОНТУРУ»

На рис. 2.5 представлені кола коливальних контурів для розрахунку, а числові значення їх елементів представлені в таблиці 2.3.

Остання цифра номера варіанту вказує на потрібний контур, а перша цифра номера варіанту вказує числові значення елементів кола, які треба взяти.

Для наведеного кола поодинокого контуру потрібно розрахувати:

3.1. Обчислити точне значення резонансної частоти  $\omega_{0T}$  та порівняти його зі значенням  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ . Частоту  $\omega_{0T}$  подати у вигляді

$$\omega_{0T} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot M,$$

де  $M$  – аналітичний вираз.

Представити чисельне значення коефіцієнту  $M$ .

3.2. Обчислити характеристичний опір  $\rho$ , смугу пропускання та добротність контуру, його опір на резонансній частоті та потужність на цій частоті.

3.3. Побудувати модуль та аргумент вхідного опору  $Z_{ВХ}(\Delta f)$  та  $arg_{Z_{ВХ}}(\Delta f)$ .

3.4. На резонансній частоті накреслити векторні діаграми струмів та напруг для неперетвореної схеми.

3.5. Підключити коло до джерела з  $E=1$  В та внутрішнім опором, яке дорівнює  $r_i$  у випадку резонансу напруг або дорівнює  $R_i$  – у випадку резонансу струму (рис. 2.4). Обчислити смугу пропускання кола з урахуванням внутрішнього опору джерела та накреслити графік залежності модуля та аргументу напруги на контурі від частоти  $U_K(\Delta f)$  та  $U_K(\xi)$ .

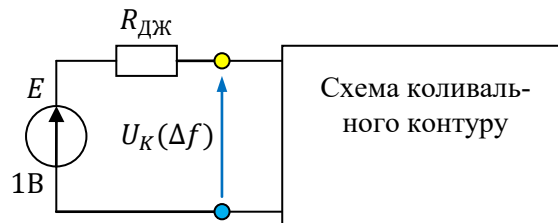


Рисунок 2.4 – Початкова схема для розрахунку контуру

Розрахунки здійснювати за допомогою інженерних співвідношень.

Таблиця 2.3. Варіанти завдань до розрахунку поодинокого контура

перша цифра номера варіанта	L, мкГн	C, пФ	r, Ом	R, кОм	r <sub>i</sub> , Ом	R <sub>i</sub> , кОм
1	100	250	12	35	7	120
2	150	200	15	60	10	150
3	300	400	20	70	8	100
4	400	300	30	35	10	80
5	600	200	20	45	8	80
6	800	600	15	100	15	110
7	400	600	10	80	8	120
8	1000	800	12	120	12	180
9	300	200	14	100	14	150
10	500	300	18	80	10	60
11	700	200	17	70	13	125
12	200	700	11	90	14	110

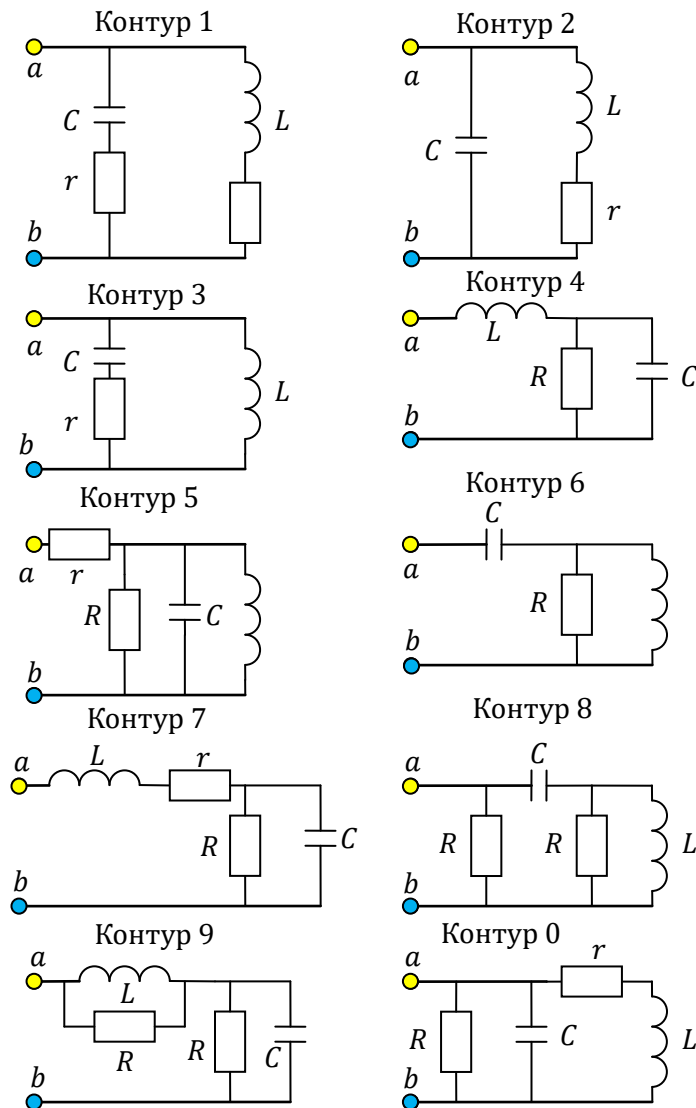


Рисунок 2.5 – Схеми контурів

## 2.БАЗОВИЙ СКЛАД РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

Розрахункова робота повинна включати такі складові частини:

1. Титульний аркуш з номером варіанта (див. додаток А).
2. Зміст (із нумерацією розділів, підрозділів, сторінок ).
3. Розділ. Розрахунок кола постійного струму
  - розрахунок струмів за МКС, баланс;
  - розрахунок струмів за МВН, баланс;
  - розрахунок кола за МЕГ
  - розрахунок початкового кола, баланс
4. Розділ. Розрахунок кола гармонічного струму
  - розрахунок вхідного опору та побудова графіків його модулів та аргументів;
  - розрахунок струму через опір  $R$  за допомогою МЕГ або МЕР;
  - розрахунок всіх струмів та напруг за МКС та МВН;
  - розрахунок балансу потужностей у початковому колі;
  - побудова часових діаграм;
  - побудова векторної діаграми.
5. Розділ. Розрахунок поодинокого контуру
  - виведення формули резонансної частоти;
  - визначення параметрів контуру;
  - побудова модуля та аргументу вхідного опору контуру;
  - побудова векторної діаграми на резонансній частоті;
  - визначення напруги на контурі;
6. Список літератури.

Робота орієнтована на виконання за допомогою прикладних програм типу MathCAD та інших для виконання розрахункових операцій та побудови графіків за умови, що студент має пояснити отримані результати.

Оформлення РР здійснюється на папері формату А4 з одного боку друкованим способом, або вручну, або у математичному пакеті MathCAD із відповідними поясненнями та схемами.

Захист роботи здійснюється викладачу, що викладає практичні заняття або лектору із дисципліни на підставі правильно виконаної роботи. Захист окремої частини роботи теж можна здійснювати окремо не пізніше, як за тиждень, після того, як вона була перевірена та допущена до захисту.

### 3. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ РОЗДІЛІВ РОБОТИ

#### 3.1. Приклад обчислення кола постійного струму

##### 3.1.1. Порядок перетворення схеми

На схему (рис. 3.1 а) згідно варіанту завдання нанесемо числові значення елементів: опори в кОм, струми в мА, напруги в В.

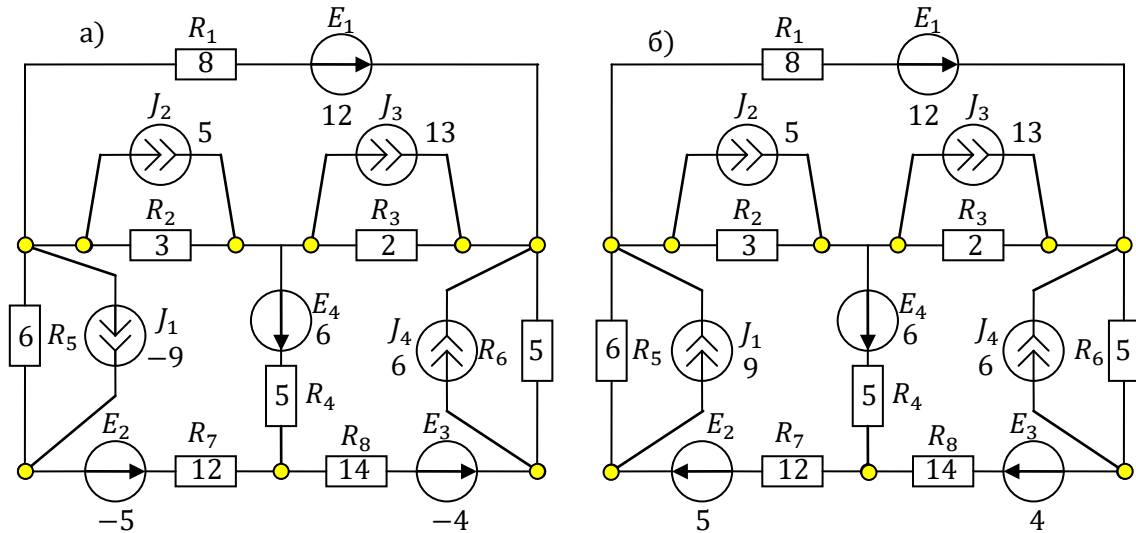


Рисунок 3.1 – Перетворена схема

Для спрощення розрахунків нашого кола напрямки від'ємних джерел струму  $J_1 = -9 \text{ мА} < 0$  та напруги  $E_2 = -5 \text{ В} < 0$  та  $E_3 = -4 \text{ В} < 0$  змінюємо на протилежні і візьмемо додатні значення їх числових значень (рис. 3.1 б).

Всі розрахунки будемо проводити у таких одиницях: опори – [кОм], струми – [мА], напруги – [В].

Після перетворення кола у кожній гілці мають бути лише один опір та одне джерело напруги. Цю схему можна брати як початкову для інших методів обчислення.

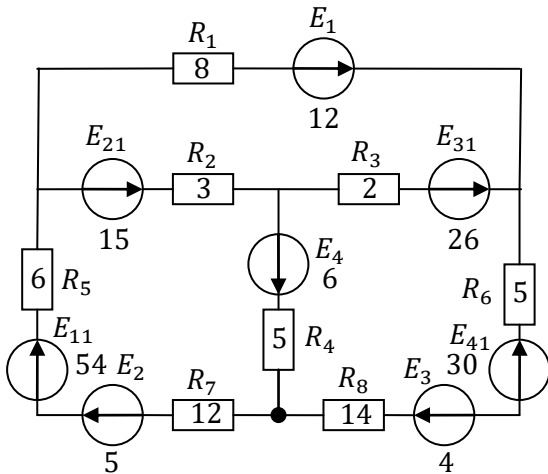
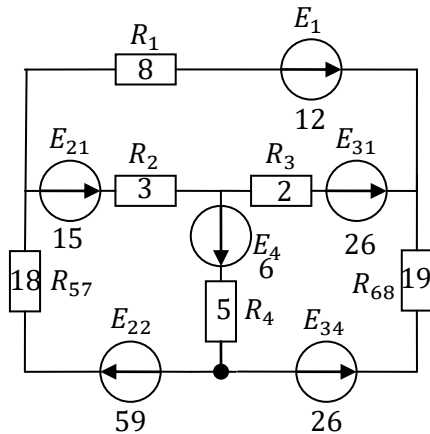


Рисунок 3.2 – Перетворена схема

У схемі (рис. 3.2) здійснимо перетворення джерел струму у джерела напруги (рис. 3.2)

$$\begin{aligned} E_{11} &= J_1 \cdot R_5 = 9 \cdot 6 = 54 \text{ В}, \\ E_{21} &= J_2 \cdot R_2 = 5 \cdot 3 = 15 \text{ В}, \\ E_{31} &= J_3 \cdot R_3 = 13 \cdot 2 = 26 \text{ В}, \\ E_{41} &= J_4 \cdot R_6 = 6 \cdot 5 = 30 \text{ В}. \end{aligned}$$



За другим законом Кірхгофа сформуємо еквівалентні джерела напруги

$$E_{22} = E_{11} + E_2 = 54 + 5 = 59 \text{ В,}$$

$$E_{34} = E_{41} - E_3 = 30 - 4 = 26 \text{ В.}$$

Сформуємо еквівалентні опори

$$R_{57} = R_5 + R_7 = 6 + 12 = 18 \text{ кОм,}$$

$$R_{68} = R_6 + R_8 = 5 + 14 = 19 \text{ кОм.}$$

У результаті схема набуде вигляду, як вказана на рис. 3.3.

Рисунок 3.3 – Початкова схема для МКС

### 3.1.2. Обчислення струмів методом контурних струмів

Схема (рис. 3.3) має три контури, позначимо контурні струми у ній, як  $I_I$ ,  $I_{II}$ ,  $I_{III}$  та оберемо додатні напрямки їх протікання за годинниковою стрілкою (рис. 4.4). Складемо систему рівнянь на основі методу контурних струмів:

$$\begin{cases} E_1 - E_{31} - E_{21} = I_I(R_1 + R_2 + R_3) - I_{II}R_2 - I_{III}R_3; \\ E_{21} + E_4 + E_{22} = -I_I R_2 + I_{II}(R_2 + R_4 + R_{57}) - I_{III}R_4; \\ E_{31} - E_{34} - E_4 = -I_I R_3 - I_I R_4 + I_{III}(R_3 + R_4 + R_{68}). \end{cases}$$

Зі знаком «+» беремо ті напруги джерел напруги, що співпадають із додатним напрямком контурного струму, а зі знаком «-» ті, що не співпадають.

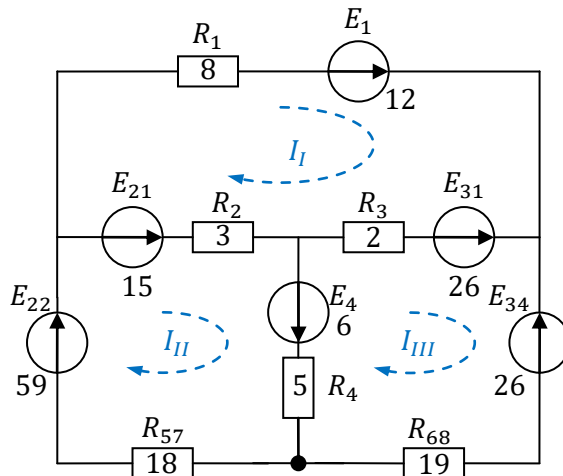


Рисунок 3.4 – Вибір додатних напрямків контурних струмів

Система рівнянь у матричній формі:

$$\begin{pmatrix} E_1 - E_{31} - E_{21} \\ E_{21} + E_4 + E_{22} \\ E_{31} - E_{34} - E_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & R_2 + R_4 + R_{57} & -R_4 \\ -R_3 & -R_4 & R_3 + R_4 + R_{68} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{pmatrix}.$$



Розв'яжемо таку систему через обернену матрицю

$$\begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{bmatrix} = [R]^{-1} \cdot [E] = \begin{bmatrix} 13 & -3 & -2 \\ -3 & 26 & -5 \\ -2 & -5 & 26 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -29 \\ 80 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.518 \\ 2.944 \\ 0.219 \end{bmatrix}.$$

Таким чином, отримали такі значення контурних струмів

$$I_I = -1.518 \text{ мА}, \quad I_{II} = 2.944 \text{ мА}, \quad I_{III} = 0.219 \text{ мА}.$$

Для зручності змінимо напрям струмів, що мають від'ємне значення.

За першим законом Кірхгофа обчислимо струми у гілках схеми (рис. 3.5):

$$I_1 = -I_I = 1.518 \text{ мА}, \quad I_5 = I_{II} = 2.944 \text{ мА}, \quad I_6 = I_{III} = 0.219 \text{ мА}.$$

$$I_2 = I_1 + I_5 = 1.518 + 2.944 = 4.462 \text{ мА},$$

$$I_3 = I_1 + I_6 = 1.518 - 0.219 = 1.736 \text{ мА},$$

$$I_4 = I_5 - I_6 = 2.944 - 0.219 = 2.725 \text{ мА}.$$

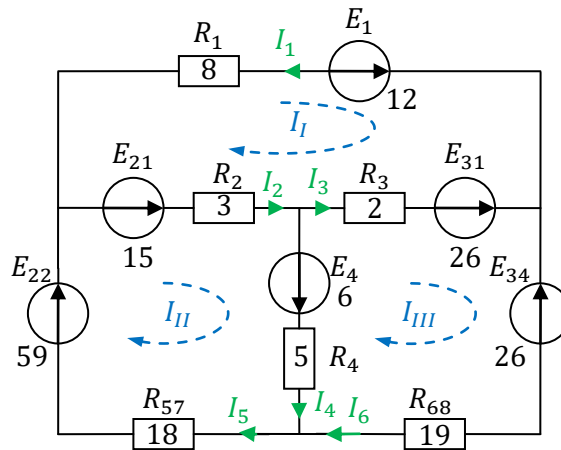


Рисунок 3.5 – Визначення напрям ямів струмів у гілках

Перевіримо виконання закону балансу потужностей у перетвореному колі.

Обчислимо потужність джерел

$$\begin{aligned} P_E &= -E_1 \cdot I_1 + E_{21} \cdot I_2 + E_{31} \cdot I_3 + E_4 \cdot I_4 + E_{22} \cdot I_5 - E_{34} \cdot I_6 = \\ &= -12 \cdot 1.518 + 15 \cdot 4.462 + 26 \cdot 1.736 + 6 \cdot 2.725 + 59 \cdot 2.944 - 26 \cdot 0.219 = \\ &= 278.211 \text{ мВт}. \end{aligned}$$

Обчислимо потужність споживачів

$$\begin{aligned} P_{СП} &= R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_{57} \cdot I_5^2 + R_{68} \cdot I_6^2 = \\ &= 8 \cdot (1.518)^2 + 3 \cdot (4.462)^2 + 2 \cdot (1.736)^2 + 5 \cdot (2.725)^2 + 6 \cdot (2.944)^2 + \\ &\quad + 5 \cdot (0.219)^2 = 278.211 \text{ мВт}. \end{aligned}$$

Із наведених розрахунків бачимо, що джерело напруги  $E_1$  споживає енергію, оскільки  $P_{E1} < 0$ , а всі інші джерела віддають енергію у коло (рис. 3.5).

Оскільки виконується рівність  $P_E = P_{СП} = 278.211 \text{ мВт}$ , то у схемі має місце закон балансу потужностей.

Допоміжний скрін розрахунків МКС наведений нижче на рис. 3.6.

Початкові данні до розрахунків:

$$J1 := 9 \quad J2 := 5 \quad J3 := 13 \quad J4 := 6 \quad E1 := 12 \quad E2 := 5 \quad E3 := 4 \quad E4 := 6$$

$$R1 := 8 \quad R2 := 3 \quad R3 := 2 \quad R4 := 5 \quad R5 := 6 \quad R6 := 5 \quad R7 := 12 \quad R8 := 14$$

Перетворимо джерела струму у джерела напруги

$$E11 := J1 \cdot R5 = 54 \quad E21 := J2 \cdot R2 = 15 \quad E31 := J3 \cdot R3 = 26$$

Визначимо еквівалентні джерела

$$E41 := J4 \cdot R6 = 30$$

$$E22 := E11 + E2 = 59 \quad E34 := E41 - E3 = 26$$

Визначимо еквівалентні опори

$$R57 := R5 + R7 = 18 \quad R68 := R6 + R8 = 19$$

Матриця опорів кола

$$R := \begin{pmatrix} R1 + R2 + R3 & -R2 & -R3 \\ -R2 & R2 + R4 + R57 & -R4 \\ -R3 & -R4 & R3 + R4 + R68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -3 & -2 \\ -3 & 26 & -5 \\ -2 & -5 & 26 \end{pmatrix}$$

Матриця джерел напруги

Контурні струми

$$E := \begin{pmatrix} E1 - E31 - E21 \\ E21 + E4 + E22 \\ E31 - E34 - E4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -29 \\ 80 \\ -6 \end{pmatrix} \quad I := R^{-1} \cdot E = \begin{pmatrix} -1.518 \\ 2.944 \\ 0.219 \end{pmatrix}$$

Визначимо струми у гілках по першому закону Кірхгофа

$$I1 := -I_0 = 1.518 \quad I5 := I_1 = 2.944 \quad I6 := I_2 = 0.219$$

$$I2 := I1 + I5 = 4.462 \quad I3 := I1 + I6 = 1.736 \quad I4 := I5 - I6 = 2.725$$

Розрахунок балансу потужностей

$$Pr := I1^2 \cdot R1 + I2^2 \cdot R2 + I3^2 \cdot R3 + I4^2 \cdot R4 + I5^2 \cdot R57 + I6^2 \cdot R68 = 278.211$$

$$Pe := -E1 \cdot I1 + E21 \cdot I2 + E31 \cdot I3 + E4 \cdot I4 + E22 \cdot I5 - E34 \cdot I6 = 278.211$$

Рисунок 3.6 – Скрін розрахунку МКС у MathCAD

### 3.1.3. Обчислення струмів методом вузлових напруг

У якості початкової схеми візьмемо схему із рис. 3.4. У цій схемі перетворимо всі джерела напруги у джерела струму (рис. 3.7).

$$J_{10} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ мА}, \quad J_{21} = \frac{E_{21}}{R_2} = \frac{15}{3} = 5 \text{ мА},$$

$$J_{22} = \frac{E_{22}}{R_{57}} = \frac{59}{18} = 3.278 \text{ мА}, \quad J_{31} = \frac{E_{31}}{R_3} = \frac{26}{2} = 13 \text{ мА},$$

$$J_{34} = \frac{E_{34}}{R_{68}} = \frac{26}{19} = 1.368 \text{ мА}, \quad J_{40} = \frac{E_4}{R_4} = \frac{6}{5} = 1.2 \text{ мА}.$$

Розрахуємо провідності:

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ мСім}, \quad g_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3} = 0.333 \text{ мСім},$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ мСім}, \quad g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ мСім},$$

$$g_{57} = \frac{1}{R_{57}} = \frac{1}{18} = 0.056 \text{ мСім}, \quad g_{68} = \frac{1}{R_{68}} = \frac{1}{19} = 0.053 \text{ мСім}.$$

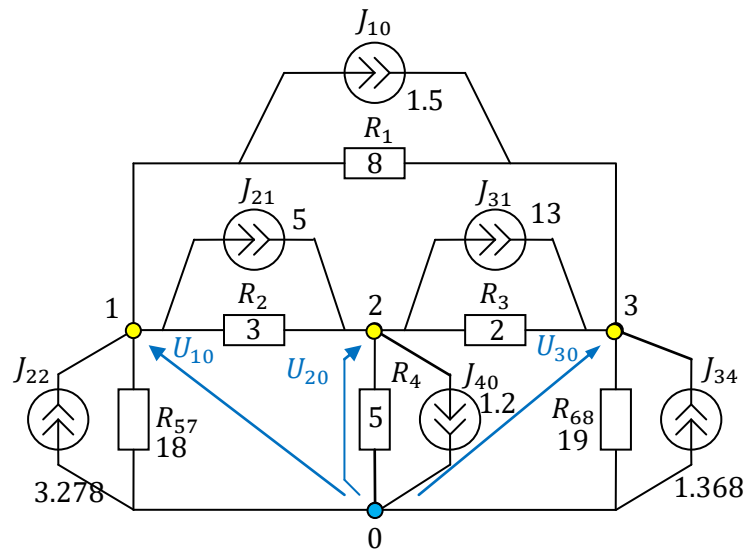


Рисунок 3.7 – Початкова схема для МВН

Складемо систему рівнянь на основі методу вузлових напруг для 1-3 вузлів схеми (рис. 4.7), обравши додатні напрямки вузлових напруг:

$$\begin{cases} J_{22} - J_{10} - J_{21} = U_{10}(g_1 + g_2 + g_{57}) - U_{20} \cdot g_2 - U_{30} \cdot g_1; \\ J_{21} - J_{40} - J_{31} = -U_{10} \cdot g_2 + U_{20} \cdot (g_2 + g_3 + g_4) - U_{30} \cdot g_3; \\ J_{10} + J_{31} + J_{34} = -U_{10} \cdot g_1 - U_{20} \cdot g_3 + U_{30} \cdot (g_1 + g_3 + g_{68}). \end{cases}$$

Зі знаком «+» беремо ті струми джерел струму, що втікають у вузол, а зі знаком «-» ті, що витікають із вузла.

Система рівнянь у матричній формі:

$$\begin{pmatrix} J_{22} - J_{10} - J_{21} \\ J_{21} - J_{40} - J_{31} \\ J_{10} + J_{31} + J_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 + g_2 + g_{57} & -g_2 & -g_1 \\ -g_2 & g_2 + g_3 + g_4 & -g_3 \\ -g_1 & -g_3 & g_1 + g_3 + g_{68} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{pmatrix}.$$

Розв'яжемо таку систему через обернену матрицю

$$\begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = [G]^{-1} \cdot [J] = \begin{bmatrix} 0.514 & -0.333 & -0.125 \\ -0.333 & 1.033 & -0.5 \\ -0.125 & -0.5 & 0.678 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -3.222 \\ -9.2 \\ 15.868 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.011 \\ 7.626 \\ 30.153 \end{bmatrix}.$$

Таким чином, отримали такі значення вузлових напруг

$$U_{10} = 6.011 \text{ В}, \quad U_{20} = 7.626 \text{ В}, \quad U_{30} = 30.153 \text{ В}.$$

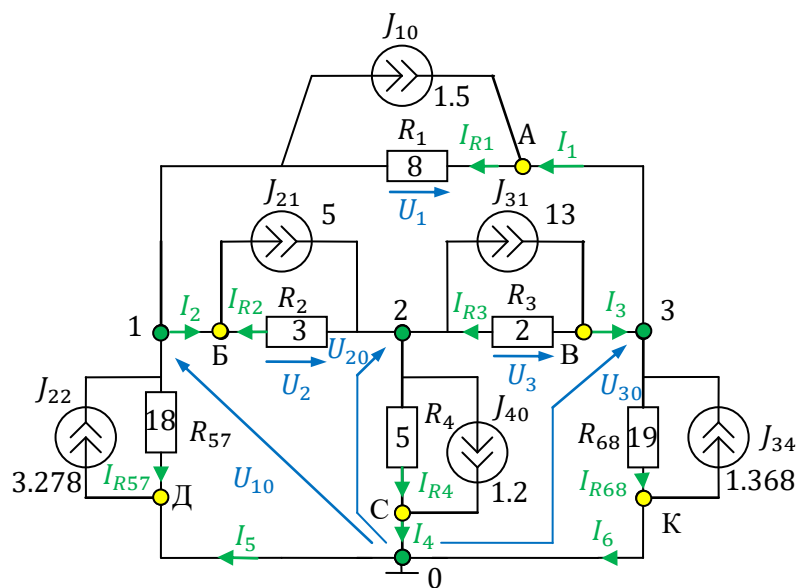


Рисунок 3.8 – Визначення напруг на елементах та струмів у гілках

У колі (рис. 3.8) визначимо напруги на опорах за другим законом Кірхгофа

$$U_1 = U_{30} - U_{10} = 30.153 - 6.011 = 24.142 \text{ В};$$

$$U_2 = U_{20} - U_{10} = 7.626 - 6.011 = 1.615 \text{ В};$$

$$U_3 = U_{30} - U_{20} = 30.153 - 7.626 = 22.527 \text{ В}.$$

Струми у гілках кола (рис. 3.8) проставимо у відповідності із напрямками вузлових напруг (протилежно до напрямків напруг). Розрахуємо струми у гілках кола.

Струм  $I_{R1}$  визначимо за законом Ома для вузла А

$$I_{R1} = U_1 \cdot g_1 = 24.142 \cdot 0.125 = 3.018 \text{ мА}.$$

За першим законом Кірхгофа для вузла А

$$I_1 = I_{R1} - J_{10} = 3.018 - 1.5 = 1.518 \text{ мА}.$$

За законом Ома для вузла Б

$$I_{R2} = U_2 \cdot g_2 = 1.615 \cdot 0.333 = 0.538 \text{ мА}.$$

За першим законом Кірхгофа для вузла Б

$$I_2 = J_{21} - I_{R2} = 5 - 0.538 = 4.462 \text{ мА}.$$

За законом Ома для вузла В

$$I_{R3} = U_3 \cdot g_3 = 22.527 \cdot 0.5 = 11.264 \text{ мА.}$$

За першим законом Кірхгофа для вузла В

$$I_3 = J_{31} - I_{R3} = 13 - 11.264 = 1.736 \text{ мА.}$$

За законом Ома для вузла С

$$I_{R4} = U_{20} \cdot g_4 = 7.626 \cdot 0.2 = 1.525 \text{ мА.}$$

За першим законом Кірхгофа для вузла С

$$I_4 = I_{R4} + J_{40} = 1.525 + 1.2 = 2.725 \text{ мА.}$$

За законом Ома для вузла Д

$$I_{R57} = U_{10} \cdot g_{57} = 6.011 \cdot 0.056 = 0.334 \text{ мА.}$$

За першим законом Кірхгофа для вузла Д

$$I_5 = J_{22} - I_{R57} = 3.278 - 0.334 = 2.944 \text{ мА.}$$

За законом Ома для вузла К

$$I_{R68} = U_{30} \cdot g_{68} = 30.153 \cdot 0.053 = 1.587 \text{ мА.}$$

За першим законом Кірхгофа для вузла К

$$I_6 = I_{R68} - J_{34} = 1.587 - 1.368 = 0.219 \text{ мА.}$$

Як бачимо, всі розраховані струми зійшлися зі струмами, що були одержані у методі контурних струмів.

Розрахуємо баланс потужностей для кола, що зображене на рис. 3.8.

Визначимо потужність споживачів:

$$\begin{aligned} P_{\text{СП}} &= U_1^2 \cdot g_1 + U_2^2 \cdot g_2 + U_3^2 \cdot g_3 + U_{20}^2 \cdot g_4 + U_{10}^2 \cdot g_{57} + U_{30}^2 \cdot g_{68} = \\ &= (24.142)^2 \cdot 0.125 + (1.615)^2 \cdot 0.333 + (22.527)^2 \cdot 0.5 + \\ &+ (7.626)^2 \cdot 0.2 + (6.011)^2 \cdot 0.056 + (30.153)^2 \cdot 0.053 = 388.957 \text{ мВт.} \end{aligned}$$

Визначимо потужність джерел:

$$\begin{aligned} P_J &= J_{10} \cdot U_1 + J_{21} \cdot U_2 + J_{31} \cdot U_3 - J_{40} \cdot U_{20} + J_{22} \cdot U_{10} + J_{34} \cdot U_{30} = \\ &= 1.5 \cdot 24.142 + 5.0 \cdot 7.626 + 13.0 \cdot 30.153 - 1.2 \cdot 7.626 + 3.278 \cdot 6.011 + \\ &+ 1.368 \cdot 30.153 = 388.957 \text{ мВт.} \end{aligned}$$

Оскільки виконується рівність  $P_{\text{СП}} = P_J = 388.957 \text{ мВт}$ , то у схемі виконується закон балансу потужностей.

Допоміжний скрін розрахунків МВН наведений нижче на рис. 3.9.

Початкові данні до розрахунків:

$$J_1 := 9 \quad J_2 := 5 \quad J_3 := 13 \quad E_4 = 6 \quad E_{21} = 15 \quad E_{22} = 59 \quad E_{31} = 26$$

$$R_1 := 8 \quad R_2 := 3 \quad R_3 := 2 \quad R_4 := 5 \quad R_{57} = 18 \quad R_{68} = 19 \quad E_{34} = 26$$

Перетворимо джерела напруги у джерела струму

$$J_{10} := \frac{E_1}{R_1} = 1.5 \quad J_{21} := \frac{E_{21}}{R_2} = 5 \quad J_{22} := \frac{E_{22}}{R_{57}} = 3.278 \quad J_{31} := \frac{E_{31}}{R_3} = 13$$

$$J_{34} := \frac{E_{34}}{R_{68}} = 1.368 \quad J_{40} := \frac{E_4}{R_4} = 1.2$$

Визначимо провідності елементів

$$g_1 := \frac{1}{R_1} = 0.125 \quad g_2 := \frac{1}{R_2} = 0.333 \quad g_3 := \frac{1}{R_3} = 0.5 \quad g_4 := \frac{1}{R_4} = 0.2$$

$$g_{57} := \frac{1}{R_{57}} = 0.056 \quad g_{68} := \frac{1}{R_{68}} = 0.053$$

Матриця провідностей кола

$$G := \begin{pmatrix} g_1 + g_2 + g_{57} & -g_2 & -g_1 \\ -g_2 & g_2 + g_3 + g_4 & -g_3 \\ -g_1 & -g_3 & g_1 + g_3 + g_{68} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.514 & -0.333 & -0.125 \\ -0.333 & 1.033 & -0.5 \\ -0.125 & -0.5 & 0.678 \end{pmatrix}$$

Матриця джерел струму

$$J := \begin{pmatrix} J_{22} - J_{10} - J_{21} \\ J_{21} - J_{40} - J_{31} \\ J_{10} + J_{31} + J_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.222 \\ -9.2 \\ 15.868 \end{pmatrix}$$

Вузлові напруги

$$U := G^{-1} \cdot J = \begin{pmatrix} 6.011 \\ 7.626 \\ 30.153 \end{pmatrix}$$

Визначимо напруги на елементах за другим законом Кірхгофа

$$U_{10} := U_0 = 6.011 \quad U_{20} := U_1 = 7.626 \quad U_{30} := U_2 = 30.153$$

$$U_1 := U_{30} - U_{10} = 24.142 \quad U_2 := U_{20} - U_{10} = 1.615 \quad U_3 := U_{30} - U_{20} = 22.527$$

Визначимо струми у гілках кола

$$I_{r1} := U_1 \cdot g_1 = 3.018 \quad J_{10} = 1.5 \quad I_{11} := I_{r1} - J_{10} = 1.518 \quad g_1 = 0.125$$

$$I_{r2} := U_2 \cdot g_2 = 0.538 \quad J_{21} = 5 \quad I_{22} := J_{21} - I_{r2} = 4.462 \quad g_2 = 0.333$$

$$I_{r3} := U_3 \cdot g_3 = 11.264 \quad J_{31} = 13 \quad I_{33} := J_{31} - I_{r3} = 1.736 \quad g_3 = 0.5$$

$$I_{r4} := U_{20} \cdot g_4 = 1.525 \quad J_{40} = 1.2 \quad I_{44} := I_{r4} + J_{40} = 2.725 \quad g_4 = 0.2$$

$$I_{r5} := U_{10} \cdot g_{57} = 0.334 \quad J_{22} = 3.278 \quad I_{55} := J_{22} - I_{r5} = 2.944 \quad g_{57} = 0.056$$

$$I_{r6} := U_{30} \cdot g_{68} = 1.587 \quad J_{34} = 1.368 \quad I_{66} := I_{r6} - J_{34} = 0.219 \quad g_{68} = 0.053$$

Розрахунок балансу потужностей

$$P_g := U_1^2 \cdot g_1 + U_2^2 \cdot g_2 + U_3^2 \cdot g_3 + U_{20}^2 \cdot g_4 + U_{10}^2 \cdot g_{57} + U_{30}^2 \cdot g_{68} = 388.957$$

$$P_j := J_{10} \cdot U_1 + J_{21} \cdot U_2 + J_{31} \cdot U_3 - J_{40} \cdot U_{20} + J_{22} \cdot U_{10} + J_{34} \cdot U_{30} = 388.957$$

Рисунок 3.9 – Приклад розрахунку у MathCAD

### 3.1.4. Обчислення струму $I_0$ із методом еквівалентного генератора

Як вхідну візьмемо схему, що зображена на рис. 3.10 та визначимо струм еквівалентного генератора  $I_0 = I_1$ .

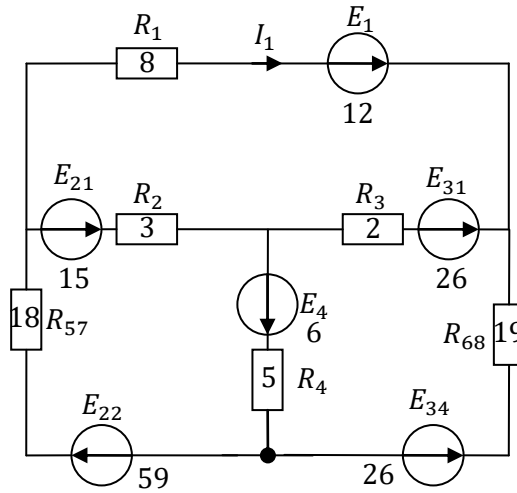


Рисунок 3.10 – Початкова схема для МЕГ

Для визначення струму  $I_0 = I_1$  за методом еквівалентного генератора необхідно коло по відношенню до опору  $R_1$  представити схему у вигляді еквівалентного генератора (рис. 3.9). Отже, тепер нам необхідно розрахувати  $E_{EG}$  та  $R_{EG}$ . Для розрахунку  $E_{EG}$  розглянемо схему без гілки з опором  $R_1$ , де протікає струм  $I_1$  (рис. 3.11).

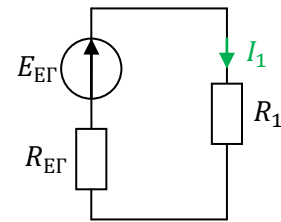


Рисунок 3.11 – Базова схема МЕГ

Напряга  $E_{EG} = U_{XX}$ . Отже, для знаходження  $E_{EG}$  розрахуємо напругу холостого ходу  $U_{XX}$  між вузлами а та б. Для цього необхідно знати напруги на опорах  $R_2$  та  $R_3$  в утвореній двоконтурній схемі. Для цього розрахуємо струми у схемі методом контурних струмів. Позначимо контурні струми у контурах, як  $I_I$  та  $I_{II}$  та виберемо додатні напрямки протікання контурних струмів у них за годинниковою стрілкою (рис. 3.12).

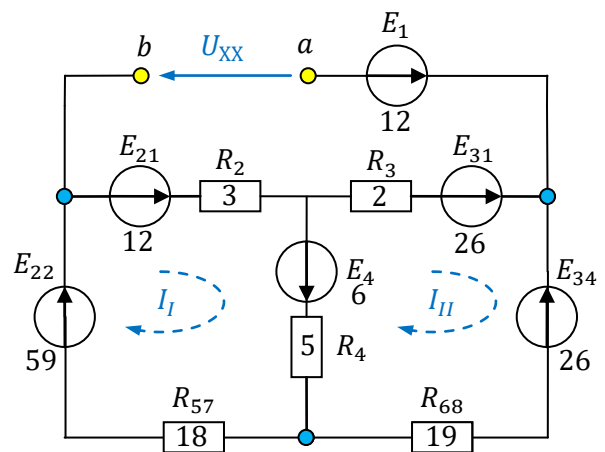


Рисунок 3.12 – Визначення напруги  $U_{XX}$

Складемо систему рівнянь на основі методу контурних струмів

$$\begin{pmatrix} E_4 + E_{22} + E_{21} \\ E_{31} - E_{34} - E_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 + R_4 + R_{57} & -R_4 \\ -R_4 & R_3 + R_4 + R_{68} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \end{pmatrix}.$$

Через обернену матрицю визначимо контурні струми

$$\begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \end{pmatrix} = [R]^{-1} \cdot [E] = \begin{bmatrix} 26 & -5 \\ -5 & 26 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 80 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.149 \\ 0.375 \end{bmatrix}$$

Отже, контурні струми є

$$I_I = 3.149 \text{ мА}, \quad I_{II} = 0.375 \text{ мА}.$$

Звідси струми у гілках (рис. 4.13)

$$I_2 = I_I = 3.149 \text{ мА}, \quad I_3 = I_{II} = 0.375 \text{ мА}.$$

За законом Ома визначимо напруги (рис. 3.13)

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 3.149 \cdot 3 = 9.447 \text{ В};$$

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 0.375 \cdot 2 = 0.75 \text{ В};$$

$$U_{57} = I_2 \cdot R_{57} = 3.149 \cdot 18 = 56.682 \text{ В};$$

$$U_{68} = I_3 \cdot R_{68} = 0.375 \cdot 19 = 7.121.$$

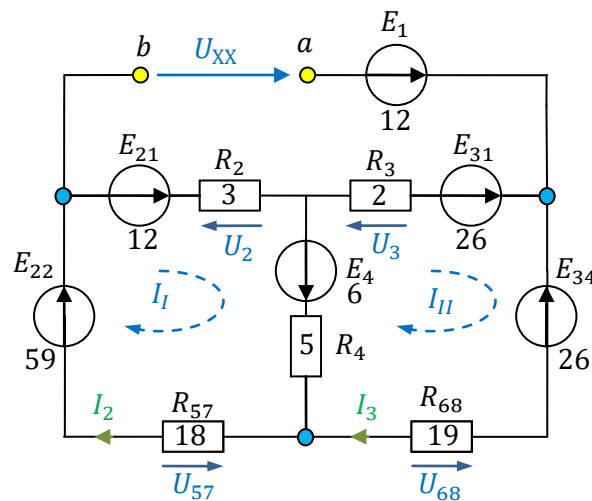


Рисунок 3.13 – Схема для визначення напруги холостого ходу

Напруга холостого ходу за другим законом Кірхгофа

$$U_{XX} = E_{21} - U_2 - U_3 + E_{31} - E_1 = 15 - 9.447 - 0.75 + 26 - 12 = 18.803 \text{ В}.$$

З іншого боку за другим законом Кірхгофа

$$U_{XX} = U_{57} + E_{34} + U_{68} - E_{22} - E_1 = 56.682 + 26 + 7.121 - 59 - 12 = 18.803 \text{ В}.$$

Отже, за теоремою про еквівалентний генератор

$$E_{EG} = U_{XX} = 18.803 \text{ В}.$$



Нижче приведений скрін із відповідними розрахунками у математичному пакеті MathCAD (рис. 3.14).

Початкові дані

$$E1 = 12 \quad E21 = 15 \quad E31 = 26 \quad E4 = 6 \quad E22 = 59 \quad E34 = 26$$

$$R1 := 8 \quad R2 := 3 \quad R3 := 2 \quad R4 := 5 \quad R57 = 18 \quad R68 = 19$$

Матриця опорів кола

$$R := \begin{pmatrix} R2 + R4 + R57 & -R4 \\ -R4 & R3 + R4 + R68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & -5 \\ -5 & 26 \end{pmatrix}$$

Матриця джерел напруги

$$E := \begin{pmatrix} E4 + E21 + E22 \\ E31 - E4 - E34 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Контурні струми

$$I := R^{-1} \cdot E = \begin{pmatrix} 3.149 \\ 0.375 \end{pmatrix}$$

Визначимо контурні струми

$$I2 := I_0 = 3.149 \quad I3 := I_1 = 0.375$$

Визначимо напруги за законом Ома

$$U2 := I2 \cdot R2 = 9.447 \quad U3 := I3 \cdot R3 = 0.75$$

$$U57 := I2 \cdot R57 = 56.682 \quad U68 := I3 \cdot R68 = 7.121$$

Визначимо напругу холостого ходу

$$U_{xx} := E21 - U2 - U3 + E31 - E1 = 18.803$$

$$U_{xx} := E34 + U57 + U68 - E22 - E1 = 18.803$$

Рисунок 3.14 – Приклад розрахунку у MathCAD

Для визначення опору  $R_{EG}$  можна піти декількома шляхами. Наприклад, цей опір визначається із співвідношення

$$R_{EG} = \frac{U_{XX}}{I_{K3}}$$

Для визначення струму короткого замикання  $I_{K3}$  у колі (рис. 3.15) слід замкнути гілку з опором  $R_1$  і джерело  $E_1$ .

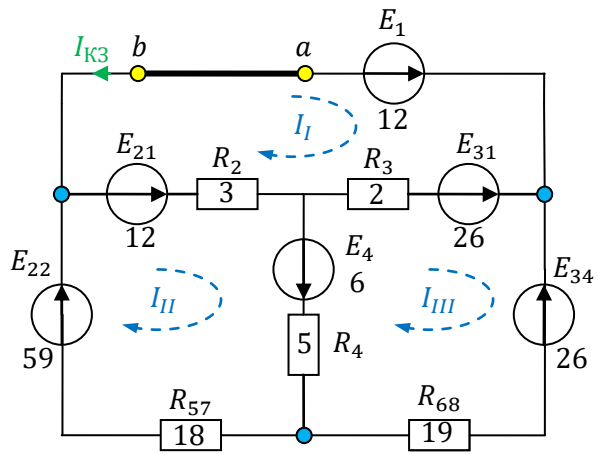


Рисунок 3.15 – Схема для визначення  $I_{K3}$

Складемо систему рівнянь за методом контурних струмів

$$\begin{pmatrix} E_1 - E_{31} - E_{21} \\ E_{21} + E_4 + E_{22} \\ E_{31} - E_{34} - E_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 + R_3 & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & R_2 + R_4 + R_{57} & -R_4 \\ -R_3 & -R_4 & R_3 + R_4 + R_{68} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{pmatrix}$$

Розв'яжемо таку систему через обернену матрицю

$$\begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{bmatrix} = [R]^{-1} \cdot [E] = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 \\ -3 & 26 & -4 \\ -2 & -5 & 26 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -29 \\ 80 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.285 \\ 2.57 \\ -0.066 \end{bmatrix}$$

Таким чином, отримали такі значення контурних струмів

$$I_I = -4.285 \text{ мА}, \quad I_{II} = 2.57 \text{ мА}, \quad I_{III} = -0.066 \text{ мА}.$$

Отже, за першим законом Кірхгофа струм  $I_{K3} = -I_I = 4.285 \text{ мА}$ .

Опір еквівалентного генератора визначимо за законом Ома

$$R_{EG} = \frac{U_{XX}}{I_{K3}} = \frac{18.803 \text{ В}}{4.285 \text{ мА}} = 4.389 \text{ кОм}.$$

В результаті накреслимо базову схему згідно методу еквівалентного генератора (рис. 3.16). Для цієї схеми визначимо струм за законом Ома

$$I_1 = \frac{E_{EG}}{R_1 + R_{EG}} = \frac{18.803}{8 + 4.389} = 1.518 \text{ мА}.$$

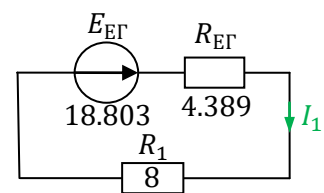


Рисунок 3.16 – Базова схема згідно МЕГ

На підставі теореми про еквівалентний генератор можна підібрати таке значення опору  $R_1$ , щоб в ньому була максимальна потужність. Вважаємо  $R_1 = R_H$ . Відомо, що для того, щоб потужність в навантаженні була максимальною, необхідна умова  $R_H = R_{EG} = 4.389 \text{ кОм}$ .

Максимальна потужність в опорі  $R_1$

$$P_{MAX} = \frac{E_{EG}^2}{4R_{EG}} = \frac{18.803^2}{4 \cdot 4.389} = 20.141 \text{ мВт}.$$

Нижче приведений скрін із відповідними розрахунками у математичному пакеті MathCAD (рис. 3.17).

Визначимо струм короткого замикання  $R1 := 0$   
 Початкові данні до розрахунків:  
 $J1 := 9$     $J2 := 5$     $J3 := 13$     $E4 = 6$     $E21 = 15$     $E22 = 59$     $E31 = 26$   
 $R2 := 3$     $R3 := 2$     $R4 := 5$     $R57 = 18$     $R68 = 19$     $E34 = 26$

Матриця опорів кола

$$R := \begin{pmatrix} R1 + R2 + R3 & -R2 & -R3 \\ -R2 & R2 + R4 + R57 & -R4 \\ -R3 & -R4 & R3 + R4 + R68 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -2 \\ -3 & 26 & -5 \\ -2 & -5 & 26 \end{pmatrix}$$

Матриця джерел напруги

$$E := \begin{pmatrix} E1 - E31 - E21 \\ E21 + E4 + E22 \\ E31 - E34 - E4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -29 \\ 80 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Контурні струми

$$I := R^{-1} \cdot E = \begin{pmatrix} -4.285 \\ 2.57 \\ -0.066 \end{pmatrix}$$

Визначимо струм короткого замикання по першому закону Кірхгофа  
 $I_{kz} := -I_0 = 4.285$

Визначимо опір еквівалентного генератора

$$Reg := \frac{U_{xx}}{I_{kz}} = 4.389 \quad R1 := 8$$

За методом еквівалентного генератора

$$I1 := \frac{U_{xx}}{R1 + Reg} = 1.518$$

$$P_{max} := \frac{U_{xx}^2}{4 \cdot Reg} = 20.141$$

Рисунок 3.17 – Приклад розрахунку у MathCAD

### 3.1.5. Обчислення струму $I_0$ методом еквівалентних перетворень

Необхідно визначити струм  $I_0 = I_1$ . Таким чином, гілка в якій протікає струм  $I_1$  перетворюватися не буде. Еквівалентні перетворення будемо здійснювати над схемою, що представлена на рис. 3.3, що є на рис. 3.18 а.

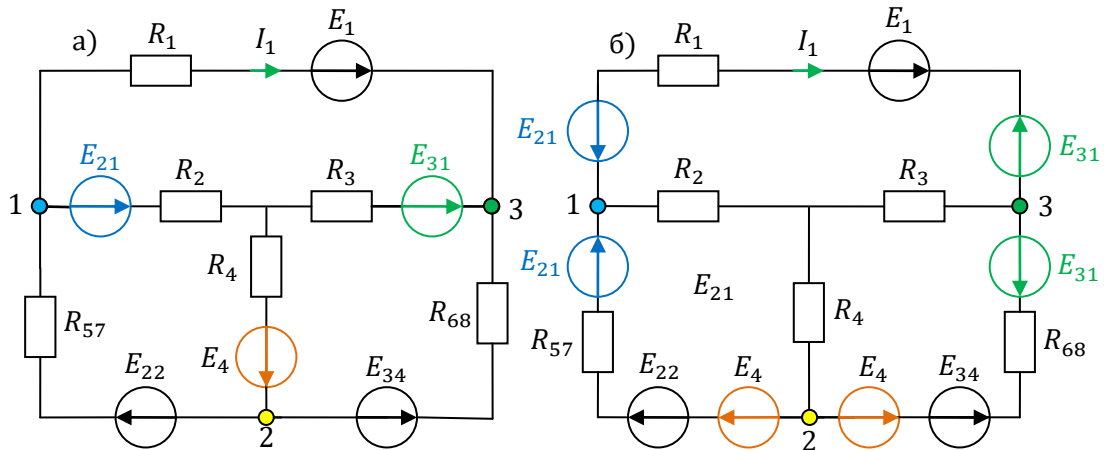


Рисунок 3.18 – Перетворена схема

Винесемо джерела напруги  $E_{21}$ ,  $E_4$ ,  $E_{31}$  за вузли 1, 2, 3 відповідно (рис. 3.18 а). Тоді опори  $R_2, R_3, R_4$  будуть складати зірку (рис. 3.18 б).

За другим законом Кірхгофа визначимо еквівалентні джерела напруги у колі (рис. 3.19)

$$E_I = E_{31} + E_{21} - E_1 = 26 + 15 - 12 = 29 \text{ В,}$$

$$E_{II} = E_{21} + E_{22} + E_4 = 15 + 59 + 6 = 80 \text{ В,}$$

$$E_{III} = E_4 + E_{34} - E_{31} = 6 + 26 - 26 = 6 \text{ В.}$$

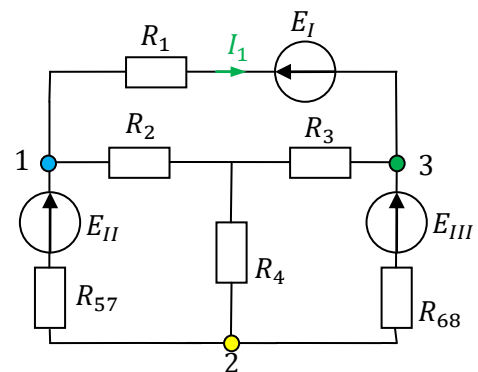


Рисунок 3.19 – Схема

Перетворимо зірку із опорів  $R_2, R_3, R_4$  у трикутник (рис. 3.18 а).

Визначимо еквівалентні опори

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} = 3 + 2 + \frac{3 \cdot 2}{5} = 6.2 \text{ кОм;}$$

$$R_{24} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3} = 3 + 6 + \frac{3 \cdot 5}{2} = 15.5 \text{ кОм;}$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2} = 2 + 5 + \frac{2 \cdot 5}{3} = 10.33 \text{ кОм.}$$

У колі (рис. 3.20 а) здійснимо перетворення джерел напруги  $E_{II}$  та  $E_{III}$  у джерела струму (рис. 3.20 б).

$$J_{II} = \frac{E_{II}}{R_{57}} = \frac{80}{18} = 4.444 \text{ мА}, \quad J_{III} = \frac{E_{III}}{R_{68}} = \frac{6}{19} = 0.316 \text{ мА}.$$

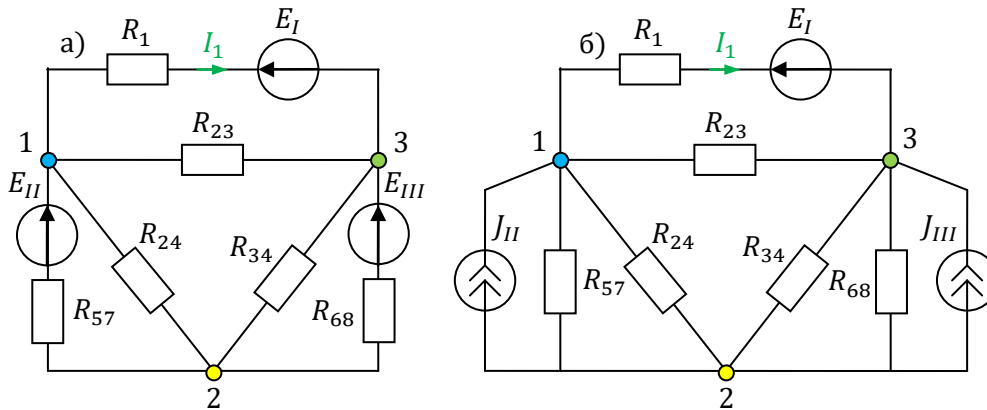


Рисунок 3.18 – Перетворені схеми

У колі (рис. 3.20 б) визначимо еквівалентні опори ділянок кола із паралельним з'єднанням опорів (рис. 3.21 а):

$$R_a = \frac{R_{57} \cdot R_{24}}{R_{57} + R_{24}} = \frac{18 \cdot 15.5}{18 + 15.5} = 8.328 \text{ кОм},$$

$$R_b = \frac{R_{68} \cdot R_{34}}{R_{68} + R_{34}} = \frac{19 \cdot 10.333}{19 + 10.333} = 6.693 \text{ кОм}$$

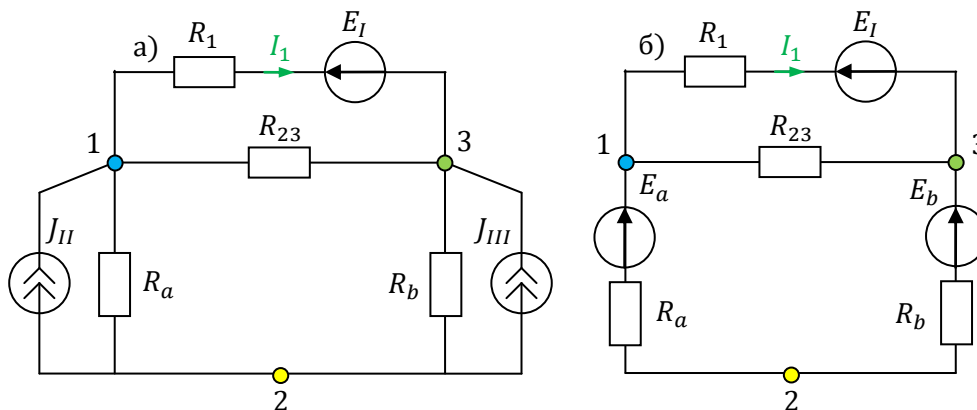


Рисунок 3.21 – Перетворені схеми

У колі (рис. 3.21 а) здійснимо перетворення джерел струму  $J_{II}$  та  $J_{III}$  у джерела напруги (рис. 3.21 б):

$$E_a = J_{II} \cdot R_a = 4.444 \cdot 8.328 = 37.015 \text{ В},$$

$$E_b = J_{III} \cdot R_b = 0.316 \cdot 6.693 = 2.114 \text{ В}.$$

У колі (рис. 3.21 б) визначимо еквівалентний опір за послідовного з'єднання опорів

$$R_{ab} = R_a + R_b = 8.328 + 6.693 = 15.022 \text{ кОм}.$$

У колі (рис. 3.21 б) за другим законом Кірхгофа визначимо еквівалентну напругу джерела напруги (рис. 3.22 а)

$$E_{ab} = E_a - E_b = 37.015 - 2.114 = 34.901 \text{ В.}$$

У колі (рис. 3.22 а) здійснимо перетворення джерела напруги  $E_{ab}$  у джерело струму (рис. 3.22 б)

$$J_{ab} = \frac{E_{ab}}{R_{ab}} = \frac{34.901}{15.022} = 2.323 \text{ мА.}$$

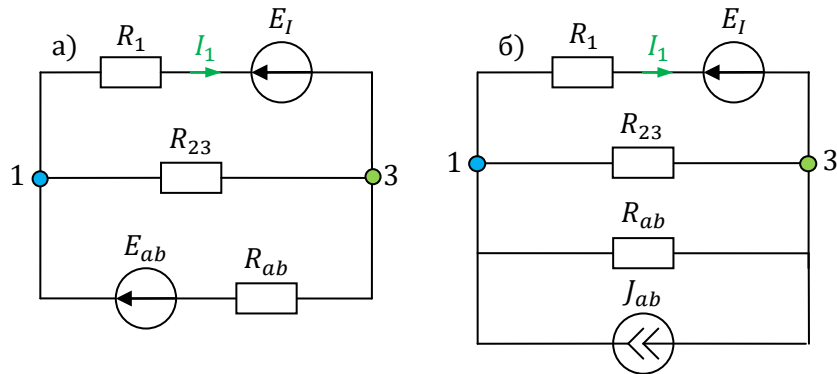


Рисунок 3.22 – Схема із перетворенням джерел

У колі (рис. 3.22 б) визначимо еквівалентний опір при паралельному з'єднанні опорів  $R_{ab}$  та  $R_{23}$  )

$$R_E = \frac{R_{ab} \cdot R_{23}}{R_{ab} + R_{23}} = \frac{15.022 \cdot 6.2}{15.022 + 6.2} = 4.389 \text{ кОм.}$$

У колі (рис. 3.22 б) здійснимо перетворення джерело струму  $J_{ab}$  у джерело напруги (рис. 3.23 а)

$$E_E = J_{ab} \cdot R_E = 2.323 \cdot 4.389 = 10.197 \text{ В.}$$

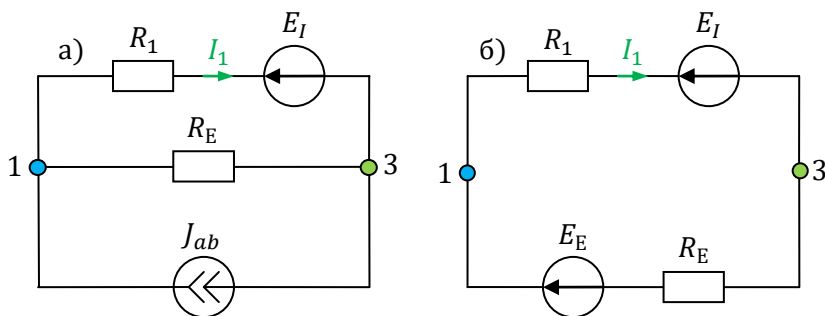


Рисунок 3.23 – Еквівалентні схеми

У колі (рис. 3.23 б) обчислимо еквівалентну напругу за другим законом Кірхгофа

$$E_{EГ} = E_I - E_E = 29 - 10.197 = 18.803 \text{ В.}$$

У колі (рис. 3.23 б) визначимо опір еквівалентного генератора

$$R_{EГ} = R_E = 4.389 \text{ кОм.}$$

Тоді зобразимо базову схему згідно методу еквівалентного генератора (рис. 3.24).

Для цієї схеми визначимо струм за методом еквівалентного генератора

$$I_1 = \frac{E_{EG}}{R_{EG} + R_1} = \frac{18.803}{4.389 + 8} = 1.518 \text{ мА.}$$

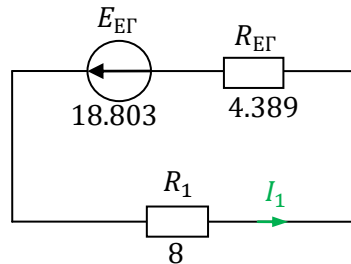


Рисунок 3.24 – Схема по МEG

Таким чином, числове значення струму  $I_1$  таке ж саме, як і у випадку використання методу контурних струмів та вузлових напруг.

Нижче приведений скрін із відповідними розрахунками у математичному пакеті MathCAD (рис. 3.25 та рис. 2.26).

Початкові данні до розрахунків:

$$\begin{array}{llllllll} \underline{J1} := 9 & \underline{J2} := 5 & \underline{J3} := 13 & E4 = 6 & E21 = 15 & E22 = 59 & E31 = 26 & E1 = 12 \\ \underline{R1} := 8 & \underline{R2} := 3 & \underline{R3} := 2 & \underline{R4} := 5 & R57 = 18 & R68 = 19 & E34 = 26 & \end{array}$$

Еквівалентні перетворення

$$\underline{E1} := E31 + E21 - E1 = 29$$

$$\underline{E11} := E21 + E22 + E4 = 80$$

$$E111 := E4 + E34 - E31 = 6$$

Еквівалентні опори

$$R23 := R2 + R3 + \frac{R2 \cdot R3}{R4} = 6.2 \quad R24 := R2 + R4 + \frac{R2 \cdot R4}{R3} = 15.5$$

$$R34 := R3 + R4 + \frac{R3 \cdot R4}{R2} = 10.333$$

Перетворимо джерела напруги у джерела струму

$$J11 := \frac{E11}{R57} = 4.444 \quad J111 := \frac{E111}{R68} = 0.316$$

Рисунок 3.25 – Приклад розрахунку у MathCAD

### Еквівалентні опори

$$R_a := \frac{R_{57} \cdot R_{24}}{R_{57} + R_{24}} = 8.328 \quad R_b := \frac{R_{68} \cdot R_{34}}{R_{68} + R_{34}} = 6.693$$

Перетворимо джерела струму у джерела напруги

$$E_a := J_{11} \cdot R_a = 37.015 \quad E_b := J_{111} \cdot R_b = 2.114$$

### Еквівалентний опір

$$R_{ab} := R_a + R_b = 15.022$$

Еквівалентне джерело

$$E_{ab} := E_a - E_b = 34.901$$

Перетворимо джерело напруги у джерело струму

$$J_{ab} := \frac{E_{ab}}{R_{ab}} = 2.323$$

### Еквівалентний опір

$$R_e := \frac{R_{ab} \cdot R_{23}}{R_{ab} + R_{23}} = 4.389$$

Перетворимо джерела струму у джерела напруги

$$E_e := J_{ab} \cdot R_e = 10.197$$

---

### Параметри еквівалентного генератора

$$E_{eg} := E_1 - E_e = 18.803$$

$$R_{eg} := R_e = 4.389$$

За законом Ома

$$I_1 := \frac{E_{eg}}{R_{eg} + R_1} = 1.518$$

Рисунок 3.26 – Приклад розрахунку у MathCAD



### 3.1.6. Обчислення всіх струмів та напруг у початковій схемі

Початкова схема згідно варіанту завдання із позначенням всіх струмів і напруг показана на рис. 3.27.

Раніше (вище методом контурних струмів) були розраховані струми у гілках схеми

$$I_1 = 1.518 \text{ мА}, I_2 = 4.462 \text{ мА}, I_3 = 1.736 \text{ мА}, \\ I_4 = 2.725 \text{ мА}, I_5 = 2.944 \text{ мА}, I_6 = 0.219 \text{ мА}.$$

Розрахуємо струми у гілках із джерелами струму кола за першим законом Кірхгофа (рис. 3.27).

$$I_{R2} = J_2 - I_2 = 5 - 4.462 = 0.538 \text{ мА}; \\ I_{R3} = J_3 - I_3 = 13 - 1.736 = 11.264 \text{ мА}; \\ I_{R5} = J_1 - I_5 = 9 - 2.944 = 6.056 \text{ мА}; \\ I_{R6} = J_4 - I_6 = 6 + 0.219 = 6.219 \text{ мА}.$$

Напруги на кожному опорі

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 1.518 \cdot 8 = 12.142 \text{ В}, \\ U_2 = I_{R2} \cdot R_2 = 0.538 \cdot 3 = 1.615 \text{ В}, \\ U_3 = I_{R3} \cdot R_3 = 11.264 \cdot 2 = 22.527 \text{ В}, \\ U_4 = I_4 \cdot R_4 = 2.725 \cdot 5 = 13.626 \text{ В}, \\ U_5 = I_{R5} \cdot R_5 = 6.056 \cdot 6 = 36.337 \text{ В}, \\ U_6 = I_{R6} \cdot R_6 = 6.219 \cdot 5 = 31.093 \text{ В}, \\ U_7 = I_5 \cdot R_7 = 2.944 \cdot 12 = 35.326 \text{ В}, \\ U_8 = I_6 \cdot R_8 = 0.219 \cdot 14 = 3.06 \text{ В}.$$

Всі розраховані значення струмів та напруг нанесемо на схему (рис. 3.27).

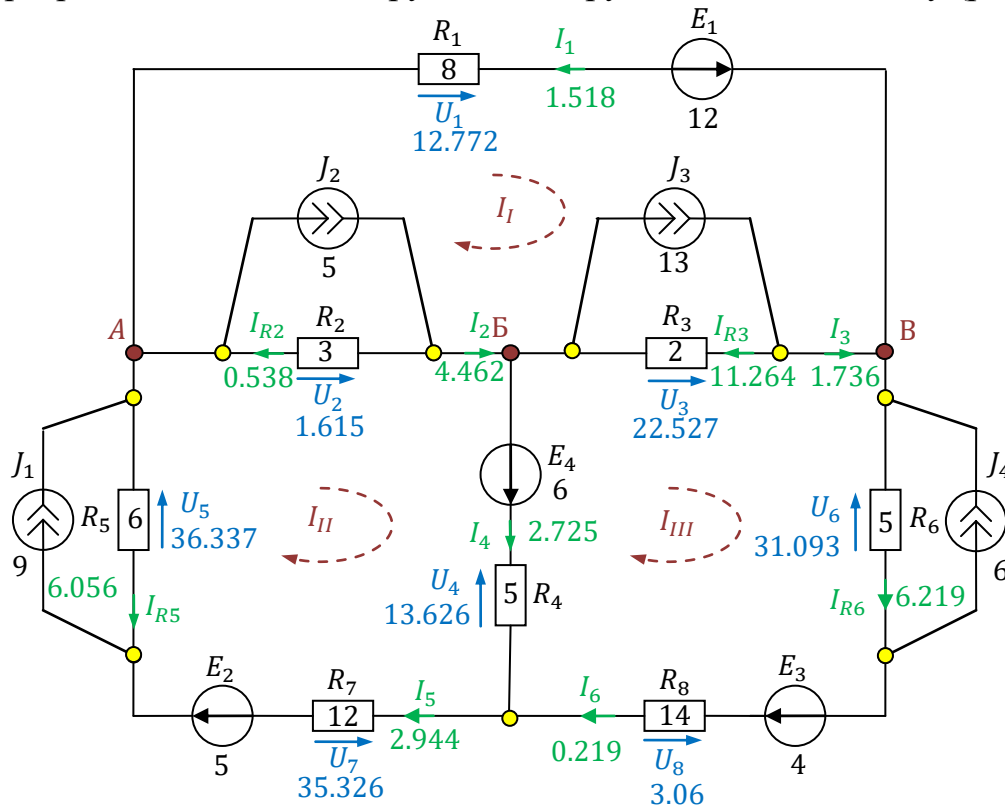


Рисунок 3.27 – Початкова схема із нанесенням числових значень

Здійснимо перевірку виконання закону балансу потужностей для початкової схеми, що представлена на рис. 3.27.

Обчислимо потужність споживачів

$$P_{\text{СП}} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_{R5}^2 \cdot R_5 + I_{R6}^2 \cdot R_6 + I_5^2 \cdot R_7 + I_6^2 \cdot R_8 =$$

$$= (1.518)^2 \cdot 8 + (4.462)^2 \cdot 3 + (1.736)^2 \cdot 2 + (2.725)^2 \cdot 5 + (6.056)^2 \cdot 6 +$$

$$+ (6.219)^2 \cdot 5 + (2.944)^2 \cdot 12 + (0.219)^2 \cdot 14 = 828.252 \text{ мВт.}$$

Обчислимо потужність джерел

$$P_{\text{ДЖ}} = -P_{E1} + P_{E2} + P_{E3} + P_{E4} + P_{J1} + P_{J2} + P_{J3} + P_{J4} =$$

$$= -E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_5 + E_3 \cdot I_6 + E_4 \cdot I_4 + J_1 \cdot U_5 + J_2 \cdot U_2 + J_3 \cdot U_3 + J_4 \cdot U_6 =$$

$$= -12 \cdot 1.518 + 5 \cdot 2.944 + 4 \cdot 0.219 + 6 \cdot 2.725 + 9 \cdot 36.337 + 5 \cdot 1.615 +$$

$$+ 13 \cdot 22.527 + 6 \cdot 31.093 = 828.252 \text{ мВт}$$

Оскільки виконується рівність  $P_{\text{ДЖ}} \cong P_{\text{СП}}$ , то для початкової схеми працює закон балансу потужностей. Це свідчить про коректність наведених обчислень.

Для розрахованого кола (рис. 1.27) здійснимо перевірку першого та другого законів Кірхгофа.

Для вузлів А, Б та В здійснимо перевірку першого закону Кірхгофа

Для вузла А сформуємо рівня:

$$\begin{aligned}I_1 + J_1 + I_{R2} &= J_2 + I_{R5}; \\1.518 + 9 + 0.538 &= 5 + 6.056; \\11.056 &= 11.056.\end{aligned}$$

Для вузла Б сформуємо рівня:

$$\begin{aligned}J_2 + I_{R3} &= I_4 + I_{R2} + J_3; \\5 + 11.264 &= 2.725 + 0.538 + 13; \\16.264 &= 16.263.\end{aligned}$$

Для вузла В сформуємо рівня:

$$\begin{aligned}J_3 + J_4 &= I_1 + I_{R3} + I_{R6}; \\13 + 6 &= 1.518 + 11.264 + 6.219; \\19 &= 19.\end{aligned}$$

Для контурів I, II та III здійснимо перевірку другого закону Кірхгофа

Для контур I сформуємо рівня:

$$\begin{aligned}E_1 + U_1 &= U_2 + U_3; \\12.0 + 12.772 &= 1.615 + 22.527; \\24.772 &\approx 24.142.\end{aligned}$$

Для контур II сформуємо рівня:

$$\begin{aligned}U_2 + U_5 + E_2 + E_4 &= U_4 + U_7; \\1.615 + 36.337 + 5.0 + 6.0 &= 13.626 + 35.326; \\48.952 &= 48.952.\end{aligned}$$

Для контур III сформуємо рівня:

$$\begin{aligned}U_3 + E_3 + U_4 &= U_6 + U_8 + E_4; \\22.527 + 4.0 + 13.626 &= 31.093 + 3.06 + 6; \\40.153 &= 40.153.\end{aligned}$$

Початкові данні до розрахунків:

$$J1 := 9 \quad J2 := 5 \quad J3 := 13 \quad J4 := 6 \quad E1 := 12 \quad E2 := 5 \quad E3 := 4 \quad E4 := 6$$

$$R1 := 8 \quad R2 := 3 \quad R3 := 2 \quad R4 := 5 \quad R5 := 6 \quad R6 := 5 \quad R7 := 12 \quad R8 := 14$$

Раніше були розраховані струми у гілках

$$I1 := 1.517793 \quad I2 := 4.461624 \quad I3 := 1.736392$$

$$I4 := 2.725232 \quad I5 := 2.943831 \quad I6 := 0.218599$$

Визначимо струми у гілках за першим законом Кірхгофа

$$Ir2 := J2 - I2 = 0.538 \quad Ir5 := J1 - I5 = 6.056$$

$$Ir3 := J3 - I3 = 11.264 \quad Ir6 := J4 + I6 = 6.219$$

Визначимо напруги на опорах за законм Ома

$$U1 := I1 \cdot R1 = 12.142 \quad U2 := Ir2 \cdot R2 = 1.615$$

$$U3 := Ir3 \cdot R3 = 22.527 \quad U4 := I4 \cdot R4 = 13.626$$

$$U5 := Ir5 \cdot R5 = 36.337 \quad U6 := Ir6 \cdot R6 = 31.093$$

$$U7 := I5 \cdot R7 = 35.326 \quad U8 := I6 \cdot R8 = 3.06$$

Розрахунок балансу потужностей

$$Pr := I1^2 \cdot R1 + Ir2^2 \cdot R2 + Ir3^2 \cdot R3 + I4^2 \cdot R4 + Ir5^2 \cdot R5 + I5^2 \cdot R7 + I6^2 \cdot R8 + Ir6^2 \cdot R6 = 828.252$$

$$Pe := -E1 \cdot I1 + E2 \cdot I5 + E3 \cdot I6 + E4 \cdot I4 + J1 \cdot U5 + J3 \cdot U3 + J2 \cdot U2 + J4 \cdot U6 = 828.252$$

Рисунок 3.28 – Приклад розрахунку у MathCAD

### 3.2. Приклад обчислення кола гармонічного струму

#### 3.2.1. Обчислення вхідного опору

На схемі згідно із варіантом завдання (рис. 3.29 а) позначимо числові значення елементів схеми. На вході кола діє гармонічна напруга та струм

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_E) = 24 \cos(\omega t - 22^\circ) \text{ В.}$$

$$j(t) = J_m \cos(\omega t + \varphi_J) = 12 \cos(\omega t - 22^\circ) \text{ мА.}$$

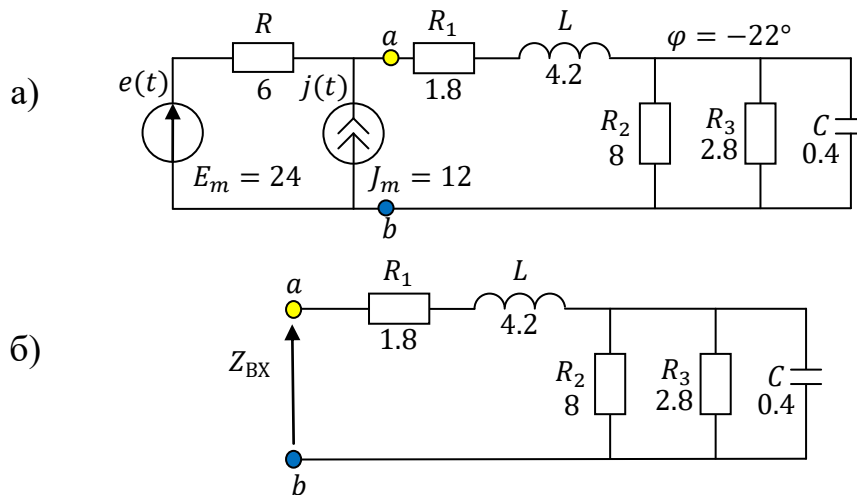


Рисунок 3.29 – Початкова схема для гармонічної напруги

Розрахунки здійснимо в системі одиниць, де напруга – в [В], струм – в [мА], опір – в [кОм], провідність – в [мСім], потужність – в [мВт], індуктивності – в [мГн], ємності – в [нФ], частота – в [рад/мкс]. У проміжних розрахунках для спрощення запису одиниці величин вказувати не будемо.

Вхідний опір кола (рис. 3.29 б) можна визначити двома способами безпосередньо або за допомогою визначників. Розглянемо обидва способи.

Введемо заміну  $p = j\omega$ , тоді індуктивний опір та ємнісну провідність будуть визначатися

$$Z_L = j\omega L = pL, \quad Y_C = j\omega C = pC.$$

Визначимо провідності опорів

$$g_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ мСім}; \quad g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2.8} = 0.357 \text{ мСім.}$$

Вхідний опір кола

$$Z_{\text{вх}}(p) = R_1 + Z_L + \frac{1}{g_2 + g_3 + Y_C} = 1.8 + 4.2p + \frac{2.5}{p + 1.2} = \frac{4.2p^2 + 6p + 4.66}{p + 1.2}.$$

Здійснимо зворотну заміну ( $p = j\omega$ )

$$Z_{\text{вх}}(\omega) = \frac{4.2 \cdot (j\omega)^2 + 6 \cdot j\omega + 4.66}{j\omega + 1.2} = \frac{4.66 - 4.2\omega^2 + j\omega \cdot 6}{1.2 + j\omega}.$$

Виділимо модуль та аргумент вхідного опору

$$|Z_{\text{BX}}(\omega)| = \sqrt{\frac{(4.66 - 4.2\omega^2)^2 + (6.0\omega)^2}{1.2^2 + \omega^2}};$$

$$\varphi_{Z_{\text{BX}}}(\omega) = \arg [Z_{\text{BX}}(\omega)] = \arctg\left(\frac{6.0\omega}{4.66 - 4.2\omega^2}\right) - \arctg\left(\frac{1.0\omega}{1.2}\right).$$

Побудуємо графік залежності АЧХ (рис. 3.30 а) та ФЧХ (рис. 3.30 б) за допомогою математичного пакету MathCAD у інтервалі  $\omega=0-10$  рад/мкс. Додамо до графіку вісь  $f$  ( $f = \omega/2\pi$ ) з одиницями виміру кГц. Графік аргументу будемо у градусах. Графіки залежності модуля вхідного опору та його аргументу у логарифмічному масштабі подані на рис. 3.31. Детальні скріпки у додатку Б.

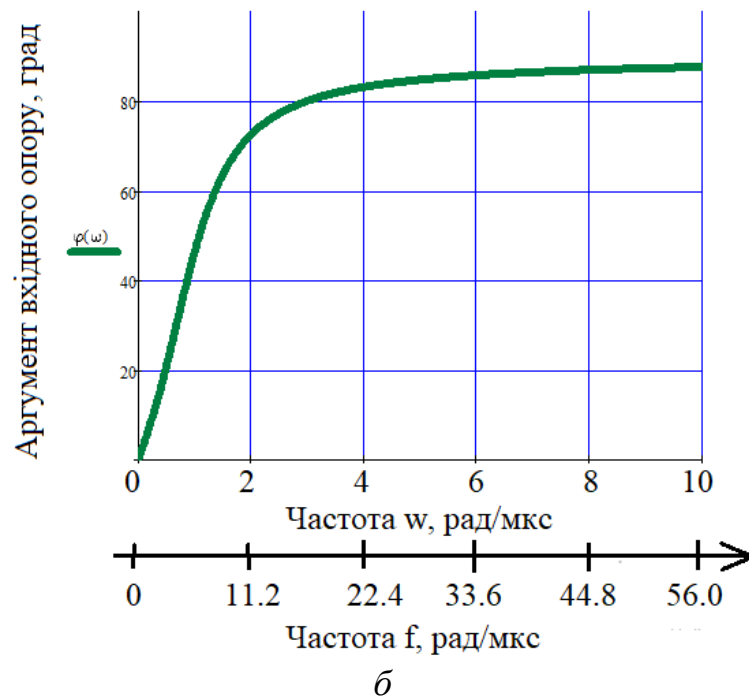
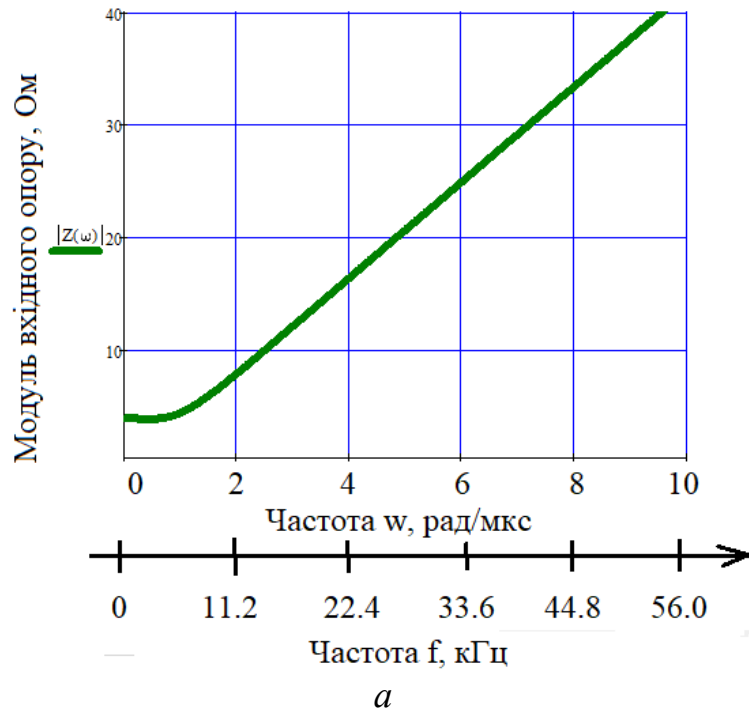
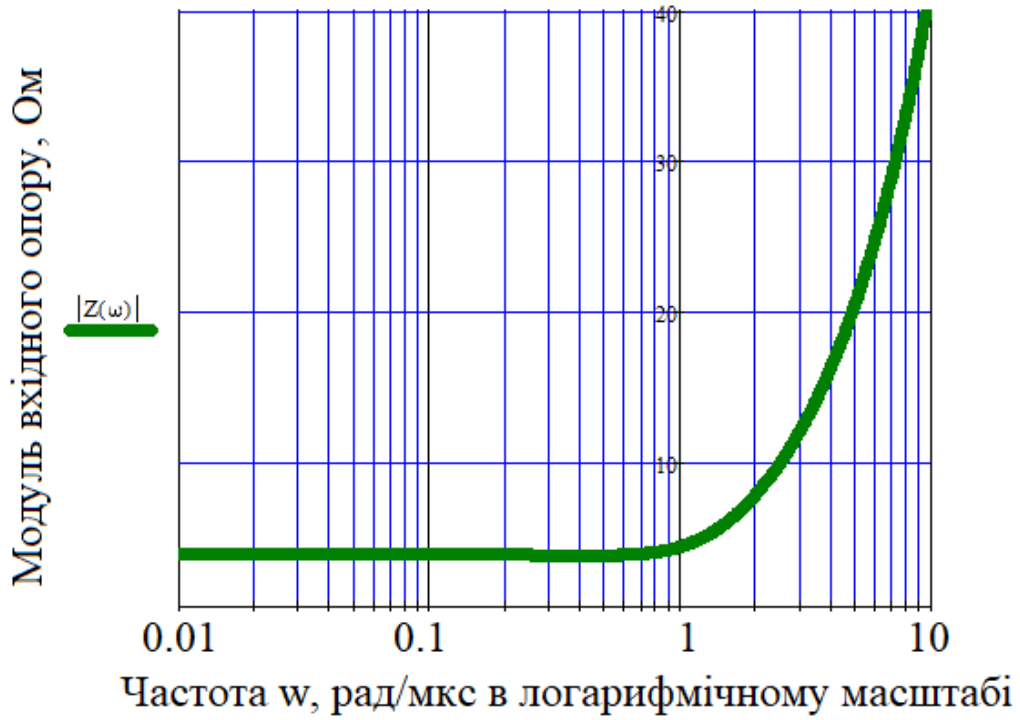
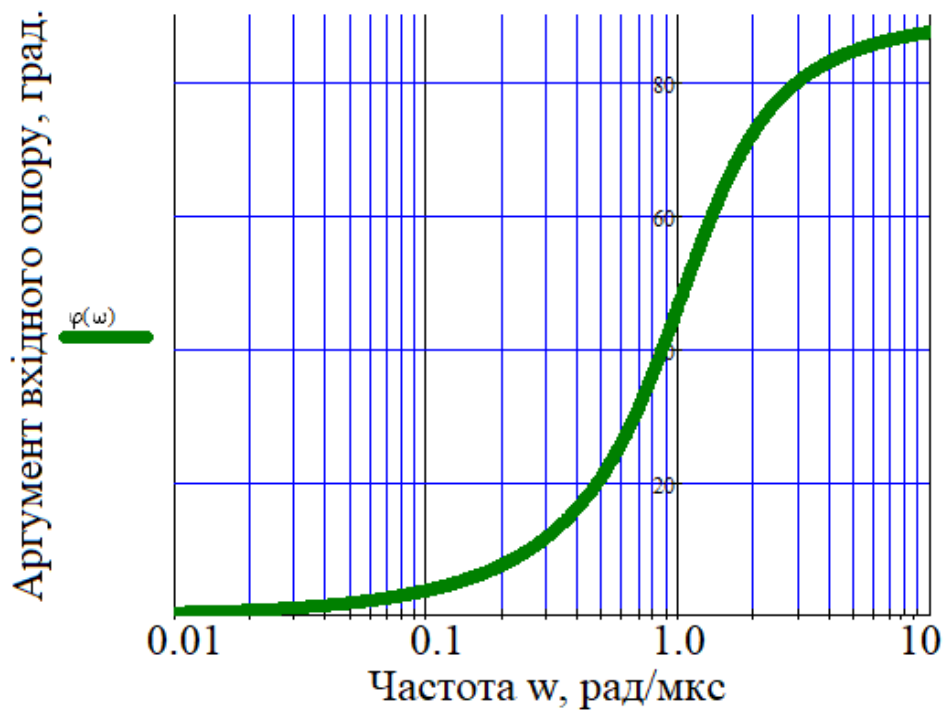


Рисунок 3.30 – Частотні характеристики вхідного опору



*a*



*б*

Рисунок 3.31 – Частотні характеристики вхідного опору у логарифмічному масштабі

При  $\omega = 1$  визначимо  $Z_{BX}(j\omega)$

$$Z_{BX}(\omega = 1) = \frac{4.66 - 4.2 \cdot 1^2 + j1 \cdot 6}{1.2 + j1} = \frac{0.26 + j6.0}{1.2 + j1.0} = 3.029 + j3.181.$$

$$Z_{BX}(\omega) = 3.029 + j3.181 = 4.392e^{j46.4^\circ}.$$

Перевіримо значення  $Z_{BX}(\omega)$  у контрольних точка  $\omega = 0$ ,  $\omega = \infty$

$$Z_{BX}(\omega = 0) = \frac{4.66}{1.2} = 3.883 \text{ кОм};$$

$$Z_{BX}(\omega = \infty) = \infty.$$

Дійсно, якщо розглянути схему (рис. 3.29) при  $\omega = 0$ , то ємність буде еквівалентна розриву у місці її ввімкнення ( $Z_C = 1/j\omega C = \infty$ ), а індуктивність еквівалентна заморотці у місці її ввімкнення ( $Z_L = j\omega L = 0$ ), тоді вхідний опір буде (рис. 3.32 а)

$$R_{BX} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 1.8 + \frac{8 \cdot 2.8}{8 + 2.8} = 3.874 \text{ кОм}$$

При  $\omega = \infty$  ємність буде еквівалентна заморотці у місці її ввімкнення, а індуктивність еквівалентна розриву у місці її ввімкнення, тоді вхідний опір визначається  $R_{BX} = R_1 + \infty = \infty$  (рис. 3.32 б).

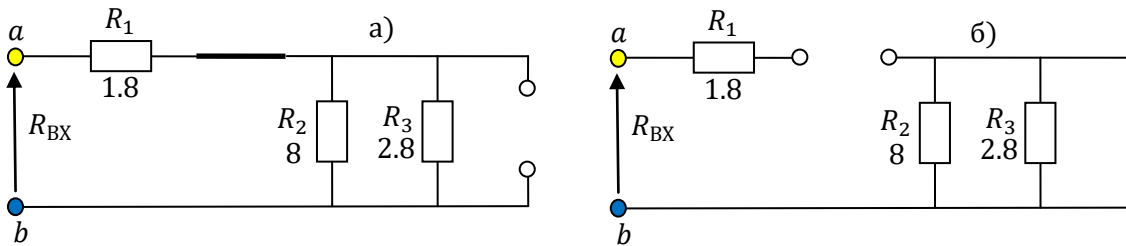


Рисунок 3.32 – Еквівалентні схеми

Знайдемо вхідний опір у інший спосіб. Спростимо схему (рис. 3.32 б)

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{8 \cdot 2.8}{8 + 2.8} = 2.074 \text{ кОм}$$

У результаті отримаємо схему (рис. 3.33).

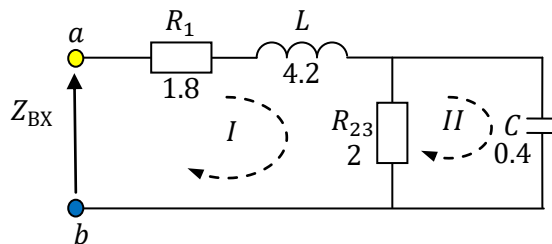


Рисунок 3.33 – Еквівалентна схема

Для цього запишемо матрицю опорів на основі методу контурних струмів

$$Z(p) = \begin{pmatrix} R_1 + pL + R_{23} & -R_{23} \\ -R_{23} & \frac{1}{pC} + R_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.874 + 4.2p & -2.074 \\ -2.074 & \frac{2.5}{p} + 2.074 \end{pmatrix}.$$

Визначник матриці



$$\Delta = (3.874 + 4.2p) \left( \frac{2.5}{p} + 2.074 \right) - 2.074^2 = \frac{8.71084p^2 + 14.2332p + 9.685}{p}.$$

Вхідний опір

$$Z_{\text{ВХ}}(p) = \frac{\Delta}{\Delta_{11}} = \frac{\frac{8.71084p^2 + 14.2332p + 9.685}{p}}{\frac{2.5}{p} + 2.074} = \frac{8.71084p^2 + 14.2332p + 9.685}{2.074p + 2.5}.$$

Розділимо на 2.074 чисельник та знаменник

$$Z_{\text{ВХ}}(p) = \frac{4.2p^2 + 6.863p + 4.67}{p + 1.205}.$$

Як бачимо, отриманий вираз  $Z_{\text{ВХ}}(p)$  співпадає із виразом, що був отриманий першим способом. Запишемо вираз опору від частоти

$$Z_{\text{ВХ}}(\omega) = \frac{4.67 - \omega^2 \cdot 4.2 + j\omega \cdot 6.863}{1.205 + j\omega}.$$

При  $\omega = 1$   $Z_{\text{ВХ}}(\omega) = 3.03 + 3.181j$ .

### 3.2.2. Обчислення вхідного опору у точках за схемою Горнера

Визначимо значення вхідного опору у декількох точках за схемою Горнера.

Якщо є деякий поліном

$$F(p) = a_0 + a_1p + a_2p^2 + a_3p^3 + a_4p^4.$$

За схемою Горнера поліном можна подати у вигляді

$$F(p) = a_0 + p(a_1 + p(a_2 + p(a_3 + pa_4))).$$

Вхідний опір кола

$$Z_{\text{ВХ}}(p) = \frac{p^2 \cdot 4.2 + p \cdot 6.863 + 4.67}{p + 1.205} = \frac{4.67 + p(6.863 + p \cdot 4.2)}{1.205 + p}.$$

Введемо заміну  $p = j\omega$

$$Z_{\text{ВХ}}(\omega) = \frac{4.67 + j\omega(6.863 + j\omega \cdot 4.2)}{1.205 + j\omega}.$$

Визначимо значення опору у точках

$$Z_{\text{ВХ}}(\omega = 1) = \frac{4.67 + j(6.863 + j \cdot 4.2)}{1.205 + j} = \frac{0.47 + j6.863}{1.205 + j} =$$

$$= 3.03 + 3.181j = 4.393e^{j46.4^\circ};$$

$$Z_{\text{ВХ}}(\omega = 3) = \frac{4.67 + 3j(6.863 + 3j \cdot 4.2)}{1.205 + 3j \cdot 1} = \frac{-33.13 + j20.589}{1.205 + j3.0} =$$

$$= 2.09 + 11.883j = 12.065e^{j80.024^\circ};$$

$$Z_{\text{ВХ}}(\omega = 5) = \frac{4.67 + 5j(6.863 + 5j \cdot 4.2)}{1.205 + 5j \cdot 1} = \frac{-100.33 + j20.589}{1.205 + 5j} =$$

$$= 1.916 + 20.528j = 20.617e^{j84.7^\circ}.$$

### 3.2.3. Обчислення вхідного струму методом еквівалентного генератора

Розрахунок вхідного струму будемо здійснювати за допомогою еквівалентних перетворень над схемою рис. 3.34.

Комплексні індуктивний та ємнісний опори (в кОм):

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 1 \cdot 4.2 = 4.2j \text{ кОм}, \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 1 \cdot 0.4} = -2.5j \text{ кОм}.$$

Представимо коло (рис. 3.29 б) еквівалентним генератором (рис. 3.34 а)

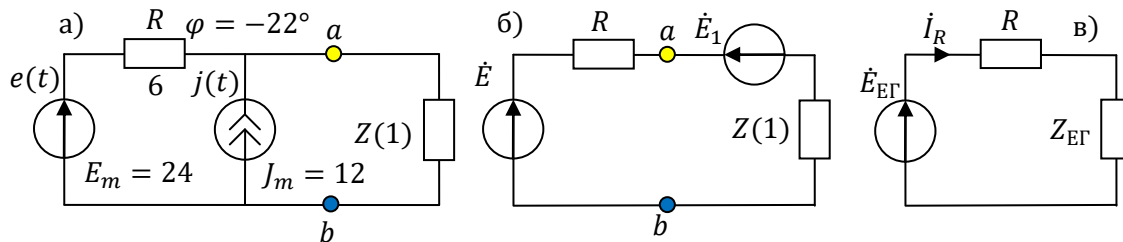


Рисунок 3.34 – Еквівалентні схеми

Опір еквівалентного кола (рис. 3.34 б)

$$Z_{\text{BX1}}(\omega = 1 \text{ рад/мкс}) = Z(1) = 3.03 + 3.181j = 4.393e^{-j46.4^\circ} \text{ кОм}.$$

Представимо струм та напругу джерел комплексними амплітудами

$$\dot{E} = E_m e^{j\varphi_u} = 24e^{-j22^\circ} = 22.252 - 8.991j \text{ В};$$

$$\dot{j} = J_m e^{j\varphi_u} = 12e^{-j22^\circ} = 11.126 - 4.495j \text{ мА}.$$

Перетворимо джерело струму у джерело напруги (рис. 3.34 б)

$$\dot{E}_1 = \dot{j} \cdot Z(1) = 12e^{-j22^\circ} \cdot 4.393e^{-j46.4^\circ} = 52.704e^{-j68.4^\circ} = 47.994 + 21.776j$$

За другим законом Кірхгофа

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{ЕГ}} &= \dot{E} - \dot{E}_1 = (22.252 - 8.991j) - (47.994 + 21.776j) = \\ &= -25.742 - 30.767j = 40.115e^{-j129.919^\circ}. \end{aligned}$$

Отже, запишемо опір еквівалентного генератора та напруга еквівалентного генератора (рис. 3.34 в)

$$Z_{\text{ЕГ}} = Z_{\text{BX1}}(\omega = 1) = 3.03 + 3.181j \text{ кОм};$$

$$\dot{E}_{\text{ЕГ}} = -25.742 - 30.767j = 40.115e^{-j129.919^\circ}.$$

За теоремою про еквівалентний генератор (рис. 3.34 в)

$$\dot{i}_R = \frac{\dot{E}_{\text{ЕГ}}}{Z_{\text{ЕГ}} + R} = \frac{40.115e^{-j129.919^\circ}}{(3.03 + 3.181j) + 6} = 4.191 \cdot e^{-j149.326^\circ} = -3.604 - 2.138j.$$

Розрахуємо окремо знаменник виразу

$$\begin{aligned} Z_{\text{BX2}}(\omega) &= R + Z_{\text{ЕГ}} = 6 + 3.03 + 3.181j = 9.03 + 3.181j = \\ &= |Z_{\text{BX2}}(\omega)| \cdot e^{-j\varphi_z} = 9.574 \cdot e^{j19.406^\circ}, \end{aligned}$$

де

$$|Z_{\text{BX2}}(\omega)| = \sqrt{(9.03)^2 + (3.181)^2} = 9.574;$$

$$\varphi_z = \text{arctg} \left( \frac{3.181}{9.03} \right) = 19.406^\circ.$$

Представимо струм у показниковій формі

$$\dot{I}_R = -3.604 - 2.138j = |\dot{I}_1|e^{j\varphi_I},$$

де

$$|\dot{I}_R| = \sqrt{(-3.604)^2 + (-2.138)^2} = 4.191;$$

$$\varphi_I = \arctg\left(\frac{-2.138}{-3.604}\right) = -149.326^\circ.$$

Часова залежність струму (рис. 3.35)

$$i_R(t) = 4.191 \cos(\omega t - 149.326^\circ).$$

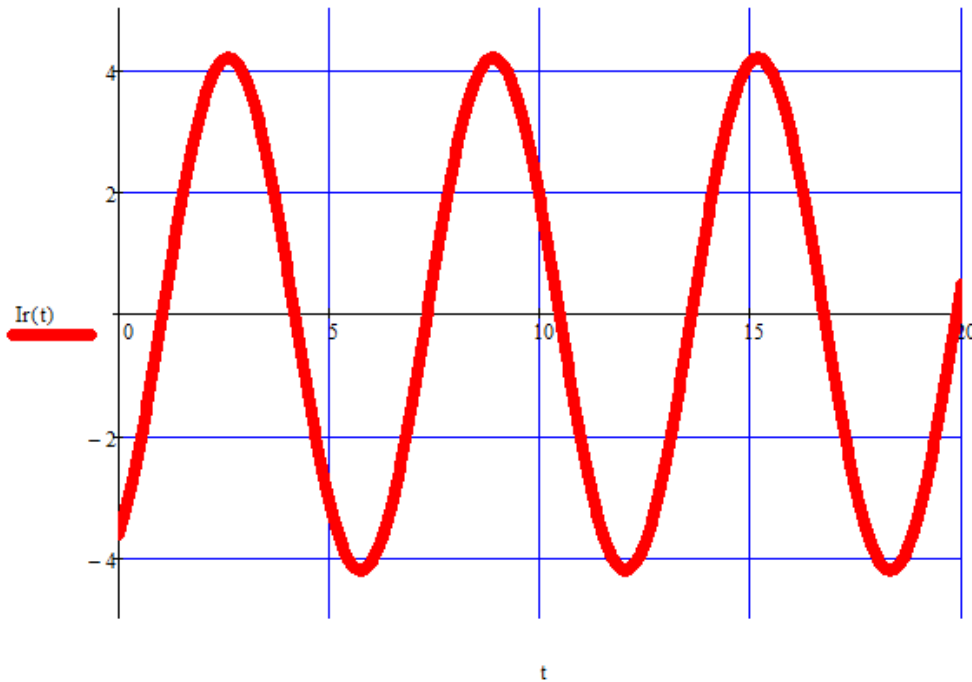


Рисунок 3.35 – Гармонічний струм

Якщо коло містить і джерело струму і джерело напруги або одне джерело струму, то його необхідно еквівалентними перетвореннями джерел звести до кола, що зображене на рисунку 3.35 (коло, що містить джерело напруги та опір, з'єднаними послідовно).

### 3.2.4. Обчислення всіх струмів та напруг кола

#### 3.2.4.1. Метод контурних струмів

У початковому колі (рис. 3.29 а) здійснимо еквівалентні перетворення джерел (рис. 3.36 а – рис. 3.36 в)

$$J_1 = \frac{E_m}{R} = \frac{24}{6} = 4 \text{ мА};$$

$$J_2 = J_1 + J_m = 4 + 12 = 16 \text{ мА};$$

$$E_{1m} = J_2 \cdot R = 16 \cdot 6 = 96 \text{ В}.$$

Сформуємо комплексне джерело (рис. 3.36 г)

$$\dot{E}_1 = E_{1m} e^{j\varphi} = 96 e^{-j22^\circ} = 89.01 - 35.962j \text{ В}.$$

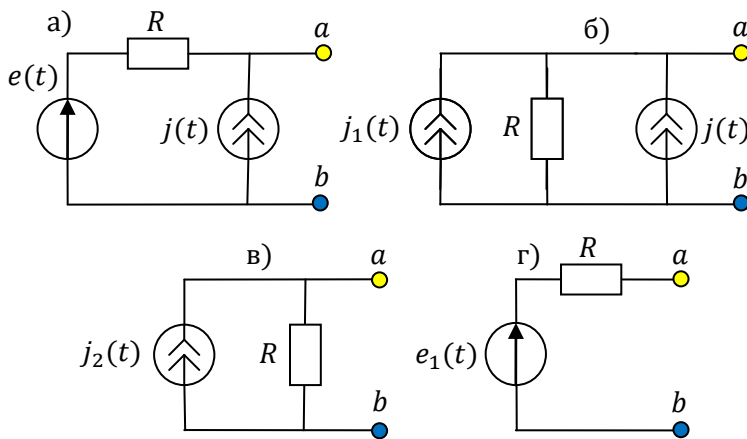


Рисунок 3.36 – Еквівалентні перетворення джерел

Всі струми та напруги будемо розраховувати за допомогою метода контурних струмів, обравши додатні напрямки протікання контурних струмів у контурах за годинниковою стрілкою (рис. 3.37)

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = \dot{I}_I \cdot (R + R_1 + Z_L + R_2) - \dot{I}_{II} \cdot R_2; \\ 0 = -\dot{I}_I \cdot R_2 + \dot{I}_{II} \cdot (R_2 + R_3) - \dot{I}_{III} \cdot R_3; \\ 0 = -\dot{I}_I \cdot 0 - \dot{I}_I \cdot R_3 - \dot{I}_{III} \cdot (R_3 + Z_C). \end{cases}$$

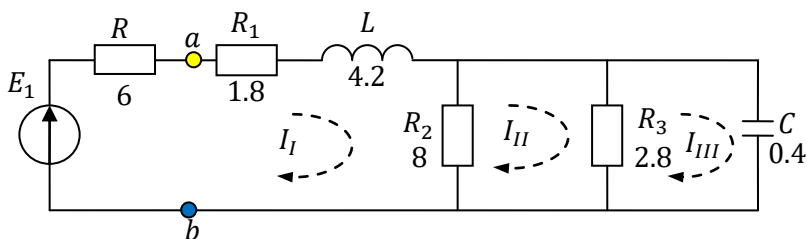


Рисунок 3.37 – Вибір додатних напрямків контурних струмів

Для спрощення розрахунків вручну можна взяти початкову фазу джерела напруги  $\varphi_E = 0$ , а потім к результату додати цю фазу.

Система у матричній формі

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + R_1 + Z_L + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3 + Z_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_I \\ \dot{I}_{II} \\ \dot{I}_{III} \end{bmatrix}.$$

Підставимо у систему числові значення

$$\begin{bmatrix} 89.01 - 35.962j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15.8 + 4.2j & -8 & 0 \\ -8 & 10.8 & -2.8 \\ 0 & -2.8 & 2.8 - 2.5j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_I \\ \dot{I}_{II} \\ \dot{I}_{III} \end{bmatrix}.$$

Розрахуємо контурні струми через обернену матрицю

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_I \\ \dot{I}_{II} \\ \dot{I}_{III} \end{bmatrix} = [Z]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.522 - 6.633j \\ 7.212 - 4.656j \\ 6.326 + 0.922j \end{bmatrix}.$$

Запишемо контурні струми у алгебраїчній та показниковій формах:

$$\begin{aligned} \dot{I}_I &= 7.522 - 6.633j = 10.029 \cdot e^{-j41.408^\circ}, \\ \dot{I}_{II} &= 7.212 - 4.656j = 8.584 \cdot e^{-j32.848^\circ}, \\ \dot{I}_{III} &= 6.326 + 0.922j = 6.403 \cdot e^{j8.912^\circ}. \end{aligned}$$

Струми у гілках за першим законом Кірхгофа

$$\begin{aligned} \dot{I}_L &= \dot{I}_I = 7.522 - 6.633j, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{III} = 6.326 + 0.922j, \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_L - \dot{I}_{II} = (7.522 - 6.633j) - (7.212 - 4.656j) = 0.31 - 1.977j = \\ &= 2.0 \cdot e^{-j81.088^\circ}, \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_{II} - \dot{I}_C = (7.212 - 4.656j) - (6.326 + 0.922j) = 0.886 - 5.648j = \\ &= 5.717 \cdot e^{-j81.088^\circ}. \end{aligned}$$

Напруги на елементах схеми за законом Ома

$$\begin{aligned} \dot{U}_R &= \dot{I}_L \cdot R = (7.522 - 6.633j) \cdot 6.0 = 45.131 - 39.799j = \\ &= 60.173 \cdot e^{-j41.408^\circ}, \\ \dot{U}_1 &= \dot{I}_L \cdot R_1 = (7.522 - 6.633j) \cdot 1.8 = \\ &= 13.539 - 11.94j = 18.052 \cdot e^{-j41.408^\circ}, \\ \dot{U}_L &= \dot{I}_L \cdot Z_L = (7.522 - 6.633j) \cdot (4.2j) = \\ &= 27.859 + 31.592j = 42.121 \cdot e^{j48.592^\circ}, \\ \dot{U}_2 &= \dot{I}_2 \cdot R_2 = (0.31 - 1.977j) \cdot 8 = 2.48 - 15.815j = 16.00 \cdot e^{-j81.088^\circ}; \\ \dot{U}_3 &= \dot{I}_3 \cdot R_3 = (0.886 - 5.648j) \cdot 2.8 = 2.48 - 15.815j = 16.00 \cdot e^{-j81.088^\circ}; \\ \dot{U}_C &= \dot{I}_C \cdot Z_C = (6.326 + 0.922j) \cdot (-2.5j) = 2.48 - 15.815j = 16.00 \cdot e^{-j81.088^\circ}. \end{aligned}$$

Далі всі розраховані числові значення струмів та напругу наносимо на схему (рис. 3.38).

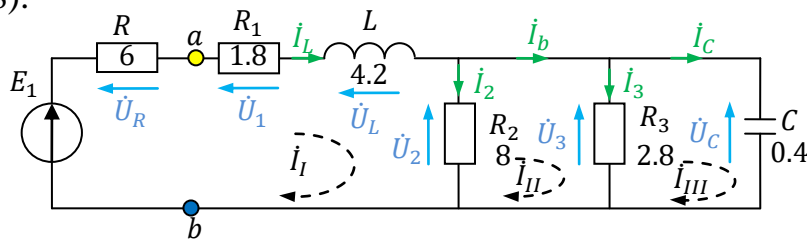


Рисунок 3.38 – Визначення додатних напрямків напруг

Векторна діаграма напруг для схеми (рис. 3.38) подана у доданку В. Допоміжний скрін розрахунків МКС наведений нижче на рис. 3.39.

### МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ

Комплексні опори ємності та індуктивності

$$Z_c := \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C} = -2.5i \quad Z_L := i \cdot \omega \cdot L = 4.2i$$

Здійснимо перетворення джерел

$$J_1 := \frac{E_m}{R} = 4 \quad J_2 := J_1 + J_m = 16 \quad E_{1m} := J_2 \cdot R = 96$$

$$E_1 := E_{1m} \cdot e^{-22 \cdot \text{deg} \cdot i} = 89.01 - 35.962i \quad +$$

Матриця опорів за МКС

$$Z := \begin{pmatrix} R + R_1 + R_2 + Z_L & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3 + Z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15.8 + 4.2i & -8 & 0 \\ -8 & 10.8 & -2.8 \\ 0 & -2.8 & 2.8 - 2.5i \end{pmatrix}$$

Матриця джерел

$$E_e := \begin{pmatrix} E_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 89.01 - 35.962i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Контурні струми визначимо

$$I := Z^{-1} \cdot E_e = \begin{pmatrix} 7.522 - 6.633i \\ 7.212 - 4.656i \\ 6.326 + 0.992i \end{pmatrix}$$

Визначимо контурні струми

$$I_a := I_0 = 7.522 - 6.633i \quad |I_a| = 10.029 \quad \arg(I_a) \div \text{deg} = -41.408$$

$$I_b := I_1 = 7.212 - 4.656i \quad |I_b| = 8.584 \quad \arg(I_b) \div \text{deg} = -32.848$$

$$I_d := I_2 = 6.326 + 0.992i \quad |I_d| = 6.403 \quad \arg(I_d) \div \text{deg} = 8.912$$

Визначимо струми у гілках

$$I_L := I_a = 7.522 - 6.633i \quad I_c := I_d = 6.326 + 0.992i$$

$$I_2 := I_L - I_b = 0.31 - 1.977i \quad I_3 := I_b - I_c = 0.886 - 5.648i$$

$$|I_2| = 2.001 \quad \arg(I_2) \div \text{deg} = -81.088 \quad |I_3| = 5.717 \quad \arg(I_3) \div \text{deg} = -81.088$$

Визначимо напруги за законом Ома

$$U_r := I_L \cdot R = 45.131 - 39.799i \quad |U_r| = 60.173 \quad \arg(U_r) \div \text{deg} = -41.408$$

$$U_1 := I_L \cdot R_1 = 13.539 - 11.94i \quad |U_1| = 18.052 \quad \arg(U_1) \div \text{deg} = -41.408$$

$$U_L := I_L \cdot Z_L = 27.859 + 31.592i \quad |U_L| = 42.121 \quad \arg(U_L) \div \text{deg} = 48.592$$

$$U_2 := I_2 \cdot R_2 = 2.48 - 15.815i \quad |U_2| = 16.008 \quad \arg(U_2) \div \text{deg} = -81.088$$

$$U_3 := I_3 \cdot R_3 = 2.48 - 15.815i \quad |U_3| = 16.008 \quad \arg(U_3) \div \text{deg} = -81.088$$

$$U_c := I_c \cdot Z_c = 2.48 - 15.815i \quad |U_c| = 16.008 \quad \arg(U_c) \div \text{deg} = -81.088$$

$$E_2 = 89.01 - 35.962i$$

Рисунок 3.39 – Скрін розрахунку МКС для гармонічного струму у MathCAD

### 3.2.4.2. Метод вузлових напруг

У колі (рис. 3.38) визначимо еквівалентний опір

$$R_E = R + R_1 = 6.0 + 1.8 = 7.8 \text{ кОм.}$$

У колі для МКС (рис. 3.38) перетворимо джерело напруги у джерело струму (рис. 3.40)

$$j_2 = \frac{\dot{E}_{1m}}{R_E} = \frac{96 \cdot e^{-j22^\circ}}{7.8} = 12.308 \cdot e^{-j22^\circ} = 11.411 - 4.611j.$$

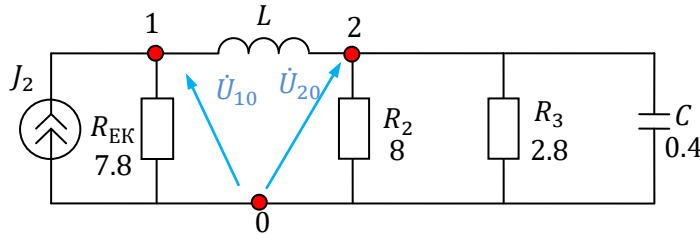


Рисунок 3.40 – Початкова схема для МВН

Комплексна індуктивна та ємнісна провідності (в мСім):

$$Y_C = j\omega C_1 = j \cdot 1 \cdot 0.4 = 0.4j, \quad Y_L = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{j \cdot 1 \cdot 4.2} = -0.238j.$$

Пронумеруємо вузли, оберемо додатні напрямки вузлових напруг та складемо систему рівнянь за методом вузлових напруг (рис. 4.37)

$$\begin{cases} j_2 = \dot{U}_{10} \cdot (g_E + Y_L) - \dot{U}_{20} \cdot Y_L; \\ 0 = -\dot{U}_{10} \cdot Y_L + \dot{U}_{20} \cdot (Y_L + Y_C + g_2 + g_3). \end{cases}$$

Підставимо у систему числові значення

$$\begin{pmatrix} 11.411 - 4.611j \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.128 - 0.238j & 0.238j \\ 0.238j & 0.482 + 0.162j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \end{pmatrix}.$$

Розрахуємо струми через обернену матрицю

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \end{pmatrix} = [Y]^{-1} \cdot [j] = \begin{bmatrix} 30.339 + 15.776j \\ 2.48 - 15.815j \end{bmatrix}.$$

Звідси визначимо контурні струми :

$$\dot{U}_{10} = 30.339 + 15.776j,$$

$$\dot{U}_{20} = 2.48 - 15.815j.$$

Визначимо у схемі (рис. 3.41) напрямки струмів та напруг.

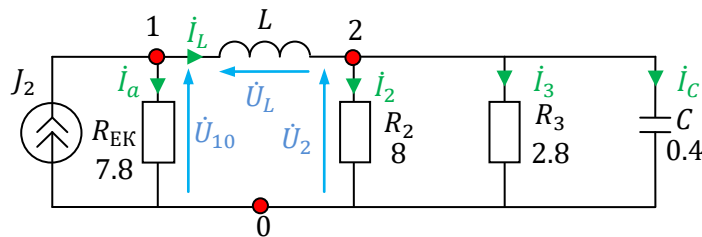


Рисунок 3.41 – Схема із напрямками струмів та напруг

За другим законом Кірхгофа (рис. 3.41)

$$\begin{aligned}\dot{U}_L &= \dot{U}_{10} - \dot{U}_{20} = 27.859 + 31.592 = 42.121 \cdot e^{j48.6^\circ}; \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_{20} = 2.48 - 15.815j = 16.01 \cdot e^{-j81.01^\circ}, \\ \dot{U}_J &= \dot{U}_{10} = 30.339 + 15.776j = 34.196 \cdot e^{j27.474^\circ}.\end{aligned}$$

Визначимо струми за законом Ома (рис. 3.36)

$$\begin{aligned}\dot{I}_C &= \dot{U}_C \cdot Y_C = 6.324 + 0.992j = 6.403 \cdot e^{j8.912^\circ}; \\ \dot{I}_3 &= \dot{U}_{20} \cdot g_3 = 0.886 - 5.648j = 5.717 \cdot e^{-j81.088^\circ}; \\ \dot{I}_2 &= \dot{U}_{20} \cdot g_2 = 0.31 - 1.977j = 2.00 \cdot e^{-j81.088^\circ}; \\ \dot{I}_L &= \dot{U}_L \cdot Y_L = 7.522 - 6.633j = 10.029 \cdot e^{-j41.408^\circ}; \\ \dot{I}_a &= \dot{U}_{10} \cdot g_{ЕК} = 3.89 + 2.023j = 4.384 \cdot e^{j27.474^\circ}.\end{aligned}$$

Векторна діаграма струмів для схеми (рис. 3.41) подана у доданку Г.

Скріни для розрахунків представлений у MathCAD, наведена на рис. 3.42 та на рис. 3.43.

### МЕТОД ВУЗЛОВИХ НАПРУГ

Еквівалентні перетворення

$$R_{ek} := R + R1 = 7.8$$

$$\dot{E}_1 := E1m \cdot e^{-22 \cdot \text{deg} \cdot i} = 89.01 - 35.962i$$

$$\dot{J}_2 := \frac{\dot{E}_1}{R_{ek}} = 11.411 - 4.611i \quad |J_2| = 12.308 \quad \arg(J_2) \div \text{deg} = -22$$

Розрахуємо провідності елементів

$$g := \frac{1}{R_{ek}} = 0.128 \quad g_2 := \frac{1}{R_2} = 0.125 \quad g_3 := \frac{1}{R_3} = 0.357 \quad L = 4.2$$

$$Y_L := \frac{1}{Z_L} = -0.238i \quad Y_C := \frac{1}{Z_C} = 0.4i$$

Матриця провідностей за МВН

$$Y := \begin{pmatrix} g + Y_L & -Y_L \\ -Y_L & Y_L + Y_C + g_2 + g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.128 - 0.238i & 0.238i \\ 0.238i & 0.482 + 0.162i \end{pmatrix}$$

Матриця джерел

$$J_e := \begin{pmatrix} J_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11.411 - 4.611i \\ 0 \end{pmatrix}$$

Визначимо вузлові напруги

$$U := Y^{-1} \cdot J_e = \begin{pmatrix} 30.339 + 15.776i \\ 2.48 - 15.815i \end{pmatrix}$$

Визначимо вузлові напруги

$$U_{10} := U_0 = 30.339 + 15.776i \quad |U_{10}| = 34.196 \quad \arg(U_{10}) \div \text{deg} = 27.474$$

$$U_{20} := U_1 = 2.48 - 15.815i \quad |U_{20}| = 16.008 \quad \arg(U_{20}) \div \text{deg} = -81.088$$

Рисунок 3.42 – Скрін розрахунку МВН для гармонічного струму у MathCAD



Матриця провідностей за МВН

$$Y := \begin{pmatrix} g + Y_L & -Y_L \\ -Y_L & Y_L + Y_c + g_2 + g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.128 - 0.238i & 0.238i \\ 0.238i & 0.482 + 0.162i \end{pmatrix}$$

Матриця джерел

$$J_e := \begin{pmatrix} J_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11.411 - 4.611i \\ 0 \end{pmatrix}$$

Визначимо вузлові напруги

$$U := Y^{-1} \cdot J_e = \begin{pmatrix} 30.339 + 15.776i \\ 2.48 - 15.815i \end{pmatrix}$$

Визначимо вузлові напруги

$$U_{10} := U_0 = 30.339 + 15.776i \quad |U_{10}| = 34.196 \quad \arg(U_{10}) \div \text{deg} = 27.474$$

$$U_{20} := U_1 = 2.48 - 15.815i \quad |U_{20}| = 16.008 \quad \arg(U_{20}) \div \text{deg} = -81.088$$

Визначимо напруги на елементах

$$U_L := U_{10} - U_{20} = 27.859 + 31.592i \quad |U_L| = 42.121 \quad \arg(U_L) \div \text{deg} = 48.592$$

$$U_2 := U_{20} = 2.48 - 15.815i \quad |U_2| = 16.008 \quad \arg(U_2) \div \text{deg} = -81.088$$

$$U_c := U_{20} = 2.48 - 15.815i \quad |U_c| = 16.008 \quad \arg(U_c) \div \text{deg} = -81.088$$

Визначимо струми у гілках

$$I_L := U_L \cdot Y_L = 7.522 - 6.633i \quad |I_L| = 10.029 \quad \arg(I_L) \div \text{deg} = -41.408$$

$$I_2 := U_{20} \cdot g_2 = 0.31 - 1.977i \quad |I_2| = 2.001 \quad \arg(I_2) \div \text{deg} = -81.088$$

$$I_3 := U_{20} \cdot g_3 = 0.886 - 5.648i \quad |I_3| = 5.717 \quad \arg(I_3) \div \text{deg} = -81.088$$

$$I_c := U_{20} \cdot Y_c = 6.326 + 0.992i \quad |I_c| = 6.403 \quad \arg(I_c) \div \text{deg} = 8.912$$

$$I_r := U_{10} \cdot g = 3.89 + 2.023i \quad |I_r| = 4.384 \quad \arg(I_r) \div \text{deg} = 27.474$$

Рисунок 3.43 – Скрін розрахунку МВН для гармонічного струму у MathCAD

### 3.2.5. Обчислення початкової схеми

Повернемося до розрахунку початкової схеми (рис. 3.44).

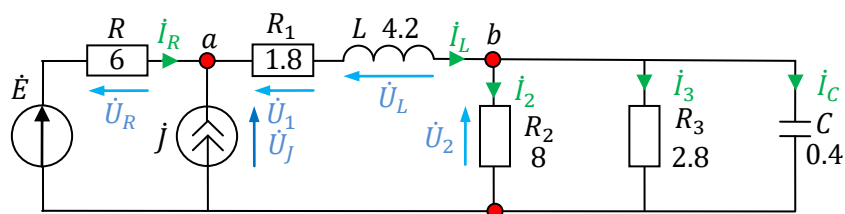


Рисунок 3.44 – Схема із напрямками струмів та напруг

За першим законом Кірхгофа

$$\dot{I}_L = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_C = 7.522 - 6.633j = 10.029 \cdot e^{-j41.408^\circ};$$

$$\dot{I}_R = \dot{I}_L - J = -3.604 - 2.138j = 4.191 \cdot e^{-j149.326^\circ}.$$

Визначимо напруги за законом Ома

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{I}_L \cdot R_1 = 27.859 + 31.592j = 42.121 \cdot e^{j48.6^\circ}; \\ \dot{U}_R &= \dot{I}_R \cdot R = -21.626 - 12.827j = 25.144 \cdot e^{-j144.326^\circ}; \\ \dot{U}_J &= \dot{E} - \dot{U}_R = 43.879 + 3.837j = 44.046 \cdot e^{j4.997^\circ}.\end{aligned}$$

Скрін розрахунків початкової схеми у MathCAD, наведений на рис. 3.45.

Повернемося до початкової схеми

$$\underline{I}_L := I_2 + I_3 + I_c = 7.522 - 6.633i$$

$$\underline{I}_R := I_L - J = -3.604 - 2.138i \quad |I_R| = 4.191 \quad \arg(I_R) \div \text{deg} = -149.326$$

Визначимо напруги за законом Ома

$$\underline{U}_R := I_R \cdot R = -21.626 - 12.827i \quad |U_R| = 25.144 \quad \arg(U_R) \div \text{deg} = -149.326$$

$$\underline{U}_1 := I_L \cdot R_1 = 13.539 - 11.94i \quad |U_1| = 18.052 \quad \arg(U_1) \div \text{deg} = -41.408$$

$$\underline{U}_L := I_L \cdot Z_L = 27.859 + 31.592i \quad |U_L| = 42.121 \quad \arg(U_L) \div \text{deg} = 48.592$$

$$\underline{U}_2 := I_2 \cdot R_2 = 2.48 - 15.815i \quad |U_2| = 16.008 \quad \arg(U_2) \div \text{deg} = -81.088$$

$$\underline{U}_3 := I_3 \cdot R_3 = 2.48 - 15.815i \quad |U_3| = 16.008 \quad \arg(U_3) \div \text{deg} = -81.088$$

$$\underline{U}_c := I_c \cdot Z_c = 2.48 - 15.815i \quad |U_c| = 16.008 \quad \arg(U_c) \div \text{deg} = -81.088$$

$$\underline{U}_j := E - U_R = 43.879 + 3.837i \quad |U_j| = 44.046 \quad \arg(U_j) \div \text{deg} = 4.997$$

Рисунок 3.45 – Скрін розрахунку початкової схеми у MathCAD

### 3.2.6. Обчислення балансу потужностей

Перевіримо виконання закону балансу потужностей для кола, що було проаналізовано за МКС (рис. 3.38).

Визначимо потужність, яку віддає джерело напруги

$$\begin{aligned}\dot{S}_E &= \dot{E}_1 \cdot \dot{I}_L^* = (89.01 - 35.962j) \cdot (7.522 - 6.633j) = \\ &= 908.059 + 319.914j = 962.765 \cdot e^{j19.408^\circ} \text{ мВА}.\end{aligned}$$

Визначимо потужність, яку споживають активні елементи

$$\begin{aligned}P &= |\dot{I}_L|^2 \cdot (R + R_1) + |\dot{I}_2|^2 \cdot R_2 + |\dot{I}_3|^2 \cdot R_3 = \\ &= 10.029^2 \cdot (4.0 + 0.5) + 2.0^2 \cdot 3 + 5.717^2 \cdot 2.5 = 908.059 \text{ мВт}.\end{aligned}$$

Визначимо потужність, яку споживають реактивні елементи

$$\begin{aligned}Q &= |\dot{I}_L|^2 \cdot Z_L + |\dot{I}_C|^2 \cdot Z_C = 10.029^2 \cdot (4.2j) + \\ &+ 6.403^2 \cdot (-2.5j) = 319.914j \text{ мВар}\end{aligned}$$

Оскільки  $Re[\dot{S}_E] = P = 908.059 \text{ мВт}$  та  $Im[\dot{S}_E] = Q = 319.914 \text{ мВар}$ .

Отже, закон балансу потужностей виконується.

Допоміжний скрін розрахунків закону балансу потужностей для МКС наведений нижче на рис. 3.46.

Потужність джерела напруги

$$\underline{S} := E1 \cdot \bar{I} = 908.059 + 319.914i \quad |S| = 962.765 \quad \arg(S) \div \text{deg} = 19.408$$

Потужність споживачів на пасивних елементах

$$P := (|I|)^2 \cdot (R + R1) + (|I2|)^2 \cdot (R2) + (|I3|)^2 \cdot (R3) = 908.059$$

$$Q := (|I|)^2 \cdot ZL + (|Ic|)^2 \cdot Zc = 319.914i$$

+

Рисунок 3.46 – Скрін із розрахунком балансу із МКС у MathCAD

Перевіримо виконання закону балансу потужностей для кола, що було проховано за МВН (рис. 3.41).

Потужність, яку віддає джерело Rнапруги

$$\begin{aligned} \dot{S}_J &= \dot{U}_J \cdot \dot{J}_2^* = 34.196e^{j27.474^\circ} \cdot 12.308 \cdot e^{j22^\circ} = \\ &= 420.875 \cdot e^{j49.474^\circ} = 273.479 + 319.914j \text{ мВА.} \end{aligned}$$

Потужність, яку споживають активні елементи

$$\begin{aligned} P &= |I_a|^2 \cdot R_E + |I_2|^2 \cdot R_2 + |I_3|^2 \cdot R_3 = \\ &= 4.384^2 \cdot 7.8 + 2.00^2 \cdot 8 + 5.717^2 \cdot 2.8 = 273.479 \text{ мВт.} \end{aligned}$$

Потужність, яку споживають реактивні елементи

$$Q = |I_C|^2 \cdot Z_C + |I_L|^2 \cdot Z_L = 6.403^2 \cdot (-2.5j) + 10.029^2 \cdot (4.2j) = 319.914j \text{ мВар.}$$

Оскільки  $Re[\dot{S}_E] = P = 273.479 \text{ мВт}$  та  $Im[\dot{S}_E] = Q = 319.914 \text{ мВт}$ .

Отже, закон балансу потужностей виконується.

Допоміжний скрін розрахунків закону балансу потужностей для МВН наведений нижче на рис. 3.47.

Потужність джерела струму

$$\underline{S}_j := U10 \cdot \bar{I}_2 = 273.479 + 319.914i \quad |S_j| = 420.875 \quad \arg(S_j) \div \text{deg} = 49.474$$

Потужність споживачів на пасивних елементах

$$P := (|I_r|)^2 \cdot R_{ek} + (|I_2|)^2 \cdot R_2 + (|I_3|)^2 \cdot R_3 = 273.479$$

$$Q := (|I|)^2 \cdot Z_L + (|I_c|)^2 \cdot Z_c = 319.914i$$

+

Рисунок 3.47 – Скрін із розрахунком балансу із МВН у MathCAD

Перевіримо виконання закону балансу потужностей для початкового кола, що була пораховано вище (рис. 3.44).

Потужність, яку віддає джерело  $R$ напруги

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{E}_1 \cdot \dot{I}_L^* + \dot{U}_J \cdot \dot{J}_2^* = \\ &= 34.196e^{j27.474^\circ} \cdot 12.308 \cdot e^{j22^\circ} + 34.196e^{j27.474^\circ} \cdot 12.308 \cdot e^{j22^\circ} = \\ &= 520.02 \cdot e^{j37.966^\circ} = 409.97 + 319.914j \text{ мВА.} \end{aligned}$$

Потужність, яку споживають активні елементи

$$\begin{aligned} P &= |\dot{I}_R|^2 \cdot R + |\dot{I}_L|^2 \cdot R_1 + |\dot{I}_2|^2 \cdot R_2 + |\dot{I}_3|^2 \cdot R_3 = \\ &= 4.191^2 \cdot 6.0 + 10.029^2 \cdot 1.8 + 2.00^2 \cdot 8 + 5.717^2 \cdot 2.8 = 409.97 \text{ мВт.} \end{aligned}$$

Потужність, яку споживають реактивні елементи

$$Q = |\dot{I}_C|^2 \cdot Z_C + |\dot{I}_L|^2 \cdot Z_L = 6.403^2 \cdot (-2.5j) + 10.029^2 \cdot (4.2j) = 319.914j \text{ мВар.}$$

Оскільки  $Re[\dot{S}_E] = P = 409.97 \text{ мВт}$  та  $Im[\dot{S}_E] = Q = 319.914 \text{ мВар}$ .

Отже, закон балансу потужностей виконується.

Допоміжний скрін розрахунків закону балансу потужностей для МВН наведений нижче на рис. 3.48.

Потужність джерела струму та джерела напруги

$$\underline{S} := E \cdot \bar{I}_r + U_j \cdot \bar{J} = 409.97 + 319.914i \quad |S| = 520.02 \quad \arg(S) \div \text{deg} = 37.966$$

Потужність споживачів на пасивних елементах

$$\underline{P} := (|I_r|)^2 \cdot R + (|I_L|)^2 \cdot R_1 + (|I_2|)^2 \cdot R_2 + (|I_3|)^2 \cdot R_3 = 409.97$$

$$\underline{Q} := (|I_L|)^2 \cdot Z_L + (|I_C|)^2 \cdot Z_C = 319.914i$$

Рисунок 3.48 – Скрін із розрахунком балансу із МВН у MathCAD

### 3.2.7. Побудова часових діаграм струмів та напруг

Струми у часовій формі для вузла а (рис. 3.38)

$$i_L(t) = |\dot{I}_L| \cdot \cos(\omega t + \varphi_{IL}) = 10.029 \cdot \cos(\omega t - 41.408^\circ),$$

$$i_R(t) = |\dot{I}_R| \cdot \cos(\omega t + \varphi_{IR}) = 4.191 \cdot \cos(\omega t - 149.326^\circ),$$

$$j(t) = |\dot{J}| \cdot \cos(\omega t + \varphi_j) = 12.0 \cdot \cos(\omega t - 22.0^\circ).$$

Накреслимо ці струми струмів на одному графіку так, щоб можна було побачити початкові фази та виконання першого закону Кірхгофа (рис. 3.49).

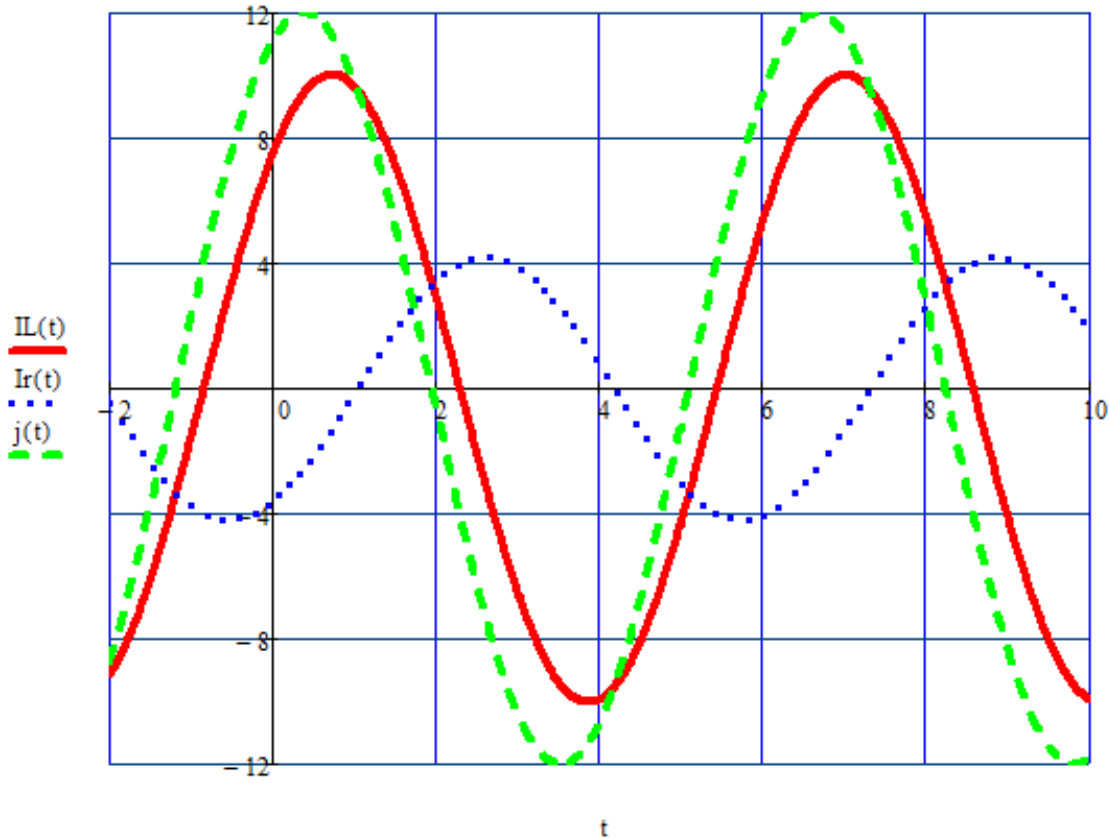


Рисунок 3.49 – Залежність гармонічних струмів в одному вузлі

Для побудованих графіків для миттєвих значень струмів перевіримо виконання першого закону Кірхгофа для різних моментів часу (рис. 3.50)

$$i_L(t) = i_R(t) + j(t).$$

$i_L(0) = 7.522$	$i_L(3) = -6.51$	$i_L(5) = -4.227$	$i_L(7) = 10.029$
$i_R(0) + j(0) = 7.522$	$i_R(3) + j(3) = -6.51$	$i_R(5) + j(5) = -4.227$	$i_R(7) + j(7) = 10.029$

Рисунок 3.50 – Скрін із розрахунками у MathCAD першого закону Кірхгофа

Сформуємо напруги для другого контуру (рис. 2.38) у часовій формі

$$e(t) = |\dot{E}| \cdot \cos(\omega t + \varphi_e) = 24 \cdot \cos(\omega t - 22.0^\circ),$$

$$u_R(t) = |\dot{U}_R| \cdot \cos(\omega t + \varphi_{ur}) = 25.144 \cdot \cos(\omega t - 149.326^\circ),$$

$$u_j(t) = |\dot{U}_j| \cdot \cos(\omega t + \varphi_{uj}) = 44.046 \cdot \cos(\omega t + 4.997^\circ).$$

Побудуємо напруги на одному графіку так, щоб можна було побачити початкові фази та виконання другого закону Кірхгофа (рис. 3.51).

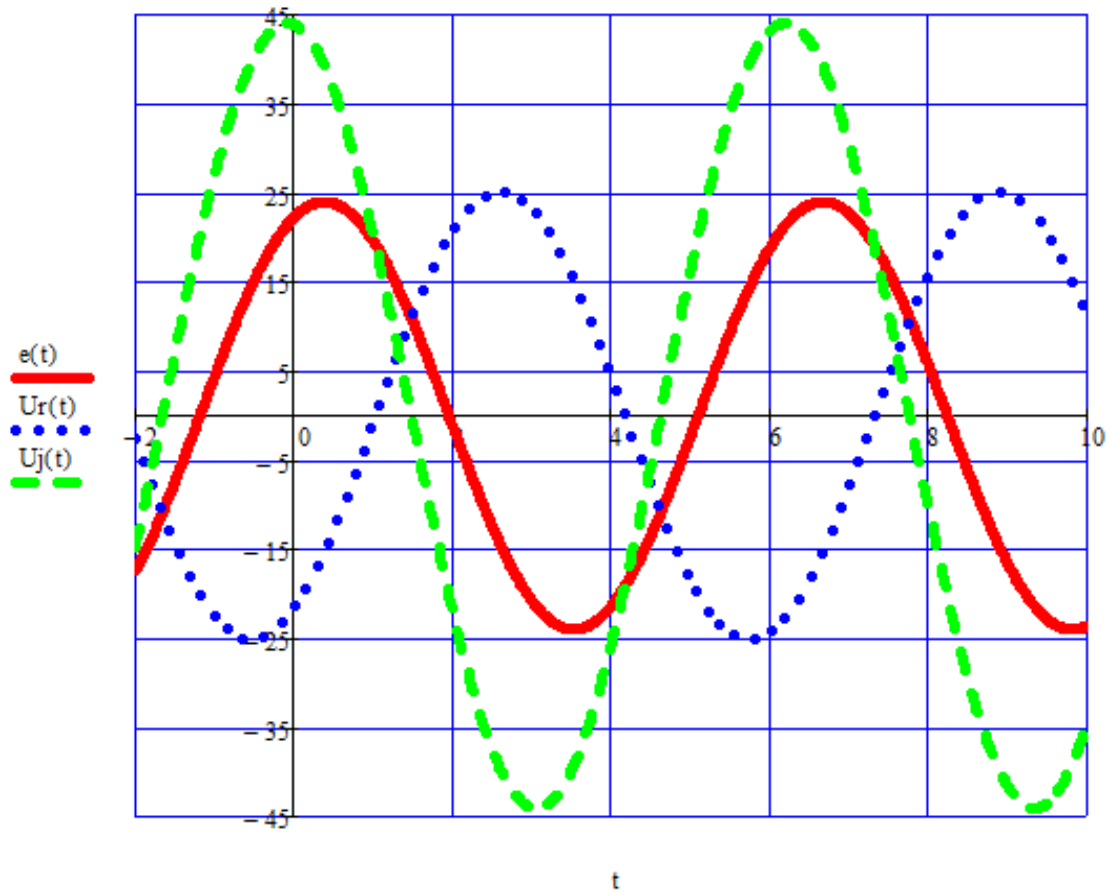


Рисунок 3.51 – Залежність гармонічних напруг в одному контурі

Для побудованих графіків для миттєвих значень напруг перевіримо виконання другого закону Кірхгофа для різних моментів часу (рис. 3.52):

$$e(t) = u_R(t) + u_J(t).$$

$$e(0) = 22.252$$

$$e(3) = -20.761$$

$$e(8) = 5.657$$

$$U_r(0) + U_j(0) = 22.252$$

$$U_r(3) + U_j(3) = -20.761$$

$$U_r(8) + U_j(8) = 5.657$$

Рисунок 3.52 – Скрін із розрахунками у MathCAD першого закону Кірхгофа

### 3.2.8. Побудова векторних діаграм струмів та напруг

На основі розрахованих вище значень струмів та напруг побудуємо векторні діаграми струмів та напруг. Побудову векторної діаграми почнемо із побудови струмів. Діаграми струмів можна будувати, як за допомогою алгебраїчної форми запису комплексного числа, так і за допомогою показникової. У першому випадку відкладаємо дійсну та уявну частину величин, а у другому випадку відкладаємо амплітуди векторів з їх кутами. Векторні діаграми струмів побудуємо за допомогою значень струмів у алгебраїчній формі.

Раніше були розраховані струми гілок

$$\begin{aligned} \dot{I}_R &= -3.604 - 2.138j = 4.191 \cdot e^{-j149.326^\circ}, \\ \dot{I}_2 &= 0.31 - 1.977j = 2.00 \cdot e^{-j81.088^\circ}, \\ \dot{I}_3 &= 0.886 - 5.648j = 5.717 \cdot e^{-j81.088^\circ}; \\ \dot{I}_L &= 7.522 - 6.633j = 10.029 \cdot e^{-j41.408^\circ}; \\ \dot{I}_C &= 6.326 + 0.992j = 6.403 \cdot e^{j8.912^\circ}; \\ \dot{J} &= 11.126 - 4.495j = 12.0 \cdot e^{-j22^\circ}. \end{aligned}$$

Відкладемо ці струми на комплексній площині (рис. 3.53).

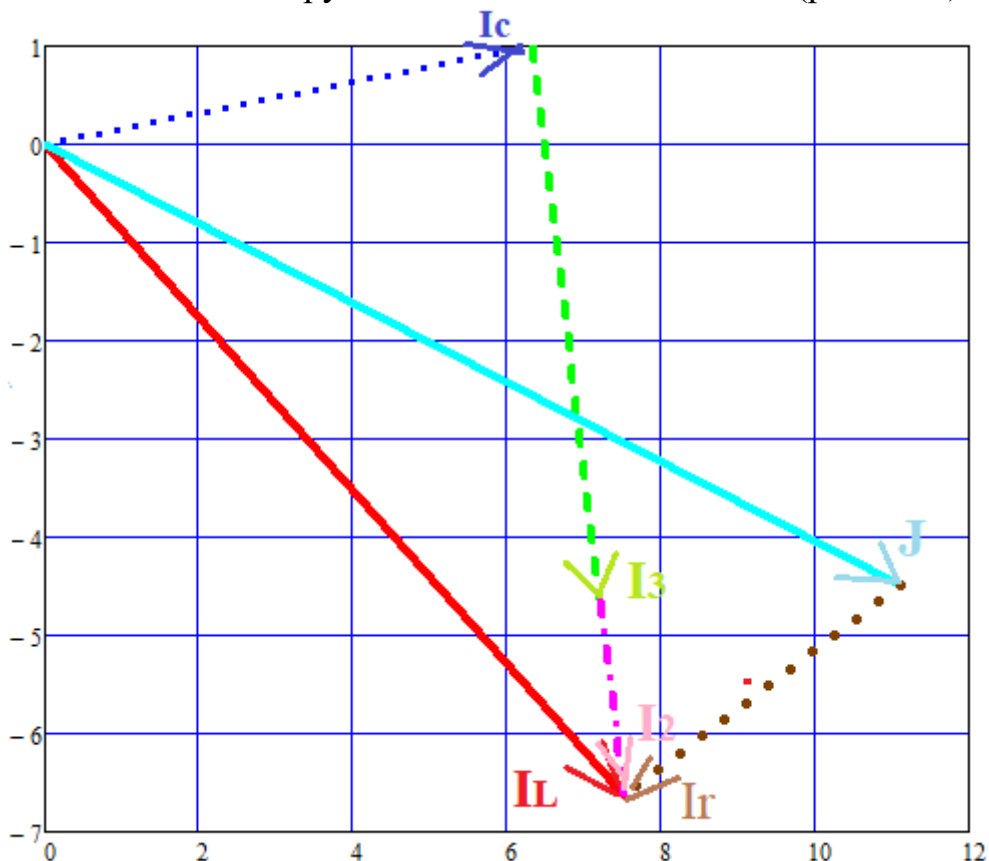


Рисунок 3.53 – Векторна діаграма струмів

Допоміжний скрін побудови векторної діаграми у MathCAD наведений нижче на рис. 3.54.

$$\begin{aligned}
 I_{cc_0} &:= 0 & I_{cc_1} &:= I_c & I_{33_0} &:= I_c & I_{33_1} &:= I_c + I_3 \\
 I_{LL_0} &:= 0 & I_{LL_1} &:= I_L & I_{22_0} &:= I_c + I_3 & I_{22_1} &:= I_c + I_3 + I_2 \\
 J_{J_0} &:= 0 & J_{J_1} &:= J & I_{rr_0} &:= J & I_{rr_1} &:= J + I_r
 \end{aligned}$$

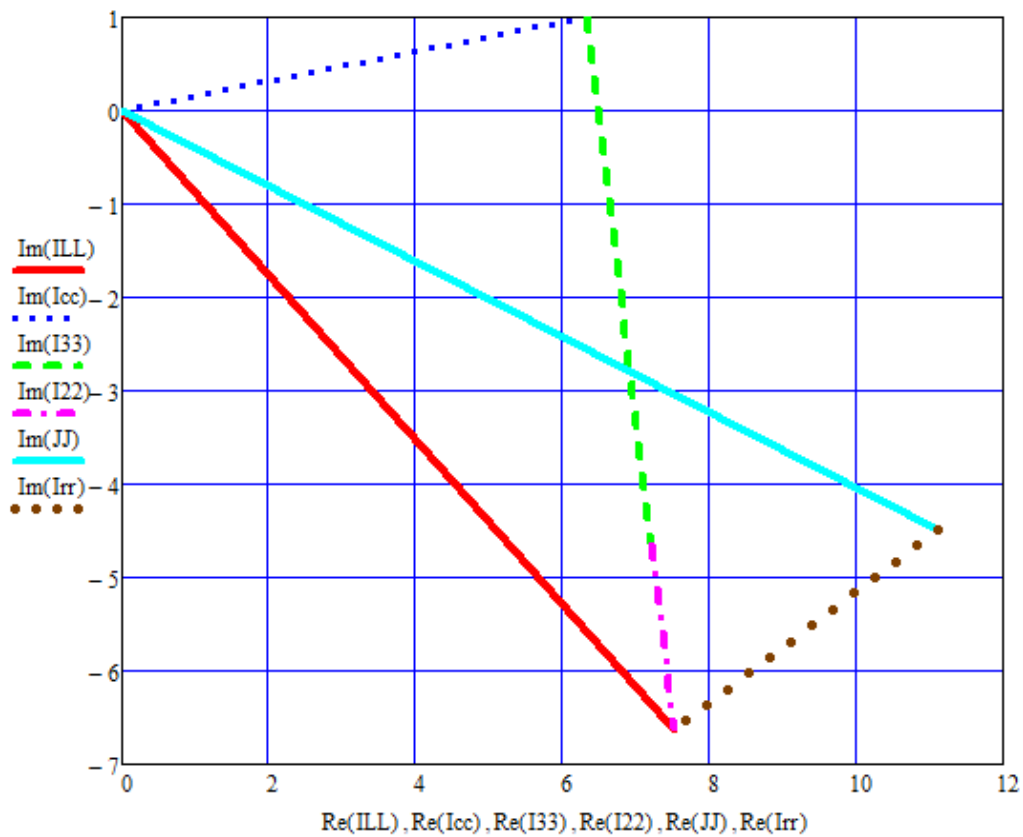


Рисунок 3.54 – Скрін із прикладом побудови векторної діаграми у MathCAD

Перед побудовою векторної діаграми напруг нанесемо на схему напрямки напруг, що будуть відкладатися на векторній діаграмі (рис. 3.55).

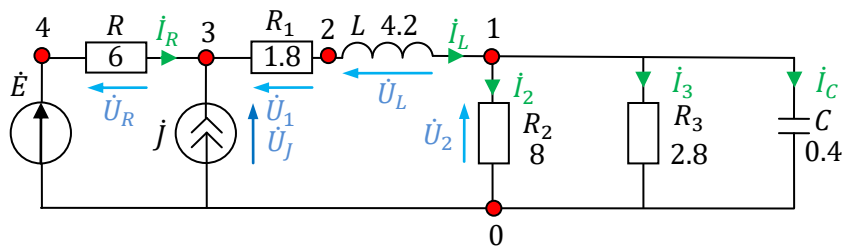


Рисунок 3.55 – Початкова схема із нанесеними напрямками струмів та напруг

Далі відкладемо напруги на векторній діаграмі (рис. 3.56). Побудову почнемо з напруги на опорі  $R_2$ , тобто напруги  $\dot{U}_2$ . Далі по черзі будемо відкладати напруги:  $\dot{U}_L$ ,  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_R$  та  $\dot{E}$ ,  $\dot{U}_J$  (точки: 1-2-3-4-0). Для побудови будемо використовувати амплітуди та фази.



Раніше були розраховані напруги

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 = \dot{U}_{10} &= 7.062 + 16.476j = 17.926 \cdot e^{j66.799^\circ}; \\ \dot{U}_L = \dot{U}_{21} &= -18.124 + 7.768j = 19.718 \cdot e^{j156.79^\circ}; \\ \dot{U}_1 = \dot{U}_{32} &= -1.476 + 0.652j = 1.614 \cdot e^{j156.171^\circ}; \\ \dot{U}_R = \dot{U}_{43} &= -2.46 + 1.087j = 2.689 \cdot e^{j156.171^\circ}. \end{aligned}$$

Тепер побудуємо векторну діаграму напруг (рис. 3.56). Детальний скрін побудови діаграми у MathCAD наведений у додатку Д.

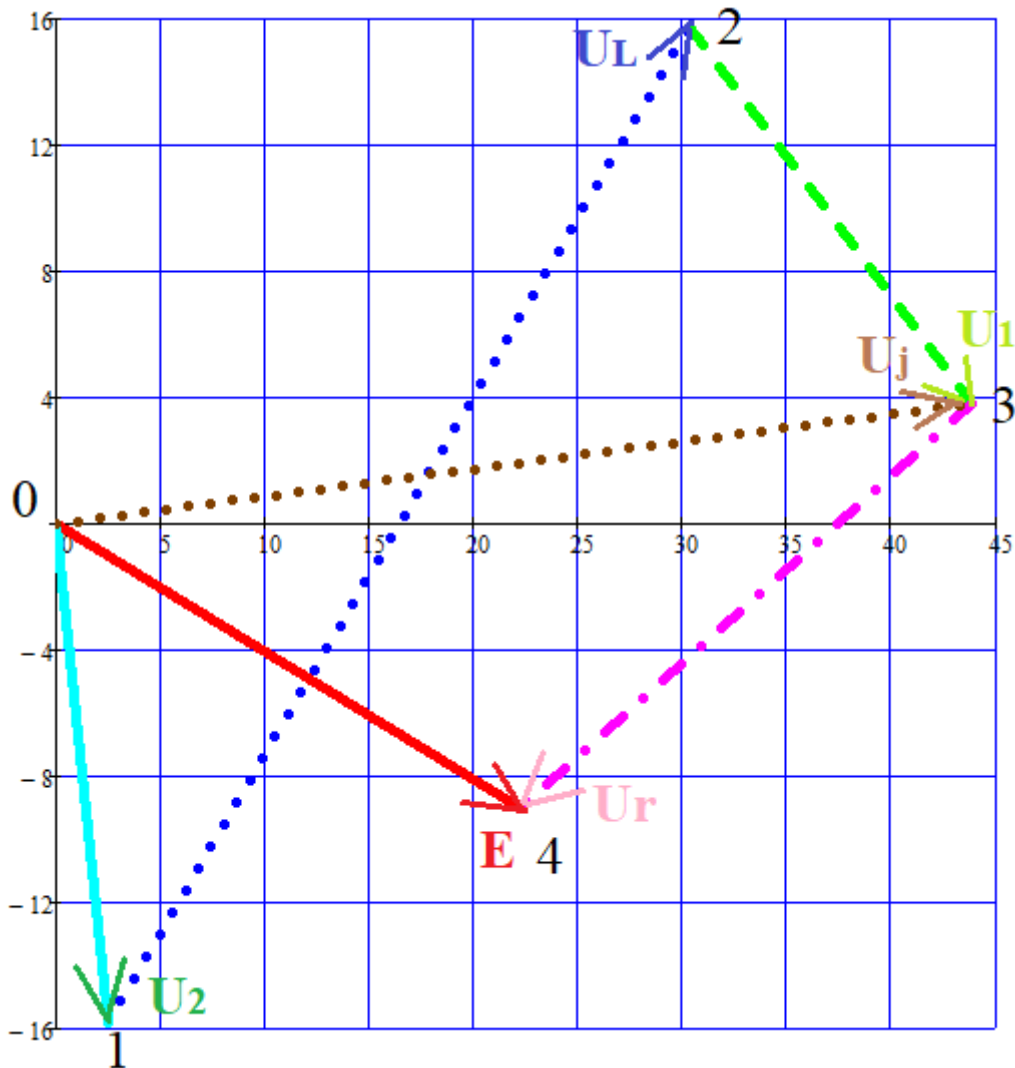


Рисунок 3.56 – Суміщена векторна діаграма струмів та напруг

### 3.3. Приклад обчислення послідовного контуру

#### 3.3.1. Визначення точної формули резонансної частоти

Знайдемо резонансну частоту коливального контуру, схема якого представлена на рис. 3.57. Даний контур має такі числові значення елементів:

$$L = 330 \text{ мкГн}, C = 440 \text{ пФ}, R = 135 \text{ кОм}, r = 13 \text{ Ом}.$$

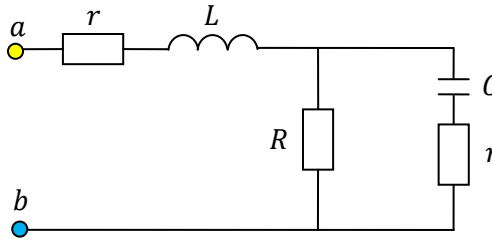


Рисунок 3.57 – Схема послідовного контуру

Сформуємо вираз вхідного опору коливального контуру та виділимо його дійсну та уявну частину

$$\begin{aligned} Z_{\text{ВХ}} &= r + Z_L + \frac{R \cdot (r + Z_C)}{R + r + Z_C} = r + jX_L + \frac{R \cdot (r - jX_C)}{R + r - jX_C} = \\ &= r + jX_L + \frac{R \cdot (r - jX_C) \cdot [R + r + jX_C]}{[R + r - jX_C] \cdot [R + r + jX_C]} = \\ &= r + jX_L + \frac{R \cdot r(R + r) + jRX_C r - jRX_C(R + r) + RX_C^2}{(R + r)^2 + X_C^2} = \\ &= r + \frac{R \cdot r(R + r) + RX_C^2}{(R + r)^2 + X_C^2} + j \left[ X_L + \frac{RX_C r - RX_C(R + r)}{(R + r)^2 + X_C^2} \right]. \end{aligned}$$

Умовою резонансу є рівність нулю уявної складової

$$\text{Im}[Z_{\text{ВХ}}] = X_L + \frac{X_C R r - X_C R(R + r)}{(R + r)^2 + X_C^2} = \omega L + \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{Rr - R(R + r)}{(R + r)^2 + \rho^2} = 0.$$

В результаті отримаємо

$$\begin{aligned} \omega^2 LC \cdot [(R + r)^2 + \rho^2] &= R(R + r) - Rr; \\ \omega^2 LC \cdot [(R + r)^2 + \rho^2] &= R^2. \end{aligned}$$

Звідки визначаємо резонансну частоту

$$\omega_{\text{от}} = \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \frac{R^2}{(R + r)^2 + \rho^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{R^2}{(R + r)^2 + \rho^2}}.$$

Характеристичний опір

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{330 \cdot 10^{-6}}{440 \cdot 10^{-12}}} \cong 866 \text{ Ом}.$$

Значення наближеної та точної резонансної частоти:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{330 \cdot 10^{-6} \cdot 440 \cdot 10^{-12}}} = 2.624319 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

$$\omega_{0T} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{R^2}{(R+r)^2 + \rho^2}} = 2.624319 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\frac{(135 \cdot 10^3)^2}{(135 \cdot 10^3 + 13)^2 + 866^2}} =$$

$$= 2.624319 \cdot 10^6 \cdot 0.9998831434 = 2.624012736 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{2.624319 \cdot 10^6}{2\pi} = 4.17673 \cdot 10^5 = 417.673 \text{ кГц};$$

$$f_{0T} = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{2.624012736 \cdot 10^6}{2\pi} = 4.176246 \cdot 10^5 = 417.624 \text{ кГц}.$$

Відносна похибка між точним значенням резонансної частоти та наближеним становить

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{0T} - \omega_0}{\omega_{0T}} = -306.669; \quad \Delta f = \frac{f_{0T} - f_0}{f_{0T}} = -48.808.$$

### 3.3.2. Обчислення параметрів послідовного контуру

Обчислимо опір, що вноситься в контур

$$r_{BH} = \frac{\rho^2}{R} = \frac{866^2}{135 \cdot 10^3} \approx 5.5 \text{ Ом}.$$

Еквівалентна схема, яка вийде в результаті такого перетворення подана на рис. 3.58.

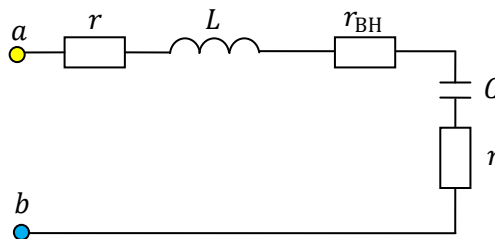


Рисунок 3.58 – Еквівалентна схема

Опір такого кола (рис. 3.58) на резонансній частоті буде визначатися таким виразом

$$r_{BX} = 2r + r_{BH} = 2 \cdot 13 + 5.5 = 31.5 \text{ Ом}.$$

Визначимо добротність цього контуру

$$Q = \frac{\rho}{2r + r_{BH}} = \frac{\rho}{r_{BX}} = \frac{866}{31.5} = 27.44.$$

Тепер здійснимо конструктивне закруглення добротності до більшого цілого, і тоді добротність буде

$$Q = 28.$$

Обчислимо смугу пропускання нашого контуру

$$\Pi = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2.624319 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}}{28} = 9.56229 \cdot 10^4 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\Pi_{\text{Гц}} = \frac{f_0}{Q} = \frac{417.673 \text{ кГц}}{28} = 15.22 \text{ кГц}.$$

### 3.3.3. Побудова модуля та аргументу вхідного опору

Вхідний опір послідовного контуру :

$$Z_{\text{ВХ}}(\xi) = r_{\text{ВХ}}(1 + j\xi) = 31.5(1 + j\xi),$$

$$r_{\text{ВХ}} = 2r + r_{\text{ВН}} = 31.5 \text{ Ом}.$$

Виділимо модуль вхідного опору контуру

$$|Z_{\text{ВХ}}(\xi)| = 31.5 \sqrt{1 + \xi^2}.$$

Виділимо аргумент вхідного опору контуру

$$\varphi_Z(\xi) = \text{arctg}(\xi).$$

Щоб отримати частотну шкалу необхідно взяти вираз

$$\xi = \frac{X}{R} \approx 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2Q \frac{\Delta f}{f_0}.$$

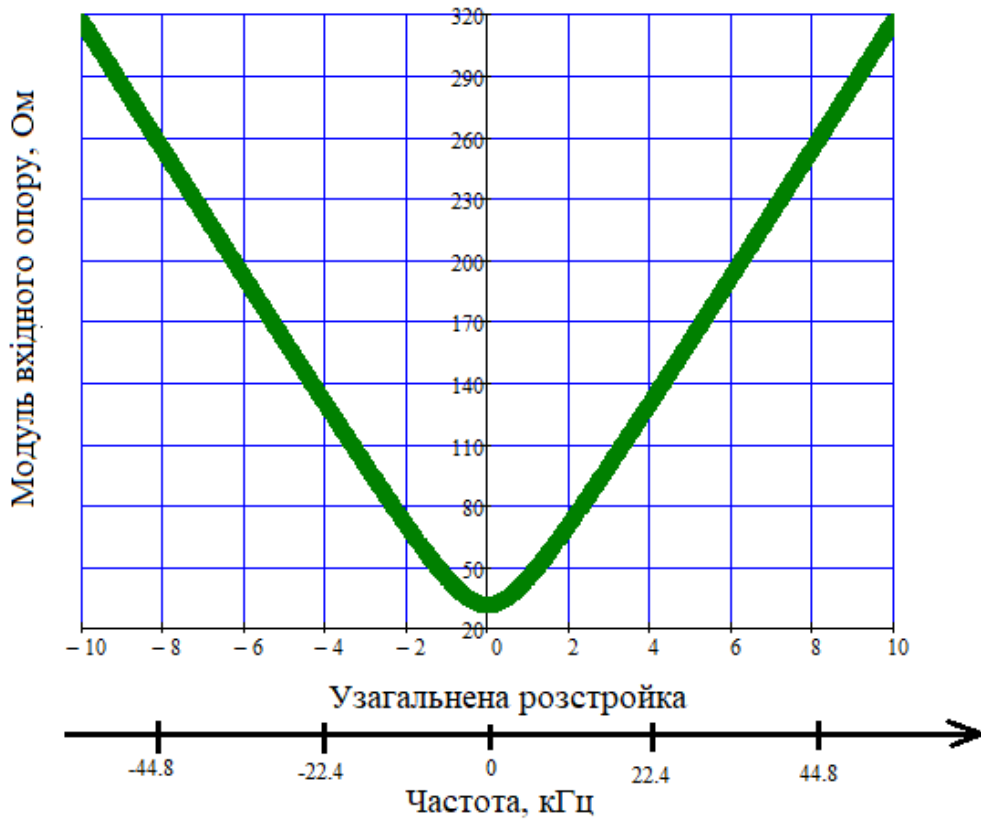
Із цього виразу запишемо

$$\Delta f \cong \frac{\xi \cdot f_0}{2Q}.$$

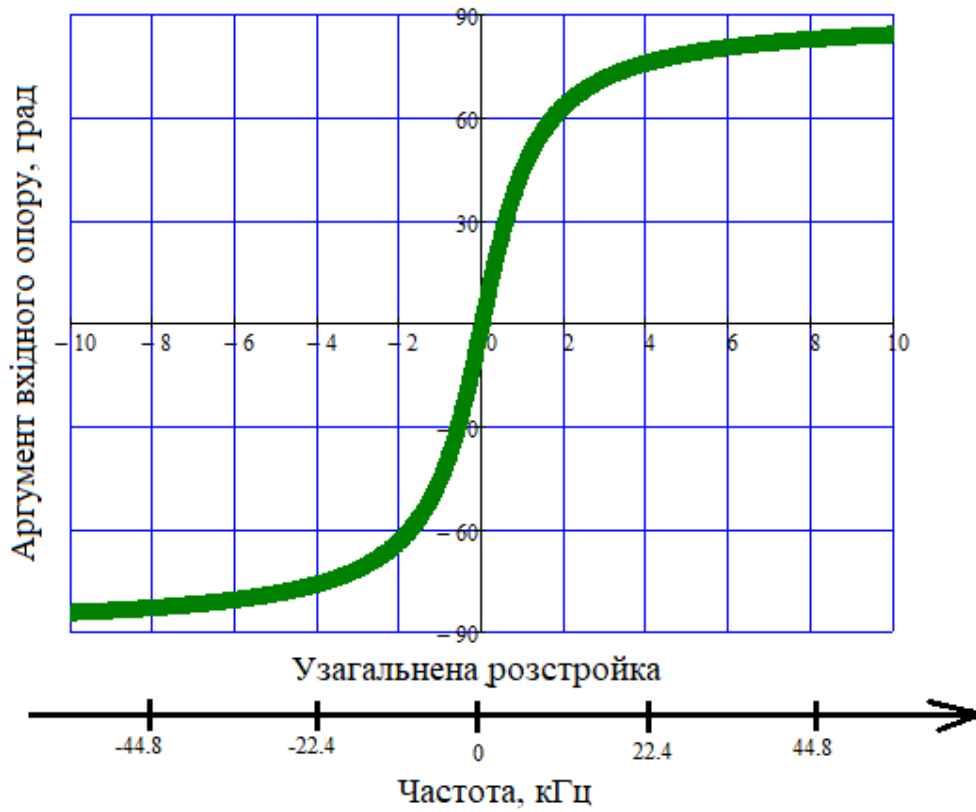
Результати розрахунків занесемо у таблицю

$\xi$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta f,$ кГц	5.59	11.19	16.79	22.38	27.98	33.57	39.17	44.76	50.36

Побудуємо графіки модуля вхідного опору  $|Z_{\text{ВХ}}(\xi)|$  (рис. 3.59 а) та аргументу вхідного опору  $\varphi_Z(\xi)$  (рис. 3.59 б) та додамо вісь частот  $\Delta f$ .



а)



б)

Рисунок 3.59 – Частотні характеристики контуру

### 3.3.4. Обчислення контуру на резонансній частоті

До контуру (рис. 3.60) вмикаємо джерело напруги  $E = 1 \text{ В}$ .

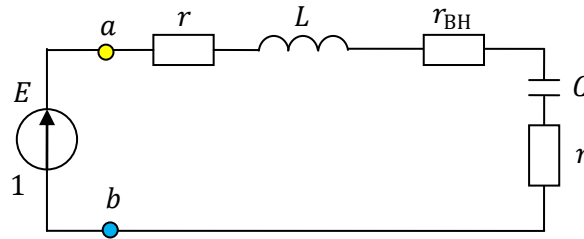


Рисунок 3.60 – Схема підключення джерела до контуру

Визначимо струм на резонансі за законом Ома

$$I = \frac{E}{r_{BX}} = \frac{1}{31.5} = 0.032 \text{ А} = 32 \text{ мА}.$$

За законом Ома розрахуємо напруги на активних опорах, індуктивності, ємності та контурі

$$U_r = I \cdot r = 0.032 \cdot 13 = 0.412 \text{ В};$$

$$U_{R.BH} = I \cdot r_{BH} = 0.032 \cdot 5.5 = 0.176 \text{ В}.$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_C &= I \cdot Z_C = I \cdot (-j\rho) = 0.032 \cdot (-j866) = \\ &= -27.444j = 27.444 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_L &= I \cdot Z_L = I \cdot (j\rho) = 0.032 \cdot j866 = \\ &= 27.444j = 27.444 \cdot e^{j90^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$U_K = I \cdot R_{BX} = 0.032 \cdot 31.5 = 1 \text{ В}.$$

Напрямки напруг і струмів представлені на рис. 3.61.

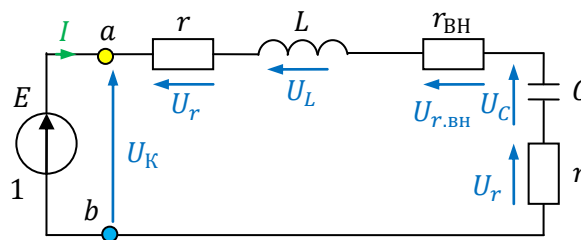


Рисунок 3.61 – Позначення напрямків напруг

Зробимо певну перевірку, скориставшись другим законом Кірхгофа

$$\begin{aligned} U_K &= 2U_r + U_{R.BH}; \\ 1 &= 2 \cdot 0.412 + 0.176; \\ 1 &= 1. \end{aligned}$$

Як бачимо із результату, то рівність виконується.

Накреслимо суміщену векторну діаграму струмів та напруг на резонансній частоті контура (рис. 3.62).

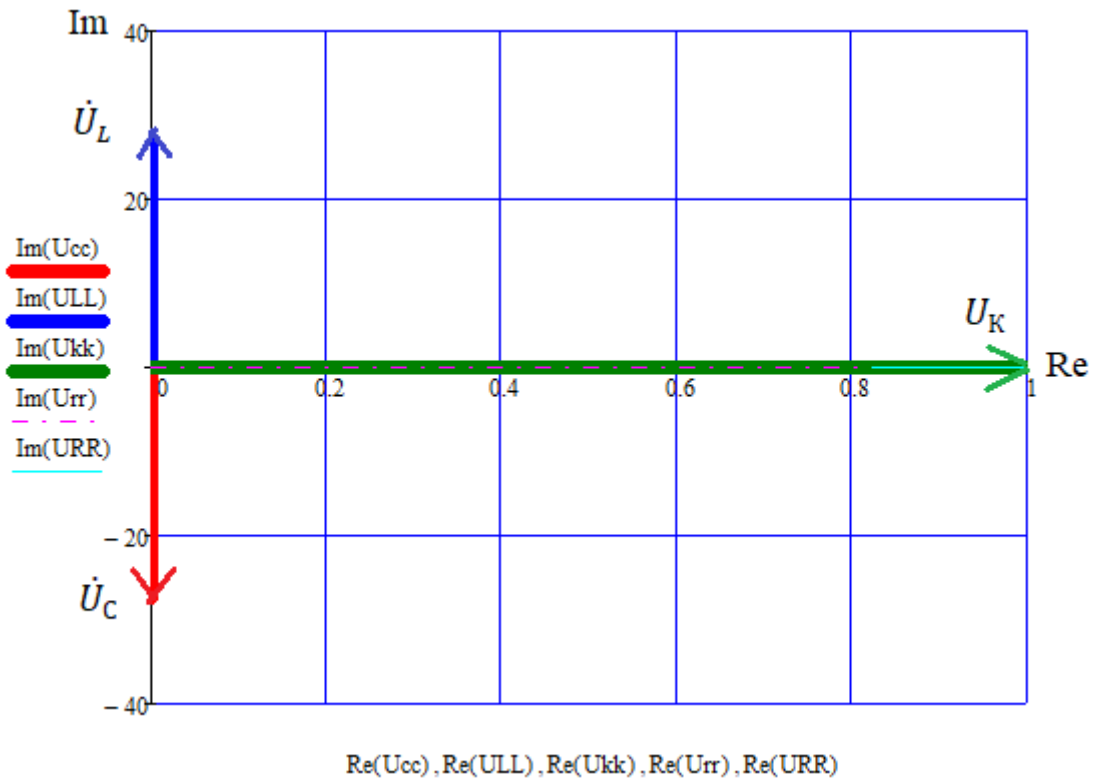


Рисунок 3.62 – Векторна діаграма контуру на резонансній частоті

З із векторної діаграми напруг під час резонансу видно, що амплітудне значення напруг на ємності та індуктивності однакові, протифазні і значно більші, чим на вході (приблизно в 28 раз). Таким чином, у колі є резонанс напруг.

На частоті резонансу потужність буде активна і визначається у такий спосіб

$$P = \frac{I_m^2 \cdot r_{BX}}{2} = \frac{(0.032)^2 \cdot 31.5}{2} \approx 0.016 \text{ Вт} = 16 \text{ мВт.}$$

### 3.3.5. Обчислення параметрів контуру із урахуванням генератора

Під'єднаємо до послідовного контуру генератор з активним опором  $r_i = 22 \text{ Ом}$  (рис. 5.63).

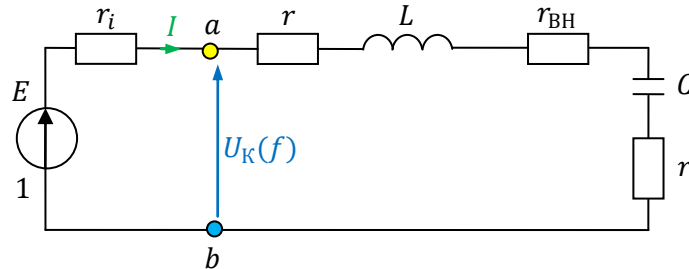


Рисунок 3.63 – Схема підключення опору генератора до контуру

Розрахуємо значення вхідний опір послідовного контуру на частоті резонансу

$$r_{ВХ} = r_i + 2r + r_{ВН} = 22 + 26 + 31.5 = 53.5 \text{ Ом.}$$

Тоді добротність буде така:

$$Q = \frac{\rho}{r_i + r + r_{ВН}} = \frac{\rho}{r_{ВХ}} = \frac{866}{53.5} \cong 16.171.$$

Тепер здійснимо конструктивне закруглення добротності до більшого цілого, і тоді добротність буде

$$Q = 17.$$

Визначимо смугу контуру

$$\Pi = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2.624319 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}}{17} = 1.622896 \cdot 10^5 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\Pi_{\text{Гц}} = \frac{f_0}{Q} = \frac{417.673 \text{ кГц}}{17} = 25.83 \text{ кГц.}$$

Звідси бачимо, що при зменшенні добротності розширюється смуга пропускання контуру.

За законом Ома визначимо напругу

$$\dot{U}_K(\xi) = I_k \cdot Z_{ВХ}(\xi) = \frac{\dot{E} \cdot r_{ВХ}(1 + j\xi)}{r_i + r_{ВХ}(1 + j\xi)} = \frac{53.55 + j53.55\xi}{75.55 + j53.55\xi}.$$

Спростимо вираз, розділивши чисельник та знаменник на 53.55

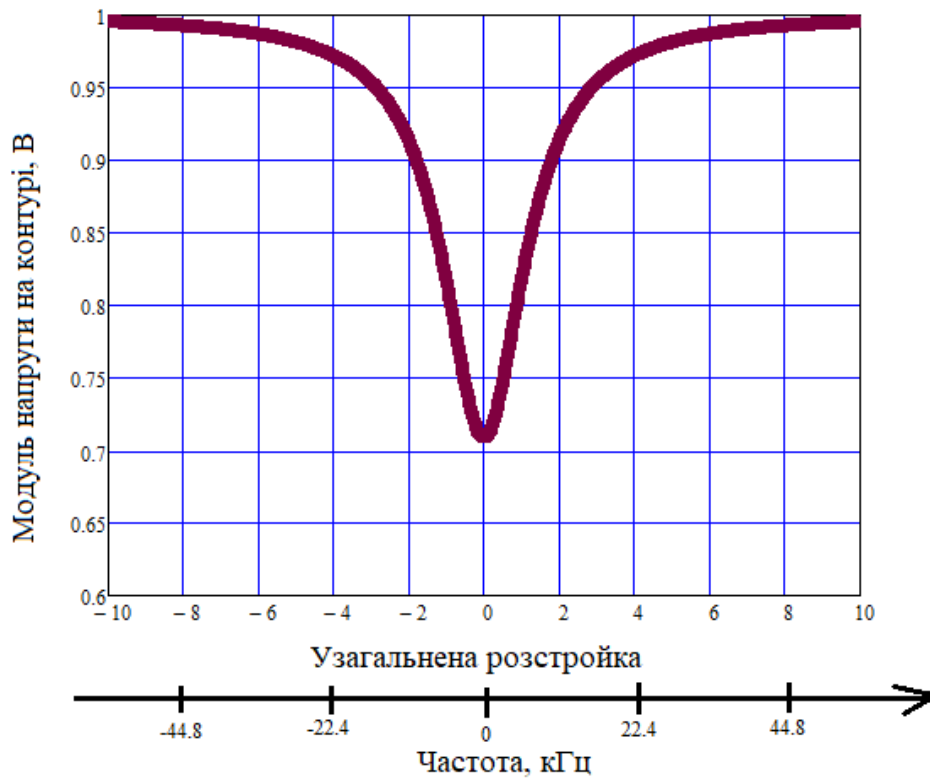
$$\dot{U}_K(\xi) = \frac{1 + j\xi}{1.41 + j\xi}$$

Визначимо модуль контурної напруги

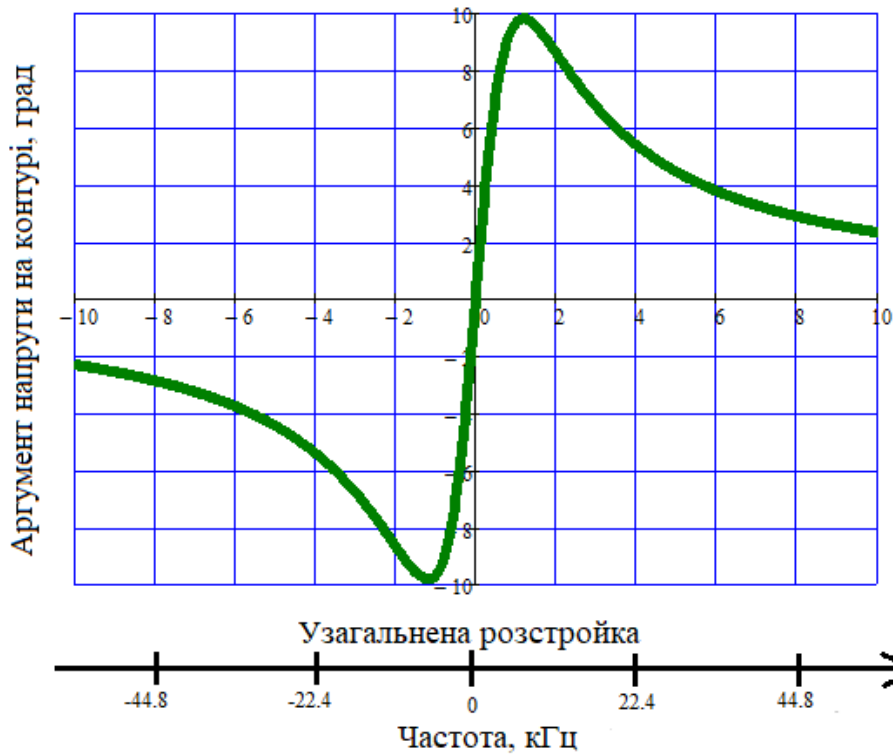
$$|\dot{U}_K(\xi)| = \sqrt{\frac{1 + \xi^2}{1.41^2 + \xi^2}}.$$



В результаті намалюємо графіки модуля (рис. 3.64 а) та аргументу (рис. 3.64 б) напруги на контурі.



а)

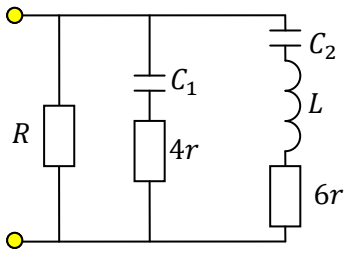


б)

Рисунок 3.64 – Залежність модуля (а) та аргументу (б) напруги на контурі від частоти

### 3.4. Приклад обчислення паралельного контуру

#### 3.4.1. Обчислення параметрів паралельного контуру

<p>Числове значення елементів паралельного контуру третього виду (рис. 3.65)  <math>L = 125 \text{ мкГн}</math>, <math>C_1 = 90 \text{ пФ}</math>, <math>C_2 = 40 \text{ пФ}</math>,  <math>r = 8 \text{ Ом}</math>, <math>R = 225 \text{ кОм}</math>.</p>	 <p style="text-align: center;"><i>Рисунок 3.65 – Початкове контур для розрахунків</i></p>
--	--

Еквівалента ємність при послідовному з'єднанні ємностей

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{90 \cdot 40}{90 + 40} = 27.7 \text{ пФ}$$

Значення наближеної та точної резонансної частоти:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{125 \cdot 10^{-6} \cdot 27.7 \cdot 10^{-12}}} = 17.0 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{17.0 \cdot 10^6}{2\pi} = 2.706 \cdot 10^6 = 2.706 \text{ МГц};$$

Визначимо характеристичний опір

$$\rho = \omega_0 \cdot L = 17.0 \cdot 10^6 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 2.125 \cdot 10^3 = 2.125 \text{ кОм}.$$

Коефіцієнт включення

$$p = \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{40}{90 + 40} = 0.308$$

Спочатку внесемо опір  $R$  у контур:

$$r_{\text{вн}} = \frac{\rho^2 p^2}{R} = \frac{(2.125 \cdot 10^3)^2 \cdot 0.308^2}{225 \cdot 10^3} \approx 1.899 \text{ Ом}.$$

Зобразимо коло із урахуванням внесеного опору (рис. 3.66).

Визначимо внутрішній опір контуру

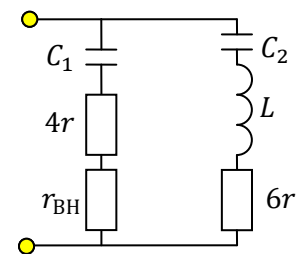
$$r_{\text{к}} = 4r + 6r + r_{\text{вн}} = 80 + 1.904 = 81.899 \text{ Ом}.$$

Добротність коливального контуру

$$Q = \frac{\rho}{r_{\text{к}}} = \frac{2.125 \cdot 10^3}{81.899} = 25.941 \approx 26.$$

Опір контура на резонансній частоті

$$R_{\text{Е}} = p^2 \cdot Q \cdot \rho = 0.308^2 \cdot 26 \cdot 2.125 = 5.218 \approx 5.22 \text{ кОм}.$$



*Рисунок 3.66 – Еквівалентна схема*

Обчислимо смугу пропускання

$$\Pi = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{17.0 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}}{56} = 6.552 \cdot 10^5 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\Pi_{\text{Гц}} = \frac{f_0}{Q} = \frac{425.359 \text{ кГц}}{38} = 104.3 \text{ кГц}.$$

### 3.4.2. Обчислення модуля та аргументу вхідного опору паралельного контуру

Вхідний опір паралельного контуру :

$$Z_{\text{вх}}(\xi) = \frac{R_E}{1 + j\xi} = \frac{5.22}{1 + j\xi} \text{ [кОм]},$$

Виділимо модуль вхідного опору контуру

$$|Z_{\text{вх}}(\xi)| = \frac{5.22}{\sqrt{1 + \xi^2}}$$

Виділимо аргумент вхідного опору контуру

$$\varphi_Z(\xi) = -\arctg(\xi).$$

Для побудови шкали частоти потрібно скористатися формулою

$$\xi = \frac{X}{R} \approx 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2Q \frac{\Delta f}{f_0}.$$

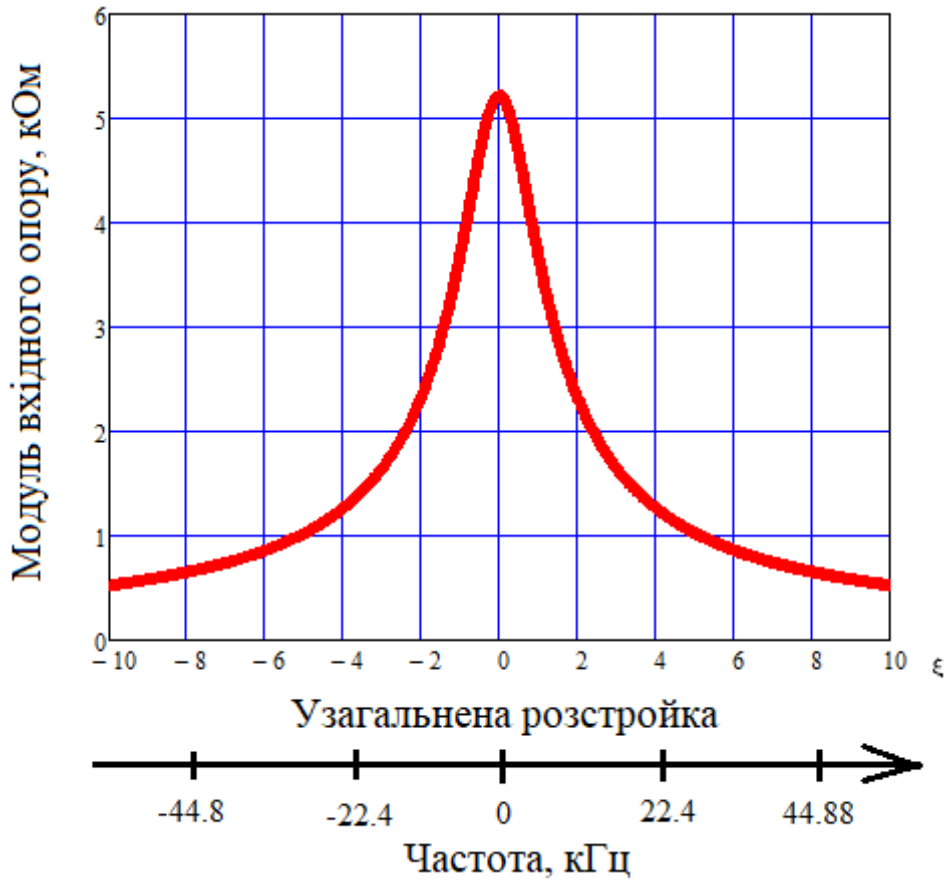
Звідси визначимо:

$$\Delta f \cong \frac{\xi \cdot f_0}{2Q}.$$

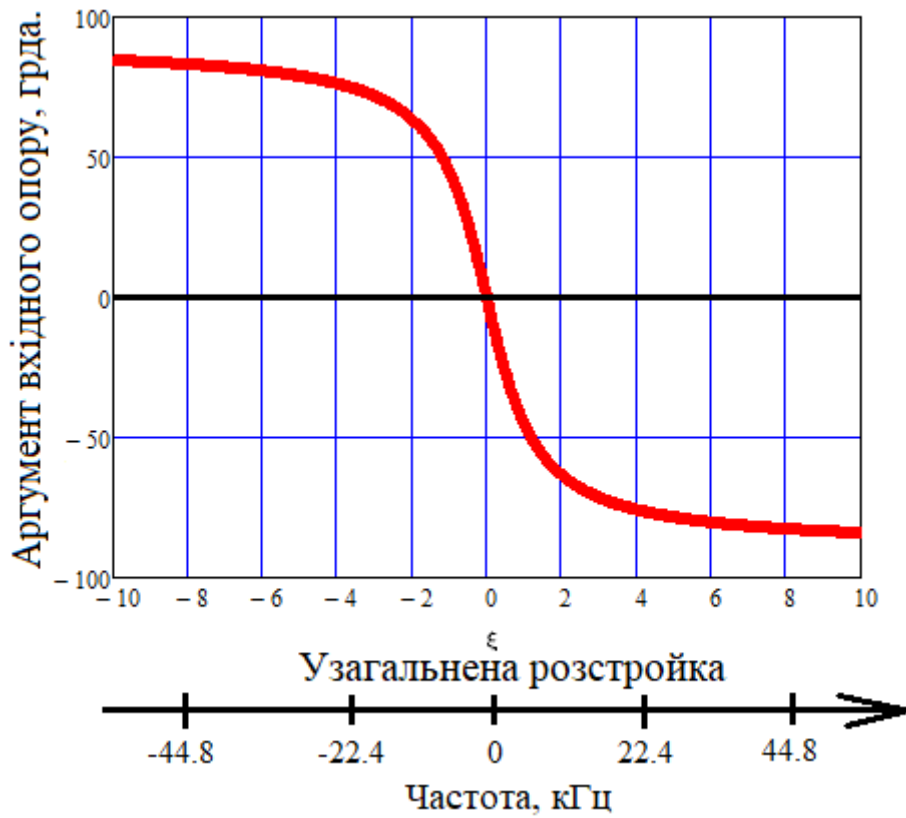
Результати розрахунків занесемо у таблицю

$\xi$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta f$ , кГц	5.59	11.19	16.79	22.38	27.98	33.57	39.17	44.76	50.36

Побудуємо графіки модуля  $|Z_{\text{вх}}(\xi)|$  (рис. 3.67 а) та аргументу  $\varphi_Z(\xi)$  (рис. 3.67 б) вхідного опору паралельного контуру та додамо вісь частот  $\Delta f$ .



а)



б)

Рисунок 3.67 – Частотні характеристики паралельного контуру

### 3.4.3. Обчислення паралельного контуру на резонансній частоті

До контуру (рис. 3.68) вмикаємо джерело напруги із амплітудним значенням  $E = 1 \text{ В}$ .

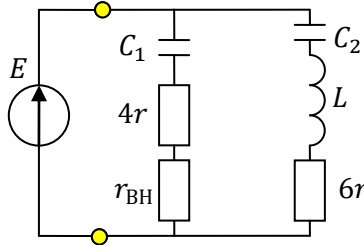


Рисунок 3.68 – Схема підключення джерела до контуру

Визначимо струм на резонансі за законом Ома

$$I = \frac{E}{R_E} = \frac{1}{5.22} = 0.192 \text{ А} = 192 \text{ мА.}$$

Визначимо опори реактивних елементів

$$Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j \cdot 17 \cdot 10^6 \cdot 90 \cdot 10^{-12}} = -653.72j \text{ Ом;}$$

$$Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1}{j \cdot 17 \cdot 10^6 \cdot 40 \cdot 10^{-12}} = -1471j \text{ Ом;}$$

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 17 \cdot 10^6 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 2.125j \text{ кОм.}$$

За законом Ома визначимо струми у гілках

$$I_C = \frac{E}{4r + r_{BH} + Z_{C1}} = 7.911 \cdot 10^{-5} + 1.526 \cdot 10^{-3}j \text{ мА;}$$

$$I_L = \frac{E}{6r + r_{BH} + Z_{C2} + Z_L} = 1.161 \cdot 10^{-4} - 1.521 \cdot 10^{-3}j \text{ мА.}$$

За законом Ома розрахуємо напруги на активних опорах, індуктивності, ємності та контурі

$$U_{C1} = I_C \cdot Z_{C1} = 0.997 - 0.052j = 0.999e^{-2.97^\circ} \text{ В;}$$

$$U_1 = I_C \cdot (4r + r_{BH}) = 0.002682 + 0.052j = 0.052e^{87^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{C2} = I_L \cdot Z_{C2} = -2.237 - 0.171j \text{ В} = 2.243e^{-175.635^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_L = I_L \cdot Z_L = 3.231 + 0.247j \text{ В} = 3.241e^{4.365^\circ} \text{ В;}$$

$$U_2 = I_L \cdot 6r = 0.005572 - 0.073j \text{ В} = 0.073e^{-85.635^\circ} \text{ В.}$$

Напрямки напруг і струмів представлені на рис. 3.69.

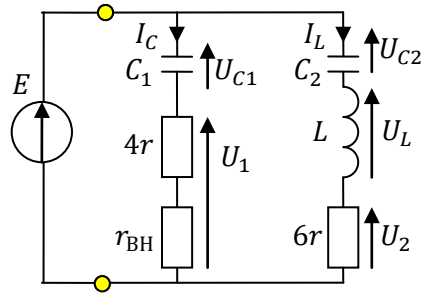


Рисунок 3.69 – Позначення напрямків струмів та напруг

Побудуємо векторну діаграму напруг на резонансі за допомогою математичного пакету MathCAD (рис. 3.70). Детальний скрін векторної діаграми є у додатку Ж.

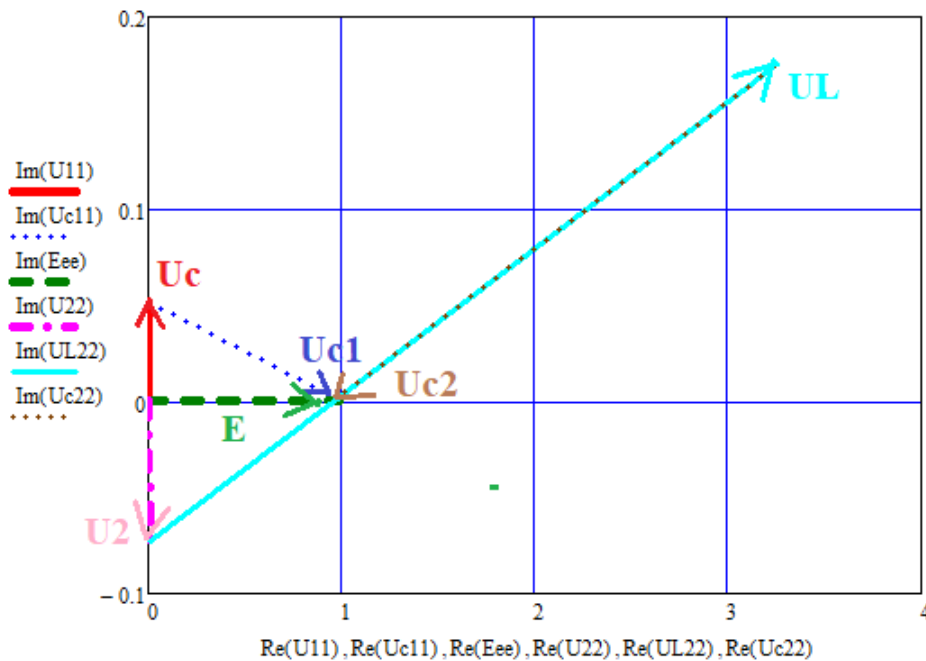


Рисунок 3.70 – Векторна діаграма напруг паралельного контуру на резонансній частоті

На частоті контур є активним (рис. 3.71), резонансу потужність буде активна і визначається у такий спосіб

$$P = \frac{I_m^2 \cdot R_E}{2} = \frac{(0.192)^2 \cdot 5.22}{2} = 95.749 \text{ Вт} \approx 95.75 \text{ мВт.}$$

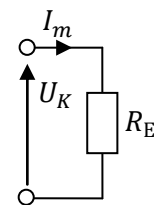
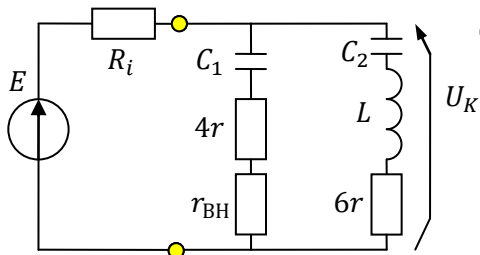


Рисунок 3.71 – Вигляд контур на резонансі

### 3.4.4. Обчислення параметрів паралельного контуру із урахуванням генератора

Під'єднаємо до паралельного контуру генератор з активним опором  $R_i = 56 \text{ кОм}$  та амплітудою гармонічного джерела напруги  $E=1 \text{ В}$  (рис. 3.72).

Визначимо напругу на контурі за формуло



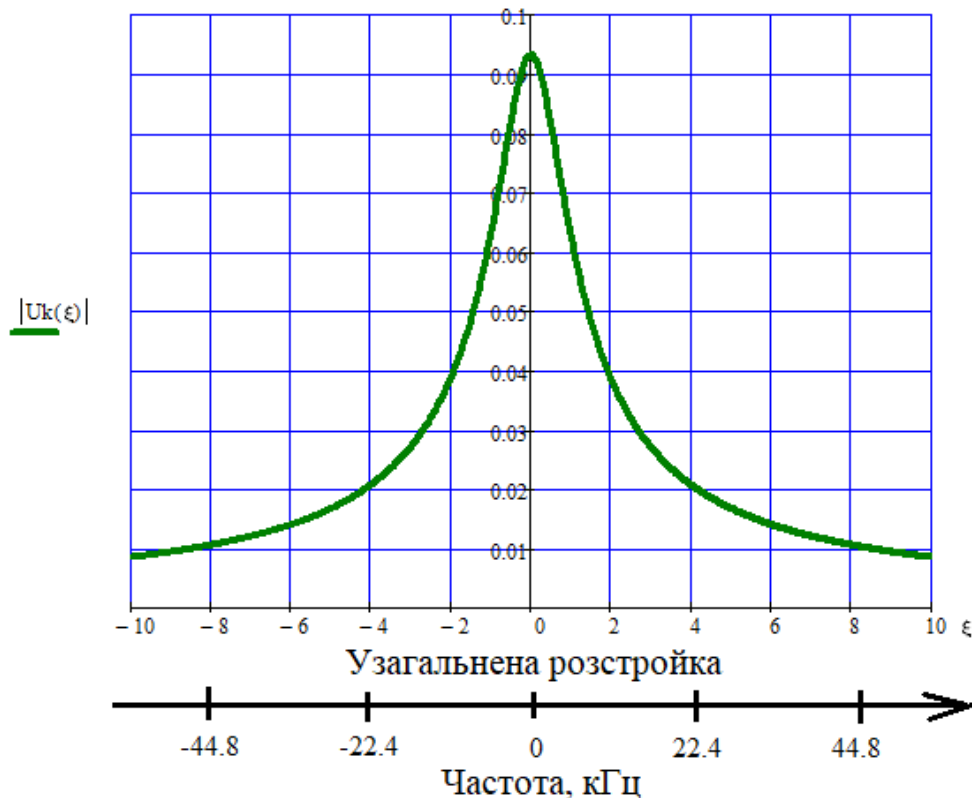
дільника напруги

$$\begin{aligned} \dot{U}_K(\xi) &= \frac{E \cdot Z_K}{R_i + Z_K} = \frac{Z_K}{56 + Z_K} = \frac{5.22}{56 + \frac{5.22}{1 + j\xi}} = \\ &= \frac{5.22}{56 + 61.22j\xi}, \\ Z_K &= \frac{5.22}{1 + j\xi}. \end{aligned}$$

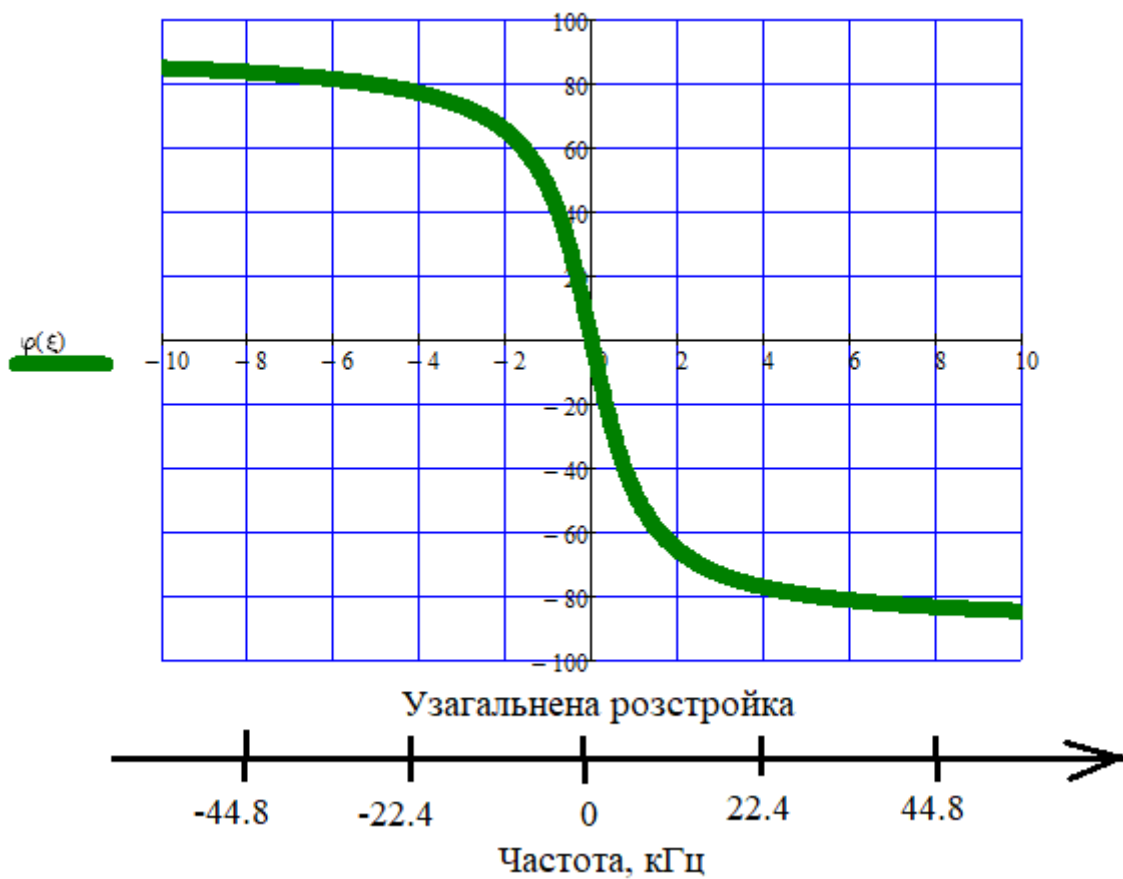
Рисунок 3.72 – Еквівалентна схема контура

Визначимо модуль контурної напруги (рис. 3.73)

$$|\dot{U}_K(\xi)| = \frac{5.22}{\sqrt{56^2 + [61.22\xi]^2}}$$



а)



б)

Рисунок 3.73 – Залежність модуля(а) та аргументу (б) напруги на паралельному контурі від частоти



У контурі (рис. 3.74 а) перетворимо джерело напруги на джерело струму

$$J = \frac{E}{R_i} = \frac{1}{56 \cdot 10^3} \cong 1.786 \cdot 10^{-5} \text{ А} = 17.86 \text{ мкА.}$$

Внесемо опір генератора у контур (рис. 3.74 б)

$$r_{\text{ВН2}} = \frac{\rho^2 p^2}{R_i} = \frac{(2.125 \cdot 10^3)^2 \cdot 0.308^2}{56 \cdot 10^3} = 7.63 \text{ Ом.}$$

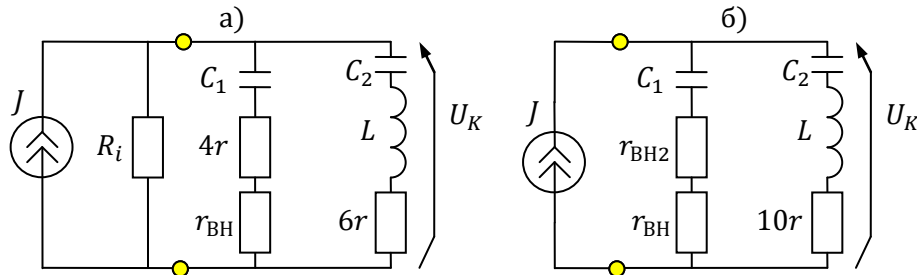


Рисунок 3.74 – Еквівалентні схеми

Тоді добротність буде така:

$$Q_2 = \frac{\rho}{10r + r_{\text{ВН}} + r_{\text{ВН2}}} = \frac{534}{80 + 1.9 + 7.63} = 23.73 \cong 24.$$

Визначимо смугу контуру

$$\Pi = \frac{\omega_0}{Q_2} = \frac{17 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}}{24} = 0.72 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 720 \cdot 10^3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Опір контуру на резонансній частоті

$$R_{E2} = p^2 \cdot Q_2 \cdot \rho = 0.308^2 \cdot 24 \cdot 2.125 = 4.773 \cong 4.77 \text{ кОм.}$$

Сформуємо опір утвореного паралельного контуру

$$Z_{K2} = \frac{R_{E2}}{1 + j\xi} = \frac{4.77}{1 + j\xi}.$$

Визначимо напругу на контурі за законом Ома

$$\dot{U}_K(\xi) = J \cdot Z_{K2} = 17.86 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4.77 \cdot 10^3}{1 + j\xi} = \frac{0.085}{1 + j\xi}.$$

Виділимо модуль напруги

$$|\dot{U}_K(\xi)| = \frac{0.085}{\sqrt{1 + \xi^2}}.$$

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Методичні рекомендації до виконання розрахунково-графічної роботи для студентів напряму підготовки «Радіотехніка» з дисципліни «Основи теорії кіл» / Укладачі: А.В. Булашенко, М.І. Ястребов, - К.: НТУУ "КПІ", 2015. – 56 с.
2. Основи теорії кіл: підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч1 / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін. – Харків: Компанія СМІТ, 2008. – 560 с.
3. Основи теорії кіл: підручник для студентів вищих навчальних закладів Ч2 / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін. – Харків: Компанія СМІТ, 2008. – 432 с.
4. Основи теорії кіл. Розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму. Практикум. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 172 Електронні комунікації та радіотехніка / А. В. Булашенко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл 2.589 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 83с.
5. Основи теорії кіл. Підготовка до фахового вступного випробування [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка / А. В. Булашенко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл 1.43 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 100 с.
6. Основи теорії кіл. Розрахунок лінійних електричних кіл змінного струму. Практикум. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 172 Електронні комунікації та радіотехніка / А. В. Булашенко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл 1.918 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 62с.
7. Основи теорії кіл. Розрахунок поодиноких контурів. Практикум. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 172 Електронні комунікації та радіотехніка / А. В. Булашенко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл 1.37 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 52с.
8. Основи теорії та комп'ютерне моделювання електронних кіл: навчальний посібник [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка / В. Д. Сташук, А.В. Булашенко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл 6.58 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 400с.
9. Теоретичні основи електротехніки: підручник: у 3 т. / за заг. ред. І. М. Чиженка, В. С. Бойко. - К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004. - Т. 1.: Усталений режим лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. –272с.

## ДОДАТОК А. Зразок титульного аркуша

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Радіотехнічний факультет  
Кафедра радіоінженерії

## РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

з предмету «Основи теорії кіл»

на тему<sup>1</sup> «\_\_\_\_\_»

Варіанта \_\_\_\_\_

Викладач \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Виконавець:  
ст. \_\_\_\_\_  
гр. Рх- \_\_\_\_\_

Відмітка про захист  
\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ Підпис студента

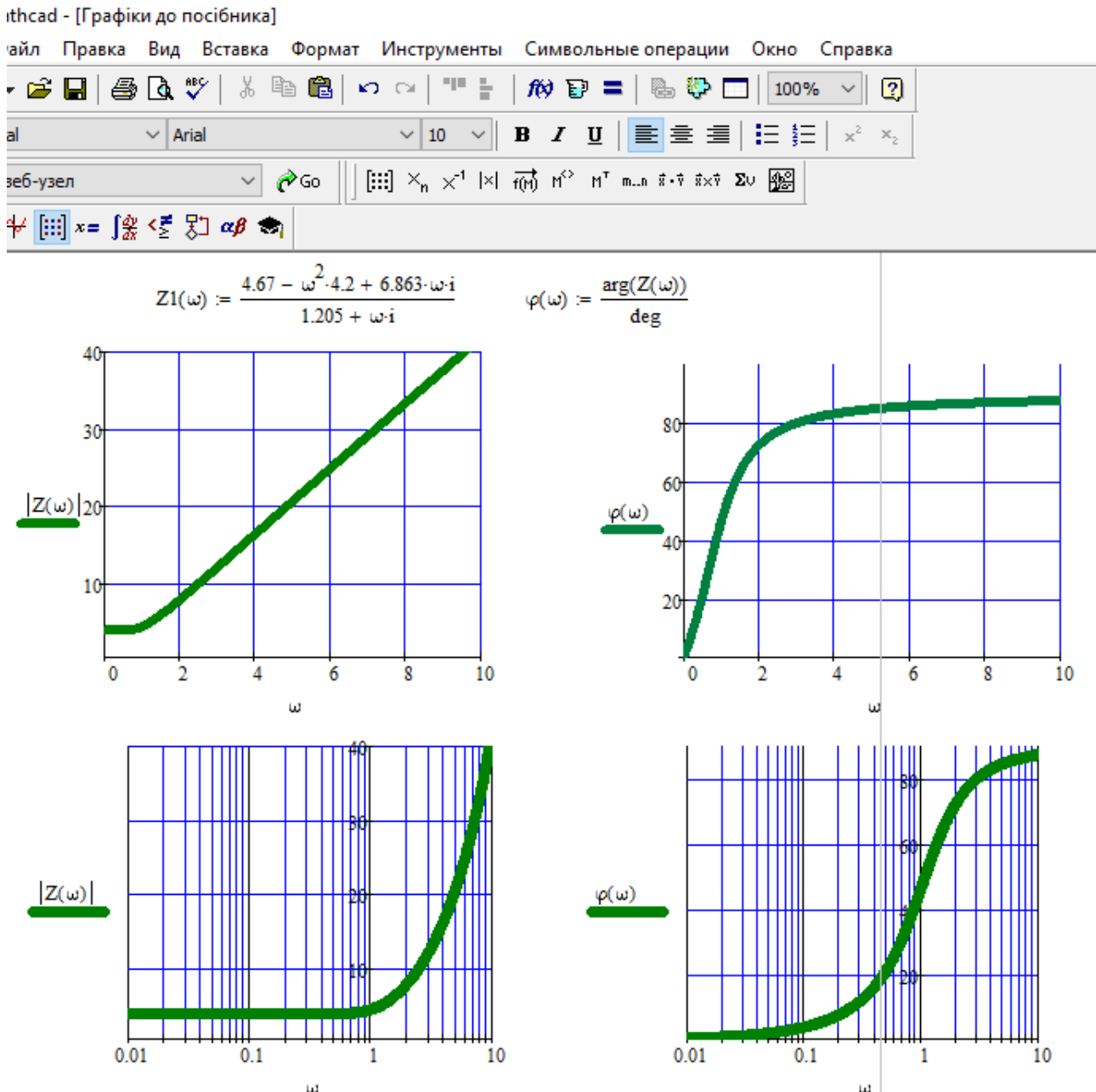
Київ 20\_\_

<sup>1</sup>Назви тем РГР:

1. Розрахунок кола постійного струму.
2. Розрахунок кола гармонічного струму.
3. Розрахунок поодинокого контуру.

## ДОДАТОК Б. Зразок розрахунку модуля та аргументу у MathCAD

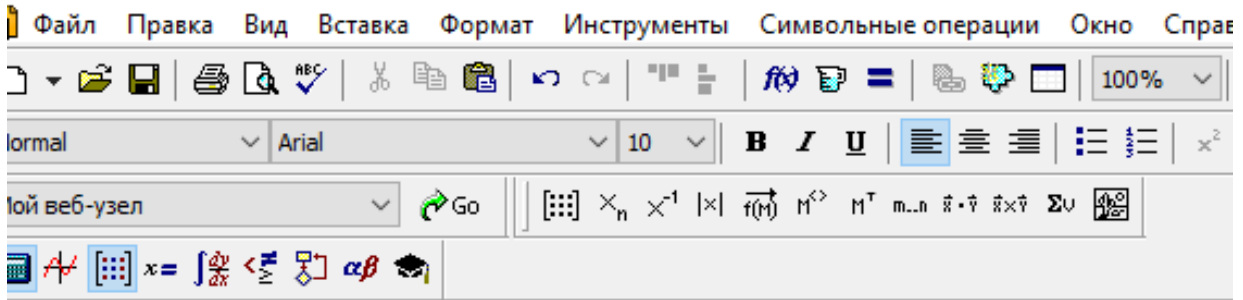
Зразок побудови модуля та аргументу вхідного опору за допомогою програми MathCAD до розрахунку кола гармонічного струму у лінійному та логарифмічному масштабі



## ДОДАТОК В. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD

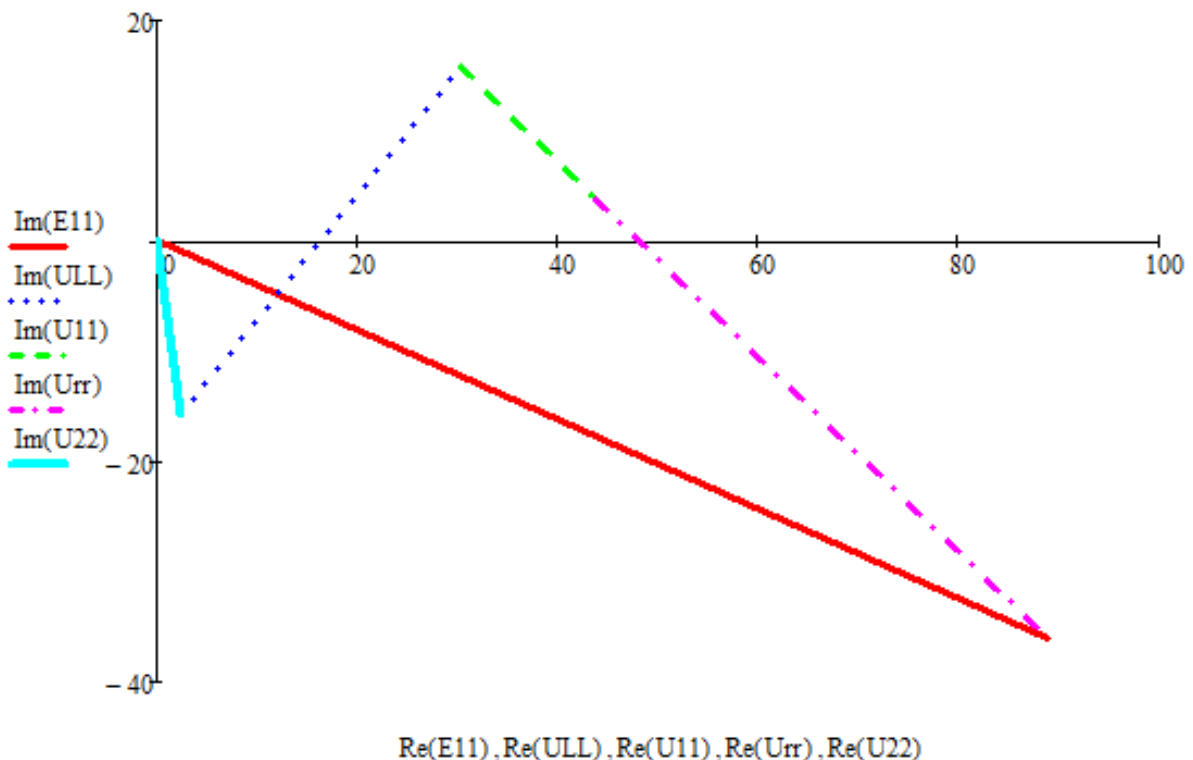
Зразок побудови векторної діаграми напруг у програмі MathCAD до розрахунку кола гармонічного струму із одним джерелом напруги

Mathcad - [ОТК\_2\_РГР-посібник]



Побудуємо векторну діаграму напруг

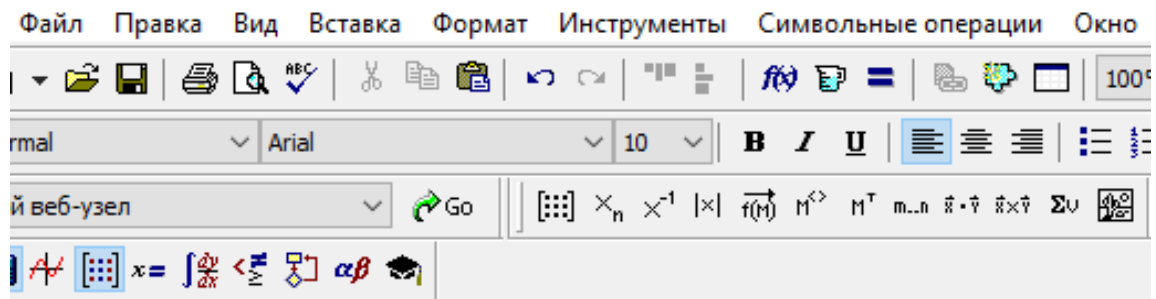
$$\begin{array}{llll}
 E_{11_0} := 0 & E_{11_1} := E_1 & U_{22_0} := 0 & U_{22_1} := U_2 \\
 U_{22_0} := 0 & U_{22_1} := U_2 & U_{LL_0} := U_2 & U_{LL_1} := U_2 + U_L \\
 & & U_{11_0} := U_2 + U_L & U_{11_1} := U_2 + U_L + U_1 \\
 & & U_{rr_0} := U_2 + U_L + U_1 & U_{rr_1} := U_2 + U_L + U_1 + U_r
 \end{array}$$



### ДОДАТОК Г. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD

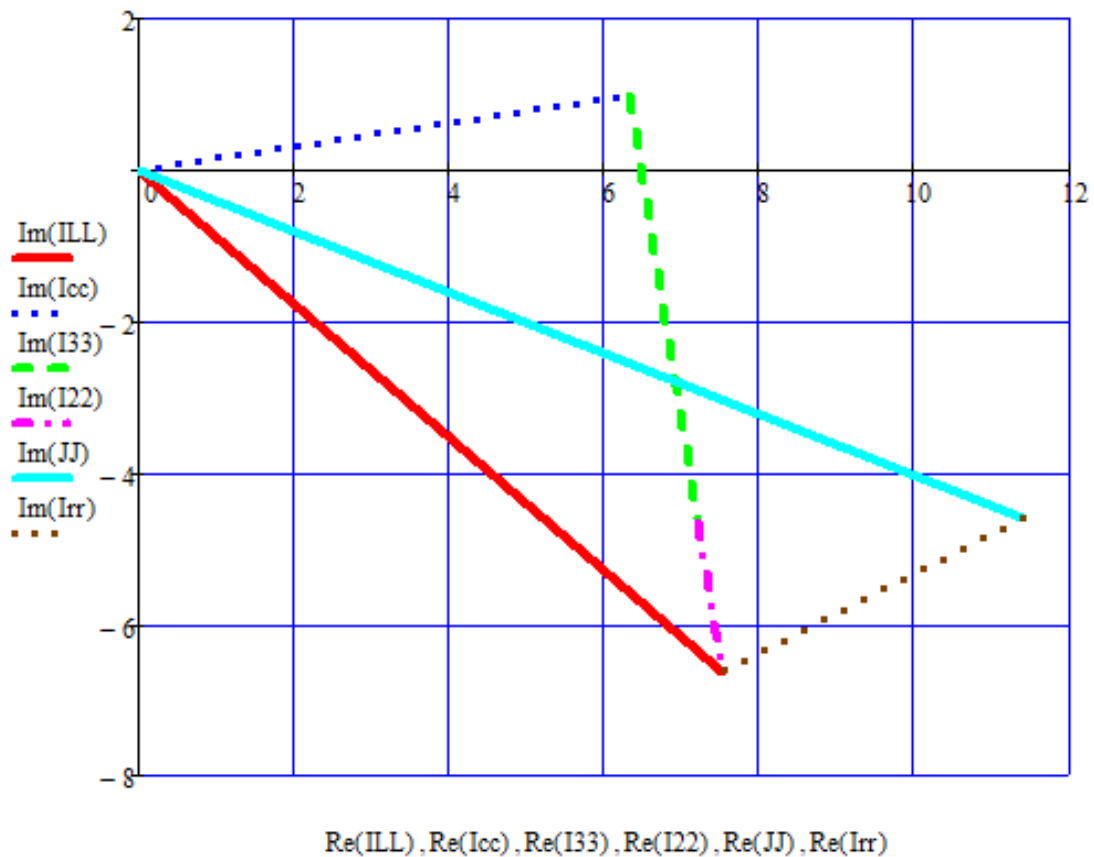
Зразок побудови векторної діаграми струмів у програмі MathCAD до розрахунку кола гармонічного струму із одним джерелом струму

Mathcad - [ОТК\_2\_РГР-посібник]



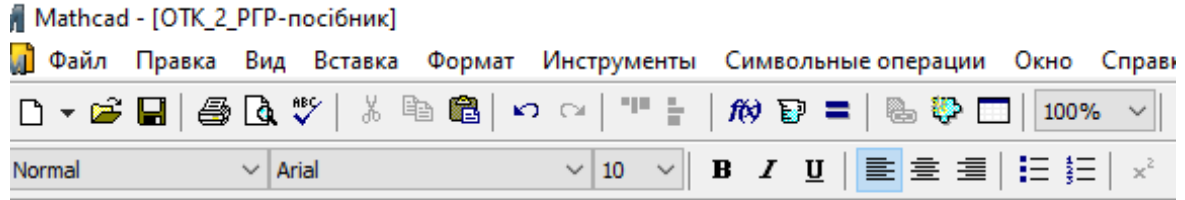
Побудуємо векторну діаграму струмів

$$\begin{aligned}
 I_{cc_0} &:= 0 & I_{cc_1} &:= I_c & I_{33_0} &:= I_c & I_{33_1} &:= I_c + I_3 \\
 I_{LL_0} &:= 0 & I_{LL_1} &:= I_L & I_{22_0} &:= I_c + I_3 & I_{22_1} &:= I_c + I_3 + I_2 \\
 J_{J_0} &:= 0 & J_{J_1} &:= J_2 & I_{rr_0} &:= J_2 & I_{rr_1} &:= J_2 - I_a
 \end{aligned}$$



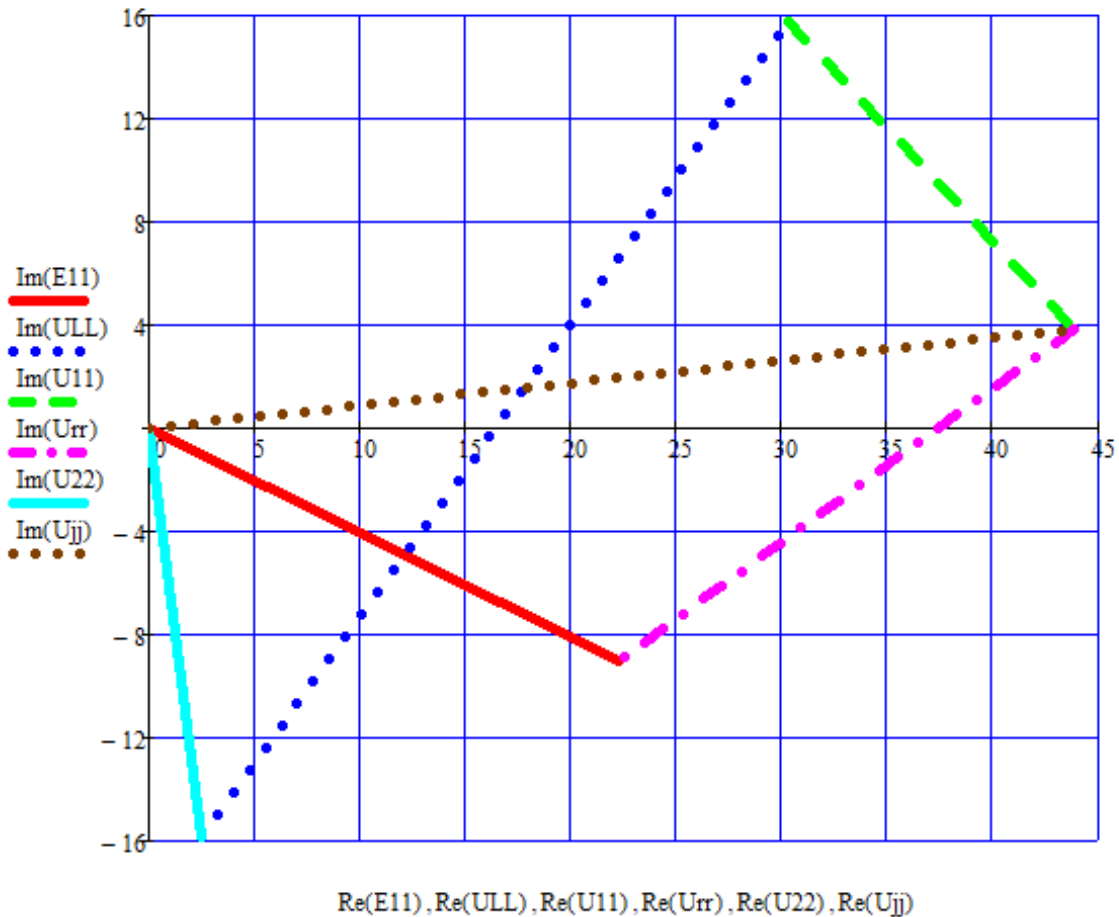
## ДОДАТОК Д. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD

Зразок побудови векторної діаграми напруг у програмі MathCAD до розрахунку кола гармонічного струму із двома джерелами: джерелом струму та джерелом напруги



Побудуємо векторну діаграму напруг

$$\begin{array}{llll}
 E_{11_0} := 0 & E_{11_1} := E & U_{22_0} := 0 & U_{22_1} := U_2 \\
 U_{jj_0} := 0 & U_{jj_1} := U_j & U_{LL_0} := U_2 & U_{LL_1} := U_2 + U_L \\
 & & U_{11_0} := U_2 + U_L & U_{11_1} := U_2 + U_L + U_1 \\
 & & U_{rr_0} := U_2 + U_L + U_1 & U_{rr_1} := U_2 + U_L + U_1 + U_r
 \end{array}$$



## ДОДАТОК Е. Зразок побудови векторної діаграми у MathCAD

Зразок побудови векторної діаграми напруг у програмі MathCAD до розрахунку паралельного контуру

