

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
"КПІ ім. Ігоря Сікорського"
Факультет електроенерготехніки та автоматики

Побєдаш К.К.

ЕЛЕКТРОНІКА І СИСТЕМОТЕХНІКА

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського, як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальностями 151 - Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології і 152 - Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2018

Рецензент: *Сокурєнко В.М.*, к.т.н., доц.

Відповідальний
редактор *Побєдаш К.К.*, к.т.н., доц.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 9 від 24.05.2018 р.) за поданням Вченої ради факультету
електроенерготехніки та автоматики (протокол № 9 від 23.04.2018 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

Побєдаш Костянтин Каленикович, к.т.н., доц.

ЕЛЕКТРОНІКА І СИСТЕМОТЕХНІКА

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

Електроніка і системотехніка: Розрахунково-графічна робота
[Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальностей 151 - Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології і 152 - Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка / К.К. Побєдаш; КПІ ім. Ігоря Сікорського, - Електронні текстові данні (1 файл; 3,72 Мбайт). - Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018, - 32 с.

Данні методичні вказівки містять практичні рекомендації до виконання розрахунково-графічної роботи (РГР) з змістовного модуля "Цифрова електроніка" дисциплін "Електроніка", "Електроніка і системотехніка".

В процесі виконання розрахунково-графічної роботи студенти, оволодівають навичками проектування цифрових вузлів, які мають закінчене функціональне призначення, освоюють методи мінімізації логічних функцій, побудову схем цифрових пристроїв у відповідних базисах.

© К.К. Побєдаш, 2018
© КПІ ім. Ігоря Сікорського

Зміст

Загальні методичні вказівки	4
1. Основні положення алгебри логіки.....	5
2. Функціонально повні системи логічних елементів	7
3. Синтез комбінаційних пристроїв (КП)	10
4. Мінімізація логічних функцій	13
5. Мінімізація частково невизначених логічних функцій	21
Висновки	23
Послідовність виконання роботи	24
Література	25
Додаток 1. Завдання на РГР.....	26

Загальні методичні вказівки

Данні методичні вказівки містять практичні рекомендації до виконання розрахунково-графічної роботи (РГР) з змістовного модуля "Цифрова електроніка" дисципліни "Електроніка і системотехніка".

Мета розрахунково-графічної роботи - закріплення теоретичних знань, отриманих на лекціях, оволодіння навичками проектування цифрових вузлів, які мають закінчене функціональне призначення.

Для виконання розрахунково-графічної роботи студенти повинні володіти знаннями, отриманими при вивченні змістовного модуля «Цифрова електроніка» дисципліни «Електроніка», «Електроніка і системотехніка».

В процесі виконання домашнього завдання студенти вирішують наступні задачі:

- складання функціональної схеми цифрового пристрою;
- вибір компонентів, що входять до функціональної схеми пристрою;
- описання внутрішніх зв'язків між компонентами пристрою;
- описання функціонування компонентів пристрою наборами булевих функцій;
- мінімізація булевих функцій;
- складання комбінаційних логічних схем;
- складання звіту з домашнього завдання;
- захист розрахунково-графічної роботи.

У результаті виконання розрахунково-графічної роботи студенти набувають навичок синтезу схем цифрових пристроїв, оформлення документації (на прикладі звіту з РГР), роботи з довідковою літературою.

Студент виконує варіант розрахунково-графічної роботи, номер якого відповідає його порядковому номеру у журналі групи, або виданий викладачем.

РГР виконується на стандартних аркушах А4. Форма обкладинки приведена в додатку № 4.

Розрахунки, пояснювальний текст, графіки і креслення виконувати за допомогою комп'ютерної техніки.

Умовні графічні позначення усіх елементів схем необхідно виконувати згідно ЄСКД (єдиної системи конструкторської документації). Необхідно також дотримуватись сталих літерних значень найменувань кожної електричної величини.

В кінці наводиться перелік використаної літератури.

Основні положення алгебри логіки

Основою проектування цифрових пристроїв є алгебра логіки (булева алгебра). У ній логічні змінні приймають тільки два значення: «правдиво» - логічна одиниця або «неправдиво» - логічний нуль, які називаються двійковими перемінними. Логічні вирази є функціями логічних перемінних, які позначаються $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, і приймають значення 0 або 1. Для n логічних перемінних мають місце 2^n їх логічних комбінацій. Для кожної комбінації перемінних логічна функція Y може приймати значення 0 чи 1. Таким чином, для n логічних перемінних має місце 2^{2n} різних логічних функцій.

Множину логічних функцій n перемінних можна утворити за допомогою трьох логічних операцій: логічного заперечення (інверсії), логічного додавання (диз'юнкції) і логічного множення (кон'юнкції). Операцію інверсії позначають рискою над логічною перемінною, операцію диз'юнкції – символом "v" або знаком додавання (+), операцію кон'юнкції – символом "Λ" або знаком множення (·).

Дії над двійковими перемінними виконуються за правилами алгебри логіки. Алгебра логіки базується на декількох аксіомах, на основі яких виводять основні закони для перетворень з двійковими перемінними.

Для логічних операцій справедливі наступні аксіоми:

<i>1. Аксіоми диз'юнкції</i>	<i>2. Аксіоми кон'юнкції</i>	<i>3. Аксіоми заперечення (інверсії)</i>
$X+0=X;$	$X \cdot 0=0;$	$\bar{\bar{0}}=1;$
$X+1=1;$	$X \cdot 1=X;$	$\bar{\bar{1}}=0;$
$X+X=X;$	$X \cdot X=X;$	$\bar{\bar{X}}=X;$
$X+\bar{X}=1;$	$X \cdot \bar{X}=0;$	

Закони алгебри логіки випливають з аксіом і мають дві форми вираження: для диз'юнкції і кон'юнкції.

1. Закон переміщення:

$$1.1. X_1 + X_2 = X_2 + X_1;$$

$$1.2. X_1 \cdot X_2 = X_2 \cdot X_1.$$

2. Закон сполучення:

$$2.1. X_1 + (X_2 + X_3) = (X_1 + X_2) + X_3;$$

$$2.2. X_1 \cdot (X_2 \cdot X_3) = (X_1 \cdot X_2) \cdot X_3.$$

3. Закон розподілення:

$$3.1. X_1 \cdot (X_2 + X_3) = X_1 \cdot X_2 + X_1 \cdot X_3;$$

$$3.2. X_1 + X_2 \cdot X_3 = (X_1 + X_2) \cdot (X_1 + X_3).$$

4. Закон склеювання:

$$4.1. (X_1 + X_2) \cdot (\overline{X_1 + X_2}) = X_1;$$

$$4.2. X_1 \cdot X_2 + X_1 \cdot \overline{X_2} = X_1.$$

5. Закон поглинання:

$$5.1. X_1 + X_1 \cdot X_2 = X_1;$$

$$5.2. X_1 \cdot (X_1 + X_2) = X_1.$$

6. Закон інверсії (де Моргана):

6.1. $\overline{X_1 + X_2 + X_3} = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2} \cdot \overline{X_3}$ - інверсія суми змінних є добутком їх інверсій;

6.2. $\overline{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3} = \overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_3}$ - інверсія добутку змінних є сумою їх інверсій.

Функціонально повні системи логічних елементів

Електронні схеми, які реалізують елементарні логічні функції, називаються логічними елементами (ЛЕ). ЛЕ, який реалізує функцію диз'юнкції, називається елементом АБО (диз'юнктором), кон'юнкції – І (кон'юнктором), інверсії – НЕ (інвертором). На принципових електричних схемах ЛЕ зображуються прямокутниками, на яких вказують символ функції: «1» для елемента АБО, «&» (енд) для елемента І, коло «o» на виході для елемента НЕ. В таблиці 1 наведені умовні зображення ЛЕ, їх таблиці істинності та аналітичний запис реалізуємих ними функцій.

Набір ЛЕ, на базі яких можна побудувати схему логічної функції будь якої складності, називається функціонально повною системою ЛЕ, або базисом. Таким чином, система логічних елементів АБО, І, НЕ є функціонально повною. Однак повнота цієї системи є навіть надлишковою. Один логічний елемент (І чи АБО) з цієї системи можна вилучити, зберігши її функціональну повноту. Можливо замість операції АБО використати операцію І над інверсними значеннями змінних на основі закону інверсії де Моргана

$$X_1 + X_2 = \overline{\overline{X_1 + X_2}} = \overline{\overline{X_1} \cdot \overline{X_2}} .$$

Аналогічно функцію І можна реалізувати на ЛЕ АБО та НЕ

$$X_1 \cdot X_2 = \overline{\overline{X_1 \cdot X_2}} = \overline{\overline{X_1} + \overline{X_2}} .$$

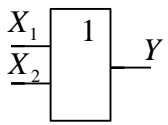
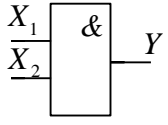
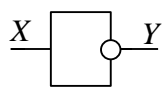
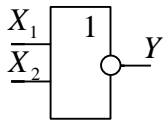
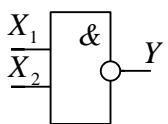
Показані перетворення свідчать, що системи з двох ЛЕ (І, НЕ чи АБО, НЕ) володіють функціональною повнотою.

Виготовляються ЛЕ, які за своїми функціональними можливостями еквівалентні функціонально повній системі елементів. Такі елементи називаються універсальними. Універсальними ЛЕ є елементи АБО-НЕ (елемент Пірса) та елемент І-НЕ (елемент Шеффера), умовні позначення і таблиці істинності яких приведені в табл. 1. Елемент АБО-НЕ реалізує логічну функцію $Y = \overline{X_1 + X_2}$ (інверсія диз'юнкцій). Він може виконувати усі основні логічні операції:

- Операцію інверсії, якщо об'єднати входи ЛЕ (рис. 1, а);

- Операцію диз'юнкції, якщо послідовно включити два елемента, як зображено на рис. 1, б;

Таблиця 1

Назва ЛЕ	Умовне позначення	Таблиця істинності	Аналітичне рівняння															
АБО (диз'юнктор)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>X_1</th> <th>X_2</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	X_1	X_2	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	$Y=X_1+X_2$
X_1	X_2	Y																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
І (кон'юнктор)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>X_1</th> <th>X_2</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	X_1	X_2	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	$Y=X_1 \cdot X_2$
X_1	X_2	Y																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
НЕ (інвертор)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	X	Y	0	1	1	0	$Y = \bar{X}$									
X	Y																	
0	1																	
1	0																	
АБО-НЕ (елемент Пірса)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>X_1</th> <th>X_2</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	X_1	X_2	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	$Y = \overline{X_1 + X_2}$
X_1	X_2	Y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																
І-НЕ (елемент Шиффера)		<table border="1"> <thead> <tr> <th>X_1</th> <th>X_2</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	X_1	X_2	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	$Y = \overline{X_1 \cdot X_2}$
X_1	X_2	Y																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																

- Операцію кон'юнкції, якщо логічні змінні подавати до схеми АБО-НЕ через інвертори (рис. 1, в).

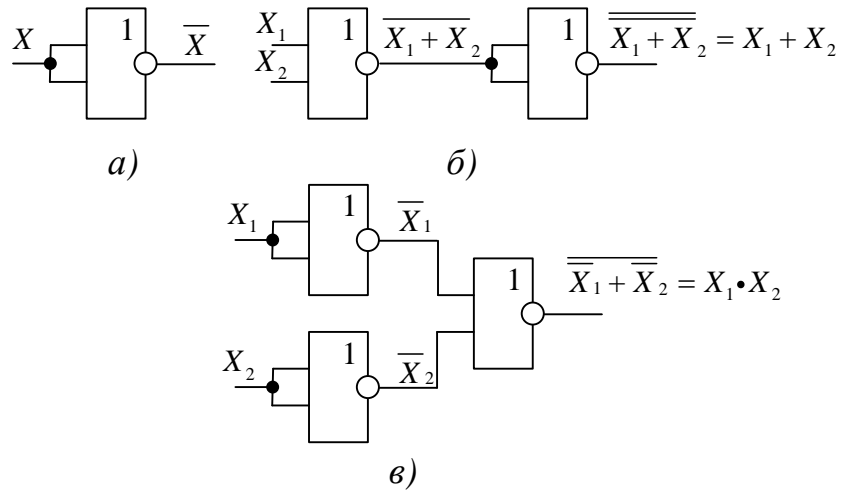


Рис. 1

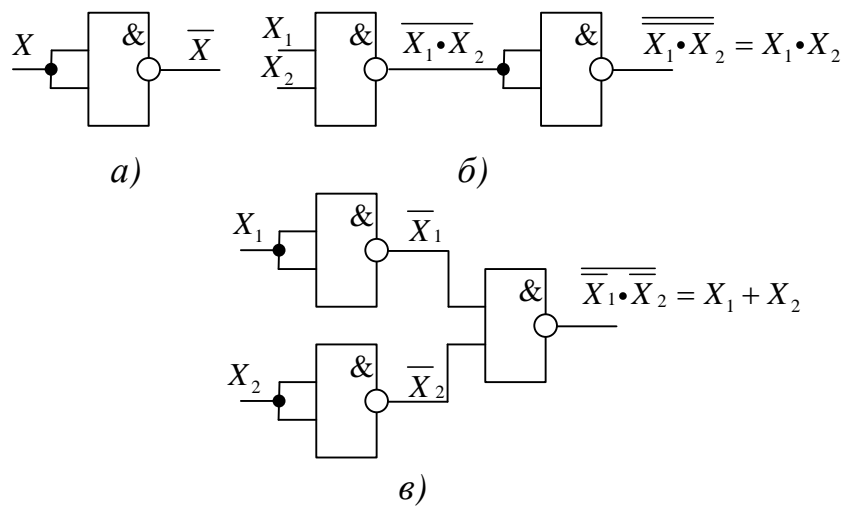


Рис. 2

Елемент І-НЕ реалізує логічну функцію $Y = \overline{X_1 \cdot X_2}$ (інверсія кон'юнкції).

Виконання всіх основних логічних операцій логічним елементом І-НЕ зображено на рис. 2: інверсії (рис. 2, а), кон'юнкції (рис. 2, б), диз'юнкції (рис. 2, в).

Логічні елементи АБО-НЕ та І-НЕ, що випускаються промисловістю, мають 2, 3, 4, 6, 8 входів.

Синтез комбінаційних пристроїв (КП)

Комбінаційними називають такі цифрові пристрої, в яких відсутні зворотні зв'язки. Вони реалізують функції, значення яких у даний момент часу визначаються тільки сукупністю значень вхідних перемінних у цей же момент часу і не залежить від їх попередніх значень.

При розробці комбінаційних пристроїв на інтегральних мікросхемах головне значення приділяється стадії логічного проектування на основі формальних методів синтезу цифрових схем. Синтез КП складається з двох етапів. **Перший етап** полягає в одержанні логічної функції будь яким стандартним методом, наприклад, на основі словесного опису закону її функціонування, за допомогою таблиці істинності. **На другому етапі** вирішують задачу мінімізації логічної функції, що дозволяє спростити початкову логічну функцію і реалізувати її схему мінімальним числом відповідного типу логічних елементів. Логічну функцію, що задана таблицею істинності, для зручності запису і подальшого синтезу представляють сумою добутків вхідних перемінних або їх інверсій. Така форма запису називається диз'юнктивною нормальною формою (ДНФ).

Наприклад:

$$Y(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot X_2 + X_2 \cdot X_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \quad (\text{ДНФ}).$$

ДНФ представляється логічною сумою елементарних логічних добутків (диз'юнкцію елементарних кон'юнкцій), у кожний з котрих вхідна логічна перемінна або її інверсія входить не більше одного разу. Якщо до кон'юнкції входять усі логічні перемінні, то вона називається неелементарною. Функція, що складається з неелементарних кон'юнкцій називається **досконалою диз'юнктивною нормальною формою** (ДДНФ), або першою стандартною формою запису логічної функції.

Наприклад:

$$Y(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot X_2 \cdot \overline{X_3} + \overline{X_1} \cdot X_2 \cdot X_3 + X_1 \cdot \overline{X_2} \cdot X_3 \quad (\text{ДДНФ}).$$

Неелементарні кон'юнкції називаються мінтермами або конституантами одиниці. Аналогічно логічну функцію можна представити добутком сум вхідних перемінних або їх інверсій. Така форма запису називається кон'юнктивною нормальною формою (КНФ).

Наприклад:

$$Y(X_1, X_2, X_3) = (X_1 + X_2) \cdot (X_2 + X_3) \cdot (X_1 + X_2 + X_3) . \quad (\text{КНФ})$$

Якщо у КНФ до кожної диз'юнкції входять усі вхідні логічні змінні або їх інверсії, то така форма представлення функції називається досконалою кон'юнктивною нормальною формою (ДКНФ), або другою стандартною формою запису логічної функції. Неелементарні диз'юнкції, що входять у ДКНФ, називаються макстермами, або конституантами нуля.

Наприклад:

$$Y(X_1, X_2, X_3) = (X_1 + X_2 + \bar{X}_3) \cdot (\bar{X}_1 + X_2 + X_3) \cdot (X_1 + \bar{X}_2 + X_3) . \quad (\text{ДКНФ})$$

Таким чином, будь яку логічну функцію можна записати або в ДДНФ, або в ДКНФ, а потім побудувати схему цифрового пристрою, використовуючи функціонально повну систему логічних елементів.

Розглянемо на прикладі побудову функціональної схеми КП, логічна функція якого задана таблицею істинності (табл. 2). Запишемо дану функцію у ДДНФ. Для цього необхідно вписати мінтерми (набори), при яких функція приймає значення одиниці, і

взяти їх суму. При цьому, якщо у наборі перемінна має нульове значення, то у відповідний мінтерм вона записується з інверсією, а в іншому разі – в прямій

Таблиця 2

№ конституенти (набору)	Логічні змінні			Функція
	X1	X2	X3	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

формі.

Усього у ДДНФ буде стільки мінтермів, скільки є наборів перемінних, на яких функція приймає значення одиниці. У даному випадку ДДНФ функції буде мати вигляд:

$$Y(X_1, X_2, X_3) = \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + X_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot X_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \quad (1)$$

Щоб реалізувати за одержаною функцією схему комбінаційного пристрою потрібно використати:

- 1) три схеми НЕ для одержання інверсних значень логічних перемінних X_1, X_2, X_3 ;
- 2) чотири 3-х входових схем І для виконання операції кон'юнкції у мінтермах;
- 3) одну 4-х входову схему АБО, яка виконує операцію диз'юнкцію мінтермів.

Вихід схеми АБО буде виходом комбінаційного пристрою. Схема КП побудована у відповідності з рівнянням (1) приведена на рис.3.

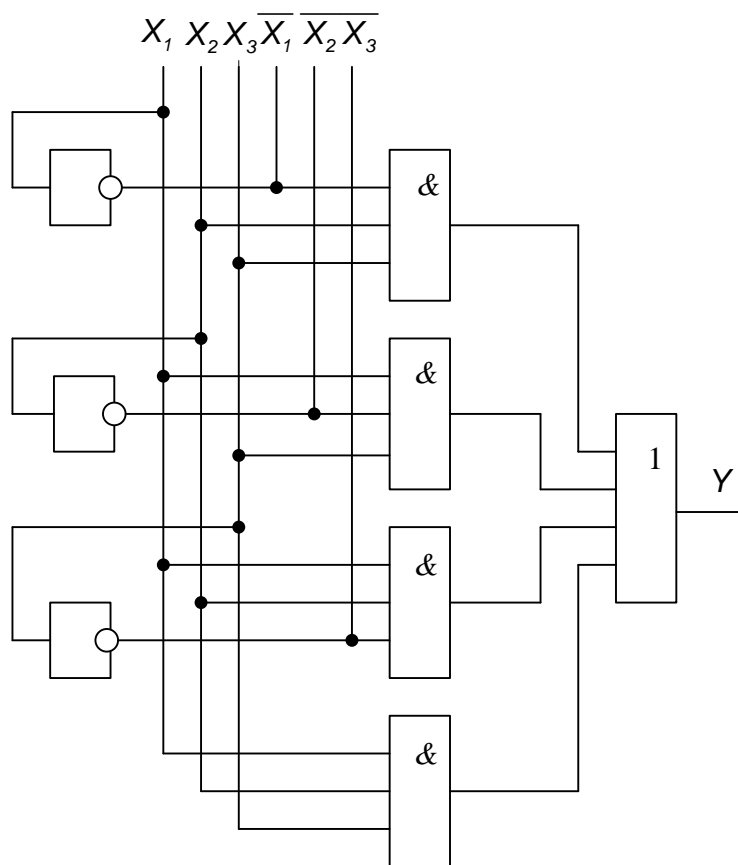


Рис. 3

Для реалізації схеми пристрою у ДКНФ необхідно записати функцію у вигляді добутку макстермів тих наборів, на яких функція дорівнює нулю. При цьому перемінні, які на цих наборах дорівнюють 1 записуються з інверсією.

Логічна функція представлена таблицею істинності (табл. 2) у ДКНФ матиме вигляд:

$$Y(X_1, X_2, X_3) = (X_1 + X_2 + X_3) \cdot (X_1 + X_2 + \bar{X}_3) \cdot (X_1 + \bar{X}_2 + X_3) \cdot (\bar{X}_1 + X_2 + X_3). \quad (2)$$

Схема комбінаційного пристрою в ДКНФ зображена на рис.4.

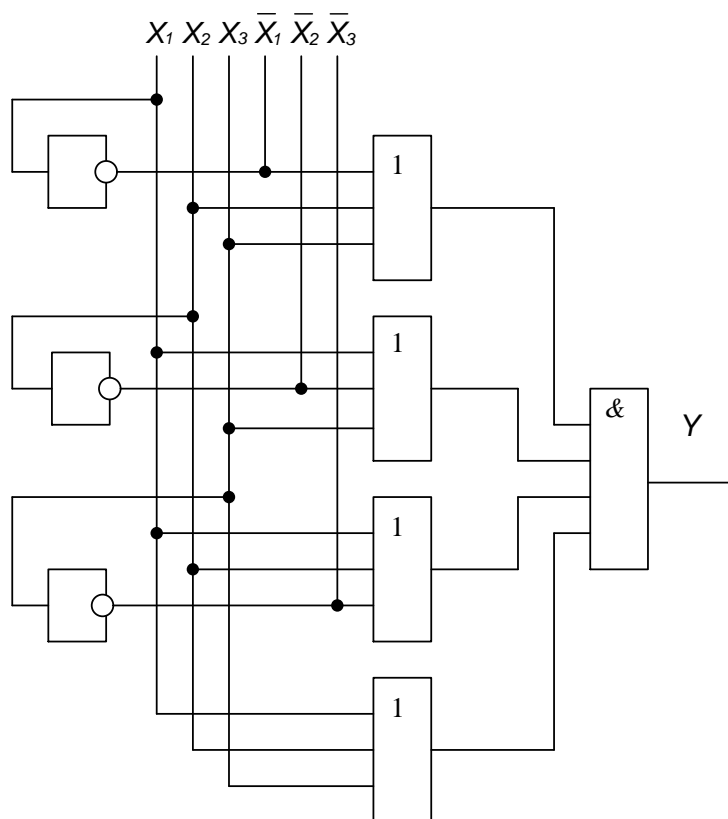


Рис.4

Схеми на рис.3 і рис. 4 виконані у базисі АБО, І, НЕ. Такий спосіб побудови КП не дає відповіді на те, чи є такий пристрій оптимальним з точки зору кількості використаних для його побудови ЛЕ.

Задача проектувальника полягає у тому, щоб побудувати пристрій з найменшими затратами ЛЕ. При цьому поліпшуються техніко-економічні (коштовність, маса, розміри) і чисто технічні показники (наприклад, швидкодія, надійність) розробленого пристрою. З цієї причини, після одержання аналітичної форми запису логічної функції комбінаційного пристрою, необхідно здійснити її

мінімізацію (спрощення), тобто одержати таку форму запису логічної функції, для побудови якої потрібно використати найменше число ЛЕ з мінімальним числом входів.

Мінімізація логічних функцій

Алгебраїчний спосіб. Алгебраїчний спосіб мінімізації полягає у спрощенні логічної функції шляхом послідовного застосування законів алгебри логіки.

При цьому застосовуються наступні типові прийоми:

а) Додавання одного чи декількох однотипних членів з числа тих, що присутні у ДДНФ. Через те, що $A+A+\dots+A=A$, то додавання до члена, що є у ДДНФ, одного чи декількох таких же членів не змінить справедливості логічного рівняння $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

б) Множення окремих членів у функції на суму $A + \bar{A}$, де A може бути як одною із перемінних A_1, A_2, \dots, A_n , так і функцією цих перемінних. Враховуючи що $A + \bar{A} = 1$, то таке помноження не порушить тотожності вихідного і одержаного співвідношень.

в) Виділення доданків типу $A + \bar{A}$ шляхом використання розподільчого закону. Після одержання добутку із двох співмножників, один з яких має вигляд $A + \bar{A}$, вираз спроститься, тому що $A + \bar{A} = 1$ (аксіома 1.4).

г) Використання законів склеювання і поглинання.

Після проведення усіх можливих перетворень одержують функцію, яка не має зайвих членів і не підлягає подальшому спрощенню.

Мінімізуємо раніше одержану функцію (1). Для цього до набору $X_1 X_2 X_3$ додамо ще два таких наборів. У результаті одержимо тотожну функцію

$$Y(X_1, X_2, X_3) = \bar{X}_1 X_2 X_3 + X_1 \bar{X}_2 X_3 + X_1 X_2 \bar{X}_3 + X_1 X_2 X_3 + X_1 X_2 X_3 + X_1 X_2 X_3. \quad (2)$$

Одержана функція складається з кон'юнкцій однакового рангу (ранг кон'юнкції визначається кількістю логічних перемінних, з яких вона складається).

Дві однакового рангу кон'юнкції, які є логічними добутками одних і тих же перемінних і відрізняються між собою лише тим, що одна будь-яка змінна входить в одну кон'юнкцію з інверсією, а в іншу – без неї, називаються «сусідніми». До «сусідніх» кон'юнкцій застосовується закон склеювання, у результаті чого зменшується кількість підсумовуючих добутків і на одиницю – число логічних змінних у кожному добутку. Використовуючи закон склеювання до «сусідніх» кон'юнкцій функції (2), отримаємо нову тотожну функцію $Y(X_1, X_2, X_3) = X_2X_3(\bar{X}_1 + X_1) + X_1X_3(\bar{X}_2 + X_2) + X_1X_2(\bar{X}_3 + X_3) = X_2X_3 + X_1X_3 + X_1X_2$. (3)

Таким чином, мінімізація логічних функцій зводиться до пошуку і склеювання «сусідніх» кон'юнкцій. Процедуру пошуку «сусідніх» кон'юнкцій продовжують до тих пір, поки не одержать суму кон'юнкцій, які не мають «сусідніх» поміж собою.

Логічна функція, яка не підлягає подальшому спрощенню називається тупиковою. Тупикових форм запису функції може бути декілька.

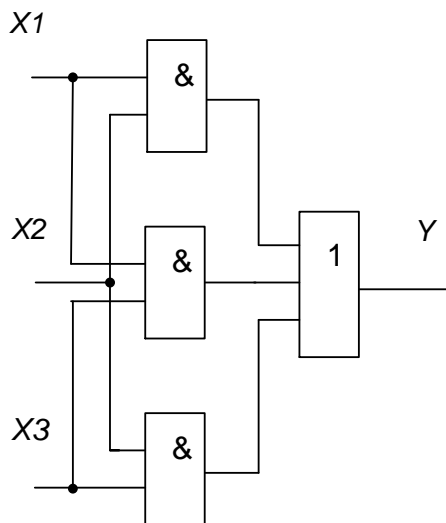


Рис. 5

Схема комбінаційного пристрою побудованого за тупиковою функцією (3) наведена на рис. 5.

Порівнюючи цю схему з побудованою раніше (рис. 3) без мінімізації функції, можна зробити висновок, що мінімізація логічної функції дозволила значно спростити схему КП. Відпала потреба у схемах НЕ, зменшилась кількість логічних елементів І, а також на одиницю зменшилась кількість

входів ЛЕ І та АБО.

Подальше перетворення тупикової форми запису функції залежить від того, в якому базисі необхідно побудувати схему КП. Наприклад, для реалізації логічної функції у базисі І-НЕ можна скористатися аксіомою подвійної інверсії і законом де Моргана.

$$Y(X_1, X_2, X_3) = \overline{\overline{X_2 X_3} + \overline{X_1 X_3} + \overline{X_1 X_2}} = \overline{\overline{X_2 X_3} \overline{X_1 X_3} \overline{X_1 X_2}}. \quad (4)$$

Схема КП у базисі І-НЕ, яка реалізує функцію (4) зображена на рис. 6.

Для реалізації функцію у базисі АБО-НЕ виконаємо перетворення функції (3), використовуючи ті ж прийоми.

$$Y(X_1, X_2, X_3) = \overline{\overline{\overline{X_2 X_3} + \overline{X_1 X_3} + \overline{X_1 X_2}}} = \overline{\overline{X_2} + \overline{X_3} + \overline{X_1} + \overline{X_3} + \overline{X_1} + \overline{X_2}}. \quad (5)$$

Схема КП, побудована в базисі АБО-НЕ, зображена на рис. 7.

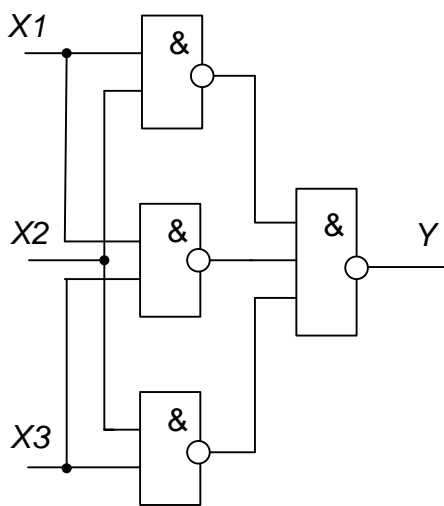


Рис. 6

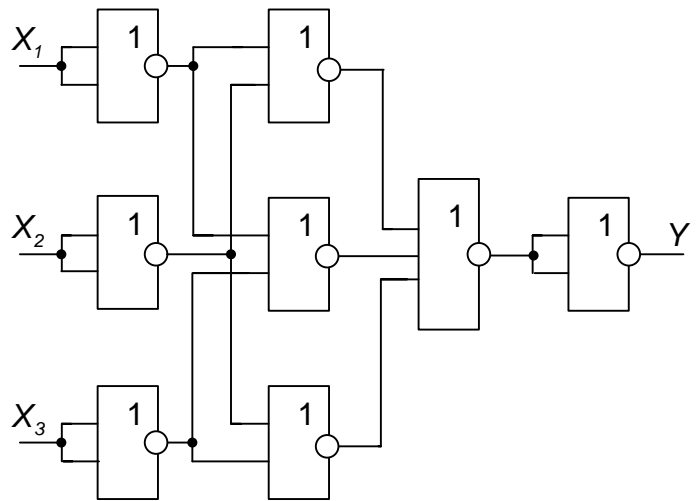


Рис. 7

Мінімізація логічних функцій алгебраїчним способом вимагає відповідних навичок. Не завжди ясно, чи є одержана форма запису функції тупиковою, іноді важко визначити доданки, що «склеюються».

Метод карт Карно. Процедуру пошуку «склеюючих» мінтермів можна автоматизувати, якщо використовувати метод карт Карно.

Карта Карно – це таблиця, яка має комірки для всіх можливих мінтермів функції. Можна побудувати карти Карно для функцій, мінтерми яких мають дві, три і більше змінних (зазвичай не більше 5-6).

Карти Карно для двох, трьох і чотирьох змінних слід розглядати як площини, утворені з поверхонь торів, розділених відповідно на 4, 8 і 16 комірок

	X_2	\bar{X}_2	X_2
X_1	0	1	
\bar{X}_1	0	$\bar{X}_1\bar{X}_2$ (0)	\bar{X}_1X_2 (1)
X_1	1	$X_1\bar{X}_2$ (2)	X_1X_2 (3)

Рис. 8

(причому спочатку тор розрізаний і випрямлений в циліндр, а потім цей циліндр розрізаний по твірні і розгорнутий в площину). Площина ділиться на 2^n комірок, де n – число вхідних перемінних логічної функції.

Карта Карно розмічається системою координат, що відповідають значенням вхідних логічних перемінних. Так на карті Карно функція, яка має дві перемінні (рис. 8), в усі

комірки верхнього рядка змінна X_1 входить з інверсією $\bar{X}_1(0)$, а у комірки нижнього – без неї $\bar{X}_1(0)$, Перемінна X_2 в клітинки лівого стовпця входить з інверсією $\bar{X}_2(0)$, а у комірки правого - без інверсії $X_2(1)$. Таким чином, для кожного можливого мінтерму функції, записаної у ДДНФ (або номеру набору таблиці істинності) на карті Карно є своя комірка. Якщо логічних змінних більше ніж дві, то кожний рядок чи стовпець характеризується вже двома змінними.

Слід звернути увагу на те, що координати рядків і стовпців на карті Карно йдуть не у природному порядку зростання двійкових кодів (00, 01, 10, 11), а у порядку 00, 01, 11, 10. Такий порядок дає можливість «сусіднім» мінтермам функції розміщуватись на карті у сусідніх комірках (по вертикалі чи горизонталі). На рис. 9 показано розмітку карт Карно для функцій трьох (а) і чотирьох (б) перемінних. У комірках проставлені усі можливі мінтерми (номера їх наборів у таблицях істинності) функцій записаних у ДДНФ. Слід звернути увагу на те, що «сусідніми» на карті Карно є також мінтерми (набори), що розміщені у відповідних комірках верхнього і нижнього рядів (0-8, 1-9, 3-11, 2-10), крайнього лівого і крайнього правого стовпців (0-2, 4-6, 12-14, 8-10), а також у кутових комірках (0-2-8-10) (рис. 9, б).

До «сусідніх» мінтермів можна застосувати закон склеювання. Два «сусідніх» мінтерма після «склеювання» можна представити одним логічним добутком, число перемінних в якому буде на одну менше, ніж у кожному із «сусідніх» мінтермів. Якщо «сусідніх» виявиться відразу чотири мінтерми з «1», то таку

групу мінтермів можна замінити кон'юнкцією, у котрій кількість перемінних буде менше уже на дві. Вісім «сусідніх» мінтермів можна замінити кон'юнкцією, в якій логічних змінних буде менше уже на три.

Приймаючи до уваги, що $A+A+\dots+A=A$, мінтерм можна об'єднувати у пари декілька разів. Наприклад, мінтерм $X_1X_2X_3X_4$, що знаходиться у комірці за №15 (рис. 9, б), може бути об'єднаний у пари з мінтермами, що знаходяться у комірках за №№ 7, 11, 13, 14.

Після розмітки карти Карно проводять її заповнення. Комірки карти, які

	X_2X_3	$\bar{X}_2\bar{X}_3$	\bar{X}_2X_3	$X_2\bar{X}_3$
X_1	00	01	11	10
\bar{X}_1 0	$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3$ (0)	$\bar{X}_1\bar{X}_2X_3$ (1)	$\bar{X}_1X_2X_3$ (3)	$\bar{X}_1X_2\bar{X}_3$ (2)
X_1 1	$X_1\bar{X}_2\bar{X}_3$ (4)	$X_1\bar{X}_2X_3$ (5)	$X_1X_2X_3$ (7)	$X_1X_2\bar{X}_3$ (6)

а)

	X_3X_4	$\bar{X}_3\bar{X}_4$	\bar{X}_3X_4	$X_3\bar{X}_4$
X_1X_2	00	01	11	10
$\bar{X}_1\bar{X}_2$ 00	$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4$ (0)	$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4$ (1)	$\bar{X}_1\bar{X}_2X_3X_4$ (3)	$\bar{X}_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4$ (2)
\bar{X}_1X_2 01	$\bar{X}_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4$ (4)	$\bar{X}_1X_2\bar{X}_3X_4$ (5)	$\bar{X}_1X_2X_3X_4$ (7)	$\bar{X}_1X_2X_3\bar{X}_4$ (6)
X_1X_2 11	$X_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4$ (12)	$X_1X_2\bar{X}_3X_4$ (13)	$X_1X_2X_3X_4$ (15)	$X_1X_2X_3\bar{X}_4$ (14)
$X_1\bar{X}_2$ 10	$X_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4$ (8)	$X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4$ (9)	$X_1\bar{X}_2X_3X_4$ (11)	$X_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4$ (10)

	X_2X_3	00	01	11	10
X_1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	

б)

Рис. 10

відповідають мінтермам логічної функції, записаної у ДДНФ (або номерам тих наборів таблиці істинності, при яких функція приймає значення "1"), заповнюються одиницями, а решта - нулями.

Мінімізуємо за допомогою карти Карно функцію, яка задана таблицею 2, і була мінімізована алгебраїчним методом.

Через те, що число логічних перемінних у функції (3), карта Карно складається з 2^3 комірок. Креслимо карту і робимо її розмітку (рис. 10).

З табл. 2 видно, що функція $Y = f(X_1, X_2, X_3)$ приймає значення "1" на наборах 3, 5, 6, 7, яким відповідають мінтерми функції записаної у ДДНФ $\bar{X}_1 X_2 X_3, X_1 \bar{X}_2 X_3, X_1 X_2 \bar{X}_3, X_1 X_2 X_3$.

Знаходимо комірки карти Карно з номерами таких наборів (або мінтермів функції, рис. 8, а) і проставляємо в них «1», а в решту - "0". Потім із заповнених одиницями комірок, які є сусідніми, формуємо правильні прямокутники (правильними називають такі прямокутники, що складаються з 2^m комірок, де $m=0, 1, 2, \dots$). У нашому випадку таких прямокутників 3: *a*, *b*, *v* (рис. 10). Сукупність правильних прямокутників, що об'єднують усі одиниці, називається покриттям.

Розглянемо одержані прямокутники. До прямокутника "а" входять комірки з координатами 101 та 111, що відповідають наборам змінних (мінтермам) $X_1 \bar{X}_2 X_3$ і $X_1 X_2 X_3$. Ці мінтерми є "сусідніми" і на підставі закону склеювання можемо записати

$$X_1 \bar{X}_2 X_3 + X_1 X_2 X_3 = X_1 X_3 (\bar{X}_2 + X_2) = X_1 X_3.$$

У результаті склеювання зникла одна логічна змінна (X_2), яка входила в один мінтерм з інверсією, а в інший - без неї. Залишились тільки ті логічні перемінні, які у рамках цього прямокутника не змінили своїх значень.

Таким чином, змінна, яка у межах прямокутника змінює своє значення, зникає з результуючого елементарного добутку.

У прямокутнику «б» перемінна X_1 змінює своє значення, а інші - ні, тому елементарний добуток дорівнюватиме $X_2 X_3$. Аналогічно при склеюванні

"сусідніх" мінтермів, що входять в прямокутник "в", зникає перемінна X_3 , яка у межах прямокутника змінює своє значення, і елементарний добуток дорівнюватиме X_1X_2 .

Звернемо увагу, що одна й та сама комірка може покриватися декілька разів (наприклад, комірка з координатами 111 у випадку, що розглядається).

Функція, що відповідає показаному на рис. 9 покриттю, складатиметься з диз'юнкції елементарних кон'юнкція, які одержані у кожному прямокутнику $Y=X_1X_3+X_2X_3+X_1X_2$.

Одержана функція є тупиковою і аналогічна функції, що була мінімізована алгебраїчним методом (3).

Таким чином, використання карт Карно дозволяє автоматизувати процедуру знаходження і склеювання "сусідніх" мінтермів.

Розглянемо деякі типові випадки на конкретних прикладах. На рис. 11 наведені карти Карно для таких випадків.

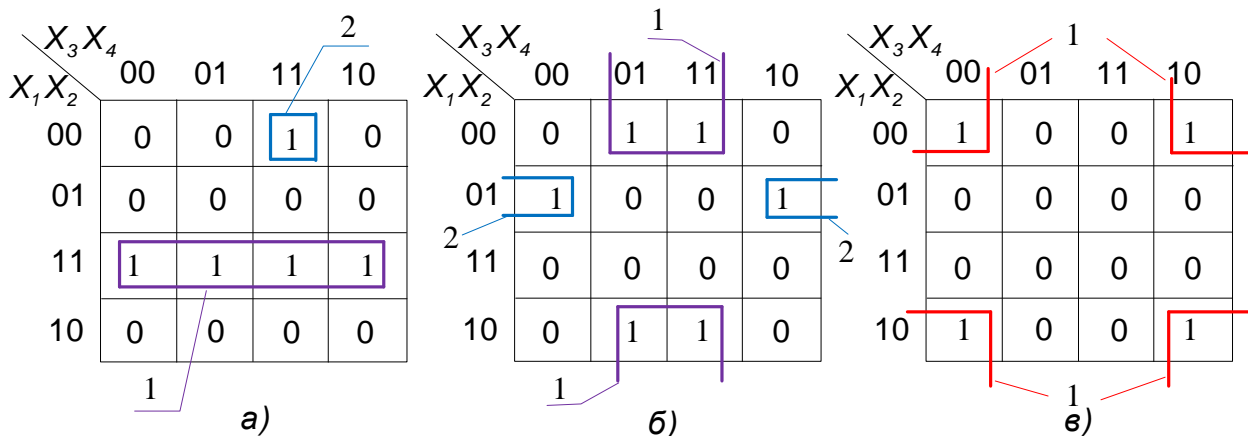


Рис. 11

Функція, що відповідає покриттю зображеному на рис. 11 а, має вигляд $Y_1(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1X_2 + \bar{X}_1\bar{X}_2X_3X_4$. З прямокутника 1, що складається з чотирьох комірок, зникають дві перемінні (X_3 і X_4), які у межах прямокутника змінюють своє значення, а у прямокутнику 2 залишаються усі перемінні.

Комірки, що входять у прямокутники 1 і 2 (рис. 11, б) є сусідніми, тому що на торі вони розміщуються поруч. Мінімізована функція для цього випадку має вигляд

$$Y(X_1, X_2, X_3, X_4) = \bar{X}_2 X_4 + \bar{X}_1 X_2 \bar{X}_4$$

Сусідніми на торі є також комірки, що розміщені в кутках карти (рис. 11, в), тому вони об'єднуються в один прямокутник. Мінімізована функція матиме вигляд

$$Y(X_1, X_2, X_3, X_4) = \bar{X}_2 \bar{X}_4$$

Таблиця 3

№ конституанти (набору)	Логічні змінні (аргументи)			Функція Y
	X ₁	X ₂	X ₃	
0	0	0	0	*
1	0	0	1	*
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	*

Мінімізація частково визначених логічних функцій

На практиці деякі з можливих комбінацій перемінних у функції ніколи не зустрічаються, або є забороненими. У таких випадках немає необхідності цікавитись значеннями функції при таких комбінаціях змінних. Якщо функція має заборонені (або невизначені) набори перемінних, то її значення на цих наборах не визначені і в таблиці істинності позначаються одним із знаків: *, ∅, н/в. Такі двійкові функції, значення яких визначені не для усіх наборів вхідних перемінних, називаються частково визначеними, або недовизначеними. На карті Карно комірки, відповідні недовизначеним наборам перемінних, також відмічаються відповідними знаками.

На рис. 12, а зображена карта Карно недовизначеної логічної функції, яка задана таблицею істинності (табл. 3).

При мінімізації недовизначених функцій їх слід спочатку довизначити шляхом дописування забороненим (або байдужим) комбінаціям значень "1" або "0" залежно від того, яке з них приводить до максимального спрощення функції.

Якщо функція має t заборонених наборів перемінних, то має місце 2^m варіантів до визначення.

На рис. 12, б зображена карта Карно функції, в якій всі невизначені її значення замінені одиницями.

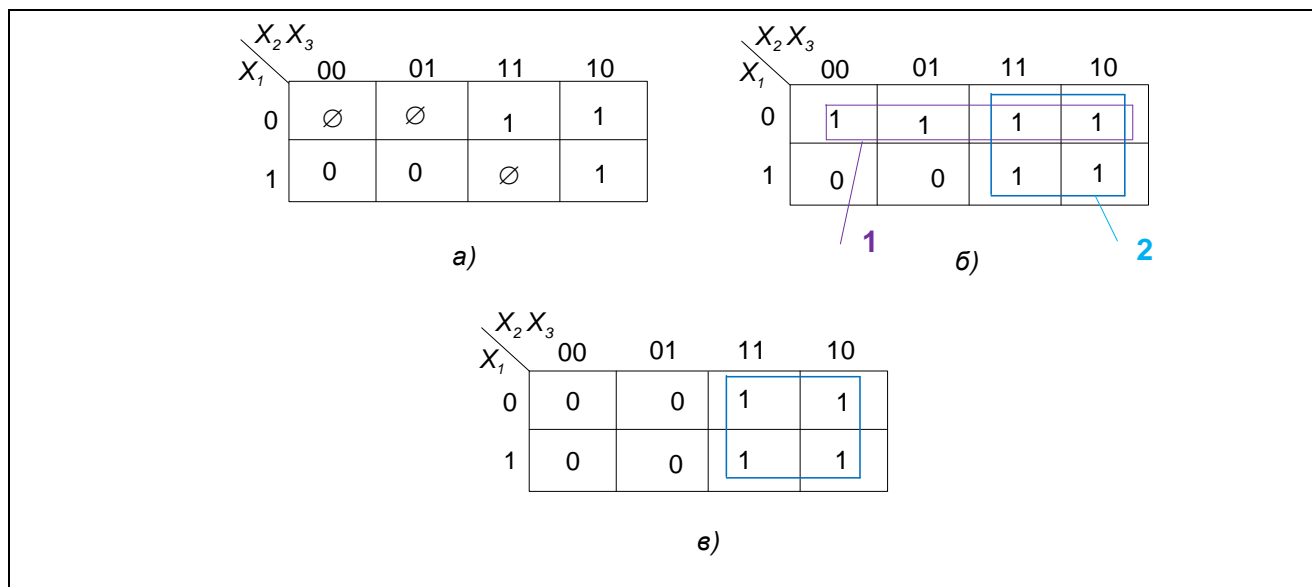


Рис. 12

Мінімізована функція матиме формулу

$$Y_1(X_1, X_2, X_3, X_4) = \overline{X_1} + X_2.$$

На рис. 12, в наведена карта Карно для іншого варіанту до визначення, мінімізована функція при якому матиме вигляд

$$Y(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_2.$$

Потрібно вибирати такий варіант до визначення, при якому мінімізована функція буде найпростішою.

Висновки

З розглянутих прикладів можна визначити послідовність дій при мінімізації логічних функцій методом карт Карно.

1. Зображують таблицю для n перемінних, розмічають її сторони і нумерують комірки відповідно номерам наборів таблиці істинності.

2. В комірках тих наборів (мінтермів), при яких функція дорівнює одиниці проставляють "1", а в решті - "0".

3. Якщо функція недовизначена, то її довизначають заміною значень недовизначення нулями і одиницями з таким розрахунком, щоб отримати максимальну площу і мінімальну кількість покриттів.

4. Позначають найкращі покриття правильними прямокутниками.

5. Записують мінімізовану логічну функцію, яка складається з суми (за кількістю прямокутників) елементарних добутоків, які одержують при обході кожного прямокутника. Чим більше комірок входить у прямокутник, тим менше змінних залишиться в елементарному добутку.

Найкращим буде покриття, що утворене мінімальним числом прямокутників, а якщо таких варіантів декілька, то вибирається той, який забезпечує найбільшу загальну площу покриття (кількість комірок).

Добротність мінімізації оцінюється коефіцієнтом покриття

$$K = m/S, \text{ де}$$

m - загальна кількість прямокутників;

S - їх загальна площа (кількість клітин).

Покриття буде тим краще, чим менше його коефіцієнт покриття.

Коефіцієнт покриття на рис. 12, *б* дорівнює $K_1=2/6=1/3$, а на рис.12, *в* - $K_2=1/4$.

Послідовність виконання роботи

1. Відповідно до свого номеру у журналі групи вибирається варіант роботи.
2. По заданій таблиці істинності функція наноситься на карту Карно.
3. Виконується до визначення функції.
4. Вибирається найкраще покриття карти правильними прямокутниками.

Добротність оцінюється коефіцієнтом покриття.

5. Записується мінімізована функція.
6. Виражається функція у заданому базисі.
7. Вибираються з довідника з потрібні логічні елементи.
8. Креслиться функціональна схема синтезованого комбінаційного пристрою з переліком логічних елементів (додаток 5).

Література

1. Електроніка і мікросхемотехніка: Підручник для вищ. навч. закл. освіти: У 4-х т. /Сенько В.І., Панасенко М.В., Сенько Є.В. та ін., Під ред.. В.І. Сенька. – Том 3. Цифрові пристрої:– К.: Каравела, 2008. – 400 с.
2. Електроніка та мікросхемотехніка (Електронний ресурс): навчальний посібник для студентів напрямку підготовки 6.050702 "Електромеханіка"/ А.А. Щерба, К.К. Победаш, В.Святненко; - Київ: НТТУ "КПІ", 2013.-360 с.
Режим доступу: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/3569>
3. Методичні рекомендації для виконання контрольної роботи з дисципліни "Схемотехніка ЕОМ" (елементи і схеми обчислювальної техніки) для студентів факультету комп'ютерних наук./ Победаш К.К., Рахній І. Є. - Київ: МСУ, 1999 р. - 24 с.
4. Интегральные микросхемы: Справочник. /Под ред. Б.В.Тарабрина. - М.:
5. Разработка и оформление конструкторской документации радиоэлектронной аппаратуры. Справочник. Под ред. Э.Т.Романычевой. – М.: Радио и связь, 1989.
6. Сапаров В.Е., Максимов Н.А. Системы стандартов в электросвязи и радиоэлектронике. – М.: Радио и связь, 1985.

Розрахунково-графічна робота
Тема: Синтезувати у заданому базисі функціональну схему комбінаційного пристрою (КП), логічна функція якого задана таблицею істинності

Таблиця

Логічна перемінна				Функція $Y=f(X_1, X_2, X_3, X_4)$																								
X_1	X_2	X_3	X_4	Номер варіанту																								
0	0	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0	0	0	0	*	1	*	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	*	0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	*	0	*	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	*	0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0	0	*	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	*	*	1	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	*	0	0	0	1	1	*	*	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1	*	0	*	1	0	1	1	*	0	1	*	1	0	0	0	1	*	0	0	*	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1		*	0	1	1	1	0	*	1	0	0	0	1	0	*	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1	1	*	0	0	0	0	1	1	1	*	0	1	1	*	1	0	1	1	0	*	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	*
1	0	0	0	*	0	1	1	1	0	1	1	0	0	*	*	1	1	*	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	*	*	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	*	1	1	0	*
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	*	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	*	*	1	*	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	*	*	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	*	1	1	0	1	0	1	0	*	1	1	0	0	1	1	1	*	1	0	1	*	0	*	0	0
1	1	1	0	0	1	*	0	0	0	0	*	0	0	0	*	1	1	0	0	1	1	*	0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	0	*	1	1	1	1	*	*	0	*	*	1	1	1	1	1	1	*	*	1	*	1	*	1	1
Базис:				І-НЕ												АБО-НЕ												

НТУУ “КПІ ім. Ігоря Сікорського”

/назва вищого навчального закладу/

Кафедра Теоретичної електротехніки
Дисципліна: Пристрої інформаційно-вимірювальної техніки. Системотехніка
Спеціальність: Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка
Курс 2 Група ПН-61-3 Семестр 4

ЗАВДАННЯ

на розрахунково-графічну роботу студента

/прізвище, ім'я, по батькові/

1. Тема роботи: ***Розробка комбінаційного пристрою.***
2. Термін здачі студентом закінченої роботи _____.____.____ р.
3. Вихідні дані до роботи: ***Див. на звороті.***
4. Зміст розрахунково – графічної роботи /перелік питань, які підлягають розробці/:
Вступ;
4.1. Характеристика /аналіз/ комбінаційних пристроїв;
4.2. Аналіз методів мінімізації логічних функцій;
4.3. Мінімізація заданої функції методом карт Карно і побудова її функціональної схеми;
4.4. Побудова функціональної схеми комбінаційного пристрою в заданому базисі;
Висновки;
Література;
Додатки.
5. Перелік графічного матеріалу /з точним зазначенням обов'язкових креслень:
Схема електрична принципова комбінаційного пристрою.

Дата видачі завдання _____.____.20__р.

Керівник

доц. Победаш К.К.

Вихідні дані до роботи:

№ конст.	Вхідні логічні перемінні				Функція
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Y
0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
8	1	0	0	0	
9	1	0	0	1	
10	1	0	1	0	
11	1	0	1	1	
12	1	1	0	0	
13	1	1	0	1	
14	1	1	1	0	
15	1	1	1	1	

Базис: I-HE

Література:

1. Електроніка та мікросхемотехніка [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів напряму підготовки 6.050702 «Електромеханіка» / А. А. Щерба, К. К. Победаш, В. А. Святненко; – Київ: НТУУ «КПІ», 2013 – 360 с.
Режим доступу: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/3569>
2. Електротехніка та електроніка. Теоретичні відомості, розрахунки та дослідження за підтримкою комп'ютерних технологій: Навч. посіб. /Щерба А.А., Рябенський В.М., Кучеренко М.Є., Победаш К.К. та ін. – К.: "Корнійчук", 2007, - 488 с. з іл.
3. Победаш К.К., Рахній І.Є. Методичні рекомендації для виконання контрольної роботи з дисципліни “Схемотехніка ЕОМ”. – К. МСУ, 1999.
4. Интегральные микросхемы: Справочник. Под ред. Б.В.Тарабрина. – М.: Энергоатомиздат, 1985.
5. Разработка и оформление конструкторской документации радиоэлектронной аппаратуры. Справочник. Под ред. Э.Т.Романычевой. – М.: Радио и связь, 1989.
6. Сапаров В.Е., Максимов Н.А. Системы стандартов в электросвязи и радиоэлектронике. – М.: Радио и связь, 1985.

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

"КПІ ім. Ігоря Сікорського"

Факультет електроенерготехніки і автоматики

Кафедра «Теоретичної електротехніки»

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з дисципліни "ЕЛЕКТРОНІКА ТА СИСТЕМОТЕХНІКА"
(назва дисципліни)

на тему: РОЗРАБОТКА КОМБІНАЦІЙНОГО ПРИСТРОЮ

Студента (ки) _____ курсу _____ групи
напряму підготовки _____
спеціальності _____

(прізвище та ініціали)

Керівник _____

Кількість балів: _____

Київ - 201__ рік

